

Sumário

Prefácio	IX
I Fundamentos	1
1 Introdução	3
1.1 Objetivos do Livro	3
1.2 As Hipóteses do Contínuo e de Não Escorregamento	4
1.3 Objetivos da Mecânica do Contínuo	6
1.4 Princípios de Conservação e Equações Constitutivas	7
1.5 Operador Derivada Substancial	8
1.6 Desenvolvimento da Mecânica dos Fluidos	9
1.7 Problemas	10
2 Conservação da Massa	13
2.1 Introdução	13
2.2 Equação da Continuidade	13

2.3	Acumulação e Transporte de um Escalar	18
2.4	Trajетórias, Linhas de Corrente, de Emissão, e de Tempo	19
2.5	Problemas	25
3	A Quantidade de Movimento de um Meio Contínuo	29
3.1	Introdução	29
3.2	Equação da Quantidade de Movimento de um Meio Contínuo	31
3.3	Propriedades do Tensor de Tensões	34
3.4	Outras Propriedades do Tensor de Tensões	40
3.5	Decomposição do Tensor de Tensões: Pressão e Tensor Desviatório	42
3.6	Equação de Euler	45
3.7	Cinemática do Movimento: Translação, Rotação e Deformação	46
3.8	Fluidos de Stokes e Fluidos Newtonianos	51
3.9	O Caso de Sólidos	58
3.10	Equação de Navier-Stokes	63
3.11	Os Números de Reynolds e de Froude	65
3.12	Os Regimes Laminar e Turbulento	66
3.13	Referenciais Giratórios: A Aceleração de Coriolis	69
3.14	Equação de Bernoulli	71
3.15	Perda de Carga em Tubulações	78
3.16	Equação da Vorticidade	81
3.17	Equação da Circulação	85
3.18	O Teorema de Crocco	88
3.19	Hidrostática	89
3.20	Problemas	89
4	Conservação da Energia	101
4.1	Introdução	101
4.2	Uma Equação Constitutiva: a Lei de Fourier	102

4.3	Equação da Energia Cinética ($v^2/2$)	103
4.4	Equação da Energia Total ($e + v^2/2$)	104
4.5	Transporte de um Escalar por um Fluido Incompressível	108
4.6	Equação da Energia Interna (e)	109
4.7	Função Dissipação (Φ)	110
4.8	Equação da Entalpia de Estagnação ($h_0 = h + v^2/2$)	112
4.9	Equação da Entalpia (h)	114
4.10	Nota sobre a Forma Integral das Equações da Entalpia	115
4.11	Equação da Entropia (s)	117
4.12	Equação da Temperatura	118
4.13	Equação de Condução de Calor em Sólidos	120
4.14	Os Números de Péclet e de Prandtl	121
4.15	A Aproximação Boussinesq	122
4.16	Resumo das Equações de Energia – Notação Vetorial	124
4.17	Resumo das Equações de Energia – Notação Tensorial Cartesiana	125
4.18	Problemas	126
5	Escoamentos Compressíveis Quase-Unidimensionais	129
5.1	Introdução	129
5.2	Escoamento Quase-unidimensional Isoentrópico	129
5.3	Ondas Fracas: Velocidade do Som	137
5.4	Ondas Fortes: Compressão por Choque	140
5.5	Analogia com a Hidráulica de Canal Aberto	145
5.6	Problemas	148
6	Escoamentos Potenciais	151
6.1	Introdução	151
6.2	Escoamentos Potenciais Compressíveis	153
6.3	Uma Classificação das Equações a Derivadas Parciais	157

6.4	Escoamentos Potenciais Incompressíveis Bidimensionais	160
6.5	O Teorema de Kutta-Joukowski	175
6.6	Transformações Conformes	177
6.7	A Transformação de Kutta-Joukowski	178
6.8	A Hipótese de Kutta	182
6.9	Perfis de Kutta-Joukowski	183
6.10	Outras Transformações Conformes	187
6.11	Considerações sobre o Escoamento em Torno de um Aerofólio . . .	187
6.12	Problemas	190
7	Escoamentos Viscosos	195
7.1	Introdução	195
7.2	Escoamento de Stokes em Torno de uma Esfera sob $\mathbf{Re} < 1$	197
7.3	Escoamento sobre uma Placa Inclinada	205
7.4	Escoamento de Couette	211
7.5	Escoamento entre Duas Placas Paralelas Imóveis	214
7.6	Escoamento entre Placas Paralelas sob Fluxo de Calor Constante .	216
7.7	Problema de Rayleigh	222
7.8	Transferência de Calor por Convecção e Evaporação	228
7.9	Escoamento sobre um Disco Rotatório	234
7.10	Escoamento entre Dois Discos Rotatórios Concêntricos	237
7.11	Escoamento em Canais Convergentes e Divergentes	241
7.12	Nota sobre a Estabilidade dos Campos Hidrodinâmicos	253
7.13	Problemas	257
8	Introdução à Teoria da Camada Limite	281
8.1	Introdução	281
8.2	As Equações de Prandtl	282
8.3	A Equação de Blasius	285

8.4	A Equação de Falkner-Skan	287
8.5	Métodos Integrais na Teoria da Camada Limite Laminar	291
8.6	Estabilidade de Camadas Limite – A Equação de Orr-Sommerfeld	297
8.7	Problemas	302
9	Introdução à Turbulência	311
9.1	Introdução	311
9.2	Descrição da Turbulência	312
9.3	As Equações de Reynolds	318
9.4	As Equações Médias de Favre	321
9.5	Equações de Navier-Stokes Filtradas – Fluidos Incompressíveis	322
9.6	Modelos para o Tensor de Reynolds	322
9.7	Problemas	328
10	Transferência de Calor	331
10.1	Introdução	331
10.2	Mecanismos de Transferência de Calor	331
10.3	Condução de Calor Unidimensional em Sólidos	333
10.4	O Método de Separação de Variáveis	338
10.5	Trocadores de Calor	352
10.6	Radiação	358
10.7	Problemas	359
II	Apêndices	367
A	Efeitos da Não Linearidade das Leis de Evolução	369
A.1	Introdução	369
A.2	Multiplicação do Conteúdo Harmônico em Dinâmicas Não Lineares	370
A.3	Caos Determinístico em Sistemas Dinâmicos Discretos	373

A.4	Saturação como Mecanismo de Perda de Informação	375
A.5	Limitação dos Efeitos Não Lineares	377
A.6	Sistemas com Dependência Espacial	378
B	Elementos de Análise Dimensional	379
B.1	Séries Completas de Produtos Adimensionais	379
B.2	Outras Séries Completas de Produtos Adimensionais	385
B.3	O Teorema II de Buckingham	389
B.4	Similaridade	390
B.5	Principais Grupos Adimensionais	391
B.6	Problemas	398
C	Elementos de Cálculo Vetorial	407
C.1	Introdução	407
C.2	Principais Operadores Vetoriais e Teoremas	408
C.3	Notação de Índices (Notação Tensorial Cartesiana)	416
C.4	O Teorema de Helmholtz (Teorema Fundamental do Cálculo Vetorial)	421
C.5	Aplicação ao Método de Elementos Finitos – O Método da Projeção	425
C.6	Problemas	431
D	Elementos de Análise Complexa	433
D.1	Números complexos	433
D.2	Funções de Variáveis Complexas – Derivadas	434
E	Elementos de Termodinâmica Clássica	439

Prefácio

Este livro destina-se a estudantes em nível de graduação e de pós-graduação em ciências físicas, matemáticas, engenharia e ao público em geral, com interesse na área de Fenômenos de Transferência. O livro está dividido em dois volumes. O primeiro volume aborda os fundamentos da disciplina; o segundo, material mais especializado.

O texto do primeiro volume origina-se das notas de aulas ministradas pelos autores em cursos de engenharia na Universidade Federal do Rio de Janeiro e na Universidade do Estado do Rio de Janeiro sobre os fundamentos da disciplina. O conteúdo ultrapassa a quantidade normalmente incluída em um curso introdutório de um semestre, permitindo a quem o adote selecionar os tópicos segundo a própria conveniência. Além da maior parte do material coberto normalmente em cursos introdutórios de Mecânica dos Fluidos, quer em nível de graduação, quer de pós-graduação, o primeiro volume engloba também parte do que é normalmente ministrado a respeito de condução de calor em sólidos e de convecção, em um primeiro curso sobre o assunto. Há também algum material sobre transferência de massa e evaporação. Trata-se, portanto, em sua maior parte, de material clássico, apresentado segundo nosso ponto de vista sobre como abordar os princípios de Fenômenos de Transferência. Entendemos, em primeiro lugar, que o tratamento deve enfatizar os fundamentos teóricos, sem os quais não se avança de forma segura nas aplicações. Dentro dessa linha, os exemplos de aplicação em engenharia servem para ilustrar o enfoque teórico que buscamos e para quebrar o ritmo de apresentação que imprimimos em sala de aula.

Estabelecido esse primeiro objetivo, entendemos que devemos iniciar expondo os fundamentos da disciplina, que são as equações de evolução resultantes da aplicação, aos meios contínuos, do princípio de conservação da massa, das leis que

regem a quantidade de movimento do meio, e do princípio de conservação da energia. Assim, nossa exposição não se inicia por situações mais simples, como equacionamento e resolução de problemas da hidrostática, de problemas unidimensionais, permanentes ou, ainda, de problemas em que os efeitos viscosos são desprezados. Ao contrário, optamos por apresentar, logo no início, as equações completas e, a partir delas, abordar as soluções clássicas e os exemplos.

Vemos vantagens em apresentar o princípio de conservação da energia logo após os capítulos referentes à conservação da massa e às leis da quantidade de movimento: ganha-se tempo, pois o método de equacionamento é o mesmo utilizado com os dois outros princípios e está bem presente na mente dos alunos. Além disso, dá-se aos alunos, cedo, uma visão razoavelmente completa das equações e o tempo necessário, até o fim de um semestre de curso, para que possam assimilá-las e para que ganhem a familiaridade necessária com o significado de seus termos. Esse conhecimento permite que a escolha dos problemas que serão abordados a partir de então se faça sem restrições.

Nossa experiência mostra a necessidade de iniciarmos o primeiro curso de Fenômenos de Transferência revendo os princípios do cálculo vetorial. Para a consecução desse objetivo, incluímos um apêndice sobre o assunto. O apêndice compreende algumas questões nem sempre tratadas nas cadeiras introdutórias de cálculo vetorial e aborda, de forma aplicada, a notação tensorial cartesiana ou indicial, que utilizamos e recomendamos, mesmo em nível de graduação. Não vemos maiores dificuldades em levar os alunos a compreenderem e manipular os índices da notação. As equações tornam-se concisas, e as regras sobre como escrever explicitamente todos os termos das mesmas estão na própria notação, o que não ocorre quando escritas em forma vetorial. Não é necessário contornar questões como o fato de o gradiente de um vetor ser um tensor de segunda ordem. E, embora consiga-se equacionar os princípios de conservação da massa e da quantidade de movimento, e expô-los utilizando-se a notação vetorial, entendemos que é muito difícil prosseguir e apresentar as equações de energia usando essa notação. Ao contrário, ao usarmos a notação tensorial cartesiana, não temos dificuldades, por exemplo, com o problema da dupla contração que ocorre no termo de dissipação viscosa dessas equações. O formalismo da notação é discutido no Apêndice C.

Tomamos a liberdade de citar, dentre os partidários dessa abordagem, o nome do professor Jacek Piotr Gorecki, um dos responsáveis pela implantação das cadeiras de aerodinâmica ministradas no Instituto Tecnológico de Aeronáutica, de quem um dos autores (JP) teve o privilégio de ter sido aluno.

Não obstante, a notação vetorial tem importância, permitindo, muitas vezes, uma interpretação mais fácil dos termos das equações. Em outras vezes, as de-

duções tornam-se mais intuitivas. Ademais, a notação vetorial é independente do sistema de coordenadas, ao contrário da tensorial cartesiana, que pressupõe o emprego de um sistema de coordenadas cartesianas. Por isso, essa última é inadequada para o tratamento de alguns problemas intrinsecamente não cartesianos. Em alternativa, o uso da notação tensorial não cartesiana permite a abordagem de uma classe adicional de problemas, mas seu uso está fora do escopo deste trabalho. Como exemplos dessa classe citamos o escoamento de Stokes em torno de uma esfera sob número de Reynolds menor do que um (Sec. 7.2), e a decomposição de Helmholtz de um campo vetorial (Sec. C.4).

O princípio de conservação da massa é introduzido no Capítulo 2, com a notação vetorial, mas as equações obtidas são apresentadas logo a seguir, na forma tensorial. Já a partir do equacionamento das leis da quantidade de movimento, adotamos a notação tensorial cartesiana desde o início.

Uma vez apresentadas as equações que resultam da aplicação dos princípios de conservação, passamos às aplicações e nos defrontamos com a necessidade de escolher os problemas dos quais tratar. Optamos por abordar duas classes de problemas: de um lado, o dos escoamentos unidimensionais compressíveis e os escoamentos potenciais. Nessa classe de escoamentos, desprezam-se os efeitos viscosos. Procuramos ressaltar a analogia entre os fenômenos que ocorrem nos escoamentos de alta velocidade, e os que se observam na hidráulica de canal aberto. Acreditamos que os paralelos sirvam para ajudar na compreensão do que ocorre nos dois casos. Na sequência, abordamos os escoamentos potenciais, incluindo os compressíveis.

A segunda classe de problemas abordados compreende o caso diametralmente oposto ao dos escoamentos compressíveis, que é o dos escoamentos viscosos, em que abordamos parte das soluções clássicas, que têm solução analítica. Há problemas que são estudados em coordenadas cartesianas, e outros, em coordenadas cilíndricas. No primeiro caso, resolvemos não apenas o campo hidrodinâmico, mas também o campo de temperaturas, incluindo efeitos do aquecimento viscoso. Ganha-se tempo, resolvendo-se os problemas hidrodinâmico e térmico simultaneamente, e o benefício de apontarmos as analogias, que facilitam a compreensão de ambos. Sempre que possível, procuramos mostrar as similaridades e analogias entre os problemas relativos à mecânica dos fluidos, e os de transferência de calor e de massa. Como exemplo de situação em que lançamos mão dessas analogias, citamos o uso dos resultados do problema do escoamento sobre uma placa plana alinhada ao fluxo, de modo a justificar a forma das correlações empíricas largamente utilizadas em engenharia para a resolução de problemas de convecção e evaporação forçadas.

Mas não apresentamos nenhuma dedução sobre transformação das equações, que são sempre obtidas em coordenadas cartesianas, para coordenadas cilíndricas, esféricas, ou naturais. Entendemos que, para fazê-lo, deve-se usar a notação dos tensores não cartesianos, que não abordamos nesse texto. Assim, apresentamos apenas parte das equações, reescritas em coordenadas cilíndricas e, em alguns casos, em esféricas.

O primeiro volume compreende também capítulos introdutórios sobre as teorias da camada limite e turbulência. Compreende ainda cinco apêndices que discutem alguns efeitos da não linearidade das leis de evolução, os princípios de análise dimensional, do cálculo vetorial, da análise complexa e da termodinâmica clássica. O apêndice referente à análise dimensional apresenta o teorema **II** de Buckingham sob ótica da álgebra linear.

O segundo volume aborda tópicos orientados a estudantes de graduação em nível mais avançado e a estudantes de cursos de pós-graduação. A maior parte do material é nova e sintetiza resultados e aspectos ainda em desenvolvimento dentro de nossas linhas de pesquisa. Há algum material bem conhecido, mas que incluímos de modo a dar ao leitor uma visão ampla do problema.

Temos a agradecer a várias pessoas que contribuíram para que o texto chegasse até esse ponto: Aos professores Renato Machado Cotta e Luiz Bevilacqua, da COPPE/UFRJ. Ao Departamento/Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio de Janeiro, onde a maior parte desse trabalho foi escrito. À SBM – Sociedade Brasileira de Matemática e à ABCM – Associação Brasileira de Ciências e Engenharia Mecânica. Aos professores Oscar Rosa Mattos, Su Jian, Álvaro L. G. A. Coutinho, Fernando Pereira Duda, Átila P. S. Freire e Roberto Fernandes de Oliveira, da COPPE/UFRJ. A Wladimir Neves, do Instituto de Matemática/UFRJ, Helio Salim Amorim e Nicim Zagury, do Instituto de Física/UFRJ, pelo interesse com que acompanharam, por anos, o desenvolvimento do trabalho. Ao professor Luiz M. Portela, da Universidade de Delft, pela cessão de alguns problemas propostos no Capítulo 7. Aos professores Elbert Einstein N. Macau (INPE), à professora Rosana Sueli da Motta Jafelice, da Universidade Federal de Uberlândia, e em especial ao professor José Alberto Cuminato, do Instituto de Ciências Matemáticas e da Computação – ICMC/USP – S. Carlos, pela orientação na escolha da SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, como a editora à qual submetemos o trabalho para publicação. A nossos alunos, pela recepção do texto, pelas críticas, sugestões, e por apontarem por várias vezes aspectos que nos escapavam e incorreções do texto. Citamos em particular os nomes de Wagner Ferreira Lima, pela revisão do texto, e de Filipe Esteves Cortes Sálvio, pela participação na elaboração do ma-