

## ANÁLISE DE SENSIBILIDADE PARA UM MODELO DINÂMICO DE UM VEÍCULO AÉREO NÃO TRIPULADO DO TIPO ASA PLANADORA

Fabio Pinheiro Cardoso, [fabiopinheirocardoso@yahoo.com.br](mailto:fabiopinheirocardoso@yahoo.com.br)<sup>1</sup>  
Fabrício Lopes e Silva, [fabrous@gmail.com](mailto:fabrous@gmail.com)<sup>2</sup>  
Max Suell Dutra, [max@mecanica.coppe.ufrj.br](mailto:max@mecanica.coppe.ufrj.br)<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dpto. de Eng. Mecânica da POLI-UFRJ /Arsenal de Guerra do Rio - Exército Brasileiro

<sup>2</sup>Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - Campus Nova Iguaçu

<sup>3</sup>PEM - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia - COPPE/UFRJ

**Resumo:** A modelagem cinemática e dinâmica de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT) permite compreender o seu comportamento e assim implementar algoritmos de controle mais eficientes, ampliando as vantagens dessa plataforma. O propósito desse trabalho é discutir a modelagem cinemática e dinâmica de um VANT do tipo asa planadora, com base na análise de sensibilidade de seu modelo cinemático e dinâmico à variação da deflexão de suas superfícies de controle, bem como da variação do torque fornecido por seu propulsor. No estudo realizado, considerou-se a trajetória do veículo desde o lançamento até a sua aterrissagem. Os resultados obtidos permitiram a observação de situações específicas do voo, bem como a observação de fenômenos que ocorrem em prática na utilização destas plataformas, a partir do estímulo provocado pela deflexão das superfícies de controle, com base nos aspectos de voo em decolagem, voo nivelado, em curva e aterrissagem.

**Palavras-chave:** modelo dinâmico, robótica móvel, veículo aéreo não tripulado

### 1. INTRODUÇÃO

A Robótica Móvel e suas aplicações são assuntos bastante explorados no mundo da Mecatrônica e a sua relevância é inegável. Assim, os robôs móveis apresentam uma vantagem sob o ponto de vista da segurança e da qualidade, uma vez que podem atuar em ambientes que proporcionam dificuldades e perigos ao homem. Consequentemente é grande a tendência na criação de robôs e sistemas que substituam os seres humanos em circunstâncias perigosas.

Capazes de atuar em diversos ambientes não estruturados, os robôs móveis vêm ocupando posição de destaque na indústria. Especificamente neste segmento, os veículos aéreos não tripulados (VANT) são o foco de várias pesquisas e desenvolvimentos. O VANT é definido como uma aeronave dotada de determinado grau de autonomia, munida com todo o aparato tecnológico necessário para o voo tripulado comum, porém sem a presença de um piloto ou tripulação.

A modelagem cinemática e dinâmica desse tipo de sistema permite compreender o seu comportamento e assim implementar algoritmos de controle mais eficientes, ampliando as vantagens desse tipo de plataforma.

A primeira seção discutirá a modelagem cinemática e dinâmica de um VANT do tipo asa planadora. Na seção seguinte será analisada a sensibilidade do modelo dinâmico, a partir dos estímulos decorrentes das variações das deflexões nas superfícies de controle, bem como a variação da velocidade de rotação do seu propulsor, enquanto a aeronave realiza uma trajetória compreendendo desde o seu lançamento até a sua aterrissagem.

### 2. DESENVOLVIMENTO

#### 2.1. Estado da Técnica

O modelo cinemático e dinâmico de um VANT compreende a combinação de seis equações que expressam a cinemática no referencial inercial da aeronave e seis equações que expressam as acelerações lineares e angulares no referencial local (Eqs. (1-12)), adaptadas de seis equações que expressam as forças e momentos no referencial local, a saber, da Eq. (13) a Eq.(18). Juntas, isto é, as Eqs. (1-12), formam um conjunto de equações diferenciais ordinárias e acopladas, que conforme Nelson (1989), McLain e Beard (2012), expressam a cinemática do VANT. Adotando-se a notação  $\sin \zeta = s_\zeta$ ,  $\cos \zeta = c_\zeta$ ,  $\tan \zeta = t_\zeta$ ,  $\sec \zeta = sc_\zeta$ , e ainda, admitindo que  $V_a = \sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}$  e que  $h_d = -p_d$ , a modelagem cinemática e a modelagem dinâmica pode ser resumida conforme o conjunto de equações a seguir.

### Modelo Cinemático

$$\dot{p}_n = (c_\theta \cdot c_\psi) \cdot u_a + (s_\phi \cdot s_\theta \cdot c_\psi - c_\phi \cdot s_\psi) \cdot v_a + (c_\phi \cdot s_\theta \cdot c_\psi + s_\phi \cdot s_\psi) \cdot w_a \quad (1)$$

$$\dot{p}_e = (c_\theta \cdot s_\psi) \cdot u_a + (s_\phi \cdot s_\theta \cdot s_\psi + c_\phi \cdot c_\psi) \cdot v_a + (c_\phi \cdot s_\theta \cdot s_\psi - s_\phi \cdot c_\psi) \cdot w_a \quad (2)$$

$$\dot{h}_d = (s_\theta) \cdot u_a - (s_\phi \cdot c_\theta) \cdot v_a - (c_\phi \cdot c_\theta) \cdot w_a \quad (3)$$

$$\dot{\phi} = p_a + s_\phi \cdot t_\theta \cdot q_a + c_\phi \cdot t_\theta \cdot r_a \quad (4)$$

$$\dot{\theta} = c_\phi \cdot q_a - s_\phi \cdot r_a \quad (5)$$

$$\dot{\psi} = s_\phi \cdot q_a + c_\phi \cdot r_a + s_\theta \cdot c_\theta \quad (6)$$

$$\dot{u}_a = r_a \cdot v_a - q_a \cdot w_a - g \cdot s_\theta + \frac{\bar{q}_{ar}(V_a) \cdot S_{aer}}{m_{aer}} \cdot \left( C_x(\alpha) + \frac{C_{xq}(\alpha) \cdot c \cdot q_a}{2 \cdot V_a} + C_{x\delta_e}(\alpha) \cdot \delta_e + \frac{\rho \cdot S_{prop} \cdot C_{prop} \cdot \left[ (k_{motor} \cdot \delta_t)^2 - V_a^2 \right]}{2 \cdot m} \right) \quad (7)$$

$$\dot{v}_a = p_a \cdot w_a - r_a \cdot u_a + g \cdot c_\theta \cdot s_\phi + \frac{\bar{q}_{ar}(V_a) \cdot S_{aer}}{m_{aer}} \cdot \left( C_{y0} + C_{y\beta} \cdot \beta + \frac{C_{yp} \cdot b \cdot p_a}{2 \cdot V_a} + \frac{C_{yr} \cdot b \cdot r_a}{2 \cdot V_a} + C_{y\delta_a} \cdot \delta_a + C_{y\delta_r} \cdot \delta_r \right) \quad (8)$$

$$\dot{w}_a = q_a \cdot u_a - p_a \cdot v_a + g \cdot c_\theta \cdot c_\phi + \frac{\bar{q}_{ar}(V_a) \cdot S_{aer}}{m_{aer}} \cdot \left( C_z(\alpha) + \frac{C_{zq}(\alpha) \cdot c \cdot q_a}{2 \cdot V_a} + C_{z\delta_e}(\alpha) \cdot \delta_e \right) \quad (9)$$

$$\dot{p}_a = \Gamma_1 \cdot p_a \cdot q_a - \Gamma_2 \cdot q_a \cdot r_a + \bar{q}_{ar}(V_a) \cdot b \cdot S_{aer} \cdot \left( C_{p0} + C_{p\beta} \cdot \beta + \frac{C_{pp} \cdot b \cdot p_a}{2 \cdot V_a} + \frac{C_{pr} \cdot b \cdot r_a}{2 \cdot V_a} + C_{p\delta_a} \cdot \delta_a + C_{p\delta_r} \cdot \delta_r - k_{Tp} \cdot (k_{\Omega} \cdot \delta_t)^2 \right) \quad (10)$$

$$\dot{q}_a = \Gamma_5 \cdot p_a \cdot r_a - \Gamma_6 \cdot (p_a^2 - r_a^2) + \frac{\bar{q}_{ar}(V_a) \cdot c \cdot S_{aer}}{J_y} \cdot \left( C_{m0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha + \frac{C_{mq} \cdot c \cdot q_a}{2 \cdot V_a} + C_{m\delta_e} \cdot \delta_e \right) \quad (11)$$

$$\dot{r}_a = \Gamma_7 \cdot p_a \cdot q_a - \Gamma_1 \cdot q_a \cdot r_a + \bar{q}_{ar}(V_a) \cdot b \cdot S_{aer} \cdot \left( C_{r0} + C_{r\beta} \cdot \beta + \frac{C_{rp} \cdot b \cdot p_a}{2 \cdot V_a} + \frac{C_{rr} \cdot b \cdot r_a}{2 \cdot V_a} + C_{r\delta_a} \cdot \delta_a + C_{r\delta_r} \cdot \delta_r \right) \quad (12)$$

### Modelo Dinâmico

$$X = m \cdot (\dot{u}_a + q_a \cdot w_a - r_a \cdot v_a) + m \cdot g \cdot s_\theta \quad (13)$$

$$Y = m \cdot (\dot{v}_a + r_a \cdot u_a - p_a \cdot w_a) - m \cdot g \cdot c_\phi \cdot s_\phi \quad (14)$$

$$Z = m \cdot (\dot{w}_a + p_a \cdot v_a - q_a \cdot u_a) - m \cdot g \cdot c_\theta \cdot c_\phi \quad (15)$$

$$L = J_x \cdot \dot{p}_a - J_{xz} \cdot \dot{r}_a + q_a \cdot r_a \cdot (J_z - J_y) - J_{xz} \cdot p_a \cdot q_a \quad (16)$$

$$M = J_y \cdot \dot{q}_a + q_a \cdot r_a \cdot (J_x - J_z) + J_{xz} \cdot (p_a^2 - r_a^2) \quad (17)$$

$$N = -J_{xz} \cdot \dot{p}_a + J_z \cdot \dot{r}_a + p_a \cdot q_a \cdot (J_y - J_x) + J_{xz} \cdot q_a \cdot r_a \quad (18)$$

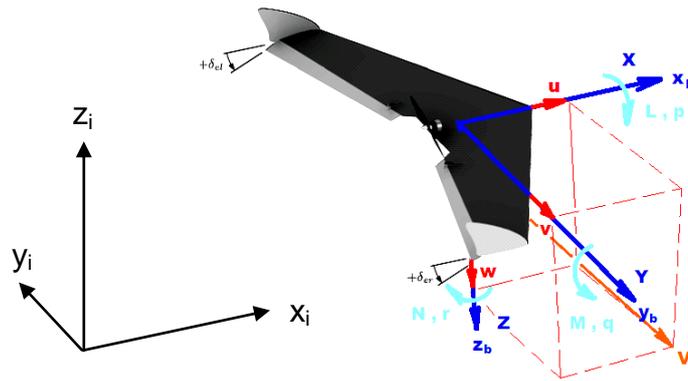
As equações de Eqs.(1-6) expressam as componentes da velocidade linear ( $\dot{p}_n, \dot{p}_e, \dot{p}_d$ ), bem como as componentes da velocidade angular ( $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ ), da aeronave, ambas descritas no referencial inercial  $x_i, y_i, z_i$ , enquanto as equações Eqs.(13-18) representam as características do carregamento sofrido pela aeronave, através das forças ( $X, Y, Z$ ) e dos momentos ( $L, M, N$ ), com respeito ao centro de massa da aeronave, descritos no referencial local  $x_b, y_b, z_b$ , conforme a Fig. 1.

As equações de Eqs. (7-12) são utilizadas para determinar a velocidade do VANT, fazendo-se necessário computar as velocidades lineares ( $u_a, v_a, w_a$ ) e as velocidades angulares ( $p_a, q_a, r_a$ ) em relação ao referencial local  $x_b, y_b, z_b$ . Com respeito ao centro de massa do VANT são calculados os momentos de inércia ( $J_x, J_y, J_z$ ) e os produtos de inércia ( $J_{xz}, J_{yz}, J_{xy}$ ).

Essas equações, quando manipuladas, permitem descrever tanto a cinemática da aeronave quanto a sua dinâmica. A modelagem possui uma alta dependência da definição dos coeficientes aerodinâmicos (Tab.1 e Tab.3), uma vez que são estabelecidos experimentalmente, numericamente ou analiticamente e expressam o comportamento do escoamento de ar sobre a superfície externa da aeronave.

Para definição do sistema de referência local e inercial utilizam-se os ângulos de Euler e a notação de Tait-Bryan. A transformação das coordenadas se dá utilizando-se, além das matrizes de transformação (Romano (2002), Nelson (1989)), a convenção da regra da mão direita.

McLain e Beard (2012) também resume o conjunto de coeficientes e parâmetros necessários para a modelagem da asa voadora, descrevendo os coeficientes aerodinâmicos experimentais (Tab. 3), os momentos e produtos de inércia, os dados geométricos da aeronave e do propulsor (Tab.1 e Tab.2), e ainda, as expressões que descrevem os coeficientes aerodinâmicos, os coeficientes derivados, os parâmetros de inércia, o arrasto linear e arrasto não linear (Tab. 1).



**Figura 1.** Sistemas de coordenadas e superfícies de controle responsáveis pelas deflexões  $\delta_{er}$  e  $\delta_{el}$ .

Já os parâmetros de entrada, isto é, os de controle, compreendem os comandos de torque do motor, comando da superfície de controle direita e comando da superfície de controle esquerda, respectivamente,  $\delta_r$ ,  $\delta_{er}$  e  $\delta_{el}$ .

Como a aeronave em estudo não possui leme (*rudder*) a execução de curvas e manobras de voo é feita a partir da devida combinação das deflexões das superfícies de controle, também chamadas de *elevons* (*elevator* + *aileron*). As deflexões  $\delta_{er}$  e  $\delta_{el}$  (Eq. 19) são responsáveis pelo comportamento dos *elevons*, que a partir de velocidades apropriadas em função de tais deflexões, provocam gradientes de cargas na superfície, e por sua vez, a execução das manobras.

$$\begin{pmatrix} \delta_e \\ \delta_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{er} \\ \delta_{el} \end{pmatrix} \quad (19)$$

**Tabela 1.** Funções dos momentos e produtos de Inércia e Coeficientes aerodinâmicos derivados para deslocamentos lineares e angulares, modelos lineares e modelos não-lineares

Funções dos momentos e produtos de Inércia	Coeficientes Aerodinâmicos Derivados		
	Lineares	Angulares	
$\Gamma = J_{xx} \cdot J_{zz} - J_{xz}^2$	$C_x(\alpha) = -C_d \cdot \cos(\alpha) + C_L \cdot \sin(\alpha)$	$C_{p0} = \Gamma_3 \cdot C_{l0} + \Gamma_4 \cdot C_{n0}$	$C_{r0} = \Gamma_4 \cdot C_{l0} + \Gamma_8 \cdot C_{n0}$
$\Gamma_1 = \frac{J_{xz} \cdot (J_{xx} - J_{yy} + J_{zz})}{\Gamma}$	$C_{xq}(\alpha) = -C_{dq} \cdot \cos(\alpha) + C_{Lq} \cdot \sin(\alpha)$	$C_{p\beta} = \Gamma_3 \cdot C_{l\beta} + \Gamma \cdot C_{n\beta}$	$C_{r\beta} = \Gamma_4 \cdot C_{l\beta} + \Gamma \cdot C_{n\beta}$
$\Gamma_2 = \frac{J_{zz} \cdot (J_{yy} + J_{zz}) + J_{xz}^2}{\Gamma}$	$C_{x\delta_e}(\alpha) = -C_{d\delta_e} \cdot \cos(\alpha) + C_{L\delta_e} \cdot \sin(\alpha)$	$C_{pp} = \Gamma_3 \cdot C_{lp} + \Gamma \cdot C_{np}$	$C_{rp} = \Gamma_4 \cdot C_{lp} + \Gamma \cdot C_{np}$
$\Gamma_3 = \frac{J_{xz}}{\Gamma}$	$C_z(\alpha) = -C_d \cdot \sin(\alpha) + C_L \cdot \cos(\alpha)$	$C_{pr} = \Gamma_3 \cdot C_{lr} + \Gamma \cdot C_{nr}$	$C_{rr} = \Gamma_4 \cdot C_{lr} + \Gamma \cdot C_{nr}$
$\Gamma_4 = \frac{J_{xz}}{\Gamma}$	$C_{xq}(\alpha) = -C_{dq} \cdot \sin(\alpha) - C_{Lq} \cdot \cos(\alpha)$	$C_{p\delta_a} = \Gamma_3 \cdot C_{l\delta_a} + \Gamma \cdot C_{n\delta_a}$	$C_{r\delta_a} = \Gamma_4 \cdot C_{l\delta_a} + \Gamma \cdot C_{n\delta_a}$
$\Gamma_5 = \frac{J_{xz} - J_{xx}}{\Gamma}$	$C_{z\delta_e}(\alpha) = -C_{D\delta_e} \cdot \sin(\alpha) - C_{L\delta_e} \cdot \cos(\alpha)$	$C_{p\delta_r} = \Gamma_3 \cdot C_{l\delta_r} + \Gamma \cdot C_{n\delta_r}$	$C_{r\delta_r} = \Gamma_4 \cdot C_{l\delta_r} + \Gamma \cdot C_{n\delta_r}$
$\Gamma_6 = \frac{J_{xz}}{\Gamma}$	Modelos lineares	Modelos não-lineares	
$\Gamma_7 = \frac{J_{xx} \cdot (J_{xx} - J_{yy}) + J_{xz}^2}{\Gamma}$	$C_{L_{linear}}(\alpha) = C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha$	$C_{L_{linear}}(\alpha) = (1 - \sigma(\alpha)) \cdot (C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha) + \left\{ \sigma(\alpha) \cdot \left[ 2 \cdot \text{sign}(\alpha) \cdot \sin(\alpha)^2 \cdot \cos(\alpha) \right] \right\}$	
$\Gamma_8 = \frac{J_{xx}}{\Gamma}$	$C_{D_{linear}}(\alpha) = C_{D0} + C_{D\alpha} \cdot \alpha$	$C_{D_{linear}}(\alpha) = \frac{C_L^2}{\pi \cdot e \cdot f \cdot AR}$	

Essas variáveis são mapeadas de acordo com a Eq. (19), que estabelece uma combinação entre  $\delta_{er}$  e  $\delta_{el}$ , e que ora assumem o perfil de *elevator*/profundor (arfagem), ora o perfil de *aileron* (rolamento) ou até mesmo o perfil de leme (guinada).

O ângulo de ataque  $\alpha$  é definido com sendo o ângulo formado entre a velocidade resultante no referencial local  $V_a$  e o eixo  $x_b$ , considerando o plano  $x_b - z_b$ , sendo determinado utilizando a expressão  $\alpha = \tan^{-1}(w_a/u_a)$ , quando o ângulo de derrapagem  $\beta$  é nulo. O ângulo de derrapagem  $\beta$  é definido com sendo o ângulo formado entre a velocidade resultante no referencial local  $V_a$  e o eixo  $x_b$ , considerando o plano  $x_b - y_b$ , sendo determinado por  $\beta = \tan^{-1}(v_a/u_a)$ , quando  $\beta$  é diferente de zero.

Compreender como a resposta à dinâmica do VANT é fundamental para o desenvolvimento dos controladores eficientes. Por isso é realizada a análise de sensibilidade do modelo às variáveis de entrada, permitindo investigar os efeitos que determinadas alterações nos parâmetros do modelo causariam na solução ótima (Belfiore e Fávero (2013)). Ao se aplicar esta metodologia ao estudo do comportamento de VANTs torna-se possível verificar o impacto que as variáveis (torque do motor e deflexões das superfícies de controle) têm no comportamento do sistema, permitindo a observação de aspectos particulares inerentes ao voo.

## 2.2. Materiais e Métodos

Com base nas equações dinâmicas apresentadas, em conjunto com os coeficientes aerodinâmicos, os parâmetros aeronáuticos iniciais, as matrizes de inércia e os dados geométricos fundamentais, foi possível implementar uma rotina de simulação do referido sistema com o auxílio do *software* de modelagem computacional simbólica Mathematica®.

Através da rotina implementada foram calculados os coeficientes derivados, os produtos de inércia, bem como a polar de arrasto e o coeficiente de sustentação máxima. Em seguida, são aplicados todos os coeficientes aerodinâmicos, parâmetros de massa, geometria e inércia e monta o sistema de equações diferenciais para estudo da cinemático e dinâmico.

O sistema de equações diferenciais acopladas é resolvido, obtendo-se assim as equações de movimento para a aeronave, bem como os esforços sobre a superfície de controle, solucionados no domínio do tempo através do método de integração numérica Runge-Kutta de 4ª ordem, estando suas soluções condicionadas a cada caso a ser estudado.

As condições iniciais admitidas para as soluções das equações diferenciais foram de que a aeronave se encontra a uma altitude de 2 m e inclinada de 0,4 rad com a horizontal, no momento de seu lançamento, a uma velocidade inicial de 1,5  $v_{estol}$  ( $v_{estol} = 8,1429$  m/s). Após a obtenção das soluções, são analisadas as sensibilidades aos parâmetros de controle, tendo por limitação o curso dos *elevons* e a velocidade máxima da aeronave, respectivamente -0,75 a 0,6 rad e 40 m/s.

### 2.2.1 Dados geométricos fundamentais, inércia e massa específica e eficiência do motor e da asa

Os dados construtivos de maior relevância para a modelagem cinemática e dinâmica do VANT (Tab. 2) compreendem os dados geométricos, de inércia e massa específica, levantados experimentalmente por Platanitis e Scharayev (2005) McLain e Bear (2012) e compreendem as constantes para a área da superfície externa da aeronave ( $S$ ), a envergadura ( $b$ ), a corda média ( $c$ ), a área da superfície do propulsor ( $S_{prop}$ ), a massa específica ( $\rho$ ), os momentos de inércia ( $J_x, J_y, J_z$ ) e os produto de inércia ( $J_{xz}, J_{xy}, J_{yz}$ ). Da mesma maneira relaciona-se o fator de eficiência de Oswald ( $ef$ ), a constante de transição ( $M$ ), o ganho de velocidade angular e o ganho de velocidade linear fornecido pelo motor ( $k_{Tp}, k_{motor}$ ), assim como a constante de corte ( $\alpha_0$ ).

**Tabela 2. Parâmetros físicos da aeronave**

$J_x = 0,115 \text{ kg m}^2$	$J_z = 0,17 \text{ kg m}^2$	$k_{Tp} = 0$	$J_{xy} = J_{yz} = 0$	$b = 1,42 \text{ m}$	$\alpha_0 = 0,47$	$ef = 0,9$	$S_{prop} = 0,03 \text{ m}^2$
$J_y = 0,057 \text{ kg m}^2$	$J_{xz} = 0,0015 \text{ kg m}^2$	$k_{\Omega} = 0$	$k_{motor} = 20$	$c = 0,33 \text{ m}$	$S = 0,26 \text{ m}^2$	$M = 50$	$\rho = 1,27 \text{ kg/m}^3$

### 2.2.2 Coeficientes Aerodinâmicos

Os coeficientes aerodinâmicos apresentados na Tabela 3 (McLain e Bear (2012)) expressam o comportamento aerodinâmico do perfil da asa da aeronave tanto em relação ao seu eixo longitudinal quanto ao eixo lateral ou transversal, podendo ser estimados por métodos empíricos ou por metodologias que combinem métodos analíticos e numéricos que a posteriori são validados em experimentos utilizando túnel de vento (Platanitis e Scharayev (2005)).

**Tabela 3. Coeficientes aerodinâmicos do perfil da asa da aeronave**

$C_{L0} = 0,09167$	$C_{l\alpha} = 3,5016$	$C_{lq} = 2,8932$	$C_{l\beta} = - 0,02854$	$C_{l\delta_e} = 0,2724$	$C_{l\delta_a} = 0,1682$
$C_{d0} = 0,01631$	$C_{y\beta} = - 0,07359$	$C_{lp} = - 0,3209$	$C_{m\alpha} = - 0,5675$	$C_{lr} = 0,03066$	$C_{prop} = 1,0$
$C_{m0} = - 0,02338$	$C_{d\alpha} = 0,2108$	$C_{mq} = - 1,399$	$C_{np} = - 0,01297$	$C_{m\delta_e} = - 0,3254$	$C_{d\delta_e} = 0,3045$
$C_{y\delta_r} = C_{y\delta_a} = C_{l0} = C_{d0} = C_{y0} = C_{yr} = C_{r\delta_r} = C_{yp} = C_{p\delta_r} = C_{n0} = 0$		$C_{dp} = 0,0254$	$C_{n\delta_a} = - 0,00328$	$C_{nr} = 0,00434$	$C_{n\beta} = - 0,0004$

## 2.3. Análise de Sensibilidade

Com o objetivo de investigar os efeitos que determinadas alterações nos parâmetros de um determinado modelo causam na sua solução ótima, a análise de sensibilidade aplicada à modelagem de um VANT visa avaliar os efeitos provocados nas soluções, permitindo a determinação de valores ótimos para as variáveis. O foco da análise é a realização de um estudo global do comportamento do VANT, a partir das variáveis de entrada do sistema de equações, sendo elas o torque fornecido pelo propulsor e as deflexões das superfícies de controle.

No primeiro caso foi considerada a variação do comando de torque do propulsor mantendo-se nula a deflexão dos *elevons* ( $\delta\epsilon_r = \delta\epsilon_l = 0$ ). Já no segundo caso, foi considerada a variação simétrica das deflexões dos *elevons* ( $\delta\epsilon_r = \delta\epsilon_l \neq 0$ ), mantendo-se o torque  $\delta t$  em valores fixos predefinidos. No terceiro caso varia-se uma das deflexões de controle dos *elevons*, mantendo-se a outra deflexão fixa em zero, enquanto o torque é mantido fixo em valores predefinidos.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Partindo das equações de movimento apresentadas nas equações Eq.1 a Eq.18 e os coeficientes apresentados nas tabelas Tab.2 e Tab.3, se optou por realizar o estudo de sensibilidade do sistema tanto ao torque fornecido, avaliado em porcentagens do torque total, bem como à variação das deflexões nas superfícies de controle. Foram avaliadas tanto a sensibilidade das características cinemáticas (componentes de velocidade -  $\dot{p}_n$ ,  $\dot{p}_e$ ,  $\dot{h}_z$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$  e  $\dot{\psi}$ ), quanto a sensibilidade das características dinâmicas do sistema (forças e momentos aerodinâmicos -  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $L$ ,  $M$  e  $N$ ).

#### 3.1. Avaliação do Modelo Matemático

A avaliação do modelo matemático que simula um sistema complexo como o VANT torna-se muito mais direta quando é feita através da análise de sensibilidade do modelo às variáveis de interesse. Na Figura 2 é apresentada a trajetória do VANT, gerada a partir do modelo matemático proposto, considerando como variáveis de entrada o torque máximo fornecido e as deflexões nulas das superfícies de controle, para uma situação de lançamento simples. Para as dadas condições iniciais e de contorno, obtém-se as características cinemáticas apresentadas nas Fig. 3 a Fig. 8 e os esforços aerodinâmicos com relação ao centro de massa da aeronave, nas Fig. 9 a Fig. 15.

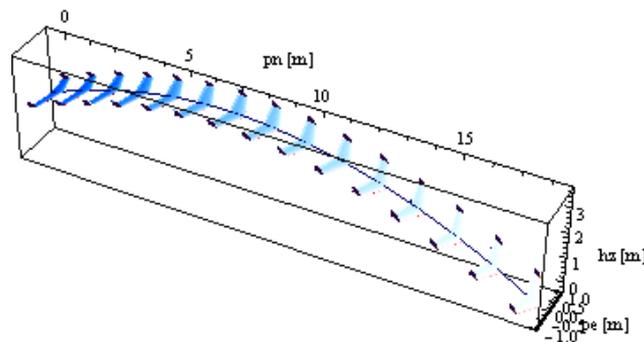


Figura 2. Trajetória do VANT, para torque máximo e deflexão nula dos *elevons* ( $\delta t=1$ ,  $\delta\epsilon_r = \delta\epsilon_l = 0$ )

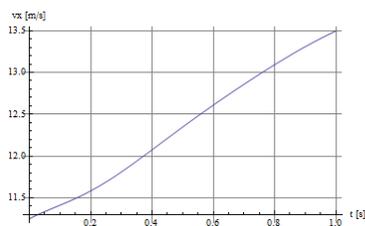


Figura 3. Velocidade  $\dot{p}_n$

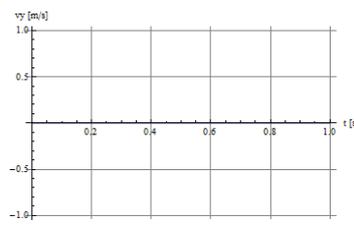


Figura 4. Velocidade  $\dot{p}_e$

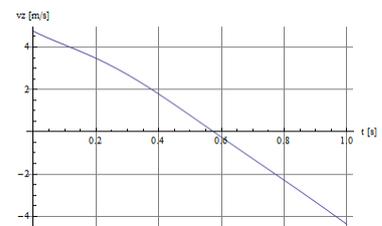


Figura 5. Velocidade  $\dot{h}_z$

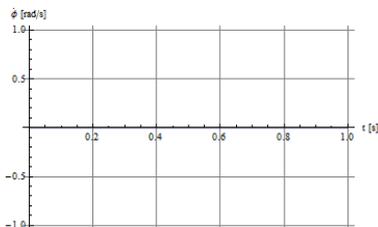


Figura 6. Velocidade  $\dot{\phi}$

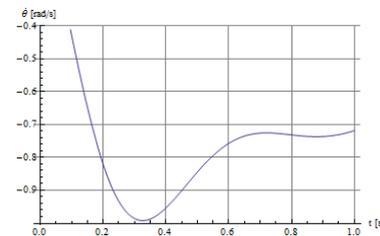


Figura 7. Velocidade  $\dot{\theta}$

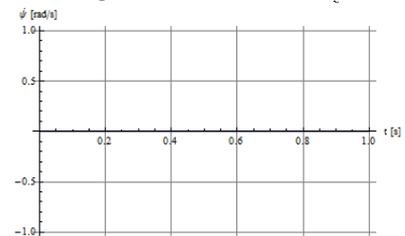


Figura 8. Velocidade  $\dot{\psi}$

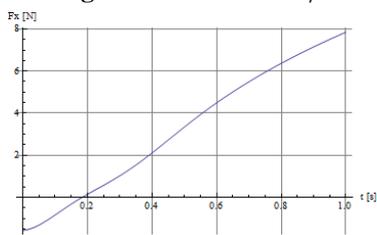


Figura 9. Força X

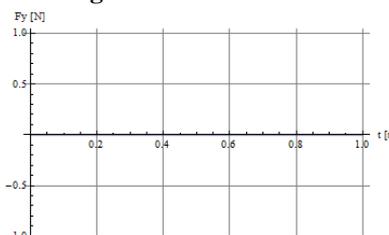


Figura 10. Força Y

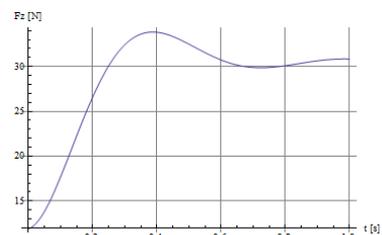


Figura 11. Força Z

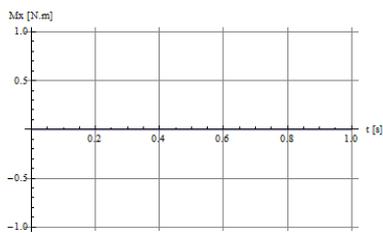


Figura 12. Momento L

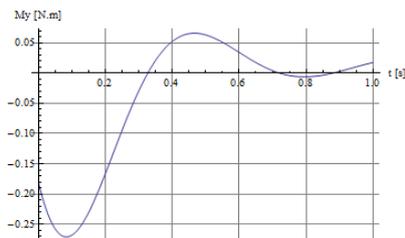


Figura 13. Momento M

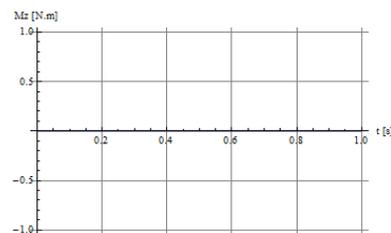


Figura 14. Momento N

Observando os resultados apresentados da Fig. 3 a Fig. 14, ainda que seja possível realizar uma análise específica para a trajetória apresentada na Fig. 2, não é possível ter o conhecimento do sistema como um todo, assim como também não é simples definir parâmetros ótimos e uma estratégia de controle mais adequada para o VANT. O estudo não parametrizado, baseado em valores fixos das variáveis de entrada, impede o reconhecimento de valores críticos ao comportamento do sistema, o que só se torna possível a partir de uma análise global.

Neste trabalho, a metodologia usada na avaliação global do comportamento do VANT é a análise de sensibilidade do modelo matemático proposto. Esta metodologia permite que um estudo parametrizado do comportamento do modelo seja realizado com base nas variáveis de entrada ( $\delta r$ ,  $\delta \ell$ ,  $\delta t$ ), mesmo com a complexidade do sistema modelado e a quantidade de variáveis envolvidas.

### 3.2. Sensibilidade da velocidade ao torque

A suscetibilidade do modelo ao torque fornecido por seu propulsor é um dos principais focos de estudo tanto para o projeto aerodinâmico e estrutural do VANT, quanto para a determinação da autonomia de energia e estratégia de controle a ser utilizada. Sendo o propulsor o único responsável pelo fornecimento da energia necessária à movimentação da aeronave, o estudo foi realizado variando-se o torque e mantendo as deflexões nulas dos *elevons*.

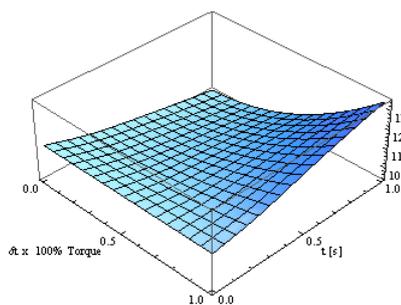


Figura 15. Velocidade  $\dot{p}_n$

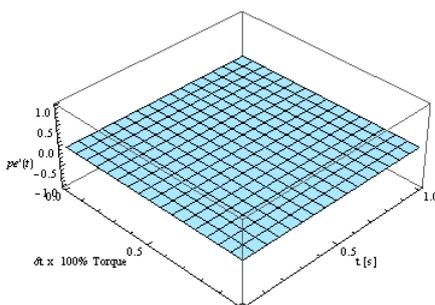


Figura 16. Velocidade  $\dot{p}_e$

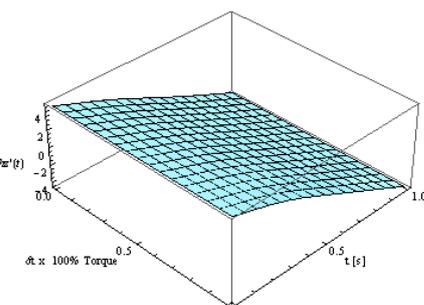


Figura 17. Velocidade  $\dot{h}_z$

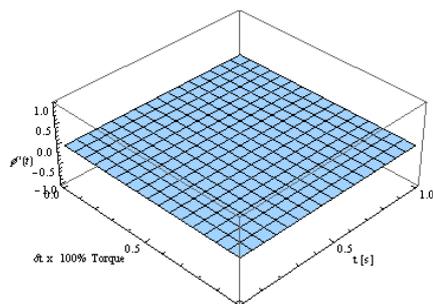


Figura 18. Velocidade  $\dot{\phi}$

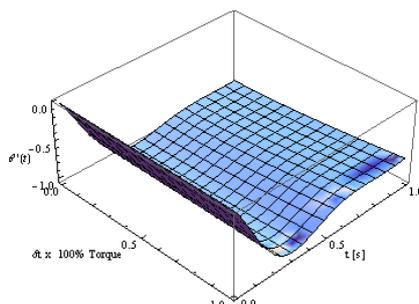


Figura 19. Velocidade  $\dot{\theta}$

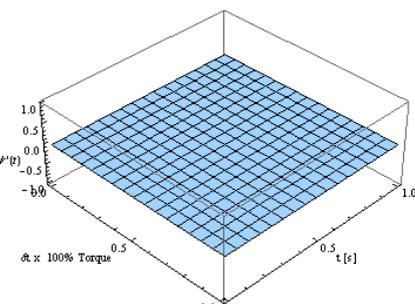


Figura 20. Velocidade  $\dot{\psi}$

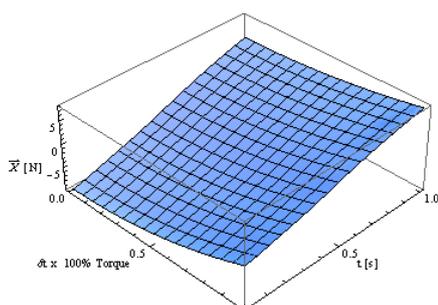


Figura 21. Força X

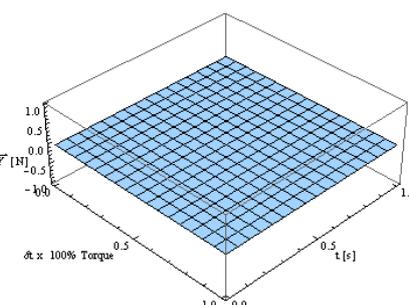


Figura 22. Força Y

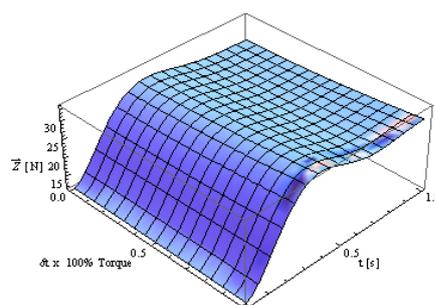


Figura 23. Força Z

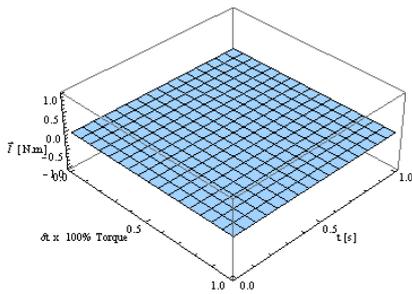


Figura 24. Momento L

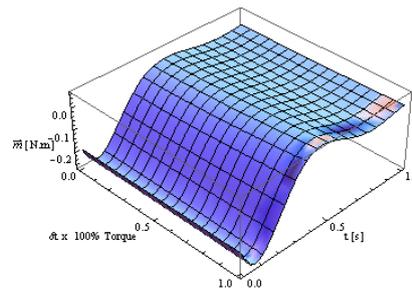


Figura 25. Momento M

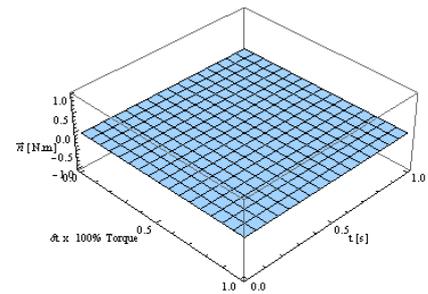


Figura 26. Momento N

Nos gráficos contidos nas Fig.15 a Fig.17 são apresentadas as sensibilidades das componentes de velocidade do VANT à variação do torque. Como esperado, a componente de velocidade mais sensível às variações de torque é a componente que se encontra na mesma direção do empuxo do motor, ou seja, a componente  $\dot{p}_n$ , sendo as demais componentes pouco sensíveis à variação do torque. Com as condições utilizadas para a trajetória da Fig. 2 a variação do torque implica em uma diferença de até 3 metros no alcance da aeronave, sendo a condição de torque máximo aquela que resulta em maior alcance.

Diferente das velocidades lineares, as velocidades angulares não sofrem grandes influências da variação de torque, como observado nos gráficos das Fig.18 a Fig.20.

A variação do torque neste caso, onde a variação dos *elevons* é nula, não causam grandes variações das forças e momentos aerodinâmicos sobre o VANT no período de tempo analisado. É possível que em estágios subsequentes, ou seja, em intervalos de tempo superiores ao tempo de 1 s esta influência se torne mais significativa.

### 3.3. Sensibilidade da velocidade à deflexão simétrica das superfícies de controle

Neste caso, o torque fornecido pelo propulsor terá o seu valor fixado em 100 % e as deflexões dos *elevons* variadas de -0,75 a 0,6 rad.

A sensibilidade do modelo à deflexão das superfícies de controle, quando variadas de forma simétrica ( $\delta_{er} = \delta_{el} \neq 0$ ), demonstrou ser mais significativa para as forças e momentos aerodinâmicos do que para as componentes velocidades.

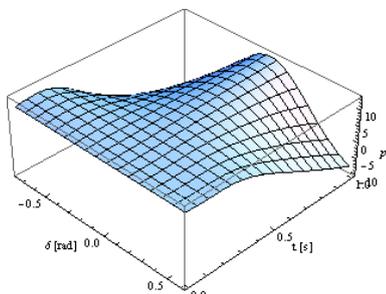


Figura 27. Velocidade  $\dot{p}_n$

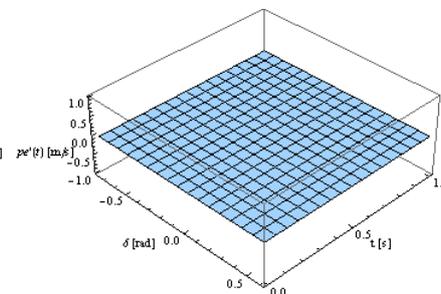


Figura 28. Velocidade  $\dot{p}_e$

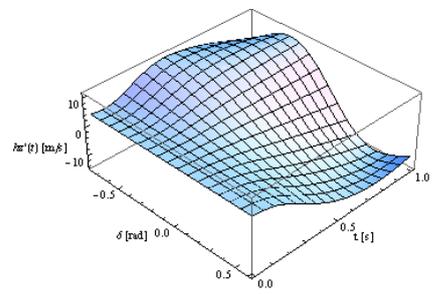


Figura 29. Velocidade  $\dot{h}_z$

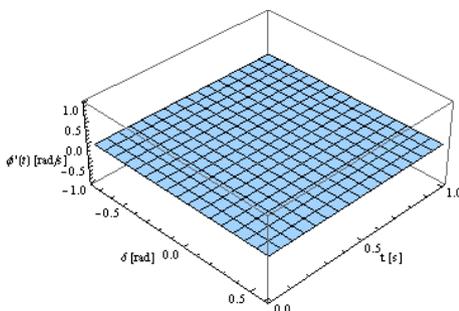


Figura 30. Velocidade  $\dot{\phi}$

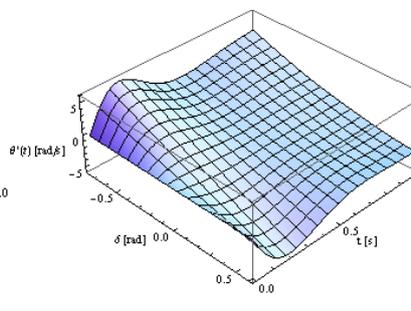


Figura 31. Velocidade  $\dot{\theta}$

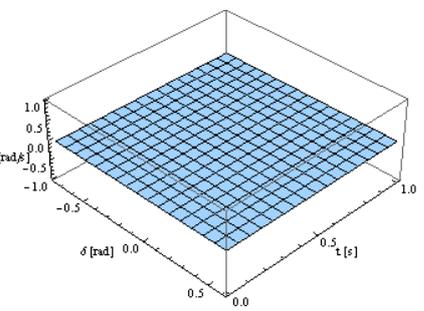


Figura 32. Velocidade  $\dot{\psi}$

Na Figura 33 é apresentada a força aerodinâmica  $X$ , onde pode ser observado que para as variações da deflexão, na porção correspondente à deflexão negativa, ou seja, na porção correspondente a ascensão da aeronave, as variações ao longo do tempo são mais significativas por haverem mudanças de direção nesta componente.

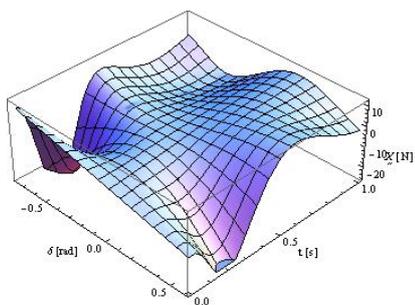


Figura 33. Força X

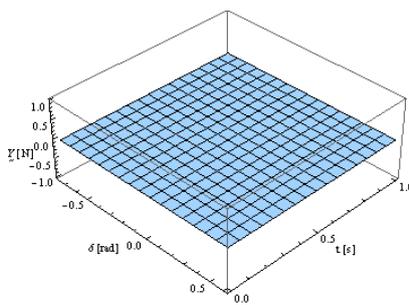


Figura 34. Força Y

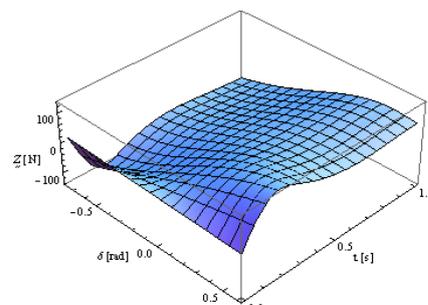


Figura 35. Força Z

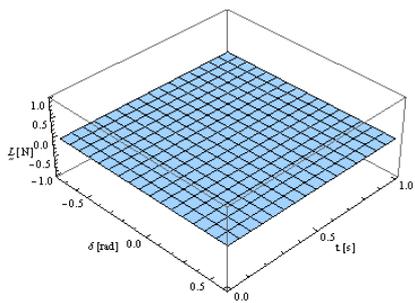


Figura 36. Momento L

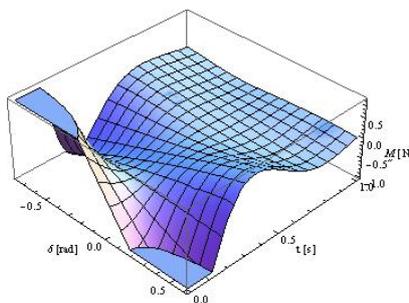


Figura 37. Momento M

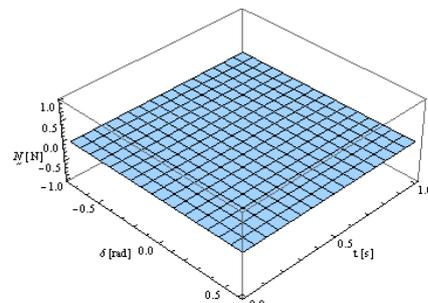


Figura 38. Momento N

A força aerodinâmica  $Z$ , apresentada na Fig. 35, assim como o momento aerodinâmico  $M$  com relação ao centro de massa da aeronave, apresentado na Fig. 37, apresentam o mesmo módulo para deflexão negativa quanto para a deflexão positiva dos *elevons*, sendo antissimétricas com respeito ao plano das deflexões nulas.

### 3.4. Sensibilidade da velocidade à deflexão assimétrica das superfícies de controle

Neste caso, o torque terá o seu valor fixado em 100% e uma das deflexões dos *elevons* (isto é, ou *elevon* direito ou *elevon* esquerdo) será variado no intervalo de -0,75 a 0,6 rad enquanto o outro é mantido com deflexão nula.

A sensibilidade do modelo à deflexão assimétrica das superfícies de controle ( $\delta_{er} \neq \delta_{el}$ ) demonstrou ser significativa em todos os componentes apresentados.

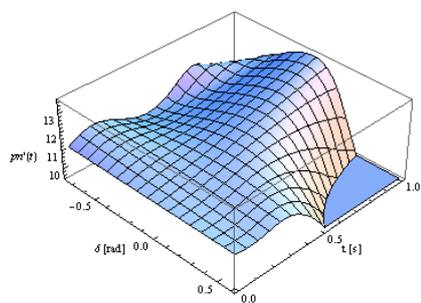


Figura 39. Velocidade  $\dot{p}_n$

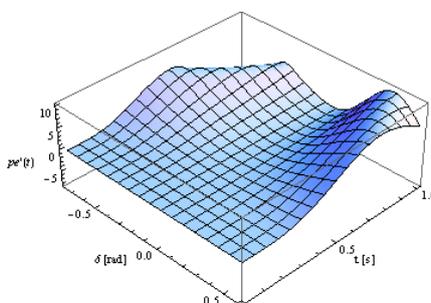


Figura 40. Velocidade  $\dot{p}_e$

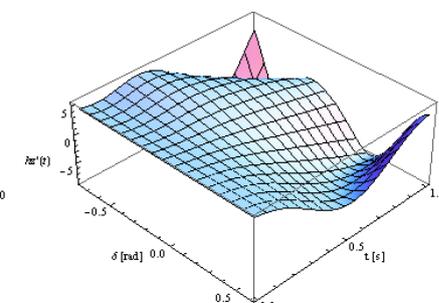


Figura 41. Velocidade  $\dot{h}_z$

Ocorreram variações em todas as componentes de velocidade, o que revela a influência das deflexões  $\delta_{er} \neq \delta_{el}$  sobre as componentes.

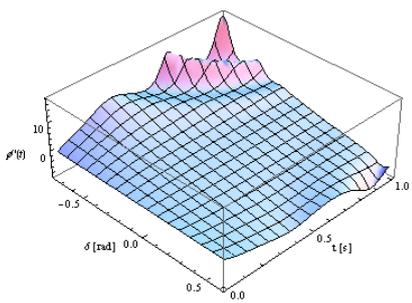


Figura 42. Velocidade  $\dot{\phi}$

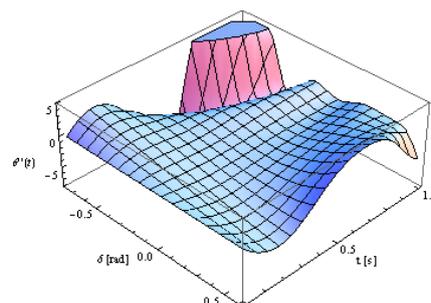


Figura 43. Velocidade  $\dot{\theta}$

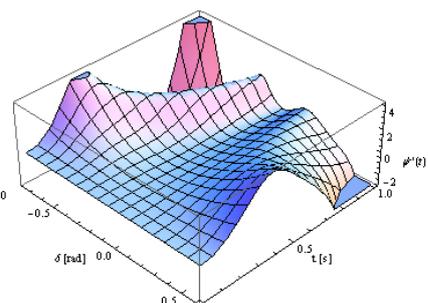


Figura 44. Velocidade  $\dot{\psi}$

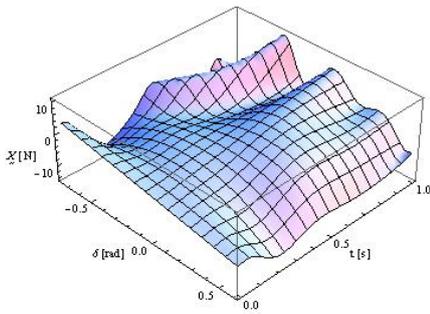


Figura 45. Força X

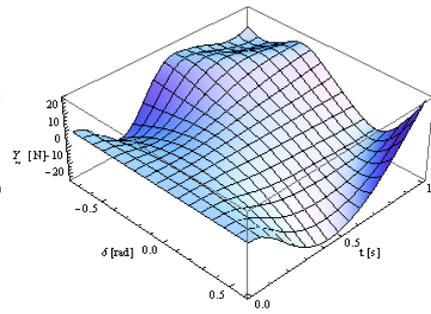


Figura 46. Força Y

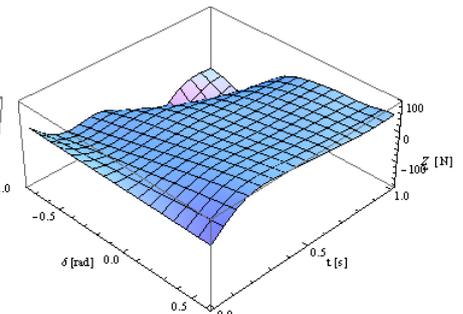


Figura 47. Força Z

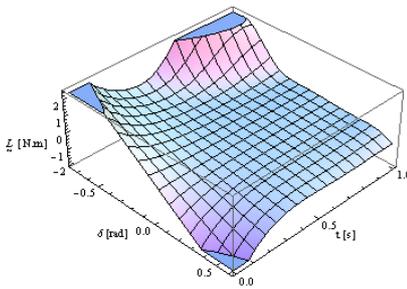


Figura 48. Momento L

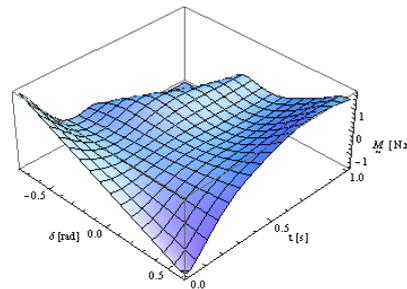


Figura 49. Momento M

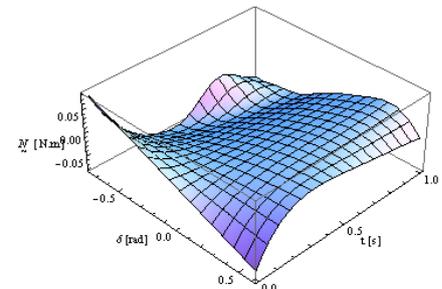


Figura 50. Momento N

Para verificar a complexidade destas soluções, é possível construir uma trajetória a partir de um conjunto de entradas. Levando-se em consideração as entradas dos parâmetros conforme a Figura 51, é possível plotar uma trajetória conforme a Figura 52.

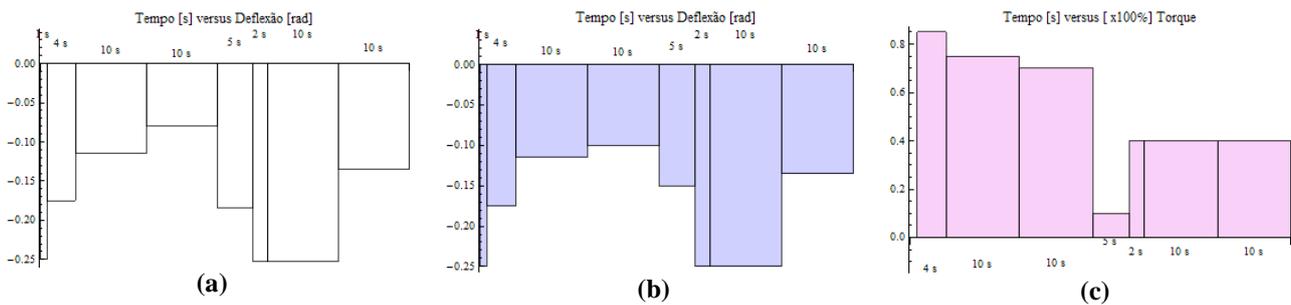


Figura 51. Variáveis de controle em estágios: (a)  $\delta_{er}$ , (b)  $\delta_{el}$  e (c)  $\delta_i$  ao longo tempo.

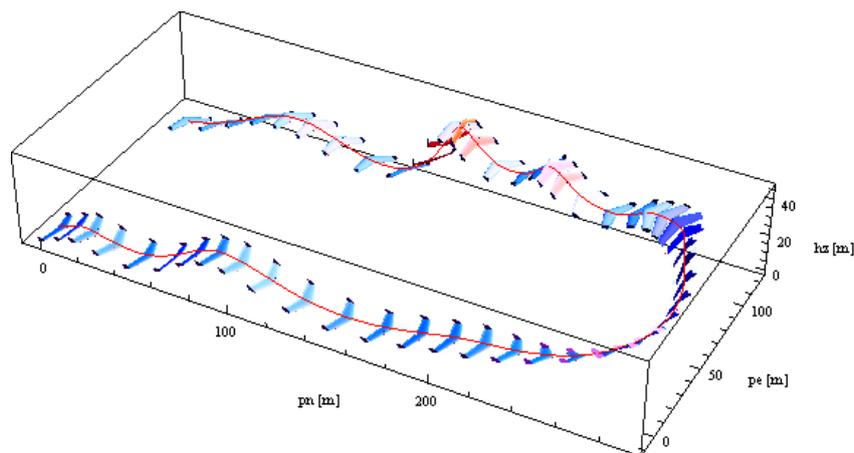


Figura 52. Trajetória gerada com a partir das variáveis de controle.

#### 4. CONCLUSÕES

Os gráficos apresentados neste trabalho compreendem apenas o período imediatamente após o lançamento até 1 segundo de voo da plataforma, e têm como objetivo apenas apresentar a metodologia de análise de sensibilidade como forma de conhecimento do comportamento global do sistema. Um estudo mais completo exigiria a consideração de novos estágios de controle, como aqueles apresentados na Fig. 51, que resultam na trajetória apresentada na Fig. 52.

Na prática, o estágio apresentado no artigo seria a fase de ajuste do controle do veículo. Nesta fase o piloto ajusta os comandos do rádiocontrolador aos cursos dos *elevons* (atuados por servo-motores).

Simulações de trajetória com o mesmo modelo revelam que esse tipo de asa é pouco estável e se faz necessário uma malha de controle altamente integrada e em tempo real. Tomando por base os 1° e 2° casos não é possível permanecer por muito tempo com a mesma deflexão dos *elevons*, sob o risco de se perder a controlabilidade da aeronave, que é muito dependente da definição dos coeficientes aerodinâmicos.

A análise de sensibilidade permitiu verificar a forte dependência dos coeficientes aerodinâmicos e dos parâmetros de entrada, além da dependência do conjunto de valores iniciais para a solução do conjunto de equações diferenciais que expressam a solução de cada parâmetro cinemático ou dinâmico avaliado.

Por conveniência, as simulações foram limitadas ao intervalo de -0,75 a 0,6 rad, já que os testes com o intervalo de -0,75 a 0,75 rad não se mostraram eficazes para gerar os resultados em todas as circunstâncias analisadas, principalmente nas combinações assimétricas. A combinação assimétrica dos *elevons* permite a execução de curvas ou movimentos de rolagem no eixo  $x_b$  no referencial local. Esse ajuste é uma prática muito comum entre os usuários e pilotos de aeronaves desse tipo, que o fazem ajustando esses limites em diferentes proporções, isto é,  $(|-\delta_{er}| = |-\delta_{el}|) > (|+\delta_{er}| = |+\delta_{el}|)$ .

As condições iniciais exercem grande influência nos primeiros momentos do voo e servem de base para a manutenção do mesmo. Se for mantido o ângulo de inclinação de 0,4 rad (22,93°), imprimindo uma deflexão simétrica nos *elevons* de cerca de -0,25 rad (-14,32°) e o motor desligado, em 1,5 s a aeronave alcança 6 m de altitude ( $h_z$ ), podendo alcançar até 25 m de distância ( $p_n$ ), após 3 s. Simulações mostraram que aumentando a inclinação inicial de 0,4 rad para 0,75 rad faz com que a aeronave alcance altitudes maiores, da ordem de 20 m.

O modelo atendeu as expectativas como pôde ser demonstrado a partir da trajetória exemplificada na Figura 52.

## 5. REFERÊNCIAS

- Beard, Randal W., McLain, Timothy W., 2011, “Small Unmanned Aircraft – Theory and Practice”, Princenton University Press, Princenton and Oxford, 1st ed.
- Belfiore, P., Fávero, Luiz P., 2013, “Pesquisa Operacional para cursos de Engenharia”, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1ª ed.
- Nelson, R. C., 1989, “Flight stability and automatic control”, McGraw Hill Book Company.
- Platanitis, G., Shkarayev, S., 2005, “Integration of an Autopilot for a Micro Air Vehicle”, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Arlington, Virginia.
- Rodrigues, L. E. M. J., 2009, “Fundamentos de Engenharia Aeronáutica”, vol 1 e 2, [http://www.engbrasil.eng.br/index\\_arquivos/Page739.htm](http://www.engbrasil.eng.br/index_arquivos/Page739.htm), acessado em 28/02/14.
- Romano, Vitor F., 2002, “Robótica Industrial”, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1ª ed.

## 6. RESPONSABILIDADE AUTORAL

“O(s) autor(es) é(são) o(s) único(s) responsável(is) pelo conteúdo deste trabalho”.

# SENSITIVITY ANALYSIS FOR THE DYNAMIC MODEL OF A FLYING WING UAV TYPE

Fabio Pinheiro Cardoso, [fabiopinheirocardoso@yahoo.com.br](mailto:fabiopinheirocardoso@yahoo.com.br)<sup>1</sup>

Fabricao Lopes e Silva, [fabrious@gmail.com](mailto:fabrious@gmail.com)<sup>2</sup>

Max Suell Dutra, [max@mecanica.coppe.ufrj.br](mailto:max@mecanica.coppe.ufrj.br)<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dpto. de Eng. Mecânica da POLI-UFRJ /Arsenal de Guerra do Rio - Exército Brasileiro

<sup>2</sup>Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - Campus Nova Iguaçu

<sup>3</sup>PEM - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia - COPPE/UFRJ

**Abstract.** *The kinematic and dynamic modeling of Unmanned Aerial Vehicles (UAV) enables one to understand their behavior and thus implement efficient control algorithms, extending the benefits of this platform. The purpose of this paper is to discuss the kinematic and dynamic modeling of a flying wing UAV type, based on the sensitivity analysis of their kinematic and dynamic model to the variation of the control surfaces deflection as well as the variation of the propeller's supplied torque. In this study the vehicle's trajectory from launch to its landing is considered. The obtained results allowed the observation of specific situations of flight as well as the observation of phenomena that occur in practice in the use of these platforms, the stimulus caused by the deflection of the control surfaces, based on the aspects of flight on takeoff, level flight in turn and landing.*

**Keywords:** dynamic model, mobile robotics, unmanned aerial vehicle