

SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS SOBRE DEGRAU USANDO OS MÉTODO PSEUDO-ESPECTRAL DE FOURIER ACOPLADO COM O MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA

Felipe Pamplona Mariano, fpmariano@mecanica.ufu.br
Leonardo de Queiroz Moreira, lqmoreira@mecanica.ufu.br
Aristeu da Silveira Neto, aristeus@mecanica.ufu.br

Universidade Federal de Uberlândia - UFU
Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC
Laboratório de Mecânica dos Fluidos - MFLab
Av: João Naves de Ávila, 2121
Campus Santa Mônica, Bl: 5P
CEP: 38400-902 Uberlândia-MG-Brasil
Fone: (34) 3239-4040 / Fax: (34) 3239-4042

Resumo. Simulação sobre um degrau (*backward facing step*) é um problema teste muito utilizado na Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC). O degrau é uma geometria simples e, ao mesmo tempo, contempla a formação de estruturas turbilhonares, geração de recirculações, descolamento e recolamento da camada limite. Devido a essas características ele é utilizado neste artigo com o intuito de testar um novo método, à números de Reynolds moderados, mas altamente instável e não linear. Este método é um acoplamento entre o método pseudo-espectral de Fourier, empregado na discretização das equações de Navier-Stokes e o método da fronteira imersa para representar as condições de contorno do problema. Este método, proposto originalmente pelos autores do presente artigo e apresentado por Mariano et al. (2010) foi denominado IMERSEPEC.

1. INTRODUÇÃO

Escoamento sobre um degrau é um problema teste muito estudado na Mecânica dos Fluidos por experimentalistas (Eaton e Johnston, 1980; Lee e Mateescu, 1998) e numericistas (Gartling, 1990; Siveira-Neto et al. 1993; Martinez, 2005), devido a sua simples configuração geométrica e, ao mesmo tempo, as características que o escoamento apresenta, principalmente, com relação ao ponto de recolamento da camada limite. Quando o escoamento torna-se turbulento aparecem estruturas turbilhonares e recirculações que deixam o escoamento instável.

No presente artigo é proposto simular o escoamento sobre um degrau utilizando a metodologia denominada IMERSEPEC, Mariano et al. (2010). Esta metodologia propõe resolver as equações incompressíveis de Navier-Stokes utilizando o método pseudo-espectral de Fourier (MPEF) em todas as direções. Consegue-se atingir uma alta ordem de precisão e de convergência numérica com um custo computacional, relativamente, baixo quando comparado a outros métodos de alta ordem, Canuto et al. (2006).

Por outro lado, uma vez que o MPEF requer condições de contorno periódicas, é utilizada a metodologia da fronteira imersa (Peskin, 2; Lima e Silva, 2003) para representar as condições de contorno do problema proposto. Além disso, é possível representar escoamentos sobre geometrias complexas e/ou móveis de forma muito eficiente, já que o domínio onde o escoamento é resolvido é cartesiano e fixo.

Nos trabalhos de Mariano et al. (2007) e Mariano et al. (2010) o IMERSEPEC foi utilizado para resolver problemas a baixos números de Reynolds em regime laminar. No presente trabalho objetivou-se aumentar o número de Reynolds e trabalhar com escoamentos instáveis e complexos.

2. METODOLOGIA PROPOSTA

Nesta seção, primeiramente, será apresentada a transformação das equações de Navier-Stokes incompressíveis para o espaço espectral de Fourier, mostrando as vantagens e desvantagens do método espectral de Fourier. Na sequência, o método da fronteira imersa será introduzido, o qual é necessário para compreender como as condições de contorno são impostas na metodologia proposta.

2.1. Método pseudo-espectral de Fourier

Dada as equações de Navier-Stokes, Eq. (1), para escoamentos incompressíveis, de fluidos newtonianos, sem transferência de calor e com propriedades físicas constantes e a equação da continuidade, Eq. (2):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2)$$

onde $\frac{\partial p}{\partial x_l} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x_l}$; p^* é a pressão estática em $[N/m^2]$; u_l é a velocidade na direção l em $[m/s]$; $f_l = \frac{f_l^*}{\rho}$; f_l^* é o termo fonte de força em $[N/m^3]$; ρ é a massa específica em $[kg/m^3]$; ν é a viscosidade cinemática em $[m^2/s]$.

Do trabalho de Briggs e Henson (1995), define-se a transformada de Fourier das variáveis de interesse como:

$$\hat{u}_l(\vec{k}, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} u_l(\vec{x}, t) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} d\vec{x}, \quad (3)$$

$$\hat{p}(\vec{k}, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} p(\vec{x}, t) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} d\vec{x}, \quad (4)$$

onde $i = \sqrt{-1}$ é o número complexo, \vec{k} é o vetor número de onda e (^) significa que a variável está no espaço espectral de Fourier.

Aplicando a transformada de Fourier sobre a Eq. (2), mais as propriedades das transformadas de Fourier sobre o operador derivada obtém-se:

$$ik_j \hat{u}_j = 0. \quad (5)$$

Sabe-se que, se o produto escalar entre dois vetores é nulo, então ambos devem ser ortogonais entre si. Portanto, observando a Eq. (5), tem-se que o vetor número de onda, \vec{k} , é ortogonal ao campo de velocidade transformada $\hat{\vec{u}}$. Define-se então, um plano perpendicular ao vetor número de onda, \vec{k} , denominado plano π , no qual qualquer campo vetorial é de divergente nulo. Portanto, o vetor velocidade transformado, $\hat{\vec{u}}$, pertence ao plano π . O próximo passo é transformar a Eq. (1) para o espaço espectral de Fourier,

$$\frac{\partial \hat{u}_l}{\partial t} + ik_j \widehat{(u_l u_j)} = -ik_l \hat{p} - \nu k^2 \hat{u}_l + \hat{f}_l, \quad (6)$$

onde k^2 é a norma ao quadrado do vetor número de onda.

A Eq. (6) pode ser manipulada matematicamente, a fim de desacoplar o campo de pressão do campo de velocidade. Para entender esse procedimento, cada um dos termos transformados é relacionado com o plano π (Mariano, 2007) e, posteriormente, é aplicado o operador de projeção sobre esses termos.

Tanto os termos da taxa de variação da quantidade de movimento linear, quanto o termo de difusão, pertencem ao plano π . Já o gradiente de pressão é colinear ao vetor número de onda, sendo, portanto ortogonal ao plano π . No termo advectivo aparece uma transformada do produto entre duas funções, gerando uma integral de convolução:

$$ik_j \widehat{(u_l u_j)}(\vec{k}) = ik_j \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \hat{u}_l(\vec{r}) \hat{u}_j(\vec{k}-\vec{r}) d\vec{r}, \quad (7)$$

onde $\vec{k} = \vec{r} + \vec{s}$, fornece as interações triádicas não lineares entre os vetores número de onda \vec{k} , \vec{r} e \vec{s} .

Dessa forma, não se sabe qual é a posição do termo advectivo sobre o plano π , além disso, também não se pode afirmar nada sobre a posição do termo fonte, \hat{f}_l .

Manipulando a Eq. (6) é possível desacoplar o gradiente de pressão das equações de movimento. Esse procedimento é a grande vantagem de se trabalhar com as equações de Navier-Stokes no espaço espectral de Fourier, uma vez que não é preciso resolver a equação de Poisson para a pressão. Em metodologias convencionais como diferenças finitas e volumes finitos deve-se resolver o sistema linear para fechar o balanço de massa, esse procedimento é substituído por um produto vetor-matriz quando se trabalha no espaço espectral de Fourier.

O procedimento para que o campo de pressão seja desacoplado do campo de velocidade consiste em, primeiramente, separarem-se os termos que pertencem ao plano π dos demais:

$$\underbrace{\left[\frac{\partial \hat{u}_l}{\partial t} + \nu k^2 \hat{u}_l \right]}_{\in \pi} + \left[ik_j \widehat{(u_l u_j)} - \hat{f}_l + ik_l \hat{p} \right] = 0. \quad (8)$$

Observando a Eq. (8) e sabendo-se que a soma do termo transiente com o termo difusivo pertence ao plano π , então, tem-se que a soma do termo não-linear com o gradiente de pressão e com o termo fonte também deve pertencer ao plano π , pois a soma de todos os termos é nula. O próximo passo é definir o tensor projeção:

$$\overline{\overline{\varrho}}_{jl}(\vec{k}) = \delta_{jl} - \frac{k_j k_l}{k^2}, \quad (9)$$

onde:

$$\delta_{jl} = \begin{cases} 1 & \text{se } l = j \\ 0 & \text{se } l \neq j \end{cases} \quad (10)$$

é o delta de Kronecker.

O tensor projeção ($\overline{\overline{\varrho}}$) projeta qualquer vetor sobre o plano π . Voltando a Eq. (8), especificamente destacando o segundo colchete apresentado nesta equação:

$$\left[ik_j \widehat{(u_l u_j)} - \hat{f}_l + ik_l \hat{p} \right] \in \pi. \quad (11)$$

Conclui-se que a soma dos termos apresentados na Eq. (11) pertence ao plano π , podendo-se, então, reescrever a equação da seguinte forma:

$$\left[ik_j \widehat{(u_l u_j)} + ik_l \hat{p} - \hat{f}_l \right] = \varrho_{lm} \left[ik_j \widehat{(u_m u_j)} - \hat{f}_m \right]. \quad (12)$$

Nota-se na Eq. (12), que o termo referente ao gradiente de pressão no espaço de Fourier, $ik_l \hat{p}$, desaparece no lado direito do sinal de igualdade, pois a projeção de um vetor ortogonal a um plano, sobre este mesmo plano, é nula. Este procedimento elimina o campo de pressão das equações de Navier-Stokes.

Finalmente, substituindo o lado direito da Eq. (12) na Eq. (6), obtém-se as equações de Navier-Stokes no espaço espectral de Fourier:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \nu k^2 \right] \hat{u}_l(\vec{k}) = \varrho_{lm} \left[\hat{f}_m - ik_j \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \hat{u}_m(\vec{r}) \hat{u}_j(\vec{k}-\vec{r}) d\vec{r} \right]. \quad (13)$$

Algumas observações devem ser tecidas a respeito da Eq. (13). A primeira é a eliminação do termo de pressão, o qual foi substituído pela projeção dos termos fonte e advectivo. Comparando com esquemas clássicos, esse procedimento equivale substituir a solução de uma equação de Poisson por um produto vetor-matriz, que, em termos numéricos, é mais barato. Em termos físicos, ambos têm a mesma função, a qual é garantir a conservação de massa do sistema.

A segunda observação é, que apesar do campo de pressão não aparecer nas equações de Navier-Stokes, ele pode ser recuperado para pós-processamento a partir da Eq. (12), como demonstrado no trabalho de Mariano (2007).

Uma última ressalva é a presença de uma integral de convolução, que rigorosamente, deve ser resolvida através de algum esquema de integração numérica. Caso isso seja feito, provavelmente, o ganho computacional obtido pela operação de projeção seria perdido na resolução dessa integral. Todavia, como será mostrado, a integral de convolução é substituída pelo método pseudo-espectral, tornando a resolução da Eq. (13) mais viável quando comparada com métodos clássicos. Este procedimento, segundo vários autores (da Silva, 2001, Souza, 2005, Canuto, 2006) é mais viável computacionalmente do que resolver numericamente a integral de convolução. O algoritmo básico de um método pseudo-espectral com tratamento do termo não-linear na forma skew-simétrica alternada, utilizada no presente trabalho está melhor descrito no trabalho de Mariano (2007) e Moreira (2007).

Para finalizar a compreensão sobre o método pseudo-espectral de Fourier devem ser comentados alguns detalhes numéricos. A versão discreta da transformada de Fourier é denominada Transformada Discreta de Fourier (DFT), e é explicada em mais detalhes por Briggs e Henson (1995). Ela é aplicada sobre os nós de colocação de um domínio

discretizado. Deve-se notar que para se trabalhar com a DFT, a função a ser transformada necessariamente deve ser periódica e esta propriedade é a grande restrição da metodologia pseudo-espectral de Fourier limitando o seu uso a problemas com condições de contorno periódicas. Entretanto, com a fusão do método da fronteira-imersa, busca-se contornar esta restrição.

Em termos de programação, encontram-se disponíveis várias sub-rotinas que calculam a FFT, no site <http://www.fftw.org/benchfft/ffts.html> existem disponibilizados vários pacotes. Especificamente, foi utilizada a versão 4.1 da sub-rotina FFTE de Takahashi (2004), que pode ser encontrada em <http://www.ffte.jp>.

2.2. Método da fronteira imersa

O método da fronteira imersa (MFI) baseia-se no uso simultâneo de dois domínios de cálculo. Um, denominado euleriano (Ω), cartesiano e fixo, onde são resolvidas as equações para o fluido e o outro é o lagrangiano (Γ), o qual representa a interface imersa no escoamento, vide Figura 1.

Como o domínio lagrangiano é independente do euleriano, consegue-se simular escoamentos sobre geometrias complexas utilizando simplesmente um domínio cartesiano. No trabalho de Vedovoto (2007) é mostrada a capacidade de se importar qualquer geometria lagrangiana para o domínio euleriano. Outra vantagem a ser considerada é no caso de problemas de fluido-estrutura, onde a malha euleriana é fixa, não havendo necessidade de remalhagem, mesmo com a estrutura se movendo. Apenas a interface lagrangiana se move. O fato de se trabalhar sempre com um domínio cartesiano fixo é a principal vantagem que os pesquisadores que utilizam o MFI (Peskin, 2002; Lima e Silva, 2003; Mittal e Iaccarino, 2005), apontam quando a comparam com simulações que utilizam malha não-estruturada, ou metodologias que precisam remalhar o domínio fluido.

A comunicação entre os dois domínios é realizada considerando as equações de Navier-Stokes, Eq. (1), válida no domínio Ω , vide Figura 1.

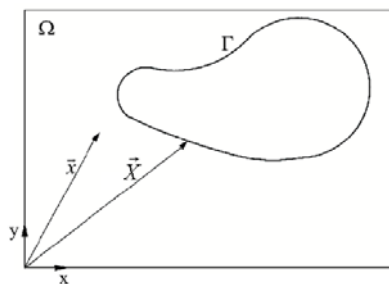


Figura 1. Esboço dos domínios de cálculo utilizados na metodologia da Fronteira Imersa, onde \vec{x} representa as coordenadas do domínio euleriano e \vec{X} as do domínio lagrangiano.

Na Eq. (1) aparece o termo f_i , o qual pode ser considerado, fisicamente, como um termo que representa forças de campo (Goldstein, 1992), como por exemplo, a força da gravidade, ou uma força eletromagnética. No caso do MFI, este termo é o responsável por representar a interface imersa no domínio euleriano (Ω). Matematicamente ele é representado pela Eq. (14) (Enriquez-Remigio, 2007):

$$f_i(\vec{x}, t) = \begin{cases} F_i(\vec{X}, t) & \text{se } \vec{x} = \vec{X} \\ 0 & \text{se } \vec{x} \neq \vec{X} \end{cases} \quad (14)$$

onde $F_i(\vec{X}, t)$ é a força lagrangiana definida no domínio Γ .

Esta definição leva a um campo $f_i(\vec{x}, t)$ descontínuo, o qual pode ser resolvido numericamente apenas quando houver coincidência dos pontos que compõem a interface com algum dos pontos que compõem o domínio fluido. Caso não haja coincidência, o que, para geometrias complexas é muito freqüente, deve-se distribuir a função $f_i(\vec{x}, t)$ sobre a sua vizinhança. Para tanto, faz-se uso de uma função distribuição de força (Peskin, 2002).

Para o cálculo da força lagrangiana $F_i(\vec{X}, t)$ será utilizado o método da imposição direta da força (“Direct Forcing” - DF) proposto por Uhlmann (2005) e também apresentado nos trabalhos de Shu *et al.* (2007), Su *et al.* (2007) e Wang *et al.* (2008), entre outros. Todos esses apresentam diferentes tipos de discretização espacial e temporal das equações de Navier-Stokes, porém o conceito do modelo DF é sempre o mesmo. Primeiramente, determina-se o campo de força:

$$f_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (15)$$

Como a Eq. (15) foi desenvolvida a partir da hipótese do contínuo e o domínio Γ está contido em Ω (Figura 1), pode-se definir a força lagrangiana através da Eq. (16):

$$F_i(\bar{X}, t) = \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial X_j} + \frac{\partial P}{\partial X_i} - \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j}, \quad (16)$$

onde as variáveis maiúsculas dizem respeito ao domínio lagrangiano.

Discretizando a derivada temporal da Eq. (16) através de um esquema de Euler explícito (Wang *et al.* 2008), obtém-se:

$$F_i(\bar{X}, t) = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^t}{\Delta t} + RHS_i^t \quad (17)$$

onde $RHS_i = \frac{\partial(U_i U_j)}{\partial X_j} + \frac{\partial P}{\partial X_i} - \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j}$ e Δt é o intervalo discreto de tempo.

O método DF consiste em, primeiramente, somar e subtrair um parâmetro temporário (U_i^*) no operador discretizado do tempo (Wang *et al.*, 2008), ou seja:

$$F_i(\bar{X}, t) = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^* + U_i^* - U_i^t}{\Delta t} + RHS_i^t \quad (18)$$

O próximo passo é utilizar o princípio da superposição e resolver a Eq. (18) em duas etapas, Eqs. (19) e (20), no mesmo passo de tempo:

$$\frac{U_i^* - U_i^t}{\Delta t} + RHS_i^t = 0 \quad (19)$$

$$F_i(\bar{X}, t) = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^*}{\Delta t} \quad (20)$$

A Eq. (19) está definida no domínio lagrangiano, porém ela é resolvida no domínio euleriano, onde ela é válida também. Desta forma, consegue-se obter o parâmetro temporário u_i^* ,

$$\frac{u_i^* - u_i^t}{\Delta t} + rhs_i^t = 0 \quad (21)$$

Fazendo uma analogia com relação ao método preditor-corretor, este parâmetro temporário (u_i^*) pode ser entendido como um campo de velocidade predita, ou estimada. Resolvendo a Eq. (21) desta maneira, recai na Eq. (1) com o termo fonte nulo. Em um segundo passo (passo corretor), faz-se a “correção” do campo u_i^* , ou seja, na Eq. (22) é onde o campo de velocidade euleriano recebe a informação do campo de força:

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^* + \Delta t \cdot f_i \quad (22)$$

O cálculo de U_i^* vem do processo de transferência de informação de u^* , do domínio euleriano, para o lagrangiano. Para isso, é utilizada uma função de interpolação, quando a geometria lagrangiana não coincide com a euleriana. No presente trabalho, devido à possibilidade de gerar as condições de contorno para o degrau coincidentes com a malha euleriana esse procedimento fica simplificado da seguinte maneira:

$$U_i^*(\bar{X}, t) = \begin{cases} u_i^*(\bar{x}, t) & \text{se } \bar{x} = \bar{X} \\ 0 & \text{se } \bar{x} \neq \bar{X} \end{cases} \quad (23)$$

O termo $U_i^{t+\Delta t}$, na Eq. (20), diz respeito à velocidade da fronteira imersa no tempo $t+\Delta t$. Normalmente essa velocidade é conhecida, como por exemplo, em problemas que se têm escoamentos sobre corpos parados, $U_i^{t+\Delta t} = 0$. No presente trabalho é imposto um perfil desenvolvido na entrada do domínio, como proposto no trabalho de Lee e Mateescu (1998):

$$\begin{cases} U^{t+\Delta t} = 0 & \text{se } (0 \leq y \leq y_{\min}) \\ U^{t+\Delta t} = -24(y_{\max} - y)(y_{\min} - y) & \text{se } (h < y \leq y_{\max}) \end{cases} \quad (24)$$

onde y_{\max} é a posição da parede superior e y_{\min} é a posição da altura do degrau ($y_{\max}=h$).

3. RESULTADOS

O problema proposto no presente trabalho é o escoamento sobre um degrau (*backward facing step*), o qual, como já foi dito, é muito utilizado na dinâmica dos fluidos computacional para validar metodologias e códigos numéricos devido a sua geometria simples e de fácil imposição das condições de contorno e, ao mesmo tempo, apresenta um escoamento complexo com diversos tipos de estruturas (recirculações, injeção de fluido das paredes para o interior do domínio, regiões de descolamento e recolamento da camada limite, etc). Em todas as simulações realizadas foi utilizado o domínio de cálculo apresentado na Figura 2. Ele é dividido em três regiões:

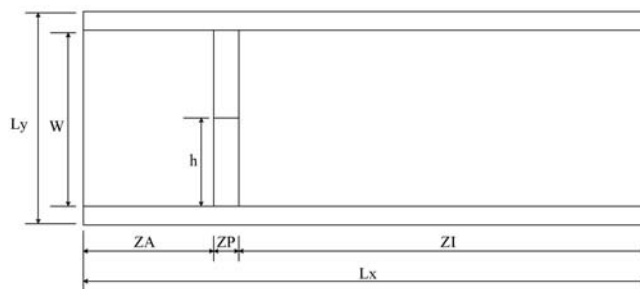


Figura 2. Domínio de cálculo.

1) ZA: Zona de amortecimento (*Buffer Zone*) é um procedimento numérico muito utilizado, principalmente na fluido-acústica, para minimizar a influência das condições de contorno nos campos de velocidade e pressão (Uzun, 2003). Essa zona funciona como um sumidouro de vórtices e é usada para minimizar as influências das condições de contorno periódicas, intrínsecas ao método pseudo-espectral de Fourier. Ela é dada por:

$$ZA = \phi(Q - Q_t), \quad (25)$$

onde ϕ é o parâmetro de estiramento dos vórtices:

$$\phi = \frac{1}{2} \left[1 - \tanh \left(4 - 8 \frac{x_{za} - x}{x_{za} - x_{fza}} \right) \right], \quad (26)$$

onde x_{za} e x_{fza} são, respectivamente, o início e o fim da zona de amortecimento. Q é a solução do problema, ou seja, as velocidades de predição dada pela Eq. (21), Q_t é a solução alvo, ou seja, a solução que se pretende obter na zona de amortecimento, neste caso, tem-se para velocidade alvo vertical $Q_t=0$ e para a horizontal o perfil de entrada dado pela Eq. (24):

2) ZP: é a região denominada zona porosa ou zona de força, onde é aplicada diretamente a condição de entrada do problema proposto, neste caso é dada pela Eq. (20) onde, $U^{t+\Delta t}$ é dado pela Eq. (24).

3) ZI: é a zona de interesse onde as equações de Navier-Stokes, Eqs. (1) e (2), são resolvidas.

Todas as simulações apresentadas nesta seção utilizam como esquema de avanço temporal um Runge-Kutta de quarta ordem com coeficientes otimizados, proposto no trabalho de Allampalli et al. (2009). E o passo de tempo (Δt) é dado pelo critério CFL=0,75, mais detalhes podem ser encontrados em Ferziger e Peric (2002). A dimensão do domínio de cálculo é de $Lx=30,0$ e $Ly=1,0$ e foi discretizado com 64x2048 nós de colocação. A viscosidade cinemática do fluido

foi calculada baseada no número de Reynolds do escoamento dado por:

$$Re = \frac{Uh}{\nu}, \quad (27)$$

onde U é a velocidade média do perfil de entrada, no caso $U=1,0$ [m/s], ν é a viscosidade cinemática do fluido em [m²/s] e $h=0,5$ [m] é a altura do canal.

A Figura 3 mostra o campo de vorticidade das simulações de diferentes Re . Observa-se que a $Re=400$ o escoamento é laminar, a $Re=1500$ o escoamento passa por uma região de transição e após o comprimento de recolamento o escoamento torna-se instável e passa a apresentar várias estruturas. A $Re=6000$ já é possível observar um escoamento completamente instável com estruturas de diferentes tamanhos e totalmente aleatório.

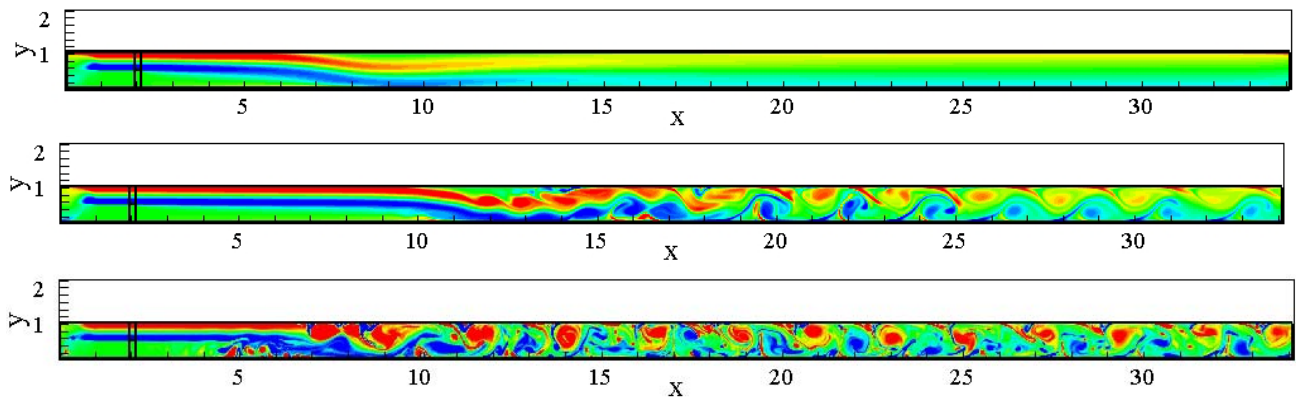


Figura 3. Campo de vorticidade ($-5.0 < \omega < 5.0$) do escoamento sobre degrau, de cima para baixo, respectivamente: $Re=400$, $Re=1500$ e $Re=6000$.

A

Figura 4 mostra a validação das simulações realizadas para $Re=400$. É feita uma comparação entre o presente método e o trabalho experimental de Lee e Mateescu (1998). Uma boa concordância é observada entre os dados numéricos do presente trabalho com os dados experimentais em duas posições do domínio.

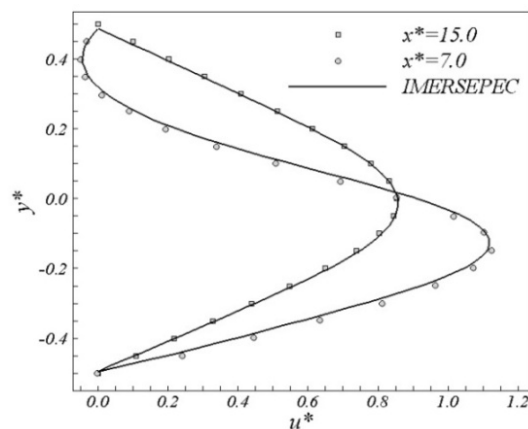


Figura 4. Comparação dos perfis de velocidade horizontal com os apresentados no trabalho experimental de Lee e Mateescu (1998), quadrado ($x^*=15.0$) e círculo ($x^*=7.0$) em diferentes posições do domínio.

A Figura 5 mostra a comparação entre perfis de velocidade média e flutuação de velocidade entre diferentes Reynolds na posição $x^*=7.0$. De acordo com o esperado, observa-se que para números de Reynolds mais altos a intensidade das flutuações também aumenta.

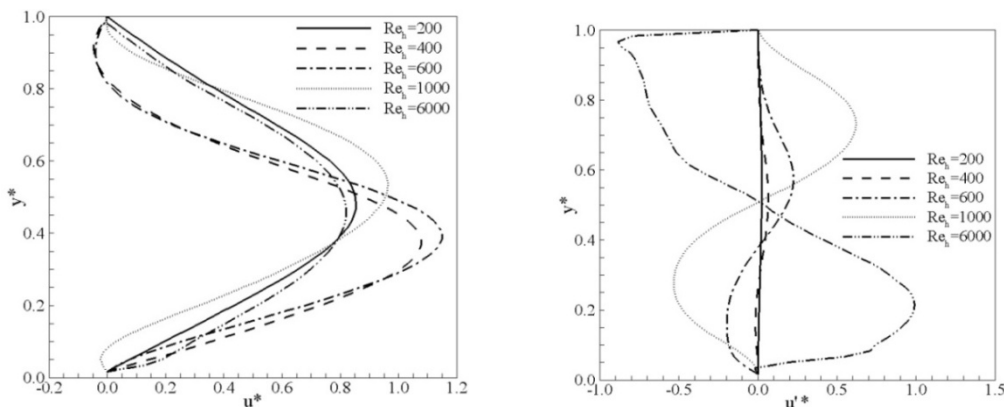


Figura 5. Comparação entre diferentes Reynolds de perfis de velocidade média (esquerda); Perfis de flutuação de velocidade (direita) em $x^*=7.0$.

Fazendo uma análise temporal de duas sondas de velocidade posicionadas em $(x^*, y^*)=(7.0, 0.5)$ e $(x^*, y^*)=(15.0, 0.5)$, observa-se que para números de Reynolds mais altos, após a região de recolamento, o escoamento fica instável como mostrado na Figura 6. Tem-se um sinal de velocidade totalmente aleatório para $Re=1000$.

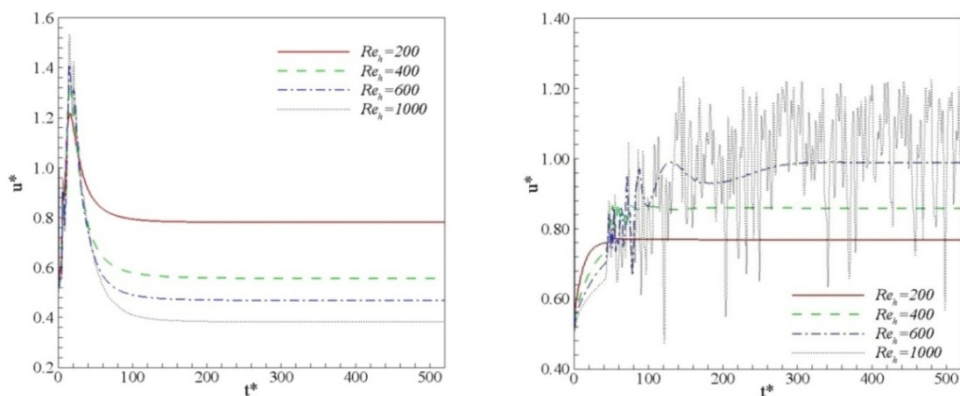


Figura 6. Sondas temporais de velocidade horizontal, posicionadas em $(x^*, y^*)=(7.0, 0.5)$ esquerda e $(x^*, y^*)=(15.0, 0.5)$ direita.

Outra análise realizada é a influência da razão de aspecto, ou seja, a relação entre a altura do canal pela altura do degrau, W/h , vide Figura 2. Para isso, simulações com $Re=6000$ e $W/h=1.25$ e $W/h=2.50$ foram feitas. Os campos de vorticidade são mostrados na Figura 7.

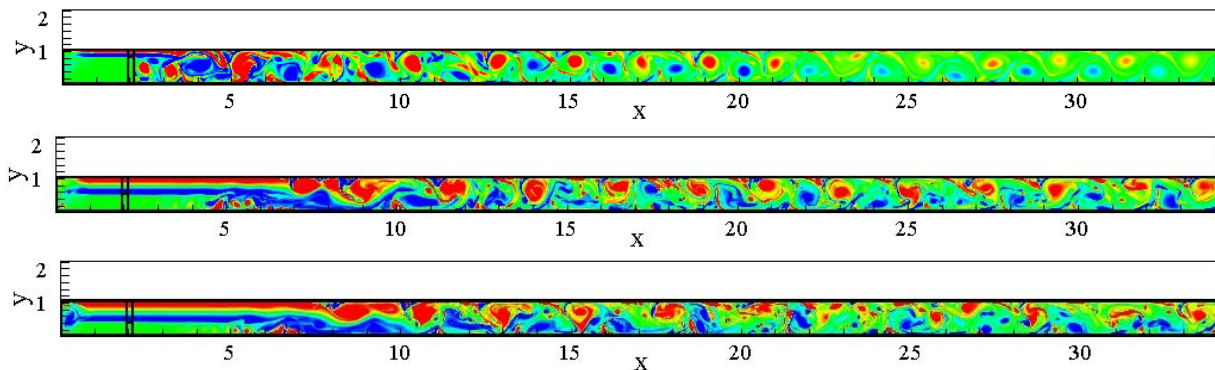


Figura 7. Campo de vorticidade ($-5.0 < \omega < 5.0$) do escoamento sobre degrau, $W/h=1.25$, intermediário $W/h=2,00$ e superior e $W/h=2.50$ inferior.

Observa-se na Figura 7 que a simulação com $W/h=2.50$ apresenta um comprimento de recolamento maior que as

demais, além disso, também é possível observar uma gama maior de estruturas e vórtices.

A Figura 8 mostra em detalhe um campo instantâneo de vorticidade na região da entrada do degrau a $Re=6000$ com $W/h=2,00$. Observa-se na região de recirculação a presença de estruturas turbilhonares de diferentes tamanhos. Também é possível evidenciar instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz.

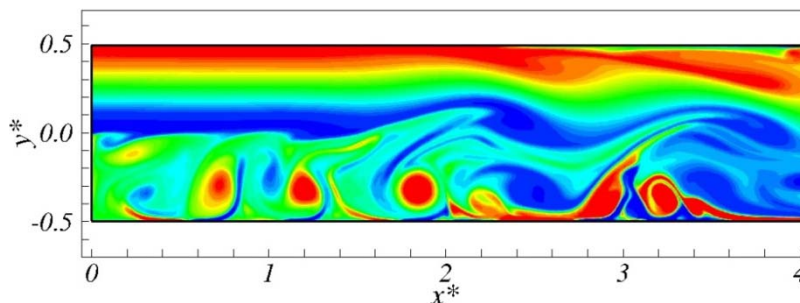


Figura 8. Detalhe da região de recirculação e entrada do degrau, vorticidade ($-6.0 < \omega < 6.0$).

A Figura 9 mostra uma comparação entre as sondas temporais das componentes de velocidade para as três diferentes razões de aspecto simuladas a $Re=6000$. Pode-se observar que para $W/h=1.25$ a sonda de velocidade apresenta um grau de aleatoriedade alto, enquanto que para as demais simulações não é observado uma variação aleatória das componentes de velocidade.

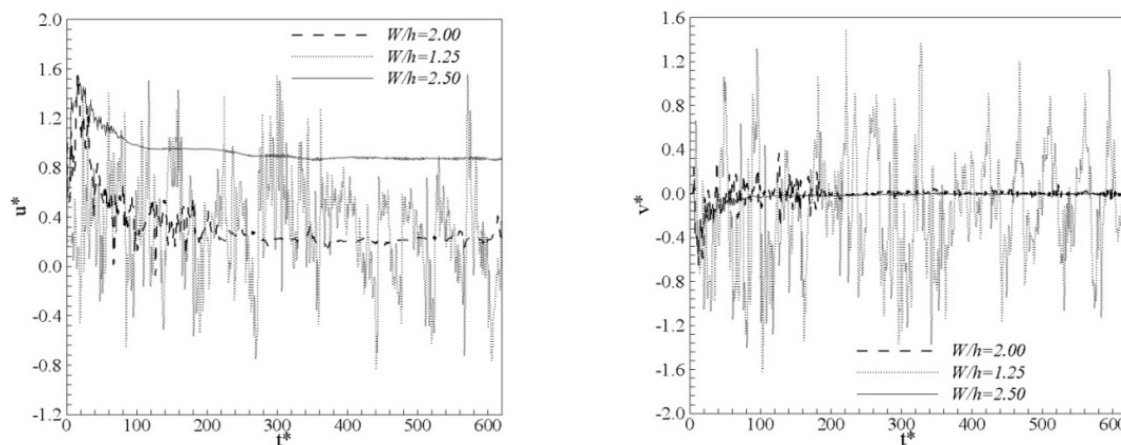


Figura 9. Sondas temporais de velocidade horizontal, posicionadas em $(x^*, y^*)=(7.0, 0.5)$ esquerda e $(x^*, y^*)=(15.0, 0.5)$ direita.

4. CONCLUSÕES

A metodologia apresentada, IMERSEPEC, obtém alta ordem de precisão numérica, uma vez que utiliza o método pseudo-espectral de Fourier. Ao mesmo tempo tem um baixo custo computacional quando comparada a outras metodologias de alta ordem, já que desacopla o campo de pressão da solução das equações de Navier-Stokes incompressíveis, não sendo necessário resolver o sistema linear da pressão.

As simulações do presente trabalho mostram uma boa coerência nos resultados quando comparados com experimentos. Também mostram que a metodologia consegue simular números de Reynolds mais altos com o escoamento já instável, sendo possível evidenciar a formação de instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz, no entanto deve-se levar em conta que para números de Reynolds mais altos os efeitos tridimensionais não podem ser desconsiderados, para isso o código computacional desenvolvido está sendo estendido para a terceira dimensão. A metodologia mostrada no presente trabalho é uma proposta original dos autores e, pelos resultados obtidos, demonstra ser muito promissora.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, Capes, FAPEMIG e CNPq pelo suporte financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- Allampalli V., Hixon, A., Nallasamy, M. e Sawyer, S.D., 2009, “High-accuracy large-step explicit Runge–Kutta (HALE-RK) schemes for computational aeroacoustics”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, pp. 3837–3850
- Briggs, W.L. e Henson, V.E., 1995, “The DFT”. Philadelphia: Ed. SIAM, 434 p.
- Canuto, C., Hussaini, M.Y., Quarteroni, A. e Zang, T.A., 2006, “Spectral methods: fundamentals in single domains”, Ed. Springer-Verlag New York, 563 p.
- da Silva, C.F.N.B., 2001, “The role of coherent structures in the control and interscale interactions and round, plane and coaxial jets”, Institut National Polytechnique de Grenoble, Universidade Técnica de Lisboa 207 p.
- Eaton, J.K. e Johnston, J.P., 1980. “Turbulent Flow Reattachment: An experimental Study of the Flow and Structure Behind a Backward-Facing Step”, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Rept. MD-39.
- Enriquez-Remigio, S.A., Silveira-Neto, A., 2007 “A new modeling of fluid-structure interaction problems through immersed boundary method/virtual physical model (IBM/VPM)”. Proceedings of the 19th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Vol.1, Brasília.
- Ferziger, J., e Peric, M., 2002, “Computational Methods for Fluid Dynamics” 3rd Ed. Springer Verlag, New York, USA.
- Gartling, D.K., 1990 “A test problem for outflow boundary conditions - flow over a backward-facing step”. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol.11, pp. 953-967.
- Lima e Silva, A.L., Silveira-Neto, A., Damasceno, J., 2003, “Numerical simulation of two dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method”, *Journal of Computational Physics*, Vol.189, pp. 351–370.
- Lee e Mateescu, 1998 “Experimental and numerical investigation of 2-D backward-facing step flow”, *Journal of Fluids and Structures*, Vol.12, pp. 703-716.
- Mariano, F.P., 2007 “Simulação de escoamentos não periódicos utilizando a metodologia pseudo-espectral de Fourier acoplado com o método da fronteira imersa”. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- Mariano, F. P., Moreira, L.Q. Silveira-Neto, A., da Silva C.B. e Pereira, J.C.F., 2010, “A new incompressible Navier-Stokes solver combining Fourier pseudo-spectral and immersed boundary methods”, *Computer Modeling Engineering Science*, Vol. 59, No.2, pp. 181-216.
- Martinez, J.J., 2005, “Aplicação de um método multidomínio espectral na simulação de escoamentos viscosos incompressíveis”, Tese de Doutorado em Engenharia Oceânica - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Mittal, R. e Iaccarino, G., 2005, “Immersed boundary methods”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 37, pp. 239.
- Moreira, L. Q., 2007, “Simulação de Grandes Escalas de jatos periódicos temporais utilizando a metodologia pseudo-espectral de Fourier”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
- Peskin, C.S., 2002, “The immersed boundary method”, *Acta Numerica*, Vol.11, pp. 479–517.
- Silveira Neto, A., Grand, D., Metais, O., Lesieur, Marcel., 1993. “A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 256, pp. 1-25.
- Souza, A.M., 2005, “Análise numérica da transição à turbulência em escoamentos de jatos circulares livres”, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
- Shu, C., Liu, N. e Chew, Y.T., 2007. “A novel immersed boundary velocity correction–lattice Boltzmann method and its application to simulate flow past a circular cylinder”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 226, pp.1607-1622.
- Su, S.W., Lai, M.C. e Lin, C.A., 2007. “An immersed boundary technique for simulating complex flows with rigid boundary”, *Computers & Fluids*, Vol. 36 pp. 313–324.
- Takahashi, D., 2004, “FFTE: A Fast Fourier Transform Package”, disponível em: <<http://www.ffte.jp>> .
- Uhlmann, M., 2005, “An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows”, *Journal of Computational Physics*, Vol.209, pp. 448-476.
- Uzun, A., 2003, “3-D Large-eddy simulation for jet aeroacoustics”. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica - Purdue University, Purdue.
- Vedovoto, J.M. 2007, “Modelagem matemática de simulação numérica de escoamentos incompressíveis sobre geometrias complexas tridimensionais utilizando o método da fronteira imersa”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Uberlândia.
- Wang, Z., Fan J. e Luo, K., 2008, “Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles”, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol.34, pp. 283-302.

7. NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso neste artigo.