

# ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM TORNO DE UM CILINDRO PRÓXIMO A UM PLANO

**Luciano Gonçalves Noletto, lucianonoleto@unb.br**

**Antonio C. P. Brasil Junior, brasiljr@unb.br**

Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Laboratório de Energia e Ambiente, 70910-900 - Asa Norte - Brasília, DF - Brasil

**Jhon Nero Vaz Goulart, jvaz@unb.br**

**Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior, manuelbarcelos@gmail.com**

Universidade de Brasília, Faculdade UnB Gama, Área Especial 2 Lote 14 Setor Central Gama-DF

**Resumo.** *O objetivo deste artigo é apresentar resultados da simulação numérica turbulenta bidimensional em torno de um cilindro próximo a um plano. Este escoamento tem como característica a geração e interrupção da emissão de vórtices dependendo da distância entre o cilindro e o plano. A simulação foi conduzida por um código de elementos finitos, que utiliza um algoritmo de projeção para o cálculo da velocidade, pressão e grandezas turbulentas. Utilizou-se o modelo de turbulência SST neste trabalho. Os resultados mostraram a geração de esteiras de emissão de vórtices para cada caso, não prevendo a interrupção da esteira. Este resultado da simulação encontra similares na literatura. Os coeficientes aerodinâmicos foram calculados. Estes denotaram a natureza oscilatória da esteira do cilindro. O coeficiente de pressão foi calculado, mostrando similaridade com dados numéricos tridimensionais.*

**Palavras-Chave:** *Cilindro próximo a plano, Esteira Turbulenta, Elementos finitos, Métodos de Projeção*

## 1. INTRODUÇÃO

O completo entendimento do escoamento ao redor de corpos tem sido alvo de intensa pesquisa. Esse tema encontra interesse nas mais diversas áreas da engenharia, aplicando-se a problemas tais como: escoamento induzindo vibrações, transferência de calor em trocadores de calor, feixes de barras de material fissil, determinação de esforços fluido-dinâmicos em aeronaves entre outros.

O escoamento ao redor de corpos, sejam eles rombudos ou esbeltos, é bastante complexo. Soluções completas acerca das características da camada limite são necessárias, pois poderão responder questões quanto ao ponto de separação da camada limite, se há ou não transição do regime do escoamento e como as características superficiais podem influenciar na formação da esteira viscosa a jusante do corpo (Bimbato et al., 2009). Segundo o autor as atividades importantes ao escoamento externo são fundamentalmente encontradas nessa região. A vorticidade gerada junto a superfície do corpo é lançada à esteira viscosa, que se desenvolve e produz cargas dinâmicas devido a quantidades flutuantes da turbulência. Cargas dinâmicas podem induzir vibrações harmônicas em estruturas, que, sincronizadas ao desprendimento de vórtices podem ter sua segurança operacional abalada. Embora haja bastante trabalho dedicado ao estudo de escoamento sobre cilindros alguns pontos ainda permanecem obscuros como é o caso de cilindros junto a superfícies estacionárias.

Estudos experimentais das características do escoamento sobre cilindros próximos a planos estacionários foram conduzidos por Zdravkovich (1985), Bearman e Zdravkovich (1978), e Lei et al. (1999) entre outros. Segundo os autores as características de cargas dinâmicas nessas estruturas não mais são unicamente dependentes do número de Reynolds, mas também, são fortemente ligadas ao parâmetro adimensional  $h/d$ . Na relação adimensional  $h/d$ , a distância entre o centro do cilindro até o plano estacionário é  $h$  e  $d$  é o diâmetro do cilindro. A relação altura-diâmetro tem sido apontada como principal parâmetro adimensional para o estudo dos efeitos do escoamento sobre cilindros próximos a planos estacionários.

Estudos sobre as características do desprendimento de vórtices a jusante de um cilindro próximo a um plano estacionário foram conduzidos por Nishino et al. (2008). O número de Reynolds das simulações foi baseado na velocidade de aproximação,  $U$ , diâmetro do cilindro,  $D$ , e a viscosidade cinemática do fluido. Foram simulados  $Re = 0.4 \times 10^5$  e  $1.0 \times 10^5$ . Nesse experimento foram estudadas quatro relações  $h/d$ . Segundo os autores três regimes fundamentais de desprendimento de vórtices foram encontrados: um regime para grandes fendas (*large-gap*) -  $h/d > 0,50$ , um regime para fendas intermediárias (*intermediate-gap*) -  $0,35 < h/d < 0,50$  e por último um regime para pequenas fendas (*small-gap*) -  $h/d < 0,35$ . A simulação numérica mostrou que os desprendimento de vórtices do tipo von Kármán ocorria logo a jusante do cilindro, sempre quando o parâmetro  $h/d$  era maior que 0,50. Contudo, quando esse este número adimensional diminuía, para valores inferiores a 0,35, o desprendimento cessava. As camadas cisalhantes, oriundas da separação da camada limite, produziam apenas pequenos vórtices e atrás do cilindro uma zona pobre em termos de vorticidade era formada.

O presente trabalho irá mostrar resultados obtidos da simulação do escoamento em torno de um cilindro próximo a um plano para quatro distâncias entre o cilindro e o plano. Serão mostrados visualizações instantâneas do escoamento, a

variação dos coeficientes de arrasto e sustentação e o coeficiente de pressão médio para cada caso. Os resultados obtidos serão comparados com resultados obtidos por Nishino et al. (2008).

## 2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

As equações de Navier-Stokes para escoamentos turbulentos incompressíveis são dadas em um domínio  $\Omega_t \times [0, T]$ , onde  $\Omega_t$  é um domínio aberto em  $\mathbb{R}^d$  (para  $d=2$  ou  $3$ ) com fronteiras  $\Gamma_t = \partial\Omega_t$ , onde ambos o domínio e a fronteira variam no tempo, tal que:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + (\nu + \nu_T) \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (2)$$

Aqui  $u$  e  $p$  são a velocidade e pressão médias,  $\nu$  and  $\nu_T$  são as viscosidades cinemática e turbulenta respectivamente e  $f$  é o termo fonte. Observa-se que o problema se encontra aberto, visto que é necessário uma formulação para a viscosidade turbulenta. Esta fechamento será dado pelo modelo de turbulência SST (Menter et al., 2003). As equações de transporte do modelo são dadas por:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{u}(\nabla k) = P_k - \beta' k \omega \rho + \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla^2 k \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u}(\nabla \omega) &= \alpha \rho S^2 + \beta \rho \omega + \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) (\nabla^2 \omega) \\ &+ 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} + \frac{1}{\omega} (\nabla k)(\nabla \omega) \end{aligned} \quad (4)$$

Onde  $k$  e  $\omega$  são a energia cinética de turbulência e a taxa de dissipação específica. A viscosidade turbulenta é dada por:

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, (SS)^{\frac{1}{2}} F_2)} \quad (5)$$

$S$  é uma medida invariante do tensor taxa de deformação e as funções de mistura  $F_1$  and  $F_2$  são dadas por:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (6)$$

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \quad (7)$$

$$CD_{k\omega} = \max(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \nabla \omega, 1, 0.10^{-10}) \quad (8)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (9)$$

$$\arg_2 = \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \quad (10)$$

Um limitador de produção é aplicado para evitar o crescimento da turbulência em regiões de estagnação:

$$P_k = \mu_t S^2 \quad (11)$$

$$\widetilde{P}_k = \max(P_k, 10 \cdot \rho \beta^* k \omega) \quad (12)$$

As constantes do modelo são contabilizadas como uma síntese das constantes correspondentes dos modelos  $k - \varepsilon$  e  $k - \omega$  através da seguinte função:

$$\alpha = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 (1 - F_1) + \dots \quad (13)$$

As constantes são  $\beta = 0.09$ ,  $\alpha_1 = 5/9$ ,  $\beta_1 = 3/40$ ,  $\alpha_{k1} = 0.5$ ,  $\sigma_{\omega 1} = 0.5$ ,  $\alpha_2 = 0.44$ ,  $\beta_2 = 0.0828$ ,  $\sigma_{k2} = 1$ ,  $\sigma_{\omega 2} = 0.856$ . A expressão analítica de  $\omega$  permite uma formulação próxima a parede que gradualmente mudará de funções de parede para formulação de baixo Reynolds. Ao mesmo tempo a malha é refinada na direção normal.

As condições de contorno são dadas por:

$$u(x, t) = u_d; \quad \text{on } \Gamma_d \quad (14)$$

$$u(x, t) = u_g; \quad \text{on } \Gamma_{w,t} \quad (15)$$

$$p(x, t) = p_{\text{ref}}; \quad \text{on } \Gamma_o \quad (16)$$

$$k(x, t) = k_o; \quad \text{on } \Gamma_d \quad (17)$$

$$\omega(x, t) = \omega_o; \quad \text{on } \Gamma_d \quad (18)$$

### 3. METODOLOGIA NUMÉRICA

#### 3.1 Discretização Temporal

A metodologia do presente trabalho resolve o sistema de equações 1-4 através de uma estratégia iterativa semi-implícita, após discretização no espaço e no tempo. Esta discretização segue a lógica de métodos de projeção, descritas em Donea e Huerta (2003), Goldberg e Ruas (1999) e Lohner et al. (2006).

Para a discretização temporal, define-se que para um dado passo de tempo  $\Delta t > 0$ , considera-se um conjunto de variáveis conhecidas no tempo  $t$ , denotadas por  $(\mathbf{u}^n, p^n, \mathbf{x}^n, \mathbf{w}^n, k^n, \varepsilon^n, \omega^n)$ . A solução no tempo  $t + \Delta t$ , denotada por  $(\mathbf{u}^{n+1}, p^{n+1}, \mathbf{x}^{n+1}, \mathbf{w}^{n+1}, k^{n+1}, \varepsilon^{n+1}, \omega^{n+1})$  é obtida através de uma metodologia de segregação do cálculo entre velocidade e pressão, e cálculo posterior das grandezas turbulentas, dados por:

$$\frac{1}{\Delta t} (\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n) + (\nabla \mathbf{u}^n) \mathbf{u}^n = -\frac{1}{\rho} \nabla p^n + (\nu + \nu_T) \nabla^2 \mathbf{u}^n + \mathbf{f} \quad (19)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \nabla (p^{n+1} - p^n) \quad (20)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (k^* - k^n) + \mathbf{u}(\nabla k) = \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla^2 k + \mathbf{f}_k \quad (22)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (\omega^* - \omega^n) + \mathbf{u}(\nabla \omega) = \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) (\nabla^2 \omega) + \mathbf{f}_\omega \quad (23)$$

Onde:

$$\mathbf{f}_k = P_k - \beta' k \omega \quad (24)$$

$$\mathbf{f}_\omega = \alpha \rho S^2 + \beta \omega + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} + \frac{1}{\omega} (\nabla k)(\nabla \omega) \quad (25)$$

O algoritmo de passo fracional (*fractional-step*) introduz no tempo  $t$  variáveis conhecidas  $u_i^*, k^*, \varepsilon^*$  e  $\omega^*$ . Destas, apenas  $u_i^*$  será corrigida no final de cada passo. Ao se tomar o divergente da equação 20 e utilizando a equação 21, uma equação de Poisson para a pressão pode ser obtida:

$$\nabla^2 (p^{n+1} - p^n) = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (26)$$

A condição de contorno para esta equação é dada por:

$$\nabla (p^{n+1} - p^n) \cdot \mathbf{n} = \frac{\rho}{\Delta t} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n} \quad \text{on } \Gamma \quad (27)$$

O algoritmo de projeção descrito é denominado esquema de projeção incremental (*Incremental Projection Scheme*) (Minev, 2001, Zhang, 2007). Este algoritmo é uma modificação da versão proposta por Chorin (1968). Observa-se aqui que este esquema se baseia em uma metodologia de correção pela pressão. Esta implementação melhora a precisão do cálculo, bem como a convergência das propriedades envolvidas (Guermond et al., 2006, Codina, 2001).

### 3.2 Forma Fraca Padrão

Considera-se  $L^2(\Omega_t)$  o espaço de funções quadrado-integráveis no domínio  $\Omega_t$  e  $H^1(\Omega_t)$  o espaço de Sobolev onde as derivadas também são quadrado-integráveis. Caracteres em negrito são para funções ou espaços vetoriais. O produto interno  $L^2(\Omega_t)$  é dado por  $(\cdot, \cdot) = \int_{\Omega_t} \cdot \cdot \, d\Omega_t$  e  $H_0^1(\Omega_t)$  é o subespaço de funções com valores nulos em fronteiras.

Dadas funções peso  $\mathbf{v} \in V = H_0^1(\Omega_t)$  e  $q \in Q = L^2(\Omega_t)/\mathbb{R}$  e considerando  $\mathbf{u} \in U = H^1(\Omega_t)$ , a forma fraca das Equações (19), (26), (22), (23) and (20) é dada por:

$$m_u(\Delta \mathbf{u}^*, w) + c_u(\mathbf{u}^n, \hat{\mathbf{u}}^n, \mathbf{v}) + \nu a_u(\mathbf{u}^n, \mathbf{v}) + \frac{1}{\rho} b(p, w) = (\mathbf{f}, \mathbf{v}) \quad (28)$$

$$a(\Delta p, q) = -\frac{\rho}{\Delta t} b(\mathbf{u}^*, q) \quad (29)$$

$$m(\Delta \mathbf{u}^{n+1}, \Delta) = -\frac{1}{\rho} b(\Delta p, \mathbf{v}) \quad (30)$$

$$m_k(\Delta k^*, \mathbf{v}) + c_k(k^n, \hat{\mathbf{u}}^n, \mathbf{v}) + D_k a_k(u^n, \mathbf{v}) = (\mathbf{f}_k, \mathbf{v}) \quad (31)$$

$$m_\omega(\Delta \omega^*, \mathbf{v}) + c_\omega(\omega^n, \hat{\mathbf{u}}^n, \mathbf{v}) + D_\omega a_\omega(\omega^n, \mathbf{v}) = (\mathbf{f}_\omega, \mathbf{v}) \quad (32)$$

Onde:

$$D_k = \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \quad (33)$$

$$D_\omega = \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\omega} \right) \quad (34)$$

Onde as seguintes formas são introduzidas:

$$m_u(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{u}, \mathbf{v}) ; c_u(\mathbf{u}, \mathbf{w}, \mathbf{v}) := ((\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{w}, \mathbf{v}) \quad (35)$$

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := (\nabla \mathbf{u}, \nabla \mathbf{v}) ; b(q, \mathbf{v}) := (q, \nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (36)$$

$$m_k(k, \mathbf{v}) := \frac{1}{\Delta t} (k, \mathbf{v}) ; c_k(k, \mathbf{w}, \mathbf{v}) := ((\nabla \cdot \mathbf{k}) \mathbf{w}, \mathbf{v}) \quad (37)$$

$$m_\omega(\omega, \mathbf{v}) := \frac{1}{\Delta t} (\omega, \mathbf{v}) ; c_\omega(\omega, \mathbf{w}, \mathbf{v}) := ((\nabla \cdot \omega) \mathbf{w}, \mathbf{v}) \quad (38)$$

Os incrementos de cada campo calculado é dado por:

$$\begin{aligned} \Delta u^* &= u^* - u^n \\ \Delta u^{n+1} &= u^{n+1} - u^* \\ \Delta p &= p^{n+1} - p^n \\ \Delta k^* &= k^* - k^n \\ \Delta \varepsilon^* &= \varepsilon^* - \varepsilon^n \\ \Delta \omega^* &= \omega^* - \omega^n \end{aligned} \quad (39)$$

O método de projeção incremental descrito aqui se baseia em uma discretização temporal de primeira ordem. Logo, a solução das Equações (28) a (32) levará a uma formulação consistente de todos os campos no tempo  $t + \Delta t$ .

### 3.3 Discretização Espacial

Toma-se uma partição regular  $T^h(\Omega_t)$  do domínio  $\Omega_t$  onde podem ser construídos os espaços  $Q_h \subset Q$ ,  $V_h \subset V$  e  $U_h \subset U$ . A formulação variacional discreta associada com a forma fraca do problema será dada por: Dado  $u_h^n, p_h^n, u_{g_h}^n, k_h^n, \omega_h^n$ , deve-se encontrar  $u_h^{n+1}, p_h^{n+1}, k_h^{n+1}, \omega_h^{n+1} \in U_h \times Q_h$ , tal que  $\forall \{\mathbf{v}_h, q_h\} \in V_h \times Q_h$ :

$$\begin{aligned} m_u(\Delta \mathbf{u}_h^*, \mathbf{v}_h) &= -c_u(\mathbf{u}_h^n, \vartheta_h^n, \mathbf{v}_h) - \nu a_u(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) - \\ &- \frac{1}{\rho} b(p_h, \mathbf{v}_h) - \mathbf{s}_u(\mathbf{u}_h^n, \vartheta_h^n, \mathbf{v}_h) + (\mathbf{f}, \mathbf{v}_h) \end{aligned} \quad (40)$$

$$a(\Delta p_h, q_h) = -\frac{\rho}{\Delta t} b(\mathbf{u}_h^*, q_h) \quad (41)$$

$$m(\mathbf{u}_h^{n+1}, \mathbf{v}_h) = -\frac{1}{\rho} b(\Delta p_h, \mathbf{v}_h) \quad (42)$$

$$m_k(\Delta k_h^*, \mathbf{v}_h) + c_k(k_h^n, \vartheta_h^n, \mathbf{v}_h) + D_k a_k(u_h^n, v_h) = (\mathbf{f}_k, \mathbf{v}_h) \quad (43)$$

$$m_\omega(\Delta \omega_h^*, \mathbf{v}_h) + c_\omega(\omega_h^n, \vartheta_h^n, \mathbf{v}_h) + D_\omega a_\omega(\omega_h^n, \mathbf{v}_h) = (\mathbf{f}_\omega, \mathbf{v}_h) \quad (44)$$

Nota-se o surgimento de um termo extra na Equação (40) denotado por  $s_u(u_h^n, \vartheta_h^n, v_h)$ . Este termo é o responsável por garantir estabilidade em regimes dominados por advecção. Este termo é dado por:

$$\mathbf{s}(\mathbf{u}_h^n, \hat{\mathbf{u}}_h^n, \mathbf{v}_h) = ((\nabla \mathbf{u}_h^n) \hat{\mathbf{u}}_h^n, \Delta t (\nabla \mathbf{v})) \hat{\mathbf{u}}_h^n \quad (45)$$

Logo, considerando que a dimensão dos espaços  $\dim(V_h) = \dim(U_h) = \dim(Q_h)$  seja igual a  $N$  e as funções base sejam denotadas por  $\{\mathbf{N}_i; i = 1, N\}$  e  $\{N_i; i = 1, N\}$ , o problema em sua forma discreta, vista sob notação matricial será dada pelos seguintes passos:

**Step 1:** Cálculo da velocidade:

$$\mathbf{M}_u \cdot \Delta \mathbf{u}_h^* = \mathbf{F}_u^*(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{w}_h^n, p_h^n) \quad (46)$$

**Step 2:** Cálculo da pressão - Equação de Poisson:

$$\mathbf{A} \cdot \Delta p_h = \mathbf{F}_p(\mathbf{u}_h^*) \quad (47)$$

**Step 3:** Correção da velocidade através da projeção desta no campo de divergência nula:

$$\mathbf{M}_u \cdot \Delta \mathbf{u}_h^{n+1} = \mathbf{F}_u(\Delta p_h) \quad (48)$$

**Step 4:** Cálculo da energia cinética de turbulência:

$$\mathbf{M}_k \cdot \Delta k_h^* = \mathbf{F}_k^*(k_h^n, \mathbf{w}_h^n) \quad (49)$$

**Step 5:** Cálculo da taxa de dissipação específica:

$$\mathbf{M}_\omega \cdot \Delta \omega_h^* = \mathbf{F}_\omega^*(\omega_h^n, \mathbf{w}_h^n) \quad (50)$$

Onde as matrizes  $\mathbf{M}_u, \mathbf{M}_k, \mathbf{M}_\omega$  são as matrizes massa para a velocidade e as grandezas turbulentas e  $\mathbf{A}$  é a matriz Laplaciana da pressão. Estas matrizes são dadas por:

$$\mathbf{M}_{ij} = \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j) ; \quad \mathbf{A}_{i,j} = (\nabla N_i, \nabla N_j) \quad (51)$$

Por sua vez, os vetores  $\mathbf{F}_u^*, \mathbf{F}_p$  e  $\mathbf{F}_u$  estão relacionados à discretização do lado direito das equações matriciais dos passos 1 a 3, e os vetores  $\mathbf{F}_k^*, \mathbf{F}_\varepsilon^*$  e  $\mathbf{F}_\omega^*$  estão relacionados à discretização do lado direito das equações matriciais dos passos restantes. Já os termos de integral de contorno, relacionados às condições de contorno, são adicionados a estes vetores.

**Observações:**

- A solução dos sistemas lineares nos passos 1 a 3 envolvem a matriz de massa. Esta matriz é condensada na forma diagonal para melhorar a convergência do cálculo. O processo de condensar a matriz é feito uma vez no início do processo iterativo.
- O sistema linear para a correção da pressão (passo 2) é resolvido pelo método dos gradientes conjugados pré-condicionado. Neste método, o pré-condicionamento é efetuado pela fatoração parcial de Cholesky. Esta matriz é armazenada utilizando a metodologia *Morse*, e o pré-condicionamento é executado quando a matriz é primeiramente calculada.
- O passo de tempo, para o presente trabalho, é controlado através de uma média ponderada, dada por Zienkiewicz (2005):

$$\Delta t \leq \frac{\Delta t_{adv} \Delta t_{diff}}{\Delta t_{adv} + \Delta t_{diff}} \quad (52)$$

#### 4. RESULTADOS E ANÁLISE

O presente trabalho simulou o caso bidimensional de Nishino et al. (2008), que simulou o caso de um cilindro próximo a um plano móvel para várias distâncias entre o cilindro e o plano:

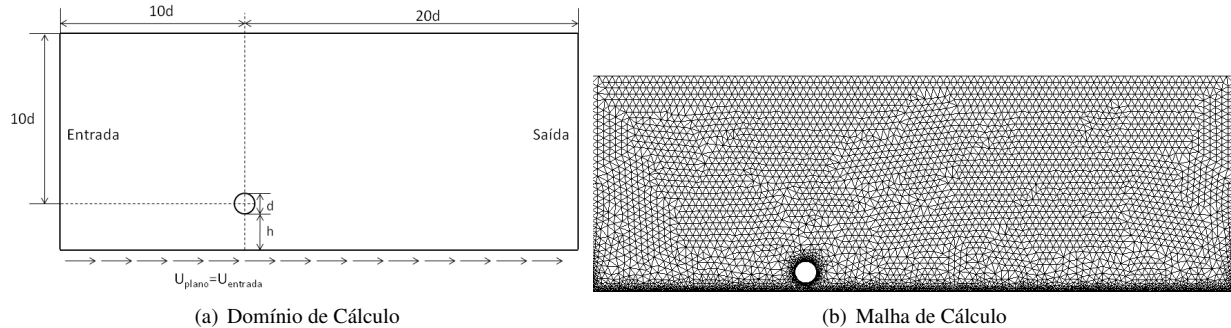


Figura 1. Domínio e Malha - Cilindro próximo a um Plano

Na entrada, a velocidade foi acertada para levar a um número de Reynolds de  $4 \times 10^4$ . Foi imposta uma pressão de referência nula na condição de contorno de saída. Nos nós do cilindro foi imposto a condição de não escorregamento. Por sua vez, foi imposto nos nós do plano a velocidade da entrada do domínio para recuperar a condição de plano móvel. As malhas possuem 15992 nós e 28072 elementos P1. Neste caso foram feitas simulações com o modelo SST em quatro posições ( $h/d = 0, 2; 0, 4; 0, 5$  e  $0, 6$ ) e em cada resultado foi determinado os valores instantâneos do coeficiente de arrasto e sustentação (Equações (53) e (54)), bem como o coeficiente de pressão médio, dados por:

$$C_l = \frac{F_l}{0.5\rho U_0^2 A} \quad (53)$$

$$C_d = \frac{F_d}{0.5\rho U_0^2 A} \quad (54)$$

$$C_p = \frac{p - p_0}{0.5\rho U_0^2} \quad (55)$$

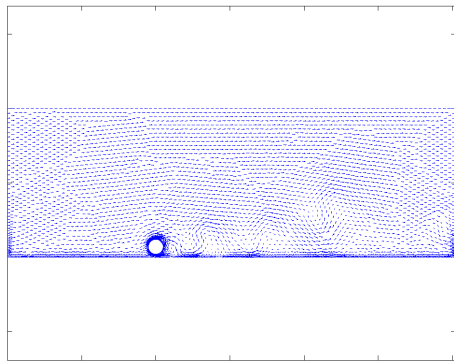
A Figura 2 mostram as visualizações instantâneas do escoamento para as diferentes distâncias entre o cilindro e o plano. Para  $h/d = 0, 2$  (Figura 2(a)), observa-se o desenvolvimento de uma esteira de vórtices intermitente. A camada cisalhante que recobre o cilindro começa a se desenvolver e gradualmente separa do cilindro, formando estruturas vórticas. Estas estruturas são formadas na superfície superior e inferior do cilindro. Nota-se a formação de um vórtice que rapidamente adere ao plano móvel e se movimenta a jusante do cilindro. Observa-se a formação de zonas de baixa pressão, que correspondem ao desenvolvimento da camada cisalhante que originará os vórtices a serem desprendidos do cilindro. Para  $h/d = 0, 4$  (Figura 2(b)) observa-se o desprendimento de vórtices na parte inferior do cilindro que aderem ao plano. Nota-se que este vórtice se mostra mais fraco do que o vórtice observado em  $h/d = 0, 2$ . Este efeito também pode ser creditado ao fato da proximidade do cilindro com o plano ser diferente. Após este vórtice se mover a jusante, outros vórtices se formam e se desprendem do cilindro, formando uma esteira turbulenta caracterizada pela intermitência da emissão, de forma diferente da observada em  $h/d = 0, 2$ . Para  $h/d = 0, 5$  observa-se a rápida formação de zonas de baixa pressão na superfície do cilindro (Figura 2(c)). Estas zonas se convertem em vórtices que se desprendem do cilindro, configurando uma esteira com topologia análoga a esteira de Von Kármán. Observa-se que o vórtice que se formava na parte inferior do cilindro e aderiu ao plano após se desprender do cilindro se torna mais fraco do que seus correspondentes nas distâncias anteriores, mostrando uma relação entre a formação deste vórtice e a distância entre o cilindro e o plano. Observa-se que os vórtices possuem a forma de "cogumelo" observada em Bimbatto et al. (2009). Observa-se a aderência de pequenos vórtices no plano, efeito este ocorrente nas posições anteriores. Para  $h/d = 0, 6$  observa-se a formação de estruturas que se desprendem do cilindro e se movimentam a jusante (Figura 2(d)). O vórtice que adere ao plano possui vorticidade parecida com o seu correspondente em  $h/d = 0, 5$ . Observa-se que o escoamento se mostra quase simétrico até a aderência do vórtice no plano. Após isto, nota-se o desprendimento de estruturas que se movem para a parte superior do domínio, bem como o desprendimento de vórtices que se mantém próximos do plano. A esteira turbulenta neste caso mostra similaridade com a esteira de Von Kármán, a exemplo da distância anterior.

A Figura 3 mostra a evolução temporal dos coeficientes aerodinâmicos preditos pela simulação para cada distância entre o cilindro e o plano. Observa-se que todos os coeficientes de sustentação apresentam comportamento oscilatório. Este comportamento está relacionado com a emissão de vórtices. Logo pode-se afirmar que a emissão de vórtices possui

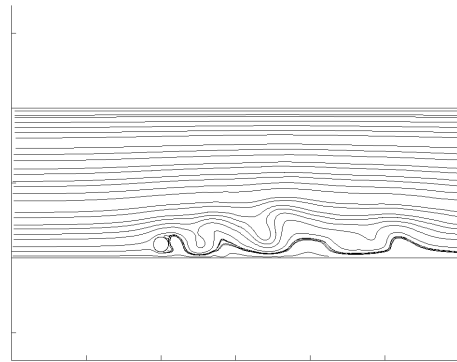
uma frequência periódica para todos os casos. Os coeficientes de arrasto também mostraram comportamento oscilatório, mas para  $h/d = 0.2$  e  $h/d = 0.4$  nota-se a ocorrência de picos e vales de tamanhos diferentes. Este resultado pode ser explicado pelos vórtices que aderem no plano próximo ao cilindro, dando um caráter mais intermitente à emissão de vórtices. A Tabela 1 mostra os valores do número de Strouhal e do coeficiente de arrasto médio para cada distância. Nota-se que as frequências de emissão de vórtices são parecidas para cada caso. Observa-se que as distâncias menores ( $h/d = 0.2$  e  $h/d = 0.4$ ) mostram valores levemente maiores para o número de Strouhal. Este resultado pode ser explicado pelo fato de que nestas distâncias o vórtice que adere ao plano mostra mais força do que as demais posições. A consequência é o aumento da frequência de emissão de vórtices e portanto, do número de Strouhal. O coeficiente médio de arrasto mostra decréscimo do seu valor com o aumento da distância entre o cilindro e o plano. Os dados experimentais preveem um aumento no valor do arrasto entre  $h/d = 0.2$  e  $h/d = 0.6$ , com diminuição deste valor acima de  $h/d = 0.6$ . Observa-se que os coeficientes de arrasto médio do presente trabalho se mostram distantes do trabalho experimental de Nishino et al. (2007), mas se mostram de acordo com os resultados numéricos bidimensionais de Nishino et al. (2008). Os dados simulados preveem a diminuição antes da distância prevista pelos dados experimentais. Uma explicação para esta discrepância reside no fato de que as simulações não foram capazes de prever a interrupção da emissão de vórtices.

A Figura 4 mostra o coeficiente médio de pressão calculado no cilindro em cada posição. Este resultado mostra os mecanismos de arrasto e sustentação, bem como o seu comportamento para este escoamento. Ou seja, pode-se afirmar que a variação do arrasto é um efeito recorrente da variação da pressão na distância entre o cilindro e o plano. Por sua vez, a sustentação varia com a mudança do ponto de estagnação da montante para o limite inferior do cilindro. Quando são analisadas as distribuições dos coeficientes de pressão para os casos de  $h/d = 0.5$  e  $h/d = 0.6$ , pode-se notar que são bastante semelhantes entre si. Ainda, guardam uma semelhança com aquelas distribuições encontradas em cilindros isolados. Observa-se que a separação da camada limite da-se em aproximadamente 70 graus. Nota-se que a pressão sofre um aumento em seu valor na base do cilindro. O ângulo correspondente a este local é em torno de 20 graus. Quando são avaliados os casos  $h/d = 0.4$  e  $h/d = 0.5$ , estes apresentam alguma diferença. A principal delas diz respeito ao retardo da camada limite quando a relação  $h/d$  passa de 0.2 para 0.4. O retardo da separação da camada limite com o aumento da relação  $h/d$ , tem sido discutida por Nishino et al. (2007) e Nishino et al. (2008). Os autores mostraram que o ângulo de separação para de crescer a partir de  $h/d \cong 0.5$ . Nota-se que as curvas apresentam assimetria. Este fato pode ser um indicativo do efeito do plano na formação e desprendimento dos vórtices (*Ground Effect*). Cabe ressaltar que ainda não existem dados experimentais disponíveis de coeficiente de pressão. Por isto os dados obtidos foram comparados com a simulação numérica de Nishino et al. (2008). Os dados da simulação do presente trabalho mostram similaridade com os dados da referência.

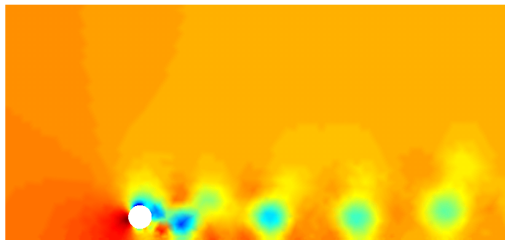
Comparando os dados simulados com a literatura, observa-se que quando a distância entre o cilindro e o plano é pequena, a emissão de vórtices deve cessar. Entretanto, este efeito não foi observado pelas visualizações. Uma explicação apresentada e que pode explicar os resultados do presente trabalho está no formato do perfil de velocidade da esteira, que prevê maior ocorrência de escoamento reverso (contra a direção preferencial do escoamento) e gerando um perfil mais estreito. Este fenômeno está vinculado à estabilidade da esteira (Nishino et al., 2008, Silveira-Neto, 2002). A formação de vórtices tipo Von Kármán em corpos rombudos bidimensionais está vinculada à formação de instabilidades na região de esteira mais próxima do cilindro. Estas instabilidades se propagam, transicionando o escoamento e gerando o desprendimento de vórtices (Nishino e Roberts, 2008). Se a esteira inicial antes do desprendimento se mostrar mais estreita, esta pode levar a emissão, ao passo que se a esteira inicial for mais larga, o desprendimento poderá ser inibido. A geração de esteiras mais largas ou mais estreitas está vinculada com os efeitos dissipativos da modelagem da turbulência utilizada. Logo os valores da viscosidade turbulenta poderão exercer efeitos no tamanho da esteira do cilindro. Cabe ressaltar que este tipo de escoamento carece de dados experimentais que descrevam adequadamente os mecanismos da geração e interrupção da esteira (Nishino et al., 2008, Nishino et al., 2007).



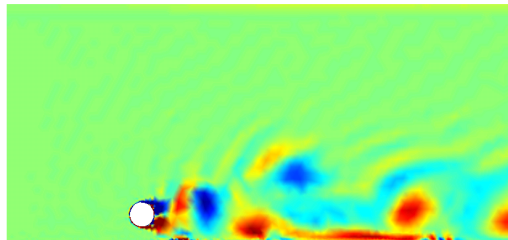
(a) Vetores Velocidade -  $h/d = 0.2$



(b) Linhas de Corrente -  $h/d = 0.4$



(c) Contornos de Pressão -  $h/d = 0.5$



(d) Contornos de Vorticidade -  $h/d = 0.6$

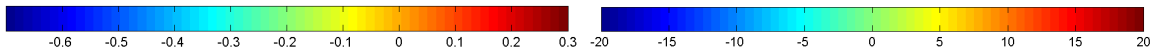
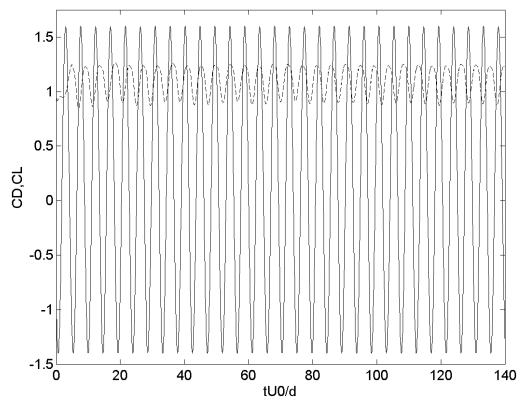
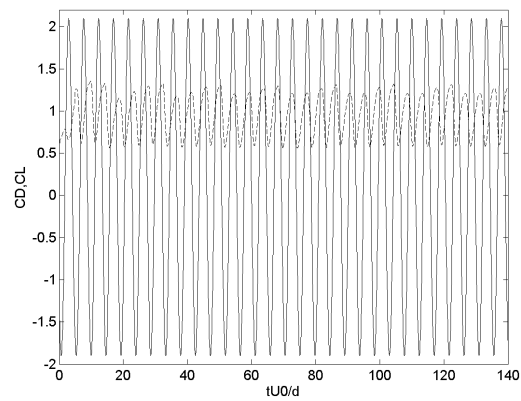


Figura 2. Resultados instantâneos finais



(a)  $h/d = 0.2$



(b)  $h/d = 0.4$



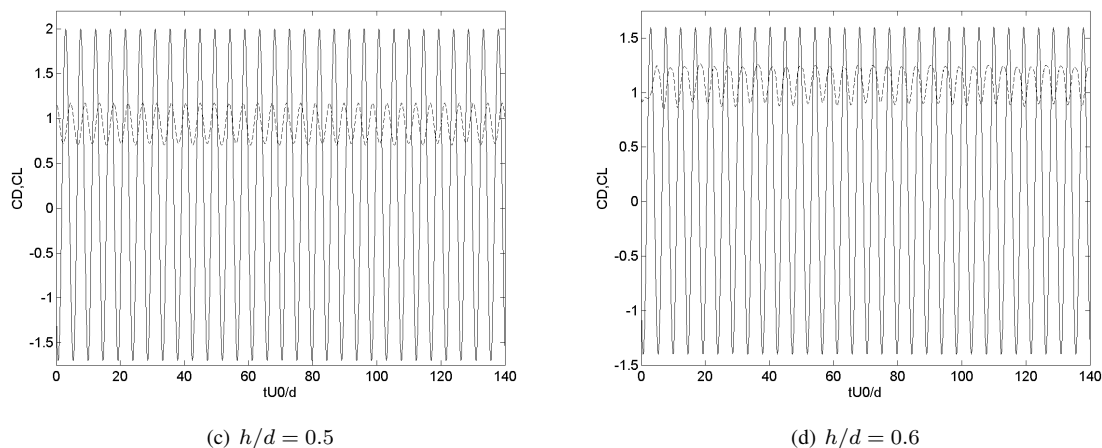


Figura 3. Coeficientes Aerodinâmicos (Linha Sólida:  $C_L$ ; Linha Tracejada:  $C_D$ )

Tabela 1. Coeficiente de Arrasto médio e Número de Strouhal para diferentes distâncias

$h/d$	0.2	0.4	0.5	0.6
$C_d$ (Presente Trabalho)	1.092	0.9633	0.9368	0.9289
$C_d$ (Nishino et al., 2008)	1.102	1.0005	0.911	0.8851
$C_d$ (Nishino et al., 2009)	0.960	1.145	1.273	1.301
$St$ (Presente Trabalho)	0.224	0.226	0.218	0.219

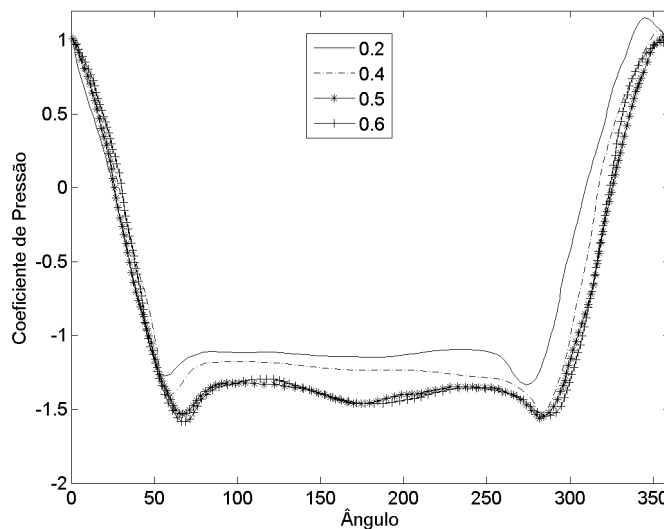


Figura 4. Coeficiente de Pressão

## 5. CONCLUSÕES

Resultados da simulação numérica bidimensional do escoamento turbulento em torno de um cilindro próximo a um plano foi mostrado. Mostraram-se visualizações instantâneas do escoamento na forma de vetores velocidade, linhas de corrente e contornos de pressão e vorticidade. Os coeficientes de arrasto e sustentação foram calculados, juntamente com o coeficiente de pressão médio na superfície do cilindro.

A simulação do cilindro próximo ao plano mostrou a topologia instantânea do escoamento para quatro distâncias entre o cilindro e o plano. Observou-se em todos os resultados a formação de uma esteira de emissão de vórtices que se torna mais similar a esteira de Von Kármán a medida que o cilindro se afasta do plano. Estes vórtices são emitidos de forma

coerente, fato este visualizado nas curvas instantâneas de arrasto e sustentação. O coeficiente de pressão simulado mostrou comportamento assimétrico. Este padrão pode ser creditado à proximidade do cilindro com o plano. Observou-se destas curvas que a separação da camada limite dá-se em torno de 70 graus. Os dados de pressão mostraram similaridade com resultados numéricos da literatura, incluindo a não previsão da interrupção da emissão de vórtices.

Os resultados obtidos pelo presente trabalho podem ser considerados como coerentes, pois mostraram alta similaridade com dados numéricos para as mesmas condições disponíveis na literatura. Serão necessárias experiências em laboratório para validar os dados apresentados aqui, bem como para avaliar os mecanismos que regem este tipo de escoamento.

## 6. REFERÊNCIAS

- Bearman, P. and Zdravkovich, M. "Flow around a circular cylinder near a plane boundary." *Journal of Fluid Mechanics*, 89:33-47, 1978.
- Bimbato, A., Pereira L., and Hirata M. "Simulation of viscous flow around a circular cylinder near a moving ground." *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 31:243-252, 2009.
- Chorin, A. J. "Numerical solution of the navier-stokes equations." *Mathematics of Computation* 22:745-762, 1968.
- Codina, R. . " Pressure stability in fractional step finite element methods for incompressible flows." *Journal of Computational Physics* 170:112-140, 2001.
- Donea, J and Huerta, A " *Finite Element Method for Flow Problems*". Wiley, 2003.
- Goldberg, D. and Ruas, V. "A numerical study of projection algorithms in the finite element simulation of three-dimensional viscous incompressible flow." *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 30:233-256, 1999.
- Guermond, J., Mineev, P. and Shen, J. "An overview of projection methods for incompressible flows." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195:6011–6045, 2006.
- Lei, C., Cheng, L., and Kavanagh, K. " Numerical flow visualization of vortex shedding flow over a circular cylinder near a plane boundary", 1999.
- Lohner, R., Yang, C., Cebal, J., Camelli, F., Soto, O., and Waltz, J. "Improving the speed and accuracy of projection-type incompressible flow solvers." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195:3087–3109, 2006.
- Menter, F.R., Kuntz, M. and Langtry, R. "Ten years of industrial experience with the sst turbulence model." *Turbulence, heat and Mass transfer* 4, 2003.
- Mineev, P. "A stabilized incremental projection scheme for the incompressible navier-stokes equations." *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 36:441-464, 2001.
- Nishino, T., Roberts, G. and Zhang, X. "Unsteady rans and detached-eddy simulations of flow around a circular cylinder in ground effect." *Journal of Fluids and Structures* 24:18-33, 2008.
- Nishino, T. and Roberts, G.T. " Absolute and convective instabilities of two-dimensional bluff body wakes in ground effect". *European Journal of Mechanics B/Fluids* 27:539-551, 2008.
- Nishino, T., Roberts, G.T. and Zhang, X. " Vortex shedding from a circular cylinder near a moving ground." *Physics of Fluids* 19, 2007
- Silveira-Neto, A. " Fundamentos da turbulência nos fluidos." In A.P.S. Freire, P.Menut, and J.Su (Eds.), *Turbulência*, Volume 1, pp. 3-48. ABCM, 2001
- Zhang, X. (2007). " An adaptive phase field method for the mixture of two incompressible fluids." *Computers and Fluids* 36:1307-1318, 2007
- Zdravkovich, M. " Forces on a circular cylinder near a plane wall." *Applied Ocean Research* 7:197-201, 1985.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. and Nithiarasu, P. " *The Finite Element Method for Fluid Dynamics*" (6th ed.), 2005. Elsevier.