

# MODELAGEM NUMÉRICA DA GERAÇÃO E QUEBRA DE ONDAS USANDO O MÉTODO SPH

**Joel Roberto Guimarães Vasco, joel@dec.feis.unesp.br**

Universidade Estadual Paulista (Unesp) - Av. Brasil, 56, 15385-000, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil

**Eric Didier, edidier@lnec.pt**

**Maria Graça Neves, gneves@lnec.pt**

Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), Núcleo de Portos e Estruturas Marítimas, Av. do Brasil, 101, 1700-066, Lisboa, Portugal

**Geraldo de Freitas Maciel, maciel@dec.feis.unesp.br**

**Carlos Roberto Minussi, minussi@dec.feis.unesp.br**

Universidade Estadual Paulista (Unesp) - Av. Brasil, 56, 15385-000, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil

**Resumo.** *Como é de conhecimento geral, os problemas de interação fluido-estrutura têm grande importância e aparecem com frequência em vários ramos da engenharia. Por exemplo, em áreas costeiras, como portos, obras de proteção marginal são imprescindíveis, tendo em vista a movimentação regular do nível de água. Estimar o padrão de escoamento nessa região, com a influência dessas obras costeiras impermeáveis, não é uma tarefa muito simples. Para resolver tais inconvenientes, muitas das vezes, ferramentas numéricas são utilizadas. No entanto, os métodos numéricos tradicionais (Eulerianos) não são adequados a resolver problemas com grandes deformações do domínio computacional. Para esses casos, os métodos Lagrangeanos, sem malha, são melhores adaptados. Aliado a adaptabilidade, os métodos Lagrangeanos têm passado, nos últimos anos, por intenso desenvolvimento. Neste trabalho, faz-se uma apresentação dos métodos Lagrangeanos, com ênfase no SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), com a posterior aplicação de dois códigos de cálculo à geração e quebra de ondas gravitacionais. Os resultados apresentados estão em consonância com os aspectos teóricos do problema, evidenciando a capacidade do SPH de tratar grandes deformações da superfície livre.*

**Palavras-chave:** *Métodos numéricos, métodos Lagrangeanos, SPH, ondas gravitacionais, obras costeiras*

## 1. INTRODUÇÃO

A presença de obstáculos impermeáveis torna a tarefa de modelagem do escoamento substancialmente mais complexa. No entanto, o fenômeno em destaque aparece com relativa frequência envolvendo casos comuns na engenharia, atraindo a atenção de pesquisadores pela sua importância prática (indústrias aeroespacial, civil, naval, mecânica, nuclear e muitas outras; Mitra e Sinhamahapatra, 2005). Pode-se avaliar de duas formas a presença de obstáculos impermeáveis em um determinado escoamento: estudar o padrão de escoamento gerado pelo deslocamento de um objeto sólido (como o *sloshing* obtido pela movimentação de um tanque parcialmente cheio de líquido) ou verificar a influência do escoamento em uma estrutura (por exemplo, a eficácia de uma obra costeira de proteção face a um determinado padrão de ondas). De forma breve, serão discutidas as duas proposituras apresentadas.

### 1.1 Impacto hidrodinâmico

Neste caso, foca-se principalmente na dinâmica adquirida pelo fluido ou padrão de escoamento causado pela transferência de quantidade de movimento do sólido para o fluido. Esse é o caso das ondas de Kelvin, ou *ship waves*, que aparecem no deslocamento de embarcações ao longo de corpos de água. Ondas também são geradas pelo impacto da estrutura do casco de embarcações na superfície da água (*slamming*), principalmente nas de alta velocidade. Cita-se, ainda, a dinâmica adquirida pelo fluido pela movimentação de um tanque parcialmente cheio de líquido (*sloshing*), problema muito estudado na operações de grandes embarcações que transportam GNL (Gás Natural Liquefeito). Aliado aos problemas apontados, a geração de ondas por impacto (*soliton*) de massas sólidas em meio líquido, figuram como fenômenos que sempre carecem de atenção da comunidade científica, devido ao potencial para causar acidentes (alto índice energético). Nesse contexto, enquadra-se, por exemplo, o deslizamento de terra ou rocha em lagos de barragem.

Certamente, as técnicas numéricas mais utilizada na solução de problemas de impacto hidrodinâmico são as técnicas Eulerianas, como o Método das Diferenças Finitas (MDF) ou o MVF (Método dos Volumes Finitos). Cabe ainda lembrar o VOF (*volume of fluid*), técnica muito utilizada para determinar a posição da superfície livre. Kleefsman et al. (2005), lançam mão do VOF associado ao MVF para determinar a posição da superfície livre, em problemas de impacto hidrodinâmico, como a entrada de água no convés. Os autores também analisam o *slamming* de um diedro e cilindro rígidos incidindo sobre meio líquido em repouso. Didier (2007) apresenta, usando também a técnica VOF e o MVF, aplicações de ruptura de barragens (*dam break*) e da posterior interação com obstáculo. Nascimento (2001) usa um modelo numérico

(MVF) com base nas equações de Serre para estimar a energia da onda formada pela incidência de um bloco, considerado indeformável, que desliza em um plano inclinado e incide num meio líquido em repouso.

## 1.2 Influência da estrutura em escoamentos estabelecidos

Como pôde ser percebido, os métodos numéricos figuram como opção aceitável para análise de problemas de impacto hidrodinâmico. Isso porque, com a análise teórica, muitas das vezes não se pode obter uma solução para determinado problema, por lidar com configurações de escoamento cada vez mais complexas. Já com relação a análise experimental, sabe-se da limitada faixa de valores para os quais determinados dados experimentais valem (quando existem), além dos custos necessários para obtenção desses dados.

O cenário alinhavado anteriormente é particularmente verdadeiro no âmbito da hidráulica marítima e costeira. Não seria estranho então observar como, nesses últimos anos, esforços têm sido empreendidos no sentido de desenvolver métodos numéricos capazes de bem reproduzir o padrão de escoamento com a presença de obstáculos impermeáveis, no âmbito da Hidráulica Marítima e Costeira. Apresentam-se, na sequência, alguns desses métodos numéricos.

Os modelos não lineares integrados na vertical, que resolvem as equações não lineares de Boussinesq, como o COUL-WAVE (Lynett e Liu, 2004) ou o FUNWAVE (Kirby et al., 1998, Chen et al., 2000), permitem obter a deformação da superfície livre mas são limitados a declives suaves e são integrados na vertical. Estes modelos permitem reproduzir o espriamento mas não o galgamento (ou apenas recorrendo a modelos de quebra de ondas que devem ser calibrados). Modelos não lineares, como o programa CANAL (Clément, 1996) que resolve as equações de Euler usando um método de elementos de fronteira (BEM - *Boundary Element Method*), permitem obter a deformação de superfície livre, o campo de velocidades e pressão sem ter limitações de geometria das fronteiras. No entanto, estes modelos não têm capacidade de lidar com deformações complexas da superfície livre, como a que ocorre na quebra das ondas, nem o galgamento de estruturas marítimas. Modelos baseados nas equações de Navier-Stokes, como o código FLUINCO (Teixeira, 2001), permitem modelar escoamentos com superfície livre através de uma condição cinemática aplicada à superfície livre, que controla a deformação da malha dinamicamente. Os campos de velocidade e pressão são obtidos em todo o domínio fluido e não existe limitação na geometria das fronteiras. No entanto, este tipo de modelo não permite modelar a quebra das ondas nem o galgamento de estruturas. Os modelos baseados nas equações de Navier-Stokes que incluem um método de captura de interface permitem também modelar escoamentos com superfície livre (Didier, 2007, Neves et al., 2008). O programa COBRAS-UC (Lara et al., 2006), em que o método de captura de superfície livre implementado é de tipo VOF (Hirt e Nichols, 1981), permite não só modelar a propagação das ondas mas também fenômenos como a quebra e o galgamento. A interação entre ondas e estruturas costeiras pode ser assim diretamente modelada. No entanto, podem aparecer dificuldades numéricas quando pequenos volumes de água são liberados, como pode ocorrer, por exemplo, no caso de quebra ou de interação com um obstáculo. O método VOF requer também tratamentos específicos para controlar a difusão da fração de volume que permite determinar a posição da superfície livre.

Todos os modelos apresentados anteriormente são baseados na abordagem Euleriana, ou seja, necessitam da discretização do domínio físico (malha fixa ou dinâmica) na qual o escoamento simulado será observado. Na última década os métodos numéricos baseados na abordagem Lagrangeana, como o SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*), foram objeto de intenso desenvolvimento. Esses novos métodos numéricos, desvincilhados do paradigma de discretização do domínio, são particularmente indicados a representar fenômenos que apresentem grandes deformações no domínio computacional ou descontinuidades.

Isso, posto, o trabalho ora apresentado tem por objetivo apresentar o fundamento do método Lagrangeano SPH, voltado ao problema da geração e quebra das ondas. A quebra das ondas é um fenômeno complexo que apresenta grandes deformações na superfície livre e o método Lagrangeano SPH aparece como uma metodologia particularmente bem adaptada para a resolução numérica destes tipos de escoamentos.

## 2. MODELO NUMÉRICO

O SPH é um método que, como já adiantado, é Lagrangeano e não necessita de malha. As equações da dinâmica (Navier-Stokes), adequadamente escritas no formalismo SPH (Monaghan, 1994), serão doravante designadas por equações SPH. Apresenta-se, na sequência, os fundamentos do método SPH, o núcleo de interpolação utilizado para escrever as equações no formalismo SPH, as respectivas equações discretas, o método de resolução utilizado e as condições iniciais e de contorno.

### 2.1 Método SPH

O princípio fundamental do método consiste em aproximar uma função qualquer (escalar, vetorial ou tensorial) usando a teoria dos integrais de interpolação. O integral de interpolação de uma função  $f(\{r\})$  é dada pela Eq. (1):

$$f(\{r\}) = \int f(\{r'\}) W(\{r\} - \{r'\}) d\{r'\} \quad (1)$$

onde  $W$  é o núcleo de interpolação, ou seja, uma função analítica, e  $h$  determina a dimensão do suporte desta função, que limita a resolução do método. O parâmetro  $h$  é denominado de comprimento de suavização (*smoothing length*).

Numericamente, a função  $f(\{r\})$  é conhecida apenas em pontos discretos (nas partículas), portanto, os integrais de interpolação (Eq. 1) podem ser aproximados por um somatório. A aproximação da função  $f$  associada à partícula  $a$  é dada por:

$$f_a \approx \sum_b m_b \frac{f_b}{\rho_b} W_{ab} \quad (2)$$

onde  $f_a = f(\{r_a\})$ , o índice  $(a,b)$  diz respeito a partícula analisada e as variáveis  $\{r\}$ ,  $m$  e  $\rho$  representam, respectivamente, a posição, a massa e a massa específica.  $W_{ab} = W(\|\{r_a\} - \{r_b\}\|, h)$  é o valor da função de interpolação no ponto  $(\|\{r_a\} - \{r_b\}\|)$ .

## 2.2 Núcleo de interpolação

O núcleo de interpolação é uma função analítica que pode ser diferenciada sem necessitar de uma malha espacial e que varia com a distância. Numericamente, o núcleo de suavização é uma função com um suporte compacto, com um raio de  $2h$ . Assim, uma partícula está apenas em interação com as partículas contidas no domínio de influência definido pela dimensão do suporte do núcleo de suavização (Fig. 1).

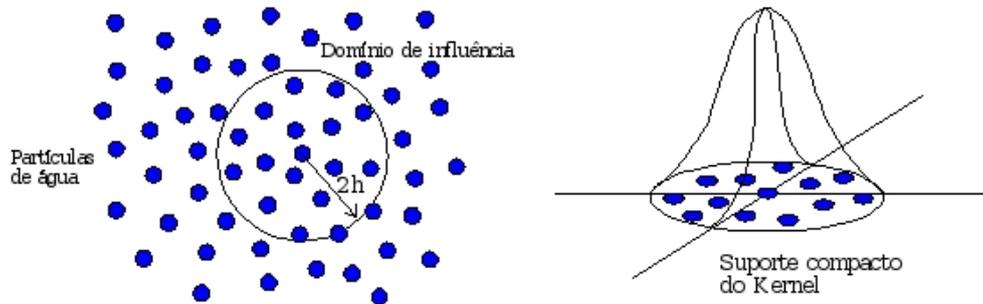


Figura 1. Domínio de influência do núcleo de suavização, partículas que contribuem para a interpolação e suporte compacto

Existem diversos núcleos de suavização na literatura, sendo a sua utilização análoga aos esquemas de discretização nos métodos Eulerianos (tipo MVF ou MDF). Assim, a precisão do método SPH está intimamente ligada ao tipo de núcleo de suavização, função que deve verificar várias condições matemáticas (Liu e Liu, 2003) e assemelha-se à função impulso ou Delta de Dirac.

Foram utilizados dois núcleos de interpolação neste trabalho: o *quadratic* (Dalrymple e Rogers, 2006) e o *cubic spline*. O núcleo de suavização *quadratic* é definido pela Eq. (3):

$$W(q, h) = \frac{3}{2\pi h^2} \begin{cases} \frac{q^2}{4} - q - 1, & \text{se } 0 < q \leq 2 \\ 0, & \text{se } q > 2 \end{cases} \quad (3)$$

onde  $q = (\|\{r_a\} - \{r_b\}\|)/h$ . Já o núcleo de suavização *cubic spline* é dado por:

$$W(q, h) = \frac{10}{7\pi h^2} \begin{cases} 1 - \frac{3q^2}{2} + \frac{3q^3}{4}, & \text{se } 0 < q \leq 1 \\ \frac{(2-q)^3}{4}, & \text{se } 1 < q \leq 2 \\ 0, & \text{se } q > 2 \end{cases} \quad (4)$$

Para melhorar a eficiência computacional, o domínio de cálculo é dividido em elementos quadrados de  $2h$  de lado (Monaghan e Latanzio, 1985). Assim, para uma partícula contida num elemento, apenas são consideradas as interações com as partículas dos elementos vizinhos (8 para o caso bidimensional, área hachurada da Fig. 2). A elaboração da lista de conexão (*linked list*) entre estes elementos permite reduzir o tempo dedicado à procura das partículas vizinhas, o que reduz o número de iterações em cada passo de tempo e, conseqüentemente, o tempo de cálculo.

## 2.3 Equações da dinâmica dos fluidos

A equação de conservação da quantidade de movimento num meio contínuo é dada pela Eq. (5):

$$\frac{d\{v\}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \{\nabla\}p + \{g\} + \{\Theta\} \quad (5)$$

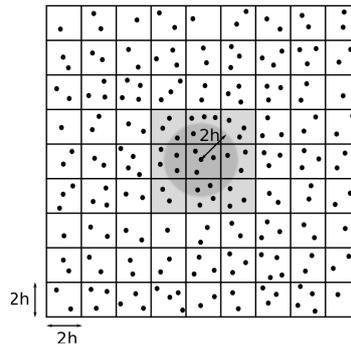


Figura 2. Influência da lista de conexão como artifício para agilizar a busca por vizinhos no método SPH: procura-se apenas as partículas na região hachurada

onde  $t$  é o tempo,  $\{\Theta\}$  representa os termos viscosos,  $\{g\}$  é a aceleração da gravidade,  $\{v\}$  é a velocidade e  $p$  a pressão. Nas equações SPH, a equação discreta de conservação da quantidade de movimento é dada pela Eq. (6):

$$\frac{d\{v_a\}}{dt} = \sum_b m_b \left( \frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \right) \{\nabla_a\}W_{ab} + \{g\} \quad (6)$$

onde  $\Pi_{ab}$  representa o termo viscoso escrito na formulação SPH. Finalmente,  $\{\nabla_a\}W_{ab}$  é dado por:

$$\{\nabla_a\}W_{ab} = \{\nabla_a\}W(\|\{r_a\} - \{r_b\}\|, h) = \frac{\partial W_{ab}}{\partial x_a} \{i\} + \frac{\partial W_{ab}}{\partial y_a} \{j\} \quad (7)$$

onde  $\{i\}$  e  $\{j\}$  são os versores na direção dos eixos coordenados e  $\{r\}_a = (x_a, y_a)$  são as coordenadas da partícula genérica  $a$  (caso bidimensional).

Serão utilizados, neste trabalho, os modelos de viscosidade artificial dado por Monaghan (1992) e viscosidade laminar associada ao modelo de turbulência SPS - *Sub-Particle Scale* (Gotoh et al., 2001, Rogers e Dalrymple, 2004). Como neste trabalho apenas escoamentos ideais serão simulados, justifica-se a utilização do modelo de viscosidade artificial dado por Monaghan (1992). A justificativa para utilização do SPS é que esta formulação inclui não só um modelo de viscosidade mas também os efeitos ligados à turbulência através de um modelo do tipo LES (*Large Eddy Simulation*). Foi verificado também que o modelo de viscosidade artificial (Monaghan, 1992), pode introduzir uma difusão numérica considerável, alterando significativamente a altura das ondas: a amplitude das ondas diminui quando o parâmetro do modelo de viscosidade artificial aumenta (Didier e Neves, 2009).

A equação de conservação de massa discreta é dada por:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b \{v\}_{ab} \cdot \{\nabla_a\}W_{ab} \quad (8)$$

As partículas movem-se de acordo com a seguinte equação:

$$\frac{d\{r\}_a}{dt} = \{v\}_a + \varepsilon \sum_b m_b \frac{\{v\}_{ab}}{\bar{\rho}_{ab}} W_{ab} \quad (9)$$

onde, para facilitar a notação, escreve-se,  $f_{ab} = f_a - f_b$  e  $\bar{f}_{ab} = (f_a + f_b)/2$ . O último termo da Eq.(9), corresponde à correção XSPH de Monaghan (1994), que garante que as partículas se movam com velocidades próximas às de suas vizinhas, evitando problemas principalmente na superfície livre. O valor tipicamente utilizado do parâmetro  $\varepsilon$  é de 0,5 (Monaghan e Kos, 1999). No entanto, uma análise de sensibilidade (Didier e Neves, 2009), revelou que podem aparecer instabilidades numéricas ao longo do tempo quando é utilizado  $\varepsilon = 0,5$ . As instabilidades, que se traduzem por acumulações locais de partículas que atravessam as fronteiras sólidas, desaparecem quando a correção XSPH é anulada.

É necessário ainda uma última equação para fechamento do sistema: a equação de estado (Batchelor, 1974), que relaciona a pressão no fluido com a massa específica e é dada por:

$$p_a = B \left[ \left( \frac{\rho_a}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (10)$$

onde  $\gamma = 7$  e  $B = \|\{c_0\}\|^2 \rho_0/\gamma$ ,  $\rho_0$  é a massa específica de referência e  $\{c_0\}$  a velocidade do som da simulação. Por razões de ordem numérica, o valor de  $\{c_0\}$  deve ser suficientemente alto para reduzir as oscilações de ordem numérica

(ex: simulação de escoamentos ideais) e suficientemente baixo para permitir que o modelo tenha um passo de tempo razoável. Assim, via de regra, considera-se na simulação um  $\{c_0\}$  bem menor do que o seu valor real.

No SPH, usa-se a técnica de compressibilidade artificial, baseada no fato de que cada fluido incompressível é teoricamente compressível. Assim, em vez de se resolver uma equação de pressão de Poisson, onde o fluido é considerado incompressível (Koshizuka et al., 1995, Shao e Lo, 2003), a pressão no fluido é calculada através de uma equação de estado (Eq. 10), considerando o fluido pouco compressível. Com esta hipótese, a variação de massa específica é inferior a 1% (Dalrymple e Rogers, 2006).

## 2.4 Implementação numérica

Para resolver o sistema de equações básico do método SPH (conservação da quantidade de momento, Eq. 6, conservação da massa, Eq. 8, posição das partículas, Eq. 9 e a pressão, Eq. 10), utiliza-se um método de integração numérica. Neste trabalho, lança-se mão do esquema tipo preditor-corretor, descrito por Monaghan (1989). O passo de tempo é controlado automaticamente, respeitando as condições de Courant, dos termos de difusão viscosa e dos esforços (Monaghan e Kos, 1999; Monaghan et al., 2003).

Quanto às condições de contorno, cuidados adicionais devem ser tomados. Isso porque certas condições de contorno dos problemas de escoamento em superfície livre são automaticamente satisfeitas, enquanto outras não. Por exemplo, a condição dinâmica e cinemática na superfície livre estão, de certa forma, incorporadas à formulação do método (Oger et al., 2007). No entanto, a presença de uma fronteira impermeável deve ser tratada.

Quando uma partícula se aproxima de uma fronteira sólida, nos somatórios apenas intervêm as partículas situadas no interior do meio fluido, sem qualquer tipo de interação proveniente do exterior. Esta situação pode gerar efeitos pouco realistas (Gómez-Gesteira et al, 2004). As diferentes soluções empregadas nesses casos consistem na geração de uma série de partículas fictícias que caracterizam os limites do sistema (condição de fronteira dinâmica com as partículas fantasma) ou na determinação de uma força de repulsão nas partículas da fronteira (condição de fronteira repulsiva). Existe ainda a representação da fronteira impermeável com a criação das partículas fixas (*dummy particle*, Koshizuka et al., 1995), mas que pode ser visto como um caso particular das partículas fantasma.

No caso das partículas fantasma, quando uma partícula aproxima-se da fronteira, há o espelhamento da partícula, criando uma partícula fictícia com a mesma distância normal à parede (Fig. 3). Essa partícula fictícia, ou partícula fantasma, possui as mesmas características da partícula real, entretanto a direção e o sentido do vetor velocidade acompanham a condição de contorno da fronteira. Esse artifício aumenta o número de partículas vizinhas da partícula próxima à parede, evitando comportamentos indesejáveis nessa região. Entretanto, será utilizada, nesse trabalho, a fronteira com força de repulsão (Monaghan e Kos, 1999; Monaghan et al., 2003). A origem dessa formulação baseia-se em uma analogia com as forças entre moléculas. Sendo assim, cada partícula, ao se aproximar de uma fronteira impermeável, sofre os efeitos de uma força, que é inversamente proporcional à distância.

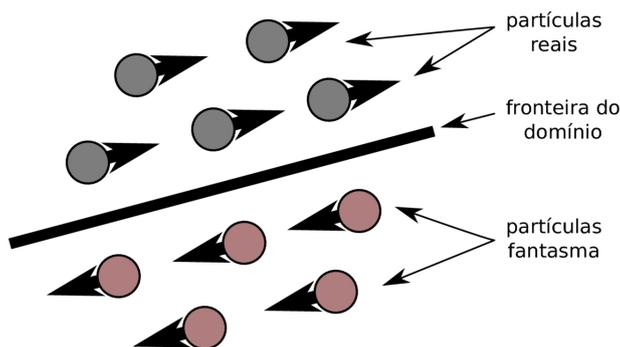


Figura 3. Exemplo de criação de partículas fantasma para uma condição de contorno do tipo *no-slip*

Quanto às condições iniciais, as partículas fluidas são colocadas numa determinada posição no espaço, que corresponde às coordenadas dos nós de uma determinada malha, em geral retangular e regular. Considerando-se inicialmente o fluido em repouso, a velocidade inicial das partículas é nula e a pressão associada é calculada em função da profundidade (pressão hidrostática). A Fig. 4 apresenta um croqui esquemático de uma distribuição inicial das partículas sólidas e fluidas.

No entanto, estudos recentes (Monaghan e Kajtar, 2009; Monaghan, 2006), apontam a necessidade da imposição da estacionaridade das partículas, nos problemas que fazem essa exigência. Isso porque, quando utiliza-se a força de repulsão como representante de fronteiras impermeáveis, as partículas normalmente experimentam uma pequena movimentação. Essa movimentação é função do desequilíbrio do problema, que além da gravidade, tem a força de repulsão da parede para a determinação do seu posicionamento ótimo. A idéia de que o posicionamento inicial das partículas não tem influência

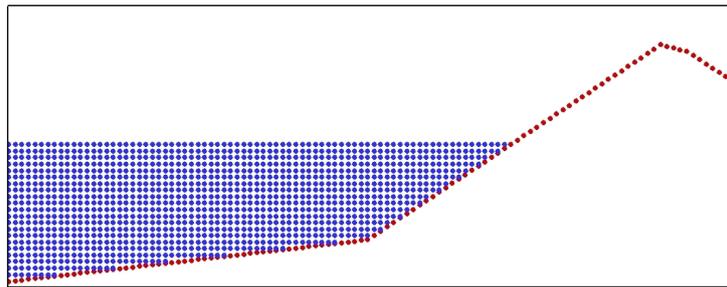


Figura 4. Domínio computacional com a posição das partículas sólidas da fronteira (vermelho) e a distribuição inicial das partículas fluidas (azul)

no resultado final, que no início do desenvolvimento do SPH era tida como uma verdade absoluta, agora é contestada.

### 3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados numéricos, com a técnica SPH, de dois códigos de cálculo bidimensionais, aplicados ao problema da geração e quebra das ondas. Um dos códigos de cálculo é baseado no SPHysics (SPHysics code v1.4, 2009), alterado para as particularidades da equipe portuguesa e que será nomeado aqui de SPH-LNEC. O outro código foi desenvolvido pela equipe da Unesp-Ilha Solteira, já com alguns resultados promissores (Vasco et al., 2009), e será chamado aqui de SPH-Unesp.

A geração de ondas utilizada neste estudo é realizada diretamente através um gerador de ondas tipo pistão. O movimento do gerador é simulado através do movimento das partículas de fronteira que o constituem.

#### 3.1 Geração de ondas

Pretende-se verificar a formulação da fronteira (Monaghan et al., 2003), a partir da geração de ondas em canal. As ondas são formadas pelo movimento oscilatório de um gerador, localizado em uma extremidade do canal. Na outra extremidade, opta-se pela presença de uma praia, com declividade de  $30^\circ$ , sendo responsável pela diminuição dos efeitos da onda refletida. De plano, podem-se observar os elementos da simulação através da Fig. 5.

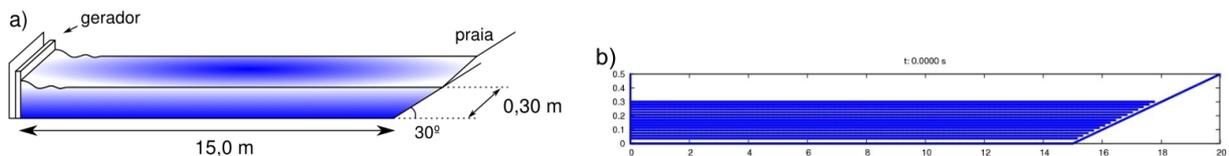


Figura 5. (a) Croqui do aparato e (b) partículas distribuídas para simulação

A comparação teórico-numérica parte da equação de dispersão das ondas, que relaciona a frequência do gerador com o comprimento de onda:

$$w_g^2 = g k_0 \tanh(k_0 h_0) \quad (11)$$

onde  $w_g$  é a frequência do gerador de ondas,  $k_0$  é o número de onda (relacionado diretamente com o comprimento de onda  $L$ , sendo  $L = 2\pi/k_0$  e  $h_0$  é a profundidade normal.

Nessa simulação inicial, utilizou-se o código SPH-Unesp, com a formulação de Monaghan (1992) para viscosidade artificial, cujos parâmetros são  $\alpha = 0,01$  e  $\beta = 0$ . Optou-se pelo núcleo de suavização tipo *cubic spline*, com a razão  $h/dx = 1,2$ , onde  $dx$  representa o espaçamento inicial das partículas. Os demais dados relevantes foram:  $h_0 = 0,15\text{m}$ ,  $\{c\} = 10\text{m/s}$  e 5865 partículas. Foram simuladas cinco frequências diferentes do gerador, e o comprimento de onda numérico foi medido a partir das imagens geradas na etapa de pós-processamento. A Fig. 6a mostra a comparação entre os resultados obtidos.

Ainda dentro das simulações de geração de ondas em canais, de acordo com o equacionamento apresentado em Dean e Dalrymple (1991), a relação entre altura de onda e deslocamento do gerador ( $H/S$ ), para o tipo pistão, é:

$$\frac{H}{S} = \frac{2 (\cosh(2 k_0 h_0) - 1)}{\sinh(2 k_0 h_0) + 2 k_0 h_0} \quad (12)$$

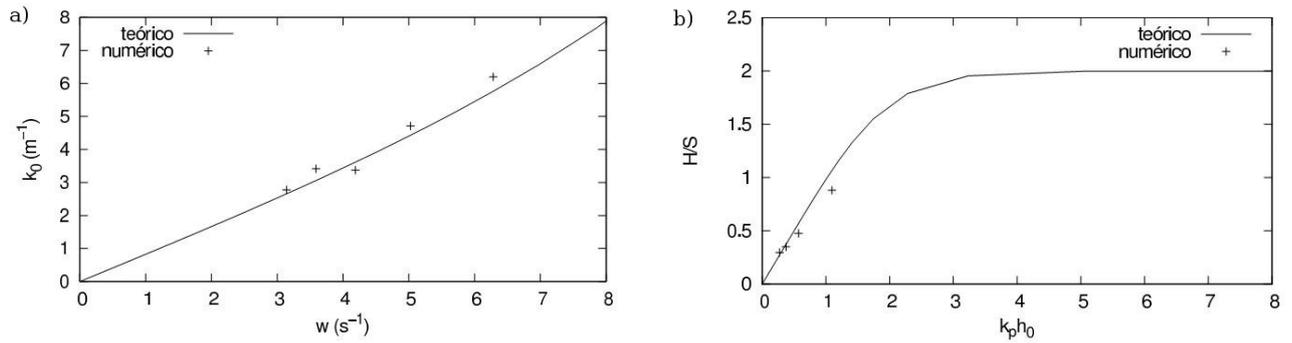


Figura 6. Comparação teórico-numérica para a onda gerada pelo batedor

Realiza-se uma nova simulação, com as mesmas características da simulação anterior, com a exceção dos parâmetros  $h_0 = 0,3m$  e 15814 partículas. A Fig. 6b mostra o resultado da comparação teórico-numérica. Vale observar que o número de onda da simulação foi obtido através de imagens (medição direta da distância entre duas cristas sucessivas).

Para o ponto próximo a  $(H/S; k_0 h_0) = (1; 1)$  na Fig. 6b, mudou-se a profundidade normal para 1,5m, mantendo o número de partículas e demais parâmetros praticamente iguais. Nota-se que a penalização na resposta do modelo influencia diretamente a acurácia dos resultados numéricos, e que devido a essa limitação, não foi possível a obtenção de mais pontos em outras regiões do gráfico. No entanto, para a região em que a resolução é adequada, os resultados são próximos da proposição teórica (Dean e Dalrymple, 1991) e dentro da margem de erro esperada em projetos de engenharia.

### 3.2 Quebra de ondas

De modo a verificar a potencialidade do SPH, aplica-se o método a uma configuração de problema em que aconteça a quebra da onda. Escolhe-se, para a simulação numérica, um canal com um gerador de ondas (tipo pistão) e uma praia, conforme ilustra a Fig. 7.

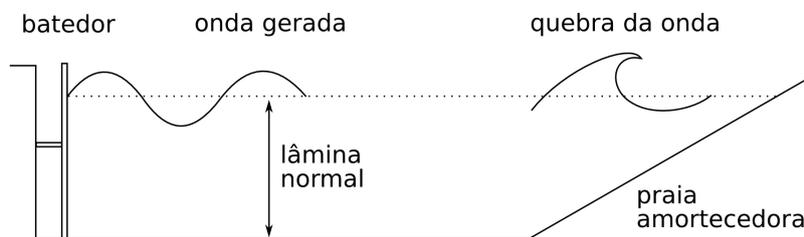


Figura 7. Esquema do canal de ondas utilizado na simulação

O gerador de ondas, na simulação numérica, obedecia a uma lei tipo  $S \sin(wt + \phi)$ , sendo  $w$  a frequência de 5,5Hz,  $S$  é o deslocamento (stroke) de 0,25m. Nessa configuração, o comprimento ( $L$ ) e a altura ( $H$ ) da onda gerada são de, respectivamente, 1,9m e 0,38m. Ambos os resultados estão em consonância com aqueles observados na simulação.

Novamente, utiliza-se o código SPH-Unesp, com a formulação de Monaghan (1992) para viscosidade artificial ( $\alpha = 0,01$  e  $\beta = 0$ ). O núcleo de suavização é do tipo *cubic spline*, com  $h/dx = 1,2$ . Percebe-se que a onda gerada na situação simulada quebrará, em considerando o critério de Mei (Mei, 1983). A Fig. 8 ilustra a superfície livre quando da quebra da onda.

De modo a verificar diversos tipos de quebra, propõe-se uma estrutura costeira impermeável, cujo esquema geral pode ser visto na Fig. 9. Foram modelados quatro casos, que diferem entre si nos valores da profundidade ao pé da estrutura,  $ds$ , e na cota do coroamento da estrutura acima do nível de água em repouso,  $Rc$ . A Tabela 1 apresenta as respectivas características geométricas das quatro configurações e o número de partículas utilizadas para cada uma. As características das ondas regulares modeladas para as quatro configurações correspondem a um período da onda  $T = 4,73s$  com uma altura da onda  $H = 1,0m$ . A profundidade do canal é  $h_0 = 3,0m$ . Com estas características o comprimento da onda,  $L = 23,4m$ .

Utiliza-se o código SPH-LNEC, com um modelo de turbulência SPS e o núcleo de suavização é o *quadratic*. O passo de tempo médio foi de  $1,3 \cdot 10^{-4}s$  e a simulação foi realizada para 50s. O gerador está situado à esquerda do canal, com  $S = 1,248m$ .

Nas configurações 1 e 2, a quebra é do tipo mergulhante: a crista da onda curva-se e quebra sobre a estrutura (Fig. 10).

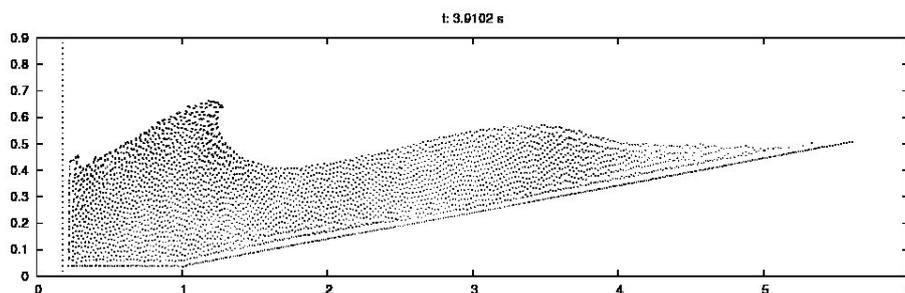


Figura 8. Posição da superfície livre, para o tempo  $t = 3,91s$ , com  $w = 5,5Hz$ ,  $S = 0,25m$ , a declividade da praia de 10% e a profundidade normal de 0,5m. O número de partículas é pouco maior que 4100, e o tempo de processamento (programa principal) foi da ordem de 15 minutos

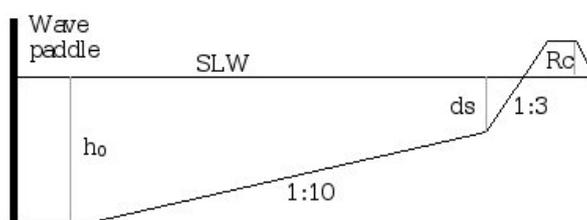


Figura 9. Perfil do fundo e da estrutura costeira e notações

Tabela 1. Características geométricas das quatro configurações da estrutura modeladas

	$ds$ (m)	$Rc$ (m)	Número de partículas
Configuração 1	0,75	0,5	20618
Configuração 2	0,75	1,0	20658
Configuração 3	1,5	0,5	18113
Configuração 4	1,5	1,0	18143

Nas configurações 3 e 4, a quebra é do tipo de fundo: a crista não chega a quebrar mas espalha-se sobre o talude (Fig. 11).

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente artigo é apresentado o método Lagrangeano SPH, suas principais características, as equações no formalismo SPH, referindo-se às suas vantagens e limitações. Para verificar e validar a aplicabilidade do SPH a problemas de Engenharia Marítima e Costeira, aplica-se o método SPH para o caso da geração e quebra da onda, incidindo sobre uma estrutura costeira.

Nesta aplicação, ambos os códigos apresentados nessa comunicação científica (SPH-LNEC e SPH-Unesp) revelaram a capacidade de modelação de fenômenos complexos, tais como a quebra, a reflexão, a interação entre onda incidente e refletida. Os resultados numéricos obtidos, com os modelos simulados, se mostraram consistentes e em concordância com os observados teoricamente. De forma geral, foi demonstrada a potencialidade e aplicabilidade de um modelo SPH em problemas de engenharia, notadamente em Engenharia Marítima e Costeira.

#### 5. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à FAPESP o financiamento de bolsa de doutorado (proc. 2009/00083-8). O segundo autor agradece à Fundação para Ciência e a Tecnologia de Portugal pelo financiamento de bolsa de pós doutorado (SFRH/BPD/37901/2007).

#### 6. REFERÊNCIAS

Batchelor, G.K., 1974, "Introduction to Fluid Dynamics". Cambridge University Press, UK.  
 Chen, Q., Kirby, J.T., Darlymple, R.A., Kennedy, B.A. e Chawla, A., 2000, "Boussinesq modeling of wave transformation, breaking, and runup", II: 2D. J. Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, 126, pp. 48-56.

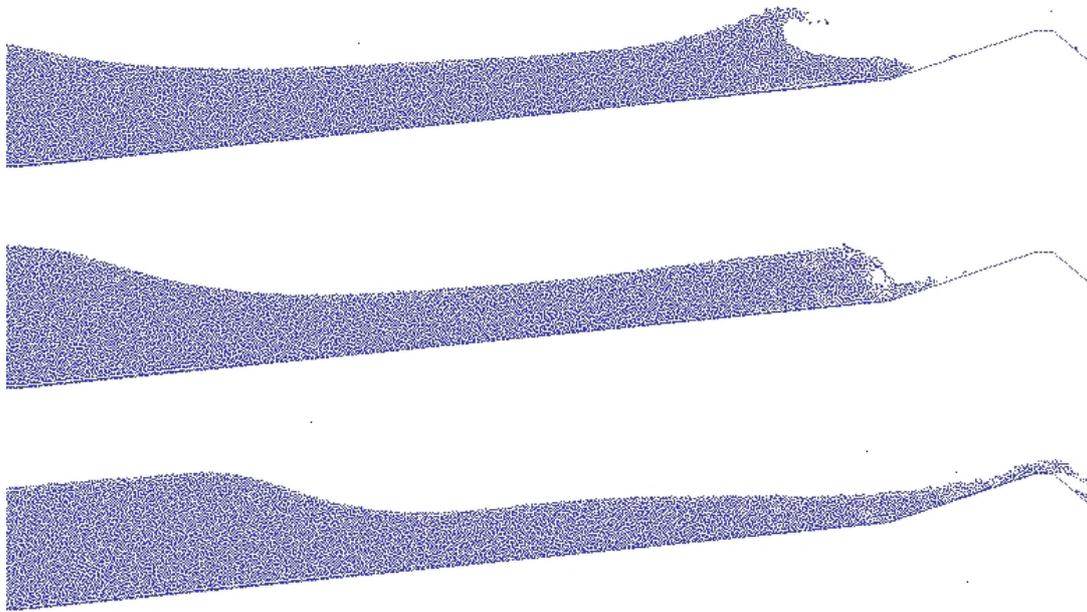


Figura 10. Quebra de onda tipo mergulhante: configuração 1 e 2

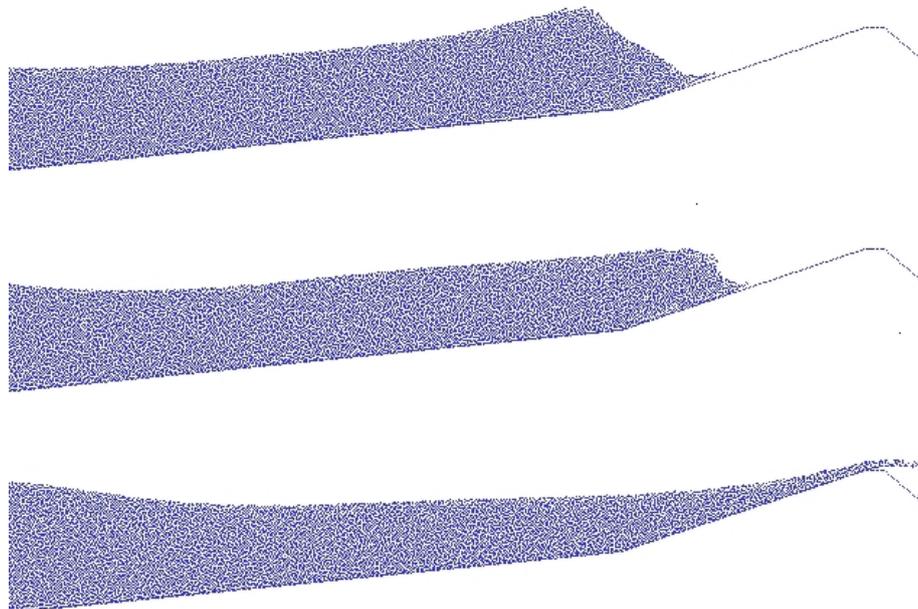


Figura 11. Quebra de onda de fundo: configuração 3 e 4

- Clément, A.H., 1996, "Coupling of two absorbing boundary conditions for 2D time-domain simulations of free surface gravity waves", *Journal of Computational Physics*, Vol. 126, pp. 139-151.
- Dalrymple, R.A. e Rogers, B.D., 2006, "Numerical modeling of water waves with the SPH method", *Coastal Engineering*, Vol. 53(2-3), pp. 141-147.
- Dean, R.G. e Dalrymple, R.A., 1991, "Water wave mechanics for engineers and scientists", World Scientific Publishing, Singapore.
- Didier, E., 2007, "Simulação numérica de escoamentos com superfície livre", *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*, Vol. 11(3), pp. 3-18.
- Didier, E. e Neves, M.G., 2009. "Coastal flow simulation using SPH: Wave overtopping on an impermeable coastal structure", *Proceedings of the 4th International SPHERIC workshop*, Nantes, França, pp. 357-364.

- Didier, E. e Neves, M.G., 2010, "A Lagrangian Smoothed Particles Hydrodynamics - SPH - method for modelling waves-coastal structure interaction", Proceedings of CFD2010 ECCOMAS, Lisboa, Portugal.
- Gómez-Gesteira, M., Dalrymple, R.A., Crespo, A.J.C. e Cerqueiro, D., 2004, "Uso de la técnica SPH para el estudio de la interacción entre olas y estructuras", Ingeniería del Agua, Vol. 11(2), pp. 147-170.
- Gotoh, H., Shibahara, T. e Sakai T., 2001, "Sub-particle-scale turbulence model for the MPS method-Lagrangian flow model for hydraulic engineering", Computational Fluid Dynamics Journal, Vol. 9(4), pp. 339-347.
- Hirt, C.W. e Nichols, B.D., 1981, "Volume of fluid VoF method for the dynamics of free boundaries", Journal of Computational Physics, Vol. 39, pp. 201-225.
- Kirby, J.T., Wei, G., Chen, Q., Kennedy, A.B. e Dalrymple, R. A., 1998. "FUNWAVE 1.0 - Fully Nonlinear Boussinesq Wave Model Documentation and User's Manual", Research Report No.CACR-98-06, Center for Applied Coastal Research, University of Delaware.
- Kleefsman, K.M.T., Fekken, G., Veldman, A.E.P., Iwanowski, B e Buchner, B., 2005, "A volume-of-fluid based simulation method for wave impact problems", Journal of Computational Physics, Vol 206, pp. 363-393.
- Koshizuka, S., Tamako, H. e Oka, Y., 1995, "A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation", Computational Fluid Dynamics Journal, Vol. 4(1), pp. 29-46.
- Lara, J.L., Garcia, N. e Losada, I.J., 2006, "RANS modelling applied to random wave interaction with submerged permeable structures", Coastal Engineering, Vol. 53(5-6), pp. 395-417.
- Liu, G.R. e Liu M.B., 2003, "Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method". World Scientific.
- Lynett, P. e Liu, P.L.-F., 2004, "Modelling wave generation, evolution and interaction with Depth-Integrated, Dispersive Wave equations", COULWAVE Code Manual, Cornell Univ. Long Inter. Wave Modelling Package.
- Mei, C.C., 1983, "The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves", Wiley, New York.
- Mitra, S. e Sinhamahapatra, K.P., 2005, "Coupled slosh dynamics of liquid filled containers using pressure based finite element method", Proceedings of Exploring Innovation in Education and Research, Tainan, Taiwan.
- Monaghan, J.J. e Kajtár, J.B., 2009, "SPH particle boundary forces for arbitrary boundaries", Journal of Computer Physics Communications, Vol. 180, pp. 1811-1820.
- Monaghan, J.J., 1989, "On the problem of penetration in particle methods", Journal Computational Physics, Vol. 82, pp. 1-15.
- Monaghan, J.J., 1992, "Smoothed Particle Hydrodynamics", Annual Review of Astronomy and Astrophysics, Vol. 30, pp. 543-574.
- Monaghan, J.J., 1994, "Simulating free surface flows with SPH", Journal of Computational Physics, Vol. 110, pp. 399-406.
- Monaghan, J.J., 2006, "Smoothed particle hydrodynamic simulations of shear flow", Mon. Not. R. Astron. Soc., Vol. 365, pp. 199-213.
- Monaghan, J.J. e Kos, A., 1999, "Solitary waves on a Cretan beach", Journal of Waterways, Ports, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 125, pp. 145-154.
- Monaghan, J.J. e Latanzio, J.C., 1985, "A refined method for astrophysical problems", Astron. Astrophys., Vol. 149, pp. 135-143.
- Monaghan, J.J., Kos, A. e Issa, N., 2003, "Fluid Motion Generated by Impact", Journal of Waterways, Ports, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 129, pp. 250-259.
- Nascimento, M.F., 2001, "Aproximação das equações da classe Boussinesq no processo de geração de onda na interface sólido-líquido: uma abordagem numérico-experimental com compromisso de Engenharia", Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - FEIS/Unesp, Ilha Solteira.
- Neves, M.G., Reis, M.T., Losada, I. e Hu, K., 2008, "Wave overtopping of Póvoa de Varzim breakwater: physical and numerical simulations", Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 134 (4), pp. 226-236.
- Oger, G., Doring, M., Alessandrini, B. e Ferrant, P., 2007, "An improved SPH method: Towards higher order convergence", Journal of Computational Physics, Vol. 225, pp. 1472-1492.
- Rogers, B.D. e Dalrymple, R.A., 2004, "SPH modeling of breaking waves", Proceedings of 29th Int. Conference on Coastal Engineering, World Scientific Press, pp. 415-427.
- Shao, S.D. e Lo, E.Y.M., 2003, "Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface", Adv. Water Resour., Vol. 26(7), pp. 787-800.
- SPHysics code v1.4, 2009. <http://wiki.manchester.ac.uk/sphysics>
- Vasco, J.R.G., Maciel, G.F., Minussi, C.R. e Vila, J.P., 2009, "Métodos Numéricos Lagrangeanos: Estudos de caso aplicados a problemas de Engenharia Hidráulica e de Recursos Hídricos", Proceedings of XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Campo Grande, Mato Grosso do Sul, Brasil.
- Teixeira, P.R.F., 2001, "Simulação numérica da interação de escoamentos tridimensionais de fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o método de elementos finitos", Tese de doutorado, PPGEC-UFRGS, Porto Alegre, Brasil.