

# MODELAGEM HÍBRIDA DA TURBULÊNCIA COM MODELOS SST E SA, APLICADA A ESCOAMENTOS CONFINADOS

**Elie Luis M. Padilla**

epadilla@mecanica.ufu.br

**Felipe Pamplona Mariano**

fpmariano@mecanica.ufu.br

**Aristeu da Silveira Neto**

aristeus@mecanica.ufu.br

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica

Av. João Naves de Ávila 2121, Campus Santa Mônica, Bloco 1M

38400-902, Uberlândia, MG, Brasil

**Resumo.** O presente trabalho apresenta a aplicação de uma metodologia híbrida, de tratamento da turbulência em escoamentos internos confinados, considerando como base os modelos RANS (Reynolds Average Navier-Stokes Equations) SST (Shear Stress Transport) e SA (Spalart-Allmaras). O emprego desta nova metodologia proporciona soluções muito próximas dos resultados obtidos usando a metodologia LES (Large-Eddy Simulation), assim como um ganho importante em termos de custo computacional. Os resultados de escoamentos turbulentos no interior de cavidades cúbicas tridimensionais incluem um estudo comparativo entre as modelagens híbridas com as soluções URANS (Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes Equations) e LES.

## 1. INTRODUÇÃO

Para a maioria dos problemas, ante a impossibilidade de realizar uma simulação numérica direta DNS (Direct Numerical Simulation), as metodologias RANS e LES têm sido usadas. RANS tem respondido na solução de muitos problemas, principalmente em problemas a altos números de Reynolds, devido a características como: não exigir esquemas numéricos de alta ordem nem malhas muito refinadas; custo computacional baixo (comparado com LES). A necessidade de soluções finas dos escoamentos, que permitam computar os efeitos da dinâmica das grandes e pequenas escalas, para resolver adequadamente problemas de aplicação industrial, tornou LES um caminho natural. No entanto, devido ao requerimento de uma alta resolução de malha na região da camada limite, LES resulta muito cara em muitas aplicações industriais e impossíveis em outras, como estimado por Piomelli e Balaras (2002).

Como resposta aos desafios físicos e computacionais associados à solução numérica de escoamentos turbulentos com descolamento da camada limite a altos números de Reynolds, Spalart et al. (1997) conceitua e apresenta uma metodologia híbrida para modelagem da turbulência denominada DES (*Detached-Eddy Simulation*). Esta metodologia resulta de uma combinação das metodologias RANS, usada nas regiões parietais, e LES (de tipo Smagorinsky), nas regiões fora da camada limite, considerando modelo de turbulência RANS SA. Em seqüência, Strelets (2001) apresenta a modelagem DES baseada no modelo RANS SST; nesta nova abordagem o parâmetro moderador para a aplicação dos modos RANS ou LES passa a ser função das escalas de comprimento turbulento característico de ambos os modos. Posteriormente, outros trabalhos são desenvolvidos sobre a ótica de melhorar a metodologia híbrida, seja empregando outros modelos RANS como base (Lars Davinson, 2006) ou modificando os existentes (Menter et al., 2003; Spalart et al., 2006).

## 2. MODELO MATEMATICO

As equações de Navier-Stokes (Bird et al. 2002) seriam suficientes para resolver também escoamentos turbulentos, dentro do contexto da metodologia de simulação numérica direta DNS, no entanto, devido ao grande número de equações simultâneas a resolver e à atual capacidade tecnológica das máquinas resulta impossível de resolver problemas de aplicação nas diversas áreas da engenharia. Assim, tem-se como alternativa a solução de uma parte do escoamento, usando as equações de Navier-Stokes, e modelar uma outra parte. Usando o conceito de equações globais filtradas para a turbulência, Silveira Neto et al. 2002, representa-se as metodologias RANS e LES com um conjunto só de equações onde em função da metodologia adotada o conjunto representa as equações médias de Reynolds, cujo complemento são as flutuações, ou as equações filtradas, que representam as grandes escalas e cujo complemento são as escalas sub-malha. Dessa forma, o tensor de Reynolds (que aparece no processo de filtragem global) modela a transferência de energia entre o campo médio e suas flutuações, para RANS, ou a transferência de energia entre as grandes e as pequenas escalas, para LES. De acordo com a hipótese de Boussinesq o tensor de Reynolds está associado à taxa de deformação, energia cinética turbulenta e viscosidade turbulenta  $\nu_t$ , sendo esta última avaliada via modelo. Certamente, a base matemática para a metodologia híbrida DES é a mesma, complementada com o uso de um modelo de turbulência RANS. Os modelos de turbulência considerados são o SST (Menter, 1992) e o SA (Spalart e Allmaras, 1992).

## 2.1. SST –DES

O modelo de turbulência desta modelagem híbrida é o modelo SST, que combina as melhores características dos modelos clássicos a duas equações  $k-\varepsilon$  (Launder e Sharmam 1974) e  $k-\omega$  (Wilcox, 1988), de forma a modelar as regiões de camada limite usando o modelo  $k-\omega$  e as regiões afastadas da camada limite usando o modelo  $k-\varepsilon$ . A combinação destes modelos RANS é realizada através das equações de transporte para energia cinética turbulenta  $k$  e dissipação específica modificada  $\omega$ , acrescentadas de um termo moderador na segunda equação (último termo), como mostrado nas Eqs. (1) e (2) (com  $F_{DES}=1$ ):

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega F_{DES} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial u_j \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{P_k}{v_t} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1-F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2)$$

onde  $u_j$  é o campo de velocidade e  $\alpha, \beta, \sigma$  são constantes avaliadas a partir das constantes dos modelos  $k-\omega$  e  $k-\varepsilon$ , segundo a relação  $\phi = F_1 \phi_{kw} + (1-F_1) \phi_{k\varepsilon}$ , e  $v$  é a viscosidade molecular. A função moderadora  $F_1$  regula os modos de atuação das equações e assume valores entre 1, atua como modelo  $k-\omega$ , e 0, quando atua como modelo  $k-\varepsilon$ . O termo de produção  $P_k$  deve ser limitado por  $\min(P_k, 10\varepsilon)$ , para  $P_k$  definido como  $P_k = v_t \partial u_i / \partial x_j (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ . A viscosidade turbulenta é avaliada com a expressão:

$$v_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, S F_2)} \quad (3)$$

onde  $a_1$  é uma constante e  $S$  é a taxa de deformação. Uma segunda função  $F_2$  (Menter e Kuntz, 2002) é definida para limitar os valores de  $v_t$  em regiões de escoamento cisalhante livre.

Strelets (2001) modifica do termo destruição  $\beta^* k \omega$  da equação de transporte de energia cinética turbulenta que permite a combinação entre a modelagem URANS e a modelagem LES. O termo destruição tem a forma de um produto do termo destruição do modelo URANS e a escala de comprimento turbulenta para DES (Menter et al., 2003 e Menter e Kuntz, 2004),  $F_{DES}$ , como mostrado na expressão da Eq. (1).  $F_{DES}$  é definido como:

$$F_{DES} = \max \left\{ \frac{L_{k-\omega}}{C_{DES} \Delta} (1-F_s), 1 \right\}, \quad F_s = 0, F_1; F_2, \quad \Delta = \max \{ \Delta x, \Delta y, \Delta z \}, \quad (4)$$

onde  $C_{DES} = 0,67$  foi ajustada para o modelo e  $\Delta$  é o comprimento característico da malha (local, escolhido como máximo para que a formulação retorne ao modo RANS dentro da camada limite). Na Eq. (1),  $F_{DES}$  modera o comportamento da modelagem nos modos URANS e LES por comparação entre as escalas de comprimento turbulentas  $L_{k-\omega}$  (URANS) e  $C_{DES} \Delta$  (LES), o termo  $(1-F_s)$  evita o problema de descolamento induzido pela malha devido à ativação do modo LES (Menter e Kuntz, 2004), por refinamento da malha nas regiões parietais.

## 2.2. SA –DES

O modelo de turbulência desta modelagem é o modelo SA, é com esse modelo que Spalart e Allmaras (1992) propõem DES. O modelo SA foi desenvolvido em função das necessidades da indústria aeronáutica, com coeficientes calibrados basicamente em função de considerações empíricas. Trata-se de um modelo com uma equação de transporte para o escalar viscosidade turbulenta, denominado viscosidade auxiliar  $\tilde{v}$ , expressa na forma da Eq. (5):

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \frac{\partial u_j \tilde{v}}{\partial x_j} = c_{b1} (1-f_{t2}) \tilde{S} \tilde{v} + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right] - \left[ c_w f_w - \frac{c_{b1}}{k^2} f_{t2} \right] \left[ \frac{\tilde{v}}{\tilde{d}} \right]^2 + f_{t1} \Delta U^2, \quad (5)$$

onde  $\tilde{d} = d_w$  é a distância à parede mais próxima, as funções  $f$  são de amortecimento para as regiões parietais ou agem como controladores dos diversos termos da equação,  $\tilde{S}$  é a taxa de deformação modificada e  $(c, \sigma)$  são constantes do modelo. As funções com sub-índice  $t$  estão associados à transição à turbulência dentro da camada limite, que no presente trabalho não são considerados. A viscosidade turbulenta é definida como:

$$v_t = \tilde{v} f_{v1}, \tag{6}$$

onde a função de amortecimento  $f_{v1}$  torna-se nula nas regiões afastadas das paredes.

Spalart et al. (1997) substituíram a definição de  $\tilde{d}$ , que no modelo SA é a distância à parede mais próxima, por uma variável que representa a escala de comprimento da formulação DES, expressa como:

$$\tilde{d} = \min(d_w, \Delta C_{DES}), \tag{7}$$

onde  $C_{DES} = 0,65$ . Assim,  $\tilde{d}$  modera o comportamento da modelagem nos modos URANS e LES por comparação entre as escalas de comprimento turbulentas  $d_w$  (URANS) e  $C_{DES} \Delta$  (LES), permitindo o uso do modo URANS nas proximidades das paredes.

### 3. PROBLEMA FÍSICO

Trata-se de escoamentos formados no interior de cavidades tridimensionais com tampa deslizante, os quais têm características interessantes que permitem avaliar adequadamente um código numérico ou modelos de turbulência. A formação de diversas estruturas turbilhonares (Migeon et al., 2003), típicas de escoamentos internos confinados, e uma boa base de dados experimentais (Prasad e Koseff, 1989) e numéricos (Deshpande e Milton, 1998, Padilla et al., 2005), sustentam a escolha deste problema para avaliar a metodologia DES. O domínio que define o problema corresponde a cavidades cúbicas, de aresta  $L$  e velocidade da tampa  $U$ , em regime turbulento ( $Re = UL/\nu = 10000$ ).

### 4. RESULTADOS

As simulações foram realizadas usando malhas não uniformes, refinadas nas proximidades das paredes usando um fator de 5% em relação ao volume anterior. Os perfis comparativos correspondem ao plano transversal médio ( $z/L = 0,5$ ), onde as componentes da velocidade são normalizadas com velocidade da tampa. Os dados de referência usados são: a) experimentais de Prasad e Koseff (1989); (b) simulação numérica direta de Deshpande e Milton (1998), com malha de  $84 \times 84 \times 84$ ; (c) simulação de grandes escalas de Padilla et al. (2005), com malhas não uniformes de  $40 \times 40 \times 40$ . Sendo que o comportamento transiente da modelagem SST-URANS e SA-URANS apresentam

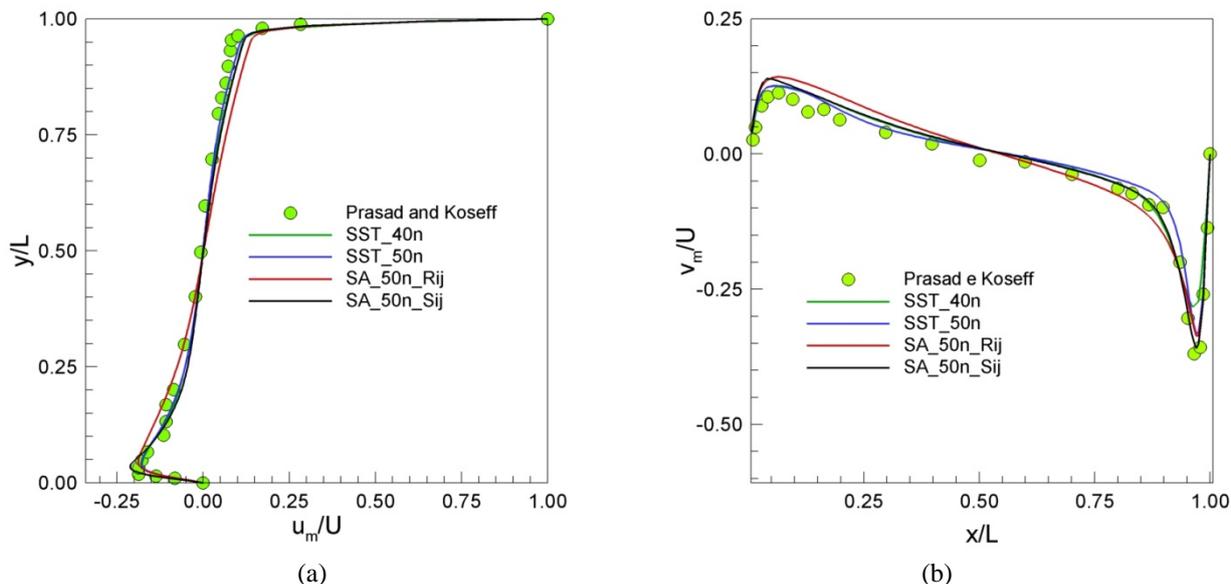


Figura 1. Perfis de velocidade média sobre o plano médio; (a) em  $x=0,5$ , (b) em  $y=0,5$ .

instabilidades amortecidas, o conceito estatístico de média temporal dos campos é usado da forma convencional, como usado para DNS e LES.

Os perfis de velocidade média, mostrados na Fig. 1, apresentam soluções URANS usando os modelos SST e SA com malhas de 40x40x40 (40n) e 50x50x50 (50n) volumes. Observa-se claramente que o refino de malha permite definir melhor as regiões de máximos e mínimos, regiões próximas às paredes para modelo SST, em relação aos dados experimentais, sendo mais evidente para a componente vertical  $v/U$  na região próxima a parede posterior ( $x/L=1$ ). Para o modelo SA têm-se duas formas de avaliar a taxa de deformação modificada do termo de produção da equação de transporte de viscosidade turbulenta (termo que contém  $\tilde{S}$ , na Eq. 5): o caso SA\_Rij usa a taxa de vorticidade (Spalart e Allmaras, 1994) e o caso SA\_Sij que usa a própria taxa de deformação (Bardina et al., 1997). O caso SA\_Sij superestima um pouco nos picos, diferente do caso SA\_Rij que se afasta dos dados experimentais. A solução com modelo SST, SST\_50n, apresenta boa aproximação com os dados experimentais, exceto no pico próximo da parede posterior.

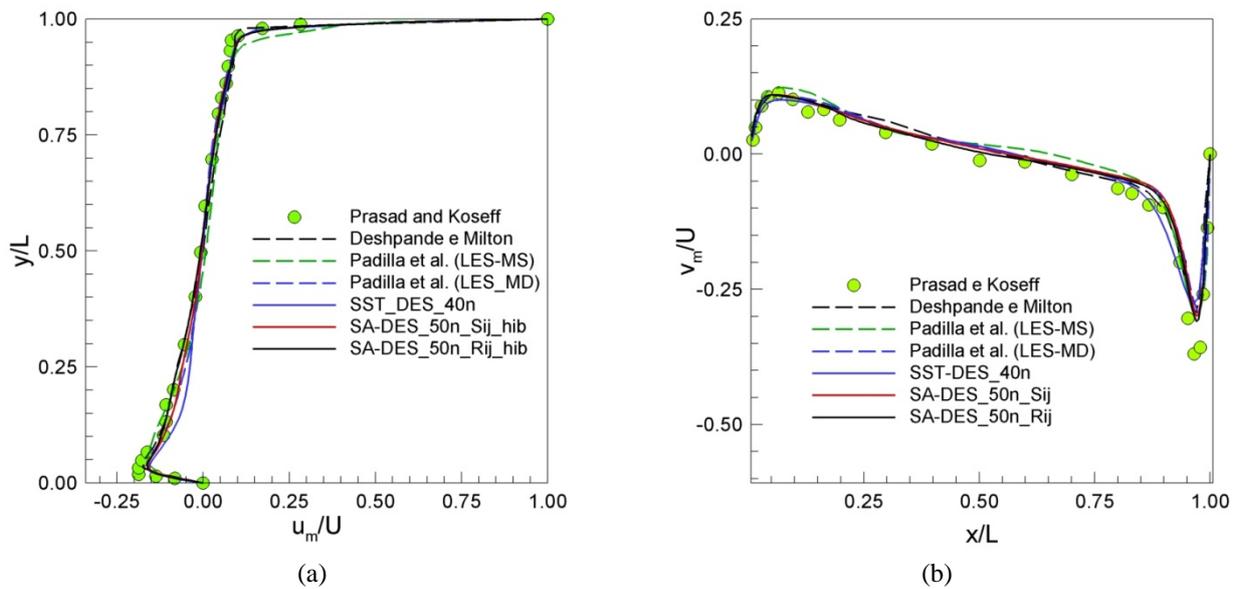


Figura 2. Perfis de velocidade média sobre o plano médio; (a) em  $x=0,5$ , (b) em  $y=0,5$ .

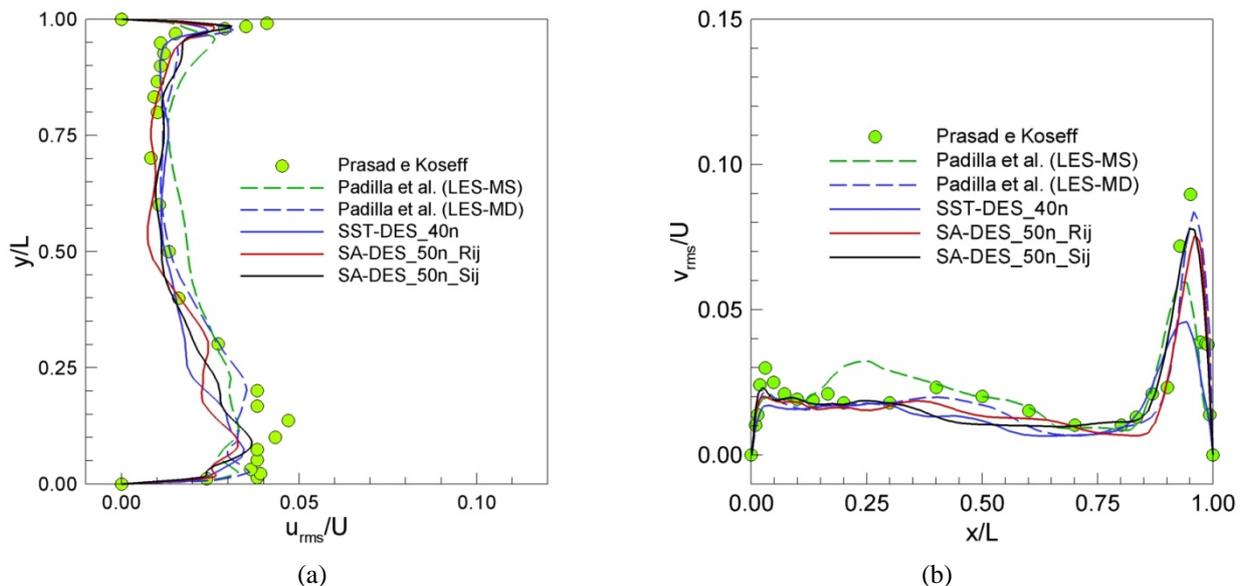


Figura 3. Intensidade de turbulência sobre o plano médio; (a) em  $x=0,5$ , (b) em  $y=0,5$ .

Os resultados usando a metodologia híbrida apresentam melhores resultados do campo médio de velocidade, quando comparado com as referências experimentais e numéricas, como mostrada na Fig. 2. Nessa figura, a referência da

metodologia LES (Padilla et al., 2005) inclui resultados com modelos sub-malha de Smagorinsky (LES-MS) e dinâmico (LES-MD).

Comparações com a modelagem SST-DES, para malha 40x40x40, são apresentadas nas Figs. 6 e 7. Para perfis médios de velocidade (Fig. 6) os resultados são bastante similares, exceto na região próxima da parede posterior, Fig. 6(b), onde o pico da solução com modelagem SST-DES subestima mais que os casos SA-DES\_40n\_Rij\_hib e SA-DES\_40n\_Sij\_hib, em relação aos dados experimentais. Quanto à estatística das flutuações, os comportamentos mostram diferenças ao longo do perfil com leve vantagem dos casos SA-DES\_40n\_Sij\_hib e SST-DES, principalmente nas regiões de máximos (próximos das paredes). Considerando que a solução SST-DES melhora com o refino da malha, os resultados DES são similares à solução LES-MD, com malha 40x40x40, e melhores que solução LES-MS. Estas são também próximas da solução DNS de Despande e Milton (1998).

A estatística das flutuações de velocidade para as componentes horizontal,  $u_{rms} = \sqrt{\overline{u'u'}}$ , e vertical normalizadas (Fig. 3) confirmam a boa qualidade das soluções com a metodologia DES, sendo próximas e seguindo a tendência dos perfis da solução LES-MD, que ainda é superior em algumas regiões como nas proximidades das paredes posterior e inferior ( $y/L=0$ , Fig. 3a) da cavidade. Nas regiões de maior intensidade de turbulência, próximos das regiões parietais, os perfis da solução SA-DES\_Sij se aproximam melhor aos dados experimentais e acompanham a curva da solução SST-DES na região central da cavidade.

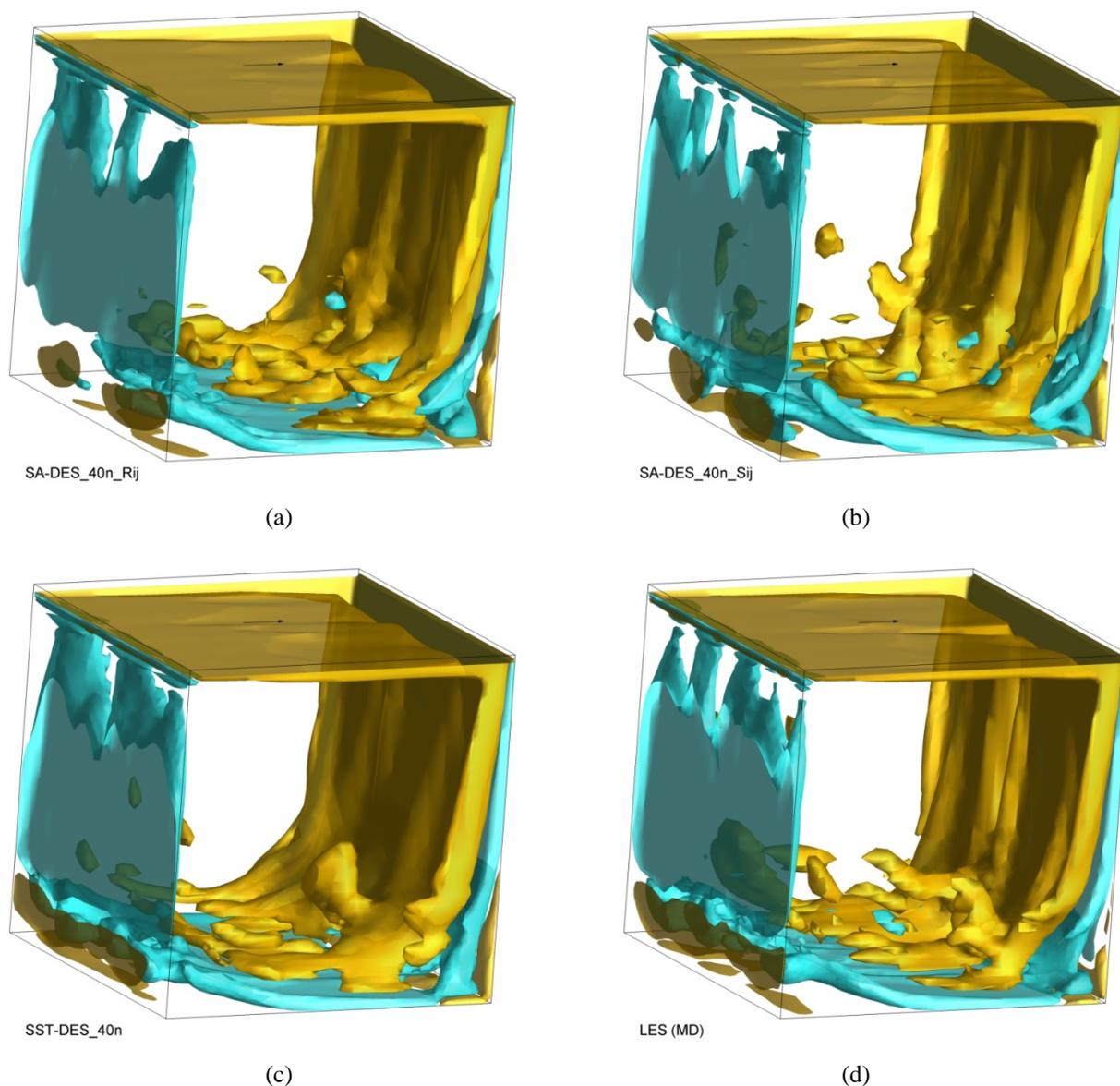


Figura 4. Vórtices do tipo Taylor-Gortler: (a) SA-DES, (b) SA-DES, (c) SST-DES, (d) LES com modelo dinâmico.

Características qualitativas dos escoamentos são visualizadas usando iso-superfícies de vorticidade  $\omega$  iguais a  $\pm 1,4$ , na Fig. 4. Tais imagens instantâneas evidenciam as estruturas típicas denominadas vórtices de tipo Taylor-Gortler, seccionadas pela própria dinâmica dos escoamentos. A riqueza de estruturas capturadas pelas soluções DES são intermediárias às soluções LES-MS e LES-MD

## 5. CONCLUSÕES

A metodologia híbrida DES com modelos de turbulência SST e SA foi avaliada na solução de escoamentos turbulentos em cavidades tridimensionais. Os resultados demonstram que a metodologia é promissora no tratamento de escoamentos confinados, com soluções de características comparáveis às soluções usando a metodologia LES.

## 6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da CAPES, FAPEMIG, PETROBRAS e da FEMEC/UFU.

## 7. REFERÊNCIAS

- Bardina, J.E., Huang, P.G. and Coakley, T.J., 1997, "Turbulence Modeling Validation Testing, and Development" – Ames Research Center.
- Bird, R.B., Stewart, W.E.E. and Lightfoot, E.N., 2002, "Transport phenomena", Ed. Jhon Wiley & Sons Inc., New York, USA.
- Davidson L., 2006, "Evaluation of the SST-SAS Model: Channel Flow, Asymmetric Diffuser and Axi-Symmetric Hill", European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECCOMAS CFD 2006, TU Delft, The Netherlands.
- Deshpande, M.D. and Milton, S. G., 1998, "Kolmogorov Scales in a Driven Cavity Flow", Fluid Dyn. Res., 22, pp. 359-381.
- Padilla, E.L.M., Martins, A.L. e Silveira Neto, A. 2005, "Large-Eddy Simulation of the Three-Dimensional Unstable Flow in a Lid-Driven Cavity", 18th International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto. Proceedings of COBEM, v. 1. p. 1-8.
- Piomelli, U., Scotti, A. and Balaras, E., 2000, "Large-Eddy Simulations of Turbulent Flows, from Desktop to Supercomputer", Fourth International Conference on Vector and Parallel Processing, J. M. L. M. Palma, J. Dongarra and V. Hernández, Springer: Berlin, pp. 551-577.
- Prasad, A.K. and Koseff, J.R., 1989, "Reynolds Number and End-Wall Effects on a Lid-Driven Cavity Flow", Phys. Fluids A, 1, pp. 208-218.
- Menter, F.R., 1992, "Two-equation k-w turbulence models for aerodynamic Flows". NASA.
- Menter, F.R., 1993, "Zonal Two-Equation k-Omega Turbulence Models for Aerodynamic Flows", AIAA, pp. 1993-2906.
- Menter, F.R., 1994, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA Journal, vol. 30, pp. 1657-1659.
- Menter, F.R. and Kuntz M., 2004, "Adaptation of Eddy-Viscosity Turbulence Models to Unsteady Separated Flows Behind Vehicles", The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses and Trains, Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, vol. 19, Springer Verlag.
- Migeon, C., Pineau, G. and Texier, A., 2003, "Three-Dimensionality Development Inside Standard Parallelepipedic Lid-Driven Cavities at  $Re=1000$ ", J. of Fluids and Structures Eng., 17, pp. 717-738.
- Silveira-Neto, A., Mansur, S.S. and Silvestrini, J.H., 2002, "Equações da Turbulência: Média Versus Filtragem, III Escola de Primavera de Transição e Turbulência", Anais, Florianópolis, pp. 1-7.
- Spalart, P. and Allmaras, S., 1992, "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamics Flows", AIAA , pp. 92-0439.
- Spalart, P.R., Jou, W.-H., Strelets, M. and Allmaras S., 2001, "Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RAN/LES approach", Advances in DNS/LES, 1st AFOSR Int. Conf. On DNS/LES, Columbus, Ohio.
- Spalart, P., S. Jou, W.-H., Strelets, M. and Allmaras, S., 1997, "Comments in the Feasibility of LES for Wings and on a Hybrid RAN/LES approach", Advances in LES/DNS, First Int. Conference on DNS/LES, Louisiana Tech University: Greyden Press.
- Spalart, P., Deck, S., Shur, M.L., Squires, K.D, 2006, "A New Version of Detached-Eddy Simulation, Resistant to Ambiguous Grid Densities", Theor. Comput. Fluid Dyn., DOI 10.1007/s00162-006-0015-0.
- Strelets, M., 2001, "Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows", AIAA 2001-0879.
- Wilcox, D. C., 1988, "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models". AIAA Journal, vol 26, pp. 1299-1310.