Avaliação do Campo de Temperatura Transiente em Tratamento de Cérebros Isquêmicos

Amanda Vivas Presgrave, Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia - IME, e-mail: amandapresgrave@ime.eb.br

Rodrigo Otávio de Castro Guedes, Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia - IME, e-mail: guedes@ime.eb.br

Francesco Scofano Neto, Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia - IME, e-mail: scofano@ime.eb.br

Introdução

Esta comunicação tem por objetivo apresentar sucintamente a análise teórica e alguns resultados preliminares para a situação do resfriamento seletivo do cérebro humano visando o tratamento de isquemias. A literatura médica argumenta que este tipo de tratamento pode ser de grande valia na recuperação de pacientes com traumas cerebrais. Devido à grande dificuldade de se obterem dados experimentais para este tipo de situação, modelos teóricos são importantes para a determinação da taxa de queda de temperatura ao longo do tempo. Nesta pesquisa, emprega-se um modelo simplificado admitindo-se que o cérebro possa ser modelado como uma esfera sólida de raio "a" composta por uma única camada. Os efeitos de perfusão sangüínea são modelados de acordo com a usual hipótese de Pennes. O modelo matemático é resolvido através da técnica da transformação integral clássica e estudam-se alguns casos de interesse com o objetivo de avaliar a influência da perfusão e do calor metabólico cerebral na distribuição de temperatura.

Análise

Tendo em vista os objetivos mencionados na seção anterior, toma-se como ponto de partida a equação de biotransferência de calor unidimensional transiente em geometria esférica incluindo os termos de perfusão e de calor metabólico. Admite-se que a camada mais externa do cérebro esteja a uma dada temperatura de resfriamento T_c. Como condição inicial, estima-se que o órgão como um todo esteja à temperatura do sangue arterial T_s. Assim, pode-se inferir que o modelo proposto obedece ao seguinte equacionamento [1]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2 \frac{\partial T}{\partial R}\right) - P_f\left(T - T_s\right) + q_m$$

$$T(R,0) = T_s$$

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial R} = 0\,, \quad T(1,t) = T_c$$

onde:

$$R = \frac{r}{a}, \qquad \tau = \frac{k}{\rho C}\frac{t}{a^2}$$

$$P_f = \frac{\varpi \rho_s C_s a^2}{k}, \qquad q_m = \frac{Q_{met} a^2}{k}$$

Nos casos que envolvem equações de difusão em geometria esférica, torna-se interessante empregar a transformação: $U(R,\tau) = RT(R,\tau)$ e, desta forma, o problema para a nova variável pode ser escrito como:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} - P_f\left(U - RT_s\right) + Rq_m$$

$$U(R,0) = RT_s$$

$$U(0,\tau) = 0, \quad U(1,\tau) = T_c$$

Tendo em vista a não homogeneidade do problema, admite-se uma separação do tipo:

$$U(R,\tau) = U_{ss}(R) + U_h(R,\tau)$$

onde o problema para $U_{ss}(R)$ é dado por:

$$\frac{d^2 U_{ss}}{dR^2} - P_f U_{ss}(R) + R\left[P_f T_s + q_m\right] = 0$$

$$U_{ss}(0) = 0, \quad U_{ss}(1) = T_c$$

Já o problema para $U_h(R,\tau)$ é descrito por:

$$\frac{\partial U_h}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 U_h}{\partial R^2} - P_f U_h$$

$$U_h(R,0) = RT_s - U_{ss}(R)$$

$$U_h(0,\tau) = 0, \quad U_h(1,\tau) = 0$$

O campo referente a $U_h(R,\tau)$ pode ser resolvido por técnicas de transformação integral. Para tanto escolhe-se o seguinte problema de auto-valor:

$$\frac{d^2\psi_i}{dR^2} + \mu_i^2\psi_i(R) = 0$$

$$\psi_i(0) = 0, \quad \psi_i(1) = 0$$

cuja solução é dada por:

$$\psi_i(R) = \mathrm{sen}(i\pi\, R)$$

Neste ponto uma série de operações, descritas detalhadamente em [1], são empregadas de modo a estabelecer a transformação integral do problema. Como resultado final tem-se:

$$U_h(R,\tau) = 2\sum_{i=1}^{\infty} I_i \,\mathrm{sen}(i\pi\, R)\, e^{\left(i^2\pi^2 + P_f\right)\tau}$$

$$I_i = \frac{\cos(i\pi)}{i\pi}\left[\frac{(T_c - T_s) - \dfrac{q_m}{P_f}}{1 + \dfrac{P_f}{i^2\pi^2}} + \frac{q_m}{P_f}\right]$$

Já a solução para $U_{ss}(R)$ é dada por:

$$U_{ss}(R) = R\left(T_s + \frac{q_m}{P_f}\right) + C_1\,\mathrm{senh}\left[\sqrt{P_f}\,R\right]$$

$$C_1 = (T_c - T_s) - \frac{q_m}{P_f}\Big/\mathrm{senh}(\sqrt{P_f})$$

Finalmente, a distribuição de temperatura transiente $T(R,\tau)$ é determinada por:

$$T(R,\tau) = \frac{U_{ss}(R)}{R} + \frac{U_h(R,\tau)}{R}$$

Apresentação e discussão de resultados

As expressões acima foram avaliadas para uma série de situações associadas ao resfriamento seletivo de cérebros sadios e acometidos por processos isquêmicos. De modo a simular a isquemia, foram tomados valores para perfusão sangüínea e calor metabólico como sendo 20% dos respectivos valores de cérebro sadio.

t [min]	T_{ext} - S	T_{ext} - I	T_{int} - S	T_{int} - I
0	37,0	37,0	37,0	37,0
1	34,7	33,0	37,1	37,0
2	32,3	28,9	37,1	37,0
5	30,9	22,8	36,9	36,4

TABELA 1 – Temperatura em graus Celsius nas regiões externa e interna da camada cinzenta para as situações de cérebro sadio (S) e isquêmico (I).

A tabela 1 apresenta a distribuição de temperatura transiente para as camadas externa e interna da massa cinzenta cerebral na situação normal e na situação isquêmica.

Os valores empregados foram: $T_c = 0^\circ C$, $a = 93mm$, $T_s = 37^\circ C$, $Q_{met} = 6271 W/m^3$, $\varpi = 0{,}005259\, m_s^3/m\,s$, $k = 0{,}52 W/m\,^\circ C$.

Observa-se a marcada influência da variação do coeficiente de perfusão sangüínea e do calor metabólico cerebral nas distribuições de temperatura.

Comentários finais

Neste trabalho foi apresentado um procedimento para a determinação aproximada do campo de temperatura em um cérebro humano submetido a uma situação de resfriamento seletivo no tratamento de isquemias. Os resultados revelaram que a técnica empregada produz resultados numéricos precisos com um custo computacional reduzido para a avaliação de quantidades de interesse. No entanto, a adequabilidade da hipótese de camada única ainda não está totalmente validada. Apesar desta abordagem ter sido empregada com sucesso no problema de ablação endometrial e em queimaduras em pele humana [2,3], é possível que os resultados aqui obtidos difiram de modelos mais complexos que levam em conta as distribuições de temperatura na pele, osso, massa cinzenta e massa branca cerebrais. Uma análise das propriedades termofísicas destas camadas revela, por exemplo, que os valores de condutividade térmica, perfusão sangüínea e taxa de calor metabólico são bastante distintos entre si. Espera-se que estudos e simulações mais aprofundadas esclareçam esta questão.

Referências bibliográficas

[1] Presgrave, A. V., "Modelagem e Simulação dos Efeitos de Perfusão Sangüínea em Problemas de Biotransferência de Calor", Dissertação de Mestrado, IME, 2005.

[2] Presgrave, A. V., Guedes, R. O. C., Scofano Neto, F. "Hybrid Analytical Numerical Solution to the Bioheat Transfer Equation", 18° Congresso Internacional de Engenharia Mecânica – COBEM, 2005.

[3] Presgrave, A. V., Guedes, R. O. C., Scofano Neto, F. "Analysis of Skin Burn Injuries Through Integral Transform Techniques", 11° Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas – ENCIT, 2006.