

# REVISÃO DE MODELOS PARA TRANSIÇÕES DE PADRÃO DE ESCOAMENTO GÁS-LÍQUIDO EM DUTO ANULAR VERTICAL E HORIZONTAL

Cynthia Politi Blanco, [cynthiapblanco@usp.br](mailto:cinthiapblanco@usp.br)

Thiago Freitas Albieri, [thiagualbieri@usp.br](mailto:thiagualbieri@usp.br)

Oscar Maurício Hernandez Rodriguez, [oscarmhr@sc.usp.br](mailto:oscarmhr@sc.usp.br)

Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador  
Saocarlense, 400 - Centro, São Carlos - SP, Brasil, CEP: 13566-590

**Resumo.** Embora os escoamentos multifásicos em dutos anulares sejam muito presentes na indústria de petróleo, por exemplo, escoamento de lama na perfuração de poços, duto de produção pipe-in-pipe e separadores gravitacionais do tipo “shroud” invertido, existem poucos estudos relacionados a esse tema e à previsão das fronteiras de suas cartas de fluxo. Neste trabalho, são revistos modelos fenomenológicos da literatura para prever as transições dos padrões de escoamento gás-líquido em dutos verticais e horizontais. Modelos recentes para escoamento vertical em duto anular foram implementados com base nos mecanismos físicos que provocam as transições de padrões de escoamento sugeridos na literatura, adotando o que havia de mais atual em cada trabalho para se chegar em uma metodologia de modelagem final. Já para escoamento horizontal, adaptaram-se modelos para gerar cartas de fluxo em escoamento gás-líquido em dutos circulares, fazendo-se as mudanças geométricas necessárias para duto anular. Os modelos fenomenológicos foram comparados com dados experimentais levantados em trabalhos da literatura.

**Palavras chave:** Escoamento bifásico, Modelagem fenomenológica, Duto anular, Transições de padrões de escoamento

## 1. INTRODUÇÃO

Escoamentos multifásicos são importantes em numerosos processos naturais e industriais. O foco deste trabalho é o escoamento gás-líquido em duto anular, o qual representa uma situação bastante freqüente na indústria de petróleo – como, por exemplo, em tubos de produção pipe-in-pipe e em separadores gás-líquido do tipo shroud invertido.

Kelessidis e Dukler (1989) analisaram os padrões de escoamento gás-líquido em duto anular vertical. Cartas de fluxo experimentais foram levantadas e modelos matemáticos para as transições de padrões de escoamento desenvolvidos. Hasan e Kabir (1991) propuseram um modelo para a transição entre os padrões de escoamento gás-líquido em duto anular ascendente. Com base em dados experimentais de outros trabalhos, as fronteiras teóricas de ambos os trabalhos foram comparadas com as experimentais, indicando uma grande equivalência entre as previsões e as observações experimentais.

Caetano *et al.* (1992) estudaram o escoamento gás-líquido em um duto anular vertical e ascendente. Desenvolveram modelos matemáticos para caracterizar os padrões de escoamento e também para prever as fronteiras de transição entre eles. No geral, observou-se grande concordância entre os dados experimentais e os previstos através do modelo matemático.

Já para duto anular horizontal, Wongwises e Pipathattakul (2005) estudaram experimentalmente o escoamento água-ar. A seção de teste foi inclinada, revelando mudanças significativas no padrão de escoamento com a inclinação do tubo. Ekberg *et al.* (1999) estudaram, classificaram e compararam os padrões de escoamento entre água e ar em duas seções de teste horizontais com geometria anular. Apesar de bastante elucidativos, ambos os trabalhos apresentam resultados coletados em dutos pequenos, bastante distantes das geometrias encontradas na indústria de petróleo, além de não proporem um modelo matemático para prever essas fronteiras entre os padrões de escoamento.

Tendo em vista as lacunas detectadas na literatura, principalmente em relação aos dutos anulares horizontais, para os quais não foi encontrado trabalho específico sobre modelagem das transições, os objetivos deste trabalho são: (i) catalogar, testar e adaptar modelos para as transições de padrão em escoamento gás-líquido vertical ascendente em duto anular e (ii) implementar e testar modelos fenomenológicos para gerar cartas de fluxo em escoamento gás-líquido horizontal em tubos, fazendo-se as mudanças geométricas necessárias para duto anular. As fronteiras de transição previstas são comparadas com as teóricas e as observadas experimentalmente na literatura.

## 2. CLASSIFICAÇÃO DOS PADRÕES DE ESCOAMENTO

### 2.1. Duto anular vertical

Da análise de Caetano *et al.* (1992), Hasan e Kabir (1992), Kelessidis e Dukler (1989) e Das *et al.* (2000), os padrões de escoamento em um duto anular vertical e ascendente podem ser classificados em cinco categorias:

- Bolhas: a fase gasosa encontra-se dispersa na forma de bolhas discretas na fase líquida contínua, distribuídas homoganeamente pela seção transversal do tubo.
- Bolhas dispersas: o gás encontra-se disperso na forma de pequenas bolhas na fase líquida contínua, as quais se movem sempre de maneira uniforme.
- Pistonado: caracteriza-se pela presença de grandes bolhas alongadas - conhecidas como bolhas de Taylor – seguidas por uma região de líquido (*slug* líquido) que ocupa toda a seção transversal e que contém pequenas bolhas esféricas de gás. Em um canal anular, as bolhas de Taylor - diferentemente de um canal circular, onde possuem um formato de bala e um diâmetro quase igual ao diâmetro do tubo - envolvem o tubo interno do anular, não ocupando toda sua seção transversal. Um filme líquido escoava descendentemente entre a bolha de Taylor e as paredes interna e externa.
- Agitante: esse padrão é parecido com o padrão pistonado, porém muito mais caótico e desordenado. O gás move-se continuamente para cima, carregando o líquido até uma certa altura. Esse *slug* líquido então cai, acumula-se, forma temporariamente uma região que preenche toda a seção transversal do tubo, porém, novamente, é levantado pelo gás.
- Anular: o líquido escoava ascendentemente como um filme nas paredes de ambos os tubos interno e externo, enquanto que a fase gasosa escoava ascendentemente no espaço anular entre os filmes líquidos, carregando gotículas de líquido.

## 2.2. Duto anular horizontal

Eckberg *et al.*(1999) e Wongwises e Pipathattakul (2005) atribuíram muitas classificações para os padrões de escoamento em dutos anulares horizontais. Entretanto, com base nesses trabalhos, mas a fim de se minimizar o número de padrões, optou-se por seguir as definições clássicas de padrões de escoamento para duto circular:

- Bolhas Dispersas: A fase gasosa encontra-se dispersa na fase líquida contínua em forma de bolhas. Devido à ação da gravidade, essas bolhas tendem a se aglomerar na parte superior da região anular.
- Intermitente em Bolhas Alongadas: Caracteriza-se por uma seqüência de bolhas alongadas - semelhantes às bolhas de Taylor do escoamento vertical - mas que se movimentam na parte superior do duto.
- Estratificado Liso: A separação gravitacional é completa: o gás flui pela parte superior do duto, enquanto que o líquido flui pela parte inferior.
- Estratificado Ondulado: É semelhante ao padrão estratificado: o gás flui pela parte superior do duto, enquanto que o líquido flui pela parte inferior. Porém, encontram-se ondas na interface entre gás e líquido.
- Intermitente Pistonado: Caracteriza-se pela passagem no canal de ondas da fase líquida com grandes amplitudes que crescem e bloqueiam toda a seção transversal do duto. Essas ondas são depois violentamente empurradas pelo ar com uma alta velocidade.
- Anular: O líquido escoava como um filme nas paredes de ambos os tubos interno e externo, enquanto que a fase gasosa escoava ascendentemente no espaço anular entre os filmes líquidos, carregando gotículas de líquido. Os filmes líquidos que envolvem os tubos interno e externo não são uniformes, sendo mais espessos na parte inferior dos tubos.

## 3. MODELAGEM DAS TRANSIÇÕES DOS PADRÕES DE ESCOAMENTO

### 3.1. Duto anular vertical

As transições dos padrões de escoamento para duto anular vertical ocorrem, em sua maioria, por mecanismos semelhantes aos de um duto circular, o que foi observado por Caetano *et al.*(1992), Hasan e Kabir(1992) e Kelessidis e Dukler(1989). As modelagens fenomenológicas desses trabalhos foram revisadas e o que havia de mais recente em cada trabalho foi adotado a fim de se chegar a uma metodologia de modelagem definitiva, a qual é descrita a seguir.

#### Velocidade de uma Bolha de Taylor:

Sadatom *et al.*(1982) investigaram experimentalmente a velocidade de subida de uma bolha de Taylor em um canal anular e sugerem o uso do diâmetro equi-periférico (*Dep*):

$$V_{tb} = 0.345\sqrt{g Dep}, \quad Dep = \frac{\text{Perímetro molhado}}{\pi} = D_o + D_i \quad (1)$$

sendo  $D_i$  e  $D_o$  os diâmetros interno e externo, respectivamente.

Hasan e Kabir(1992) fizeram um trabalho bastante abrangente para determinar experimentalmente a velocidade de subida de uma bolha de Taylor, apresentando resultados mais precisos que Sadatom *et al.* (1982).Chegaram à seguinte relação, adotada para este trabalho:

$$V_{tb} = \left(0.345 + 0.1 \frac{Di}{Do}\right) \sqrt{gDo \left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l}\right)} \quad (2)$$

onde  $\rho_l$  e  $\rho_g$  são as densidades do líquido e do gás, respectivamente.

### Existência do Padrão Bolhas

Taitel *et al.*(1980) sugeriram o seguinte mecanismo para a existência do padrão bolhas: quando a velocidade de uma bolha discreta ( $V_{0,\infty}$ ) é maior que a velocidade de uma bolha de Taylor ( $V_{tb}$ ), a bolha discreta se aproxima da bolha de Taylor e ocorre a coalescência. Dessa maneira, não existirá o padrão bolhas. A velocidade de uma bolha discreta, segundo Harmathy(1960), é dada por:

$$V_{0,\infty} = 1.53 \left[ \frac{(\rho_l - \rho_g)g\sigma}{\rho_l^2} \right]^{0.25} \quad (3)$$

onde  $g$  é a aceleração gravitacional e  $\sigma$  é a tensão superficial.

Já a velocidade de uma bolha de Taylor é dada pela Eq.(2). Logo, tem-se a condição de existência para o padrão bolhas:

$$\left(0.345 D_o^{0.5} + 0.1 \frac{Di}{D_o^{0.5}}\right) > 1.53 [(\rho_l - \rho_g)g]^{-0.25} \sigma^{0.25} \quad (4)$$

### Bolhas para Pistonado

A baixas velocidades superficiais do líquido, os efeitos turbulentos são negligenciáveis e essa transição é controlada por um mecanismo de aglomeração. As bolhas escoam ascendentemente de maneira aleatória e, ocasionalmente, colidem, formando bolhas maiores. Chega-se, então, a um ponto no qual as bolhas tornam-se tão empacotadas que o padrão transiciona para pistonado. Taitel *et al.*(1980) estipularam uma distância máxima entre as bolhas – antes da transição – que permite uma certa liberdade de movimento. Esse espaçamento implica em uma fração de vazio de 25% para dutos circulares. Assume-se que esse mecanismo é válido para todas as geometrias. Dessa maneira, a velocidade *in situ* do gás e do líquido são dadas, respectivamente, por:

$$V_g = \frac{V_{gs}}{\alpha} \text{ e } V_l = \frac{V_{ls}}{(1-\alpha)}, \quad (5)$$

onde  $V_{ls}$  é a velocidade superficial do líquido,  $V_{gs}$  é a velocidade superficial do gás e  $\alpha$  é a fração de vazio do gás.

Essas velocidades *in situ* relacionam-se por:

$$V_g - V_l = V_0 \quad (6)$$

onde  $V_0$  é a velocidade de subida de uma bolha em relação ao líquido.

Zuber e Hench(1962) indicam que, para uma bolha escoando em meio a um “bando” da bolhas, tem-se:

$$V_0 = (1 - \alpha)^{0.5} V_{0,\infty} \quad (7)$$

onde a velocidade de subida uma bolha em um meio líquido infinito é dada por Harmathy(1960):

$$V_{0,\infty} = 1.53 \left[ \frac{(\rho_l - \rho_g)g\sigma}{\rho_l^2} \right]^{0.25} \quad (8)$$

Substituindo a Eq.(5), a Eq.(7) e a Eq.(8) na Eq.(6) e, com  $\alpha = 0.25$ , obtém-se:

$$V_{ls} = 3V_{gs} - 0.99 \left[ \frac{(\rho_l - \rho_g)g\sigma}{\rho_l^2} \right]^{0.25} \quad (9)$$

### Bolhas Dispersas para Pistonado ou Agitante

Segundo Taitel *et al.*(1980), assumindo-se as bolhas como esféricas e arranjas em um retículo quadrado, a máxima fração de vazio permitida para uma bolha é de 0.52. Portanto, utilizando-se a mesma modelagem feita para a transição entre os padrões bolhas e pistonado, mas quando  $\alpha=0.52$ , obtém-se:

$$V_{ls} = 0.923 V_{gs} - 0.509 \left[ \frac{(\rho_l - \rho_g) g \sigma}{\rho_l^2} \right]^{0.25} \quad (10)$$

### Bolhas ou Pistonado para Bolhas Dispersas

A altas velocidades superficiais de líquido, as forças turbulentas tendem a quebrar a fase gasosa em bolhas menores e dispersa-las na fase líquida, de modo que a fração de vazio possa exceder o valor de 25% sem causar a transição para o padrão pistonado. De acordo com Hinze (1955), o máximo diâmetro que uma bolha pode assumir é:

$$d_{max} = K \left( \frac{\sigma}{\rho_l} \right)^{0.6} (e_d)^{-\frac{2}{5}} \quad (11)$$

onde K é uma constante e  $e_d$  é a dissipação de energia por unidade de massa. Sevik e Park(1973) desenvolveram um valor teórico de  $k=1.15$ , o que mostrou concordância com os resultados experimentais. A taxa de dissipação de energia por unidade de massa é dada por:

$$e_d = \left| \frac{dP}{dz} \right|_{fr} \frac{V_m}{\rho_m} \quad (12)$$

onde  $\left| \frac{dP}{dz} \right|_{fr}$  é o gradiente de pressão friccional, dado por

$$\left| \frac{dP}{dz} \right|_{fr} = \frac{2f}{D_h} \rho_m V_m^2 \quad (13)$$

sendo  $\rho_m$  a densidade da mistura, f o fator de atrito de Fanning,  $V_m$  a velocidade superficial da mistura,  $D_h$  é o diâmetro hidráulico, definido por

$$D_h = \frac{4A}{P_{mol}} = \frac{4 \left[ \frac{\pi(D_o^2 - D_i^2)}{4} \right]}{\pi(D_o + D_i)} = D_o - D_i \quad (14)$$

onde A é a área transversal e  $P_{mol}$  é o perímetro molhado.

O fator de atrito pode ser expresso em função do número de Reynolds através de:

$$f = C_f Re^{-n} \quad (58) \quad Re = \frac{V_m D_h \rho_l}{\mu_l} \quad (15)$$

sendo  $C_f$  e  $n$  constantes. De acordo com Jonsson e Sparrow (1966), para um duto anular,  $n=0.18$  e  $C_f$  é função de  $\frac{D_i}{D_o}$ .

Esse mecanismo de quebra das bolhas pode prevenir a aglomeração somente se as bolhas produzidas forem pequenas o suficiente para permanecerem esféricas. O diâmetro crítico é dado por Brodkey (1967):

$$d_{cri} = \left[ \frac{0.4\sigma}{(\rho_l - \rho_g)g} \right]^{0.5} \quad (16)$$

Assim, fazendo  $d_{max} = d_{cri}$ :

$$V_{ls} = \left\{ 1.14 \left[ \frac{2 C_f (D_o - D_i)^{-1.18} \rho_l^{-0.18}}{\mu_l^{-0.18}} \right]^{-0.4} \left[ \frac{0.4\sigma}{(\rho_l - \rho_g)g} \right]^{-0.5} \left( \frac{\sigma}{\rho_l} \right)^{-0.6} \right\}^{\frac{1}{1.148}} - V_{gs} \quad (17)$$

### Pistonado para Agitante

Observações visuais feitas por Kelessidis e Dukler(1989) e Hasan e Kabir(1992) os levaram a concluir que o padrão agitante em um duto anular, assim como no circular, é um fenômeno de entrada do padrão pistonado. Sendo assim, sugere-se que o padrão agitante existe quando o *slug* líquido é menor que um comprimento estável do pistão ( $l_s$ ).

Kelessidis e Dukler(1989) chegaram ao valor teórico de  $\frac{l_s}{D_h} = 22.4$ , o que apresentou boa concordância com o resultado experimental de  $\frac{l_s}{D_h} = 20.7$ . Calcularam o comprimento de entrada  $l_e$  necessário para se estabelecer o padrão pistonado de acordo com a modelagem proposta por Taitel *et al.*(1980) para dutos circulares:

$$\frac{l_{e.}}{D_h} = 22.96 \left( \frac{Cv_m}{V_{tb}} + 1 \right) \quad (18)$$

onde  $C = 1.55$ . Dessa forma, tem-se:

$$\frac{l_{e.}}{D_h} = 22.96 \left[ \frac{1.55(V_{gs} + V_{ls})}{(0.345 + 0.1 \frac{D_i}{D_o}) \sqrt{g D_o \left( \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l} \right)}} + 1 \right] \quad (19)$$

### Transição para Anular:

Assume-se que o mecanismo de transição proposto por Taitel *et al.*(1980) para duto circular – onde existe uma velocidade mínima de gás capaz de carregar as maiores gotículas de água presentes no núcleo de gás – é também válido para duto anular. Desprezando-se a espessura dos filmes líquidos, faz-se um balanço de forças em uma gotícula de ar:

$$\frac{1}{2} C_D \rho_g V_g^2 \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) = (\rho_l - \rho_g) g \frac{4}{3} \frac{\pi d^3}{8} \quad (20)$$

onde  $d$  é o máximo diâmetro estável de uma gota, dado por Hinze(1955):

$$d = \frac{K \sigma}{\rho_g V_g^2} \quad (21)$$

e, de acordo com Turner *et al.*(1969),  $K=30$  e  $C_D = 0.44$ . Chega-se, logo, à equação da transição em questão:

$$V_g = 3.09 \left[ \frac{(\rho_l - \rho_g)}{\rho_g^2} g \sigma \right]^{0.25} \quad (22)$$

### 3.1. Duto anular horizontal

Para a modelagem das transições em dutos anulares horizontais (Fig.(1)), optou-se por utilizar a modelagem de Taitel e Dukler (1976) e um modelo proposto por Rodriguez *et al.*(2006), ambos para dutos circulares, fazendo as alterações geométricas necessárias.

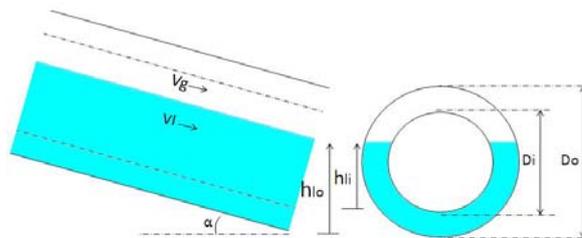


Figura 1. Desenho esquemático do escoamento gás-líquido em duto anular horizontal, onde  $h_{lo}$  é a altura do líquido em relação ao diâmetro externo e  $h_{li}$  é a altura do líquido em relação ao diâmetro interno.

### Equilíbrio do Escoamento Estratificado:

A análise de equilíbrio do escoamento estratificado é feita através do critério proposto por Rodriguez *et al.*(2006). Faz-se um balanço de massa e quantidade de movimento através das equações diferenciais transientes unidimensionais deduzidas segundo o modelo de dois fluidos, para ambas as fases. A lei de Laplace-Young é escolhida para relacionar as pressões nas fases em função da tensão superficial  $\sigma$  (condição de salto de pressão):

$$\frac{\partial(P_{ig} - P_{il})}{\partial x} = \sigma \frac{\partial \left[ \frac{1}{r_1 h_{l\sigma}} + \frac{1}{r_2 h_{l\sigma}} \right]}{\partial x} \quad (23)$$

Note que são considerados os dois raios de curvatura principais (Eq. 23), *i.e.*, não é utilizada a clássica aproximação de onda longa. Tal sofisticação é pertinente para escoamentos dominados pela tensão superficial, como em dutos pequenos e anulares. A teoria linear da estabilidade hidrodinâmica é aplicada para a dedução da equação diferencial da perturbação ou equação da estabilidade do padrão estratificado:

$$M \frac{\partial^4 \hat{h}_{Lo}}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 \hat{h}_{Lo}}{\partial t^2} + 2E \frac{\partial^2 \hat{h}_{Lo}}{\partial t \partial x} + F \frac{\partial^2 \hat{h}_{Lo}}{\partial x^2} + G \left( \frac{\partial \hat{h}_{Lo}}{\partial t} + H \frac{\partial \hat{h}_{Lo}}{\partial x} \right) = 0 \quad (24)$$

Após a normalização da Eq. (24), procedimento necessário para verificação do seu caráter ondulatório, a solução exata do problema linearizado é dada pela metodologia proposta por Whitham (1974). Maiores detalhes podem ser vistos em Rodriguez *et al.* (2006).

Para um canal anular, as seguintes alterações quanto às áreas e aos perímetros são propostas:

- Se  $\frac{D_o - D_i}{2} < h_{lo} < D_i + \left( \frac{D_o - D_i}{2} \right) = \frac{D_o + D_i}{2}$

$$S_G = S_{go} + S_{gi} = D_o \cos^{-1} \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right) + D_i \cos^{-1} \left( \frac{2h_{li}}{D_i} - 1 \right) \quad (25)$$

$$S_L = S_{lo} + S_{li} = (\pi D_o - S_{go}) + (\pi D_i - S_{gi}) = D_o \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right) \right] + D_i \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{2h_{li}}{D_i} - 1 \right) \right] \quad (26)$$

$$S_i = S_{io} - S_{ii} = D_o \left[ 1 - \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right)^2 \right]^{0.5} - D_i \left[ 1 - \left( \frac{2h_{li}}{D_i} - 1 \right)^2 \right]^{0.5} \quad (27)$$

$$A_G = \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{l} D_o^2 \left[ \cos^{-1} \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right) - \sqrt{1 - \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right)^2} \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right) \right] \\ - D_i^2 \left[ \cos^{-1} \left( \frac{2h_{li}}{D_i} - 1 \right) - \sqrt{1 - \left( \frac{2h_{li}}{D_i} - 1 \right)^2} \left( \frac{2h_{li}}{D_i} - 1 \right) \right] \end{array} \right\} \quad (28)$$

$$A_L = \frac{\pi(D_o^2 - D_i^2)}{4} - A_G \quad (29)$$

- Se  $h_{lo} < \frac{D_o - D_i}{2}$

$$S_G = S_{go} + S_{gi} = D_o \left[ \pi - \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2h_{lo}}{D_o} \right) \right] + \pi D_i \quad (30)$$

$$S_L = S_{lo} = D_o \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2h_{lo}}{D_o} \right) \quad (31)$$

$$S_i = S_{io} = D_o \left[ 1 - \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right)^2 \right]^{0.5} \quad (32)$$

$$A_L = \frac{1}{4} D_o^2 \left[ \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2h_{lo}}{D_o} \right) - \sqrt{1 - \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right)^2} \left( 1 - \frac{2h_{lo}}{D_o} \right) \right] \quad (33)$$

$$A_G = \frac{\pi(D_o^2 - D_i^2)}{4} - A_L \quad (34)$$

- Se  $h_{lo} > \frac{D_o + D_i}{2}$

$$S_G = S_{go} = D_o \cos^{-1} \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right) \quad (35)$$

$$S_L = S_{lo} + S_{li} = D_o \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right) \right] + \pi D_i \quad (36)$$

$$S_i = S_{io} = D_o \left[ 1 - \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right)^2 \right]^{0.5} \quad (37)$$

$$A_G = \frac{D_o^2}{4} \left[ \cos^{-1} \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right) - \sqrt{1 - \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right)^2} \left( \frac{2h_{lo}}{D_o} - 1 \right) \right] \quad (38)$$

$$A_L = \frac{\pi(D_o^2 - D_i^2)}{4} - A_G \quad (39)$$

### Estratificado Ondulado para Intermitente ou Anular:

Acredita-se que instabilidades de Kelvin-Helmholtz, que ocorrem quando uma onda de amplitude finita cresce na interface do escoamento estratificado, são responsáveis pela transição do escoamento estratificado para o intermitente ou anular. Analisando-se os dados experimentais de Eckberg *et al.*(1999), sugere-se que essas instabilidades também são encontradas em um duto anular. Dessa forma, o critério de Kelvin-Helmholtz para crescimento de ondas entre placas paralelas pode ser modificado para um tubo de geometria anular. De Rodriguez *et al.*(2006), tira-se o critério para a transição em questão:

$$1 + \frac{M\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - F}{NV_0^2} > 0 \quad (40)$$

### Estratificado Liso para Estratificado Ondulado:

Adota-se o critério de Rodriguez *et al.*(2006) para a transição em duto circular do padrão estratificado liso para ondulado, fazendo-se as alterações geométricas acima citadas.

$$0 \leq \frac{\left(\frac{C_g}{V_g} - 1\right)^2}{1 + \frac{M\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - F}{NV_g^2}} \leq 1 \quad (41)$$

### Intermitente para Anular

Taitel e Dukler(1976) sugeriram que, dado um escoamento estratificado e se a onda for considerada uma senóide, quando  $\frac{h_l}{D} > 0.5$ , o pico da onda alcançará a parte superior do tubo externo antes que o vale alcance a parte inferior do mesmo tubo. Com isso, será bloqueada a passagem de gás e, então, o padrão intermitente se formará. Se  $\frac{h_l}{D} < 0.5$ , o inverso ocorrerá, o que acarretará na formação do padrão anular. Como as instabilidades de Kelvin-Helmholtz podem ser observadas em Eckberg *et al.*(1999), sugere-se o mesmo mecanismo de transição para um canal anular. Logo:

- Se  $\frac{h_{l0}}{D_0} > 0.5$ , o escoamento estratificado transicionará para o intermitente;
- Se  $\frac{h_{l0}}{D_0} < 0.5$ , o escoamento estratificado transicionará para o anular.

### Intermitente para Bolhas Dispersas:

A transição para o padrão bolhas dispersas ocorrerá quando as forças turbulentas forem maiores que as forças de empuxo, as quais tendem a manter o gás na região superior do canal. Esse mecanismo independe da geometria do duto, portanto, também é aplicável a um duto anular.

A força resultante entre a ação do empuxo e da gravidade atuando na fase gasosa por unidade de comprimento é:

$$F_E = (\rho_l - \rho_g)g \cos \alpha A_G \quad (42)$$

De acordo com Levich(1962), a força agindo na fase gasosa devido à turbulência é:

$$F_T = \frac{1}{2} \rho_l \overline{v^2} S_i \quad (43)$$

onde  $\overline{v^2}$  é a velocidade radial de flutuação, cuja raiz quadrada é aproximadamente igual à velocidade de atrito. Então:

$$\overline{v^2}^{0.5} = V_l \left(\frac{f_l}{2}\right)^{0.5} \quad (44)$$

sendo o fator de atrito dado por:

$$f_{L,G} = C_{L,G} \left(\frac{D_{L,G} V_{SL} S_G \rho_{L,G}}{\mu_{L,G}}\right)^{-n}, f_i = f_G \text{ se } V_{gs} > V_{ls} \text{ e } f_i = f_L \text{ se } V_{gs} < V_{ls}. \quad (45)$$

Segundo Taitel e Dukler(1976),  $C_L = C_G = 0.046$  e  $n = 0.2$  para escoamento turbulento e  $C_L = C_G = 16$  e  $n = 1.0$  para escoamento laminar. A transição ocorrerá quando  $F_T \geq F_E$ . Logo, a equação que representa a transição é:

$$V_l \geq \left[ \frac{4A_G g \cos \alpha (\rho_l - \rho_g)}{S_i f_l \rho_g} \right]^{0.5} \quad (46)$$

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A metodologia de modelagem proposta para dutos verticais foi aplicada aos dados experimentais de Caetano *et al.* (1992) e de Kelessidis e Dukler (1989) e comparadas às modelagens propostas nesses trabalhos. Os resultados podem ser analisados através das Figs. (2) e (3).

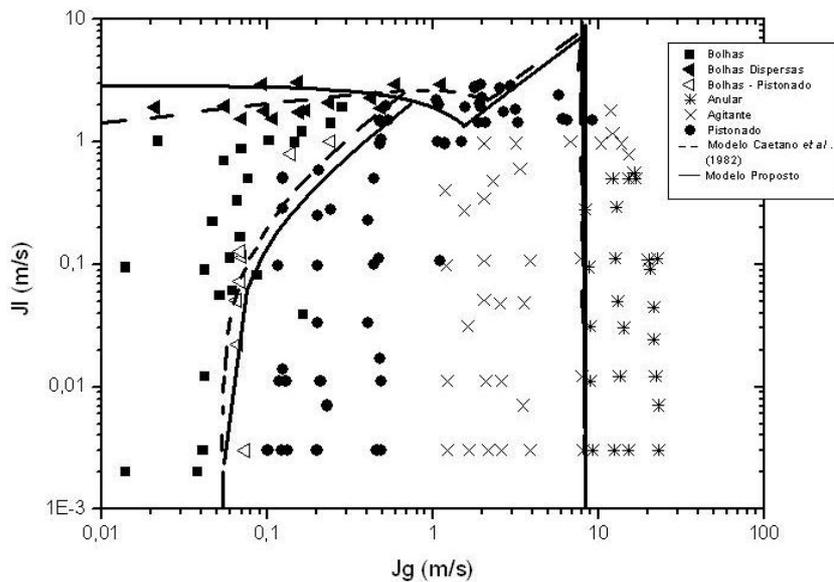


Figura 2. Comparação entre os dados experimentais e modelagem de Caetano *et al.* (1992) e as fronteiras teóricas do modelo proposto neste trabalho para duto anular vertical.

Analisando a Fig.(2), observa-se que a fronteira experimental entre os padrões bolhas-dispersas e agitante e entre os padrões agitante e anular são bastante condizentes com as fronteiras teóricas modeladas neste trabalho. Já as fronteiras entre os padrões bolhas e bolhas dispersas e entre os padrões bolhas para pistonado ou agitante apresentam um pequeno desvio em relação aos dados experimentais. Nota-se que, para essas fronteiras, o modelo de Caetano *et al.* (1992) prevê o comportamento dos dados experimentais com melhor eficiência. Entretanto, no geral, as fronteiras teóricas propostas pelo modelo deste trabalho apresentam boa concordância com os dados experimentais e com as fronteiras teóricas de Caetano *et al.* (1992).

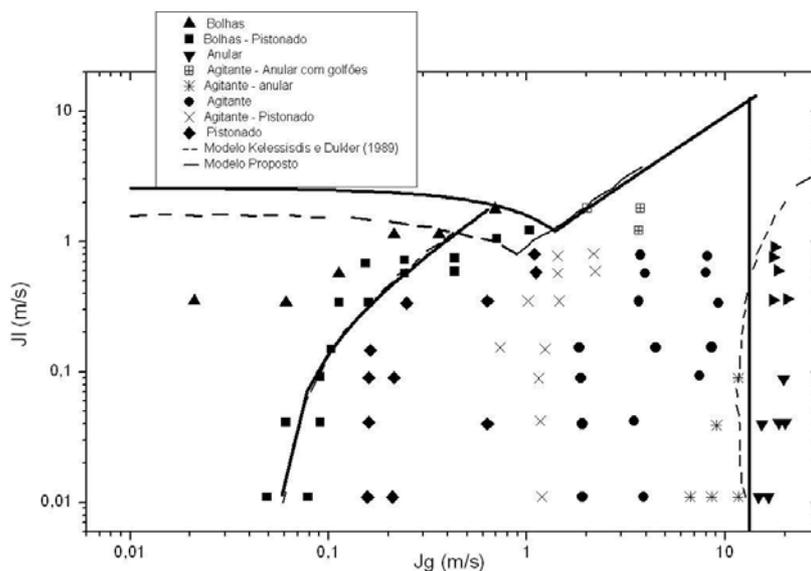


Figura 3. Comparação entre os dados experimentais e modelagem de Kelessidis e Dukler (1989) e as fronteiras teóricas do modelo proposto neste trabalho para duto anular vertical.

Já para a Fig.(3), observa-se que há um desvio referente às fronteiras do padrão bolhas para bolhas-dispersas propostas pelo modelo de Kelessidis e Dukler (1989) e pelo modelo proposto neste trabalho. Apesar de não haver dados experimentais referentes ao padrão bolhas dispersas, nota-se que a fronteira teórica entre os padrões bolhas e bolhas dispersas do modelo proposto neste trabalho acompanha melhor o comportamento dos dados experimentais do padrão bolhas em comparação ao modelo de Kelessidis e Dukler (1989). No entanto, para as outras fronteiras teóricas, há uma grande concordância entre elas e os dados experimentais e o modelo de Kelessidis e Dukler (1989).

Já a modelagem proposta para dutos horizontais foi aplicada aos experimentos de Eckberg *et al.*(1999), cujos resultados podem ser comparados através na Fig. (4).

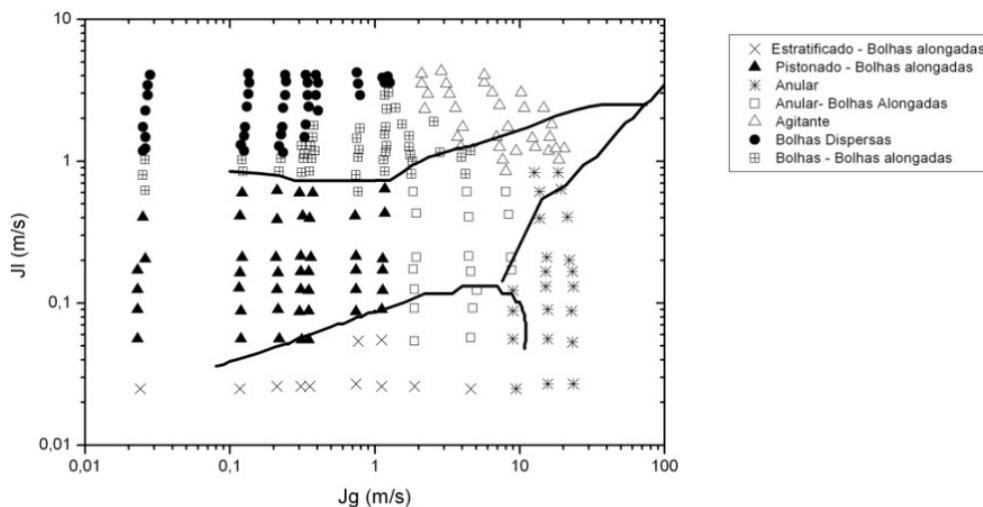


Figura 4. Comparação entre os dados experimentais de Eckberg *et al.*(1999) e as fronteiras teóricas do modelo proposto para duto anular horizontal

Com base na Fig.(4), pode-se observar que não há dados experimentais referentes ao padrão estratificado, apenas um padrão de transição entre o último e o padrão intermitente (bolhas alongadas e pistonado). Entretanto, a curva gerada pelo modelo acompanha o comportamento dos dados experimentais nessa zona de transição. Já as fronteiras entre os padrões intermitentes e o anular e padrões intermitentes e bolhas apresentam melhor concordância com os dados experimentais. É importante frisar que, como há diferença entre os padrões classificados por Eckberg *et al.* (1999) e por este trabalho, há certa dificuldade em comparar as transições dos padrões de escoamento. Além disso, com um diâmetro hidráulico pequeno, forças capilares (tensão superficial) tendem a ser bastante influentes no comportamento do escoamento. Portanto, como os autores não forneceram as propriedades físicas dos fluidos *in situ*, uma escolha errada pode acarretar em grandes diferenças na carta de fluxo. Os autores também não propuseram um modelo para gerar as fronteiras teóricas, portanto, não há como comparar com o modelo proposto neste trabalho.

## 5. CONCLUSÃO

Foi feita uma revisão sobre os modelos para previsão das transições dos padrões de escoamento bifásico gás-líquido existentes na literatura e proposta uma metodologia de modelagem final unindo o que havia de mais atual em cada trabalho. Esse modelo final foi comparado com as fronteiras experimentais e teóricas desses trabalhos, apresentando, no geral, boa concordância com os últimos. Já para a previsão das transições dos padrões de escoamento bifásico em dutos anulares horizontais, utilizou-se um modelo clássico e outro recentemente proposto, ambos para dutos circulares, fazendo-se as alterações geométricas necessárias. A modelagem proposta para dutos anulares horizontais apresentou boa concordância com os dados experimentais obtidos na literatura. No entanto, para se aperfeiçoar as fronteiras teóricas de transição, é necessário fazer um levantamento exato das propriedades físicas dos fluidos utilizados, tais como densidades, viscosidades e tensão superficial. É preciso, também, para uma comparação eficiente, que as classificações dos padrões de escoamento sejam equivalentes.

## 6. AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelas bolsas concedidas (procs. 07/03912-0 e 07/03889-8) e à PETROBRAS.

## 7. NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso incluído neste artigo.

## 8. REFERÊNCIAS

- Brodkey, R.S., 1967, "The phenomena of fluid motions", Addison-Wesley, Reading, Mass.
- Caetano, E.F., Shoham, O. and Brill, J.P., 1992, "Upward Vertical Two-Phase Flow Through an Annulus . Part I: Single-phase Friction Factor, Taylor Bubbles Rise Velocity and Flow Pattern Prediction", *Journal of Energy Resources Technology*, v.114, p.1-13.
- Das, G., Das, P.K., Purohit, N.K. and Mitra, A.K., 2000, "Phase distribution of gas-liquid mixtures in concentric annuli-inception and termination of asymmetry", *International Journal of Multiphase Flow*, v. 26, n.5, p.857-876.
- Ekberg, N.P., Ghiaasiaan, S.M., Abdel-Khalik, S.I., Yoda, M. and Jeter, S.M., 1999, "Gas-liquid two-phase flow in narrow horizontal annuli", *Nuclear Engineering and Design*, v. 192, n.1, p. 59-80.
- Harmathy, T.Z., 1960, "Velocity of large drops and bubbles in media of infinite or restricted extent", *AICHE Journal*, v.6, p.281-288.
- Hasan, A.R. and Kabir, C.S., 1992, "Two-phase flow in vertical and inclined annuli", *International Journal of Multiphase Flow*, v.18, n.2, p.279-293.
- Hinze, J.O., 1995, "Fundamentals of the hydrodynamic mechanism of splitting in dispersion processes", *AICHE Journal*, v.1, n.3, p.289-295.
- Jonsson, V.K. and Sparrow, E.M., 1966, "Experiments on turbulent-flow phenomena in eccentric annular ducts", *Journal of Fluid Mechanics*, v.25, p.65-86.
- Kelessidis, V.C. and Dukler, A.E., 1989, "Modeling flow pattern transitions for upward gas-liquid flow in vertical concentric and eccentric annuli", *International Journal of Multiphase Flow*, v. 15, n.2, p.173-191.
- Kelessidis, V.C. and Dukler, A.E., 1990, "Motion of large gas bubbles through liquids in vertical concentric and eccentric annuli", *International Journal of Multiphase Flow*, v.16, n.3, p. 375-390.
- Sadatomi, M., Sato, Y. and Saruwatari, S., 1982, "Two phase flow in vertical non circular channels", *International Journal of Multi-phase Flow*, v.6, p.641-655.
- Sevik, M. and Park, S.H., 1973, "The Splitting of Drops and Bubbles by Turbulent Fluid Flow", *Journal of Fluids Engineering*, v.95, n.1, p.53-60.
- Taitel, Y. and Dukler, A. E., 1976, "A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow", *A.I.Ch.E. Journal*, 22, pp. 47-55.
- Taitel, Y., Barnea, D. and Dukler, A. E., 1980, "Modeling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes", *A.I.Ch.E. Journal*, 26, pp. 345-354.
- Turner, R.G., Hubbard, M.G. and Dukler, A.E., 1969, "Analysis and Prediction of Minimum Flow Rate for the Continuous Removal of Liquids from Gas Wells", *Journal of Petroleum Technology*, v.21, p.1475-1469.
- Whitham, G.B., 1974, "Linear and nonlinear waves", John Wiley & Sons, New York.
- Wongwises, S. and Pipathattakul, M., 2006, "Flow pattern, pressure drop and void fraction of two-phase gas-liquid flow in an inclined narrow annular channel. *Experimental Thermal and Fluid Science*", v.30, n.4, p.345-354.
- Zuber, N. and Hench, J., 1962, "Steady state and transient void fraction of bubbling systems and their operating limit. Part I - Steady state operations", General Electric Report.