

GERAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE ONDAS NÃO-LINEARES EM UM RESERVATÓRIO

Roger Matsumoto Moreira, André Avelino de Oliveira Mendes & Raphael David Aquilino Bacchi

Laboratório de Dinâmica dos Fluidos Computacional (LabCFD)
Escola de Engenharia, Universidade Federal Fluminense
R. Passos da Pátria 156, bl.D, sl.563A, Niterói, R.J., Brasil. CEP: 24210-240.
E-mail: roger@vm.uff.br, andreavelinoom@gmail.com & raphael@esss.com.br

Resumo. O presente trabalho tem por objetivo modelar numericamente a geração e propagação de ondas em um reservatório, representado por uma caixa bidimensional impermeável, com um fundo plano horizontal e duas paredes verticais. Um movimento harmônico lateral ou vertical é imposto no container parcialmente cheio de água, com duas possíveis condições iniciais para a superfície livre: repouso absoluto ou uma onda senoidal estacionária. Dois métodos numéricos são empregados na solução do problema de valor de contorno. O primeiro se baseia na solução de uma equação integral originária do teorema integral de Cauchy para funções complexas; o escoamento com superfície livre, não-linear e transiente, é simulado por meio do método da integral de contorno. Os resultados numéricos são validados por meio de soluções analíticas clássicas da literatura. O segundo método utiliza o código comercial ANSYS CFX com um modelo homogêneo para a superfície livre. Neste caso, os resultados são comparados com os experimentos realizados por Bredmose et al. (2003). Em ambos os modelos, características interessantes da superfície livre são obtidas e discutidas.

Palavras chave: Escoamentos com superfície livre, sloshing, método da integral de contorno, CFX.

1. Introdução

Sabe-se que a agitação de um reservatório parcialmente cheio de líquido submetido a determinadas frequências pode gerar ondas de superfície extremamente energéticas. Esse fenômeno – conhecido na literatura inglesa por *sloshing* – voltou a despertar o interesse de pesquisadores, que têm atuado principalmente na identificação das frequências excitadoras do sistema e na modelagem da propagação dessas ondas não-lineares em meios confinados. Atualmente, projetistas têm utilizado códigos de fluidodinâmica computacional e experimentos na tentativa de entender melhor o processo de formação dessas ondas.

Tanques de armazenamento em caminhões, aviões, espaçonaves e navios podem, sob certas circunstâncias, estarem sujeitos a cargas harmônicas de alta amplitude, podendo alcançar modos de ressonância. Tais ondas, quando refletidas nas paredes do compartimento, impõem forças hidrodinâmicas que podem gerar um efeito desestabilizante. Esta interação entre o fluido e a estrutura pode causar a ruptura do *container*, instabilidade e perda de manobrabilidade em veículos que transportam substâncias líquidas. A figura 1 ilustra esquematicamente a geração e propagação de uma onda de superfície em um navio tanque, induzida pelos movimentos de jogo (*roll*), afundamento (*heave*) e deriva (*sway*).

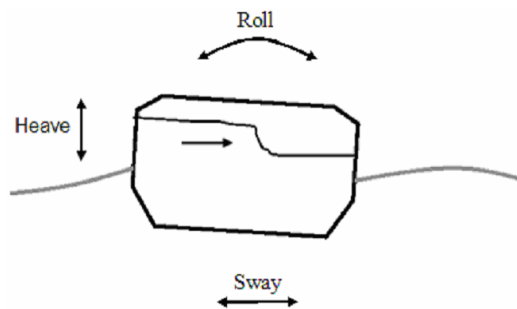


Figura 1. Representação esquemática da seção transversal de um navio tanque submetido às condições de mar.

No Brasil, a exploração e produção de petróleo e gás natural é realizada em sua grande parte em alto-mar, sendo a Bacia de Campos responsável por cerca de 70% da produção nacional. Atualmente, os sistemas flutuantes de produção – na forma de plataformas semi-submersíveis e FPSOs (*Floating Production Storage and Offloading units*) – possuem tanques de estocagem de óleo cada vez maiores. Neste contexto, é de suma importância conhecer o mecanismo de formação dessas ondas, diagnosticando os principais modos de excitação que poderiam acarretar em impactos violentos de líquido nas estruturas do reservatório, comprometendo assim a estabilidade e a integridade da embarcação.

Na Mecânica dos Fluidos, o fenômeno de *sloshing* representa um problema de autovalor clássico, tendo sido objeto de estudo de cientistas ilustres como Poisson, Rayleigh e Kirchhoff. Uma referência padrão sobre o assunto é Lamb

(1932, §258), que relata a escassez de soluções para a superfície livre supondo um reservatório com profundidade variável. De fato, Lamb analisou o movimento do fluido em um canal triangular, cuja seção transversal consistia de dois segmentos de reta inclinados a 45° em relação à vertical, que permanece como uma das poucas soluções analíticas encontradas até hoje.

Em meados do século XX, houve mais uma vez o interesse da comunidade acadêmica pelo desenvolvimento de uma teoria de propagação de ondas em reservatórios parcialmente cheios de líquido. As principais aplicações na época envolviam o estudo de problemas associados a tanques de combustível em foguetes e aviões. Em um tanque bidimensional com comprimento πL e profundidade hL , Moiseyev (1958) e Chester (1968) identificaram que as oscilações na superfície livre possuem um espectro discreto de frequências $\omega = [gn \tanh(nh)/L]^{1/2}$, onde g é a aceleração da gravidade e n é o número de ondas, com a ressonância ocorrendo quando o reservatório é forçado a oscilar próximo dessas frequências.

Em um trabalho seguinte, Ockendon & Ockendon (1973) constataram que pequenas oscilações verticais e horizontais de um container parcialmente cheio de líquido podem gerar uma movimentação do fluido em uma escala muito maior do que a amplitude de excitação do sistema. De fato, por intermédio de métodos assintóticos, Ockendon & Ockendon reproduziram os resultados analíticos de Moiseyev (1958) e Chester (1968), além de unificar sua análise para águas rasas ($h/L < 1$). Moiseev (1964) e Moiseev & Petrov (1968) fornecem uma revisão extensa do fenômeno de *sloshing* à luz da teoria linear, com soluções via teoria da perturbação, não tratando, no entanto, de oscilações não-lineares.

O aparecimento de computadores com maior capacidade de processamento e os crescentes avanços na área de análise numérica abriram novos horizontes no estudo de escoamentos com superfície livre, onde efeitos não-lineares desempenham um papel importante. De fato, o desenvolvimento de novas técnicas de fluidodinâmica computacional tornou possível a investigação de determinados fenômenos através de meios que não sejam exclusivamente experimentais.

Wu & Eatock Taylor (1994) aplicaram o método dos elementos finitos ao problema de *sloshing* em um tanque bidimensional, obtendo soluções para o movimento fluido pela aproximação de Galerkin. Em um trabalho seguinte, Wu & Eatock Taylor (1998) estenderam seu modelo para o problema 3D, onde foram observadas, além das ondas estacionárias, ondas progressivas e ressaltos hidráulicos. Os resultados numéricos foram validados através da comparação com soluções 2D obtidas no trabalho anterior.

Em um trabalho numérico-experimental, Bredmose *et al.* (2003) realizou uma série de experimentos em um reservatório parcialmente cheio de água, com dimensões 1,48 x 0,40 x 0,75m³. O movimento do tanque foi realizado utilizando-se uma mesa simuladora de terremotos do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Bristol. Os sinais utilizados nos experimentos eram restritos aos movimentos de *sway* e *heave*. Duas modelagens numéricas foram utilizadas no intuito de reproduzir o escoamento com superfície livre. Para o *sloshing* horizontal, empregou-se o modelo de Boussinesq para águas rasas; para os movimentos com aceleração vertical, adaptou-se o programa completamente não-linear para escoamentos com superfície livre desenvolvido por Dold & Peregrine (1986) (ver também Dold 1992). A comparação entre resultados numéricos e experimentais foi satisfatória, evidenciando fenômenos como o *sloshing* e o *table-top*, este último também denominado onda de Faraday.

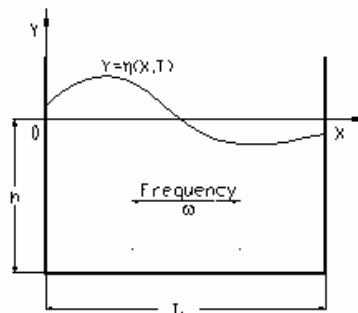


Figura 2. Representação da geometria do reservatório estudado.

O presente trabalho tem por objetivo modelar numericamente a geração e propagação de ondas em um reservatório, representado por uma caixa bidimensional impermeável, com um fundo plano horizontal e duas paredes verticais (ver figura 2). Um movimento harmônico lateral ou vertical é imposto no *container* parcialmente cheio de água, com duas possíveis condições iniciais para a superfície livre: repouso absoluto ou uma onda senoidal estacionária. Dois métodos numéricos são empregados na solução do problema de valor de contorno. O primeiro se baseia na solução de uma equação integral originária do teorema integral de Cauchy para funções complexas; o escoamento com superfície livre,

não-linear e transiente, é simulado por meio do método da integral de contorno. Os resultados numéricos são validados por meio de soluções analíticas clássicas da literatura. O segundo método utiliza o código comercial ANSYS CFX com um modelo homogêneo para a superfície livre. Neste caso, os resultados são comparados com os experimentos realizados por Bredmose *et al.* (2003).

2. Problema de valor de contorno

O escoamento no reservatório é considerado não-viscoso e incompressível. Desta forma, a equação de Laplace é satisfeita no domínio fluido,

$$\nabla^2 \Phi = 0, \quad (1)$$

onde Φ representa o potencial total de velocidades. As oscilações verticais e horizontais do *container* são introduzidas no modelo através da decomposição do potencial total Φ em uma parte regular ϕ (devido a ondas de superfície) e uma parte perturbada $\bar{\phi}$ (devido a forças harmônicas externas), como em Moreira *et al.* (2005).

A condição de contorno cinemática impõe que as partículas de fluido na superfície livre permaneçam nesta interface,

$$\frac{D\bar{r}}{Dt} = \bar{u}, \quad (2)$$

onde \bar{u} representa o campo de velocidades e $\bar{r} = (x, y, t)$.

A condição de contorno dinâmica é regida pela equação de Bernoulli,

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 - \frac{p}{\rho} - gy - \tau\kappa + \zeta (y\Phi_x - \Psi), \quad (3)$$

onde p é a pressão e ρ a densidade do fluido; τ é a tensão superficial e κ a curvatura na superfície livre; ζ é a vorticidade e Ψ a função corrente. Os resultados apresentados neste artigo desprezam os efeitos da tensão superficial e vorticidade.

Nas paredes vertical e horizontal do reservatório, a condição de Neumann deve ser satisfeita, ou seja, tanto o fundo como as laterais do reservatório são considerados rígidos e impermeáveis. Desta forma no fundo,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

enquanto nas paredes verticais,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

3. Método da integral de contorno

O problema de valor de contorno é resolvido utilizando uma versão adaptada do programa desenvolvido por Dold & Peregrine (1986). Tal técnica consiste em aplicar o método da integral de contorno a escoamentos com superfície livre, o que reduz significativamente a demanda computacional para o cálculo do movimento do fluido já que apenas propriedades da superfície são estimadas. O problema proposto é resolvido através do método da integral de contorno que está relacionado ao teorema integral de Cauchy,

$$u - iv = \frac{1}{i\pi} \frac{\partial z / \partial \xi}{|\partial z / \partial \xi|} \oint_C (u' - iv') \frac{dz'}{z' - z}, \quad (6)$$

onde $\bar{u} = (u, v)$ e $z = x + iy$. ξ é o parâmetro discretizador e o expoente ' representa o ponto móvel no contorno.

A condição de impenetrabilidade nas paredes é satisfeita utilizando-se o método das imagens (ver figura 3). A equação integral acima é resolvida no plano Ω aplicando-se a seguinte transformação conforme:

$$\Omega = \exp(-iz). \quad (7)$$

A figura 3b mostra o domínio fluido após a aplicação da transformação conforme. Para maiores detalhes acerca do método numérico veja Dold (1992) e Moreira (2001).

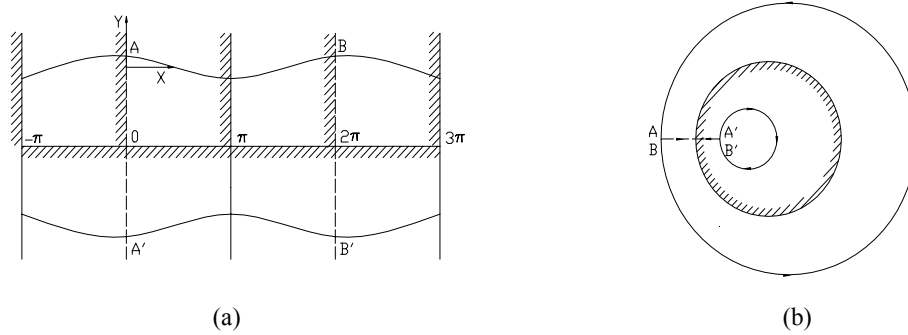


Figura 3. (a) Arranjo periódico de reservatórios obtidos através da reflexão vertical.
 (b) Domínio fluido após a aplicação da transformação conforme.

4. Resultados numéricos

4.1. Reservatório em repouso

Inicialmente investigou-se a evolução do escoamento supondo o reservatório em repouso e arbitrando um perfil de onda linear como condição inicial para a superfície livre. Em todos os casos simulados, assumiu-se uma profundidade $h/L=1$. Como predito pela teoria linear, os resultados numéricos confirmam a formação de ondas estacionárias para os casos de baixa amplitude inicial ($A_0/h < 0,2$), sem o aparecimento de ondas íngremes. Para amplitudes maiores (ver figura 4), o escoamento com superfície livre se torna essencialmente transiente e não-linear, com a formação de ondas progressivas que se quebram ao atingir o limite de 120° na crista da onda (ver figuras 4b e 4c) ou que evoluem até se chocar contra as paredes laterais, ocasionando um considerável *run up* (ver figura 4a). Para $A_0/h \geq 0,7$, pode-se notar a formação de um jato vertical central proeminente (ver figuras 4d, 4e e 4f). Nestes casos, há uma transferência de energia para a parte central da onda, criando jatos verticais com amplitudes superiores à condição inicial. Este fenômeno, também conhecido como efeito “bazuca”, já foi discutido por uma série de autores (Longuet-Higgins 2001).

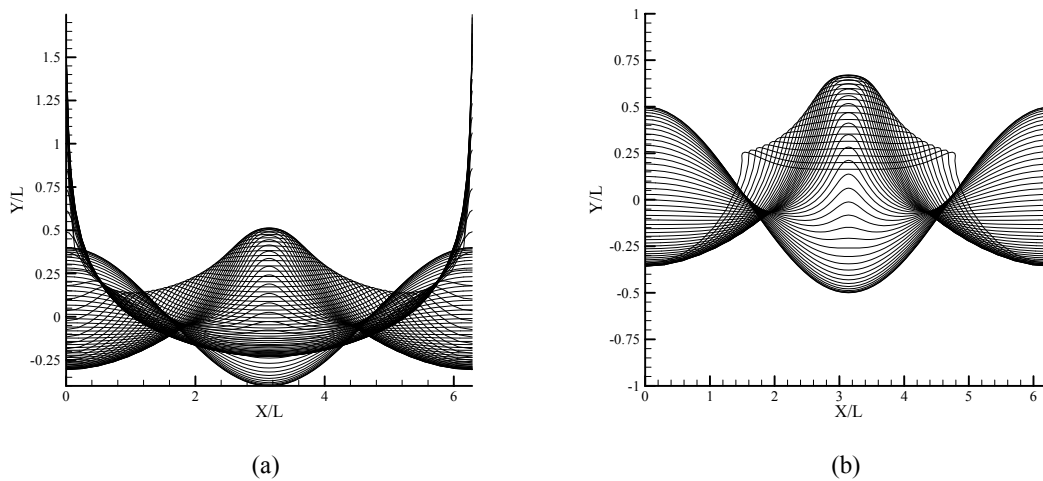


Figura 4. Evolução não-linear da superfície livre para diferentes amplitudes iniciais A_0 : (a) 0,4; (b) 0,5. Reservatório em repouso. Razão de aspecto $h/L=1$.

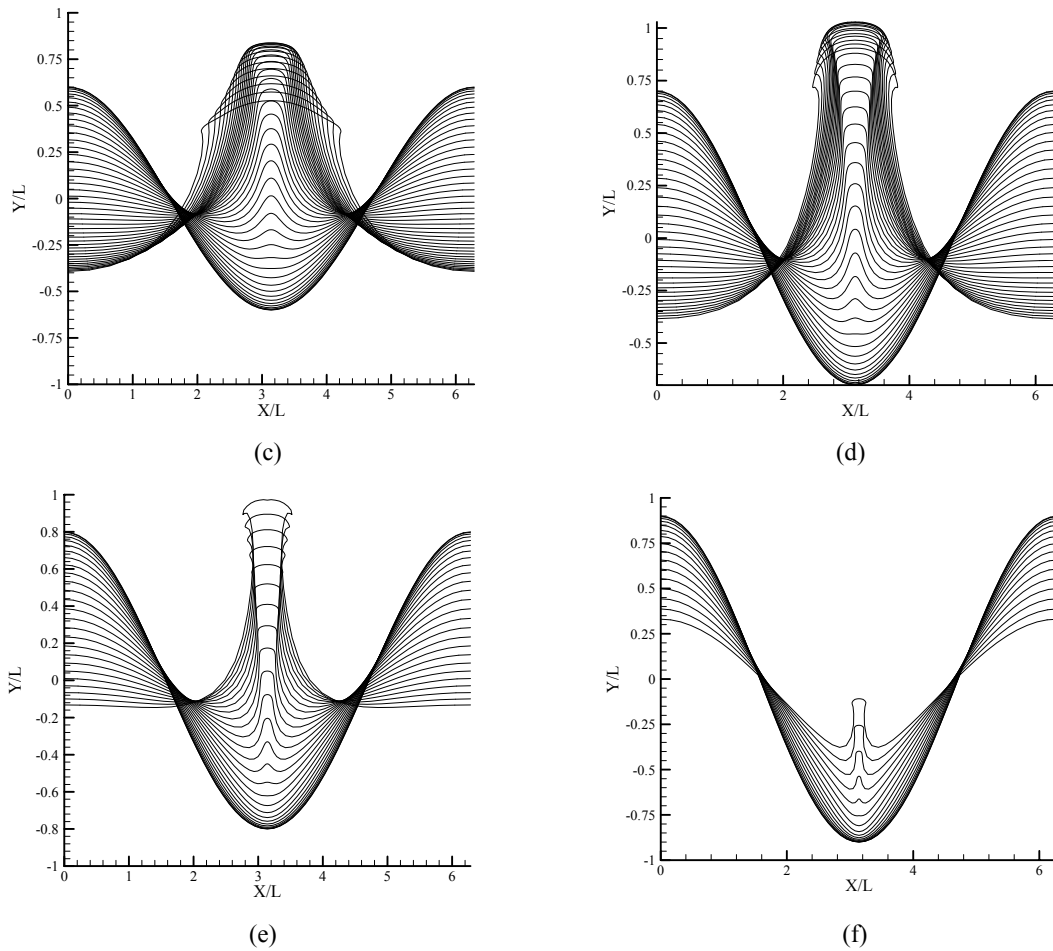


Figura 4 (cont.). Evolução não-linear da superfície livre para diferentes amplitudes iniciais A_0 : (c) 0,6; (d) 0,7; (e) 0,8; (f) 0,9. Reservatório em repouso. Razão de aspecto $h/L=1$.

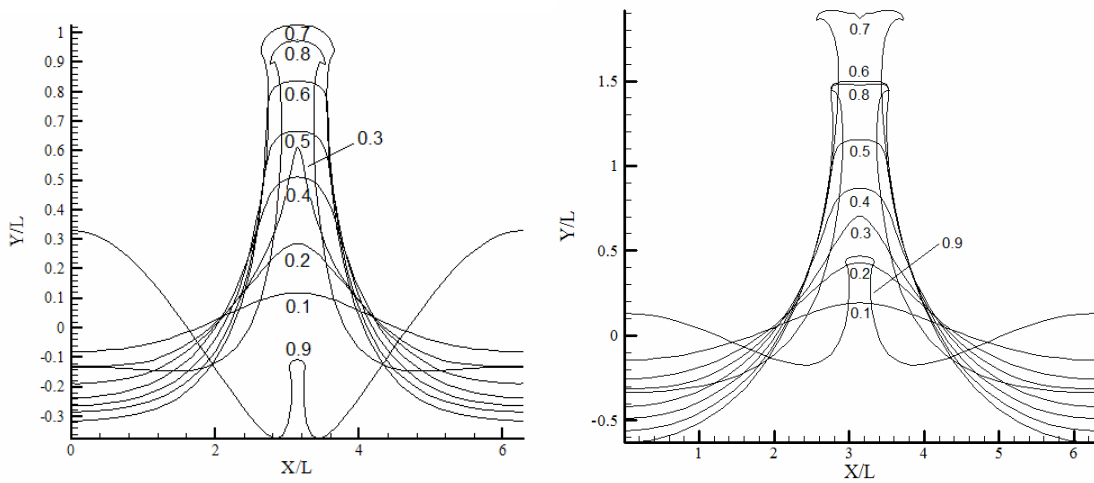


Figura 5. Perfis da superfície livre em sua máxima elevação, considerando-se diferentes amplitudes iniciais A_0/h . (a) Reservatório em repouso. (b) Reservatório acelerado verticalmente ($V_0=0,5$; $\omega=1$). Em ambos os casos, $h/L=1$.

4.2. Reservatório acelerado verticalmente

O movimento harmônico do reservatório é incluído no modelo definindo-se um potencial perturbador $\bar{\phi}$ que satisfaça a equação de Laplace tal que $V = V_0 \sin(\omega t)$, onde V representa a velocidade vertical do tanque e ω a sua frequência de oscilação. Todos os resultados numéricos apresentados ao longo deste trabalho foram colhidos utilizando-se um referencial que se move com o reservatório. Supondo uma condição inicial em repouso absoluto e excitando-se o sistema verticalmente, percebe-se que nenhuma perturbação ocorre na superfície livre, havendo para isto a necessidade de alguma excitação lateral. A figura 5 compara os perfis da superfície livre em sua máxima elevação, considerando-se diferentes amplitudes iniciais A_0/h , extraídas respectivamente para o caso do reservatório em repouso e com uma aceleração vertical. Pode-se notar claramente o aumento das amplitudes do sistema ocasionado pela aceleração vertical do fluido. Além disto, percebe-se um achatamento da crista das ondas, notoriamente naquelas de maior amplitude, evidenciando o fenômeno do *table top*, também denominado por onda de Faraday. Bredmose *et al.* (2003) relatou experimental e numericamente a existência dessas ondas.

4.3. Reservatório acelerado lateralmente

Para o movimento lateral do reservatório, optou-se por validar os resultados numéricos analiticamente por intermédio dos trabalhos clássicos de Moiseyev (1958) e Chester (1968). De fato, os perfis encontrados para a superfície livre na figura 6 comprovam a formação de ondas lineares ressonantes quando o sistema é colocado a oscilar horizontalmente com frequências $\omega = [gn \tanh(nh)/L]^{1/2}$. Devido a limitações do código computacional, agitações de maior amplitude ocasionaram a interrupção abrupta da computação devido a instabilidades numéricas.

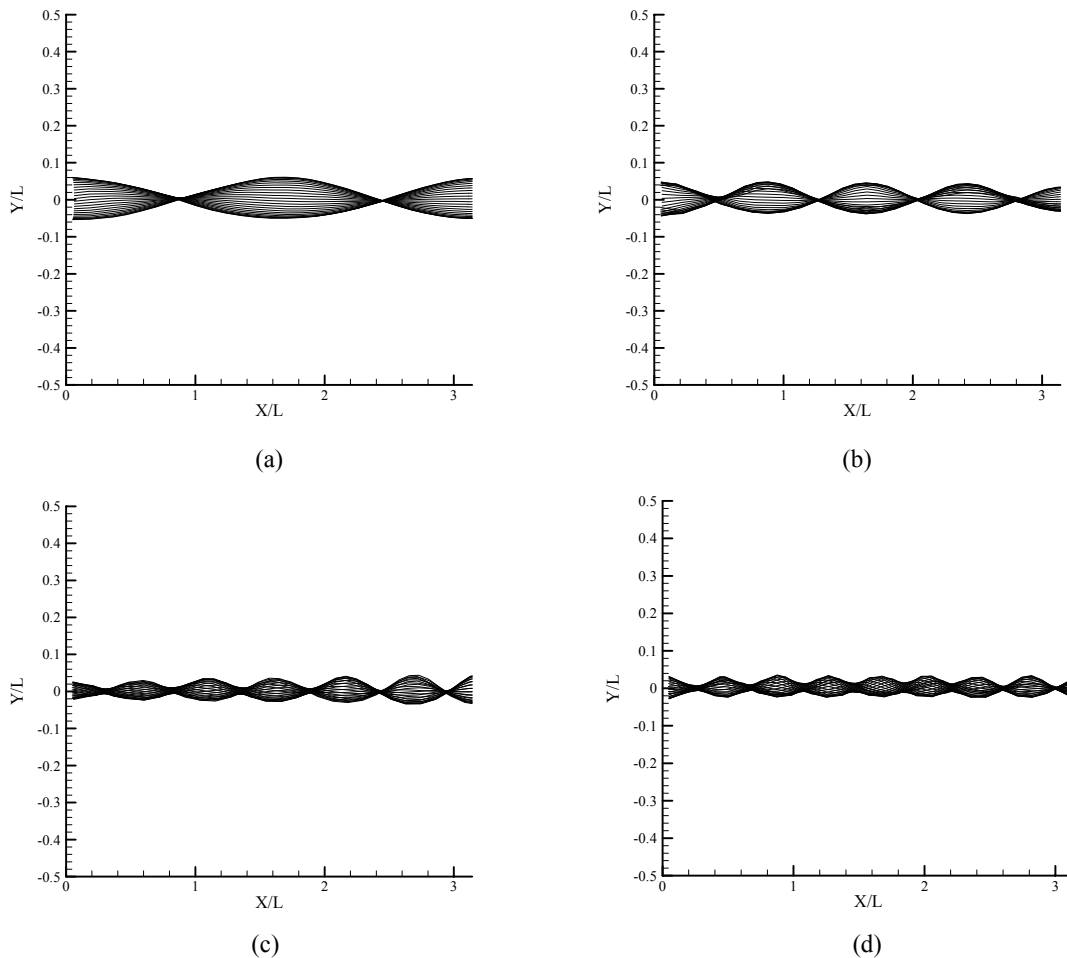


Figura 6. Ondas ressonantes formadas a partir de agitações harmônicas horizontais ($U_0=0,001$; $h/L=1$) com frequência ω igual a: (a) 1,39; (b) 2,00; (c) 2,44; (d) 2,83. Em todos os casos, a condição inicial para a superfície livre foi de repouso absoluto.

4.4. Sloshing horizontal

Nesta seção, os resultados experimentais e numéricos de Bredmose *et al.* (2003) para o fenômeno de *sloshing* horizontal (experimento H10) são comparados com soluções numéricas obtidas através do código comercial ANSYS CFX, considerando-se um modelo multifásico homogêneo para a descrição do movimento da superfície livre. A figura 7 mostra a malha hexaédrica de 9.047 elementos (18.480 nós) utilizada nas simulações. Nas paredes verticais e no fundo do reservatório foi aplicada a condição de não-deslizamento, enquanto na região superior a condição de *opening* foi empregada. O regime adotado foi o transiente, com passo de tempo de 0,005s, para um tempo total de 12s, dentro da faixa do experimento de Bredmose *et al.* (2003). O reservatório é modelado com dimensões 1,48 x 0,75m² e é parcialmente cheio de água, com uma profundidade média de 0,155m. A figura 8 ilustra o sinal utilizado nas simulações numéricas.

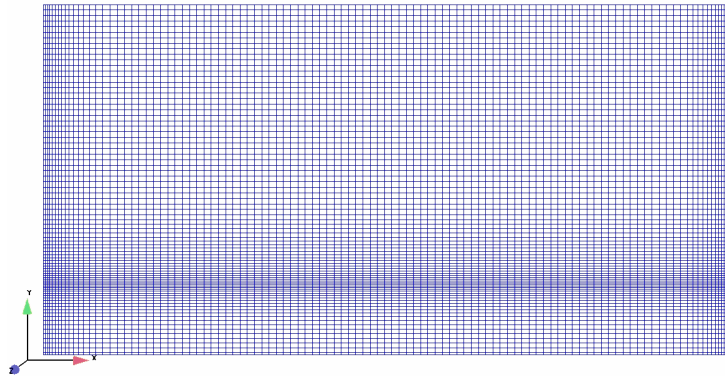


Figura 7. Discretização empregada nas simulações com o *software* ANSYS CFX.

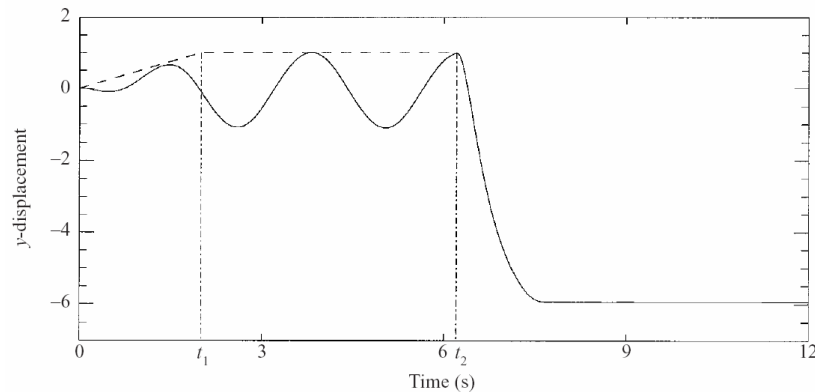


Figura 8. Movimento harmônico lateral empregado no experimento H10 de Bredmose *et al.* (2003). Para obter o deslocamento horizontal do tanque em *cm*, a ordenada deve ser multiplicada pelo fator 2.

A coluna à esquerda da figura 9 mostra uma sequência de 12 fotos extraídas do experimento H10 (ver figura 11 de Bredmose *et al.* 2003), enquanto as linhas tracejadas representam as soluções numéricas utilizando-se um modelo de Boussinesq. À direita da mesma figura, os resultados obtidos utilizando-se o código ANSYS CFX são apresentados. As imagens cobrem o movimento da superfície livre resultante do “empurrão” ocasionado pela parede à direita do reservatório, decorridos 6,21s do início do experimento (ver t_2 na figura 8). A onda gerada é fotografada até atingir a parede à esquerda, seguida do *run up* e posterior reflexão. De uma forma geral, a concordância entre os resultados experimentais e numéricos é excelente. A amplitude da onda gerada na parede vertical à direita decai até se aproximar da parede oposta, quando se torna mais íngreme e inicia o *run up*. Note que os resultados numéricos obtidos no CFX reproduzem mais fielmente os experimentos, notoriamente no momento do *run up*. Como reportado por Bredmose *et al.* (2003), o modelo de Boussinesq é falho em regiões que não há batimetria suave. Uma outra característica importante evidenciada nas simulações é a indicação, após o *run up*, de um jato vertical em direção ao fundo do reservatório (ver figura 9, $t = 8.04s$), fato este não reproduzido pelo modelo de Boussinesq. Convém ressaltar ainda que o modelo empregado no CFX não contempla os efeitos da tensão superficial, que segundo Jervis & Peregrine (1996) pode acarretar uma redução em até 10% da amplitude máxima.

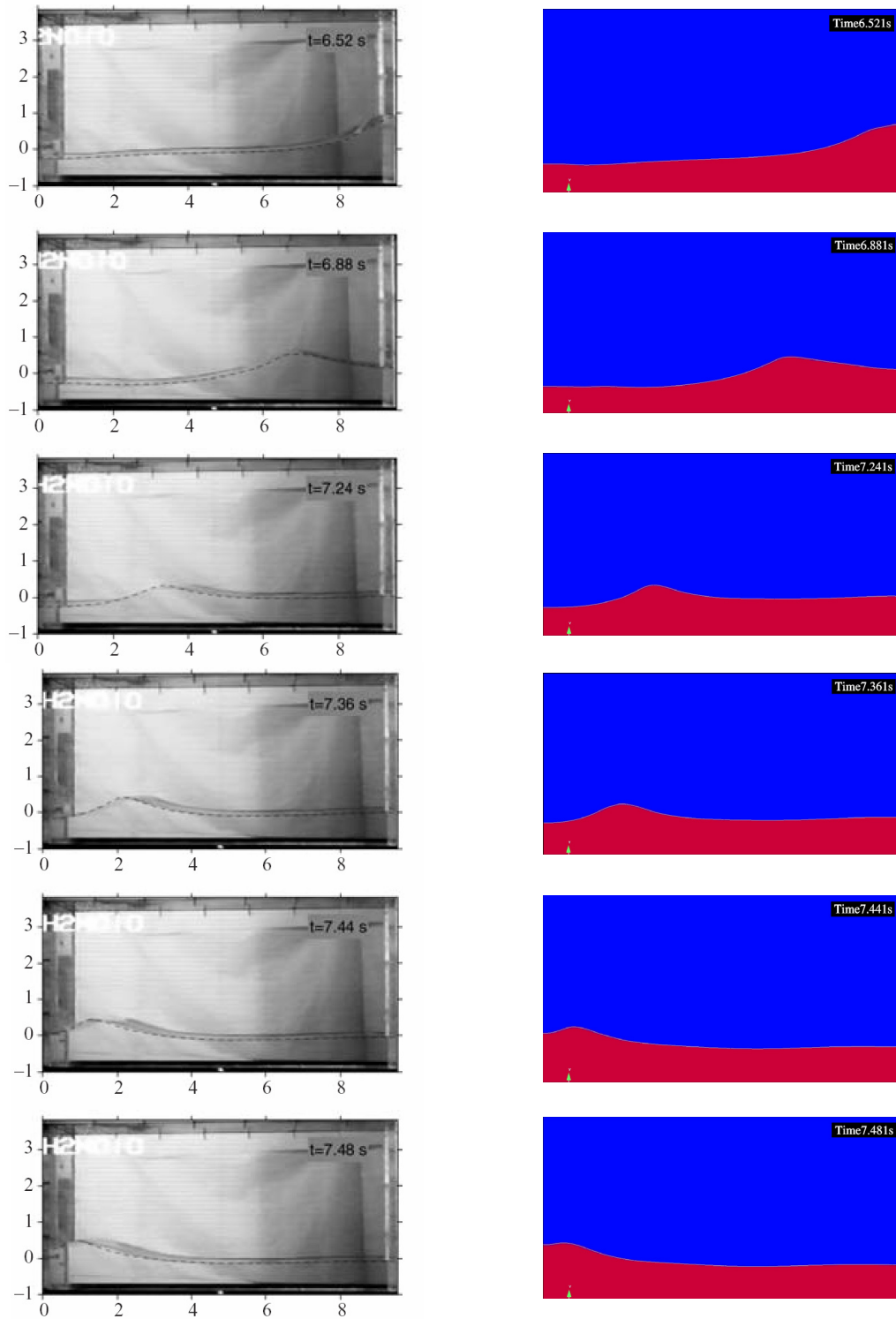


Figura 9. Comparação entre os resultados experimentais (Bredmose *et al.* 2003) e numéricos (obtidos a partir do código comercial ANSYS CFX).

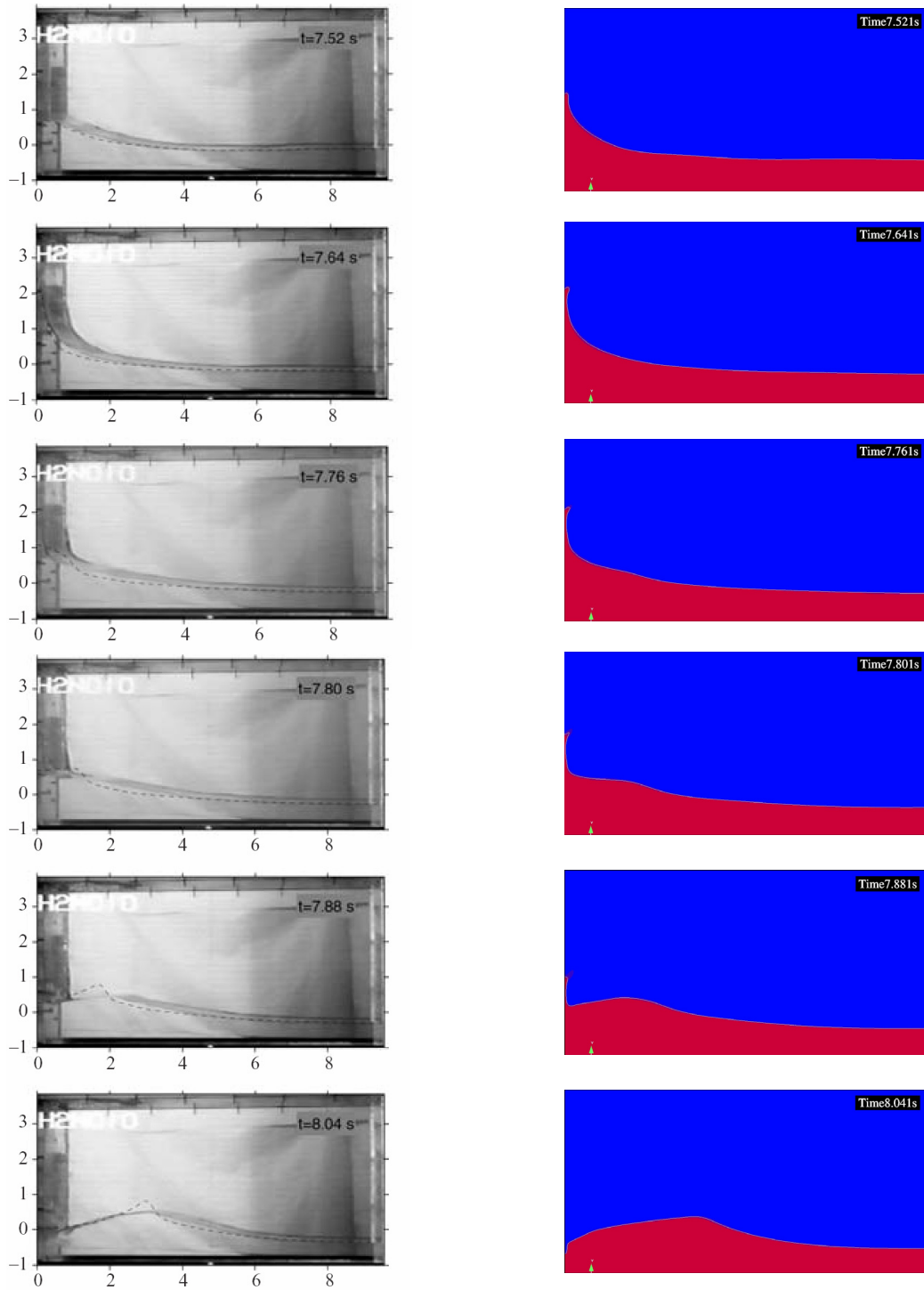


Figura 9 (cont.). Comparação entre os resultados experimentais (Bredmose *et al.* 2003) e numéricos (obtidos a partir do código comercial ANSYS CFX).

6. Agradecimentos

Ao PGMEC da UFF, à CAPES pela bolsa de mestrado do aluno André Avelino de Oliveira Mendes e ao CNPq pelo financiamento do projeto no. 62.0018/2003-8-PADCT III / FAPERJ.

7. Referências

- Bredmose, H., Brocchini, M., Peregrine, D.H., Thais, L., 2003, "Experimental investigation and numerical modelling of steep forced water waves." *J. Fluid Mech.*, v.490, pp.217-249.
- Dold, J.W., 1992, "An Efficient Surface-Integral Algorithm Applied to Unsteady Gravity Waves." *J. Comp. Phys.*, v.103, pp.90-115.
- Dold, J.W. & Peregrine, D.H., 1986, "An Efficient Boundary-Integral Method for Steep Unsteady Water Waves." *Numer. Meth. for Fluid Dynamics II*, Eds. K.W. Morton & M.J. Baines, pp.671-679.
- Chester, W., 1968, *Proc. Roy. Soc. London* A306, 5.
- Jervis, M. & Peregrine, D.H., 1996, "Overtopping of waves at a sea wall: A theoretical approach." *Proc. 25th Intl. Conf. Coastal Engng.*, vol.2, pp.2192-2205. ASCE.
- Lamb, H., 1932, "Hydrodynamics." 6th ed., Camb. Univ. Press.
- Longuet-Higgins, M.S., 2001, "Vertical jets from standing waves: the bazooka effect." *Utam Symposium on Free Surfaces Flows*, Birmingham, England, pp.195-203.
- Moiseev, N.N., 1964, "Introduction to the theory of oscillations of liquid-containing bodies." *Adv. Appl. Mech.* 8, pp.233-289.
- Moiseev, N.N. & Petrov, A.A., 1968, "The calculation of free oscillations of a liquid in a motionless container." *Adv. Appl. Mech.* 9, pp.91-154.
- Moiseyev, N.N., 1958, *Prikl. Mat. Mech.* 22, 612.
- Moreira, R.M., 2001, "Nonlinear interactions between water waves, free surface flows and singularities." PhD thesis, University of Bristol, U.K.
- Moreira, R.M., Nascimento, R.A.F., Teles da Silva, A.F. & Chacaltana, J.T.A., 2005, "Wave sloshing inside a 2D reservoir." *Proc. COBEM 2005*, pp.1-7.
- Ockendon, J.R. & Ockendon, H., 1973, "Resonant surface waves." *J. Fluid Mech.*, vol.59, pp.397-413.
- Wu, G.X. & Eatock Taylor, R., 1994, "Finite element analysis of two-dimensional nonlinear transient water waves." *Appl. Ocean Res.* 16, pp.363-372.
- Wu, G.X. & Eatock Taylor, R., 1998, "Numerical simulation of sloshing waves in a 3D tank based on a finite element method." *Appl. Ocean Res.* 20, pp.337-356.

8. Direitos autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

THE GENERATION AND PROPAGATION OF NONLINEAR WAVES IN A RESERVOIR

Roger Matsumoto Moreira, André Avelino de Oliveira Mendes & Raphael David Aquilino Bacchi

Computational Fluid Dynamics Laboratory (LabCFD)

School of Engineering, Fluminense Federal University

R. Passos da Pátria 156, bl.D, sl.563A, Niterói, R.J., Brazil. CEP: 24210-240.

E-mail: roger@vm.uff.br, andreavelinoom@gmail.com & raphael@esss.com.br

Abstract

The present work aims to model numerically the generation and propagation of waves in a reservoir, represented by a two-dimensional impermeable box, with a flat horizontal bottom and two vertical walls. The horizontal or vertical harmonic motion is imposed at the container, which is partially filled with water, with two possible initial conditions for the free surface: still water or a stationary sinusoidal wave. Two numerical methods are employed in the solution of the boundary value problem. The first is based on solving an integral equation that arises from Cauchy's integral theorem for functions of a complex variable. The transient nonlinear free surface flow is simulated using a boundary integral method. Numerical results are validated by comparing them with classical analytical solutions. The second method uses the commercial code ANSYS CFX with its homogeneous free surface model. In this case, results are compared with experiments done by Bredmose *et al.* (2003). In both models, interesting features at the free surface are obtained and discussed.

Keywords: Free surface flows, sloshing, boundary integral method, CFX.