

## MODELO ALGÉBRICO PARA SEGUIMENTO DE BOLHAS EM ESCOAMENTO HORIZONTAL GÁS-LÍQUIDO NO PADRÃO DE GOLFADAS

**Hendy T. Rodrigues**

PPGEM / UTFPR, Av. Sete de Setembro 3165, CEP. 80230 – 901, Curitiba - PR  
hendytr@gmail.com

**Rigoberto E. M. Morales**

PPGEM / UTFPR, Av. Sete de Setembro 3165, CEP. 80230 – 901, Curitiba - PR  
rmorales@cefetpr.br

**Eugênio S. Rosa**

DE / FEM / UNICAMP, Barão Geraldo, Cx. P. 6122, CEP. 13083-970, Campinas - SP  
erosa@fem.unicamp.br

**Ricardo A. Mazza**

DETF / UFPR, Av. Pref. Lothário Meissner, 3400, CEP. 80210-170, Curitiba-PR-Brasil  
ramazza@ufpr.br

**Resumo.** O trabalho desenvolve um modelo algébrico para previsão da evolução dos pistões de líquido e bolhas de gás ao longo de uma tubulação horizontal com escoamento gás-líquido no padrão de golfadas (slug flow). A motivação deste desenvolvimento é pela sua simplicidade, facilidade de aplicação, baixo custo computacional. Ele é uma ferramenta útil para gerar dados de referência para testes de consistência para modelos numéricos de segmento de bolhas e se mostrou capaz para obter estimativas em novos cenários de aplicações. O potencial deste modelo é demonstrado numa aplicação onde é analisado a influência do aumento da viscosidade da fase líquida no escoamento em golfadas. As estimativas do tamanho, velocidade, frequência e gradiente de pressão dos pistões de líquido e bolhas de gás são realizadas para escoamentos de gás-líquido numa linha horizontal de 20 metros de comprimento e diâmetro de 26 mm, envolvendo líquidos Newtonianos com viscosidade entre 1 cP e 300 cP.

**Palavras chave:** Escoamento Gás-Líquido, Golfadas, Modelo Algébrico.

### 1. Introdução

O escoamento gás-líquido no padrão de golfadas, também conhecido como 'slug flow', ocorre com frequência na produção de óleo em campos terrestres e marítimos. Este tipo de escoamento caracteriza-se pela seqüência de pistões de líquido e de bolhas alongadas de forma intermitente e irregular no tempo e no espaço o que torna a sua modelagem complexa. O pistão de líquido pode conter bolhas dispersas. Ele vem seguido por uma bolha alongada que possui um filme de líquido abaixo dela. Denomina-se por unidade um conjunto de um pistão seguido por uma bolha. Sua representação esquemática é dada na Fig. (1), LS e LB referem-se aos comprimentos do pistão e da bolha, VB e Vf a velocidade da frente da bolha e do filme e P a pressão na bolha de gás. A predição das propriedades das estruturas gás-líquido (tamanho, frequência e velocidades) assim como seu gradiente de pressão são relevantes na indústria de petróleo para o dimensionamento de linhas, de separadores gás-líquido assim como previsão do inventário de óleo e gás no reservatório.

A modelagem escoamento em golfadas de líquido se desenvolveu após a introdução do conceito de célula unitária Wallis (1969). A idéia central desta família de modelos é considerar que o escoamento seja periódico no tempo e no espaço de forma que o foco da modelagem passa a ser em apenas um conjunto pistão-bolha, denominado por célula unitária, em vista que ao longo do tempo e do espaço ele se repete dentro da tubulação. O conceito de célula unitária deu origem a uma classe de modelos. Entre os modelos que utilizam este conceito podemos citar Dukler e Hubbard (1975) pelo pioneirismo, Fernandes et al. (1983) pela aplicação em escoamentos verticais e mais recentemente Taitel e Barnea (1990a) que reporta um modelo geral para escoamentos horizontais, verticais e inclinados. Eles são populares e empregados com frequência no dimensionamento de linhas. A principal crítica que se faz a esta classe de modelos é que ela não reproduz as irregularidades espacial e temporal das golfadas nem permite a interação entre as bolhas. Além disto, para a solução do escoamento na célula unitária são necessárias correlações experimentais para o fechamento do modelo.

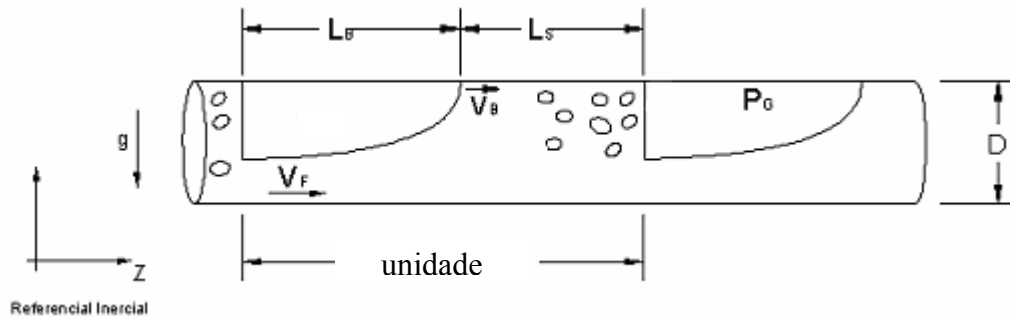


Figura 1. Esquema do escoamento intermitente líquido-gás.

Durante a década de 90 surgiram os primeiros modelos de seguimento de bolhas. Esta nova classe de modelos permite a interação entre bolhas e supera um ponto fraco do modelo de célula unitária que é sua capacidade de não reproduzir as irregularidades espacial e temporal intrínsecas do escoamento de golfadas. Também conhecidos como modelos lagrangeanos, eles seguem as bolhas e pistões ao longo do escoamento atualizando suas propriedades a cada avanço na distância e no tempo. Os primeiros modelos desta classe foram puramente cinemáticos. Taitel e Barnea (1993) propuseram um modelo de segmento de pistões de líquido em um trecho reto de tubulação e realizaram a determinação de sua distribuição de tamanhos ao longo da linha. Zheng et al. (1994) estenderam o modelo de Taitel e Barnea para terrenos com inclinação variada propondo a criação ou extinção de pistões e bolhas de líquido em função da mudança de inclinação da linha. O efeito de compressibilidade do gás foi introduzido posteriormente nos modelos por Taitel e Barnea (1998) para considerar a expansão do gás na bolha devido a queda de pressão na linha. Nydal e Banerjee (1996) propuseram um modelo dinâmico de segmento de bolhas. Eles negligenciaram o arrasto interfacial e também a aeração do pistão de líquido. Grenier (1997) desenvolve um novo esquema para segmento dinâmico de pistões e mais recentemente Franklin (2003) propõe aperfeiçoamentos ao modelo proposto por Grenier. Os modelos de seguimento dinâmico de bolhas utilizam extensivamente recursos computacionais e suas programações contêm relativa complexidade, portanto requerem um esforço de implementação maior comparado aos modelos de célula unitária.

Durante o desenvolvimento dos modelos dinâmicos de seguimentos de bolhas frequentemente se depara com a necessidade de se comparar a solução numérica obtida com uma solução previamente conhecida. Esta comparação é um teste de consistência para as rotinas implementadas. Por meio dela pode-se comparar a precisão da solução numérica contra a algébrica e estabelecer tamanhos da grade do espaço e do tempo compatíveis com a precisão que se deseja atingir. Foi para atender estas demandas que o modelo algébrico foi desenvolvido. A idéia central deste modelo é utilizar os resultados do modelo de célula unitária para definir o tamanho, frequência e velocidades na entrada do tubo e propagar as estruturas por meio do modelo algébrico de segmento de pistões. Pelo fato de ser algébrico ele contém simplificações em relação ao modelo numérico de seguimento de bolhas, entretanto sua implementação é mais simples e sua forma permite que se explore diferentes cenários de aplicação tais como mudança de viscosidade da fase líquida. Este tópico será abordado na última seção onde os dados do modelo serão comparados com os dados experimentais de campo.

## 2. Modelo Algébrico

O desenvolvimento do modelo algébrico para escoamento isotérmico, horizontal com golfadas de líquido requer que: (i) o pistão de líquido seja não-aerado, (ii) as bolhas não interajam entre si, (iii) o escoamento seja periódico na entrada do duto e (iv) a introdução e ou remoção das bolhas e pistões na linha não introduzam uma perturbação de pressão.

Se os pistões de líquido são não-aerados então todo gás é transportado pelas bolhas. Além disto, não havendo interação entre bolhas não ocorrerá coalescência e, portanto, a massa de gás contida em uma bolha permanecerá constante da sua formação no início do duto até a sua saída. Para um referencial que se move junto com uma bolha de pressão \$P\$, pode-se dizer que a velocidade superficial do gás varia ao longo do duto conforme a relação:

$$j_G(z) \cdot P(z) = j_G(L) \cdot P(L), \quad (1)$$

onde \$z\$ é a coordenada ao longo do tubo cujo sentido crescente coincide com o sentido de fluxo de gás e líquido. Sua origem está em \$z = 0\$ e a descarga em \$z = L\$. Denominando a velocidade superficial e a pressão de descarga da linha por \$j\_{GS}\$ e \$P\_{atm}\$, a equação (13) passa a ser:

$$j_G(z) \cdot P(z) = j_{GS} \cdot P_{atm} \quad (2)$$

Considerando conhecidas as condições de descarga da linha, a Eq. (2) mostra que a velocidade superficial do gás em qualquer posição da linha pode ser determinada uma vez conhecido a pressão neste ponto. Como o líquido é incompressível sua velocidade superficial média,  $j_L$ , é constante ao longo do tubo e portanto, a velocidade média da mistura,  $j$ , em qualquer posição  $z$  passa a ser definida por:

$$j(z) = j_L + \frac{j_{GS} P_{atm}}{P(z)} \quad (3)$$

Se a massa de gás de uma bolha permanece constante e o escoamento é isotérmico então podemos relacionar o comprimento da bolha,  $L_B$ , sua fração de vazios,  $R_G$  e a pressão da bolha por meio de:

$$L_B(z) \cdot R_G(z) \cdot P(z) = \text{constante} \quad (4)$$

Por meio da equação (4), pode-se calcular o comprimento de bolha ou sua fração de vazio ao longo de todo o escoamento, porém, é necessário o valor da constante. Ela pode ser determinada a partir do conhecimento de  $P$ ,  $L_B$  e  $R_G$  na entrada ou na saída do duto. Este assunto será tratado mais adiante na definição das condições de entrada e equações constitutivas. Os comprimentos dos pistões,  $L_S$ , são determinados a partir do conhecimento dos comprimentos da bolhas e de sua razão de intermitência  $\beta$ , definida por  $\beta = L_B/(L_B+L_S)$ ; assim  $L_S$  é então:

$$L_S(z) = L_B(z) \cdot ((1 - \beta)/\beta) \quad (5)$$

O conjunto de equações (1) a (5) permite determinar como as velocidades superficiais do gás e do líquido, os comprimentos, a pressão e a fração de vazios variam ao longo da tubulação. A posição no tempo das estruturas gás-líquido que são propagadas na entrada do tubo são determinadas pela velocidade de translação da bolha,  $V_B$ . Para um referencial que se move junto com a bolha temos que:

$$\frac{dz}{dt} = V_B = C_0 \cdot j + C_1 \cdot \sqrt{gD} \quad (6)$$

A velocidade média de translação da bolha,  $V_B$ , é determinada pela relação cinemática proposta por Nicklin (1962) largamente aceita e confirmada por diversos trabalhos subseqüentes ( Bendiksen, 1980). Na Eq. (6)  $C_0$  e  $C_1$  são constantes e  $D$  é o diâmetro da linha. Esta relação aplica-se tanto para escoamento horizontal, inclinado ou vertical, ascendente ou descendente. Ela propõe que a velocidade de translação da bolha é proporcional a velocidade do pistão de líquido a sua frente mais um termo de deslizamento proporcional a  $(gD)^{1/2}$ .

As equações (1) a (6) constituem o modelo algébrico de propagação de bolhas. Para a sua solução é necessário o conhecimento da fração de vazios da bolha,  $R_G$ , do fator de intermitência  $\beta$  e da pressão  $P$  ao longo do tubo. Estas grandezas serão estimadas por meio de equações constitutivas e de um balanço de forças que determinará a queda de pressão.

## 2.1. Equações constitutivas

As equações constitutivas fornecem as informações necessárias para o fechamento do modelo algébrico. Estas equações são baseadas em dados experimentais. Neste trabalho serão empregadas três equações constitutivas para fechamento: (a) equação para a velocidade de propagação da frente da bolha definida na seção anterior; (b) equação para a frequência de células unitárias e (c) a equação para o fator de intermitência,  $\beta$ .

Considerando uma unidade constituída por um pistão seguido por uma bolha, a frequência de ocorrência da unidade,  $f_u$ , pode ser determinada por meio de correlações. Não há um consenso entre as equações constitutivas que melhor representam os dados experimentais. Além disto, só há disponível na literatura equações para  $f_u$  aplicadas para escoamentos horizontais. Entre elas podemos citar as correlações de  $f_u$  para escoamentos horizontais propostas por Tronconi (1990), Hill and Wood (1994) e Heywood and Richardson (1979). Uma das críticas que se faz a estes modelos é que eles não trazem uma dependência explícita com a viscosidade do líquido. Testes experimentais revelaram que nenhum deles representou de forma adequada a frequência experimental num escoamento de nitrogênio e óleo com 324 cP. Considerando as ressalvas acima, este trabalho utilizará a correlação de  $f_u$  proposta por Heywood and Richardson, Eq. (7):

$$f_u = 0,0434 \left[ \frac{j_L}{j} \left( \frac{2.02}{j} + \frac{j^2}{gD} \right) \right]^{1,02} \quad (7)$$

para líquidos com viscosidade de até 30 cP quando for necessário.

Por último é apresentada uma equação constitutiva para determinação do fator de intermitência. Não se tem conhecimento de outra equação constitutiva desta natureza na literatura. Ela foi baseada em dados experimentais obtidos de escoamentos isotérmicos com de ar-água, ar-glicerina e nitrogênio-óleo em tubulação de 29 mm de diâmetro e também de gás e óleo em tubulação com 154 mm de diâmetro. Durante os testes a viscosidade e a densidade da fase líquida variou entre 1 cP e 464 cP, e 917 kg/m<sup>3</sup> a 1188 kg/m<sup>3</sup> (Rosa, 2006). A pressão na entrada da linha variou entre 1000 KPa a 100 KPa. O melhor ajuste dos valores de  $\beta$  contra  $j_G/j$  revela um comportamento linear definido por:

$$\beta = C_2 \cdot (j_G/j) + C_3. \quad (8)$$

Os valores das constantes  $C_2$  e  $C_3$  tem valores diferentes para cada configuração do escoamento e são apresentados na seção de resultados (Tabela 1).

Com o auxílio das Eqs. (6) a (8) pode-se obter uma forma alternativa para Eq. (4). Reconhecendo que:

$$V_B = (L_S + L_B) \cdot f_u \equiv C_0 \cdot j + C_1 \cdot \sqrt{gD}, \quad (9)$$

pode-se expressar  $L_B$  e  $R_G$  de maneira desacoplada. Substituindo a definição de  $L_S$  da Eq. (5) na Eq. (9) vamos ter uma nova expressão para  $L_B$ :

$$L_B(z) = [V_B(z) \cdot \beta(z)] / f_u. \quad (10)$$

Nesta equação o comprimento da bolha ao longo da tubulação varia com o produto da velocidade da bolha e do parâmetro de intermitência. Considera-se que a frequência da unidade permanece constante ao longo do duto. A partir do balanço de massa do gás na bolha, determina-se a fração de vazios na região da bolha:

$$R_G(z) = j_G(z) / [L_B(z) \cdot f_u]. \quad (11)$$

## 2.2 Gradiente de Pressão ao longo da tubulação.

O conhecimento da pressão em cada posição  $z$  da linha é fundamental para fechar o modelo algébrico. Ela é determinada a partir da definição do gradiente de pressão  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\Delta P}{\Delta Z}, \quad (12)$$

onde  $\Delta P$  e  $\Delta Z$  representam, respectivamente, a queda de pressão na linha e a distância onde ela ocorre. Uma vez conhecido  $\lambda$ , a pressão ao longo da linha pode ser determinada por:

$$P(z) - P_{atm} = - \int_z^L \lambda(z) \cdot dz, \quad (13)$$

onde  $0 \leq z \leq L$  e  $z = L$  corresponde ao final da linha. Se considerarmos  $\lambda$  constante em toda linha, a pressão em qualquer posição  $z$  da linha é obtida pela relação linear:

$$P(z) = -\lambda(L - z) + P_{atm}. \quad (14)$$

Não é possível determinar o gradiente de pressão para toda extensão da linha numa única expressão analítica, entretanto, pode-se determinar  $\lambda$  para uma unidade do escoamento que contenha um pistão de líquido seguido por uma bolha. Este procedimento é o mesmo utilizado nos modelos de célula unitária. A queda de pressão na unidade é composta pela queda de pressão no pistão de líquido e no filme de líquido da região da bolha,  $\Delta P_S$  e  $\Delta P_f$ , conseqüentemente  $\lambda_u$  passa a ser definido por:

$$\lambda_u = \frac{\Delta P_S + \Delta P_f}{L_S + L_B}. \quad (15)$$

O gradiente de pressão da unidade pode ser determinado na região do pistão de líquido e na região da bolha (Taitel e Barnea, 1990b) por:

$$\Delta P_S = f_S \left( \frac{L_S}{D} \right) \left( \frac{\rho_L j^2}{2} \right) \text{ e } \Delta P_f = f_f \left( \frac{L_B}{D} \right) \left( \frac{\rho_L V_f^2}{2} \right) \left( \frac{S_L}{\pi D} \right) \left( \frac{1}{1 - R_G} \right) \quad (16)$$

onde  $f_S$  e  $f_f$  representam aos fatores de atrito para pistão de líquido e filme de líquido respectivamente,  $V_f$  a velocidade média do filme de líquido e  $S_L$  é o perímetro do tubo que está molhado pelo filme de líquido.

Pode-se definir um único fator de atrito  $f$  para ambos os casos  $f_S$  e  $f_f$ . As definições de  $f$  para regime laminar e turbulento com paredes lisas é dada na Eq. (17).

$$f = \begin{cases} \frac{64}{Re}, & Re < 2000 \\ \frac{0.316}{Re^{1/4}}, & 2000 < Re < 10^5 \end{cases} ; \text{ onde } Re = \frac{\rho_L \cdot V_{ref} \cdot D_h}{\mu_L}, \quad (17)$$

o que especifica  $f$  para o pistão ou para o filme de líquido é a definição da velocidade  $V_{ref}$  e do diâmetro hidráulico empregada no Reynolds, para referência a Eq. (18) traz estas definições:

	$V_{ref}$	$D_h$	
pistão de líquido	$j$	$D$	. (18)
filme de líquido	$V_f$	$\frac{\pi D^2 (1 - R_G)}{S_L}$	

onde  $V_f$  é a velocidade média no filme de líquido definida por:

$$V_f = V_B + \frac{(J - V_B)}{(1 - R_G)}. \quad (19)$$

A definição do perímetro molhado na região do filme de líquido parte da hipótese de interface plana. O líquido ocupa a parte inferior e o gás a parte superior, conforme representado na Fig. 2. O filme de líquido possui uma altura máxima  $h_f$  na figura e seu perímetro molhado é representado pelo ângulo  $\theta$  que a interface faz com o centro do tubo. Por meio de relações trigonométricas pode-se estabelecer uma relação entre,  $h_f$ ,  $\theta$ ,  $R_G$  e  $S_L$  conforme mostra a Eq. (20):

$$\theta = 2 \cdot \cos^{-1} \left( 1 - 2 \frac{h_f}{D} \right); \quad (1 - R_G) = \frac{\theta - \sin \theta}{2\pi} \text{ e } S_L = \frac{\theta D}{2}. \quad (20)$$

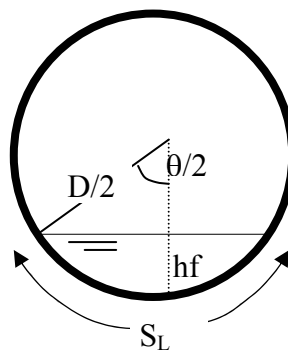


Figura 2 – Representação de uma interface plana. Onde  $h_f$  representa à altura de filme e  $S_L$  ao perímetro molhado pelo filme de líquido.

Substituindo a Eq. (16) na Eq. (15) vamos encontrar que o gradiente de pressão da unidade é definido por:

$$\lambda_u = f_s \left( \frac{\rho_L j^2}{2D} \right) \left[ (1 - \beta) + \frac{f_f}{f_s} \beta \left( \frac{V_f}{j} \right)^2 \left( \frac{S_L / \pi D}{1 - R_G} \right) \right] \quad (21)$$

Substituindo a definição de fator de atrito dada na Eq. (17) na Eq. (21) pode-se simplificá-la para:

$$\lambda_u = f_s \left( \frac{\rho_L j^2}{2D} \right) \left[ (1 - \beta) + \beta \left( \frac{V_f}{j} \right)^{2-n} \left( \frac{S_L / \pi D}{1 - R_G} \right)^{1+n} \right] \quad (22)$$

Ela é válida somente se o regime no pistão e no filme sejam os mesmos, isto é, turbulento ou laminar. Neste caso  $n = 1$  se laminar e  $n = 1/4$  se turbulento.

As Equações (21) ou (22) revelam que o gradiente de pressão da unidade varia, em primeira aproximação, com o quadrado de  $j$ . A medida que a bolha se desloca no tubo, a pressão cai,  $j$  aumenta em consequência da expansão do gás e causa uma variação de  $\lambda_u$  ao longo de toda linha. O fato de  $\lambda_u$  não ser constante ao longo da linha introduz um grau maior de dificuldade na realização do modelo algébrico. Ele deve ser resolvido de maneira iterativa em conjunto com as equações constitutivas e com gradiente de pressão. Este é o assunto da próxima seção.

### 3. Procedimento de Cálculo

O procedimento de cálculo é realizado em duas etapas. Na primeira etapa é realizado um cálculo iterativo para determinar o gradiente de pressão da unidade  $\lambda_u$  na entrada da tubulação. Este cálculo inicial é iterativo, pois necessita dos comprimentos, frequência e das velocidades do gás e líquido em  $z = 0$  que por sua vez também dependem da pressão. A pressão em  $z = 0$  é estimada neste estágio considerando que  $\lambda_u$  vale para toda extensão da tubulação. Uma vez convergidos os valores para  $\lambda_u$  e demais propriedades,  $L_B$ ,  $L_S$ ,  $j_G$ ,  $j$ ,  $V_B$ ,  $V_f$  e  $R_G$  para  $z=0$  parte-se para a próxima etapa.

Na segunda etapa estima-se a pressão ao longo da linha considerando  $\lambda_u$  da etapa 1. Com a distribuição de pressão determina-se as propriedades:  $L_B$ ,  $L_S$ ,  $j_G$ ,  $j$ ,  $V_B$ ,  $V_f$  e  $R_G$  para diferentes  $z$  ao longo da linha. A partir destas propriedades calcula-se as quedas de pressão no pistão e na bolha e determina-se um novo  $\lambda_u$  para cada posição  $z$  da linha. Com  $\lambda_u$  estimado para cada posição determina-se novamente a distribuição de pressão na linha e recomeça-se os cálculos até que neste processo iterativo as diferenças sejam menores que 0,1% entre uma interação e outra.

O algoritmo de cálculo inicia definindo o diâmetro e comprimento da linha, a densidade e a viscosidade do líquido, a constante do gás e a temperatura de operação. Também são definidas as velocidades superficiais do líquido e do gás nas condições de descarga, a pressão de descarga e as constantes das equações constitutivas (Eqs. 6 e 9). A frequência também deve ser calculada nesta etapa ou fornecida por meio de dados experimentais e é considerada constante ao longo de toda linha.

#### Etapa (1) – Calcula propriedades para $z = 0$

- Atribui-se um valor para  $\lambda_u$ ,
- Estima pressão em  $z = 0$ ,  $P(0) = \lambda_u L + P_{atm}$
- Calcula:  $j_G(0)$  [Eq.2],  $j(0)$  [Eq.3],  $V_B(0)$  [Eq.9],  $\beta(0)$  [Eq.8],  $L_B(0)$  [Eq.10],  $L_S(0)$  [Eq.5],  $R_G(0)$  [Eq.11],  $\Delta P_S$  e  $\Delta P_f$  [Eq.16] e  $\lambda_u$  [Eq.15].
- Verifica se o  $\lambda_u$  calculado difere em menos que 0,1% do anterior, se falso retorne a etapa (b), se verdadeiro vá para etapa (2)

#### Etapa (2) – Calcula propriedades para $0 < z < L$

- Estima pressão ao longo do tubo utilizando  $\lambda_u$  da etapa (1) e a Eq. (14),  $P(z) = \lambda_u (L-z) + P_{atm}$
- Calcula as propriedades para diferentes posições  $z$  no tubo:  $j_G(z)$  [Eq.2],  $j(z)$  [Eq.3],  $V_B(z)$  [Eq.9],  $\beta(z)$  [Eq.8],  $L_B(z)$  [Eq.10],  $L_S(z)$  [Eq.5],  $R_G(z)$  [Eq.11],  $\Delta P_S$  e  $\Delta P_f$  [Eq.16] e  $\lambda_u(z)$  [Eq.15].
- Com  $\lambda_u(z)$  estimado em (b) ao longo do tubo estima-se novamente a pressão  $P(z)$  [Eq. 13]
- Calcula as propriedades para diferentes posições  $z$  no tubo com a nova estimativa de pressão do passo (c):  $j_G(z)$  [Eq.2],  $j(z)$  [Eq.3],  $V_B(z)$  [Eq.9],  $\beta(z)$  [Eq.8],  $L_B(z)$  [Eq.10],  $L_S(z)$  [Eq.5],  $R_G(z)$  [Eq.11],  $\Delta P_S$  e  $\Delta P_f$  [Eq.16] e  $\lambda_u(z)$  [Eq.15].
- Se verifica se nenhuma propriedade calculada no passo (d) difere em menos que 0,1% daquela estimada no passo (b), se falso retorne a etapa (b), se verdadeiro os cálculos estão concluídos.

#### 4. Resultados

O modelo algébrico é comparado contra dados experimentais para três pares de fluidos: (a) ar e água (b) ar e solução de 80% glicerina 20% água em volume e (c) nitrogênio e óleo. O interesse é avaliar o desempenho do modelo para líquidos com viscosidade variando entre 1 cP a 324 cP em escoamentos horizontais mantendo-se constante as vazões de gás e líquido e o diâmetro da linha para fins de comparação. Os testes foram realizados nas facilidades experimentais do Departamento de Energia da FEM. Uma descrição da seção de testes e da metodologia experimental está em Rosa (2004). As propriedades dos fluidos, vazões, dimensões da linha horizontal e constantes utilizadas estão mostradas na Tabela 1. Cada par de fluidos possui sua fase líquida com um valor de viscosidade que varia entre 1cP a 324 cP, aproximadamente. Por conveniência os pares: ar-água, ar-solução de glicerina e nitrogênio-Óleo são identificados na legenda dos gráficos por: A@W, A@G e N@O, respectivamente. Destaca-se que os dados relativos à frequência da unidade,  $f_u$ , e dos valores das constantes  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  fornecidos na Tabela 1 vem de valores médios obtidos a partir dos experimentos e serão empregados no modelo.

Tabela 1 – Propriedades de entrada para o modelo algébrico

Par de Fluidos	Ar-Água (A@W)	Ar-Glicerol (A@G)	N <sub>2</sub> -Óleo (N@O)
Comprimento da linha, L (m)	23,4	23,4	26,3
Diâmetro do tubo, D (m)	0,026	0,026	0,0288
Velocidade superficial de gás na saída, $j_{GS}$ (m/s)	0,67	0,67	0,67
Velocidade superficial de líquido, $j_L$ (m/s)	0,33	0,33	0,33
Densidade do líquido, $\rho_L$ (kg/m <sup>3</sup> )	998	1188	917
Viscosidade do líquido, $\mu$ (cP)	0,95	23,9	324
Frequência da unidade, $f_u$ (Hz)	0,74	0,87	4,3
Constante $C_0$ para cálculo $V_B$ ,	1,12	1,27	1,8
Constante $C_1$ para cálculo $V_B$ ,	0	0	0
Constante $C_2$ para cálculo $\beta$ ,	0,819	0,819	0,919
Constante $C_3$ para cálculo $\beta$ ,	0,242	0,242	0,073
Pressão de saída, $Patm$ (Pa)	94700	94700	94700

Os resultados experimentais e aqueles produzidos pelo modelo algébrico são mostrados na forma de gráficos nas figuras subseqüentes. Símbolos e linhas contínuas representam os resultados experimentais e do modelo, respectivamente.

A figura (3) mostra a queda de pressão absoluta ao longo do tubo. A pressão de descarga é de 94700 Pa. Os dados experimentais mostram que conforme a viscosidade da fase líquida aumenta há um aumento do gradiente de pressão, conforme era de se esperar. Os dados do modelo algébrico apresentam a mesma tendência dos dados experimentais, o maior gradiente de pressão ocorre para N<sub>2</sub>-Óleo seguido por Ar-solução glicerina e por último Ar-água. Os menores erros relativos entre modelo e experimento ocorreram para N<sub>2</sub>-Óleo. O modelo tende a sub-estimar as pressões para ar-solução de glicerina e ar-água.

A figura (4a), mostra a evolução da velocidade superficial de gás ao longo da tubulação. Observa-se que os valores de  $j_G$  para os três pares de fluidos tendem para o mesmo valor na saída. Isso é claro, pois a velocidade superficial de gás na saída é um dado de entrada do problema. A variação de  $j_{G(z)}$  ao longo da tubulação é inversamente proporcional à pressão em cada posição do tubo em acordo com a Eq. (2), portanto o fluido que tem maior variação de pressão acaba tendo também a maior variação da velocidade superficial de gás, mas no sentido inverso. O modelo é capaz de capturar a tendência dos dados experimentais, entretanto, ele superestima os valores de  $j_G$  para os pares ar-solução de glicerina e ar-água.

A velocidade média da frente da bolha ao longo do tubo está na Fig. (4b). Definida pela Eq. (9), ela é proporcional a velocidade do líquido a frente da bolha,  $j$ , que aumenta quando a pressão cai. Isto explica o comportamento do dado

experimental e do modelo. As maiores variações de  $V_B$  ocorrem para o par N<sub>2</sub>-Óleo que apresenta a maior variação de pressão. A melhor concordância ocorre entre modelo e experimento ocorre para ar-água.

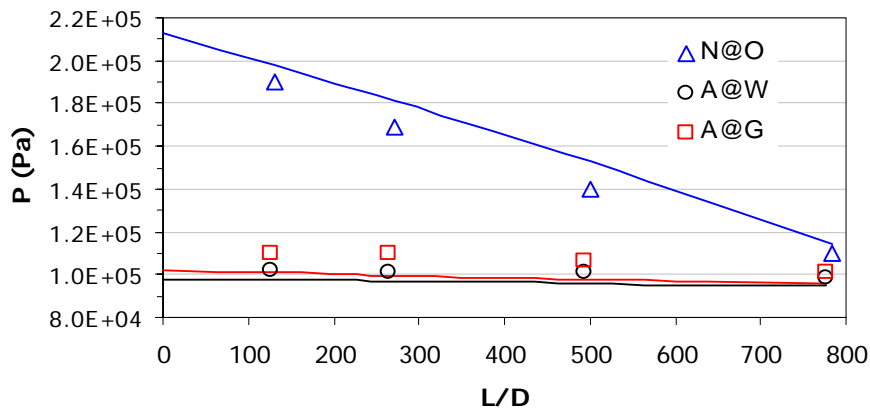


Figura 3: Evolução da pressão em uma bolha ao longo da tubulação.

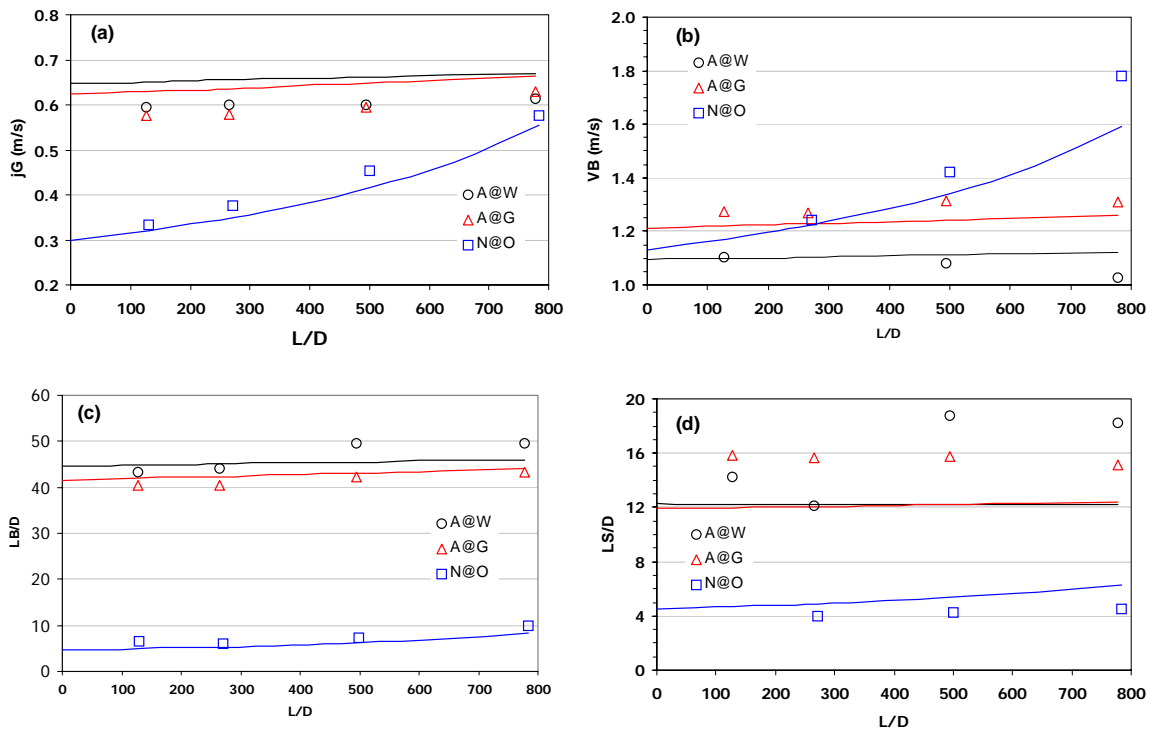


Figura 4: Evolução da velocidade superficial do gás (a), da velocidade da bolha (b), do comprimento da bolha ( $L_B/D$ ) (c) e do comprimento do pistão de líquido ( $L_S/D$ ) (d) ao longo da tubulação.

Os comprimentos de pistão e bolha ao longo do tubo estão nas figuras (4c) e (4d). Os resultados do modelo mostram e os dados experimentais confirmam que o aumento da viscosidade traz uma redução no tamanho das bolhas e no tamanho dos pistões de líquido. Ao longo do duto o comprimento da bolha sempre aumenta. Por outro lado o comprimento do pistão de líquido permanece praticamente constante para ar-água, mostra uma tendência de crescimento para ar-solução de glicerina e tem um nítido crescimento para N<sub>2</sub>-Óleo. Observa-se também que o modelo produz resultados de  $L_B/D$  muito próximos dos dados experimentais, porém sub-estima os resultados de  $L_S/D$  quando comparados com os dados experimentais de Ar-Água e Ar-solução glicerina. Atribui-se a isto a incertezas no coeficiente linear do ajuste do fator de intermitência  $\beta$  (Rosa, 2006).



## 5. Conclusões

O modelo algébrico reproduziu a evolução das grandezas médias do escoamento intermitente horizontal:  $V_B$ ,  $L_B$ ,  $L_S$  e  $P$  para líquidos com diferentes viscosidades. Ele combina efetivamente a propagação das bolhas ao longo do duto com módulos do modelo de célula unitária. Dessa maneira ele captura a evolução das estruturas gás-líquido no escoamento incluindo os efeitos de compressibilidade do gás. Os principais pontos fracos do modelo são: não considerar a hipótese de pistão de líquido aerado, o escoamento é periódico na entrada, não há interação entre bolhas e sua entrada ou saída do duto não perturba a pressão da linha. No entanto ele se mostrou capaz de capturar a evolução das estruturas gás-líquido no escoamento. Ele também cumpre o objetivo inicial que é fornecer dados de referência para teste de modelos numéricos de seguimento de bolhas. O próximo desenvolvimento deverá estender o atual modelo para escoamentos inclinados ou verticais. O presente modelo é baseado em três correlações experimentais que estimam: a velocidade da bolha, a frequência da unidade e o fator de intermitência. É necessário conhecer a sensibilidade do modelo em relação as variações das constantes  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  empregadas nas equações constitutivas para  $V_B$  e  $\beta$ . Entre as equações constitutivas empregadas considera-se o modelo de determinação de frequência da unidade o mais problemático pelo fato dele não ter contra partida para escoamentos verticais nem tão pouco ter uma dependência explícita com a viscosidade. Espera-se no futuro substituir a equação algébrica da  $f_u$  por um modelo de bolha, suplantando esta deficiência e reduzir a dependência do modelo para apenas duas correlações. Entretanto, esta substituição se tiver sucesso, aumentará a complexidade algébrica do modelo, pois introduz uma equação a mais para a solução do modelo.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro da ANP por meio do Programa de Recursos Humanos para o setor de Petróleo e Gás PRH-ANP (PRH 10 – CEFET/PR) e do CENPES-PETROBRAS.

## 5. Referências

- Bendiksen, K.H., 1980, "An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 10, pp. 467-483.
- Dukler A.E. and Hubbard M.G., 1975, "A model for gas liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes", *Ind. Eng. Chem. Fundam.* Vol. 14, n. 4, pp. 337-347.
- Grenier, P., 1997, "Evolution des longueurs de bouchons en écoulement intermitten horizontal", Ph. D thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, France.
- Fernandes, R.D, Semiat, R. and Dukler, A.E., 1983, "Hydrodynamical model for gás-liquid slug flow in vertical tubes", *AIChE J.* vol 29, n.6, pp. 981-989.
- Franklin, E.M, 2004, "Modelagem numérica para seguimento dinâmico de bolhas em escoamento intermitente horizontal gás-líquido", Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, Campinas, SP, Brazil.
- Heywood H.I. and Richardson, J.F., 1979, "Slug flow of air-water mixtures in a horizontal pipe: determination of liquid holdup by gama-ray absorption", *Chem. Eng. Sci.*, 34, pp. 17-34.
- Hill, T.J. and Wood, D.G., 1994, "Slug flow occurrence, consequences and prediction", Centennial Petroleum Engng Conference, Tulsa, OK, August, SPE number 27960.
- Nicklin, D.J., Wilkes, J.O. and Davidson, J.F., 1962, "Two-phase flow in vertical tubes", *Trans. Instn. Chem. Eng.*, vol. 40, pp. 61-68.
- Nydal, O.J. and Banerjee S., 1996, "Dynamic slug tracking simulation for gas-liquid flow in pipelines", *Chem. Eng. Comm.*, vol. 141-142, pp. 13-39.
- Rosa E.S., 2004, "Flow structure in the horizontal slug flow", *Thermal Engineering*, vol. 3, n. 2, pp. 151-160.
- Rosa, E. S, 2006, "Análise de Escoamentos em Golfadas de Óleos Pesados e de Emulsões Óleo-água" Quarto Relatório de Atividades e Resultados alcançados, Projeto UNICAMP / CENPES – PETROBRAS, Campinas, SP.
- Taitel Y. and Barnea D., 1990a, "Two phase slug flow. In *Advances in Heat Transfer* (ed. Harnett, J.P. and Irvine, T.F. Jr)", v.29, pp. 83-132.
- Taitel Y. and Barnea D., 1990b, "A consistent approach for calculating pressure drop in inclined slug flow", *Int. J. Multiphase Flow*, vol (45) n.5, pp. 1199-1206.
- Taitel Y. and Barnea D., 1993, "A model for slug length distribution in gas-liquid slug flow", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 19, pp. 829-838.
- Taitel Y. and Barnea D., 1998, "Effect of gas compressibility on slug trackin model", *Chem Engng Sci*, vol. 53 (11), pp. 2089-2097.
- Tronconi E., 1990, "Prediction of slug frequency in horizontal two-phase slug flow", *AIChE J.* vol. 36, n.5, pp. 701-709.
- Zeng G., Brill J.P, and Taitel Y., 1994, "Slug flow behavior in a hilly terrain pipeline", *Int. J. Multiphase Flow*, vol 20, pp 63-79.
- Wallis G.B., 1969, "One dimensional two-phase flow", McGraw Hill, NY.

## ALGEBRAIC MODEL FOR SLUG TRACKING IN HORIZONTAL GAS-LIQUID SLUG FLOW

Hendy T. Rodrigues

PPGEM / UTFPR, Av. Sete de Setembro 3165, CEP. 80230 – 901, Curitiba - PR  
hendytr@gmail.com

Rigoberto E. M. Morales

PPGEM / UTFPR, Av. Sete de Setembro 3165, CEP. 80230 – 901, Curitiba - PR  
rmorales@cefetpr.br

Eugênio S. Rosa

DE /FEM/ UNICAMP, Barão Geraldo, Cx. P. 6122, CEP. 13083-970, Campinas - SP  
erosa@fem.unicamp.br

Ricardo A. Mazza

DETF / UFPR, Av. Pref. Lothário Meissner, 3400, CEP. 80210-170, Curitiba-PR-Brasil  
ramazza@ufpr.br

**Abstract.** *The present work develops an algebraic model for prediction of liquid slugs and gas bubbles evolution in horizontal gas-liquid slug flow. The motivation of this development is its simplicity, easiness of application and low computational cost. It is a useful tool of reference data generation in order to check the consistency of numerical slug tracking models, and it showed capable of good estimates in new scenarios. The potential of the model is demonstrated in an application which analyzes the viscosity variation in the liquid phase influence in slug flow. The application estimates gas bubbles and liquid slugs size, velocity, frequency and pressure drop for gas-liquid slug flow in a 20m length and 26mm diameter horizontal tube with Newtonian fluid from 1cP to 300cP.*

**Keywords:** *Gas-Liquid flow, Slug Flow, Algebraic Model.*

## PREDICTION OF FLOW PATTERNS AND FLOW BOILING HEAT TRANSFER OF CARBON DIOXIDE INSIDE HORIZONTAL TUBES

**John R. Thome**

Laboratory of Heat and Mass Transfer (LTCM), Faculty of Engineering Science (STI), École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Mail 9, CH-1015 Lausanne, Switzerland  
e-mail: john.thome@epfl.ch

**Abstract.** This talk describes the recent updated flow boiling heat transfer model and flow pattern map proposed by Cheng et al (2006) based on the flow boiling heat transfer mechanisms for horizontal tubes, methods that have been developed specifically for CO<sub>2</sub>. First of all, the Wojtan et al. (2005a) flow pattern map was modified to fit the onset of dryout transition and the intermittent to annular flow transition observable in CO<sub>2</sub> heat transfer data. To adapt the Wojtan et al. (2005b) flow boiling model for low and medium pressure refrigerants to CO<sub>2</sub>, several changes were found to be necessary. A new reduced pressure type of nucleate boiling heat transfer correlation was proposed for CO<sub>2</sub> based on the nucleate boiling contributions backed out of flow boiling heat transfer data at low vapor qualities and a nucleate boiling suppression was introduced into the model. The flow boiling heat transfer model predicted 75.5% of all the CO<sub>2</sub> database within  $\pm 30\%$ . The new model and map are applicable to: tube diameters (equivalent diameters for non-circular channels) from 0.8 to 10 mm, mass velocities from 170 to 570 kg/m<sup>2</sup>s, heat fluxes from 5 to 32 kW/m<sup>2</sup> and saturation temperatures from -28°C to 25°C (reduced pressures from 0.21 to 0.87). Several simulations of the updated map and heat transfer model are also shown here.

**Keywords.** Flow boiling, Heat transfer, Flow map, Flow patterns, CO<sub>2</sub>

### 1. Introduction

Carbon dioxide has received significant interest in the past decade as an environmentally safe refrigerant for automotive air conditioning, low temperature refrigeration systems and hot water heat pumps. Due to its low critical temperature of 31.1°C and high critical pressure of 73.8 bar relative to conventional refrigerants, CO<sub>2</sub> is utilized at much higher operating pressures, conditions at which the extrapolation of conventional flow pattern maps and flow boiling models does not work. In fact, the higher operating pressures result in much higher vapor densities and vapor viscosities and much lower surface tensions and liquid viscosities, thus yielding flow boiling heat transfer and two-phase flow characteristics that are quite different from those of conventional refrigerants. In particular, CO<sub>2</sub> has much larger nucleate boiling heat transfer coefficients than conventional refrigerants at the same saturation temperature and, as a consequence, its nucleate boiling coefficients are often much larger than their corresponding convective heat transfer coefficients, which is the inverse of the situation for conventional refrigerants. In addition, previous experimental studies have demonstrated that the onset of dryout tends to occur earlier for CO<sub>2</sub> flow boiling (it begins at lower vapor qualities). Significant discrepancies between flow patterns observed for CO<sub>2</sub> compared with the flow pattern maps that were developed for other fluids at lower pressures have been observed as well.

Thome and Ribatski (2006) have recently reviewed the CO<sub>2</sub> flow boiling heat transfer and two-phase flow literature. Their review addressed the experimental studies on heat transfer and two-phase flow in macro-channels and micro-channels, macro- and micro-scale heat transfer prediction methods for CO<sub>2</sub> and comparisons of these methods to an experimental database extracted from the same literature. In addition, the study of CO<sub>2</sub> two-phase flow patterns were summarized and compared to some of the leading flow pattern maps. Taking into account the lack of a well-established criterion to identify macro and micro-scale channels, they arbitrarily adopted a diameter of 3 mm to segregate the databases and heat transfer models into macro-channels and micro-channels. They found that the CO<sub>2</sub> prediction methods by Wang et al. (2003), Yoon et al. (2003) and Yoon et al. (2004) failed to predict most of the macro-channel experimental data while the CO<sub>2</sub> method proposed by Thome and El Hajal (2004) predicted reasonably well the newer macro-scale database of CO<sub>2</sub> only at low vapor qualities. They also found that both micro-scale and macro-scale prediction methods performed poorly when compared against independent small diameter data.

In response, Cheng et al. (2006) have proposed an updated flow pattern map and flow boiling model for CO<sub>2</sub> that will be described here in this keynote lecture. The details of the experimental conditions of the CO<sub>2</sub> flow boiling database covered by their study are summarized in their paper. It includes experimental results from six independent studies obtained for mass velocities from 80 to 570 kg/m<sup>2</sup>s, heat fluxes from 5 to 32.06 kW/m<sup>2</sup>, saturation temperatures from -28 to 25°C (the corresponding reduced pressures are from 0.21 to 0.87) and tube diameters from 0.8 to 10.06 mm. All those experiments were conducted in horizontal tubes. Refer to their paper for a detailed description of the selection of studies chosen for their database.

In Cheng et al. (2006), a new general heat transfer model and a new flow pattern map physically related to the heat transfer mechanisms were developed specially for CO<sub>2</sub>. As the starting point, the model developed by Wojtan et al. (2005a, 2005b) was used, which is an updated version of the flow pattern maps and flow boiling heat transfer models of

Kattan et al. (1998a, 1998b) and Thome and El Hajal (2004). The new proposed prediction method includes new correlations for the nucleate boiling heat transfer and the suppression factor based on CO<sub>2</sub> experimental data. In addition, a new dryout inception vapor quality correlation was proposed for CO<sub>2</sub> and accordingly the heat transfer predictions in the dryout region were improved by better identification of this regime's boundary. Based on the heat transfer data and its sharp changes in trends, a new flow patterns map was proposed and thus can physically explain the heat transfer phenomena according to the flow regimes defined by the new flow map.

## 2. New Cheng-Ribatski-Wojtan-Thome CO<sub>2</sub> flow pattern map

The new flow pattern map for CO<sub>2</sub> of Cheng et al. (2006) was developed according to the corresponding heat transfer mechanisms in various flow regimes. Based on their heat transfer database (not flow pattern observations that are quite limited for CO<sub>2</sub>), the intermittent flow to annular flow transition (I-A) and the annular flow to dryout region transition (A-D) criteria in the flow pattern map of Wojtan et al. (2005a) were modified to fit the experimental data of CO<sub>2</sub>. Thus, their new flow pattern map is directly related to the corresponding heat transfer mechanisms and trends of CO<sub>2</sub>. The other transition criteria remained the same as in Wojtan et al. (2005a) and are not discussed further here.

To reflect the real mass flow velocities for non-circular channels, *equivalent diameters* are used for non-circular channels rather than hydraulic diameters, the latter which seem to have no physical relationship to an annular film flow for instance. The equivalent diameter is that of a circular channel with the same cross-sectional area as the non-circular channel, such that the mass velocities remain the same in both channels (this is not true when using the hydraulic diameter). Furthermore, when using a void fraction equation to calculate mean velocities of the phases, these remain the same in an equivalent diameter tube as in the non-circular tube but not in a hydraulic diameter tube.

Flow pattern transitions under diabatic flow boiling conditions are, in part, intrinsically related to the changes in trends in flow boiling heat transfer coefficients. This means that flow pattern maps can be used to explain the characteristics of flow boiling data and vice versa. Specifically in the present case, CO<sub>2</sub> depicts strong nucleate boiling heat transfer characteristics in intermittent flow at low vapor quality due to its high reduced pressure. The distinction between intermittent (I) flow and annular (A) flow was indicated by the sharp decline of the heat transfer coefficient data between the two flow regimes. The entrance into the dryout region (D) is also quite evident by the sharp drop in heat transfer when the top of a horizontal tube becomes dry, where the fraction of the perimeter then grows with increasing vapor quality until the entire perimeter is dry and mist flow is encountered, with yet another characteristic change in trend in the heat transfer data. Therefore, the distinction between annular flow and dryout region was determined by analysis of the heat transfer database.

Based on the experimental heat transfer data, the following new transition criteria were proposed for CO<sub>2</sub>:

1. The I-A transition boundary was calculated with its new criterion as follows:

$$x_{IA} = \left[ 1.8^{1/0.875} (\rho_V / \rho_L)^{-1/1.75} (\mu_L / \mu_V)^{-1/7} + 1 \right]^{-1} \quad (1)$$

2. The A-D transition boundary was calculated with its new criterion as follows:

$$G_{dryout} = \left\{ \frac{1}{0.67} \left[ \ln \left( \frac{0.58}{x} \right) + 0.52 \left[ \frac{D}{\rho_V \sigma} \right]^{-0.17} \left[ \frac{1}{g D \rho_V (\rho_L - \rho_V)} \right]^{-0.348} \left( \frac{\rho_V}{\rho_L} \right)^{-0.25} \left( \frac{q}{q_{crit}} \right)^{-0.7} \right] \right\}^{0.965} \quad (2)$$

The new onset of dryout inception vapor quality  $x_{di}$  that marks the transition from annular flow to dryout is predicted as:

$$x_{di} = 0.58 e^{\left[ 0.52 - 0.67 W_{eV}^{0.17} Fr_V^{0.348} (\rho_V / \rho_L)^{0.25} (q / q_{crit})^{0.7} \right]} \quad (3)$$

In this equation,  $q_{crit}$  is calculated according to Kutateladze (1948). For non-circular channels, equivalent diameters are used for non-circular channels in the flow pattern map.

Figure (1, top) shows the comparison of the new flow pattern map for CO<sub>2</sub> and the flow pattern map of Wojtan et al. to the experimental data of Yun et al. (2005) at the indicated test conditions. In the flow pattern map, A stands for annular flow, D stands for the dryout region, I stands for intermittent flow, M stands for mist flow, S stands for stratified flow and SW stands for stratified-wavy flow. The stratified to stratified-wavy flow transition is designated as S-SW, the stratified-wavy to intermittent/annular flow transition is designated as SW-I/A, the intermittent to annular flow transition is designated as I-A and so on. The arrows show the changes of I-A, A-D and S-SW/Slug+SW transition boundaries made for CO<sub>2</sub>. Figure (1, bottom) shows the corresponding comparison of the predicted heat transfer coefficients with the heat transfer model of Wojtan et al. and the new heat transfer model (described below) for CO<sub>2</sub> to the experimental data at the same conditions. Obviously, the flow pattern map of Wojtan et al. did not reflect the sharp changes in trends in CO<sub>2</sub> heat transfer correctly and the heat transfer model for conventional refrigerants of Wojtan et

al. predicted poorly the experimental heat transfer coefficients of CO<sub>2</sub>. The new CO<sub>2</sub> flow pattern map thus helps the flow boiling heat transfer model to capture the location of the sharp fall off in heat transfer and thus increase both the accuracy and reliability of the new heat transfer model.

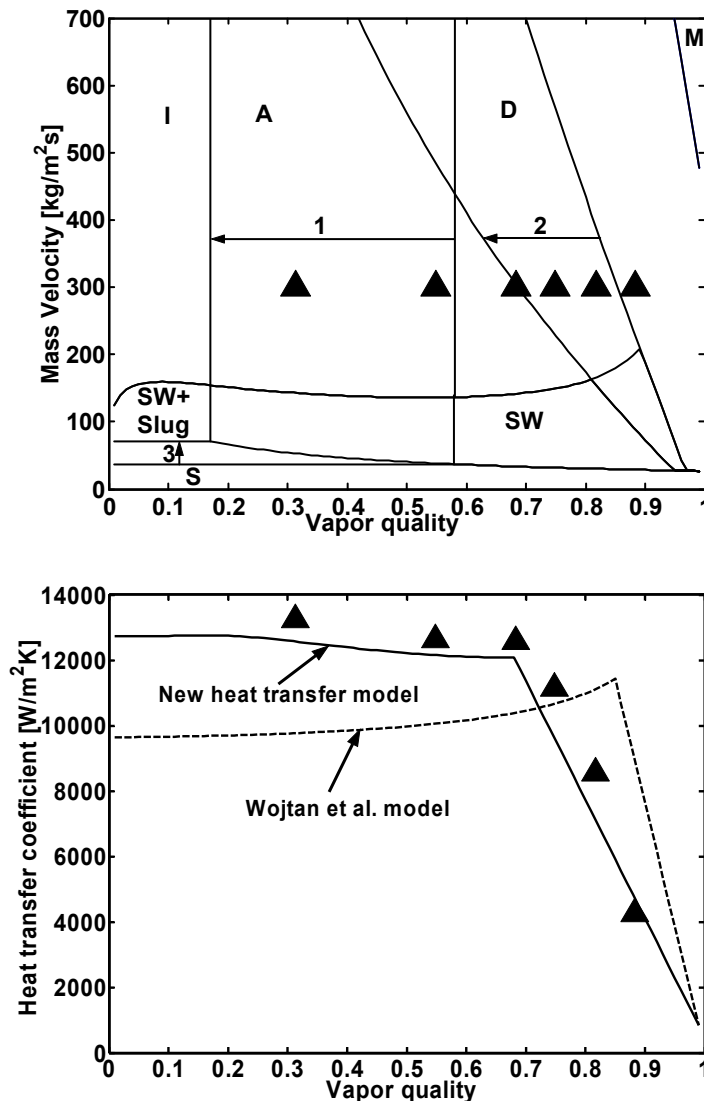


Figure 1. New flow pattern map (top) and heat transfer data (bottom) of Yun et al. (2005) for CO<sub>2</sub> for  $D = 1.54$  mm,  $G = 300$  kg/m<sup>2</sup>s,  $T_{sat} = 5$  °C and  $q = 20$  kW/m<sup>2</sup>. Arrow 1 shows the change of I-A transition boundary, arrow 2 the change of A-D transition boundary and arrow 3 the change of S-SW/Slug boundary.

### 3. New Cheng-Ribatski-Wojtan-Thome flow boiling heat transfer model for CO<sub>2</sub>

It was a formidable challenge to develop a general flow boiling heat transfer model for CO<sub>2</sub> because of the significant diversities of the heat transfer trends in the database from study to study. Furthermore, since such a method will be used to optimize the configuration and size of CO<sub>2</sub> evaporators, it is important that it is not only statistically accurate but that it captures correctly the trends in the data and in particular the locations of the sharp changes in heat transfer. Most importantly, the heat transfer mechanisms should be related to the corresponding flow patterns and be physically explained according to flow pattern transitions. Accordingly, Cheng et al. (2006) proposed a new general heat transfer model for CO<sub>2</sub> using the Wojtan et al. (2005b) model as the starting point. Equivalent diameters are used for non-circular channels in the heat transfer model.

#### 3.1. Brief description of the flow boiling heat transfer model of Wojtan et al.

Wojtan et al. (2005b) extended the Kattan et al. (1998b) heat transfer model to include a dryout region and heat transfer methods for the dryout and mist flow regimes and improved the heat transfer predictions for stratified-wavy flows by dividing that regime into three sub-regimes. The Kattan-Thome-Favrat general equation for the local heat transfer coefficients  $h_{tp}$  in a horizontal tube is:

$$h_{ip} = [\theta_{dry} h_V + (2\pi - \theta_{dry}) h_{wet}] / 2\pi \quad (4)$$

where  $\theta_{dry}$  is the dry angle as shown in Figure (2). The dry angle is used in defining the basic two-phase flow structures and the ratio of the tube perimeters in contact with liquid and vapor. In stratified flow,  $\theta_{dry}$  equals the stratified angle,  $\theta_{strat}$ , which is calculated according to the method in Thome and El Hajal (2004). In annular and intermittent flows,  $\theta_{dry} = 0$ . For stratified-wavy flow,  $\theta_{dry}$  varies from zero up to its maximum value  $\theta_{strat}$ . Wojtan et al. subdivided the stratified-wavy flow into three subzones (slug, slug/stratified-wavy and stratified-wavy). Based on the fact that the high frequency slugs maintain a continuous thin liquid layer on the upper tube perimeter,  $\theta_{dry}$  is defined equal to 0 in the slug zone. The dry angles in the slug/stratified-wavy and stratified-wavy regions are calculated according to equations developed by Wojtan et al. based in exponential interpolations giving smooth transition in the determination of the dry angle between the respective zones and also a smooth transition in the heat transfer coefficient from zone to zone.

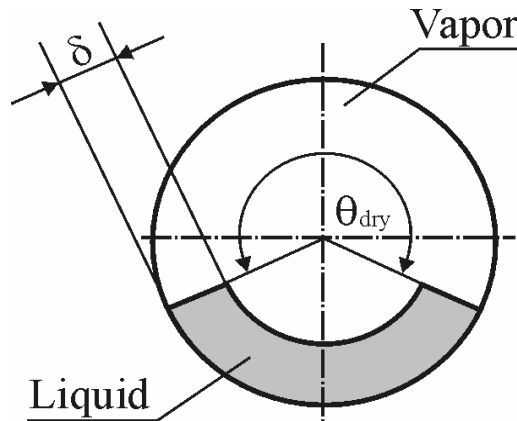


Figure 2. Schematic diagram of annular flow with partial dryout.

The vapor phase heat transfer coefficient on the dry perimeter  $h_V$  is calculated with the Dittus-Boelter (1930) correlation assuming tubular flow in the tube:

$$h_V = 0.023 Re_V^{0.8} Pr_V^{0.4} (k_V / D) \quad (5)$$

and the heat transfer coefficient on the wet perimeter is calculated with an asymptotic model that combines the nucleate boiling and convective boiling contributions to the heat transfer by the third power:

$$h_{wet} = [(h_{nb})^3 + h_{cb}^3]^{1/3} \quad (6)$$

In this equation, the correlation proposed by Cooper (1984) multiplied by a fixed boiling suppression factor of 0.8 was used to calculate the nucleate boiling contribution. The convective contribution was calculated as in the original Kattan et al. correlation assuming a liquid film flow:

$$h_{cb} = 0.0133 \left( \frac{4G(1-x)\delta}{\mu_L(1-\varepsilon)} \right)^{0.69} Pr_L^{0.4} \frac{k_L}{\delta} \quad (7)$$

The term in the bracket is the liquid film Reynolds number. The void fraction  $\varepsilon$  is determined with the Rouhani and Axelsson (1970) drift flux model and the liquid film thickness from the geometry in Fig. (2) as in Wojtan et al.

The heat transfer coefficient in mist flow is calculated as follows in the Wojtan et al. model:

$$h_{mist} = 0.0117 Re_H^{0.79} Pr_V^{1.06} Y^{-1.83} (k_V / D) \quad (8)$$

where  $Re_H$  is the homogeneous Reynolds number and  $Y$  is the correction factor originally proposed by Groeneveld (1973) and given by:

$$Y = 1 - 0.1 [(\rho_L / \rho_V - 1)(1-x)]^{0.4} \quad (9)$$

The heat transfer coefficient in the dryout region along a horizontal channel is calculated by proration as:

$$h_{dryout} = h_{tp}(x_{di}) - \frac{x - x_{di}}{x_{de} - x_{di}} [h_{tp}(x_{di}) - h_{mist}(x_{de})] \quad (10)$$

In this expression,  $h_{tp}(x_{di})$  is the two-phase flow heat transfer coefficient calculated from Eq. (4) at the dryout inception quality  $x_{di}$  and  $h_{mist}(x_{de})$  is the mist flow heat transfer coefficient calculated from Eq. (8) at the dryout completion quality  $x_{de}$ . If  $x_{de}$  is calculated to be larger than 0.999, then  $x_{de}$  is reset to 0.999. For more details and complete set of equations for the flow boiling heat transfer model and flow patterns map of Wojtan et al., refer to the original papers.

### 3.2. Modifications in the new flow boiling heat transfer model for CO<sub>2</sub>

Like other flow boiling heat transfer models, both the original Kattan-Thome-Favrat model and the modified model of Wojtan et al. significantly underpredict the flow boiling heat transfer coefficients for CO<sub>2</sub>, particularly at low and intermediate vapor qualities. Interestingly, CO<sub>2</sub> heat transfer data at high saturation pressures typically show a monotonic decrease versus vapor quality in annular flows, which is the exact opposite of the trend for other refrigerants such as R134a at low pressures. The nucleate boiling contribution is much larger than the convective boiling contribution for CO<sub>2</sub> while the opposite is true for R-134a. Hence, the suppression of nucleate boiling that could be neglected in the asymptotic method for conventional refrigerants at low pressures cannot be neglected for CO<sub>2</sub>, where suppression of nucleate boiling greatly reduces its contribution to the heat transfer with increasing vapor quality.

Therefore, first Cheng et al. (2006) developed a new nucleate boiling heat transfer correlation, found to be necessary for CO<sub>2</sub>, and then a new boiling suppression factor  $S$  was proposed for CO<sub>2</sub>. Furthermore, a new correlation for the onset of dryout inception was needed and is given by Eq. (3), in order to predict heat transfer in the dryout region by considering the fact that the onset of dryout of CO<sub>2</sub> occurs much earlier than for other refrigerants.

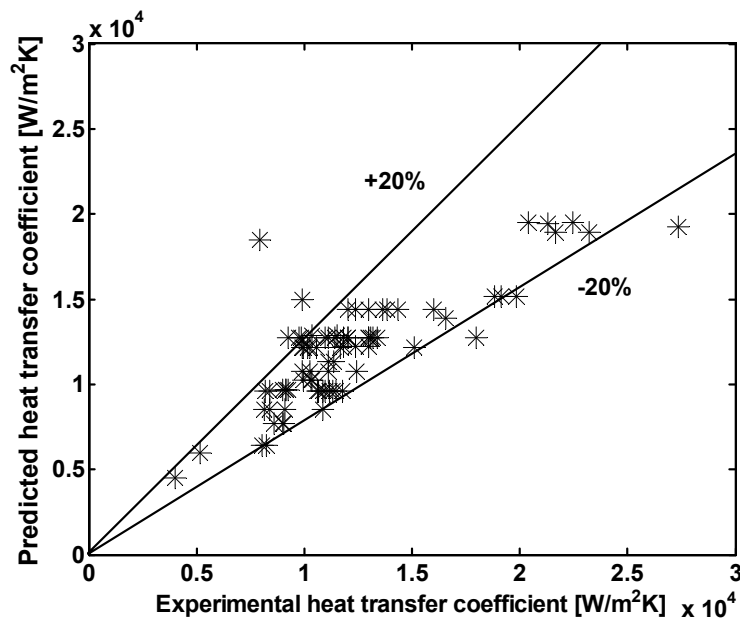


Figure 3. Comparison of their nucleate boiling heat transfer correlation for CO<sub>2</sub> with their database.

**Nucleate boiling heat transfer correlation for CO<sub>2</sub>.** The experimental flow boiling heat transfer data at vapor qualities  $x < x_{LI}$  in the CO<sub>2</sub> database were used to extract the nucleate boiling contribution by removing their convective heat transfer contributions using the above equations to develop a nucleate boiling database for CO<sub>2</sub>. The Cooper (1984) correlation was found to greatly under predict these data at low heat fluxes while the correlation of Gorenflo (1993) over predicted the data by a large margin, where the reason could be the lack of an extensive database for pool boiling of CO<sub>2</sub> in setting his standardized value for CO<sub>2</sub>. Thus, the following new nucleate boiling heat transfer correlation for CO<sub>2</sub> was proposed by Cheng et al.:

$$h_{nb} = 131 p_r^{-0.0063} (-\log_{10} p_r)^{-0.55} M^{-0.5} q^{0.58} \quad (11)$$

Figure (3) shows the comparison of these “nucleate boiling heat transfer coefficients” by the new nucleate boiling heat transfer correlation for CO<sub>2</sub>, where about 90% of the data are predicted within ± 20%.

**Nucleate boiling suppression factor correlation for CO<sub>2</sub>.** As nucleate boiling heat transfer is suppressed by the sharper temperature gradient in the liquid film in an annular flow as per the theory of Chen (1966), a boiling suppression factor correlation is needed in the flow boiling heat transfer model for CO<sub>2</sub> to capture the effect. Unlike other earlier boiling suppression factor correlations, which were empirically correlated based on the Lockhart-Martinelli number, Reynolds number, Boiling number and Prandtl number, the liquid film thickness was used as a main parameter by Cheng et al. since it was found by analysis of their data to have a significant effect on the values of  $S$  back-calculated out of their flow boiling database as follows. First, the Cooper correlation was first replaced with the new nucleate boiling heat transfer correlation. Then, the boiling suppression factors were backed out of the whole database (except the dryout data points) using the above expressions. Incorporating the effect of tube diameter, the following boiling suppression factor correlation was obtained for CO<sub>2</sub>:

$$\text{If } x < x_{IA}$$

$$S = 1 \tag{12}$$

$$\text{If } x \geq x_{IA},$$

$$S = 1 - 1.14 \left( D/D_{ref} \right)^2 \left( 1 - \delta/\delta_{IA} \right)^{2.2} \tag{13}$$

where  $D_{ref}=0.00753\text{m}$ . Furthermore, if  $D > 7.53 \text{ mm}$ , then set  $D = 7.53 \text{ mm}$ . For non-circular channels, the equivalent diameter is used. The correlation is applicable to the conditions:  $-28^\circ\text{C} \leq T_{sat} \leq 25^\circ\text{C}$ ,  $5 \text{ kW/m}^2 \leq q \leq 32 \text{ kW/m}^2$ ,  $170 \text{ kg/m}^2\text{s} \leq G \leq 570 \text{ kg/m}^2\text{s}$ ,  $0.8 \text{ mm} \leq D \leq 10 \text{ mm}$ .

Combining the nucleate boiling heat transfer correlation for CO<sub>2</sub> and the nucleate boiling heat transfer suppression factor correlation, the flow boiling heat transfer coefficients on the wet perimeter are now calculated as:

$$h_{wet} = \left[ (S \cdot h_{nb})^3 + h_{cb}^3 \right]^{1/3} \tag{14}$$

**Dryout region heat transfer correlation for CO<sub>2</sub>.** When developing their boiling suppression factor correlation, dryout data were determined according to the corresponding boiling suppression factors. Those giving negative boiling suppression factor values were taken as the dryout points and the data giving boiling suppression factor values around zero were taken as indicating the onset of the dryout. Based on these dryout inception data, the dryout inception vapor quality correlation of Wojtan et al. was modified and thus a new annular to dryout region (A-D) transition boundary in the flow pattern map was extracted for CO<sub>2</sub>. By comparing the new flow pattern map with the experimental data, the dryout inception vapor quality correlation was modified and is given by Eqs. (2) and (3) presented earlier.

### 3.3. Comparisons of the new flow boiling heat transfer model to the database

Figures (4) and (5) show their comparisons of the new flow boiling heat transfer model to a selection of experimental heat transfer coefficients. Generally, the new heat transfer model predicts the experimental heat transfer coefficients well and captures the trends of the experimental heat transfer coefficients. The statistical analysis found that 75.5% of the entire database was predicted within ± 30% using the new Cheng et al. flow pattern map and flow boiling model for CO<sub>2</sub>. For such a wide range of experimental data from different laboratories, especially covering data in the dryout, mist and stratified-wavy flow regimes, the predicted results are quite reasonable and encouraging.

As even more CO<sub>2</sub> data have become available since the work on Cheng et al. (2006) study was completed in 2005, Thome and coworkers are implementing further improvements to the methods presented here and hope to have an even more accurate, more reliable method that covers a larger range of test conditions available in 2007.

Figure (6) shows a simulation of the new flow pattern map and flow boiling model for CO<sub>2</sub> calculated for a 7 mm channel at a heat flux of 10 kW/m<sup>2</sup>, a saturation temperature of -20°C and a mass velocity of 400 kg/m<sup>2</sup>s, superimposed on the same graph using the calculator embedded within the newest version of the e-book of Thome (2006). The process path for the vapor quality variation from  $x = 0.01$  to  $x = 0.99$  is shown as the broken red line while the variation in the heat transfer coefficient as it changes vapor quality and flow pattern is depicted by the solid red line. The flow pattern boundaries are in black. Notice the various changes in trends in the heat transfer coefficient as this occurs. For example, when the flow regime passes from annular flow into the dryout regime there is a sharp inflection in the heat transfer coefficient as the top perimeter of the tube becomes dry.

Figure (7) similarly depicts another simulation for a 7 mm channel at the following conditions:  $q = 5 \text{ kW/m}^2$ ,  $T_{sat} = 10^\circ\text{C}$  and  $G = 200 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . It can be noticed that at this condition that the slug flow regime disappears (the black curved



line within the slug+SW region is the continuation of the  $G_{wavy}$  transition line, which is below the horizontal upper boundary of this latter regime and hence the slug regime does not appear in the map).

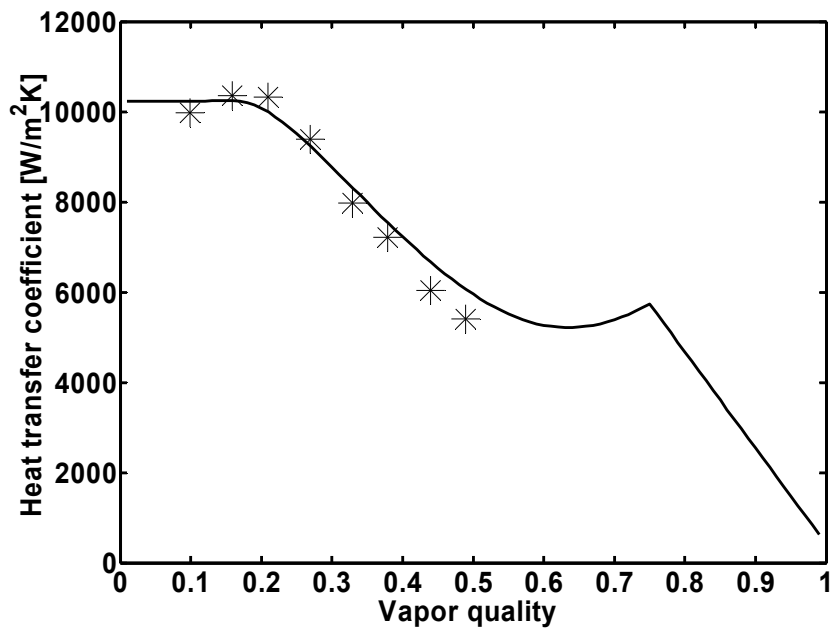


Figure 4. Comparison of the predicted flow boiling heat transfer coefficients with the experimental flow boiling heat transfer coefficients of Yoon et al. (2004) for  $D=7.35$  mm,  $T_{sat}=0$  °C,  $G=318$  kg/m<sup>2</sup>s,  $q=16.4$  kW/m<sup>2</sup>.

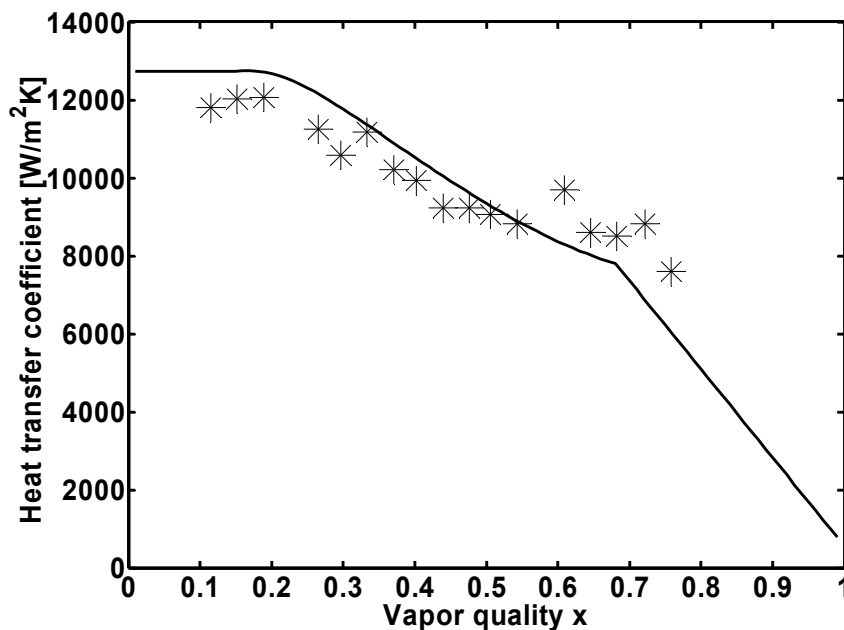


Figure 5. Comparison of the predicted flow boiling heat transfer coefficients with the experimental flow boiling heat transfer coefficients of Yun et al. (2003) for  $D=6$  mm,  $T_{sat}=5$  °C,  $G=340$  kg/m<sup>2</sup>s,  $q=20$  kW/m<sup>2</sup>.

#### 4. Conclusions

This keynote lecture has described the new flow boiling heat transfer model and a new flow pattern map for two-phase flow in horizontal tubes that has been developed specifically for CO<sub>2</sub> by Cheng et al. (2006). The new flow boiling heat transfer model and map include a new nucleate boiling heat transfer correlation for CO<sub>2</sub>, a new nucleate boiling suppression factor correlation for CO<sub>2</sub> and a new dryout inception vapor quality correlation for CO<sub>2</sub>. The new heat transfer model predicts 75.5% of the CO<sub>2</sub> database (318 data points) to within  $\pm 30\%$  and 79.1% of the CO<sub>2</sub> database (287) without dryout data points. The heat transfer model and the corresponding flow pattern map are applicable to quite a wide range of conditions: tube diameters (equivalent diameter for non-circular channels) from 0.8 to 10 mm, mass velocities from 170 to 570 kg/m<sup>2</sup>s, heat fluxes from 5 to 32 kW/m<sup>2</sup> and saturation temperatures from  $-25^{\circ}\text{C}$  to  $+25^{\circ}\text{C}$ .

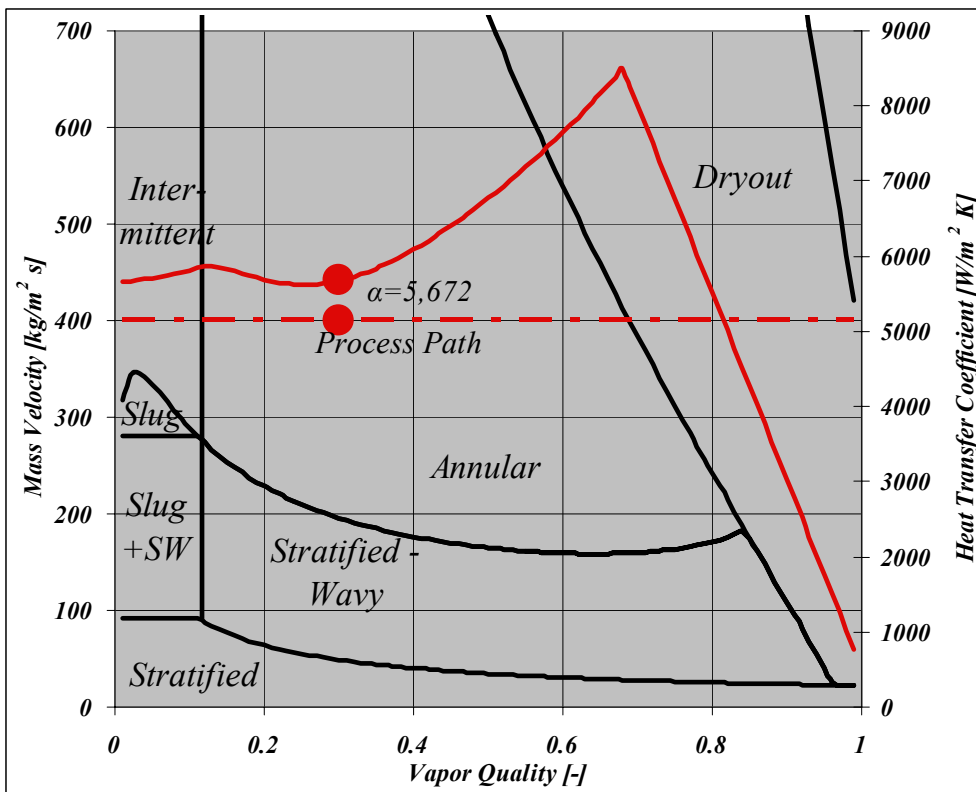


Figure 6. Simulation of flow boiling model and flow pattern map for 7 mm channel at following conditions:  $q = 10 \text{ kW/m}^2$ ,  $T_{sat}$  at  $-20^\circ\text{C}$  and  $G = 400 \text{ kg/m}^2\text{s}$  with indicated value at  $x = 0.30$ .

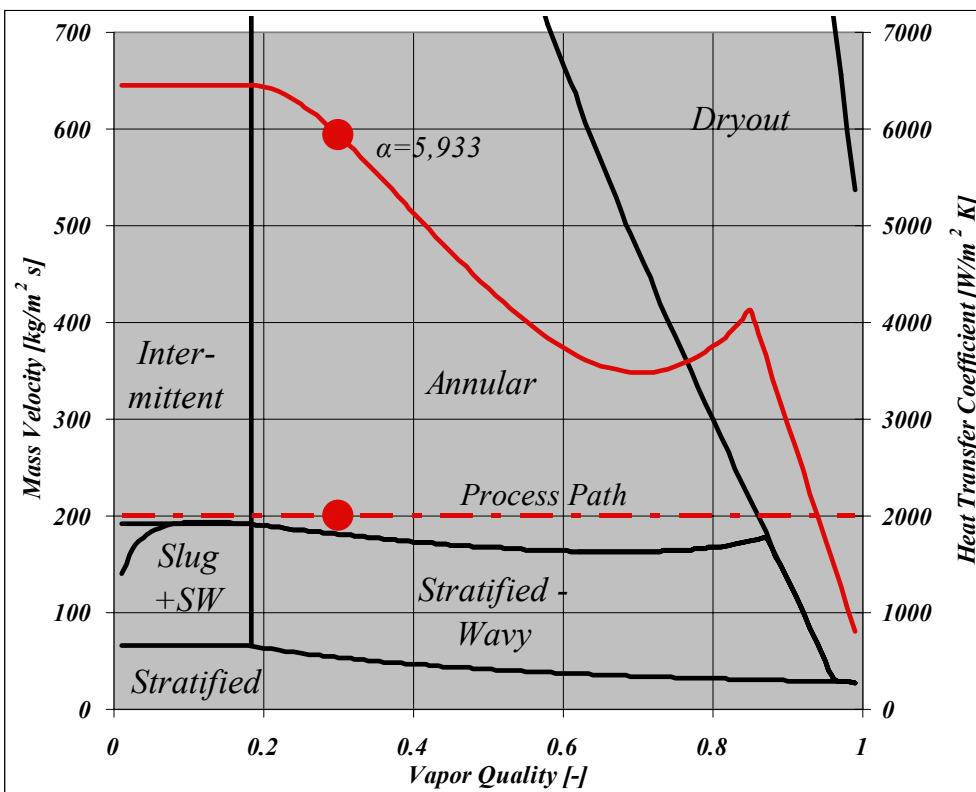


Figure 7. Simulation of flow boiling model and flow pattern map for 7 mm channel at following conditions:  $5 \text{ kW/m}^2$ ,  $T_{sat}$  at  $10^\circ\text{C}$  and  $G = 200 \text{ kg/m}^2\text{s}$  with indicated value at  $x = 0.30$ .

## **5. References**

- Chen, J.C., 1966, "Correlation for Boiling Heat-Transfer to Saturated Fluids in Convective Flow", *Ind. Chem. Eng. Proc. Des. Dev.*, Vol. 5, pp. 322-339.
- Cheng, L., Ribatski, G., Wojtan, L. and Thome, J.R., 2006, "New Flow Boiling Heat Transfer Model and Flow Pattern Map for Carbon Dioxide Evaporating inside Tubes", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 4082-4094.
- Cooper, M.G., 1984, "Heat Flow Rates in Saturated Nucleate Pool Boiling - A Wide-Ranging Examination of Reduced Properties", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 16, pp. 157-239.
- Dittus, F.W. and Boelter, L.M.K., 1930, "Heat Transfer in Automobile Radiator of the Tubular Type", *Univ. Calif. Publ. Eng.*, Vol. 2(13), pp. 443-461.
- Gorenflo, D., 1993, "Pool Boiling", Chapter Ha, *VDI Heat Atlas*, Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Groeneveld, D.C., 1973, "Post Dryout Heat Transfer at Reactor Operating Conditions", *ANS Topical Meeting on Water Reactor Safety*, Salt Lake City.
- Kattan, N., Thome, J.R. and Favrat, D., 1998a, "Flow Boiling in Horizontal Tubes. Part 1: Development of a Diabatic Two-Phase Flow Pattern Map", *J. Heat Transfer*, Vol. 120, pp. 140-147.
- Kattan, N., Thome, J.R. and Favrat, D., 1998b, "Flow Boiling in Horizontal Tubes: Part-3: Development of a New Heat Transfer Model Based on Flow Patterns", *J. Heat Transfer*, Vol. 120, pp. 156-165.
- Kutateladze, S.S., 1948, "On the Transition to Film Boiling under Natural Convection", *Kotloturbostroenie*, Vol. 3, pp. 10-12.
- Rouhani, Z. and Axelsson, E., 1970, "Calculation of Volume Void Fraction in a Subcooled and Quality Region", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 17, pp. 383-393.
- Thome, J.R., 2006, "Wolverine Engineering Databook III Calculator", *Wolverine Engineering Databook III*, available for free at following website: <http://www.wlv.com/products/databook/db3/DataBookIII.pdf>.
- Thome, J.R. and El Hajal, J., 2004, "Flow Boiling Heat Transfer to Carbon Dioxide: General Prediction Method", *Int. J. Refrigeration*, Vol. 27, pp. 294-301.
- Thome, J.R. and Ribatski, G., 2006, "State-of-the Art of Flow Boiling and Two-Phase Flow of CO<sub>2</sub> in Macro- and Micro-Channels", *Int. J. Refrigeration*, Vol. 28, pp. 1149-1168.
- Wang, J., Ogasawara, S. and Hihara, E., 2003, "Boiling Heat Transfer and Air Coil Evaporator of Carbon Dioxide", 21<sup>st</sup> IIR International Congress of Refrigeration, Washington DC, paper ICR0231.
- Wojtan, L., Ursenbacher, T., and Thome, J.R., 2005a, "Investigation of Flow Boiling in Horizontal Tubes: Part I – A New Diabatic Two-Phase Flow Pattern Map", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 2955-2969.
- Wojtan, L., Ursenbacher, T., and Thome, J.R., 2005b, "Investigation of Flow Boiling in Horizontal Tubes: Part II – Development of a New Heat Transfer Model for Stratified-Wavy, Dryout and Mist Flow Regimes", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 2970-2985.
- Yoon, S.H, Cho, E.S., Hwang, Y.W., Kim, M.S., Min, K. and Kim, Y., 2004, "Characteristics of Evaporative Heat Transfer and Pressure Drop of Carbon Dioxide and Correlation Development", *Int. J. Refrigeration*, Vol. 27, pp. 111-119.
- Yoon, S.H, Cho, E.S., Kim, M.S. and Kim, Y., 2003, "Studies on the Evaporative Heat Transfer and Pressure Drop of Carbon Dioxide near the Critical Point", 21<sup>st</sup> IIR International Congress of Refrigeration, Washington DC, paper ICR0477.
- Yun, R., Kim, Y. and Kim, M.S., 2005, "Convective Boiling Heat Transfer Characteristics of CO<sub>2</sub> in Microchannels", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 235-242.
- Yun, R., Kim, Y., Kim, M.S. and Choi, Y., 2003, "Boiling Heat Transfer and Dryout Phenomenon of CO<sub>2</sub> in a Horizontal Smooth Tube", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 2353-2361.

## **6. Copyright Notice**

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.

## SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO GÁS-SÓLIDO NA COLUNA ASCENDENTE DE UM LEITO FLUIDIZADO CIRCULANTE APLICANDO DIFERENTES FORMULAÇÕES PARA VISCOSIDADE E PRESSÃO DA FASE SÓLIDA

### Luben Cabezas Gómez

Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Av. Trabalhador São-Carlense, N°400-Centro, São Carlos, SP. CEP 13566-590.  
lubencg@sc.usp.br

### Renato César da Silva

Departamento de Ciências Exatas, Campus Três Lagoas, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Av. Ranulpho Marques Leal, 3484, CEP: 79620-080 - Três Lagoas - MS.  
rcsilva@ceul.ufms.br

### Helio Aparecido Navarro

Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Av. 24-A, 1515, Cx. P 178, CEP 13506-700, Rio Claro, SP, Brazil.  
helio@rc.unesp.br

### Fernando Eduardo Milioli

Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos, Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Av. Trabalhador São-Carlense, N°400-Centro, São Carlos, SP. CEP 13566-590.  
lubencg@sc.usp.br

**Resumo.** *Aplica-se o modelo de dois fluidos para simular numericamente o escoamento gás-sólido no tubo ascendente de um leito fluidizado circulante (LFC). A viscosidade dinâmica e pressão da fase sólida são calculados através de dois procedimentos diferentes. No primeiro aplicam-se correlações empíricas. No segundo procedimento aplicam-se correlações desenvolvidas a partir da teoria cinética dos escoamentos granulares (TCEG). Utiliza-se o código MFIX desenvolvido no NETL (National Energy Technology Laboratory). O objetivo fundamental do trabalho é desenvolver uma análise comparativa dos resultados de simulação obtidos através dos dois procedimentos considerados para calcular as relações constitutivas para o cômputo do tensor das tensões da fase sólida. São apresentados perfis radiais médios temporais das velocidade axial de ambas as fases, fração volumétrica e o fluxo de massa da fase sólida. Os resultados são comparados com dados experimentais, mostrando comportamentos diferentes em função do modelo matemático utilizado. Em todas as simulações utiliza-se uma malha computacional uniforme em duas dimensões em coordenadas cartesianas. Os resultados mostram que a escolha do procedimento para avaliação de viscosidade e pressão da fase sólida influencia significativamente o comportamento do escoamento gás-sólido na coluna do CFB. No artigo propõe-se um modelo matemático inédito que parece ser bastante adequado para o desenvolvimento de futuras simulações dos escoamentos aqui abordados.*

*Palavras chave:* Escoamentos gás-sólido, Leitos fluidizados circulantes, Teoria cinética dos escoamentos granulares, Simulação numérica.

### 1. Introdução

Neste trabalho apresentam-se resultados de simulação numérica do escoamento gás-sólido no tubo ascendente de um leito fluidizado circulante (LFC). São considerados dois procedimentos diferentes para o cômputo da pressão e da viscosidade dinâmica da fase sólida. Estes são: o denominado procedimento tradicional que faz uso de correlações empíricas e a versão algébrica da teoria cinética dos escoamentos granulares (TCEG), que utiliza correlações teóricas. Ambos os procedimentos têm sido utilizados em diversos trabalhos reportados na bibliografia. O procedimento tradicional foi aplicado por Tsuo e Gidaspow (1990), Sun e Gidaspow (1999), Huilin e Gidaspow (2003), e Cabezas-Gómez e Milioli (2003, 2004, 2005a,b), entre outros. Já a versão algébrica da TCEG foi utilizada por Syamlal *et al.* (1993), Boemer *et al.* (1995), van Wachem *et al.* (1998), Guenther e Syamlal, (2001), e Cabezas-Gómez, *et al.* (2006), entre outros.

No procedimento tradicional a viscosidade da fase sólida é calculada a partir de correlações obtidas de dados experimentais, basicamente apenas em função da fração volumétrica de sólidos. Já a pressão da fase sólida é calculada usando correlações empíricas em função do denominado módulo de elasticidade que considera as colisões entre as partículas. Recentemente este procedimento foi aplicado com sucesso por Cabezas-Gómez e Milioli (2003, 2004 e 2005a,b) para simular um escoamento gás-sólido num LFC.

Syamlal *et al.* (1993) desenvolveram a versão algébrica da TCEG oferecendo a possibilidade de acelerar a convergência da solução numérica calculando diretamente a temperatura granular através de uma expressão simples, em

vez de resolver a equação diferencial parcial complexa que representa o balanço de temperatura granular. Assim, a maior diferença entre a versão algébrica da TCEG e as outras versões é o uso de uma equação de balanço simplificada para o cômputo da temperatura granular. Nesse procedimento os processos de convecção e difusão são desprezados, considerando apenas a dissipação local estacionária de energia granular. Após o cálculo da temperatura granular a pressão e viscosidade dinâmica da fase sólida são calculadas usando as relações teóricas desenvolvidas por Lun *et al.* (1984). Segundo van Wachem *et al.* (1998), este procedimento é apenas válido para altas concentrações da fase sólida e valores relativamente baixos da velocidade da fase sólida. Num regime de escoamento desse tipo a energia granular é basicamente dissipada localmente. Desta forma o procedimento é mais apropriado para os escoamentos gás-sólido que acontecem em leitos fluidizados borbulhantes (LFB). Porém, seguindo a bibliografia, o procedimento é aplicado neste trabalho para simular o escoamento gás-sólido em LFC, mostrando resultados satisfatórios.

No presente trabalho, além da versão algébrica da TCEG apresentada por Syamlal *et al.* (1993) também se mostram resultados obtidos com uma versão modificada dessa teoria, proposta inicialmente por Silva (2006) e publicada recentemente em Cabezas-Gómez *et al.* (2006). Nessa versão modificada a viscosidade dinâmica do sólido é calculada como proposto na versão algébrica da TCEG, enquanto a pressão do sólido é calculada aplicando uma das correlações empíricas usadas no modelo tradicional. Os resultados mostrados no presente trabalho demonstram que este modelo híbrido permite obter resultados mais coerentes em relação aos dados experimentais quando comparado com a versão algébrica da TCEG comumente usada na literatura. Uma discussão mais aprofundada pode ser encontrada em Cabezas-Gómez *et al.* (2006) e Silva (2006). Todas as simulações numéricas foram desenvolvidas considerando a instalação descrita em Luo (1987).

## 2. Formulação matemática

As simulações apresentadas no presente trabalho foram desenvolvidas com o código MFIX (Syamlal *et al.*, 1993). Este código é amplamente utilizado para simulação de escoamentos multifásicos gás-sólido (Guenter e Syamlal, 2001, Gelderblom *et al.*, 2003, Gera *et al.*, 2004, Cabezas-Gómez *et al.*, 2006, entre outros). Os modelos matemáticos usados são apresentados na Tabela 1. As equações de balanço da conservação de massa e de quantidade de movimento para o modelo tradicional e as duas versões usadas da TCEG algébrica, ou seja o modelo proposto inicialmente e o modelo modificado (híbrido), são iguais. A diferença fundamental radica no cálculo das relações constitutivas do tensor das tensões da fase sólida. Utiliza-se em todos os casos o modelo hidrodinâmico B desenvolvido no IIT (Gidaspow, 1994).

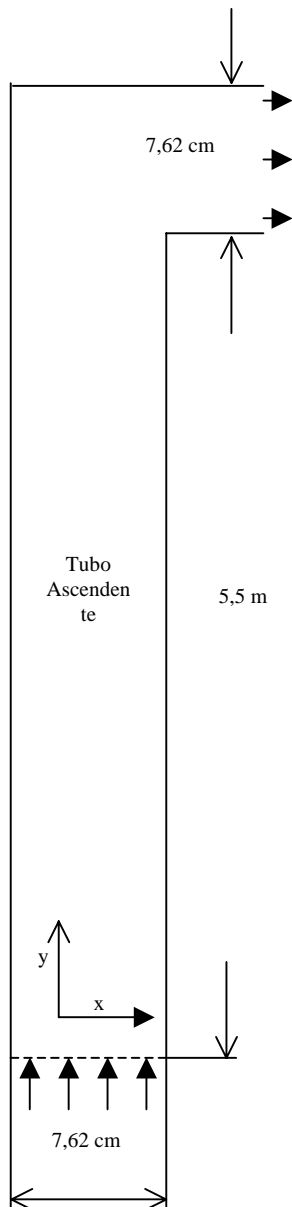
Na Tabela 1 os subscritos (g) e (s) são usados para as fases gasosa e sólida, respectivamente.  $v_g$  e  $v_s$  são as velocidades locais temporais (m/s),  $\rho_g$  e  $\rho_s$  são as densidades ( $\text{kg/m}^3$ ),  $\alpha_g$  e  $\alpha_s$  representam as frações volumétricas, e  $\tau_g$  e  $\tau_s$  o termo viscoso do tensor das tensões (Pa). A variável, P representa a pressão termodinâmica do gás (Pa), g é a aceleração da gravidade ( $\text{m/s}^2$ ),  $g_0$  representa a função radial de distribuição, G é o módulo de elasticidade da fase sólida ( $\text{N/m}^2$ ), e  $\beta$  é a função de arrasto na interface ( $\text{kg/m}^2\text{-s}$ ).  $C_{D_s}$  caracteriza o coeficiente de arrasto na interface gás-sólido para uma partícula num meio infinito,  $Re_s$  é o número de Reynolds baseado no diâmetro de partícula médio  $d_p$ ,  $\phi_s$  é a esfericidade das partículas,  $\mu$  e  $\lambda$  representam as viscosidades dinâmica e volumétrica, respectivamente ( $\text{kg/m-s}$ ),  $\theta$  é a temperatura granular ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ), e o coeficiente de restituição partícula-partícula,  $R_g$  a constante do gás ideal para o Ar ( $\text{J/kg-K}$ ), e t o tempo (s).

## 3. Geometria e condições de simulação

Na Figura 1 mostra-se o domínio computacional empregado nas simulações desenvolvidas. Considera-se sistema cartesiano de coordenadas. As dimensões geométricas e condições iniciais e de contorno de entrada estão especificadas na Figura. No caso da fase gasosa considera-se a condição de não deslizamento. Para a fase sólida utiliza-se a condição de deslizamento parcial na direção tangencial à parede de acordo com Ding e Gidaspow (1990) (esta condição de deslizamento parcial para a fase sólida foi implementada no MFIX para o desenvolvimento deste trabalho). Na direção normal considerou-se velocidade nula para ambas as fases. Para a pressão e a fração de sólido nas paredes considerou-se deslizamento livre, ou seja, gradiente nulo na direção normal à parede.

Tabela 1. Modelo hidrodinâmico B considerando os três procedimentos abordados no artigo para o cômputo das relações constitutivas da fase sólida.

<p>1. Equação da continuidade, fase k (k = g, s)</p> $\frac{\partial(\rho_k \alpha_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k \mathbf{v}_k) = 0$	<p>7. Tensor das tensões, fase sólida (k = s)</p> $\tau_s = 2\mu_s (\nabla \mathbf{v}_s + (\nabla \mathbf{v}_s)^T) + \lambda_s (\nabla \cdot \mathbf{v}_s) \mathbf{I}$
<p>2. Equações da quantidade de movimento</p> <p>Fase gasosa:</p> $\frac{\partial(\rho_g \alpha_g \mathbf{v}_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \alpha_g \mathbf{v}_g \mathbf{v}_g) = -\nabla P - \beta_B (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_g \tau_g) + \rho_g \mathbf{g}$ <p>Fase sólida:</p> $\frac{\partial(\rho_s \alpha_s \mathbf{v}_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s) = \beta_B (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \tau_s) - G \nabla \alpha_s + (\rho_s - \rho_g) \alpha_s \mathbf{g}$	<p>8. Pressão da fase sólida:</p> $P_s = G \nabla \alpha_s \text{ (Modelos tradicional e híbrido)}$ $P_s = K_1 \alpha_s^2 \theta \text{ (TCEG algébrica)}$ <p>onde: <math>G(\alpha_g) = 10^{-8.76\alpha_g + 5.43} \text{ Pa/m}^2</math></p>
<p>3. Definição da fração volumétrica</p> $\alpha_g + \alpha_s = 1$	<p>9. Viscosidades dinâmica e volumétrica da fase sólida:</p> <p>a. Modelo tradicional.</p> $\mu_s = 0,165 \alpha_s^{1/3} g_0, \quad \lambda_s = -\frac{2}{3} \mu_s$ <p>b. Modelos da TCEG algébrica e híbrido.</p> $\mu_s = K_3 \alpha_s \sqrt{\theta}, \quad \lambda_s = K_2 \alpha_s \sqrt{\theta}$
<p>4. Equação de estado</p> $\rho_g = P/(R_g T) \text{ e } \rho_s = \text{constante}$	<p>10. Temperatura granular e relações:</p> $\theta = \frac{- (K_1 \alpha_s + \rho_s) \text{tr}(D_s) + \sqrt{[(K_1 \alpha_s + \rho_s)^2 \text{tr}^2(D_s) + 4K_4 \alpha_s [2K_3 \text{tr}(D_s^2) + K_2 \text{tr}^2(D_s)]]}}{2\alpha_s K_4}$
<p>5. Função de arrasto na interface, <math>\beta</math></p> <p>Ergun (1952) for <math>\alpha_s \geq 0.2</math>:</p> $\beta = 150 \frac{\alpha_s^2 \mu_g}{\alpha_g^2 (d_p \phi_s)^2} + 1.75 \frac{\rho_g \alpha_s  \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s }{(\alpha_g d_p \phi_s)}$ <p>Wen e Yu (1966) for <math>\alpha_s &lt; 0.2</math>:</p> $\beta = \frac{3}{4} C_{Ds} \frac{\rho_g \alpha_s \alpha_g  \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s }{(\alpha_g d_p \phi_s)} \alpha_g^{-2.65}$	<p>Onde:</p> $D_s = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v}_s + (\nabla \mathbf{v}_s)^T),$ $K_1 = 2(1 + e) \rho_s g_0,$ $K_2 = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} d_p \rho_s (1 + e) \alpha_s g_0 - \frac{2}{3} K_3,$ $K_3 = \frac{d_p \rho_s \sqrt{\pi}}{6(3-e)} \left[ 1 + \frac{2}{5} (1 + e) (3e - 1) \alpha_s g_0 \right] + \frac{8d_p \rho_s \alpha_s}{10\sqrt{\pi}} g_0 (1 + e),$ $K_4 = \frac{12(1 - e^2) \rho_s g_0}{d_p \sqrt{\pi}},$ $g_0 = \frac{1}{\alpha_g} + \frac{1.5\alpha_s}{\alpha_g^2} + \frac{0.5\alpha_s^2}{\alpha_g^3}.$
<p>Onde</p> $C_{Ds} = \begin{cases} \frac{24}{Re_s} (1 + 0.15 \cdot Re_s^{0.687}) & Re_s < 1000 \\ 0.44 & Re_s \geq 1000 \end{cases}$ <p>e</p> $Re_s = \frac{\alpha_g \rho_g  \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s  d_p \phi_s}{\mu_g}$ <p>6. Tensor das tensões, fase gasosa (k = g)</p> $\tau_g = \mu_g \left[ \nabla \mathbf{v}_g + (\nabla \mathbf{v}_g)^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}_g) \mathbf{I} \right]$	



Dados da simulação:

Diâmetro das partículas:  $d_p = 520 \mu\text{m}$   
 Densidade do sólido:  $\rho_s = 2620 \text{kg/m}^3$   
 Fluxo mássico da fase sólida:  $G_s = 24,9 \text{kg/(m}^2\text{s)}$   
 Viscosidade do gás:  $\mu_g = 1,8 \times 10^{-5} \text{Pa s}$

Condições iniciais:

Tubo ascendente sem sólido  
 $P = 101,325 \text{ kPa}$   
 $T = 300 \text{ K}$

Condições de contorno na entrada:

$v_s = 0,386 \text{ m/s}$   
 $v_g = 4,979 \text{ m/s}$   
 $\alpha_s = 0,0246$   
 $P = 120,6639 \text{ kPa}$   
 $T = 300 \text{ K}$

Condições de contorno na saída:

Condição de continuidade:  $\frac{\partial f}{\partial n} = 0$

onde f pode ser  $\alpha_g$ ,  $u_g$  ou  $u_s$ .

Pressão do gás fixa:  $P = 117,2049 \text{ kPa}$

Condições de contorno nas paredes:

Fase gasosa: não deslizamento

Fase sólida: deslizamento parcial  $\vec{v}_{s,w} = -\frac{d_p}{\alpha_s^{1/3}} \frac{\partial \vec{v}_s}{\partial n}$

Fração de sólido e pressão do gás: deslizamento livre

Condições computacionais:

Malha: (20x146) 2920 nós:  $\delta x = 0,381 \text{ cm}$ ,  $\delta y = 3,81 \text{ cm}$   
 Tempo real de cálculo :  $t = 100 \text{ s}$

Figura 1. Geometria e condições iniciais e de contorno usadas nas simulações assumindo coordenadas cartesianas. (Dados para a instalação do IIT reportados em Luo, 1987).

#### 4. Resultados de simulação

A seguir apresentam-se os resultados de simulação obtidos considerando o procedimento tradicional e a TCEG algébrica. Quando empregado o procedimento tradicional a viscosidade dinâmica e a pressão do sólido são calculadas respectivamente pelas correlações de Huilin e Gidaspow (2003) e Gidaspow e Ettehadieh (1983) mostradas na Tabela 1. No caso da TCEG algébrica, são consideradas duas versões. A primeira denominada no texto de TCEG\_def considera o modelo inicialmente proposto onde as relações constitutivas são calculadas pelas relações teóricas da TCEG. A segunda versão baseia-se num modelo “ad-hoc” onde a viscosidade dinâmica é calculada por uma relação teórica da TCEG e a pressão do sólido é calculada usando a correlação empírica usada no modelo tradicional. Esta versão da TCEG algébrica é denominada como TCEG\_mod. Embora este segundo modelo seja “ad-hoc”, o mesmo tem-se mostrado bastante efetivo na obtenção de resultados mais representativos dos dados experimentais em relação à TCEG algébrica originalmente concebida e disponível no código MFIX. Em todas as simulações analisadas foi empregado o esquema Superbee para a discretização dos termos advectivos.

Nas Figuras 2 – 5 mostram-se os resultados de simulação obtidos no presente trabalho. Apenas estão sendo analisados perfis médios temporais, obtidos num intervalo temporal de 80 segundos (dos 20 aos 100 segundos de simulação), para os quais se tem disponibilidade de dados experimentais. Na Figura 2 observa-se os perfis radiais da

fração volumétrica de sólido média no tempo aos 3,4 metros de altura para os três modelos matemáticos empregados. Observa-se nitidamente que a TCEG\_def superestima os valores da fração de sólido mostrando erros bastante significativos em relação aos dados experimentais em toda a extensão do raio do leito, exceto no ponto mais próximo da parede direita. Esse modelo também apresenta dois pontos de máximo da fração volumétrica de sólido média temporal, próximos a cada parede do leito. Este comportamento contradiz os resultados experimentais e aqueles obtidos com o modelo tradicional e a TCEG\_def, e pode-se considerar fisicamente incoerente. Estima-se que a causa deste fenômeno radica no cálculo da pressão do sólido sem considerar os efeitos cinéticos e usando valores da temperatura granular computada através de uma metodologia simplificada. Cabezas-Gómez e Milioli (2005) mostraram que o gradiente da pressão do sólido tem uma influência considerável na solução numérica das equações de balanço considerando várias correlações empíricas para o cálculo de  $P_s$  e o modelo tradicional. Embora o uso de correlações empíricas para o cálculo das relações constitutivas esteja limitado à validade das mesmas, observa-se que quando estas são utilizadas corretamente, i.e., na sua faixa de aplicação, os resultados de simulação apresentam um comportamento adequado e fisicamente coerente. Os trabalhos de Tsuo e Gidaspow (1990), Sun e Gidaspow (1999) e Cabezas-Gómez e Milioli (2003), entre outros, mostram a validade dessa afirmação.

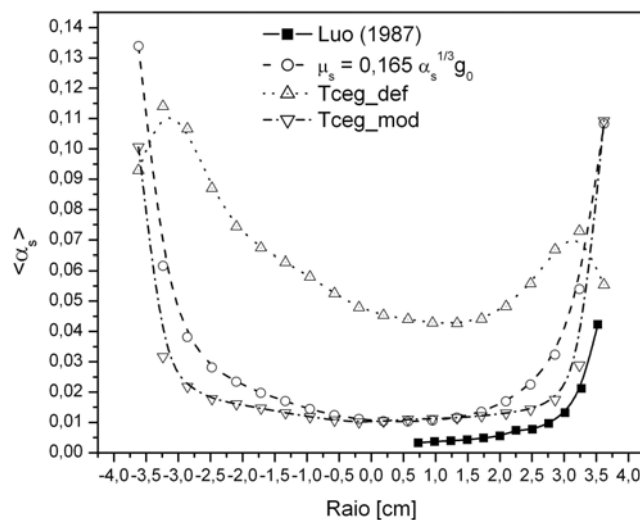


Figura 2. Perfis radiais da fração volumétrica da fase sólida média no tempo 3,4 metros acima da entrada considerando os modelos tradicional, TCEG\_def e TCEG\_mod.

Como pode-se observar na Figura 2 os resultados de simulação obtidos com o procedimento tradicional e com a TCEG\_mod também mostram a validade da discussão anterior. De fato, no caso da TCEG\_mod, os resultados de simulação são os que apresentam o melhor comportamento em relação aos dados experimentais. Embora neste procedimento a temperatura granular seja calculada pelo mesmo método que no modelo da TCEG\_def, a pressão do sólido é calculada através da correlação empírica considerada no modelo tradicional (Tabela 1). Desta forma mostra-se que o cálculo correto da pressão do sólido é muito importante para obtenção de resultados de simulação coerentes. A falha do modelo da TCEG algébrica radica no cálculo simplificado da temperatura granular e na não inclusão dos termos cinéticos na relação da pressão do sólido. Ambos os parâmetros estão inter-relacionados e devem ser considerados para o uso da TCEG. Um modelo mais completo da TCEG, como aquele que calcula a temperatura granular resolvendo uma equação diferencial parcial, não apresenta esse tipo de problema. Resultados correntes de simulação, a serem publicados futuramente, demonstram que essas insuficiências da TCEG algébrica são sanadas totalmente usando esse tipo de modelo da TCEG.

Desconsiderando o modelo da TCEG\_def na Figura 2 observa-se que o modelo tradicional e a TCEG\_mod apresentam perfis radiais da fração volumétrica de sólido qualitativamente adequados, mostrando uma boa concordância com os dados experimentais. As maiores diferenças quantitativas entre os resultados de simulação e os obtidos por Luo (1987) são detectadas nas regiões mais próximas à parede. Provavelmente estas diferenças se devem à condição de contorno empregada nas simulações, embora simulações desenvolvidas considerando a condição de deslizamento livre da fase sólida na parede apresentaram resultados piores quando comparados com os dados experimentais. Fazendo esse tipo de comparação com os presentes resultados de simulação, observa-se que o modelo da TCEG\_mod apresentou os resultados mais favoráveis em toda a seção transversal do leito.

Na Tabela 2 apresentam-se os erros relativos dos valores simulados da fração volumétrica de sólido média no tempo em relação aos dados experimentais considerando os três modelos matemáticos empregados no trabalho. Pode-se



notar claramente que o modelo da TCEG\_def é o que apresenta os maiores erros relativos em toda a seção transversal do leito excetuando apenas o ponto mais próximo da parede, onde o erro é menor do fornecido pelo modelo tradicional. Mesmo assim, isto está relacionado à um comportamento fisicamente incoerente, ver Figura 2 e discussão acima. Por outro lado o modelo da TCEG\_mod é o que fornece menores erros, excetuando a região central onde o modelo tradicional apresenta resultados mais favoráveis, quando comparado com os dados experimentais. Deve-se destacar que os erros relativos foram calculados considerando os resultados simulados do lado direito da coluna ascendente, onde ocorreram as medições experimentais (Luo, 1987). Em todos os casos observa-se que os modelos superestimam consideravelmente os resultados experimentais, mostrando a necessidade de utilizar modelos mais sofisticados e obter dados experimentais mais exatos, sem considerar simetria na coluna ascendente.

Tabela 2. Erros relativos dos valores experimentais da fração volumétrica de sólido em relação aos valores simulados.

Fração volumétrica de sólido (experimental)		Erro relativo [-]		
Raio	Valores medidos	Modelo_tradicional	TCEG_def	TCEG_mod
0,73000	0,00328	0,68287	0,9245120	0,7057583
0,98400	0,00369	0,65453	0,9137032	0,6721632
1,23800	0,00394	0,65009	0,9074779	0,6554468
1,49200	0,00431	0,64693	0,8998736	0,6333288
1,74600	0,00483	0,64726	0,8911373	0,6042119
2,00000	0,00555	0,65155	0,8816800	0,5660333
2,25400	0,00742	0,60890	0,8544007	0,4507487
2,50800	0,00771	0,66632	0,8638528	0,4675635
2,76200	0,00968	0,66830	0,8458773	0,3963733
3,01600	0,01319	0,66284	0,8262141	0,3912598
3,27000	0,02117	0,62731	0,7086602	0,2843742
3,52400	0,04232	0,43163	0,3324668	0,1572592

Nas Figuras 3 e 4 apresentam-se os perfis radiais médios no tempo da velocidade axial para as fases sólida e gasosa respectivamente. Neste caso pode-se observar uma menor diferença quantitativa em relação aos dados experimentais dos perfis obtidos pelo modelo tradicional e pela TCEG\_mod. No caso da TCEG\_def os perfis de velocidade do sólido e do gás apresentam elevadas distorções caracterizando em termos médios um escoamento ascendente na parede direita e um descendente na parede esquerda do leito. Este comportamento é atípico em LFC e mostra que o uso da TCEG algébrica como proposto inicialmente não é recomendado para a simulação da dinâmica do escoamento gás-sólido num LFC. Embora devam ser desenvolvidas simulações 3D para demonstrar completamente essa deficiência desse tipo de modelo, os resultados aqui apresentados indicam fortemente que resultados de simulação de LFC devem ser analisados cuidadosamente.

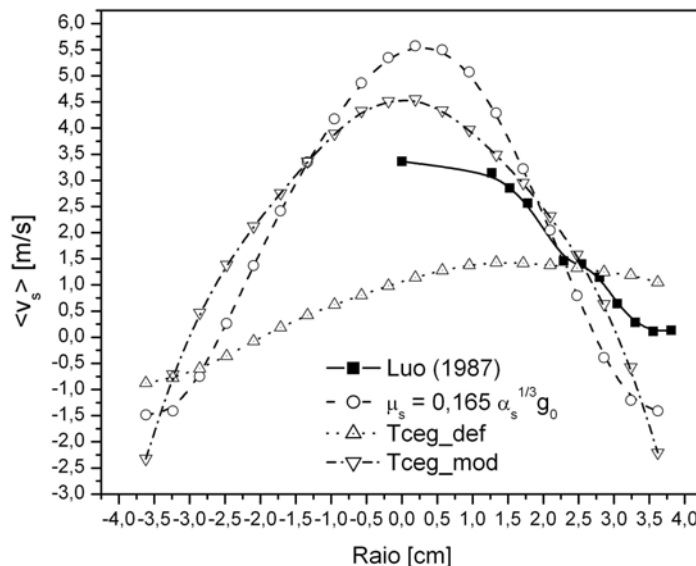


Figura 3. Perfis radiais da velocidade axial média no tempo da fase sólida 3,4 metros acima da entrada considerando os modelos tradicional, TCEG\_def e TCEG\_mod.

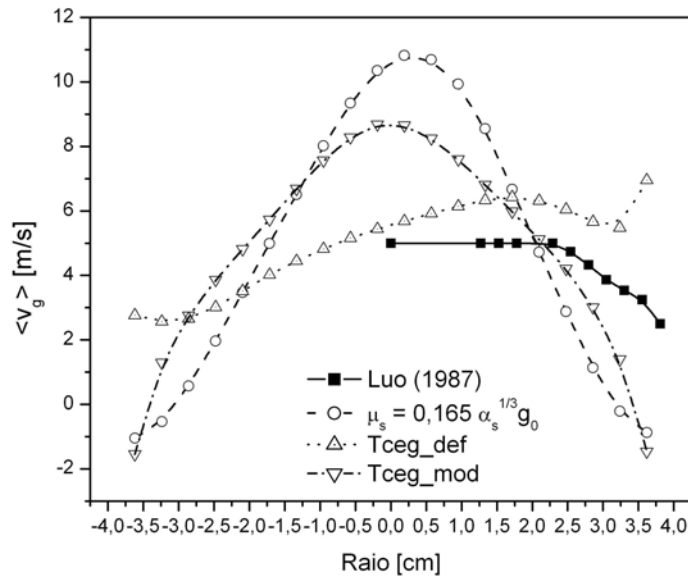


Figura 4. Perfis radiais da velocidade axial média no tempo da fase gasosa 3,4 metros acima da entrada considerando os modelos tradicional, TCEG\_def e TCEG\_mod.

No caso dos modelos tradicional e da TCEG\_mod na Figura 3 observa-se um perfil médio no tempo com um escoamento ascendente na região central do leito e um escoamento descendente nas regiões próximas das paredes, caracterizando totalmente o denominado escoamento anular tipicamente observado em LFC (Tsuo e Gidaspow, 1990; Sun e Gidaspow, 1999; Cabezas-Gómez e Milioli, 1993,1994,1995a,b; e Gidaspow, 1994; entre outros). Em ambos os casos os resultados de simulação mostram-se erros pequenos quando comparados com os dados experimentais, sendo a TCEG\_mod o modelo que apresenta os melhores resultados em toda a seção transversal do leito. Analisando os perfis radiais da velocidade axial do gás mostrado na Figura 4 e fornecido por estes dois modelos, observa-se um comportamento similar ao acima descrito, incluindo os valores negativos da velocidade axial da fase gasosa nas regiões próximas às paredes da coluna. Embora esse comportamento não seja o esperado, devido à condição de contorno de não deslizamento assumida para a fase gasosa nas paredes, estima-se que o mesmo é consequência da influência da alta concentração de sólido obtida nas paredes do leito. Neste caso devido ao arrasto na interface a fase gasosa é forçada a escoar perto das paredes no sentido da gravidade pela ação da fase sólida. Esta é uma consequência do modelo superestimar a fração volumétrica de sólidos e também do uso de uma malha computacional sem o refino necessário próximo às paredes. Futuras simulações deverão ser focadas no uso de malhas mais refinadas para elucidar melhor esta problemática. Note-se que ambos os modelos apresentam o mesmo resultado. Considerando a complexidade do escoamento estudado e, os trabalhos da bibliografia, pode-se afirmar que os presentes resultados são qualitativamente corretos e mostram o potencial de aplicação que a TCEG\_mod possui.

Na Figura 5 mostra-se os perfis radiais do fluxo mássico de sólido médio no tempo na altura de 5,3 metros acima da entrada do leito. Neste caso todos os modelos apresentam um comportamento similar mostrando valores negativos do fluxo de massa nas paredes do leito, sendo estes os de maior módulo (parede esquerda na figura). Embora este comportamento não representado pelos dados experimentais de Luo (1987), estima-se que na saída do leito o fluxo mássico do sólido deve ser maior nas paredes onde a fração volumétrica de sólido média no tempo apresenta os maiores valores. Considerando ainda que a saída do leito neste caso se encontra no lado direito, estima-se que haja um acúmulo de sólido no lado contrario onde o sólido colide com a parte superior do leito e não encontra uma saída. O gás com menos inércia consegue se desviar e formar linhas de corrente em direção da saída na direita, já as partículas sólidas que apresentam uma inércia muito maior, não conseguem mudar a sua trajetória totalmente, acumulando-se mais na parte esquerda do leito como mostrado na Figura 5. Neste caso é importante notar que a medição experimental do fluxo de massa de sólidos localmente é uma tarefa complicada, sendo possível ter erros experimentais consideráveis nas medições desta grandeza, que envolve a medida direta da fração volumétrica e a indireta da quantidade de partículas por unidade de tempo. Entretanto, simulações mais detalhadas do escoamento na região de saída merecem ser desenvolvidas para um estudo mais aprofundado do escoamento e da formulação das condições de contorno nessa região.

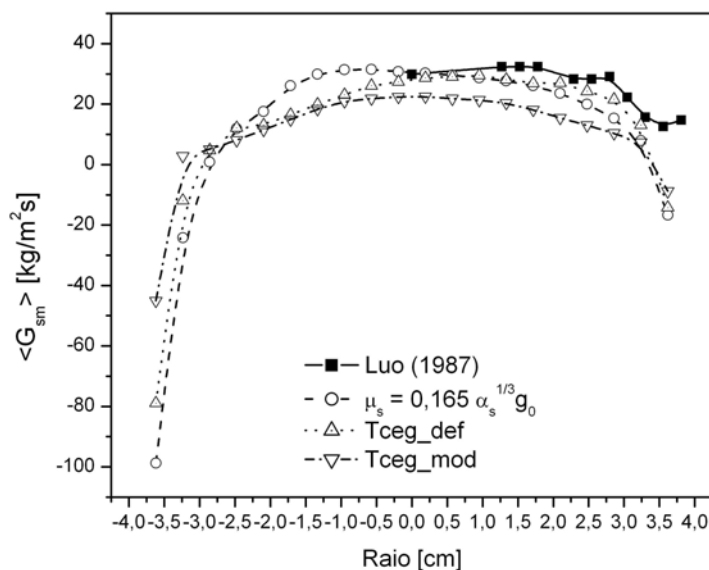


Figura 5. Perfis médios no tempo para a velocidade mássica para a fase sólida, 5,3 metros acima da entrada, considerando o modelo tradicional, a TCEG\_def e a TCEG\_mod.

## 5. Conclusões

Considerando os resultados apresentados na seção anterior conclui-se que o modelo da TCEG\_def produz resultados inconsistentes e não representativos da hidrodinâmica do escoamento gás-sólido na coluna ascendente de um LFC. Isto não significa que o uso da TCEG não seja adequado para a simulação deste tipo de escoamento e sim a necessidade de usar uma variante da TCEG que permita descrever satisfatoriamente a fenomenologia do escoamento. Uma solução é o uso da TCEG que resolve a equação completa do balanço de energia cinética das flutuações da velocidade das partículas, i.e., da temperatura granular. O uso da TCEG algébrica como proposta inicialmente por Syamlal *et al.* (1993) aconselha-se para simulação de LFB onde a fração volumétrica de sólido é alta e a velocidade do sólido é relativamente baixa, ou seja, onde a energia granular é dissipada localmente.

Outra solução é o uso da versão algébrica da TCEG denominada neste artigo de TCEG\_mod. Esta alternativa mantém a característica de baixo custo computacional obtido com o modelo da TCEG\_def e permite considerar o efeito cinético na contabilização do gradiente de pressão do sólido usando uma correlação empírica oriunda do modelo tradicional (ver Tabela 1). De maneira geral os resultados de simulação para a instalação de LFC estudada por Luo (1987) obtidos com o modelo “ad-hoc”, TCEG\_mod, mostram-se claramente superiores aos obtidos com a TCEG\_def, não apresentando perfis distorcidos e irrealistas. Além disso, esse modelo apresenta resultados mais representativos (quantitativamente) em termos médios aos obtidos com o modelo tradicional.

A grande vantagem deste modelo reside no fato de utilizar a formulação algébrica para a TCEG na predição do escoamento gás-sólido em uma coluna ascendente de um LFC. Isto favorece o desenvolvimento de uma variedade de testes com as mais diversas correlações para as leis constitutivas da TCEG disponíveis na literatura, com a expectativa de um baixo custo computacional. Simulações em três dimensões teriam um custo computacional mais baixo e permitiram realizar estudos mais profundos do tipo de escoamento abordado. Evidentemente novas investigações neste modelo “ad-hoc” são necessárias, principalmente testes em outras instalações para verificar a sua eficiência na predição do escoamento gás-sólido em um LFC, onde o modelo da TCEG algébrica é reconhecidamente falho. Mais detalhes, relacionados ao uso deste modelo híbrido, podem ser consultados em Cabezas-Gómez *et al.* (2006) e Silva (2006). Esses trabalhos apresentam resultados complementares que comprovam os resultados e discussões apresentadas na presente investigação.

## 6. Agradecimentos

O primeiro e segundo autores agradecem o suporte recebido da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) através de uma bolsa de estudo de pós-doutorado (processo 02/12038-8), e da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) através de uma bolsa de estudo de doutoramento PICDT, respectivamente. As simulações numéricas foram desenvolvidas com o código MFIX fornecido pelo NETL

(National Energy Technology Laboratory - [www.mfix.org](http://www.mfix.org)). Os autores agradecem a disponibilidade do código e o suporte fornecido pelos pesquisadores que desenvolvem o MFIX.

## 7. Referências

- Boemer, A., Qi, H., Renz, U., Vasquez, S. and Boysan, F., 1995, "Eulerian computation of fluidized bed hydrodynamics - A comparison of physical models", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Fluidized Bed Combustion, Vol. 2, pp. 775-787.
- Cabezas-Gómez, L., 2003, "Modelagem matemática e simulação numérica de escoamentos bifásicos gás-sólido em colunas de leito fluidizado circulante", Tesis de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil, 208 p.
- Cabezas-Gómez, L. e Milioli, F.E., 2003, "A Parametric Study of the Gas-Solid Flow in the Riser of a Circulating Fluidized Bed Through Continuous Eulerian Modeling", Powder Technology, Vol.132, No. 2-3, pp. 216-225.
- Cabezas-Gómez, L. e Milioli, F. E., 2004, "A numerical simulation analysis of the effect of the interface drag function on cluster evolution in a CFB riser gas-solid flow", Brazilian J. of Chemical Engng., Vol.21, No. 4, pp. 569-583.
- Cabezas-Gómez, L. e Milioli, F. E., 2005a, "Collisional solid's pressure impact on numerical results from a traditional two-fluid model", Powder Technology, Vol.149, No. 2-3, pp. 78-83.
- Cabezas-Gómez, L. e Milioli, F. E., 2005b, "Numerical simulation of fluid flow in CFB risers - a turbulence analysis approach", Journal of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., Vol. XXVII, No. 2, pp. 141-149.
- Cabezas-Gómez, L. Silva, R.C. e Milioli, F. E., 2006, "Some modeling and numerical aspects in the two-fluid simulation of the gas-solids flow in a CFB riser", Accepted for publication in Brazilian J. of Chemical Engineering.
- Ding, J. e Gidaspow, D., 1990, "A Bubbling Model Using Kinetic Theory of Granular Flow", AIChE Journal, Vol.36, No. 4, pp. 523-538.
- Ergun, S., 1952, "Fluid Flow through Packed Columns", Chemical Engineering Progress, Vol.48, No. 2, pp. 89-94.
- Gelderbloom, S. J., Gidaspow, D. e Lyczkowski, R. W., 2003, "CFD Simulations of bubbling/collapsing fluidized beds for three Geldart Groups", AIChE Journal, Vol.49, No. 4, pp. 844.
- Gera, D., Syamlal, M. e O'Brien, T.J., 2004, "Hydrodynamics of particle segregation in fluidized beds", International J. of Multiphase Flow, Vol.30, pp. 419-428.
- Gidaspow, D. e Ettehadieh, B. 1983, "Fluidization in two-dimensional beds with a jet: 2. Hydrodynamic modeling", Industrial Engng. Chemistry Research, Vol.22, No. 2, pp. 193-201.
- Gidaspow, D., 1994, "Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions", Academic Press, Boston, 467 p.
- Guenther, C. e Syamlal, M., 2001, "The effect of numerical diffusion on simulation of isolated bubbles in a gas-solid fluidized bed", Powder Technology, Vol.116, pp. 142-154.
- Huilin, L. e Gidaspow, D., 2003, "Hydrodynamic Simulations of Gas-Solid Flow in a Riser", Industrial Engng. Chemistry Research, Vol.42, pp. 2390-2398.
- Lun, C.K.K., Savage, S.B., Jeffrey, D.J. e Chepuriniy, N., 1984, "Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in coquette flow and slightly inelastic particles in a general flow field", Journal of Fluid Mechanics, Vol.140, pp. 223-256.
- Luo, K.M., Dilute, Dense-Phase and Maximum Solids-Gas Transport. Ph.D. Thesis., Illinois Institute of Technology, Chicago (1987).
- Silva, R.C., 2006, "Modelagem euleriana do escoamento gás-sólido em leito fluidizado circulante: análise da influência de parâmetros físicos e numéricos nos resultados de simulação", Tesis de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil, 186 p.
- Syamlal, M., Rogers, W., e O'Brien T.J., MFIX Documentation Theory Guide. U.S. Department of Energy, Morgantown Energy Technology Center, Technical Note DOE/MET-94/1004 (1993).
- Sun, B. e Gidaspow, D., 1999, "Computation of Circulating fluidized bed riser flow for the Fluidization VIII benchmark test", Industrial Engng. Chemistry Research, Vol.38, pp. 787-792.
- Tsuo, Y.P. e Gidaspow, D., 1990, "Computation of Flow Patterns in Circulating Fluidized Beds", AIChE Journal, Vol.36, No. 6, pp.885-896.
- van Wachem, B.G.M., Schouten, J.C., Krishna, R. e van den Bleek, C.M., 1998, "Eulerian Simulations of Bubbling Behavior in Gas-Solid Fluidized Beds", Computers Chemical Engng., Vol.22, Suppl. pp. S299-S306.
- Wen, C.Y. e Yu, Y.H., 1966, "Mechanics of Fluidization", Chemical Engineering Progress Symposium Series, Vol.62, No. 62, pp. 100-111.

## **SIMULATION OF THE GAS-SOLID FLOW IN A CFB RISER APPLYING DIFERENT FORMULATIONS FOR THE SOLID PHASE VISCOSITY AND PRESSURE**

Luben Cabezas Gómez

Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Av. Trabalhador São-Carlense, N°400-Centro, São Carlos, SP. CEP 13566-590.

lubencg@sc.usp.br

Renato César da Silva

Departamento de Ciências Exatas, Campus Três Lagoas, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Av. Ranulpho Marques Leal, 3484, CEP: 79620-080 - Três Lagoas – MS.

rcsilva@ceul.ufms.br

Helio Aparecido Navarro

Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Av. 24-A, 1515, Cx. P 178, CEP 13506-700, Rio Claro, SP, Brazil.

helio@rc.unesp.br

Fernando Eduardo Milioli

Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos, Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Av. Trabalhador São-Carlense, N°400-Centro, São Carlos, SP. CEP 13566-590.

lubencg@sc.usp.br

### **Abstract**

In this paper is applied the two-fluid model to simulate the gas-solid flow in a riser of a CFB. The pressure and dynamic viscosity of the solid phase are computed using two different approaches. In the first one are applied empirical correlations. In the second approach are applied relations obtained from the kinetic theory of granular flow (KTGF). It is used the MFIX code developed in the National Energy Technology Laboratory (NETL). The main aim of this work is to perform a comparative analysis of the simulation results obtained from the different procedures considered to compute the constitutive relations of the solid phase stress tensor. Are presented mean time simulation results comprehending the radial profiles of the axial velocities of both phases, the solid volumetric fraction and the solid mass flow. The results are compared with the available experimental data showing a different behavior as a function of the mathematical model used. In all the simulations is used an uniform two-dimensional computational mesh and a second order scheme for the discretization of the advective terms. The results show that the procedure for the computation of the solid phase pressure and viscosity influences in a significant way the behavior of the gas-solid flow in a riser. In the work is proposed a new mathematical model which seems to be very good for future simulations of this kind of flows.

Keywords: Gas-solid flows, Circulating fluidized beds, Kinetic theory of granular flows, Numerical simulation

# AN EXPERIMENTAL STUDY ON FLOW CHARACTERISTICS OF A LIQUID FILM FALLING ON A VERTICAL COLUMN OF HORIZONTAL TUBES

**Gherhardt Ribatski**

Heat and Mass Transfer Laboratory (LTCM)  
École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL)  
ME GO 560, Station 9  
CH-1015 Lausanne, Switzerland  
gherhardt.ribatski@epfl.ch

**Abstract.** A visual study is presented of a liquid film falling on a vertical row of horizontal plain tubes. Experiments were performed for water and ethylene glycol using different liquid supply arrangements. The effects of film flow rate and tube size and spacing on the liquid film distribution were investigated. Measurements of sheet contraction and of droplet and column departure-site spacing were obtained. Pronounced sheet contractions were observed, reaching up to 2/3 of the initial sheet length. The reduction of the film length was also found to be substantial for the column and droplet intertube flow modes. Droplet and column departure-site spacing increased with tube diameter. For ethylene glycol, droplet and column departure-site spacing increased slightly with tube row depth. An negligible effect was noticed for water. The obtained results are thoroughly discussed with regard to the physical and operational control parameters for falling-film flows.

**Keywords.** Two-Phase Flow; Falling-Film; Horizontal Tubes; Heat Exchangers; Flow Pattern.

## 1. Introduction

Falling film evaporators with bundles of horizontal tubes can be found on a wide array of thermal and chemical system applications. Generally speaking, they are attractive principally because they provide a high heat transfer coefficient and operate with low fluid inventory. Such characteristics result in some advantages for falling film evaporators over flood tube bundles, viz. potential reduction in the heat exchanger size and lower risks associated with a leak. In addition, the pressure drop through the falling film evaporator is almost negligible. However, according to a comprehensive state of the art review on falling film evaporation on horizontal tubes presented by Ribatski and Jacobi (2005), the thermal performance of the falling-film heat exchanger may be drastically affected by the distribution of the fluid refrigerant along the tube bundle according to the following aspects: (1) flow mode between adjacent surfaces; (2) flow unsteadiness; (3) film thickness along the heating surfaces; (4) flow contraction along the tube bundle, and consequent decrease of the wetted surface area; (5) spacing of droplet and column departure sites; (6) “slinging” effect, Wei and Jacobi (2002).

When a liquid film flows from one horizontal tube to another below it, the flow may take the form of droplets, circular columns, or a continuous sheet. Extensive studies focusing on characterization and prediction of flow modes were performed by Armbruster and Mitrovic (1994) and Hu and Jacobi (1996), both studies on plain tubes, and recently by Roques *et al.* (2002) on plain and enhanced tubes. The flow modes identified by Hu and Jacobi (1996) are shown in Fig. 1. By comparing the current prediction methods for flow mode transitions, Ribatski and Jacobi (2005) found a significant scatter among them, which is reasonable given the subjective nature of interpreting two-phase flow regimes. It must to be noted, however, that not one of these previous studies investigated the effect of the bundle depth on flow mode transitions.

For the droplet and column flow modes, liquid usually falls from fix sites along the underside of the tube. The distance between them,  $\lambda$ , seems to be related to the Taylor instability. For circumstances in which viscous effects are negligible and the fluid is incompressible, Bellman and Pennington (1954) found that the critical wavelength, and most dangerous Taylor wavelength are given respectively by:

$$\lambda_c = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{g \cdot (\rho_l - \rho_v)}}; \quad \lambda_D = \lambda_c \cdot \sqrt{3} \quad (1)$$

where  $\rho_l$  and  $\rho_v$  are the liquid and vapor densities, respectively,  $\sigma$  is the surface tension and  $g$  is the gravitational acceleration.

Only perturbations having wavelengths between  $\lambda_c$  and  $\lambda_D$  will grow. However,  $\lambda_D$  is the wavelength for which the disturbance grows most rapidly. Therefore, in real systems, the dominant disturbance wavelength is generally close to  $\lambda_D$ .

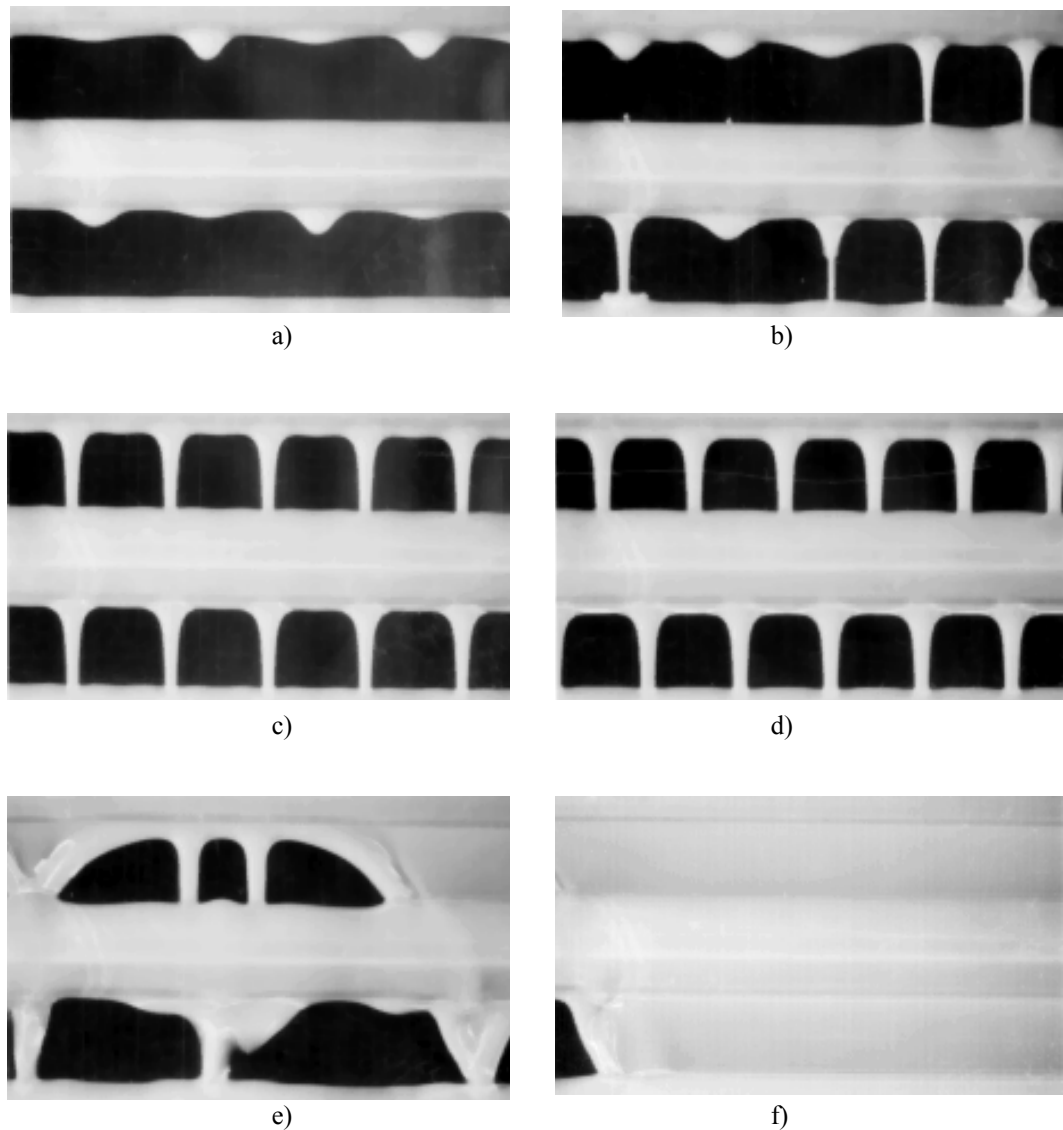


Figure 1. Intertube flow modes for ethylene glycol according to Hu and Jacobi (1996). (a) droplet; (b) droplet-column; (c) in-line column; (d) staggered column; (e) column-sheet; (f) sheet mode.

Yung *et al.* (1980) performed an experimental study with water, ethylene glycol and ammonia, and concluded that  $\lambda$  is given by  $\lambda_c \cdot \sqrt{2}$ . For the column mode and water as working fluid, Ganić and Roppo (1980) concluded that the film flow rate, the intertube distance, and the fin spacing do not affect  $\lambda$ , whose value was generally lower than  $\lambda_c$  given by Eq. (1). Departure-site spacing being unaffected by the geometrical characteristics of the tube fins was also observed by Roque *et al.* (2002) on Turbo-BII, Turbo-Chil, and Thermoexcel tubes. They performed experiments using water, ethylene glycol, and a 50 percent water/50 percent ethylene glycol as working fluids. Mitrovic (1986) found departure-site spacing values between the critical and the most dangerous wavelength. He pointed out values of 22mm for water at 25°C and of 13.5mm for alcohol at 21.5°C. Honda *et al.* (1987) conducted experiments involving condensation on low finned tubes using R-113, methanol, and normal propanol. They reported values of  $\lambda$  close to  $\lambda_c$  in the column mode, and lower than  $\lambda_c$  in the droplet mode.

Armbruster and Mitrovic (1994) suggested that the effects of physical properties on column spacing are adequately described by the capillary constant given by:

$$a = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}} \quad (2)$$

In addition, they found that  $\lambda$  decreases slightly with increasing the film flow rate. More recently, Armbruster and Mitrovic (1995) correlated the column spacing as

$$\lambda = \frac{2\pi\sqrt{2}}{\sqrt{a^{-2} \left[ 1 + \left( Re/Ga^{1/4} \right)^{0.8} \right] + 2/D^2}} \quad (3)$$

where  $D$  is the tube diameter,  $Re$  is the film Reynolds number given by  $Re=4\Gamma/\mu_l$  and  $Ga$  is the modified Galileo number given by  $Ga=\rho_l\sigma^3/\mu_l^4g$ .  $\Gamma$  is the liquid mass flow rate per unit length of tube (each side) and  $\mu_l$  is the liquid dynamic viscosity. This correlation is based on data from water and isopropyl alcohol, and described their experimental results within  $\pm 7.5\%$ .

An extensive analysis of the departure-site spacing on droplet and column modes was made by Hu and Jacobi (1998). Their experiments covered a wide range of tube diameters and tube pitches, being performed with water, ethylene glycol, a water-glycol mixture, and hydraulic oil. They found that a decrease in the flow rate is accompanied by an increase in  $\lambda$ , and the degree at which  $\Gamma$  affects  $\lambda$  was greater at low  $\Gamma$  (droplet mode). They suggested that as  $Re \rightarrow 0$ , the droplet departure-site spacing seems to approach  $\lambda_D$  given by Eq. (1). Tube diameter effects were greater at small diameters, and  $\lambda$  increased with the tube diameter. Except at  $(s-D)/a \approx 5$ , the condition in which  $\lambda$  presented a minimum, a weak dependence on the tube pitch  $s$  was noted. Preliminary results suggested that a concurrent air flow decreases  $\lambda$ . Hu and Jacobi (1998) also presented a qualitative study on liquid-column shapes and a correlation according to which  $\lambda$  is given by:

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{0.836A - 0.836(Re/Ga^{1/4})}{\left[ 1 + \left( \frac{0.836A - 0.836(Re/Ga^{1/4})}{0.75A - (85/Ga^{1/4})} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad \text{where} \quad A = \frac{2\pi\sqrt{3}}{\sqrt{1 + 2(a/D)^2}} \quad (4)$$

Recently, Habert *et al.* (2006) performed intercolumn spacing measurements for R236fa at a saturation temperature of 20°C. Results were obtained for a plain tube and two 3D enhanced condensing surfaces. They reported average distances between two successive columns of  $7.3 \pm 0.9$  mm for the plain tube and of  $8.4 \pm 0.9$  mm and  $7.6 \pm 0.7$  mm for the structured tubes within a 95% confidence interval. These values lie between the critical wavelength  $\lambda_c$  and the most dangerous Taylor wavelengths  $\lambda_D$ , which are 5.6 mm and 9.7 mm for R236fa at 20°C, respectively.

According to the review of the pertinent literature, aspects related to the effects of the bundle-depth on the film flow mode, column/droplet spacing and flow contraction are still unclear. Thus, in the present paper, an experimental investigation was conducted to observe a liquid film falling on a vertical row of five horizontal plain tubes. The first part of the paper is dedicated to the description of the experimental set-up and procedure. In the second part, the experimental results are described and it is presented a thorough discussion on the effects of the film flow rate, tube spacing, tube diameter, working fluid, hysteresis (differences in the flow behavior while increasing or reducing the film flow rate), and bundle-depth on the flow contraction, film flow mode between adjacent surfaces, and column/droplet spacing. Then, comparisons of the measured experimental  $\lambda$  against current prediction are reported.

## 2. Experimental Apparatus and Procedure

The experimental set-up and the test section are shown schematically in Figs. 2 and 3, respectively. The test set-up consists of a closed-circuit, forced-circulation loop of liquid. The test section was made of acrylic glass. Thus, the falling-film flow can be observed through the front plate of the test section.

A variable speed gear pump drives the working fluid through the circuit. The type of pump was chosen to keep stable the mass flow and the pressure. From the pump, the test fluid flows through a filter and the flow meter to the liquid distributor on the top of the test section. To obtain a fine adjustment of the liquid mass flow rate at the test section, a bypass needle valve was installed between the pump and the reservoir. Liquid mass flow rates are measured using a Coriolis-effect flow meter, with accuracy of  $\pm 0.1\%$  of reading. The fluid density and temperature were also measured by the flow meter with accuracies of  $\pm 2\text{kg/m}^3$  and  $\pm 1^\circ\text{C}$ , respectively. The liquid distributor described in Hu and Jacobi (1996) was designed to promote even distribution of liquid along its length.

In the test section, from the distributor, the working fluid flows around the dummy tubes and a single column of five horizontal stainless steel tubes. The dummy tubes were used to achieve a homogeneous liquid distribution along the test surfaces. After flowing around the fifth test tube the liquid falls to a receiver, returning to the reservoir as shown in Fig. 2. The dummy and test tubes were prepared by thoroughly polishing and cleaning. The tube diameter of the upper dummy tube was 7mm. The lower dummy tube has a diameter equal to the test tubes, simulating a tube row. The gaps between the distributor and the upper dummy tube, and between the dummy tubes were 1mm. Experiments were also performed with solely the upper dummy tube and without dummy tubes. It was done in order to investigate the effects of the liquid feeding method on the falling-film flow characteristics.



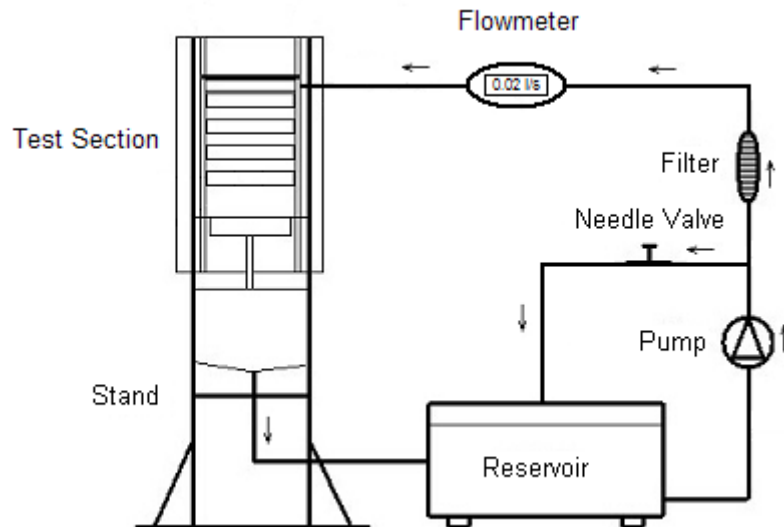


Figure 2. Schematic diagram of the experimental apparatus.

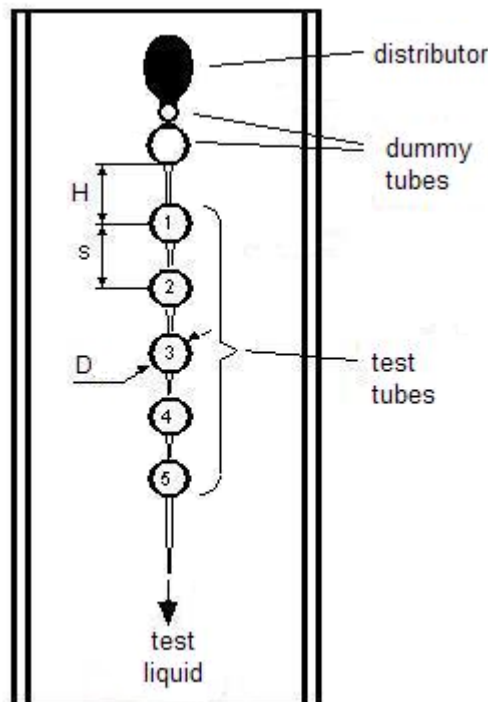


Figure 3. Schematic of the test section.

Experiments were carried out by changing tube spacing, tube diameter, working fluid and its flow rate. Care was taken on to place the tubes vertically aligned and in horizontal positions. The test liquid was circulated by several hours to ensure that the tubes were fully wetted. Tests were conducted by gradually increasing the flow rate up. Once the maximum film flow rate was attained ( $\approx 0.18 \text{ kg/ms}$ ) which in general corresponds to a value higher than the one for which the film flow mode was achieved, the flow rate was gradually reduced down to the initial value. A regular video camera was used to record the flow image and a reference image. Using commercial software, the images were digitized and the measurements performed. The uncertainty in the lengths measured from the images was  $\pm 0.5 \text{ mm}$ . Thermophysical properties were estimated according to Hu and Jacobi (1996). A fairly good amount of experimental conditions have been investigated, involving the following conditions:

- Test fluid: water and ethylene glycol;
- Liquid test temperature:  $\approx 22^\circ \text{C}$
- Mass flow rate on each side of the tube,  $\Gamma$ : up to  $0.20 \text{ kg/ms}$ ;

- Tube diameter,  $D$ : 11, 20, 40 and 80mm;
- Tube pitch,  $s$ : varying in the range between 3 and 80mm;
- Distance between the lower dummy tube and the center of the upper test surface,  $H$ : varying in the range between 8.5 and 156mm. When  $H$  is not mentioned its values corresponds to the presented tube pitch subtracted of  $D/2$ .

### 3. Results and discussion

#### 3.1. Spacing of droplet and column departure sites

For the intertube flow modes including columns and droplets, the liquid tends to detach from the lower region of the upper tube from fixed points separated by  $\lambda$ . Such a distance, as above-mentioned, is related to the Taylor instabilities and presents values close to the critical Taylor wavelength. Figure 4 shows the variation of  $\lambda$  with  $\Gamma$  for data measured between the second and third tubes in the row. In this case, the displayed results were obtained by gradually decreasing the film flow rate down to zero. According to this figure, at high flow rates the effect of  $\Gamma$  on  $\lambda$  is almost negligible. This behavior was observed even at the column-sheet flow mode. For ethylene glycol, a minimum departure-site spacing can be observed at low film flow rates beyond which  $\lambda$  increases with further decreasing in the film flow rate. This behavior was maintained downwards the tube row and was not observed for the experiments conducted by gradually increasing the film flow rate up to a maximum value. Figure 5 presents pictures illustrating the departure-site spacing behavior with decreasing film flow rate. According to this figure, lower departure-site spacings are observed at the column-droplet flow mode. Such a behavior is promoted by the appearance of a droplet departure-site between two consecutive columns. Further reductions in the film flow rate promote the transition from column-droplet to droplet flow mode beyond which  $\lambda$  increases with additional decreasing in the film flow rate. For water, it can be observed in Fig. 4 that at low film flow rates  $\lambda$  increases with decreasing  $\Gamma$ , and an occurrence of a minimum value at a certain film flow rate is not observed. Lower departure-site spacings are observed for ethylene glycol. Contrary to the results of Ganić and Roppo (1980) that observed  $\lambda$  values lower than  $\lambda_c$ , according to Fig. 4, such a behavior is observed only for ethylene glycol and, in the case of water, as pointed out by Yung *et al.* (1980)  $\lambda$  presented values between  $\lambda_c$  and  $\lambda_D$ . Hu and Jacobi (1996) suggested that, when  $\Gamma$  becomes closer to 0,  $\lambda$  tends to  $\lambda_D$ . Such a behavior is not clear according to the present study as also shown in Fig. 4.

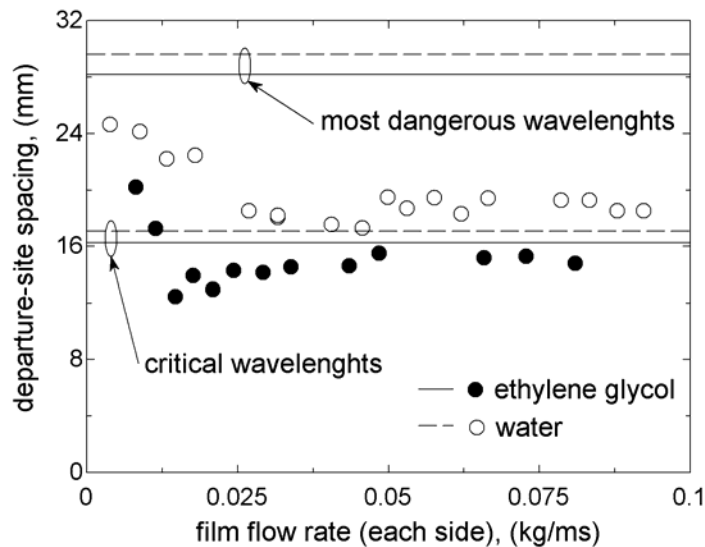


Figure 4. Illustration of the effects of the film flow rate on the departure-site spacing on the 2nd tube,  $D=11$ mm,  $H=13.5$ mm and  $s=19$ mm.

Figure 6 illustrates the effects of tube diameter and intertube spacing on the departure-site spacing. Taken into account that the departure-site spacing results presented here are average values of all measurements performed for the flow between adjacent tubes, Fig. 6 also includes bars indicating the standard deviations of these average values. Generally speaking, higher variances in  $\lambda$  were found for water, at  $\Gamma$  values near the flow-mode transitions and for experiments performed by increasing gradually the film flow rate from a minimum value. According to Fig. 6b, for an intertube distance of  $\approx 8$ mm (in red) and at film flow rates higher than 0.018kg/ms, the departure-site spacing increases with increasing tube diameter. However no clear trend is observed for an intertube distance of  $\approx 18$ mm (in blue). The fact that  $\lambda$  increases with tube diameter was observed previously by Hu and Jacobi (1996). A clear trend on the departure-site spacing with tube pitch cannot be identified in Fig. 6a. Except for  $(s-D)/a \approx 5$ , Hu and Jacobi (1996) observed a negligible effect of the tube pitch on  $\lambda$ . Similar departure-site spacing behaviors to those displayed in Fig. 6

with changing tube diameter and intertube spacing were also observed for water and for experiments performed by gradually increasing  $\Gamma$ .

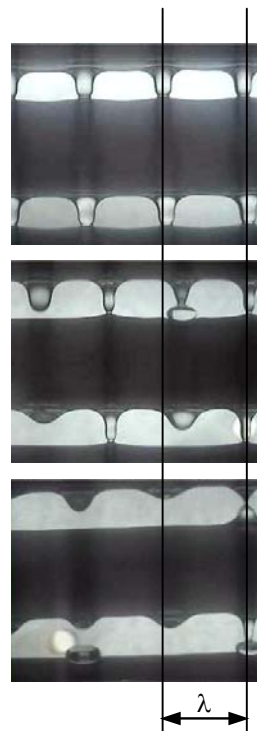


Figure 5. Pictures illustrating the variation of the departure-site spacing and flow modes with decreasing film flow rate for ethylene glycol,  $D=20\text{mm}$ ,  $s=30\text{mm}$  and  $H=34\text{mm}$ . The central tube in each picture is the 3<sup>rd</sup> test tube in the row.

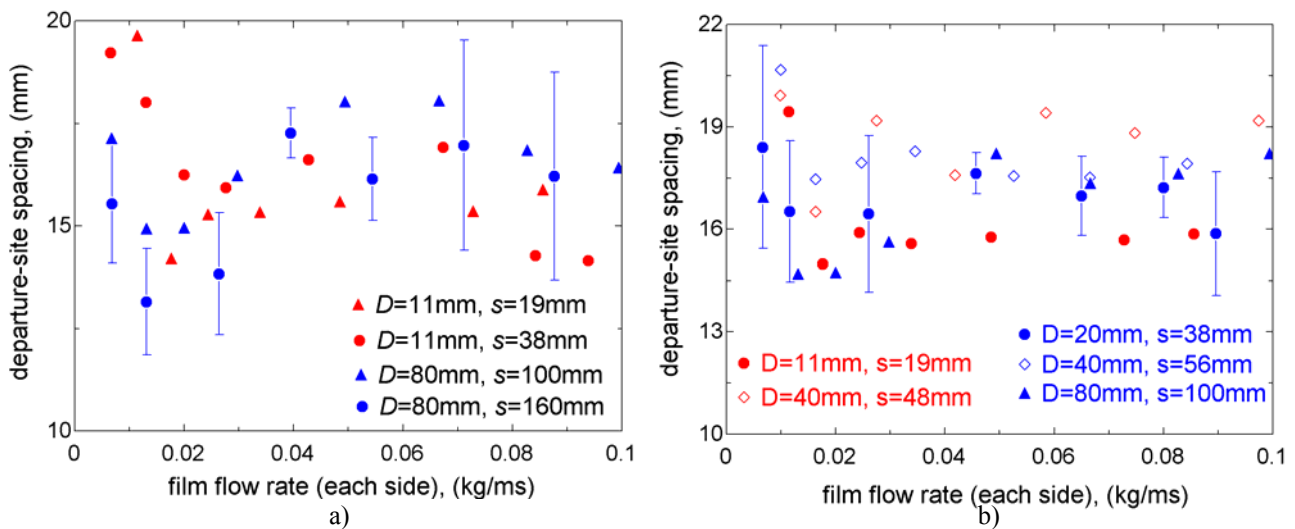


Figure 6. a) Variation of the departure-site spacing with tube pitch; b) Variation of the departure site spacing with the tube diameter for intertube distances of  $\approx 18\text{mm}$  (blue) and  $\approx 8\text{mm}$  (red). Decreasing film flow rate, ethylene glycol and measurements performed between the 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> tubes.

Figure 7 illustrates the variation of the departure-site spacing along the tube row. For ethylene glycol, it is noted that  $\lambda$  increases downwards the tube row while for water it seems that the position along the tube row does not affect the departure-site spacing. Higher inertial effects for water seem to be related to the fact that  $\lambda$  is kept almost constant along the tube row. Higher inertial effects are also related to the fact that for water the in-line column flow mode was rarely observed while for ethylene glycol in-line and staggered column flow modes were equally observed. By analysing the entire database, it can be concluded that the distributor, though including dummy tubes (see Fig. 3), provides lower  $\lambda$  values than those observed on the lower tubes below the distributor.

Figure 8 illustrates two distinct mechanisms related to the increase in the departure-site spacing downwards the tube row. In Fig. 8a, two impinging neighbor columns are merging during the flow on the horizontal tube resulting in only one departure site on the tube underside. Slinging effects, as those pointed out by Wei and Jacobi (2002), consisting in columns detaching from the tube row are shown in Fig. 8b. For both situations, dryout effects with a consequent decrease in the heat transfer coefficient are facilitated in the case of falling-film evaporators. In Fig. 7, as aforementioned, higher standard deviations of the average departure-site spacing for water are shown.

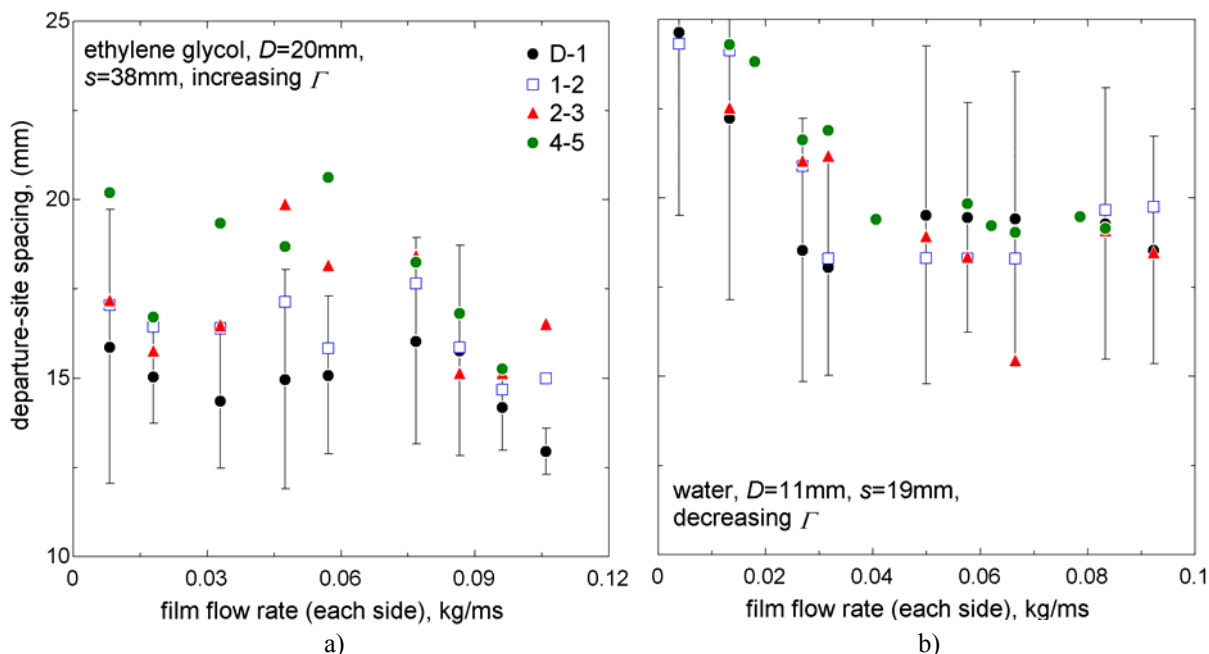


Figure 7. Illustration of the variation of the departure-site spacing downwards the tube row.

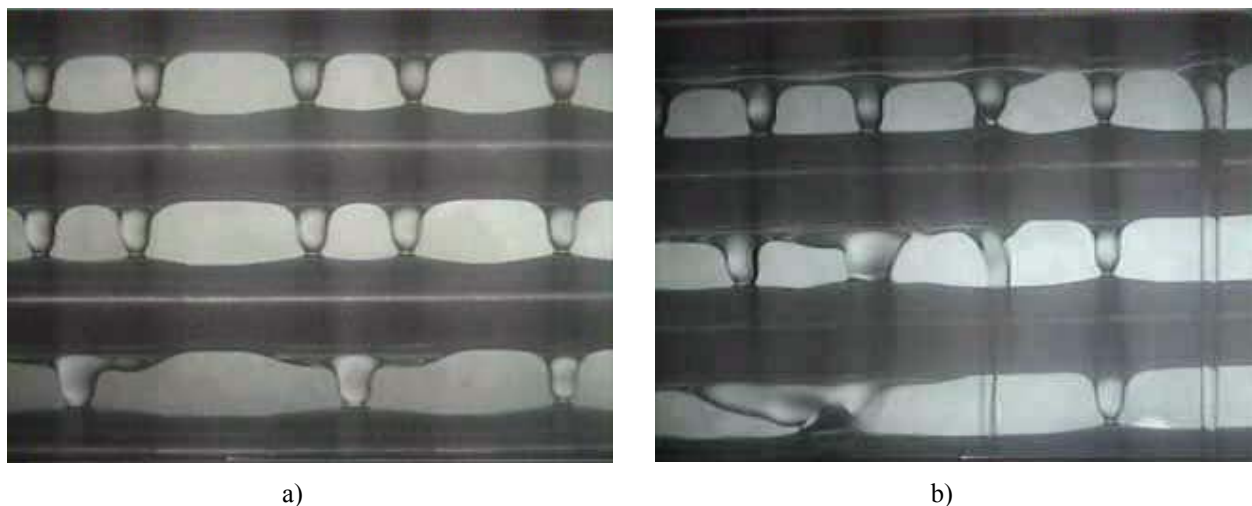


Figure 8. Pictures illustrating the following mechanism affecting  $\lambda$  along the tube row: a) merging columns, b) slinging phenomenon.

Figure 9 displays a comparison of the capability of two predictive methods from the literature plus the most dangerous Taylor wavelength to predict the present experimental departure-site spacing results. This comparison involves the entire experimental database. In this figure, the horizontal axis indicates the tubes between which the  $\lambda$  values were measured while the vertical axis give the percentage of points predicted within  $\pm 20\%$  (Fig. 9a) and  $\pm 30\%$  (Fig. 9b) of the experimental data. Generally speaking, except for the region between the distributor and the upper tube, the method proposed by Hu and Jacobi (1998) provides a better prediction. Reasonable predictions are also obtained by using the method proposed by Armbruster and Mitrovic (1994). The most dangerous Taylor wavelength predicted poorly the experimental data. Worst predictions are observed for the regions between the distributor and the upper tube

and between the fourth and fifth tubes. The liquid distributor seems to affect the liquid distribution giving lower average departure-site spacing than when the liquid distribution is a result of the liquid film flow on the horizontal tubes. Cumulative effects of instabilities and the mechanisms illustrated in Fig. 8 are related to the worst capabilities of the cited methods to predicted the inter-site spacing on the underneath of the fourth horizontal tube downwards the row.

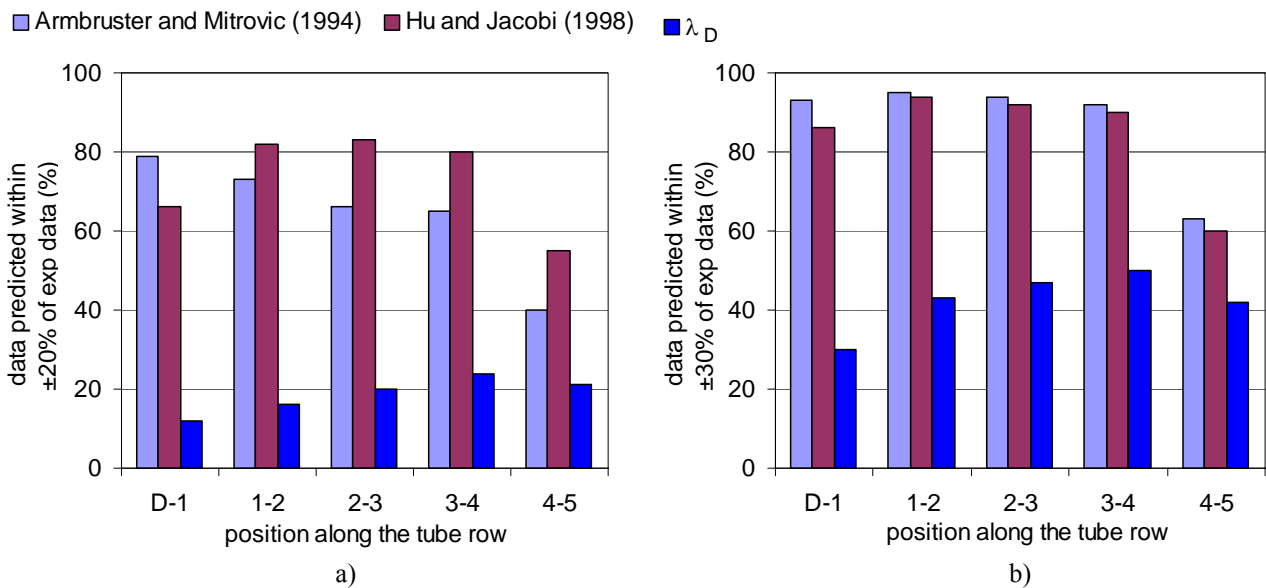


Figure 9. Comparison of the capability of the departure-site spacing predictive methods to predict the present experimental database.

### 3.2. Liquid flow contraction

The longitudinal flow contraction downward the tube row decreases the wetted surface area of the tubes. For a falling-film type evaporator, this may affect the overall heat transfer rate (i) due to a decrease in the effective heat transfer area with a consequent decrease in the overall heat transfer coefficient and also (ii) due to an increase in the liquid film thickness that, in the case of subcooled evaporation, may promote either a decrease in the heat transfer coefficient for laminar film flows or an increase in the heat transfer coefficient for turbulent film flows. According to Ribatski and Thome (2005) and Ribatski and Thome (2006), for saturated evaporation on plain tubes in the presence of boiling and non-existence of dryout conditions, the liquid film thickness does not affect the heat transfer coefficient. Based on the fact that in this study contractions of the initial longitudinal flow length higher than 40% were observed for a tube row within only 5 tubes plus the fact that the heat transfer coefficient increases smoothly with film flow rate for turbulent flows as pointed out by Ribatski and Jacobi (2005), it is concluded here that in general the longitudinal flow contraction decreases the heat exchanger performance and, thus, should be avoided.

The pictures in Fig. 10 show flow contractions at different experimental conditions. In this figure, it is revealed that longitudinal film flow contractions may occur on the horizontal tubes and also during the flow between tubes. Figure 10 reveals that although higher film flow contractions occurs at the sheet flow mode, they are also observed at the column flow mode. Superior longitudinal flow contractions were observed for each flow mode (droplet, columns and sheet) at the lowest flow rate at which the flow mode is possible as shown in Fig. 11. In general the droplet flow mode provides higher film flow contractions than the column flow mode. In Fig. 11, hysteresis effects on the film flow contraction with changing the film flow rate are also observed. Such a behavior is primarily related to hysteresis effects on the flow mode transitions. A gradual change on the film flow contraction with film flow rate close to the transition between the sheet and column flow modes is related to the existence of an intermediary flow mode (column-sheet, see Fig. 1) and the fact that, generally, the flow mode distribution at transitional film flow rates is not uniform along the tube row.

Based on Fig. 10, it can be concluded that the total film flow contraction is comprised of the following two components related to independent characteristics of the tube row: (i) contraction during the film free-fall related to the intertube distance and controlled by gravitational and surface tension effects; and (ii) contraction during the film flow on the tube that is affected by the tube diameter and controlled by inertial (related to the film free fall), viscous and surface tension effects. It is important to highlight that depending of the tube diameter and relative magnitude of the inertial effects an expansion on the film flow length can also occur during the film flow on the tubes.

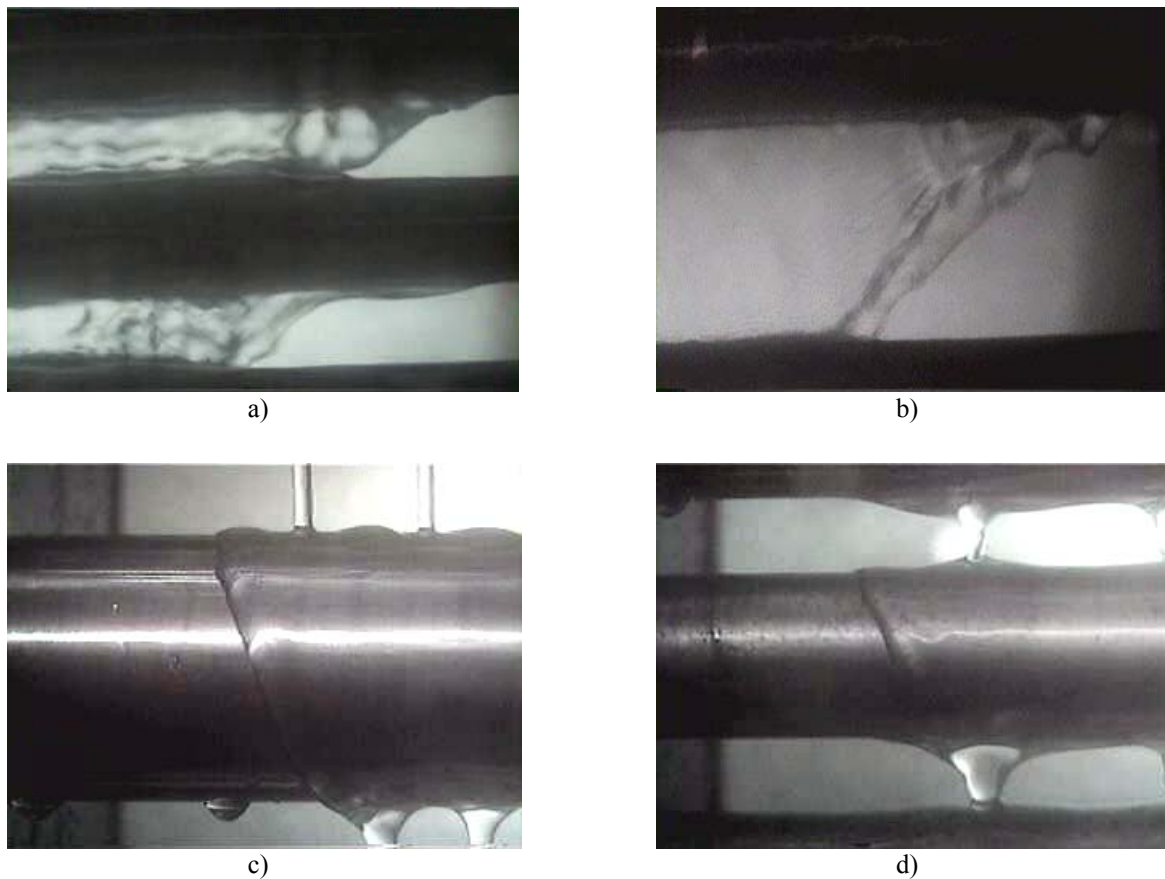


Figure 10. Pictures showing the longitudinal film flow contraction along the tube row. a) water,  $D=11$  mm,  $s=19$ mm; b) ethylene glycol,  $D=11$  mm,  $s=38$ mm; c) ethylene glycol,  $D=40$ mm,  $s=80$ mm; d) ethylene glycol,  $D=20$ mm,  $s=30$ mm.

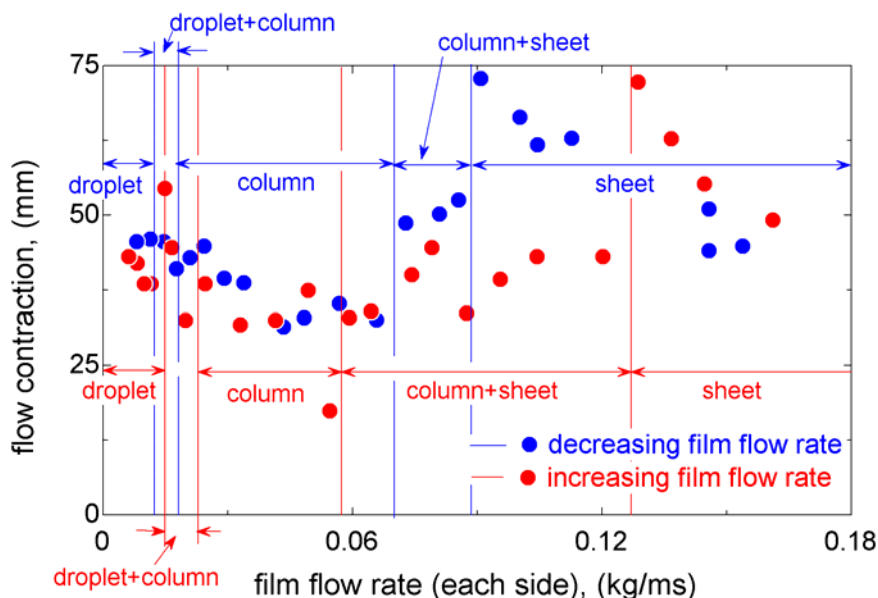


Figure 11. Illustration of the hysteresis effects on the film flow contraction (differences in the total film flow contraction behavior while increasing or reducing  $\Gamma$ ).  $D=11$ mm,  $s=19$ mm, ethylene glycol.

Figure 12 illustrates the effects of the intertube spacing and the tube diameter on the total film flow contraction. In Fig. 12a, for an intertube spacing of  $\approx 18$ mm (blue symbols) and film flow rates lower than 0.1 kg/ms, it can be noted that the total film flow contraction increases with increasing the tube diameter. A similar behavior is also observed in this figure for an intertube distance of approximately 8mm (red symbols). Superior film flow contractions on tubes having larger diameters are related to such a behavior since it was observed that the tube diameter does not affect the

intertube film flow contraction. In Fig. 12b, at higher film flow rates corresponding to the sheet flow mode, it is observed that the film flow contraction increases with increasing the tube pitch. A lower effect of the intertube distance on the total film flow contraction is displayed at the column and droplet flow modes. An increase of the film flow contraction with increasing tube spacing during the film free-fall at the sheet flow mode is related to the increase of the total flow contraction with increasing the intertube distance. At column and droplet flow modes the effect of the intertube spacing on the film flow contraction seems to be negligible. In Fig. 12b, for  $s=15\text{mm}$  and an intertube spacing of  $4\text{mm}$ , an almost constant total film flow contraction is displayed. Such a behavior seems to be related to the negligible film flow contractions during the film free-fall.

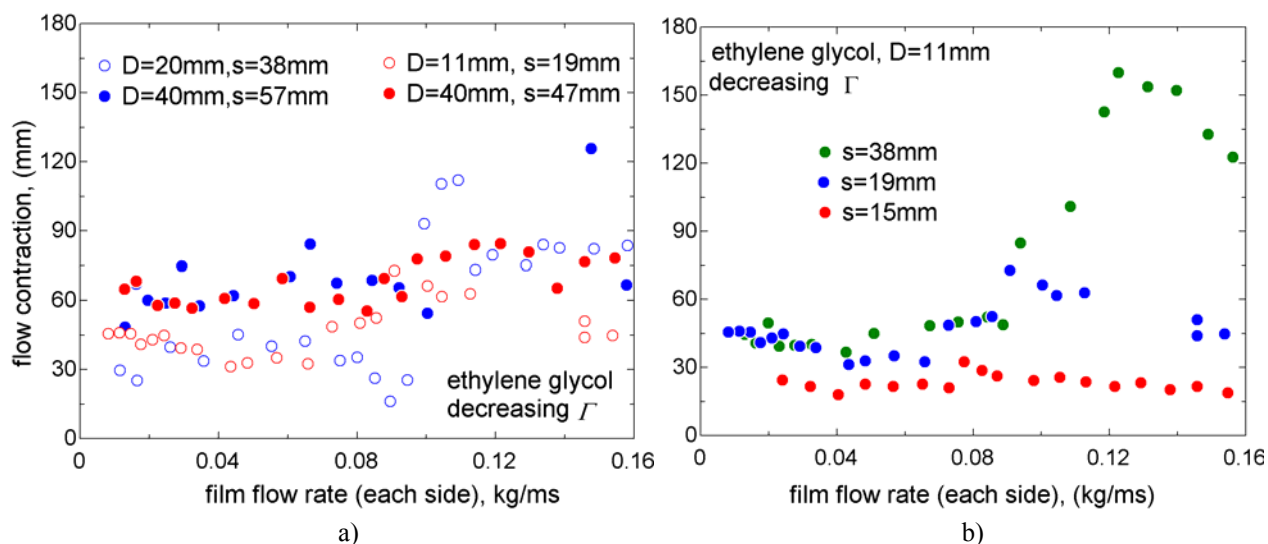


Figure 12. Illustration of the effects of (a) tube diameter and (b) the intertube spacing on the total film flow contraction.

Figure 13 illustrates the variation of the total film flow contraction with the film flow rate for water and ethylene glycol. Higher film flow contractions are displayed for ethylene glycol. In addition in this figure, an slight increase in the film flow contraction with decreasing  $\Gamma$  at the column and droplet flow modes observed for ethylene glycol is not observed for water. Through an analysis of the transport properties and the surface tension of these two fluids, clear reasons for such behaviors are not found. It can be speculated that the lower dynamic viscosity of the ethylene glycol at the same film flow rate suppresses film flow instabilities favoring surface tension effects during the intertube film flow what results in higher film flow contractions for ethylene glycol than for water.

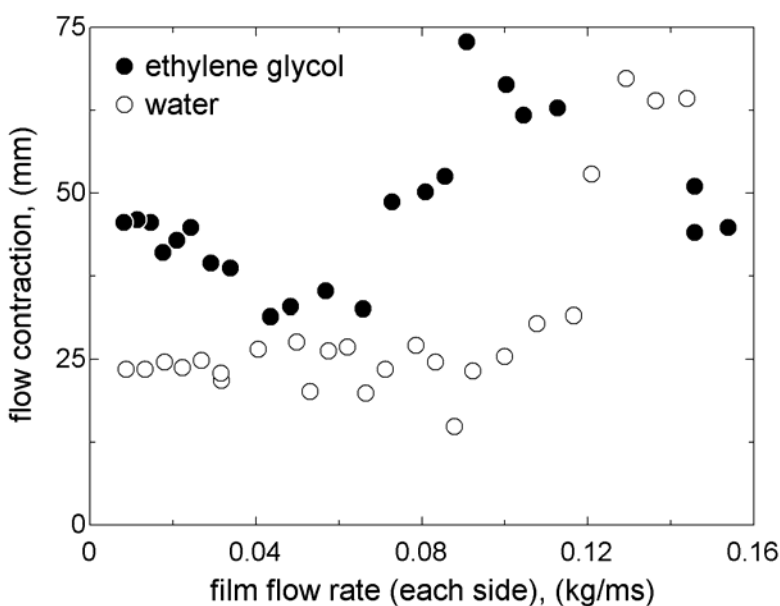


Figure 13. Illustration of the fluid type effect on the total film flow contraction for results obtained by decreasing stepwise the film flow rate,  $D=11\text{mm}$  and  $s=19\text{mm}$ .

#### **4. Conclusions**

A visual study of a liquid film falling on a vertical row of horizontal plain tubes was presented. Experiments were performed for water and ethylene glycol using different liquid supply arrangements. The effects of film flow rate and tube size and spacing on the liquid departure-site spacing and on the contraction of the longitudinal film length along the tube row were studied. Larger departure-site spacings were observed for experiments performed for water. For ethylene glycol it was found that the departure-site spacing increases downwards the tube row while for water it seems that the tube position along the row does not affect  $\lambda$ . Generally speaking, the method proposed by Hu and Jacobi (1998) gave the best prediction of the present departure-site spacing database. Pronounced sheet contractions were observed, reaching up to 2/3 of the initial sheet length. The reduction of the wet length was found to be substantial also for the column and droplet flow modes. Notable effects of hysteresis on the film flow contraction when changing the film flow rate were observed. In general, the longitudinal film flow contraction increases with increasing tube diameter and intertube distance.

#### **5. Acknowledgement**

The author gratefully acknowledges support through a post-doctoral assistantship given by the National Council for Scientific and Technological Development of the Ministry of Science and Technology of Brazil, CNPq. The support through the Air Conditioning and Refrigeration Center (ACRC) at the University of Illinois, where the experimental campaign was realized, and the precious advises of Prof. Anthony M. Jacobi, who was the coordinator at the ACRC of the research team that the author joined for his post-doctoral research, are also recognized and gratefully acknowledged.

#### **6. References**

- Armbruster, R. and Mitrovic, J., 1994, "Patterns of falling film flow over horizontal smooth tubes", Proceedings of the 10th Int. Heat Transfer Conference, Vol. 3, Brighton, U.K., pp. 275-280.
- Armbruster, R. and Mitrovic, J., 1995, "Heat transfer in falling film on a horizontal tube", Proceedings of the 1995 National Heat Transfer Conference – vol. 12, ASME HTD-vol. 314, Portland, pp. 13-21.
- Bellman, R. and Pennington, R. H., 1954, "Effects of surface tension and viscosity on Taylor instability", Q. Appl. Math., Vol. 12, pp. 151–161.
- Ganić, E. N. and Roppo, M. N., 1980, "An experimental study of falling liquid film breakdown on a horizontal cylinder during heat transfer", J. Heat Transfer, Vol. 102, pp. 342-346.
- Habert, M., Ribatski, G. and Thome, J. R., 2006, "Experimental study on falling film flow pattern map and intercolumn distance with R236fa", Proceedings of the 6th International Conference on Boiling Heat Transfer, Spoleto, Italy.
- Honda, H., Nozu, S. and Takeda, Y., 1987, "Flow characteristics of condensate on a vertical column of horizontal low finned tubes", Proceedings of the ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, Vol. 1, Honolulu, USA, pp. 517–524.
- Hu, X. and Jacobi, A. M., 1996, "The intertube falling film, part 1: Flow characteristics, mode transitions, and hysteresis", J. Heat Transfer, Vol. 118, pp. 616-625, 1996.
- Hu, X. and Jacobi, A. M., 1998, "Departure-site spacing for liquid droplets and jets falling between horizontal circular tubes", Exp. Thermal Fluid Science, Vol. 16, pp. 322-331.
- Mitrovic, J., 1986, "Influence of tube spacing and flow rate on heat transfer from a horizontal tube to a falling liquid film", Proceedings of the 8th Int. Heat Transfer Conference, Vol. 4, San Francisco, U.S.A, pp. 1949-1956.
- Ribatski, G. and Jacobi, A. M., 2005, "Falling-film evaporation on horizontal tubes—a critical review", Int. J. Refrig., Vol. 28, pp. 635-653.
- Ribatski, G. and Thome, J. R., 2005, "A visual study of R134a falling film evaporation on enhanced and plain tubes", Proceedings of the 5th International Symposium on Multiphase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion, Xi'an, China.
- Ribatski, G. and Thome, J. R., 2006, "Experimental study on the onset of local dryout in a evaporating falling film on horizontal plain tubes", Exp. Thermal and Fluid Sciences, in press.
- Roques, J. F., Gstoehl, D. and Thome, J. R., 2002, "Falling film transitions on plain and enhanced tubes", J. Heat Transfer, Vol. 124, pp. 491-499.
- Wei, Y. and Jacobi, A. M., 2002, "Vapor-shear, geometric, and bundledepth effects on the intertube falling-film modes", Proceedings of the First International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics, Vol. 1, Kruger National Park, South Africa, pp. 40–46.
- Yung, D., Lorenz, J. J. and Ganić, E. N., 1980, "Vapor/liquid interaction and entrainment in falling film evaporators", J. Heat Transfer, Vol. 77, pp. 69-73.

#### **7. Copyright Notice**

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.



# AValiação dos Multiplicadores Bifásicos no escoamento da mistura óleo-refrigerante R134a ao longo de um tubo de pequeno diâmetro

Héryca Olenir Sousa Castro

[heryca@fesurv.br](mailto:heryca@fesurv.br)

José Luiz Gasche

UNESP-Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Brasil Centro 56, Ilha Solteira –SP – CEP 15385 000

[gasche@dem.feis.unesp.br](mailto:gasche@dem.feis.unesp.br)

**Resumo.** Neste trabalho apresenta-se uma investigação experimental do escoamento da mistura óleo éster ISO VG10-refrigerante R134a com formação de espuma ao longo de um tubo reto horizontal de diâmetro interno igual a 3,22 mm e comprimento de 6 m. Uma bancada experimental foi projetada para permitir a medição dos perfis longitudinais de pressão e de temperatura do escoamento ao longo do tubo, assim como a visualização dos padrões do escoamento bifásico. Os testes foram realizados para diferentes vazões, várias concentrações de refrigerante na entrada do escoamento e temperaturas de entrada em torno de 30 °C. Os perfis de pressão medidos foram usados para calcular a queda de pressão viscosa local ao longo do escoamento. Esses dados foram, então, comparados com os resultados dos modelos de predição de queda de pressão viscosa para escoamentos bifásicos em tubos de pequenas dimensões propostos por Wang et al. (2000), Barbosa et al. (2004)) e, também com os resultados fornecidos pelo modelo homogêneo. Todas as correlações testadas falharam ao prever a queda de pressão do escoamento da mistura óleo éster ISO VG10 e refrigerante R-134a. Na região de escoamento bifásico com baixos valores de título, a correlação proposta por Barbosa et al. (2004) foi a que melhor se ajustou aos dados experimentais. Na região de altos valores de título, onde o padrão de escoamento de espuma foi observado, a correlação de Wang et al. (2000) e o modelo homogêneo superestimaram o gradiente de pressão viscoso em relação aos dados experimentais. Entretanto, a correlação proposta por Barbosa et al. (2004) subestimou os resultados nesta região.

*Palavras chaves:* multiplicadores bifásicos,, mistura óleo-refrigerante, escoamento bifásico, espuma.

## 1. Introdução

Para o ciclo de refrigeração, uma boa miscibilidade do refrigerante no óleo lubrificante é requerida para permitir um fácil retorno do óleo para o compressor. Entretanto, dentro do compressor, esta miscibilidade modifica consideravelmente os vazamentos de gás refrigerante através das diversas folgas, a lubrificação das partes móveis e a eficiência dos mancais. A solubilidade do refrigerante no óleo depende da temperatura da pressão, reduzindo com o aumento da temperatura e com a redução da pressão. Consequentemente, quando a mistura óleo-refrigerante escoar pelos diversos canais do compressor, a queda de pressão causada pelo atrito produz uma redução de solubilidade da mistura, o que faz com que o refrigerante evapore, formando bolhas de refrigerante ao longo do escoamento (flashing flow). Calvert (1990) mostra que o comportamento deste tipo de escoamento é muito diferente do comportamento dos escoamentos bifásicos convencionais (em bolhas, pistonado, anular, etc.) quando a fração de vazio alcança valores da ordem de 0,7 (Winkler et al., 1994), onde a formação de espuma é geralmente observada. Portanto, o entendimento geral do escoamento deste tipo de mistura com formação de espuma em pequenos canais é importante para desenvolver uma base de conhecimentos na qual modelos de vazamento de gás e de lubrificação possam ser construídos.

Principalmente nas décadas de 80 e 90, vários trabalhos relacionados com misturas óleo-refrigerante foram desenvolvidos. Alguns destes trabalhos foram direcionados à determinação de propriedades termofísicas das novas misturas em razão da necessidade de substituição dos refrigerantes halogenados (Martz *et al.*; 1996, Grebner and Crawford., 1993; Thomas and Pham, 1992; Baustian *et al.*, 1986; Thome, 1995; e Van Gaalen *et al.*, 1990, 1991). Outros autores concentraram seus estudos no comportamento dos escoamentos de refrigerantes contaminados com óleo lubrificante (misturas ricas em refrigerante) com o objetivo de analisar o escoamento e a transferência de calor dessas misturas em evaporadores e condensadores. Alguns exemplos são os trabalhos de Schlager *et al.* (1987), Jensen e Jackman (1984), Wallner e Dick (1975) Hambraeus (1995) e Mitrovic (1998).

Motta *et al.* (2001) apresentou uma boa revisão da literatura sobre o escoamento de misturas óleo-refrigerante. É importante notar que a maioria dos trabalhos são relacionados a escoamentos de mistura com baixa concentração de óleo (menos de 5%), ou seja, escoamentos nos quais o óleo é tratado como sendo o contaminante. Existem poucos estudos sobre escoamentos de misturas óleo-refrigerante nos quais o refrigerante age como contaminante, ou seja, misturas ricas em óleo.

Um destes trabalhos foi realizado por Lacerda *et al.* (2000), que investigaram experimentalmente o escoamento bifásico da mistura óleo-refrigerante ao longo de um tubo longo usando a mistura óleo mineral-refrigerante R12. Os

autores mediram as distribuições de pressão e de temperatura ao longo do escoamento da mistura através de um tubo metálico de diâmetro interno igual a 2,86 mm e 6,0 m de comprimento. Além disso, visualizaram os padrões de escoamento da mesma mistura escoando através de um tubo de vidro de 3,03 mm de diâmetro interno. Os resultados da visualização mostraram a existência do escoamento de espuma no final do tubo, onde uma grande redução de temperatura e de pressão foram obtidas. Poiate Jr. e Gasche (2002) obtiveram distribuições de pressão e de temperatura similares para a mesma mistura escoando através de um tubo de 3,22 mm de diâmetro, além de resultados de visualização semelhantes para a mistura escoando através de um tubo de vidro de 3,0 mm de diâmetro interno. Embora as condições de operação dos testes nesses dois trabalhos tenham sido diferentes, os resultados são qualitativamente iguais.

Recentemente, Barbosa *et al.* (2004) apresentaram uma análise das metodologias disponíveis para avaliar a queda de pressão devido ao atrito em escoamentos bifásicos gás-líquido de misturas óleo-refrigerante ricas em óleo em tubos de pequeno diâmetro. Várias correlações e métodos para o cálculo da queda de pressão devido ao atrito foram investigadas pelos autores, algumas delas baseadas em dados para escoamento em canais de pequenas dimensões. Os resultados mostraram que nenhuma das metodologias se ajustou adequadamente aos dados experimentais obtidos para o escoamento da mistura óleo mineral-refrigerante R12 através de um tubo horizontal de 5,3 m de comprimento e 2,86 mm de diâmetro interno. Em função disso, os autores propuseram uma nova correlação para prever a queda de pressão viscosa para este tipo de escoamento.

Neste trabalho algumas correlações citadas por Barbosa *et al.* (2004) (Wang *et al.* (2000), Modelo Homogêneo) e aquela proposta pelos próprios autores são testadas para correlacionar os dados dos gradientes de pressão experimentais obtidos para o escoamento da mistura óleo éster-refrigerante R134a ao longo de um tubo reto horizontal de 3,22 mm de diâmetro interno e 6 m de comprimento.

## 2. Método experimental

A bancada experimental foi projetada para produzir escoamentos em regime permanente da mistura óleo-refrigerante através de dois tubos retos horizontais de 6 m de comprimento de tal forma que três padrões de escoamento pudessem ser observados: um escoamento de mistura no estado líquido na entrada do tubo, uma região intermediária de escoamento bifásico com pequeno número de bolhas (escoamento bifásico denominado aqui de convencional) e um escoamento de espuma na região próxima ao final do tubo. Um tubo metálico foi instrumentado com transdutores de pressão e termopares para permitir a medição das distribuições de pressão e de temperatura ao longo do escoamento. Um tubo de vidro foi usado para permitir a visualização dos padrões de escoamento.

### 2.1 Bancada experimental e instrumentação

Um esquema geral simplificado da bancada experimental é mostrado na Fig. 1. Basicamente, a bancada experimental é composta de quatro tanques, seção de testes, uma linha de retorno de gás, uma linha de retorno de óleo, instrumentação e um sistema de aquisição de dados. Todos esses equipamentos são montados de tal forma a produzir o escoamento da mistura óleo-refrigerante através de um tubo metálico de 3,22 mm ( $\pm 0.03$ ) de diâmetro interno e de 6 m de comprimento ou através de um tubo de vidro de 3,0 mm de diâmetro interno e 6 m de comprimento. O tubo metálico é equipado com 10 transdutores de pressão ( $\pm 2$  kPa) e 15 termopares tipo T AWG36 ( $\pm 0,5^\circ\text{C}$ ) instalados na superfície do tubo. O tubo de vidro é usado para a visualização do escoamento.

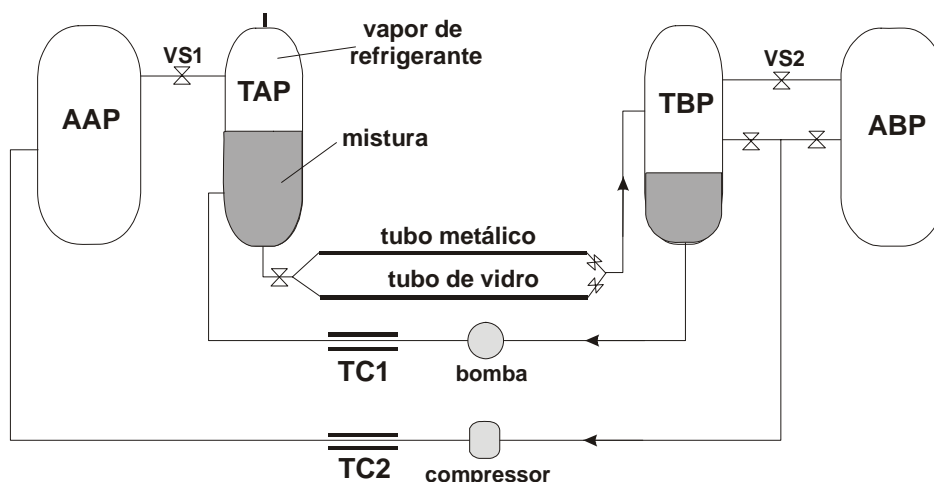


Figura 1. Esquema geral simplificado da bancada experimental.

O principal objetivo dos quatro tanques é manter constante a diferença de pressão entre os tanques de alta e de baixa pressão (TAP, TBP), que são conectados pelos dois tubos que compõem a seção de testes. O tanque de alta pressão (TAP) é abastecido com óleo e refrigerante, de tal forma que uma mistura líquida na parte inferior do tanque coexiste em equilíbrio com refrigerante no estado de vapor na parte superior do tanque, sob certas condições de pressão e temperatura desejadas. Sensores de pressão e de temperatura monitoram as condições do vapor de refrigerante e da mistura líquida nos dois tanques. Dois acumuladores de alta e baixa pressão (AAP, ABP) operando em níveis de pressão maior e menor do que os níveis de pressão no TAP e TBP, respectivamente, mantêm as pressões no TAP e TBP constantes por meio da abertura e fechamento de duas válvulas solenóides (VS1, VS2), controladas pelo sistema de aquisição de dados. Durante a operação, a mistura líquida em equilíbrio no TAP é direcionada para um dos dois tubos, dependendo do tipo de teste desejado: para o tubo de vidro se testes de visualização de escoamento são desejados ou para o tubo metálico instrumentado se medições das distribuições de pressão e de temperatura são requeridas.

Equipamentos auxiliares consistem em um compressor, uma bomba e dois trocadores de calor (TC1, TC2). O compressor é empregado para retornar o refrigerante ao AAP e a bomba é usada para retornar a mistura líquida ao TAP após a realização dos testes. Os trocadores de calor são utilizados para resfriar ambos os fluidos, caso necessário. Os dados de todos os sensores, inclusive os dados de sensores de monitoramento das condições de operação dos testes, foram armazenados em um microcomputador através de um sistema de aquisição automático de dados. Todos os instrumentos foram calibrados no local usando o sistema de aquisição de dados.

## 2. 2 Procedimento Experimental

Primeiramente, todas as partes necessária da bancada experimental foram limpas com um líquido solvente e o sistema foi evacuado a uma pressão absoluta de 10 Pa. Depois disso, 80 kg de óleo éster ISO VG10 foram colocados no TAP e aquecidos até 60°C durante três horas com a bomba de vácuo em funcionamento para facilitar a retirada de impurezas. A seguir, 60 kg de refrigerante R134a foram colocados parcialmente no AAP e TAP.

Todos os testes são iniciados com a saturação do óleo no TAP com refrigerante para uma dada temperatura e para uma pressão inicial,  $p_i$ , de 100 mbar acima de pressão desejada no teste,  $p_b$ , ou seja, para uma pressão de  $p_i = p_b + 100$  mbar. Para aumentar a taxa de absorção, borbulha-se o refrigerante dentro do TAP usando o compressor, que retira o refrigerante da parte superior do TAP e o comprime na parte inferior do TAP. Quando o refrigerante é absorvido pelo óleo, a pressão tende a diminuir, o que ativa a abertura da VS1, que libera refrigerante para manter a pressão no TAP constante. Esse processo continua até que a saturação do óleo seja atingida para a pressão  $p_i$ . O processo de saturação pode durar até seis horas, dependendo das condições de operação desejadas no teste. Depois que a saturação é conseguida para a pressão  $p_i$ , alguma quantidade de refrigerante da parte superior do TAP é liberada para reduzir a pressão até  $p_b$ , que é a pressão desejada no teste. Essa redução de pressão promove uma rápida liberação de refrigerante na forma de bolhas de vapor da mistura líquida (*outgassing*), assegurando que a saturação foi estabelecida na pressão  $p_i$  ( $\pm 1\%$  do valor). Esse novo estado de saturação é alcançado dentro de 30 a 60 minutos após o início do processo, e é observado quando a pressão no TAP permanece inalterada, ou seja, a liberação de bolhas dentro da mistura líquida para de ocorrer. Durante todo o processo de saturação, a temperatura dentro do TAP é controlada no valor desejado com uma incerteza de  $\pm 1^\circ\text{C}$ .

Após o processo de saturação, dependendo do tipo de teste desejado, visualização ou medição, as válvulas da seção de testes são manipuladas para promover o escoamento da mistura saturada através do tubo de vidro ou tubo metálico instrumentado, respectivamente. Durante o teste, o compressor permanece ligado para retornar o refrigerante do ABP para o AAP. A aquisição de dados inicia-se após o estabelecimento do regime permanente no escoamento, que é monitorado pela temperatura de saída do escoamento.

Antes de iniciar os experimentos com misturas, realizou-se alguns testes com o escoamento de óleo puro através do tubo metálico usando nitrogênio para pressurizar o óleo no TAP. Esses testes foram usados para validar a bancada experimental. Além disso, serviram para validar a metodologia adotada para obter a vazão mássica do escoamento, que foi baseada no uso do gradiente de pressão estabelecido na entrada do escoamento, região onde o escoamento ainda está no estado líquido e é completamente desenvolvido. Detalhes da validação da bancada experimental podem ser encontrados em Poiate Jr. (2001).

## 2. 3 Gradiente de pressão viscoso

Em escoamentos bifásicos em tubos, de uma maneira geral, o gradiente total de pressão ao longo do escoamento poder ser dividido em quatro termos. Um dos termos leva em consideração a contribuição da variação da área da seção transversal do tubo no gradiente de pressão total. Um outro termo inclui a contribuição da força gravitacional na variação de pressão e existirá apenas no caso do tubo estar inclinado em relação à horizontal. Um terceiro termo incorpora o efeito da aceleração do escoamento causado pelo aumento da fração de vazio do escoamento. Finalmente, o quarto termo contabiliza a variação da pressão devido ao atrito. Para tubos de seção transversal constante posicionado na horizontal o primeiro e o segundo termos são nulos, restando apenas as contribuições do termo de aceleração e de atrito.

Usualmente, o termo de atrito do escoamento bifásico é substituído por um termo de atrito monofásico, acompanhado de um coeficiente de correção denominado multiplicador bifásico. O gradiente de pressão monofásico é calculado usando as correlações usuais aplicadas aos escoamentos monofásicos. Os multiplicadores bifásicos, por sua vez, são estimados por meio de diversas correlações obtidas a partir de dados experimentais para diversas situações de escoamentos bifásicos.

No presente trabalho, o gradiente de pressão experimental devido ao atrito em uma determinada posição  $z$  é calculado pela seguinte equação:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{f,TP} = \left(\frac{dp}{dz}\right)_{Total} - \left(\frac{dp}{dz}\right)_{ac} \quad (1)$$

onde

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{Total} = \frac{p_{i+1} - p_i}{z_{i+1} - z_i}, \quad i = 1 \text{ a } 9 \quad (2)$$

sendo  $(dp/dz)_{Total}$  o gradiente de pressão total medido experimentalmente,  $p_i$  a pressão medida na posição “ $i$ ” e  $z_i$  é a posição do transdutor ao longo do tubo. A pressão é medida em 9 posições ao longo do escoamento, portanto,  $i$  varia de 1 a 9.

Segundo Barbosa *et al.* (2004), o gradiente de pressão devido à aceleração do fluido,  $(dp/dz)_{ac}$ , é calculado por:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{ac} = G^2 \left[ \left( \frac{1}{\rho_G} - \frac{1}{\rho_L} \right) \frac{dx}{dz} - \frac{x}{\rho_G^2} \frac{d\rho_G}{dz} - \frac{(1-x)}{\rho_L^2} \frac{d\rho_L}{dz} \right] \quad (3)$$

onde  $G$  é o fluxo de massa total,  $\rho_G$  é a densidade do R-134a no estado vapor,  $\rho_L$  é a densidade da mistura óleo-refrigerante líquida,  $x$  é o título do escoamento e  $z$  é uma determinada posição ao longo do tubo. Os gradientes  $dx/dz$ ,  $d\rho_G/dz$  e  $d\rho_L/dz$  são estimados de maneira similar ao  $(dp/dz)_{Total}$ .

Supondo que em cada posição  $z$  a mistura líquida permanece sempre saturada de refrigerante, pode-se calcular o título local usando a conservação da massa para o óleo e para o refrigerante, o que fornece a seguinte equação para o título local:

$$x = \frac{w_e - w}{1 - w} \quad (4)$$

onde  $w_e$  é a concentração do refrigerante no óleo dentro do tanque de alta pressão. Esta concentração é calculada por meio de uma equação para a solubilidade do refrigerante no óleo obtida através de ajuste de dados fornecidos pela empresa EMBRACO, usando a pressão e a temperatura medidas dentro do tanque de alta pressão. Por outro lado,  $w$  é a concentração local em uma determinada posição  $z$  ao longo do tubo, dada pela mesma equação, mas usando a pressão e a temperatura medidas na posição  $z$ .

O gradiente de pressão devido ao atrito, calculado pela Eq. 1, é denominado de gradiente de pressão viscoso experimental. Este gradiente é comparado com gradientes de pressão obtidos de correlações empíricas encontradas na literatura, que usam multiplicadores bifásicos como metodologia. A seguir são apresentadas as correlações, denominados gradientes teóricos neste trabalho.

### 2.3.1 Correlação de Wang *et al.* (2000)

Wang *et al.* (2000) propôs uma correlação empírica para a mistura ar-água escoando em um tubo de 3 mm de diâmetro interno. Os autores dividiram os dados experimentais em duas regiões: uma região onde os multiplicadores bifásicos são dependentes do fluxo de massa e outra, onde os multiplicadores são independentes do fluxo de massa. Todos os resultados da mistura óleo éster-refrigerante R-134a estudadas neste trabalho estão incluídas na região onde os multiplicadores são independentes do fluxo de massa. Para esta região, o multiplicador bifásico é dado por:

$$\Phi_L^2 = 1 + \frac{C_1}{X} + \frac{C_2}{X^2} \quad (5)$$

onde

$$C_1^2 = \left[ 5 + \left( \frac{Re_G}{Re_L} \right)^{0,3} \right] + \frac{Re_{LO}}{17} \quad (6)$$

$$C_2 = \frac{0,05Re_L}{Re_G} \quad (7)$$

$$X^2 = \frac{(dp/dz)_{f,L}}{(dp/dz)_{f,G}} \quad (8)$$

e  $Re_G$  é o número de Reynolds calculado considerando o escoamento monofásico do gás com vazão em massa  $Gx$ ,  $Re_L$  é o número de Reynolds calculado considerando o escoamento monofásico de líquido com vazão em massa  $G(1-x)$  e  $Re_{LO}$  é o número de Reynolds calculado considerando o escoamento monofásico do líquido com vazão em massa  $G$ .

Os gradientes de pressão monofásicos foram estimados utilizando-se as equações:

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,L} = 2f \frac{[G(1-x)]^2}{\rho d} \quad (9)$$

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,G} = 2f \frac{(Gx)^2}{\rho d} \quad (10)$$

onde  $f$  é o fator de atrito de Fanning. Neste trabalho foi utilizada a equação de Churchill (1977) para o cálculo do fator de atrito devido à sua aplicabilidade a todos os regimes de escoamento: laminar, transição e turbulento.

Assim o gradiente de pressão bifásico devido ao atrito pode ser calculado pela equação:

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,TP} = \Phi_L^2 \left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,L} \quad (11)$$

### 2.3.2 Correlação de Barbosa *et al.* (2004)

Barbosa *et al.* (2004) adaptaram a correlação de Chisholm (1967) para o multiplicador bifásico do gás utilizando os resultados experimentais de Lacerda (2000). Como uma aproximação grosseira, os autores recomendaram a utilização desta nova correlação para misturas com características termodinâmicas e propriedades termofísicas similares, tal como a mistura óleo éster-refrigerante R-134a e (mistura estudada neste trabalho).

A seguinte correlação foi proposta:

$$\Phi_G^2 = 1,24 \left( \frac{x}{1-x} \right) (1-w) + \left[ 1,95 \exp \left( 6,94 \times 10^{-3} \frac{Re_G}{Re_L} \right) X \right] + X^2 \quad (12)$$

Assim, o gradiente de pressão bifásico viscoso pode ser calculado pela seguinte equação:

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,TP} = \Phi_G^2 \left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,G} \quad (13)$$

onde

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,G} = 2f_G \frac{(Gx)^2}{\rho_G d} \quad (14)$$

### 2.3.3 Correlação do Modelo Homogêneo

Nos modelos de análise do escoamento encontrados na literatura a abordagem geralmente empregada consiste em tratar o escoamento bifásico como homogêneo, isto é, considerar as fases líquida e vapor com velocidades iguais. O modelo homogêneo fornece bons resultados se a  $\rho_l/\rho_g < 10$  ou se  $G > 2000 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . Em termos do fator de atrito de

Fanning, o multiplicador bifásico que resultaria se toda a vazão em massa do escoamento fosse somente de líquido é dado pela seguinte equação:

$$\Phi_{LO}^2 = \frac{f_H \rho_L}{f_{LO} \rho_H} \quad (15)$$

onde  $\rho_H$  é a densidade homogênea dada por:

$$\frac{1}{\rho_H} = \frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \quad (16)$$

e  $f_{LO}$  é o fator de atrito monofásico calculado considerando que toda a vazão em massa do escoamento seja somente de líquido,  $f_H$  é o fator de atrito homogêneo calculado pelas equações padrões de escoamento monofásico e utilizando o número de Reynolds homogêneo dado por:

$$Re = \frac{Gd}{\mu_H} \quad (17)$$

A equação para a viscosidade homogênea,  $\mu_H$ , proposta por Beattie e Whalley (1982) é usada neste trabalho:

$$\mu_H = \mu_L (1 - \alpha_H) (1 + 2,5\alpha_H) + \mu_G \alpha_H \quad (18)$$

onde  $\mu_L$  é a viscosidade dinâmica da mistura óleo-refrigerante,  $\mu_G$  é a viscosidade dinâmica do refrigerante R-134a e  $\alpha_H$  é a fração de vazão.

Assim o gradiente de pressão bifásico viscoso é calculado por:

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,TP} = \Phi_{LO}^2 \left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,LO} \quad (19)$$

na qual,

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{f,LO} = 2f_L \frac{G^2}{\rho_L d} \quad (20)$$

### 3. Resultados

Distribuições de pressão e de temperatura foram medidos em mais de 30 testes, mas apenas alguns dos resultados são apresentados neste trabalho. Apresenta-se a seguir resultados dos modelos utilizados para o cálculo dos multiplicadores bifásicos para os testes realizados em temperaturas de entrada em torno de 30°C e pressões no TAP de 4,5, 5,0, 5,5, 6,0 e 6,5 bar. Essas pressões foram escolhidas de tal forma que escoamento de espuma pudesse ser observado na região de saída do escoamento. Todos os testes foram realizados usando uma mistura composta de óleo éster ISO VG10 e refrigerante R134a. Todos os perfis de pressão e de temperatura podem ser vistos em Castro (2006).

#### 3.1 Resultados fornecidos pela correlação de Wang *et al.* (2000)

Utilizando o modelo de Wang *et al.* (2000) e os dados experimentais de pressão e temperatura, calculou-se a razão entre o gradiente de pressão experimental e o gradiente de pressão teórico, denominado aqui de razão de gradiente de pressão. Estes resultados são apresentados nas Figs. 2 a 4.

Para todas as pressões testadas, as maiores diferenças entre o gradiente de pressão experimental e o gradiente de pressão teórico ocorreram numa região intermediária do tubo, aqui denominada de região de escoamento bifásico convencional. Para a maioria dos dados, o modelo superestimou o gradiente de pressão viscoso.

Na Figura 4 (b) são apresentados os resultados de todos os testes utilizando o modelo de Wang *et al.* (2000). Exceto para o Conjunto 5, a razão de gradiente de pressão está mais próxima da unidade na região de maiores títulos, na qual é observado a formação de espuma no escoamento. Na região de escoamento bifásico convencional os resultados obtidos são praticamente independentes da pressão no tanque de alta pressão.

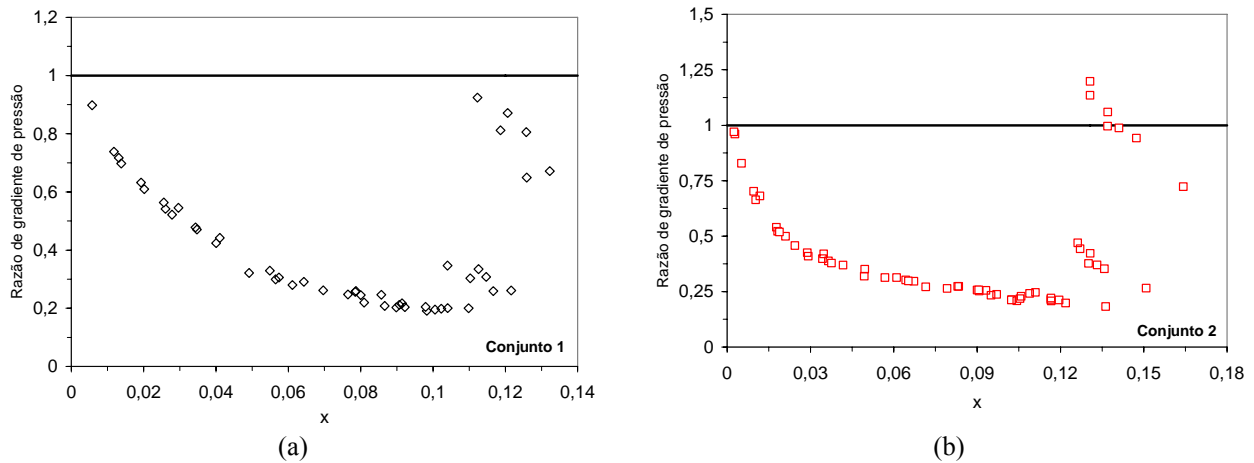


Figura 2. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Wang *et al.*, 2000), (a)  $p_{TAP} = 4,5$  bar , (b)  $p_{TAP} = 5,0$  bar.

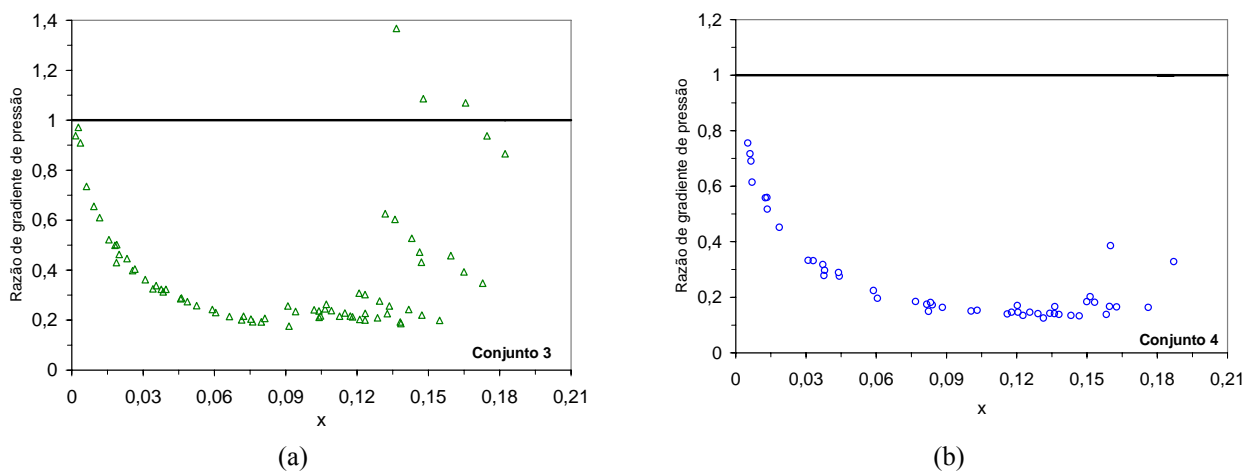


Figura 3. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Wang *et al.*, 2000), (a)  $p_{TAP} = 5,5$  bar , (b)  $p_{TAP} = 6,0$  bar.

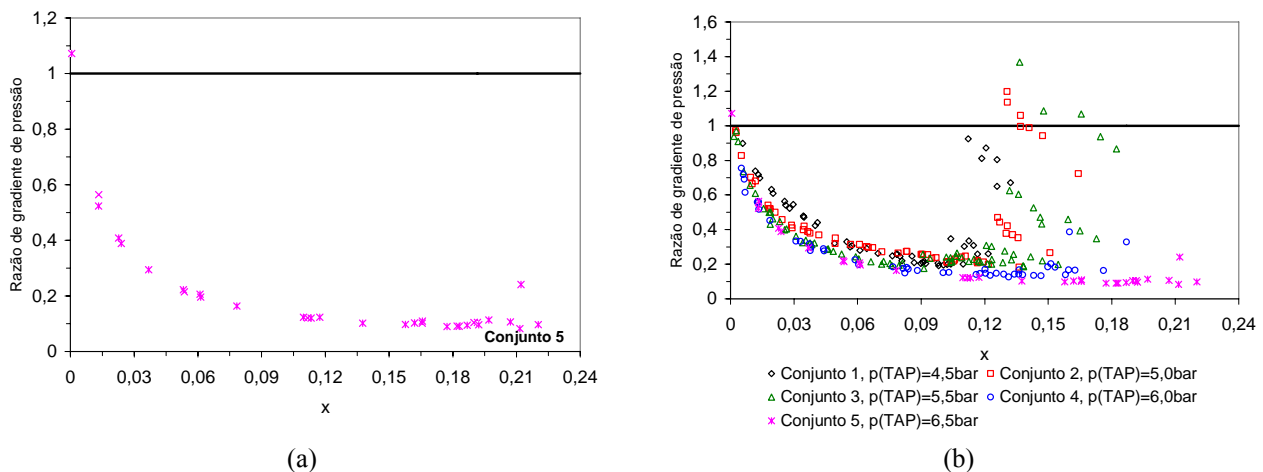


Figura 4. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Wang *et al.*, 2000), (a)  $p_{TAP} = 6,0$  bar , (b) gráfico mostrando todas as pressões.

### 3.2 Resultados fornecidos pela correlação de Barbosa *et al.* (2004)

Utilizando o modelo de Barbosa *et al.* (2004) e os dados experimentais de temperatura e pressão , calculou-se a razão entre o gradiente de pressão experimental e o gradiente de pressão teórico. Estes resultados são apresentados nas Figs. 5 a 7.

Para todos os testes, a razão entre o gradiente de pressão experimental e o gradiente de pressão calculado pela correlação de Barbosa *et al.* (2004) apresentou resultados próximos da unidade. Os maiores desvios em relação à unidade ocorreram na região de títulos elevados, na qual o escoamento de espuma é frequentemente observado.

A Figura 7 (b) mostra todos os resultados em um único gráfico. Similar aos resultados obtidos pelo modelo de Wang *et al.* (2000), observa-se que a razão de gradiente de pressão é independente da pressão no tanque de alta pressão na região de escoamento bifásico convencional.

Nota-se na Fig. 7 (b) que existe uma região de título na qual o gradiente de pressão experimental torna-se maior do que o teórico. Os resultados de visualização mostram que nesta região o padrão de escoamento de espuma é predominante. Ao estudar o escoamento de espumas aquosas, Calvert (1990), mostrou que a estimativa de queda de pressão usando o parâmetro de Lockart-Martinelli foi cerca de até 200 vezes menor do que a queda de pressão experimental. Portanto, este tipo de resultado era esperado para a região de espuma.

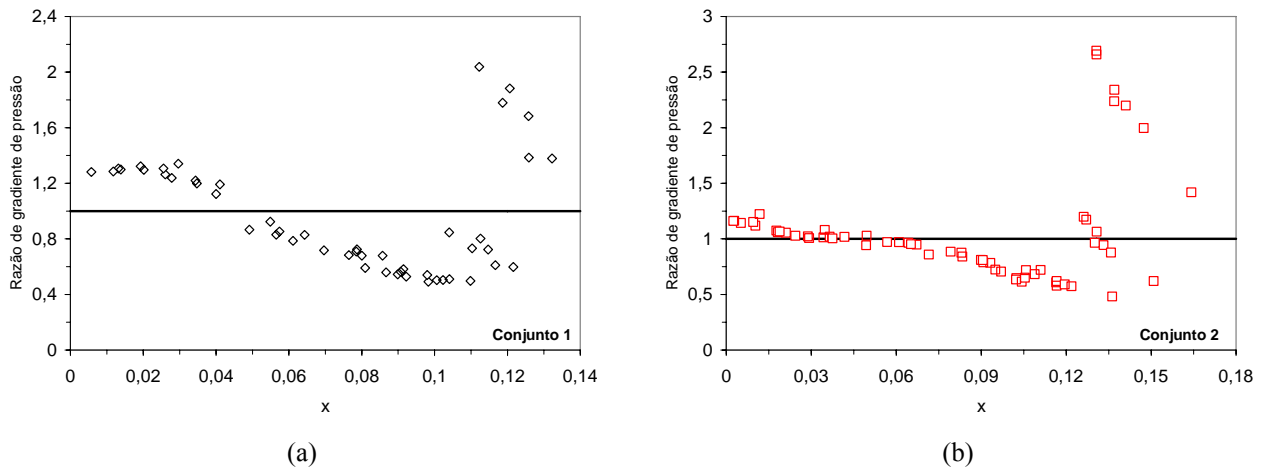


Figura 5. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Barbosa *et al.* 2004), (a)  $p_{TAP} = 4,5$  bar , (b)  $p_{TAP} = 5,0$  bar.

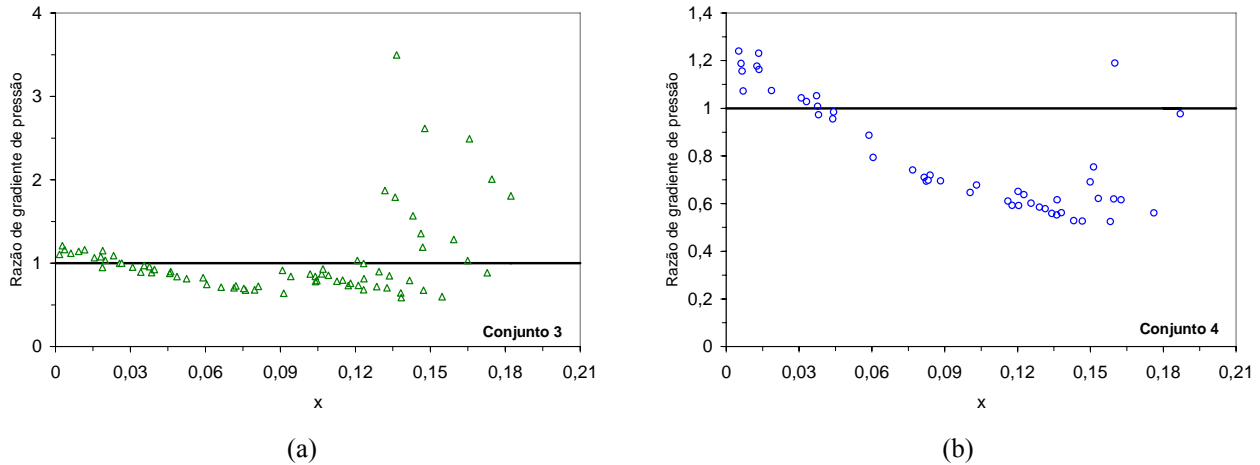


Figura 6. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Barbosa *et al.* 2004), (a)  $p_{TAP} = 5,5$  bar , (b)  $p_{TAP} = 6,0$  bar



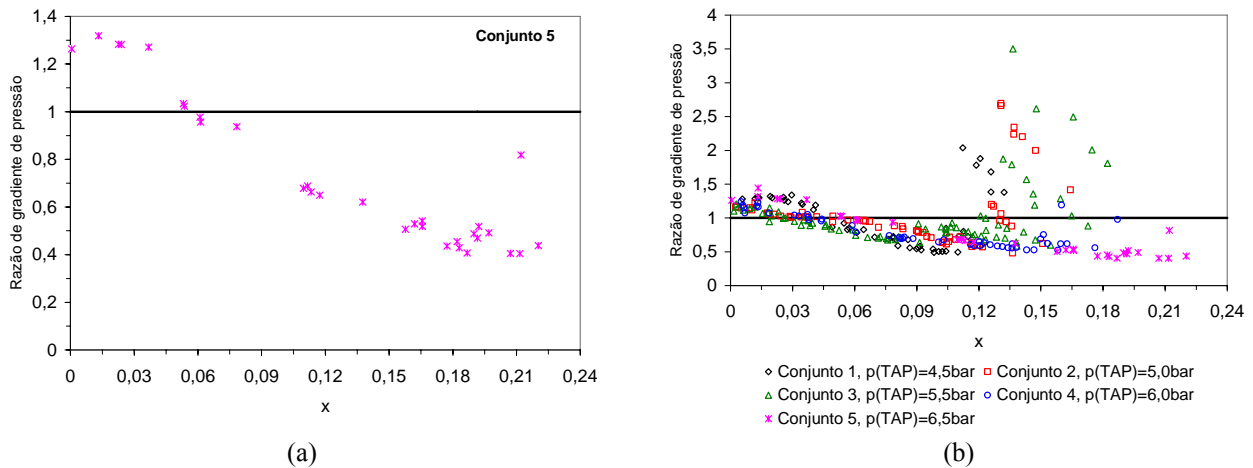


Figura 7. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Barbosa *et al.* 2004), (a)  $p_{TAP} = 6,5$  bar , (b) dados para todas as pressões.

### 3.3 Resultados fornecidos pelo Modelo Homôgeneo

Utilizando o modelo homogêneo e os dados experimentais de temperatura e pressão, calculou-se a razão entre o gradiente de pressão experimental e o gradiente de pressão teórico. Estes resultados são apresentados nas Figs. 8 a 10.

Independentemente da pressão no tanque de alta pressão, o gradiente de pressão experimental foi menor do que o gradiente de pressão teórico calculado pelo modelo homogêneo para a maioria dos casos. As maiores diferenças ocorreram na região intermediária de título, aqui chamada de escoamento bifásico convencional. As regiões de escoamento em espuma apresentaram resultados mais próximos da unidade.

A Figura 10 (b) apresenta todos os testes realizados. De maneira similar aos resultados obtidos quando as comparações foram feitas usando-se as correlações de Wang *et al.* (2000) e Barbosa *et al.* (2004), observa-se que a razão de gradiente de pressão é independente da pressão no tanque de alta pressão nas regiões de escoamento monofásico e escoamento bifásico convencional.

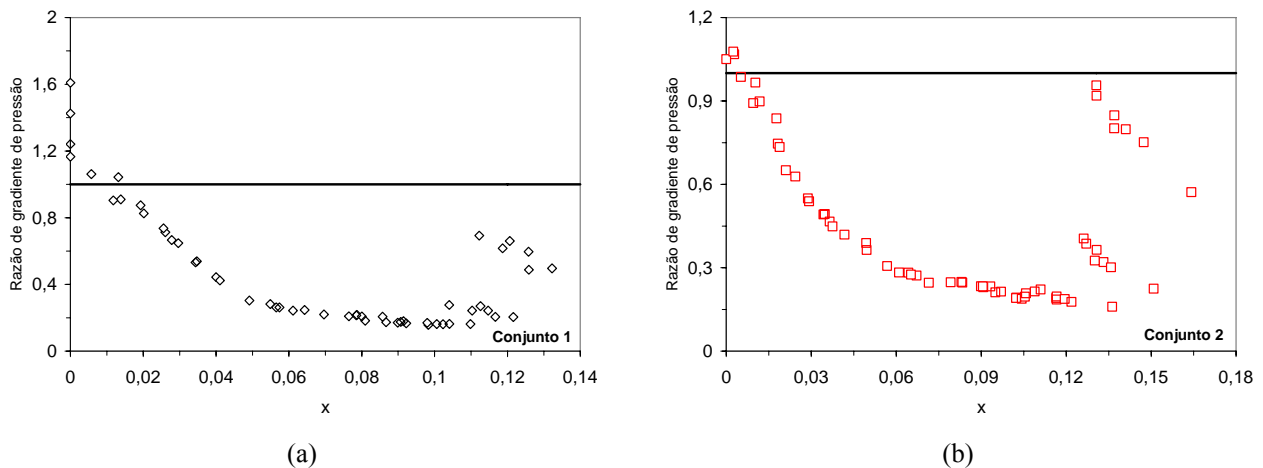


Figura 8. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Modelo Homôgeneo), (a)  $p_{TAP} = 4,5$  bar , (b)  $p_{TAP} = 5,0$  bar.

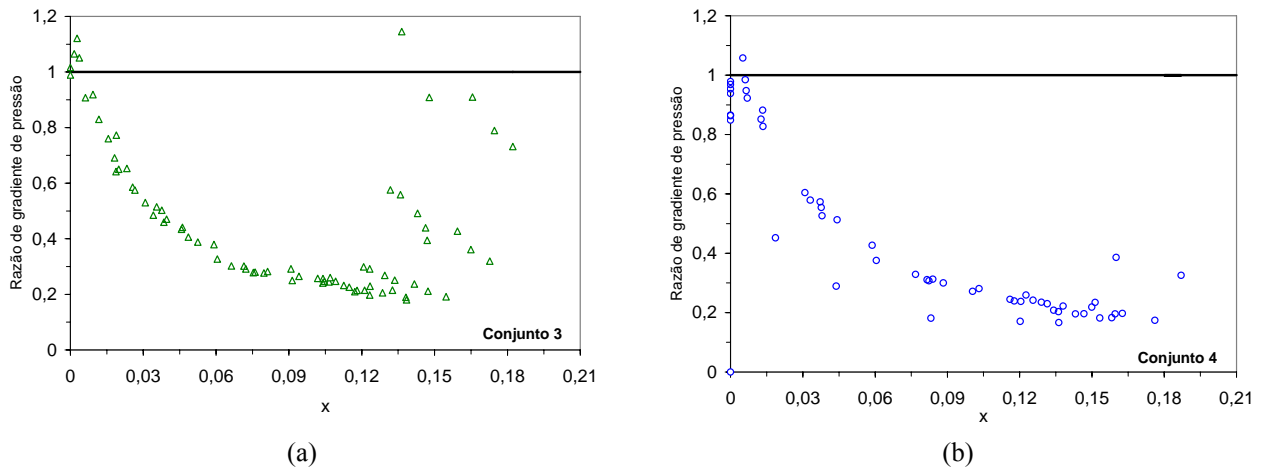


Figura 9. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Modelo Homogêneo), (a)  $p_{TAP}=5,5$  bar , (b)  $p_{TAP}= 6,0$  bar.

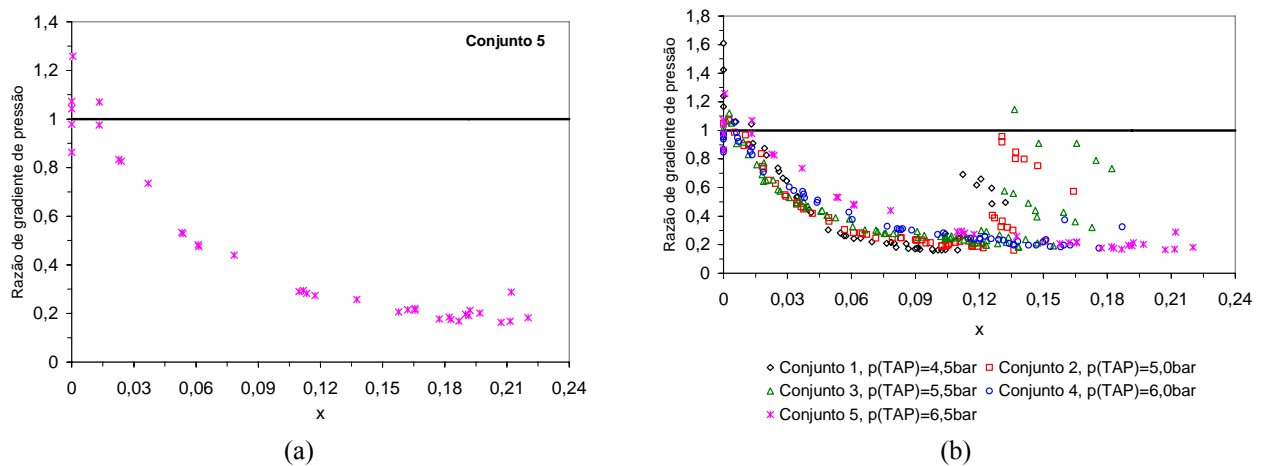


Figura 10. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico (Modelo Homogêneo), (a)  $p_{TAP}=6,5$  bar , (b) dados para todas as pressões.

Na Figura 11 são plotados os resultados de todos os testes realizados, utilizando-se os modelos de Wang *et al.* (2000), Barbosa *et al.* (2004) e o modelo homogêneo. Observa-se que a correlação de Barbosa *et al.* (2004) descreve melhor os dados experimentais para baixos e moderados títulos, ou seja, apresenta os resultados mais próximos da unidade. Entretanto, na região de elevados títulos, onde prevalece o escoamento de espuma, a correlação de Barbosa *et al.* (2004) falha. Os resultados obtidos utilizando-se a correlação de Wang *et al.* (2000) e o modelo homogêneo são bastante similares na região de escoamento bifásico convencional.

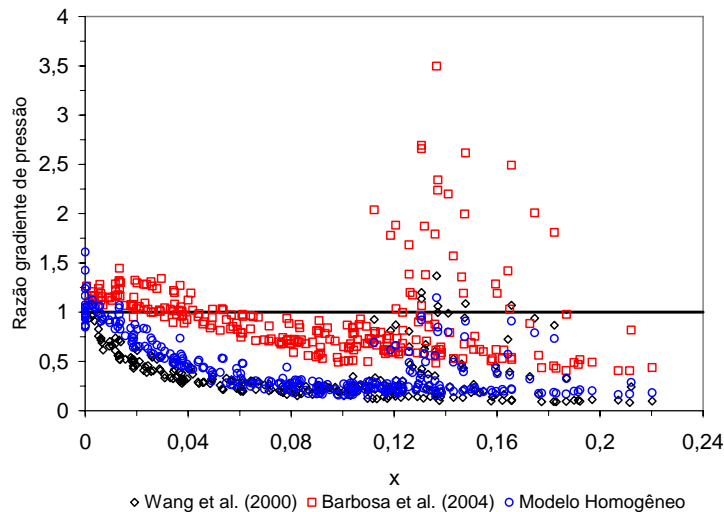


Figura 11. Comparação entre os gradientes de pressão devido ao atrito experimental e teórico para todos os testes.

#### 4. Conclusões

Neste trabalho realizou-se um estudo experimental do escoamento bifásico provocado pela redução de pressão (*flashing flow*) de uma mistura composta por óleo éster ISO VG10 e refrigerante R134a escoando através de um tubo reto horizontal de 3,22 mm de diâmetro e 6 m de comprimento. A principal motivação do trabalho foi analisar a aplicabilidade de correlações de multiplicadores bifásicos existentes na literatura para o cálculo do gradiente de pressão viscoso no caso do escoamento bifásico da mistura. Os resultados experimentais de queda de pressão foram comparados com alguns modelos de previsão de queda de pressão em escoamento bifásico em tubos de pequenas dimensões. Todas as correlações testadas (Wang *et al.* (2000), Modelo Homogêneo, Barbosa *et al.* (2004)) falharam ao prever a queda de pressão do escoamento, evidenciando a necessidade de se obter uma correlação para melhor ajustar os resultados para o escoamento da mistura óleo éster ISO VG10 e refrigerante R-134a. Na região de escoamento bifásico convencional, a correlação proposta por Barbosa *et al.* (2004) foi a que melhor se ajustou aos dados experimentais. A maior parte dos resultados obtidos na região de escoamento de espuma, observada no final do tubo, utilizando a correlação de Wang *et al.* (2000) e o modelo homogêneo superestimaram o gradiente de pressão viscoso em relação aos dados experimentais. Entretanto, a correlação proposta por Barbosa *et al.* (2004) subestimou os resultados nesta região.

#### 5. Agradecimentos

Esse trabalho foi desenvolvido com apoio da FAPESP - Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo.

#### 6. Referências

- Barbosa Fr.; J.R., Lacerda V.T.; Prata, A.T.; 2004, Prediction of pressure drop in refrigerant-lubricant oil flows with high contents of oil and refrigerant outgassing in small diameter tubes, *International Journal of Refrigeration*, Vol. 27, p. 129-139.
- Baustian, J. J.; Pate, M. B. e Bergles, A. E.; 1986, Properties of oil-refrigerant mixtures liquid with applications to oil concentration measurements: part I – thermophysical and transport properties,” *ASHRAE Transactions*, Vol. 92, p. 55-73.
- Beattie, D. R. H.; Whalley, P. B.; 1982, A simple two-phase frictional pressure drop calculation method, *International Journal Multiphase Flow*, Vol. 8, p. 83 – 87.
- Castro, H.O.S., 2006, Caracterização Experimental do Escoamento Bifásico com Formação de Espuma da Mistura Óleo-Refrigerante R134a ao longo de um Tubo Reto de Seção Constante, Dissertação de Mestrado, Unesp-Campus de Ilha Solteira, Ilha Solteira-SP.
- Calvert, J. R.; 1990, Pressure drop for foam flow through pipes, *Internacional Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 11, nº 3, p. 236 -241.
- Chisholm D.; 1967, A theoretical basis for the Lockhart-Martinelli correlation for two-phase flow. NEL Report nº.310.
- Churchill, S.W.; 1977, Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes, *Chemistry Engineering*, n.7, p. 91-92.
- Grebner, J. J.; Crawford, R. R.; 1993, Measurement of pressure temperature-concentration relations for mixtures of R12/mineral oil and R134a/synthetic oil, *ASHRAE Transactions*, Vol. 99, Part 1, p. 387-396.
- Hambraeus, K.; 1995, Heat transfer of oil-contaminated HFC134a in a horizontal evaporator, *International Journal of Refrigeration*, Vol. 18, N. 2, p. 87-99.
- Jensen, M.K., Jackman, D.L., 1984, Prediction of nucleate pool boiling heat transfer coefficients of refrigerant-oil mixtures, *J. Heat Transfer*, Vol. 106, p. 184-190.
- Lacerda, V. T.; 2000, Caracterização experimental do escoamento bifásico da mistura óleo-refrigerante em tubos de pequenos diâmetros, Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- Lacerda, V.T.; Prata, A.T.; Fagotti, F.; 2002, Refrigerant Outgassing from Compressor Lubricant Oil Flowing Through Pipes, HEFAT'2002 - International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics, LV1, pp. 195-200.
- Martz, W.L.; Burton, C.M.; Jacobi, A.M.; 1996, Local composition modelling of the thermodynamic properties of refrigerant and oil mixtures, *Internatioanl Journal of Refrigeration*, Vol. 19, No 1, p. 25-33.
- Mitrovic, J., 1998, Nucleate boiling of refrigerant-oil mixtures: bubble equilibrium and oil enrichment at the interface of a growing vapour bubble, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41, p. 3451-3467.
- Motta, S.F.Y., Braga, S.L., Parise, J.A.R., 2001, Experimental study of adiabatic capillary tubes: critical flow of refrigerant/oil mixtures, *HVAC & R. Research*, N° 7, p. 331-344.
- Poiate Jr., E., Gasche, J.L., 2002, Distribuições de pressão e de temperatura e visualização do escoamento bifásico da mistura óleo mineral-R12, *Brazilian Cong. of Thermal Eng. Sci.*, código CIT02-0843.
- Schlager, L. M., Pate, M. B., Bergles, A. E., 1987, A survey of refrigerant heat transfer and pressure drop emphasizing oil effects and in-tube augmentation, *ASHRAE Transactions*, Vol. 93, Part 1, p. 392-415.

- Thomas, R. H. P.; Pham, H. T.; 1992, Solubility and miscibility of environmentally safer refrigerant/lubricant mixtures, ASHRAE Transactions, Vol. 98, Part 1, p. 783-788.
- Thome, J.R., 1995, Comprehensive thermodynamic approach to modeling refrigerant-lubricant oil mixtures, HVAC & R. Research, Vol. 1, No 2, p. 110-126.
- Van Gaalen, N.A.; Pate, M.B.; Zoz, S.C.; 1990, The measurement of solubility and viscosity of oil/refrigerant mixtures at high pressures and temperatures: test facility and initial results for R22/naphthenic oil mixtures, ASHRAE Transactions, Vol. 96(2), p.183-190.
- Van Gaalen, N.A.; Zoz, S.C.; Pate, P.E.; 1991a, The solubility and viscosity of solutions of R502 in a naphthenic oil and in an alkylbenzene at high pressures and temperatures, ASHRAE Transactions, Vol. 97(2), p. 100-108.
- Van Gaalen, N.A.; Zoz, S.C.; Pate, P.E.; 1991b, The solubility and viscosity of solutions of HCFC-22 in a naphthenic oil and in an alkylbenzene at high pressures and temperatures, ASHRAE Transactions, Vol. 97(1), p. 285-292.
- Wallner, R., Dick, H.G., 1975, Heat transfer to boiling refrigerant-oil mixtures, Proc. Int. Cong. Refrig., Vol. 2, p. 351-359.
- Wang, C. C.; Yang, K. S.; Chang, Y. J.; Lu, D. C.; 2000, Characteristics of air-water two-phase flow in a 3 mm smooth tube, Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 38, p. 1011-7.
- Winkler, W.; Valkó, P. P.; Economides, M. J.; 1994, A rheological model for polymers foams," Society of Petroleum Engineers, Vol. 3, p. 897-906.

## **TWO-PHASE MULTIPLIERS EVALUATION IN THE OIL-REFRIGERANT R134a MIXTURE FLOW THROUGH A SMALL DIAMETER**

**Héryca Olenir Sousa Castro**

[heryca@fesurv.br](mailto:heryca@fesurv.br)

**José Luiz Gasche**

UNESP-College of Engineering at Ilha Solteira, Department of Mechanical Engineering  
Av. Brasil Centro 56, Ilha Solteira –SP – CEP 15385 000  
[gasche@dem.feis.unesp.br](mailto:gasche@dem.feis.unesp.br)

### **Abstract**

An experimental evaluation of the ester oil ISO VG10-refrigerant R134a mixture two-phase flow with foam formation is carried out in this work. The pressure and temperature profiles along the flow through a 3.22 mm internal diameter-5.7 m long tube were measured as well as the flow patterns were observed. Tests were accomplished for different mass flow rates, several refrigerant concentration at the inlet of the tube and inlet temperatures around 30 °C. The measured pressure profiles were used in order to calculate the local viscous pressure gradient along the flow. The experimental viscous gradients were compared with results obtained from three viscous pressure gradient correlations applied to two-phase flows through small dimension tubes: Wang et al. (2000), Barbosa et al. (2004), and the homogeneous model. All correlations failed to predict the experimental gradient of the mixture. The correlation proposed by Barbosa et al. (2004) predicted better for low qualities. For high qualities, where foam flow pattern was observed, the correlation proposed by Wang et al. (2000) and the results from the homogeneous model overpredicted the viscous pressure gradient in relation to the experimental data, while the Barbosa et al. (2004) correlation underpredicted the results for this region.

*Keywords: two-phase multiplier, oil-refrigerant mixture, two-phase flow, foam.*

## ASCENSÃO DE UMA BOLHA DE AR EM TUBO VERTICAL EM LÍQUIDO ESTACIONÁRIO: ANÁLISE EXPERIMENTAL

**André Damiani Rocha**

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Mecânica – Departamento de Energia  
Caixa Postal: 6122 – CEP 13083-970 – Campinas – SP – Brasil  
damiani@fem.unicamp.br

**Eugênio Spanó Rosa**

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Mecânica – Departamento de Energia  
Caixa Postal: 6122 – CEP 13083-970 – Campinas – SP – Brasil  
erosa@fem.unicamp.br

**Resumo.** A ascensão de uma única bolha de ar em um tubo vertical contendo líquido estacionário foi estudada experimentalmente. O objetivo do experimento foi determinar a velocidade de ascensão da bolha, a forma do nariz e cauda e por fim, seu comprimento. Uma estimativa da espessura média do filme de líquido também foi obtida. Os testes experimentais realizados foram divididos em dois grupos. Um onde o líquido contido no tubo foi a água e outro contendo glicerina pura. A razão de viscosidade dos líquidos é de aproximadamente 1:1000. Para cada um desses testes outros dois testes foram realizados. Um com extremidade superior e inferior do tubo fechadas (Caso A) e outro com extremidade superior do tubo fechada e extremidade inferior do tubo aberta (Caso B). Para o Caso A, testes foram realizados para bolha 40 e 130ml de ar. A partir das medidas de tempo de deslocamento do nariz da bolha, foi possível determinar a velocidade de ascensão da bolha e a partir de fotografias da bolha de ar foi possível determinar a forma do nariz e cauda da bolha e também seu comprimento. Uma análise utilizando os números adimensionais de Eötvös e Morton mostrou que a velocidade de ascensão de uma bolha de ar em água não depende das forças viscosas e interfaciais. Já para a glicerina, a velocidade depende somente das forças viscosas. Esses resultados são apresentados e comparados com resultados/correlações existentes na literatura.

**Palavras chave:** Bolha alongada, Tubo vertical, Líquido Estacionário.

### 1. Introdução

Gás e líquido escoando em um tubo, para uma grande faixa de valores de vazão, resulta em um padrão de escoamento caracterizado por seqüências de longas bolhas, preenchendo quase toda a seção transversal, seguida de sucessivos pistões de líquidos que podem conter pequenas bolhas. Esse padrão de escoamento é conhecido como “slug flow” é encontrado em muitas situações, como por exemplo, na produção de hidrocarbonetos, em evaporadores, em caldeiras e condensadores em sistemas líquido-vapor etc.

Devido a essa importância em áreas diversificadas, a ascensão de bolhas alongadas tem sido estudada extensivamente desde 1910. Um dos primeiros estudos foi realizado por Gibson (citado por White e Beardmore 1962). Depois, o assunto foi objeto de pesquisa de Dumitrescu (1943) e Davies e Taylor (1950). Dumitrescu obteve uma expressão teórica para a velocidade de ascensão da bolha de Taylor em um líquido estacionário, assumindo escoamento potencial ao redor da bolha. Ele também derivou teoricamente a forma da bolha de Taylor. Concluiu que a bolha possui nariz de forma arredondado e que seu formato lembra a forma de uma bala. Davies e Taylor também publicaram fotografias mostrando que a bolha ascende em tubo vertical com a forma de uma bala. Ignorando os efeitos de tensão e de capilaridade e considerando somente energia potencial e cinética do líquido em queda livre ao redor da bolha, uma solução aproximada para o escoamento do líquido ao redor do nariz da bolha foi determinada por Dumitrescu e Davies e Taylor. A solução publicada por Dumitrescu relaciona a velocidade da bolha  $U$  através do líquido em um tubo vertical de seção circular sendo igual a  $U = 0,351(gD)^{1/2}$ . Davies e Taylor obtiveram uma solução no mesmo padrão porém, com outro valor de constante, 0,328.

Muitos outros estudos contribuíram para o entendimento da ascensão de bolhas em tubo vertical: Moore (1959) investigou a ascensão de uma bolha de gás em um líquido viscoso e mostrou que a solução de escoamento irrotacional ao longo da bolha é uma boa aproximação para se obter o campo de velocidade. Griffith e Wallis (1961) investigaram experimentalmente a ascensão de bolhas de vários tamanhos em tubos alguns de seus experimentos foram feitos com bolhas de Taylor em ascensão em líquido estacionário. As medidas de velocidade da bolha concordaram com aquelas obtidas por Dumitrescu. White e Beardmore (1962) realizaram um trabalho experimental com objetivo de medir a

velocidade de ascensão de uma bolha de ar em uma variedade de líquidos em tubos verticais. Eles definiram condições sobre as quais os efeitos das forças envolvidas tornam-se desprezíveis na determinação da velocidade terminal da bolha.

Nicklin et al. (1962) estudaram a ascensão de bolhas alongadas em água, para líquido estacionário e não estacionário, em tubos verticais. Verificaram que a velocidade de ascensão da bolha concorda com aqueles obtidos por Dumitrescu e que independe do seu comprimento. Goldsmith e Mason (1962) apresentaram um modelo hidrodinâmico para bolhas alongadas levando em consideração a viscosidade do líquido. Observaram que para um número de Eötvös constante, o nariz da bolha, o filme de líquido permanece independente da viscosidade do líquido.

Zukoski (1966) estudou experimentalmente a influência da viscosidade, tensão superficial e do ângulo de inclinação do tubo sobre o movimento de longas bolhas em tubos fechados de diferentes diâmetros. Verificou que a velocidade da bolha é independente das forças viscosas para  $RE > 400$ . Para tubo inclinado, verificou que a velocidade da bolha depende da tensão superficial. Verificou que a velocidade de ascensão da bolha é maior em tubos inclinados do que em tubo vertical. Wallis (1969) propôs uma correlação geral para a velocidade de ascensão de bolha envolvendo as propriedades do fluido como, tensão superficial, densidade e viscosidade.

Bendiksen (1985) estudou a velocidade de ascensão de uma única bolha alongada em um líquido não estacionário em diferentes ângulos de inclinação. A velocidade de deslizamento também foi obtida a partir da extrapolação dos dados para velocidade zero do líquido. Os resultados obtidos concordaram com aqueles obtidos por Zukoski. Campos e Guedes de Carvalho (1988) A esteira que se forma na cauda da bolha em ascensão em líquido estacionário foi estudada visualmente por Campos e Guedes de Carvalho (1988). Eles observaram que a formação da esteira é independente do comprimento da bolha para bolhas de comprimento acima de 88mm em um determinado tubo contendo um líquido viscoso.

Mais recentemente, Joseph (2003) obteve uma expressão para a velocidade de ascensão de uma pequena bolha (a bolha somente tinha nariz) e a força de arrasto utilizando da teoria de escoamento potencial viscoso. Usando essa teoria, estenderam a análise feita por Davies e Taylor incluindo os efeitos de viscosidade, tensão de superfície. Verificaram ainda que a expressão obtida concorda muito bem com os experimentos de Bhaga e Weber (1981) para número de Morton elevado. Viana et al. (2003) obtiveram uma correlação universal para o cálculo da velocidade de ascensão de uma bolha dentro de um tubo com líquido estacionário. Verificaram que a correlação proposta concorda muito bem com a correlação proposta por White e Beardmore com erro pequeno para a maioria dos dados. A correlação de Wallis (1969) e a correlação de Zukoski também estão de acordo com a correlação proposta. O erro da correlação ficou por volta de 10%.

Em 2005, Funada et al., desenvolveram um modelo elipsoidal de ascensão da bolha de Taylor em fluido viscoso e assumindo que o movimento do líquido é irrotacional. Obtiveram uma expressão para a velocidade de ascensão da bolha de Taylor expressada pelo número de Froude na qual depende da razão de aspecto da bolha, do número de Reynolds e do número de Eötvös. A correlação foi comparada com todos os dados publicados sobre velocidade de ascensão de bolhas em tubos preenchido com líquido viscoso. Os dados foram acuradamente representados pela correlação proposta. O ajuste gerou uma família de razões de aspecto na qual depende fortemente do número de Eötvös e menos do número de Reynolds. Isso mostra que a mudança na forma do nariz da bolha é fortemente influenciada pela tensão superficial.

Muitos estudos foram realizados buscando-se entender melhor o mecanismo de ascensão de Taylor, já que não existe empuxo por não haver gradiente de pressão na bolha. Funada (2005) discorre sobre esse paradoxo e aponta para um possível mecanismo de drenagem do líquido sobre a ação da gravidade. No presente trabalho será apresentado um estudo experimental da ascensão de uma única bolha de ar em tubo vertical com líquido estacionário. Pretende-se avaliar o efeito da esteira da bolha utilizando o tubo fechado onde forma uma bolha com nariz e cauda e, portanto com esteira e tubo aberto, onde forma bolha somente com nariz.

## **2. Aparato e Procedimento Experimental**

A seção de teste consiste em dois tubos de acrílico transparente de 26mm de diâmetro interno, 32mm de diâmetro externo. O tubo onde foram realizados testes com água possui 2050mm de comprimento e o tubo onde foram realizados testes com glicerina possui 1680mm de comprimento. A extremidade superior dos tubos foi fechada e na extremidade inferior foi instalada uma válvula de passagem livre garantindo que, quando aberta, o escoamento não fosse perturbado. A instalação de uma válvula atende a necessidade de realizar basicamente dois tipos de testes, sendo um com a extremidade inferior fechada e outro com drenagem total do líquido contido no tubo.

Para o tubo fechado tanto na extremidade superior quanto na extremidade inferior foi necessária ainda, a instalação de um outro tubo de 210mm (também de acrílico), abaixo da válvula, que aqui chamaremos de tubo auxiliar. A extremidade superior do tubo auxiliar foi fixada abaixo da válvula e sua extremidade inferior foi fechada. O tubo auxiliar tem a função de medir o volume de gás liberado para o tubo principal. Ele foi graduado de dez em dez mililitros, o que permitiu um controle relativamente fácil do volume de ar a ser liberado. A Figura 1 apresenta esquematicamente o aparato experimental utilizado.

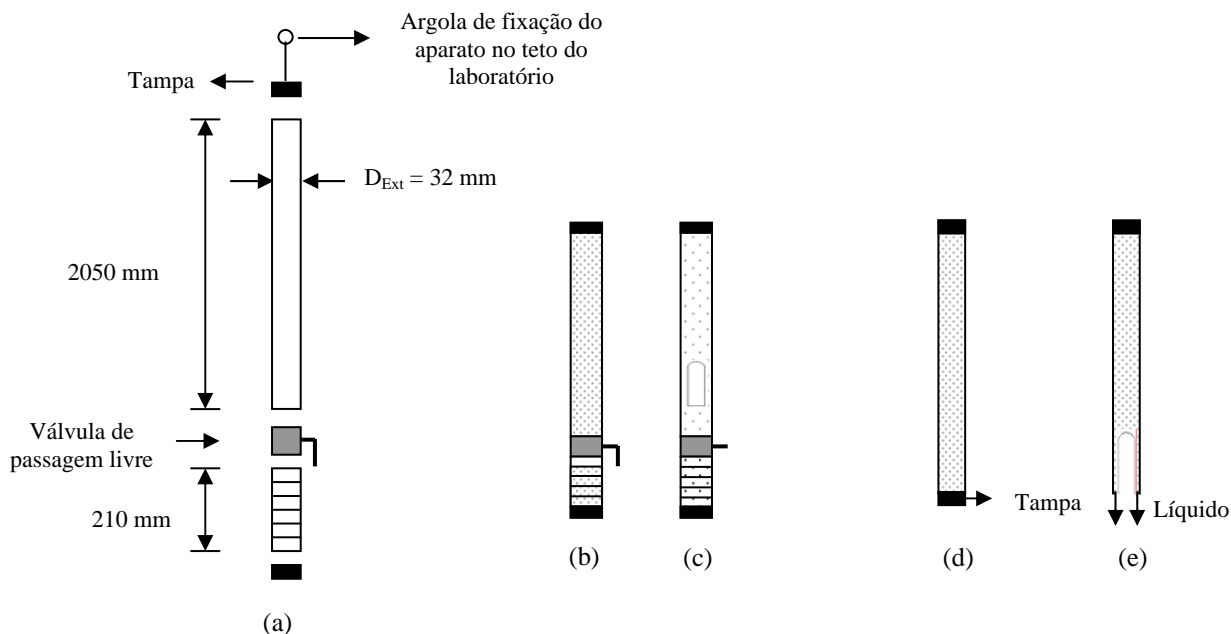


Figura 1: (a) Elementos do aparato experimental. Tubo de 2050mm para testes com água e 1680mm para testes com glicerina; (b,c) Esquema do tubo para o Caso Ar; (d,e) Esquema do tubo para o Caso B.

Para o teste de drenagem total do líquido, a extremidade inferior do tubo auxiliar foi aberta e o controle do experimento ficou a cargo somente da válvula. Para garantir a posição do tubo na direção vertical, o mesmo foi pendurado no teto do laboratório e deixado atingir a posição de equilíbrio, alinhado com a vertical.

Os testes experimentais foram divididos em dois grupos: um onde líquido foi água e outro contendo glicerina. Para cada um desses testes outros dois testes foram realizados. Um com extremidade superior e inferior do tubo fechadas (Caso A) e outro com extremidade superior do tubo fechada e extremidade inferior do tubo aberta (Caso B), ou seja, drenagem total do líquido contido no tubo.

**Caso A:** Extremidade superior e inferior do tubo fechadas com controle de volume de ar liberado, tanto para água quanto para a glicerina, como mostra a Figura 1b.

Com somente uma das extremidades aberta, o tubo principal foi preenchido com o líquido de teste. Em seguida, o tubo auxiliar que está graduado em mililitros, foi calibrado com o líquido de teste de forma a realizar experimentos com o mínimo e o máximo volume de ar permitido pelo aparato experimental e fixado ao tubo principal. O mínimo e o máximo volume de ar liberado para esse caso foi de 40 e 130ml respectivamente.

**Caso B:** Extremidade superior fechada e extremidade inferior aberta com drenagem total do líquido contido no tubo.

Para executar o Caso B, o tubo auxiliar mais a válvula de passagem livre foram desconectados do tubo principal, pois o objetivo desse caso é drenar totalmente o líquido de teste.

Com somente uma das extremidades aberta, o tubo principal foi preenchido com o líquido de teste. Com uma tampa de fácil remoção fixada na extremidade inferior, o tubo foi então pendurado no teto do laboratório, como descrito no Caso A. A tampa foi então retirada e o líquido foi drenado. Um béquer foi utilizado para armazenamento do líquido drenado.

A principal diferença entre os casos A e B está relacionada com a existência ou não de esteira. No Caso A, onde o tubo está fechado em ambas as extremidades, a bolha de ar ascende no tubo jogando o líquido que está a sua frente para sua traseira. Parte desse líquido é “arrastado” junto com o movimento de ascensão da bolha. No Caso B, o líquido é drenado totalmente, ou seja, ao retirar a tampa da extremidade o ar entra e o líquido sai não existindo “traseira da bolha”.

Em ambos os testes a pressão da bolha é constante. No caso A, como o tubo é rígido e o líquido é incompressível, o volume da bolha e sua pressão permanecem constantes ao longo do deslocamento. No caso B, o ar entra a pressão atmosférica.

Para ambos os casos, o tempo de ascensão da bolha, tomando como referência o seu nariz, foi obtido com o uso de um cronômetro digital. Medidas prévias da velocidade de ascensão de uma única bolha mostraram que o valor não se alterou para as três seções diferentes do tubo de teste e, portanto, somente as velocidades nos  $\frac{3}{4}$  finais do tubo serão

apresentadas. O comprimento da bolha foi obtido através de fotografia da bolha. Cinco medidas de tempo foram tomadas e a média das medidas de tempo foi efetuada.

Para água, os valores de densidade, viscosidade e tensão superficial foram obtidos de valores tabelados existentes na literatura. A viscosidade da glicerina foi obtida pela determinação do tempo de queda livre de uma esfera de aço, utilizando o próprio tubo de teste. A tensão superficial da glicerina e ar não foi medida, mas obtida de valores tabelados existentes na literatura. Para evitar grandes variações de temperatura ambiente, os testes foram realizados em um laboratório com temperatura controlada. Os números adimensionais relacionados ao problema da ascensão de uma única bolha de ar em um tubo vertical preenchido com líquido estacionário são respectivamente: número de Morton, número de Eötvös e o número de Reynolds de empuxo definida por

$$M = \frac{g\mu^4}{\rho\sigma^3} ; Eo = \frac{\rho g D^2}{\sigma} ; Re = \frac{[D^3 g(\rho_L - \rho_g)\rho_L]^{1/2}}{\mu} \quad (1)$$

As propriedades de transporte dos fluidos e os grupos adimensionais associados são resumidos na Tabela 1.

Tabela 1: Propriedades de transporte dos fluidos e grupos adimensionais.

Fluido	Temp. (°C)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (cP)	$\sigma^*$ (N/m)	$M$	$Re$	$Eo$
Ar	25	1,2	0,018	-			
Água	25	997	0,89	0,072	$1,65 \times 10^{-11}$	14700	91,82
Glicerina(CasoA)**	24,0/24,5	1250	1016/990	0,063	$3,34/3,01 \times 10^1$	16,4	131,57
Glicerina(CasoA)***	24,5/24,8	1250	1000/965	0,063	$3,13/2,72 \times 10^1$	16,4	131,57
Glicerina (CasoB)	27/27,3	1250	828,7/779,2	0,063	$1,48/1,15 \times 10^1$	20,4	131,57

\*\* Valor da propriedade inicial e final para o teste com menor volume de ar; \* Valores obtidos de tabela;

\*\*\* Valor da propriedade inicial e final para o teste com maior volume de ar;

### 3. Apresentação e Discussão dos Resultados

A Figura 2 apresenta fotografias das bolhas de 40ml e 130ml de ar em ascensão em tubos verticais preenchidos com água e com glicerina respectivamente (Caso A).

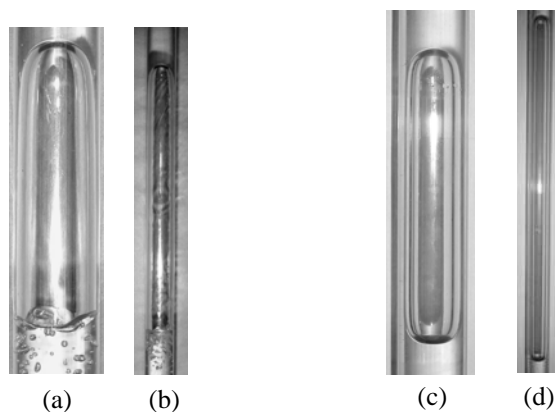


Figura 2: Fotografias de bolhas de Taylor. (a,b) Bolha de ar de 40ml e 130ml em ascensão em água; (c,d) Bolha de ar de 40ml e 130ml em ascensão em glicerina.

#### 3.2. Velocidade da Bolha

As velocidades de ascensão da bolha para o Caso A são apresentadas na tabela 2.

Tabela 2 Velocidade da Bolha na Seção inicial do tubo

Tabela 2: Velocidade da bolha medida nos 3/4 finais do tubo

Volume da Bolha (ml)	Água			Glicerina		
	LD (cm)	t (s)	U (cm/s)	LD (cm)	t (s)	U (cm/s)
130	30	1,68	17,8	40	5,38	7,4
40	30	1,68	17,8	40	5,38	7,4



Observa-se através da Tabela 2 que as velocidades de ascensão de uma bolha não dependem do seu volume. Com a variação da viscosidade, de aproximadamente 1:1000 a velocidade de ascensão de uma bolha em glicerina é aproximadamente 2,4 vezes menor do que a velocidade de ascensão de uma bolha em água.

A incerteza da velocidade é de aproximadamente 11% para as medidas de velocidade da bolha em ascensão em água e aproximadamente 4% para as medidas de velocidade da bolha em ascensão em glicerina.

As velocidades para o Caso B são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3: Caso B - Velocidade da bolha medida nos  $\frac{3}{4}$  finais do tubo

Volume da Bolha (ml)	Água			Glicerina		
	LD (cm)	t (s)	U (cm/s)	LD (cm)	t (s)	U (cm/s)
Não se aplica	30	1,71	17,5	40	4,57	8,7

A velocidade de ascensão da bolha de ar na drenagem do líquido (Caso B) é próxima da velocidade de ascensão de uma única bolha de ar em tubo fechado. A maior diferença se dá no teste realizado com glicerina e é atribuída às condições do teste. A temperatura para esse teste estava maior, próxima de 27°C e com isso a viscosidade da glicerina diminuiu para aproximadamente 800cP.

Na comparação apresentada pela Tabela 4 e sabendo que a incerteza das velocidades obtidas no presente trabalho é de aproximadamente 12% e 4% respectivamente, verifica-se que as correlações existentes servem muito bem para prever a velocidade de ascensão de uma única bolha de ar em água e também em glicerina. Na correlação universal para velocidade de bolha proposta por Joseph et al. (2003) a incerteza foi de 10% na maioria dos casos. A velocidade dimensional foi adicionada à tabela 13 para fácil comparação entre as velocidades.

Tabela 4: Comparação entre correlações

Correlação	Fluido	$R_c$	$E_o$	$Fr$	$U_B$ (cm/s)
Wallis	Água	14700	91,82	0,344	17,4
	Glicerina	16,4	131,57	0,129	6,5
Joseph et al.	Água	14700	91,82	0,339	17,1
	Glicerina	16,4	131,57	0,135	6,9
Davies e Taylor	Água			-	17,7
Presente Trabalho – Caso A*	Água	14700	91,82	0,352	17,8
	Glicerina	16,4	131,57	0,146	7,4
Presente Trabalho – Caso B	Água	14700	91,82	0,346	17,5
	Glicerina	20,4	131,57	0,174	8,8

\* Valores referentes a dados obtidos na seção 3 do tubo.

### 3.3. Forma do Nariz e Cauda da Bolha

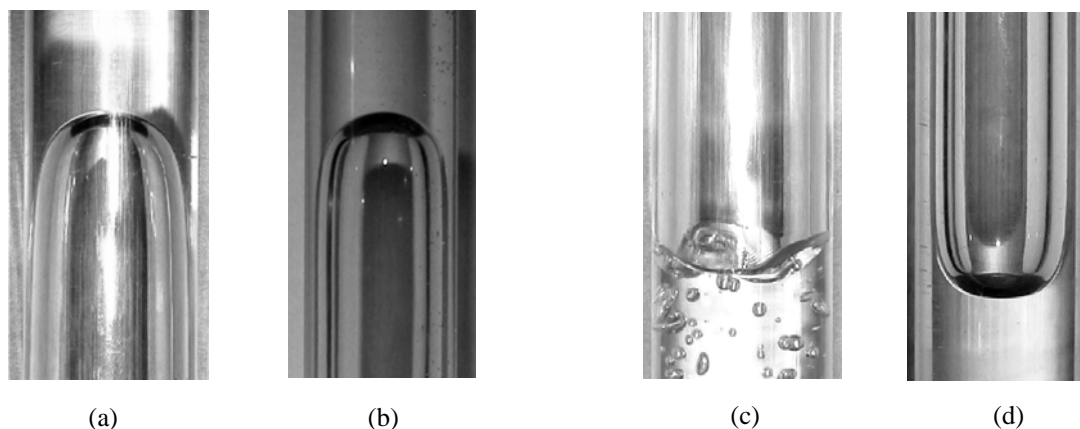


Figura 3: Forma do nariz e cauda da bolha; (a,c) Bolha de ar em água; (b,d) Bolha de ar em glicerina.

Em todos os casos testados experimentalmente foi possível observar a forma do nariz, corpo e cauda da bolha. Verificou-se que a forma aproximadamente esférica do nariz da bolha independe de seu comprimento e da viscosidade do líquido contido no tubo, assim como verificou Nicklin et. al (1962). Verificou-se que para esse caso que o nariz da bolha também possui forma esférica. A cauda da bolha é diferente para os casos onde a bolha ascende em água e em glicerina. Verificou-se que para a bolha em ascensão em água, a cauda da bolha apresenta ondas na interface e presença de esteira enquanto que a bolha em ascensão em glicerina a cauda da bolha possui uma forma convexa

### 3.4. Comprimento da Bolha

Para o Caso A, os comprimentos das bolhas de ar com 40ml e 130ml de volume em ascensão em água, foram de aproximadamente 78mm e 260mm respectivamente, ou em função do diâmetro do tubo como 3D e 10D aproximadamente. Para bolhas de ar com 40ml e 130ml de volume em ascensão em glicerina, os comprimentos foram de aproximadamente 143mm e 524mm ou 5,5D e 20,7D. A razão do comprimento da bolha reflete a razão da variação dos volumes testados que é de aproximadamente 3,25.

### 3.5. Estimativa da Espessura Média do Filme de Líquido

Uma estimativa da espessura de equilíbrio do filme de líquido é obtida a partir do conhecimento do volume da bolha de ar que é liberado e conhecendo a forma da bolha. Para bolha de ar em ascensão em água, a forma da bolha foi aproximada por um cilindro de comprimento  $(L - R)$  mais uma meia esfera de raio  $R$  representando o nariz da bolha, como mostra a Figura 4a. Já para a bolha de ar em ascensão em glicerina foi adicionado mais uma meia esfera na cauda, como mostra a Figura 4b.

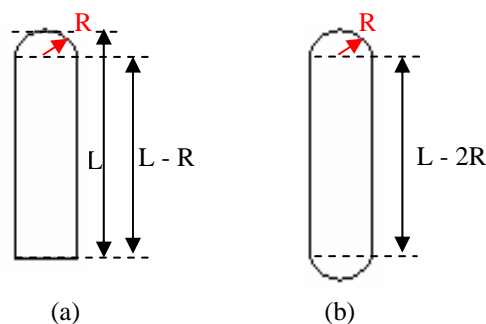


Figura 4: (a) Bolha de ar em ascensão em água: aproximação da cauda da bolha por um plano; (b) Bolha de ar em ascensão em glicerina: aproximação do nariz e da cauda por duas meias esferas.

O Volume da bolha de ar é definido pela eq.(2), onde para água  $n = 1$  e para glicerina  $n = 2$ .

$$\forall_{Bolha} = \pi R^2 (L - \bar{R}_B) + \frac{n}{3} \pi \bar{R}_B^3 \quad (2)$$

O raio médio do corpo da bolha é estimado resolvendo-se a eq.(2). A partir dela pode-se estimar a espessura média do filme de líquido ( $\delta$ ) como sendo:

$$\bar{\delta} = R_T - \bar{R}_B \quad (3)$$

A Tabela 5 apresenta os resultados da espessura de filme de líquido para a bolha de ar em ascensão em água e também em glicerina.

Tabela 5: Espessura média do filme de líquido - Experimental		
	Água	Glicerina
	130 ml	130 ml
$\bar{\delta}$ (mm)	< 1	4,1

Para ambos os volumes de bolha em ascensão em água, a espessura do filme de líquido é menor do que 1mm devido às incertezas das medidas. A incerteza da espessura média do filme de glicerina é de 5 % para 130ml de volume de ar.

### 3.6. Velocidade de Drenagem

Com a espessura do filme de líquido conhecida, é possível calcular a velocidade média do filme de líquido ao redor da bolha alongada. Para a bolha subir, ela deve deslocar um volume de líquido. Efetuando o balanço de volume, tem-se que:

$$Q = U_B A_B = U_f A_f \Rightarrow V_f = U_B \frac{(R_T - \bar{\delta})^2}{(R_T^2 - (R_T - \bar{\delta})^2)} \quad (4)$$

Onde,  $A_B, A_f$  são as áreas da bolha e do filme de líquido respectivamente e  $V_f$  é a velocidade média do filme de líquido ou simplesmente velocidade de drenagem.

A velocidade média do filme de líquido é de 10,78 cm/s para glicerina. Como a espessura do filme de líquido para a bolha de ar em ascensão em água é menor do que um milímetro, a mínima velocidade é de aproximadamente 114,3 cm/s. Esses resultados estão de acordo com as observações experimentais onde foi possível verificar que na região da bolha, o filme de líquido anda mais rápido do que a bolha.

### 3.7. Modelo de Velocidade da Bolha

A hipótese de drenagem do filme apresentada por Goldsmith e Mason (1962) descreve o equilíbrio entre a força gravitacional e força viscosa é definida como:

$$\rho_L g + (\mu + \mu_T) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} V_f \right) = 0 \quad (4)$$

Para a bolha em ascensão em água, o filme de líquido é turbulento. Para o caso de regime turbulento, a espessura média do filme de líquido obtida no presente trabalho foi avaliada a partir dos modelos de Brotz (1954) e de Taitel e Barnea (1990) junto com a eq.(4). Esses modelos utilizam a definição de espessura de filme de equilíbrio. A espessura de equilíbrio é alcançada quando a espessura do filme ao longo da bolha não se altera.

Os resultados são apresentados na Tabela 6 e indicam uma espessura de 0,82 mm em concordância com as medidas experimentais.

Tabela 6: Espessura do filme de líquido - turbulento

Comparação – Espessura	Água 130 ml
Presente trabalho – experimental (mm)	< 1
Modelo Turbulento (Taitel e Barnea) (mm)	0,82
Modelo Turbulento (Brotz) (mm)	0,82

Para os testes com glicerina foi considerado um filme de líquido em regime laminar e o escoamento modelado como axi-simétrico em regime permanente na região onde há equilíbrio entre a força de campo e a força viscosa. Da equação (4) pode-se determinar a velocidade da bolha ( $U_B$ ) em função da espessura do filme de líquido

$$U_B = - \frac{gR^2}{8\nu(-1+\lambda)^2} \left[ \lambda(4-14\lambda+12\lambda^2-3\lambda^3) + 4(-1+\lambda)^4 \ln(1-\lambda) \right] \quad (5)$$

Onde  $\lambda = \frac{\delta}{R_T}$

Uma forma aproximada para a eq.(5) é obtida retendo os termos de até 3ª ordem em  $\lambda$ .

$$U_B = \frac{2}{3} \frac{gR_T^2 \lambda^3}{\nu(1-\lambda)} \quad (6)$$

Um outro modelo que foi utilizado para estimar a velocidade da bolha em função da espessura, foi a de filme plano. Para um escoamento em regime permanente com superfície livre, tem-se que a velocidade da bolha é dada por:

$$U_B = \frac{2}{3} \frac{g R_T^2 (\lambda)^3}{\nu (1 - \lambda)^2} \tag{7}$$

A Tabela 7 apresenta uma comparação de espessura de filme de líquido para a bolha de ar em ascensão em glicerina.

Tabela 7: Espessura do filme de líquido - laminar

Comparação - Espessuras	Glicerina 130 ml
<b>Presente trabalho – Experimental (mm)</b>	4,1
<b>Modelo Laminar – Anular(Sol. Exata, Eq.31) (mm)</b>	4,2
<b>Modelo Laminar – Anular(Sol. Aprox, Eq.32 (mm)</b>	4,2
<b>Modelo Laminar – Filme plano (mm) – Eq. (35)</b>	3,8

Da Tabela 7 nota-se que a espessura de filme de glicerina para bolhas de 40ml de ar é menor do que a espessura de filme de glicerina para bolha de 130ml de ar. Essa diferença é atribuída à incerteza da espessura do filme de líquido que é de aproximadamente 20% para bolhas de 40ml.

A espessura do filme de líquido com maior discrepância foi obtida para o modelo de filme plano de líquido. Essa diferença é atribuída a hipótese de filme plano. A medida que a espessura do filme de líquido aumenta a hipótese do filme de líquido não é adequada.

Utilizando um modelo de filme anular, a espessura do filme de líquido é muito próxima da espessura obtida experimentalmente para ambos os volumes de ar testados, embora um valor menor era esperado devido a aproximação do modelo.

Quando  $\lambda$  tende a zero, os modelos(filme anular e filme plano) tendem para a mesma solução, como mostra a Figura 5.

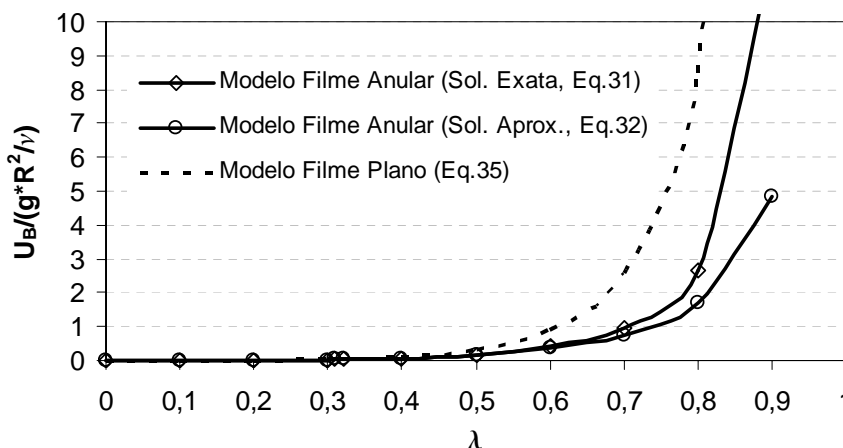


Figura 5: Comparação entre modelos

#### 4. Conclusões

Uma análise experimental da velocidade de ascensão de uma única bolha em um líquido contido dentro de um tubo vertical foi efetuada. A velocidade da bolha foi calculada medindo seu tempo de deslocamento. Testes foram realizados tanto para a água quanto para a glicerina em dois casos, denominados de Caso A e Caso B. As velocidades de ascensão de uma única bolha alongada foi calculada a partir dos dados experimentais. Os resultados de velocidade obtidos no presente trabalho concordam muito bem com aqueles calculados a partir de correlações existentes na literatura.

Os resultados de velocidade obtidos no presente trabalho concordam muito bem com os resultados existentes na literatura. As velocidades de ascensão da bolha são muito próximas para o menor e o maior volume experimentado e que é independente de seu comprimento.

Para os testes realizados com as extremidades fechadas (Caso A), verificou-se a independência da tensão superficial com a variação da viscosidade. Esse resultado concorda com a correlação gráfica proposta por White e Beardmore que apresenta em quais condições os efeitos de cada força poder ser desprezadas.

A velocidade de ascensão da bolha em água é de aproximadamente 2,5 vezes maior do que a velocidade de ascensão da bolha em glicerina embora, a viscosidade tenha variado da ordem de 1:1000.

O comprimento da bolha de ar em ascensão em glicerina é 2 vezes maior do que o comprimento da bolha de ar em ascensão em água. Esse resultado era esperado devido a formação de um filme mais grosso.

Através da Figura 3 foi possível verificar que o nariz das bolhas possuem forma muito próxima a de uma esfera. Quanto à cauda das bolhas, observou-se a existência de esteira para a ascensão da bolha em água e uma região de turbulência. Para glicerina isso não ocorre devido ao aumento da viscosidade do fluido experimentado.

#### *Características Não Explicadas Deste Fenômeno*

Ao estudar a ascensão de uma bolha em um líquido, deve-se efetuar um balanço de forças que agem na bolha. A bolha estará sujeita ao seu próprio peso, a um empuxo e a um arrasto. O empuxo é diretamente relacionado ao volume de líquido deslocado pelo volume da bolha. Na seção 5.4 foi visto que a ascensão da bolha de ar independe do seu volume, ou seja, não existe empuxo.

As correlações empíricas como a de Joseph (2003), White e Beardmore (1962), Wallis (1969), entre outras, não dependem do comprimento da bolha. Análises teóricas em escoamento com ausência de viscosidade realizados por Davies e Taylor (1950) e com viscosidade realizados por Joseph (2003) também indicam a independência do comprimento da bolha. Assim, uma explicação é que esse tipo de escoamento é dirigido um fenômeno de drenagem do líquido sobre a ação da gravidade e gradiente nulo de pressão na bolha, como pôde-se observar na seção 3.7 do presente trabalho

#### **Agradecimentos**

Esse trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)

#### **Referências**

- BATCHELOR, G. K., **The stability of a Large Gas Bubble Rising Through Liquid**, Journal of Fluid Mechanics, v184, pp.399-422, 1987.
- BHAGA, T., WEBER, M., **Bubbles in Viscous Liquids: shapes, Wakes and Velocities**, Journal of fluid Mechanics, v105, pp. 61-85
- BRETHERTON, F. P., **The Motion of long Bubbles in Tubes**, Journal of fluid Mechanics, v10, pp. 166-188, 1961.
- BROWN, R. A. S., **The Mechanics of Large Gas Bubbles in Tubes – I. Bubble Velocities in Stagnant Liquids**. Canadian Journal of Chemical Engineering, v43(5), pp. 217-223, 1965.
- DAVIES, R. M., TAYLOR, G. I., **The Mechanics of Large Bubbles Rising Through Liquids in Tubes**. Proceedings Royal Society of London., A200, pp. 375-390, 1950.
- FERNANDES, R. C., SEMIAT, R., DUCKLER, A. E., **Hydrodynamic Model for Gas-Liquid Slug Flow in Vertical Tubes**. AIChE Journal, v29, nº 6, pp.981-989, 1983.
- FOX, R. W., McDONALD, A. T., **Introduction to Fluid Mechanics**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 5ª Ed. 1998, 762p.
- FUNADA, T., JOSEPH, D. D., MAEHARA, T., YAMASHITA, S., **Ellipsoidal Model f the Rise of a Taylor Bubble in a Round Tube**. International Journal of Multiphase Flow, v31, pp. 473-491, 2005.
- GOLDSMITH, H. L., MASON, S. G., **The Movement of Single Large Bubbles in Closed Vertical Tubes**, Journal of fluid Mechanics, v10, pp. 42-58, 1962.
- GRIFFITH, P., WALLIS, G. B., **Two-Phase Slug Flow**. Journal Heat Transfer, v83, pp. 307-320, 1961.
- KLINE, S. J., McCLINTOCK, F. A. **Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments**. Mechanical Engineering, v75, pp. 3-8, 1953.
- MOORE, D. W., **The Rise of a Gas Bubble in a Viscous Liquid**. Journal of Fluid Mechanics, v6, pp. 113-130, 1959.
- NICKLIN, D. J., WILKES, J. O., DAVIDSON, J. F., **Two-Phase Flow in Vertical Tubes**. Transactions of Institution of Chemical Engineers, v40, pp. 61-68, 1962.
- TAITEL, Y., BARNEA, D., **Two Phase Slug Flow**. In Advanced In Heat Transfer, v20, pp83-132, 1990.
- VIANA, F., PARDO, R., YÁNEZ, R., TRALLERO, J. L., JOSEPH, D. D., **Universal Correlation for the Rise Velocity of Longs Gas Bubbles in Round Pipes**. Journal of Fluid Mechanics, v494, pp. 379-398, 2003.
- WALLIS, G. B., **One Dimensional Two-Phase Flow**. New York: McGraw-Hill, 1969, 408p.
- WHITE, E. T., BEARDEMORE, R. H., **The Velocity of Rise of Single Cylindrical Air Bubbles Through Liquids Contained in Vertical Tubes**. Chemical. Engineering Science, v17, pp. 351-361, 1962.

ZUKOSKI, E. E., **Influence of Viscosity, Surface Tension, and Inclination Angle on Motion of Long Bubbles in Closed Tubes**, Journal of Fluid Mechanics, v25, pp. 821-837, 1966.

**TITLE**

Rise Bubble in Vertical Tubes in Stagnant Liquid: Experimental Analysis

**André Damiani Rocha**

[damiani@fem.unicamp.br](mailto:damiani@fem.unicamp.br)

**Eugênio Spanó Rosa**

[erosa@fem.unicamp.br](mailto:erosa@fem.unicamp.br)

University State of Campinas

Faculty of Mechanical Engineering – Department of Energy

PB: 6122 – ZIPCODE 13083-970 – Campinas – SP – Brazil

**Abstract**

The rise of air bubble in vertical tubes with stationary liquid was studied experimentally. The objective of the experiment was to determine the rising bubble velocity, the shape of the nose and tail and finally, its length. A estimate of the average thickness of the liquid film also was calculated. The carried through experimental tests had been divided in two groups. One where the liquid contained in the pipe was the water and another one contend pure glycerin. The viscosity range of the liquids is of approximately 1:1000. For each one of these tests others two tests had been carried through. One with upper/lower extremity of the pipe closed (Case) and another one with superior extremity of the closed pipe and inferior extremity of the open pipe (Case B). For the Case, tests had been carried through for bubble 40 and 130ml of air. From the measures of time of displacement of the nose of the bubble, it was possible to determine the speed of rise bubble and from photographs of the air bubble it was possible to also determine the form of the nose and tail of the bubble and its length. An analysis using the dimensionless numbers of Eötvös and Morton showed that the rise velocity of a air bubble in water is independent of viscosity and surface tension. For the glycerin, the rise velocity only depends on the forces viscosse. These results are presented and compared with results existing in literature.

Keywords: Taylor Bubble, Vertical Tube, Stagnant Liquid

# INFLUÊNCIA DA ORDEM DO ESQUEMA DE DISCRETIZAÇÃO NOS RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO GÁS-SÓLIDO NA COLUNA ASCENDENTE DE UM LEITO FLUIDIZADO CIRCULANTE

## Renato César da Silva

Departamento de Ciências Exatas, Campus Três Lagoas, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Av. Raulpho Marques Leal, 3484, CEP: 79620-080 - Três Lagoas - MS.  
rcsilva@ceul.ufms.br

## Luben Cabezas Gómez

Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Av. Trabalhador São-Carlense, N°400-Centro, São Carlos, SP. CEP 13566-590.  
lubencg@sc.usp.br

## Helio Aparecido Navarro

Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Av. 24-A, 1515, Cx. P 178, CEP 13506-700, Rio Claro, SP, Brazil.  
helio@rc.unesp.br

## Fernando Eduardo Milioli

Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos, Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Av. Trabalhador São-Carlense, N°400-Centro, São Carlos, SP. CEP 13566-590.  
lubencg@sc.usp.br

**Resumo.** Efeitos da ordem do esquema de discretização sobre resultados de simulação numérica para escoamentos monofásicos são amplamente discutidos na literatura. Entretanto, devido à complexidade do sistema de equações envolvido e dos métodos numéricos de solução, tais estudos tornam-se de difícil interpretação para escoamentos multifásicos. Neste trabalho avaliam-se os efeitos da ordem do esquema de discretização sobre os resultados de simulação para um escoamento gás-sólido no tubo ascendente de um leito fluidizado circulante (LFC). Desenvolve-se simulação numérica utilizando o modelo tradicional de dois fluidos calculando a viscosidade e pressão da fase sólida através de correlações empíricas. Nas simulações emprega-se o código MFIX desenvolvido no NETL (National Energy Technology Laboratory). Os resultados apresentados compreendem gráficos comparativos de perfis médios temporais locais e de perfis instantâneos das velocidades axial e radial, fração volumétrica e fluxo de massa de ambas as fases. Consideram-se os esquemas de discretização upwind de primeira ordem e esquemas TVD de segunda ordem. Comparações com dados experimentais também são apresentadas. No trabalho foram utilizadas três malhas computacionais em coordenadas cartesianas 2D. Os resultados mostram que a ordem do esquema de discretização exerce uma influência considerável no comportamento temporal e espacial do escoamento. Comparações considerando simulação tridimensional deverão esclarecer ainda mais as diferenças aqui apontadas.

*Palavras chave:* Escoamento gás-sólido, Leito fluidizado circulante, Esquemas de discretização, Difusão numérica.

## 1. Introdução

Muitos estudos de Dinâmica de Fluidos Computacional (DFC) têm sido desenvolvidos dando especial atenção à discretização das derivadas dos termos advectivos não lineares presentes nas equações de conservação. Diferentes tipos de aproximação têm sido propostas, entre as quais se destacam aproximações “upwind” de primeira ordem tais como FOUP - “First Order Upwind” (Courant *et al.*, 1952), HYBRID (Spalding, 1972) e PLDS - “Power-Law Differencing Scheme” (Patankar, 1980). Embora esses esquemas “upwind” de primeira ordem tenham sido muito empregados devido ao seu efeito de estabilização da solução numérica, muitos outros esquemas de ordem superior tem sido propostos visando a obtenção de resultados com menos influência da viscosidade numérica característica dos esquemas de primeira ordem. Entre esses esquemas podem-se destacar os seguintes: SUPERBEE (Sweby, 1984), SMART (Gaskell e Lau, 1988) e MINMOD (Harten, 1983), entre outros. Recentemente Guenther e Syamlal (2001) desenvolveram um estudo da influência do esquema de discretização sob o comportamento do escoamento gás-sólido num leito fluidizado borbulhante (LFB). De acordo com os resultados o esquema superbbee foi o que produz os melhores resultados em relação à dados experimentais da literatura. No caso de um leito fluidizado circulante (LFC), no melhor conhecimento dos autores, ainda um estudo desta natureza não foi desenvolvido.

No presente trabalho pretende-se avaliar a influência qualitativa no escoamento num LFC, quando se varia a ordem dos esquemas de discretização dos termos convectivos presentes nas equações de conservação. A avaliação dos resultados de simulação numérica será efetuada comparando-se parâmetros médios experimentais (fração volumétrica de sólido, velocidade do sólido e do gás e velocidade mássica do sólido) em diferentes seções do leito. Uma análise do

comportamento instantâneo do leito, dando ênfase à velocidade mássica também se faz necessária para uma melhor compreensão do efeito da difusão numérica quando se emprega o esquema de primeira ordem na resolução do sistema de equações envolvido. Uma discussão mais aprofundada pode ser encontrada em Cabezas-Gómez *et al.* (2006) e Silva (2006).

Para desenvolvimento da análise proposta, são utilizados resultados de simulação numérica do escoamento gás-sólido no tubo ascendente de um leito fluidizado circulante (LFC). Considera-se o procedimento tradicional que faz uso de correlações empíricas para o cômputo da pressão e da viscosidade dinâmica da fase sólida. Esse procedimento foi aplicado com sucesso por Tsuo e Gidaspow (1990), Sun e Gidaspow (1999), Huilin e Gidaspow (2003), e Cabezas-Gómez e Milioli (2003, 2004, 2005a,b), entre outros. Nele a viscosidade da fase sólida é calculada a partir de correlações obtidas de dados experimentais, basicamente apenas em função da fração volumétrica de sólidos. Já a pressão da fase sólida é calculada usando correlações empíricas em função do denominado módulo de elasticidade que considera as colisões entre as partículas. Todas as simulações numéricas foram desenvolvidas considerando a instalação descrita em Luo (1987).

## 2. Formulação matemática

As simulações apresentadas no presente trabalho foram desenvolvidas com o código MFIX (Syamlal *et al.*, 1993). Este código é amplamente utilizado para simulação de escoamentos multifásicos gás-sólido (Guenther e Syamlal, 2001, Gelderbloom *et al.*, 2003, Gera *et al.*, 2004, Cabezas-Gómez *et al.*, 2006, entre outros). O modelo matemático usado apresenta-se na Tabela 1. Utiliza-se o denominado modelo hidrodinâmico B, inicialmente desenvolvido no IIT (Gidaspow, 1994).

Na Tabela 1 os subscritos (g) e (s) são usados para as fases gasosa e sólida, respectivamente.  $v_g$  e  $v_s$  são as velocidades locais temporais (m/s),  $\rho_g$  e  $\rho_s$  são as densidades ( $\text{kg/m}^3$ ),  $\alpha_g$  e  $\alpha_s$  representam as frações volumétricas, e  $\tau_g$  e  $\tau_s$  o termo viscoso do tensor das tensões (Pa). A variável, P representa a pressão termodinâmica do gás (Pa), g é a aceleração da gravidade ( $\text{m/s}^2$ ),  $g_0$  representa a função radial de distribuição, G é o módulo de elasticidade da fase sólida ( $\text{N/m}^2$ ), e  $\beta$  é a função de arrasto na interface ( $\text{kg/m}^2\text{-s}$ ).  $C_{Ds}$  caracteriza o coeficiente de arrasto na interface gás-sólido para uma partícula num meio infinito,  $Re_s$  é o número de Reynolds baseado no diâmetro de partícula médio  $d_p$ ,  $\phi_s$  é a esfericidade das partículas,  $\mu$  e  $\lambda$  representam as viscosidades dinâmica e volumétrica, respectivamente ( $\text{kg/m-s}$ ), e o coeficiente de restituição partícula-partícula,  $R_g$  a constante dos gases ideias para o gás ( $\text{J/kg-K}$ ), e t o tempo (s).

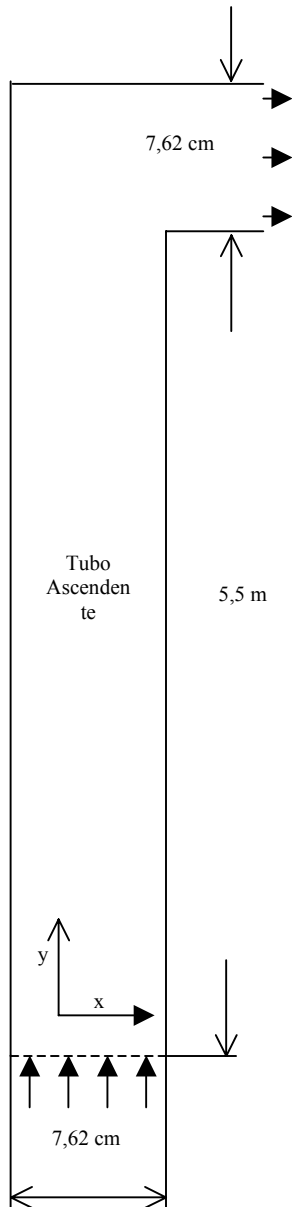
Tabela 1. Modelo hidrodinâmico B utilizado nas simulações do presente trabalho.

1. Equação da continuidade, fase k (k = g, s) $\frac{\partial(\rho_k \alpha_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k v_k) = 0$	6. Definição da fração volumétrica $\alpha_g + \alpha_s = 1$
2. Equações da quantidade de movimento Fase gasosa: $\frac{\partial(\rho_g \alpha_g v_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \alpha_g v_g v_g) = -\nabla P - \beta_B (v_g - v_s) + \nabla \cdot (\alpha_g \tau_g) + \rho_g g$ Fase sólida: $\frac{\partial(\rho_s \alpha_s v_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s v_s v_s) = \beta_B (v_g - v_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \tau_s) - G \nabla \alpha_s + (\rho_s - \rho_g) \alpha_s g$	7. Equação de estado $\rho_g = P/(R_g T) \quad \text{e} \quad \rho_s = \text{constante}$
3. Tensor das tensões, fase k (k = g, s) $\tau_k = \mu_k \left[ \nabla v_k + (\nabla v_k)^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v_k) I \right]$	8. Função de arrasto na interface, $\beta$ Ergun (1952) for $\alpha_s \geq 0.2$ : $\beta = 150 \frac{\alpha_s^2 \mu_g}{\alpha_g^2 (d_p \phi_s)^2} + 1.75 \frac{\rho_g \alpha_s  v_g - v_s }{\alpha_g d_p \phi_s}$ Wen e Yu (1966) for $\alpha_s < 0.2$ : $\beta = \frac{3}{4} C_{Ds} \frac{\rho_g \alpha_s \alpha_g  v_g - v_s }{(\alpha_g d_p \phi_s)} \alpha_g^{-2.65}$
4. Módulo de elasticidade da fase sólida $G(\alpha_g) = 10^{-8.76\alpha_g + 5.43} \text{ Pa/m}^2$	Onde $C_{Ds} = \begin{cases} \frac{24}{Re_s} (1 + 0.15 \cdot Re_s^{0.687}) & Re_s < 1000 \\ 0.44 & Re_s \geq 1000 \end{cases}$
5. Viscosidade dinâmica da fase sólida $\mu_s = 0,5 \alpha_s \quad \text{e} \quad \mu_s = 0,165 \alpha_s^{1/3} g_0$	e $Re_s = \frac{\alpha_g \rho_g  v_g - v_s  d_p \phi_s}{\mu_g}$



### 3. Geometria e condições de simulação

Na Figura 1 mostra-se o domínio computacional empregado nas simulações desenvolvidas. Considera-se sistema cartesiano de coordenadas. As dimensões geométricas e condições iniciais e de contorno de entrada estão especificadas na Figura. No caso da fase gasosa considera-se a condição de não deslizamento. Para a fase sólida utiliza-se a condição de deslizamento parcial na direção tangencial à parede de acordo com Ding e Gidaspow (1990) (esta condição de deslizamento parcial para a fase sólida foi implementada no MFIX para o desenvolvimento deste trabalho). Na direção normal considerou-se velocidade nula para ambas as fases. Para a pressão e a fração de sólido nas paredes considerou-se deslizamento livre, ou seja, gradiente nulo na direção normal à parede.



#### Dados da simulação:

Diâmetro das partículas:  $d_p = 520 \mu\text{m}$

Densidade do sólido:  $\rho_s = 2620 \text{kg/m}^3$

Fluxo mássico da fase sólida:  $G_s = 24,9 \text{kg/(m}^2\text{s)}$

Viscosidade do gás:  $\mu_g = 1,8 \times 10^{-5} \text{Pa s}$

#### Condições iniciais:

Tubo ascendente sem sólido

$P = 101,325 \text{ kPa}$

$T = 300 \text{ K}$

#### Condições de contorno na entrada:

$v_s = 0,386 \text{ m/s}$

$v_g = 4,979 \text{ m/s}$

$\alpha_s = 0,0246$

$P = 120,6639 \text{ kPa}$

$T = 300 \text{ K}$

#### Condições de contorno na saída:

Condição de continuidade:  $\frac{\partial f}{\partial n} = 0$

onde  $f$  pode ser  $\alpha_g$ ,  $u_g$  ou  $u_s$ .

Pressão do gás fixa:  $P = 117,2049 \text{ kPa}$

#### Condições de contorno nas paredes:

Fase gasosa: não deslizamento

Fase sólida: deslizamento parcial  $\vec{v}_{s,w} = -\frac{d_p}{\alpha_s^{1/3}} \frac{\partial \vec{v}_s}{\partial n}$

Fração de sólido e pressão do gás: deslizamento livre

#### Condições computacionais:

Malha 1: (10x146) 1460 nós:  $\delta x = 0,762 \text{ cm}$ ,  $\delta y = 3,81 \text{ cm}$

Malha 2: (15x146) 2190 nós:  $\delta x = 0,508 \text{ cm}$ ,  $\delta y = 3,81 \text{ cm}$

Malha 3: (20x146) 2920 nós:  $\delta x = 0,381 \text{ cm}$ ,  $\delta y = 3,81 \text{ cm}$

Tempo real de cálculo:  $t = 100 \text{ s}$

Figura 1. Geometria e condições iniciais e de contorno usadas nas simulações assumindo coordenadas cartesianas. (Dados para a instalação do IIT reportados em Luo, 1987).

### 4. Resultados de simulação

A primeira análise mostrada nesta seção relaciona-se com o estudo da influência do tamanho de malha nos resultados de simulação. No presente trabalho, são utilizados três tamanhos de malha diferentes como descrito na Figura 1. Comparam-se os resultados obtidos com o modelo tradicional considerando a correlação linear para a viscosidade do sólido, veja Tabela 1. Durante o estudo da influência do tamanho de malha, aborda-se também a influência da ordem do esquema numérico usado para a discretização do termo advectivo presente nas equações de transporte para ambas as fases.

Nas Figuras 2, 3 e 4 mostram-se os perfis radiais médios no tempo da velocidade axial das fases sólida e gasosa e da fração volumétrica de sólido, respectivamente aos 3,4 metros acima da entrada do leito. Na Figura 5 mostram-se os perfis radiais médios no tempo do fluxo de sólido mássico aos 5,3 metros acima da entrada do leito. Em todas as figuras mostram-se os resultados para os três tamanhos de malha empregados no trabalho (ver Figura 1). Os resultados são comparados com os dados experimentais de Luo (1987), considerando o esquema “upwind” (Foup) e o esquema de segunda ordem Superbee. Em todas as figuras acima mencionadas observa-se que as soluções obtidas para as três malhas apresentam comportamento qualitativo semelhante, independentemente da ordem do esquema numérico utilizado para a discretização dos termos advectivos.

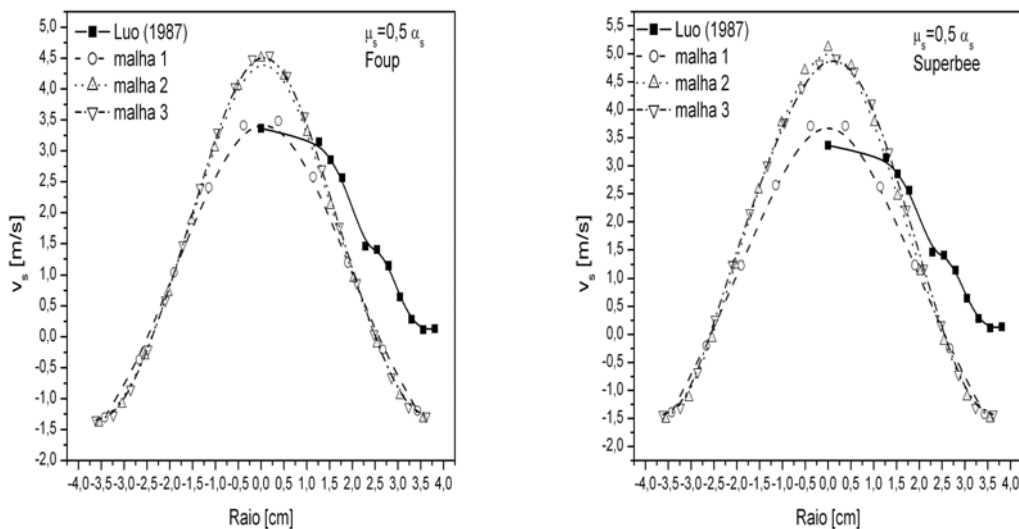


Figura 2. Perfis radiais da velocidade axial média no tempo da fase sólida 3,4 metros acima da entrada. [■ dados experimentais (Luo, 1987)].

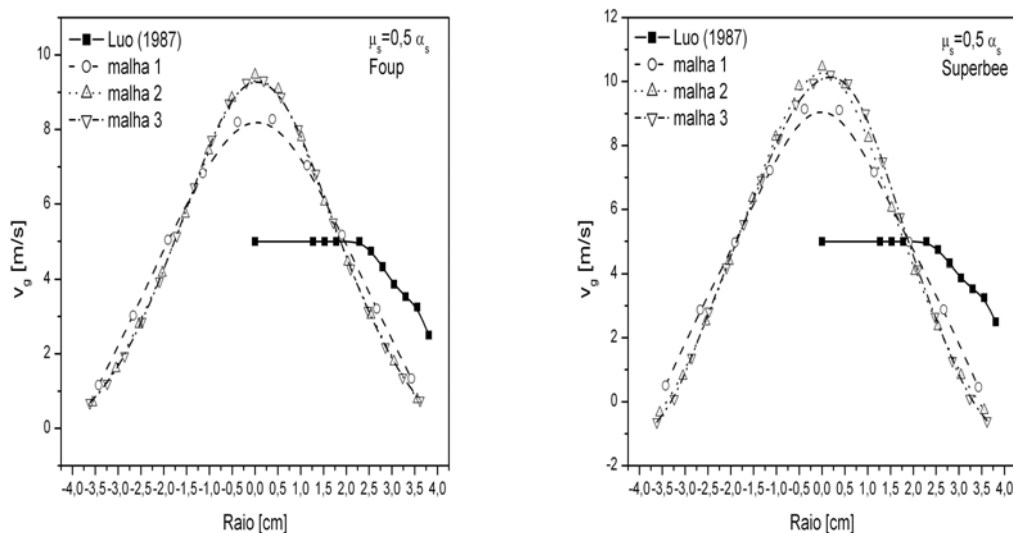


Figura 3. Perfis radiais da velocidade axial média no tempo da fase gasosa 3,4 metros acima da entrada. [■ dados experimentais (Luo, 1987)].

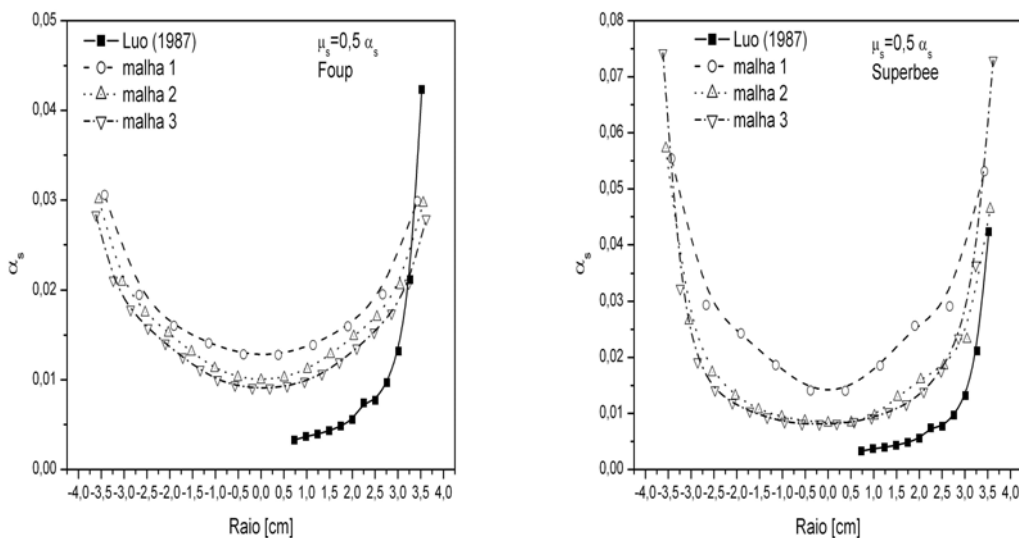


Figura 4. Perfis radiais da fração volumétrica de sólidos média no tempo, 3,4 metros acima da entrada. [■ dados experimentais (Luo, 1987)].

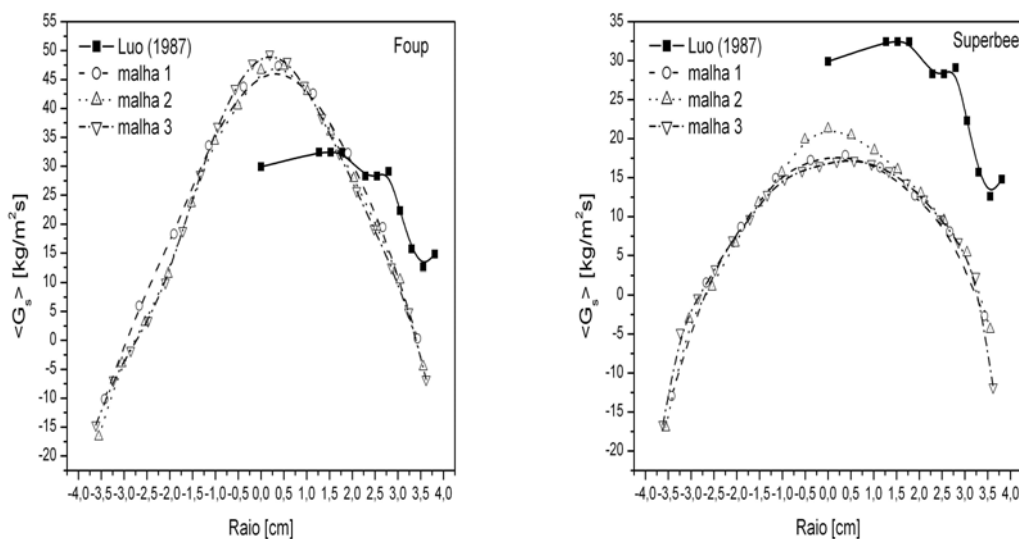


Figura 5. Perfis radiais da velocidade mássica da fase sólida média no tempo 5,3 metros acima da entrada para os três tamanhos de malha mostrados na Figura 4.1. [■ dados experimentais (Luo, 1987)].

Os resultados de simulação obtidos com o emprego das malhas 2 e 3 apresentam pequenos desvios entre si e grandes desvios em relação à malha 1. Esta característica pode ser devida ao modelo matemático empregado (modelo tradicional com a correlação linear para a viscosidade do sólido). Caso seja considerado o comportamento instantâneo do leito, o tamanho de malha deverá continuar influenciando os resultados de simulação.

Comparando os resultados (perfis radiais de fração de sólido, e velocidade axial das fases sólida e gasosa) obtidos por simulação com os valores experimentais, nota-se de forma geral que as previsões apresentam um comportamento mais adequado perto das paredes e menos favorável no centro da coluna. Observa-se que os resultados obtidos na malha 1 apresentam em relação aos dados experimentais desvios menores para a velocidade do gás em toda a seção transversal da coluna e para a velocidade do sólido no centro da coluna. Para esta última variável, não se observa diferença no comportamento perto das paredes para as três malhas empregadas. No caso da fração volumétrica de sólido, as malhas 2 e 3 mostram um melhor comportamento em relação aos valores experimentais. Entretanto, em todos os casos o modelo superestima o valor médio temporal desta variável.

Observando-se a Figura 5, nota-se que os perfis do fluxo de sólido mássico local apresentam características qualitativas e quantitativas semelhantes para as malhas estudadas quando são considerados os esquemas de discretização de forma separada. Também se torna evidente uma diferença substancial nos resultados de simulação quando se compara o esquema numérico de discretização Foup e Superbee. Os resultados de simulação sugerem que para um esquema de segunda ordem necessita-se de mais tempo de simulação para estabelecer-se o fluxo mássico oscilante em torno do valor médio experimental de  $24,9 \text{ kg/m}^2\text{s}$  obtido por Luo (1987).

Este fato é reforçado quando se analisa a Figura 6, onde se mostra o sinal temporal, médio na seção, do fluxo mássico 5,3 metros acima da entrada do leito. Nesta figura está claro que o padrão para o fluxo mássico (oscilante em torno do valor médio experimental de  $24,9 \text{ kg/m}^2\text{s}$ ) estabelece-se após 70 segundos de simulação quando se emprega o esquema Superbee. No caso do esquema Foup não leva mais do que 25 segundos. Este fato é determinante para as diferenças observadas na Figura 5, pois as médias foram calculadas no intervalo de tempo entre 20 e 100 segundos para os esquemas considerados.

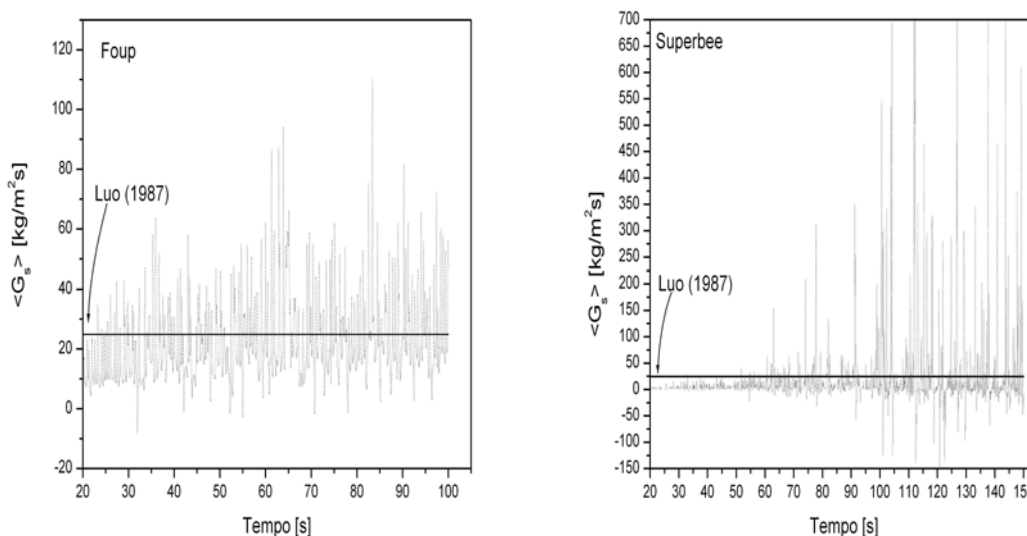


Figura 6. Variação temporal média na seção da velocidade mássica do sólido a 5,3 metros acima da entrada do leito para a viscosidade do sólido linear, considerando-se a malha 3 e esquemas Foup e Superbee.

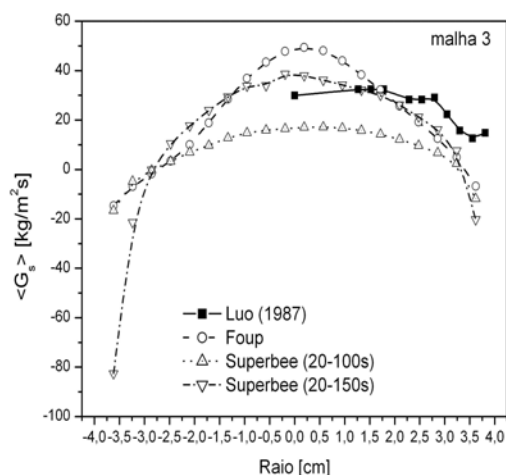


Figura 7. Perfis radiais do fluxo mássico de sólidos médio no tempo 5,3 metros acima da entrada. Considera-se os esquemas Foup e Superbee com médias calculadas entre 20 e 100 s e Superbee entre 20 e 150 s. [■ dados experimentais (Luo, 1987)].

Ao se calcular o valor médio entre 20 e 150 segundos para a velocidade mássica do sólido considerando-se o esquema Superbee, pode-se observar que os resultados de simulação tornam-se melhores quando comparados com os dados experimentais, como se mostra na Figura 7. A partir dos resultados apresentados nas Figuras 5, 6 e 7 pode-se ver que o esquema de primeira ordem, Foup, superestimou os valores médios para a velocidade mássica do sólido. Os resultados obtidos com o esquema Superbee são mais adequados em relação aos dados experimentais, além de capturar uma influência mais intensa da geometria do leito por meio do fluxo descendente na parede esquerda (valores negativos da velocidade mássica do sólido).

As diferenças apontadas nas Figuras 5, 6 e 7 sugerem que os resultados estariam sob considerável influência da difusão numérica típica dos esquemas de primeira ordem. Infelizmente uma afirmação taxativa não se torna possível com as simulações presentes, pois se necessitaria de simulações em malhas mais finas onde seja minimizada a influência da malha. Malhas mais finas reduzem a difusão numérica com qualquer esquema de interpolação. Contudo, variações mais significativas nos resultados devem ocorrer para esquemas interpolativos de primeira ordem.

A malha mais fina (malha 3) utilizada nas simulações presentes tem duas vezes mais células (2920 células) do que a malha mais grossa (malha 1 com 1460 células). Embora isto represente um certo grau de refinamento, a malha mais fina utilizada ainda é muito deficiente. As malhas utilizadas neste trabalho foram estimadas considerando limitações computacionais, e possivelmente estão distantes da precisão requerida para a independência de malha dos resultados preditos. Experimentos adicionais nesta linha são claramente necessários. Porém deve-se destacar que Agrawal et al. (2001) afirmaram que devido ao caráter instável de escoamentos gás-sólido é pouco provável achar soluções independentes do tamanho de malha, mesmo refinando bem o domínio computacional.

Nas Figuras 8 - 11 apresentam-se comparações adicionais com o intuito de observar a influência exercida pelos esquemas de discretização no comportamento médio do leito, quando consideradas separadamente duas correlações para o cálculo da viscosidade dinâmica do sólido. Para esta análise toma-se por base os resultados de simulação obtidos com a malha 3.

Segundo Peirano e Leckner (1998), num sistema típico de produção de energia elétrica o perfil axial da concentração média de sólidos divide-se em três zonas. Na base da coluna (zona inferior) tem-se uma região de entrada de gases e sólidos com fração volumétrica média de sólidos constante entre 0,2 e 0,4. Logo acima se forma uma região densa – “splash zone” caracterizada por uma variação exponencial da concentração de sólidos com a altura ( $\alpha_s < 0,2$ ). Acima da região densa forma-se a região de transporte (ou região de arrasto) que domina o escoamento em colunas circulantes, caracterizada por fração volumétrica média de sólidos entre 0,02 e 0,05. Essa região também apresenta uma variação exponencial da concentração média de sólidos, porém mais suave com relação à zona anterior.

Na Figura 8 (a) e (b) observa-se que da base do leito até à sua metade, ocorre uma acentuada variação da fração volumétrica de sólido para todos os  $\mu_s$  e ambos os esquemas de interpolação. Em todos os casos, os resultados são coerentes com o comportamento experimental. O esquema de alta ordem (Superbee) prediz maiores  $\alpha_s$  em relação ao de primeira ordem. Acredita-se que essa diferença deva-se à difusão numérica.

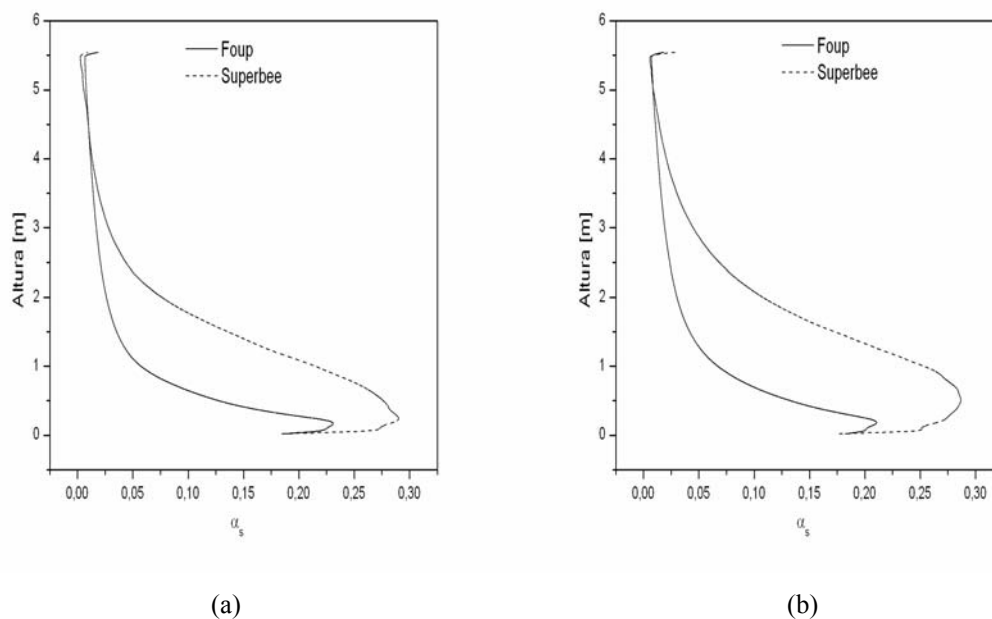


Figura 8. Perfis axiais da fração volumétrica da fase sólida média no tempo para: (a) correlação linear para a viscosidade do sólido e (b) correlação baseada na TCEG para a viscosidade do sólido. Considerando os esquemas Foup e Superbee para os termos advectivos.

A Figura 9 ilustra o comportamento da componente radial da velocidade do sólido, 3,4 metros acima da entrada do leito. Nesta figura observa-se que apesar dos resultados apresentarem valores absolutos baixos e da mesma ordem de grandeza, há uma diferença notável dos resultados obtidos para os diferentes esquemas. A principal consequência que pode ser deduzida dos resultados apresentados é a expectativa que o fluxo de sólido nas paredes deve ser maior para os esquemas de ordem elevada. Este comportamento observa-se parcialmente na Figura 10 onde se mostra uma comparação do fluxo de sólido médio no tempo na seção 5,3 metros acima da entrada do leito. Nesta figura mostra-se que o esquema de interpolação dos termos advectivos afeta menos os resultados quando se calcula  $\mu_s$  baseado na teoria cinética dos escoamentos granulares (TCEG). Isso sugere que, nesse caso, a difusão numérica torna-se menos significativa diante da difusão física.

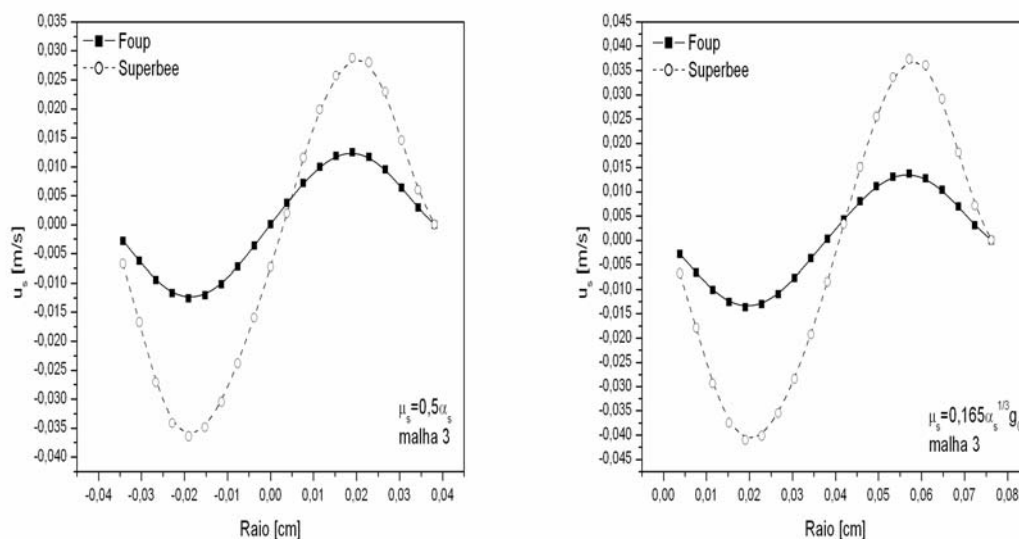


Figura 9. Perfis médios no tempo para a componente radial da velocidade para a fase sólida, 3,4 metros acima da entrada, considerando as duas correlações para a viscosidade do sólido e esquemas Foup e Superbee para os termos advectivos.

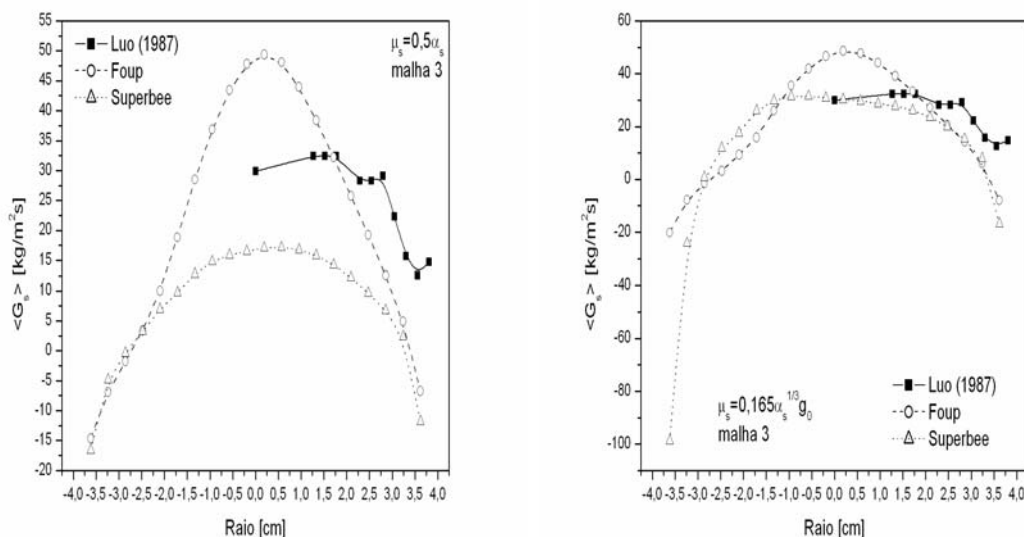


Figura 10. Perfis médios no tempo do fluxo mássico de sólidos, 5,3 metros acima da entrada. Considera-se a correlação linear e a baseada na TCEG para a viscosidade do sólido, assim como os esquemas Foup e Superbee.

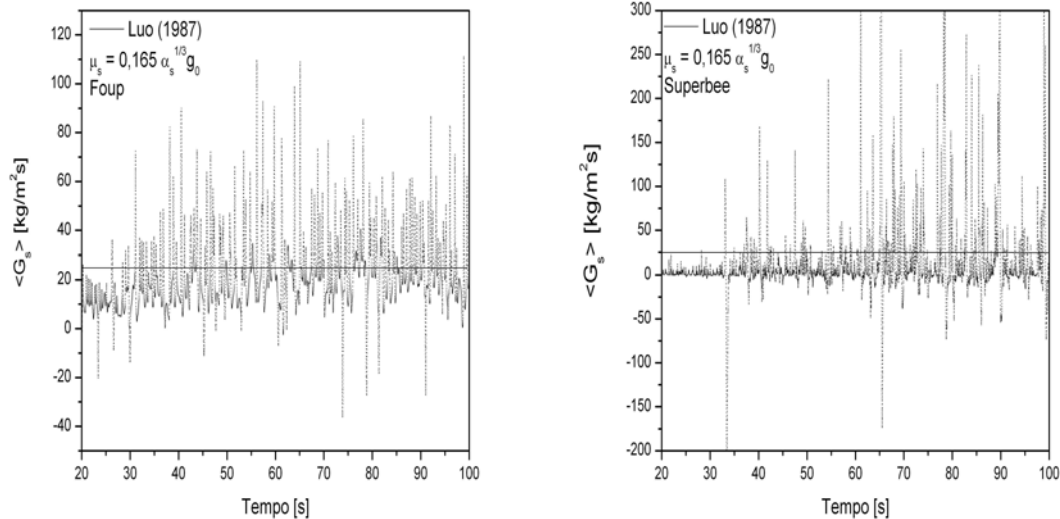


Figura 11. Variação temporal média na seção da velocidade mássica do sólido a 5,3 metros acima da entrada do leito para a correlação da viscosidade do sólido baseada na TCEG, considerando-se a malha 3 e esquemas Foup e Superbee.

O resultado mostrado na Figura 11 contribui para esta evidência. Pode-se adicionar que a viscosidade numérica intrínseca aos esquemas de discretização atenua este fenômeno.

Na Tabela 2 apresenta-se o custo computacional considerando o tempo de processamento para as duas correlações empíricas da viscosidade do sólido. A razão tempo de processamento é tomada a partir do quociente entre o tempo de processamento para a viscosidade linear e a parcialmente baseada na TCEG, isto é:

$$R_{\text{temp}} = \frac{t_{\mu_s=0,5\alpha_s}}{t_{\mu_s=0,165\alpha_s^{1/3}g_0}} \quad (1)$$

Na Tabela 2 nota-se que o modelo que utiliza a viscosidade linear apresenta um menor custo computacional, considerando-se o tempo de processamento para os esquemas Foup e Superbee. Este comportamento era esperado devido ao número de operações necessárias para o computo de  $\mu_s$  com o modelo baseado na TCEG em relação ao modelo linear.

Tabela 2: Análise de custo para o tempo de processamento em relação às correlações empíricas para a viscosidade do sólido

Esquemas	Foup	Superbee
Razão tempo de processamento	0,855783563	0,9522673

## 5. Conclusões

Com base nos resultados apresentados na seção de resultados pode-se concluir que a correlação para a viscosidade do sólido dada por:  $\mu_s = 0,165 \alpha_s^{1/3} g_0$  com  $g_0 = [1 - (\alpha_s/\alpha_{s,max})^{1/3}]^{-1}$  apresentou resultados mais consistentes em relação à correlação dada pela relação:  $\mu_s = 0,5 \alpha_s$ . Estas diferenças foram evidenciadas quando se empregou o esquema de discretização de segunda ordem de precisão para ambas as correlações e comparando com os resultados experimentais. Adiciona-se a isto que a difusão numérica presente em maior grau no esquema Foup “suavizou” a solução de tal forma que ambas as correlações proporcionaram resultados qualitativamente e quantitativamente iguais. As diferenças foram notadas quando se utilizou o esquema Superbee, culminando na necessidade de um maior tempo de simulação para o estabelecimento do fluxo mássico oscilante em torno do valor médio experimental obtido por Luo (1987) para o modelo de viscosidade linear com o esquema Superbee. Este procedimento não se torna necessário quando se emprega a correlação baseada na TCEG.

## 6. Agradecimentos

O primeiro e segundo autores agradecem o suporte recebido da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) através de uma bolsa de estudo de doutoramento PICDT, a FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) através de uma bolsa de estudo de pós-doutorado (processo 02/12038-8),

respectivamente. As simulações numéricas foram desenvolvidas com o código MFIX fornecido pelo NETL (National Energy Technology Laboratory - www.mfix.org). Os autores agradecem a disponibilidade do código e o suporte fornecido pelos pesquisadores que desenvolvem o MFIX.

## 7. Referências

- Boemer, A., Qi, H., Renz, U., Vasquez, S. and Boysan, F., 1995, "Eulerian computation of fluidized bed hydrodynamics - A comparison of physical models", Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Fluidized Bed Combustion, Vol. 2, pp. 775.
- Cabezas-Gómez, L., 2003, "Modelagem matemática e simulação numérica de escoamentos bifásicos gás-sólido no tubo ascendente de leitos fluidizados circulantes", Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil, 208 p.
- Cabezas-Gómez, L. e Milioli, F.E., 2003, "A Parametric Study of the Gas-Solid Flow in the Riser of a Circulating Fluidized Bed Through Continuous Eulerian Modeling", Powder Technology, Vol.132, No. 2-3, pp. 216.
- Cabezas-Gómez, L. e Milioli, F. E., 2004, "A numerical simulation analysis of the effect of the interface drag function on cluster evolution in a CFB riser gas-solid flow", Brazilian J. of Chemical Engng., Vol.21, No. 4, pp. 569.
- Cabezas-Gómez, L. e Milioli, F. E., 2005a, "Collisional solid's pressure impact on numerical results from a traditional two-fluid model", Powder Technology, Vol.149, No. 2-3, pp. 78.
- Cabezas-Gómez, L. e Milioli, F. E., 2005b, "Numerical simulation of fluid flow in CFB risers - a turbulence analysis approach", Journal of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., Vol.XXVII, No. 2, pp. 141.
- Cabezas-Gómez, L. Silva, R.C. e Milioli, F. E., 2006, "Some modeling and numerical aspects in the two-fluid simulation of the gas-solids flow in a CFB riser", Accepted for publication in the Brazilian J. of Chemical Engineering.
- Courant, R., Isaacson, E., and Reeves, M., 1952, "On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences". *Comm. Pure and Applied Mathematics*, 5, pp. 243-255. 1952.
- Ding, J. e Gidaspow, D., 1990, "A Bubbling Model Using Kinetic Theory of Granular Flow", AIChE Journal, Vol.36, No. 4, pp. 523.
- Ergun, S., 1952, "Fluid Flow through Packed Columns", Chemical Engineering Progress, Vol.48, No. 2, pp. 89.
- Gaskell, P. e Lau, A., 1988, "Curvature-compensated Convective Transport: Smart, A New Boundedness – Preserving Transport Algorithm", International J. Numerical Methods in Fluids, Vol.8, pp. 617-641.
- Gelderblom, S. J., Gidaspow, D. e Lyczkowski, R. W., 2003, "CFD Simulations of bubbling/collapsing fluidized beds for three Geldart Groups", AIChE Journal, Vol.49, No. 4, pp. 844.
- Gera, D., Syamlal, M. e O'Brien, T.J., 2004, "Hydrodynamics of particle segregation in fluidized beds", International J. of Multiphase Flow, Vol.30, pp. 419.
- Gidaspow, D., 1994, "Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions", Academic Press, Boston, p.
- Guenther, C. e Syamlal, M., 2001, "The effect of numerical diffusion on simulation of isolated bubbles in a gas-solid fluidized bed", Powder Technology, Vol.116, pp. 142.
- Huilin, L. e Gidaspow, D., 2003, "Hydrodynamic Simulations of Gas-Solid Flow in a Riser", Industrial Engng. Chemistry Research, Vol.42, pp. 2390.
- Lun, C.K.K., Savage, S.B., Jeffrey, D.J. e Chepuriniy, N., 1984, "Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in coquette flow and slightly inelastic particles in a general flow field", Journal of Fluid Mechanics, Vol.140, pp. 223.
- Luo, K.M., Dilute-Phase and Maximum Solids-Gas Transport. Ph.D. diss., Illinois Institute of Technology, Chicago (1987).
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". *Hemisphere, New York*.
- Peirano, E.; Leckner, B., 1998, "Fundamentals of turbulent gas-solid flows applied to circulating fluidized bed combustion". *Progress in Energy and Combustion Science*, v.24, n.4, p.259-296.
- Raithby, D.D., 1976, "Skew upstream differencing schemes for problems involving fluid flow". *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 9, 153-164.
- Silva, R.C., 2006, "Modelagem euleriana do escoamento gás-sólido em leito fluidizado circulante: análise da influência de parâmetros físicos e numéricos nos resultados de simulação", Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil, 186 p.
- Spalding, D.B., 1972, "A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives". *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, 4, 551-559.
- Syamlal, M., Rogers, W., e O'Brien T.J., MFIX Documentation Theory Guide. U.S. Department of Energy, Morgantown Energy Technology Center, Technical Note DOE/MET-94/1004 (1993).
- Sun, B. e Gidaspow, D., 1999, "Computation of Circulating fluidized bed riser flow for the Fluidization VIII benchmark test", Industrial Engng. Chemistry Research, Vol.38, pp. 787.
- Tsuo, Y.P. e Gidaspow, D., 1990, "Computation of Flow Patterns in Circulating Fluidized Beds", AIChE Journal, Vol.36, No. 6, pp.885.



van Wachem, B.G.M., Schouten, J.C., Krishna, R. e van den Bleek, C.M., 1998, "Eulerian Simulations of Bubbling Behavior in Gas-Solid Fluidized Beds", Computers Chemical Engng., Vol.22, Suppl. pp. S299.  
Wen, C.Y. e Yu, Y.H., 1966, "Mechanics of Fluidization", Chemical Engineering Progress Symposium Series, Vol.62, No. 62, pp. 100.

## **INFLUENCE OF THE DISCRETIZATION SCHEME ORDER ON NUMERICAL RESULTS OF THE GAS-SOLID FLOW IN A RISER OF A CFB**

Renato César da Silva

Departamento de Ciências Exatas, Campus Três Lagoas, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Av. Ranulpho Marques Leal, 3484, CEP: 79620-080 - Três Lagoas – MS.  
rcsilva@ceul.ufms.br

Luben Cabezas Gómez

Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Av. Trabalhador São-Carlense, N°400-Centro, São Carlos, SP. CEP 13566-590.  
lubencg@sc.usp.br

Helio Aparecido Navarro

Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Av. 24-A, 1515, Cx. P 178, CEP 13506-700, Rio Claro, SP, Brazil.  
helio@rc.unesp.br

Fernando Eduardo Milioli

Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos, Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Av. Trabalhador São-Carlense, N°400-Centro, São Carlos, SP. CEP 13566-590.  
lubencg@sc.usp.br

### **Abstract**

*Effects of the order of discretization schemes on numerical simulation results for single phase flows are widely argued in the literature. However, due to the complexity of system equations and of the numerical solution methods, such studies become of difficult interpretation for multiphase flows. In this work is studied how the order of the discretization schemes of the advective terms influences the numerical simulation results of the gas-solid two-phase flow in a riser of a circulating fluidized bed (CFB) system. The numerical simulations are developed using the traditional two-fluid model where the solid phase pressure and dynamic viscosity are computed using empirical correlations. For this purpose is used the MFIX code developed in the NETL (National Energy Technology Laboratory). The numerical results are compared with the available experimental data, considering the mean time radial profiles of the axial velocity of both phases, solid volumetric fraction and mass solid flow. Other simulations results are also shown comprehending axial profiles of the solid volumetric fraction and temporal variation of the mass solid flow at the riser outlet. All the numerical results ere obtained considering discretization schemes of the first (upwind) and second order (TVF type schemes) and using three computational meshes in a bi-dimensional domain employing a Cartesian system of coordinates. The obtained results show that the order of the discretization schemes exerts a considerable influence over the temporal and mean time spatial flow behavior. Future comparisons considering tri-dimensional numerical comparisons should help to understand better the appointed differences in the present work.*

Keywords: Gas-solid flow, Circulating fluidized bed, Discretization schemes, Numerical diffusion.

## TWO-FLUID SIMULATION OF THE GAS-SOLID FLOW IN THE RISER OF A CIRCULATING FLUIDIZED BED

**Christian C. Milioli**

Group of Thermal and Fluids Engineering, School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense 400, 13566-590, São Carlos - SP, Brazil  
ccosta@sc.usp.br

**Fernando E. Milioli**

Group of Thermal and Fluids Engineering, School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense 400, 13566-590, São Carlos - SP, Brazil  
milioli@sc.usp.br

***Abstract.** The complex gas-solid flow patterns that develop inside risers of circulating fluidized bed reactors determine reaction rates, so that rigorous hydrodynamic descriptions are required. Two-fluid modeling is currently considered to be the most practical choice for providing such descriptions. However, while producing qualitatively correct results, current two fluid models are still very crude and quantitative accuracy seem to be out of reach. This work brings a discussion relevant to this issue. A two-fluid simulation is performed to describe the hydrodynamics of a riser flow. Operational conditions typical of circulating fluidized bed coal combustion are considered. Time averaged results are produced and compared to both experiment and other literature two-fluid predictions. A discussion is provided regarding the accuracy of the results. It is concluded that the current two-fluid models applied to gas-solid flows are still very crude, and can not provide quantitative accurate results.*

***Keywords.** two-fluid model; two-fluid simulation; circulating fluidized bed; gas-solid flow.*

### 1. Introduction

Gas-solid flows in risers of circulating fluidized beds are characterized by highly intense formation and dissipation of coherent structures generally known as clusters. The chaotic motion of clusters cause the hydrodynamics to be quite unstable and turbulent. Clusters are formed due to inelastic collisions among particles. Yet, those collisions are supposed to be significantly affected by the interstitial gas phase, which acts on the particles causing both velocity fluctuations and dumping. These effects are also responsible for cluster dissipation.

Any mathematical model for accurately predicting reaction yields in risers must include accurate hydrodynamic descriptions. Currently, the most practical approach for providing such descriptions comes from two-fluid models (Sundaresan, 2000). Such models are based on continuum conservative formulations for all the phases, no matter macroscopically continuous or dispersed (Jackson, 1963; Murray, 1965; Pigford and Barron, 1965; Soo, 1967; Anderson and Jackson, 1967; Drew, 1971).

The main difficulties in two-fluid formulations relate to the establishment of suitable closure relations. Those comprise continuum properties for dispersed phases and parameters defining interface momentum exchanges. Aiming to perform direct simulation alike predictions, micro-scale relations have been derived through an analogy with the kinetic theory of dense gases, known as kinetic theory of granular flows (Jenkins and Savage, 1983; Lun et al., 1984; Gidaspow, 1994). Otherwise, targeting large eddy simulation alike predictions, attempts have been made to correlate meso-scale effects from both empiricism (Miller and Gidaspow, 1992; Huilin and Gidaspow, 2003) and computational experiment (Agrawal et al., 2001; Andrews IV et al., 2005).

Both direct and large eddy simulation alike predictions have been performed by many researchers (Tsuo and Gidaspow, 1990; Mathiesen et al., 2000; Zhang and Van der Hyden, 2001; Agrawal et al., 2001; Cabezas-Gómez and Milioli, 2003; Andrews IV et al., 2005; Georg, 2005; Milioli and Milioli, 2005; among others). Jackson (2000) notes that current two-fluid models seem to catch the right qualitative features of gas-solid flows, but observes that no evidence is provided that they are quantitatively correct. This statement seems to remain up-to-dated. For instance, closure relations derived from the kinetic theory of granular flows have been revised by Boemer et al. (1995) and Van Wachem et al. (1999). In both of those works the authors found very significant divergences among different correlations for the same parameter, indicating that the kinetic theory of granular flows requires improvement.

The lack of knowledge on gas-solid flows turbulence is also an obstacle to overcome in the search for better quantitative results. Sinclair and Jackson (1989) observed that the effect of particles on turbulent structures is not known. Working on this issue, Agrawal et al. (2001) showed through computational experiments that the turbulence of the gas phase has little effect over the average gas-solid flow. Regarding the turbulence of the solid phase, the authors found the meso-scale solid phase viscosity to be inversely proportional to the macro-scale strain rate. They observe that this behavior is contrary to that of single-phase turbulent flows, where the meso-scale viscosity is directly proportional to the macro-scale strain rate. Following the proposition of Agrawal et al. (2001), Andrews IV et al. (2005) formulated closure relations derived from computational experiment, which were reputed as first approximations and ad-hoc.

Despite the efforts, the current literature presents no recognized meso-scale turbulence model suitable for gas-solid flows.

There is no doubt that the current two-fluid models can predict macro-scale turbulence. At what accuracy, however, it remains an open question. This work brings a discussion relevant to this issue. A two-fluid simulation is performed for a case previously simulated by other authors. As expected, a comparative analysis of results showed that the predictions are still very crude, and accuracy is presently out of reach.

## 2. Two-fluid modeling of gas-solid flows

Two-fluid conservative equations are based on the major hypotheses of continuum and thermodynamic equilibrium commonly applied in fluid mechanics. Two-fluid models for multi-phase flows, including gas-solid flows, are developed from integral mass and momentum balances over suitable control volumes comprising all the phases (see, for instance, Anderson and Jackson, 1967, Ishii, 1975, Gidaspow, 1994, Enwald et al., 1996). The theorems of Leibniz and Gauss are applied to the integral balances giving rise to local instantaneous conservative equations for each phase and jump conditions describing interface interactions among phases. Then, averaging procedures are applied for providing averaged equations. The interfaces among phases in multi-phase dispersed flows like the gas-solid fluidized flow are defined around a huge number of particles, and are highly dynamical and chaotic. Because of that, local instantaneous eventual formulations become inapplicable. The averaging procedures are used to go around such difficulty. Different averaging procedures may be applied like volume averaging, time averaging and ensemble or statistical averaging. Those procedures are usually assumed equivalent (ergodicity hypothesis).

Closure laws are required to deal with parameters and coefficients present in the average conservative equations, and boundary and initial conditions must be set. The closure laws provide correlations and data for viscous stress tensors, viscosities, pressures and drag. All the phases are commonly assumed to be Newtonian-Stokesian fluids. Pressure and viscosities of solid phases are generally accounted for through semi-empirical correlations. A contact effect of particle to particle collisions defines solid phase pressure. Similarly, a contact effect of particle to particle attrition defines solid phase viscosity. Both contact effects are affected by kinetics and dumping effects. Regarding the solid phase pressure, the kinetics effect is generally disregarded, and the particle to particle collisions are modeled in terms of an elasticity modulus correlated from experiment. Regarding the solid phase viscosities, only the particle to particle attrition and dumping affects are significant, and correlations are generated through simplified momentum balances combined with empirical data. A stationary interface drag force, empirically correlated, accounts for the interface momentum transfer between the gas and the solid phases. Wall boundary conditions for the solid phase are determined considering either no-slip, free slip or partial slip conditions. For the gas phase the conventional no-slip condition is applied.

Following the above, two different formulations have been applied by most of the researchers. In the first, conservative equations are directly generated for each phase. In the second formulation, conservative equations are generated for the gas phase and for the mixture; from those equations, conservative equations are derived for the solid phase. Gidaspow (1994) named those formulations as models A and B, respectively. The formulation of model A, which is used in this work, is showed next.

Gas phase continuity:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g \alpha_g) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_g \alpha_g \bar{\mathbf{U}}_g) = 0 \quad (1)$$

Solid phase continuity:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_s \alpha_s \bar{\mathbf{U}}_s) = 0 \quad (2)$$

Gas phase momentum:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g \alpha_g \bar{\mathbf{U}}_g) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_g \alpha_g \bar{\mathbf{U}}_g \bar{\mathbf{U}}_g) = -\bar{\nabla}(\alpha_g P_g) + \bar{\nabla} \cdot (\alpha_g \bar{\boldsymbol{\tau}}_g) + \rho_g \alpha_g \bar{\mathbf{F}}_g + \beta(\bar{\mathbf{U}}_s - \bar{\mathbf{U}}_g) \quad (3)$$

Solid phase momentum:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s \bar{\mathbf{U}}_s) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_s \alpha_s \bar{\mathbf{U}}_s \bar{\mathbf{U}}_s) = -\bar{\nabla}(\alpha_s P_s) + \bar{\nabla} \cdot (\alpha_s \bar{\boldsymbol{\tau}}_s) + \rho_s \alpha_s \bar{\mathbf{F}}_s - \beta(\bar{\mathbf{U}}_s - \bar{\mathbf{U}}_g) \quad (4)$$

Stress tensor for phase k:

$$\bar{\tau}_k = \mu_k \left[ \bar{\nabla} \bar{U}_k + (\bar{\nabla} \bar{U}_k)^T \right] + \lambda_k (\bar{\nabla} \cdot \bar{U}_k) \bar{I} \quad (5)$$

where  $\mu_k = \text{constant}$ , and  $\lambda_k = -\frac{2}{3} \mu_k$ .

Solid phase pressure:

$$\bar{\nabla}(\alpha_s P_s) = -G \bar{\nabla} \alpha_s + \bar{\nabla}(\alpha_s P_g) \quad (6)$$

$$\text{where } G = \exp[-20(\alpha_g - 0.62)] \quad (\text{Gidaspow and Ettehadieh, 1983}) \quad (7)$$

Volumetric continuity:

$$\alpha_g + \alpha_s = 1 \quad (8)$$

External body forces per unit mass:

$$\bar{F}_g = \bar{g} \quad (9)$$

$$\bar{F}_s = \frac{\rho_s - \rho_g}{\rho_s} \bar{g} \quad (10)$$

Equations of state:

$$\rho_g = \frac{P_g W_g}{R_u T} \quad (11)$$

$$\rho_s = \text{constant} .$$

Interface drag (Gidaspow, 1994):

$$\beta = 150 \frac{\alpha_s^2 \mu_g}{\alpha_g (d_p \phi_s)^2} + 1.75 \frac{\rho_g \alpha_s |v_g - v_s|}{(d_p \phi_s)} \quad \text{for } \alpha_s > 0.2 \quad (\text{Ergun, 1952}) \quad (13)$$

$$\beta = \frac{3}{4} C_{Ds} \frac{\rho_g \alpha_s \alpha_g |v_g - v_s|}{(d_p \phi_s)} \alpha_g^{-2.65} \quad \text{for } \alpha_s \leq 0.2 \quad (\text{Wen and Yu, 1966}) \quad (14)$$

$$\text{where } C_{Ds} = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_p} (1 + 0.15 \cdot \text{Re}_p^{0.687}) & \text{for } \text{Re}_p < 1000 \\ 0.44 & \text{for } \text{Re}_p \geq 1000 \end{cases} \quad (\text{Rowe, 1961}) \quad (15)$$

$$\text{with } \text{Re}_p = \frac{|v_g - v_s| d_p \rho_g \alpha_g}{\mu_g} \quad (16)$$

The symbols in Eqs. (1) to (16) stand for:

$C_D$  - drag coefficient, non-dimensional

$d_p$  - particle diameter, m

$\bar{F}$	- external body force per unit mass, $m/s^2$
$\bar{g}$	- gravity acceleration, $m/s^2$
$G$	- particle-particle elasticity modulus, $N/m^2$
$\bar{I}$	- unit tensor
$P$	- pressure, $N/m^2$
$R_u$	- ideal gas constant, $kJ/kmolK$
$Re_p$	- Reynolds number, non-dimensional
$t$	- time, s
$T$	- temperature, K
$\bar{U}$	- average velocity vector, $m/s$
$u, v, w$	- velocity components at $x, y, z$ directions, $m/s$

#### Greek

$\alpha$	- volume fraction, $m^3_k/m^3$
$\beta$	- gas-solid friction coefficient, $kg/m^3s$
$\lambda$	- bulk viscosity, $Ns/m^2$
$\mu$	- dynamic viscosity, $Ns/m^2$
$\rho$	- density, $kg/m^3$
$\bar{\tau}$	- viscous stress tensor, $N/m^2$
$\phi$	- particle sphericity, non-dimensional

#### Subscripts

$g$	- gas phase
$k$	- either gas or solid phases
$s$	- solid phase

The complex set of partial differential non-linear coupled equations of the two-fluid models can only be solved through numerical procedures. In this work, the numerical model available in the software CFX5.7 (CFX5.7, 2004 a, b, c) is used. An element-based finite volume discretization method is followed. Non-structured meshes are applied in Cartesian coordinate system. Tetrahedral mesh elements are used. The median method is applied to define control volumes over which the conservative equations are integrated to obtain the discretized equations. The discretization of convective terms are performed through a second order high resolution interpolation scheme. The discretization of diffusive and other terms is performed through the second order central differencing scheme. Time discretization is performed through a first order interpolation scheme. The discretized equations are solved implicitly through a direct method applying matrix inversion. As a consequence, couplings such as pressure x velocity, and drag, are straightly solved, and iteration is only required to overcome non-linearities.

### 3. Simulation

Risers can not operate in real steady state conditions. Instead, they operate in pseudo-permanent or statistically steady state flow regimes, imposing numerical simulations to be transient. From a given initial condition, a simulation goes through an early stage, and finally reaches the so called statistically steady state regime. For practical purposes, this regime is considered to be reached when all the flow parameters start to oscillate around well defined averages.

The early transient stage is not of higher interest, so that this step is here simulated applying a distorted time numerical advance. Of course, the distorted time advance is not expected to lead to any convergence since the flow never reaches a true steady state regime. However, the iterative marching on distorted time allows to quickly overcome the early stage, and a real time advance simulation may be engaged. When the simulation is switched from distorted time to real time advance, converged predictions are found which are supposed to be generated directly inside the statistically steady state regime. A discussion on that matter can be found in Milioli and Milioli (2005).

In the present simulation 10 seconds of real fluidization were generated inside the statistically steady state regime, taking about 240 days of wall clock processing in a cluster of PCs with 20 processors Intel Xeon 3.06 MHz.

The hydrodynamic conditions assumed in the present simulation have already been considered by other authors, and are typical of circulating fluidized bed coal combustion. The solid mass flux of  $24.9 kg/m^2s$ , particulate size of  $520 \mu m$ , and the reactor size (height of 5.56 m and width of 7.62 cm) were taken from Tsuo (1989). Figure 1 shows the three-dimensional cylindrical geometry that was assumed, and a sample of the numerical mesh. Table 1 brings fluid and particulate properties, initial and boundary conditions, and numerical settings.

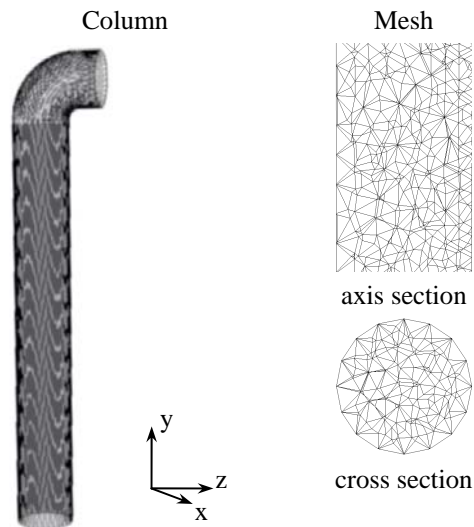


Figure 1. Geometry and a sample of the tetrahedral numerical mesh.

Table 1. Properties, initial and boundary conditions, and numerical settings.

<u>Column</u>	
Diameter = 7.62 cm	Height = 5.56 m
Particulate size = 520 $\mu\text{m}$	
Solid mass flux ( $G_s$ ) = 24.9 $\text{kg}_s/\text{m}^2\text{s}$	
<u>Phases</u>	
$g$ = air at 300 K	$s$ = glass beads at 300 K
<u>Properties</u>	
$\rho_g$ = 1.1614 $\text{kg}/\text{m}^3$	$\rho_s$ = 2620 $\text{kg}/\text{m}^3$
$\mu_g$ = $1.82 \times 10^{-5}$ $\text{N}/\text{m}^2\text{s}$	$\mu_s$ = 0.509 $\text{N}/\text{m}^2\text{s}$
$W_g$ = 28.97 $\text{kg}/\text{kmol}$	$W_s$ = 60 $\text{kg}/\text{kmol}$
<u>Boundary conditions</u>	
<u>Inlet</u>	
$u_g$ = 0 m/s	$u_s$ = 0 m/s
$v_g$ = 4.979 m/s	$v_s$ = 0.386 m/s
$w_g$ = 0 m/s	$w_s$ = 0 m/s
$\alpha_g$ = 0.9754 $\text{m}_g^3/\text{m}^3$	$\alpha_s$ = 0.0246 $\text{m}_s^3/\text{m}^3$
<u>Outlet</u>	<u>Walls</u>
Locally parabolic	$g$ = no-slip
$P_g$ = 15880 $\text{N}/\text{m}^2$	$s$ = free slip
<u>Initial conditions</u> : as in the inlet, except	
$\alpha_g$ = 0.62 $\text{m}_g^3/\text{m}^3$	$\alpha_s$ = 0.38 $\text{m}_s^3/\text{m}^3$
<u>Numerical settings</u>	
Mesh	
Tetrahedrals	= 206229
Average edge length	= 9.4 mm
Nodes	= 42029
rms for convergence	= $1 \times 10^{-5}$
Distorted time step	= $1 \times 10^{-3}$ s
Real time step	= $1 \times 10^{-4}$ s

#### 4. Results and discussion

Luo (1987) has performed experimental measurements in a riser column, and those data have been compared to results of simulation by different researchers. Luo's empirical data are known to be imprecise, mainly in regions of low concentration of solids far from the walls (Tsuo and Gidaspow, 1990; Gidaspow, 1994). Owing to that, Luo's data allow reasonable quantitative comparisons only for regions close to the walls. For regions away from the walls the comparisons must be qualitative only. Despite the drawbacks, Luo's are the best set of empirical data currently available in literature for hydrodynamic conditions typical of coal combustion.

In the present work a two-fluid simulation is performed for Luo's conditions, and the predictions are compared to both experimental data and results of other simulations. Time averaged results are considered which were produced for a time interval of 10 seconds of real fluidization inside the statistically steady state regime. Figure (2) shows the transient behavior of the gas and solid axial velocities, solid volume fraction and solid mass flux, averaged over the cross section at 3.4 m above entrance. All the graphs show profiles oscillating around well defined time averages, indicating that the results stand for the statistically steady state regime.

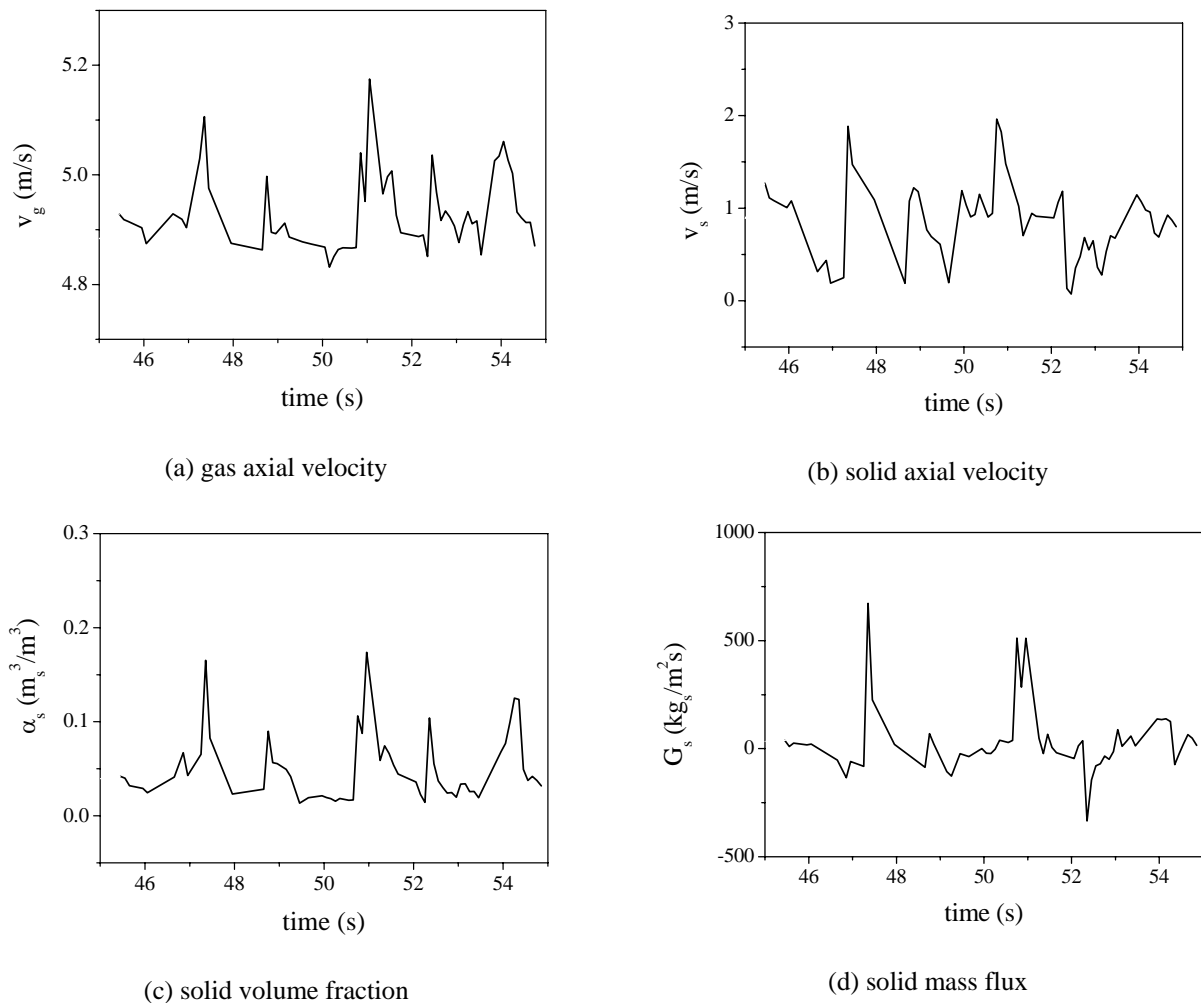


Figure 2. Transient behavior of parameters averaged over the cross section at 3.4 m above entrance, for a time interval of 10 seconds inside the statistically steady state regime.

The present time averaged results are compared to the time averaged predictions of Tsuo and Gidaspow (1990), Cabezas-Gómez and Mililoli (2003), and Georg (2005). All of those simulations, including that of the present work, were performed for the operational conditions of Luo (1987). All of the simulations applied two-fluid modeling under the conditions stated in Tab. (1). However, there are a number of model and numerical differences. Tsuo and Gidaspow (1990) and Cabezas-Gómez and Milioli (2003) performed simulations in two-dimensional very coarse meshes, using model B, through the code MFIX in former versions. Georg (2005) and the present work applied three-dimensional finer meshes, even though still quite coarse, using model A, through the code CFX. Table (2) shows the main differences implemented in the different simulations, i.e., phases which are treated as continuum, wall boundary condition for the solid phase, domain and numerical mesh, interpolation scheme used in the discretization of advection

terms, and time averaging interval. Besides those features, there are other differences related to initial conditions, exit boundary conditions, numerical methods (treatment of pressure x velocity coupling, solution technique, type of numerical mesh, time advance, convergence criterion), and computers that were used.

Table 2. Main differences implemented in different simulations of Luo's set up.

	Tsuo and Gidaspow (1990)	Cabezas-Gómez and Milioli (2003)	Georg (2005)	Present work
continuum hypothesis	gas phase and mixture (model B)	gas phase and mixture (model B)	gas and solid phases (model A)	gas and solid phases (model A)
solid phase wall boundary condition	partial slip	partial slip	no-slip	free slip
domain and numerical mesh	two-dimensional, rectangular uniform mesh 7.62 x 76.2 mm	two-dimensional, rectangular uniform mesh 7.62 x 76.2 mm	three-dimensional, hexahedral uniform mesh 5.1 x 5.1 x 9.3 mm	three-dimensional, tetrahedral non-uniform mesh, 9.4 mm average edge
interpolation scheme for advective terms	1st. order upwind	1st. order upwind	2nd. order high resolution	2nd. order high resolution
time averaging interval	from 10 to 15 s of simulation	from 20 to 100 s of simulation	from 2.84 to 12.84 s of simulation	10 s inside the statistically steady state regime

All of the features considered in Tab. (2) significantly affect predictions. The character two or three-dimensional and the refinement of the numerical mesh, and the advective interpolative scheme, are considered critical features. The time averaging interval also becomes a critical factor if the averaging is not performed inside the statistically steady state regime. The wall boundary condition for the solid phase is expected to considerably affect the predictions only in regions close to the walls. Regarding the application of the continuum hypothesis, this feature is included in Tab. (2) only to emphasize the conceptual differences among the models, since this factor is known not to considerably affect predictions (Agrawal et al., 2001).

Figures (3) to (6) show the time averaged predictions of the present work compared to experimental data and other literature simulations. The figures show profiles through the diameter of the column, in the cross section 3.4 m above entrance, for, respectively, gas and solid axial velocities, solid volume fraction and solid mass flux. Great deviations regarding the empirical data are observed for all the simulations, except that of Tsuo and Gidaspow (1990). This was unexpected since those authors applied very coarse two-dimensional meshes and first order upwind for the advectives, in contrast to the more refined three-dimensional meshes and the second order high resolution scheme for the advectives applied by Georg (2005) and in the present work. This contradiction is an evidence of the roughness of the current two-fluid models.

As seen in Figs. (3) and (4), the present simulation predicts higher axial velocities at the walls for both phases in comparison to the other simulations. Figure (5) shows that the solid volume fractions of the present simulation are also higher, and even higher close to the walls. Those effects are possibly due to the application, in the present simulation, of free slip for the solid at the walls, while the other simulations applied either partial or non-slip conditions.

Figure (4) shows that the average solid axial velocity predicted in the present simulation resulted positive close to the walls. In spite of that, very high downward solid mass fluxes were observed in these regions, as seen in Fig. (6). The above is no contradiction, meaning only that negative solid axial velocities occur accompanied of high solid concentrations, while positive velocities occur accompanied of lower solid concentrations.

Figure (6) clearly shows that the results of Cabezas-Gómez and Milioli (2003), Georg (2005) and the present predictions are similar, and are considerably deviated from the empirical data of Luo (1987). Otherwise, the predictions of Tsuo and Gidaspow (1990) are very close to experiment. Table (3) shows the solid mass fluxes averaged both on time and through the diameter of the column, for the various simulations and empirical. A solid mass flux of 24.9 kg/m<sup>2</sup>s is imposed at the bottom of the column as an inlet boundary condition. Once the statistically steady state regime is reached, this shall be the time averaged value for any section of the column whether in the experiment or in any of the simulations. Note that the empirical data of Luo (1987) provided the correct solid mass flux with good approximation. This shows that the empirical profiles of Luo, even though considered imprecise, do provide correct averaged values. Among the simulations, all of them provided very deviated averaged solid mass fluxes, with the exception of the simulation of Tsuo and Gidaspow (1990). There is no plausible explanation for the surprisingly better prediction obtained by those authors. This conclusion is mainly supported on the fact that the simulation of Tsuo and Gidaspow (1990) is identical to that of Cabezas-Gómez and Milioli (2003), being the only difference the averaging time interval. While Tsuo and Gidaspow (1990) averaged over an interval of 5 seconds, Cabezas-Gómez and Milioli averaged over an



interval of 80 seconds. It was expected that the results of Cabezas-Gómez and Milioli (2003) were better than those of Tsuo and Gidaspow (1990) since a more representative averaging time interval was considered.

In this work, contrary to the expected, an averaged solid mass flux was found which was no better than those predicted by the other simulations. In comparison to Cabezas-Gómez and Milioli (2003), the expectation was justified by the use of a three-dimensional more refined mesh, and the application of a second order interpolation scheme for the advection terms. Cabezas-Gómez and Milioli (2003) applied a very coarse two-dimensional mesh, and first order upwind on the advectives. In comparison to Georg (2005), the expectation was justified since the present time averaging was performed entirely inside the statistically steady state regime. Georg (2005) considered an averaging time interval only partially inside the statistically steady state regime. Those facts once more evidence the crudeness of the current two-fluid models applied to gas-solid flows.

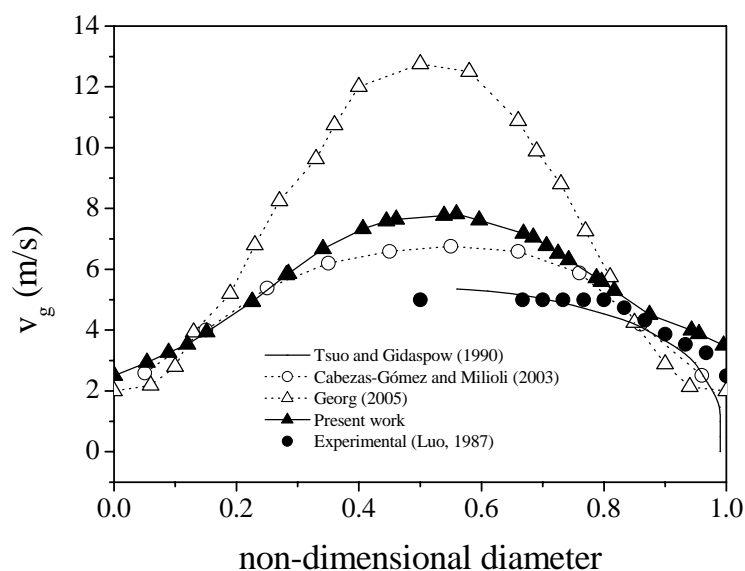


Figure 3. Time averaged profiles of gas axial velocity through the diameter of the column, in the cross section 3.4 m above entrance.

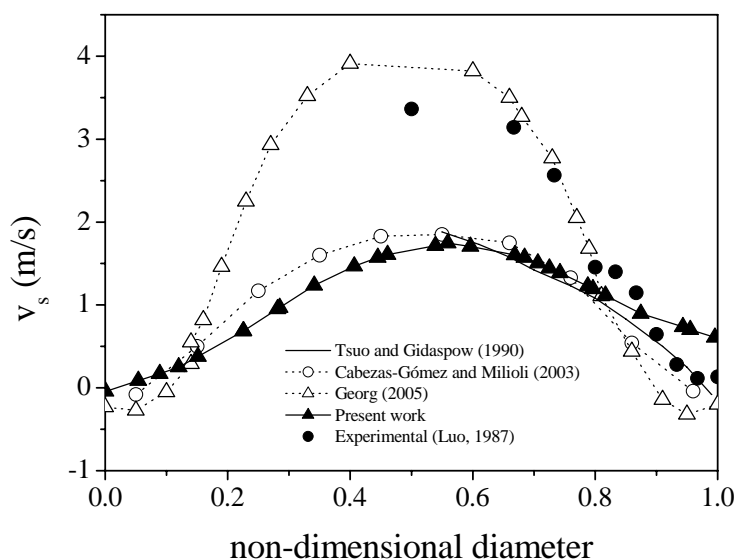


Figure 4. Time averaged profiles of solid axial velocity through the diameter of the column, in the cross section 3.4 m above entrance.

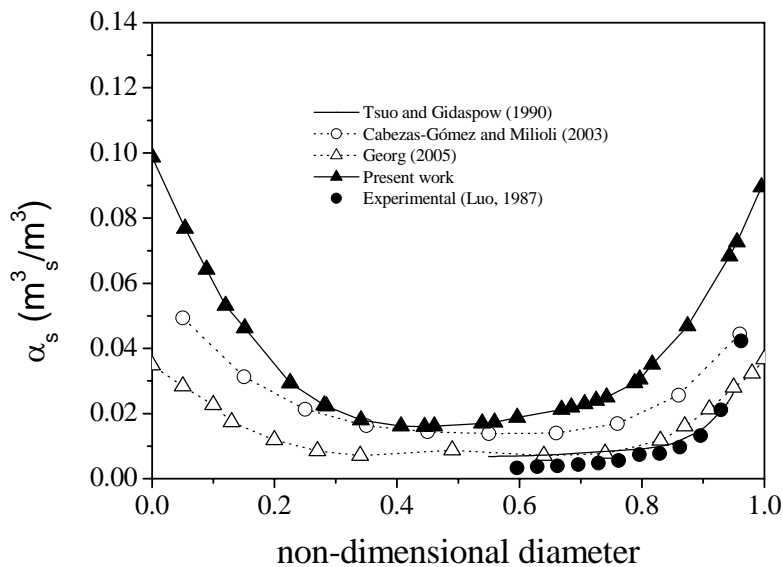


Figure 5. Time averaged profiles of solid volume fraction through the diameter of the column, in the cross section 3.4 m above entrance.

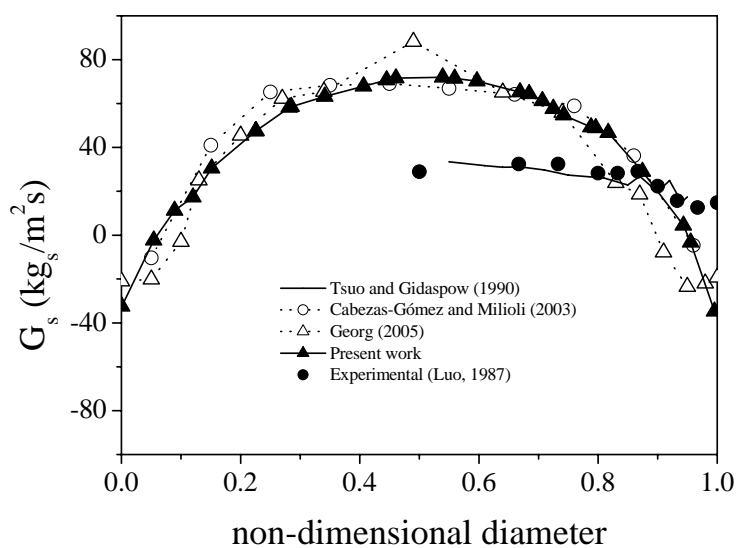


Figure 6. Time averaged profiles of solid mass flux through the diameter of the column, in the cross section 3.4 m above entrance.

Table 3. Solid mass fluxes averaged both on time and through the diameter of the column, from the profiles of Fig. (6), for the various simulations and empirical.

Present work	Georg (2005)	Cabezas-Gómez and Milioli (2003)	Tsuo and Gidaspow (1990) *	Luo (1987) (empirical) *
43.4	41.6	46.5	24.5	27.2

\* symmetry was assumed.

## 5. Conclusions

A two-fluid simulation was performed for the gas-solid flow in the riser of a circulating fluidized bed. A total of 10 seconds of real fluidization were provided. Cross section averaged results were produced showing that the predictions were performed entirely inside the statistically steady state regime.

Time averaged results were derived and compared to both empirical data and predictions from other literature two-fluid simulations. Great quantitative differences were observed among the results of different simulations, and from those to experiment. A contradiction was observed since the rougher of the simulations provided the best of the results. Also, predictions were not improved as expected when a more refined set of conditions were imposed. Those facts support literature observations on the crudeness of the current two-fluid models applied to gas-solid flows. Clearly, in this field, quantitative accuracy is still out of reach.

## 6. Acknowledgement

This work was supported by The State of São Paulo Research Foundation (FAPESP) and The National Council for Scientific and Technological Development (CNPq).

## 7. References

- Agrawal, K., Loezos, P. N., Syamlal, M. and Sundaresan, S., 2001, "The role of meso-scale structures in rapid gas-solid flows", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 445, pp. 151-185.
- Anderson, T. B. and Jackson, R., 1967, "Fluid mechanical description of fluidized beds. Equations of motion", *Indust. Engng. Chem. Fundam.*, Vol. 6, pp. 527-539.
- Andrews IV, A.T., Loezos, P. N. and Sundaresan, S., 2005, "Coarse-grid simulation of gas-particle flows in vertical risers", *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 44, No. 16, pp. 6022-6037.
- Boemer, A., Qi, H., Renz, U., Vasquez, S. and Boysan, F., 1995, "Eulerian computation of fluidized hydrodynamics - a comparison of physical models", *Proceedings of the 13th International Conference on Fluidized Bed Combustion*, Vol. 2, USA, pp. 775-787.
- Cabezas-Gómez, L. and Milioli, F. E., 2003, "Numerical study on the influence of various physical parameters over the gas-solid two-phase flow in the 2D riser of a circulating fluidized bed", *Powder Technology*, Vol. 132, pp. 216-225.
- CFX5.7, 2004a, "Multiphase flow theory", in *Solver theory manual*, Ed. Ansys Canada Ltda, pp. 105-160.
- CFX5.7, 2004b, "Multiphase flow modelling", in *Solver modelling manual*, Ed. Ansys Canada Ltda, pp. 147-206.
- CFX5.7, 2004c, "Discretization and solution theory", in *Solver theory manual*, Ed. Ansys Canada Ltda, pp. 227-250.
- Drew, D. A., 1971, "Averaged field equations for two-phase media", *Studies in Appl. Meth.*, Vol. 1, No. 2, pp.133-136.
- Enwald, H., Peirano, E. and Almstedt, A. -E., 1996, "Eulerian two-phase flow theory applied to fluidization", *Int. J. of Multiphase Flow*, Vol. 22, pp. 21-66.
- Ergun, S., 1952, "Fluid flow through packed columns", *Chem. Engng. Prog.*, Vol. 48, No. 2, pp. 89-94.
- Georg, I. C., 2005, "Modelagem e simulação numérica tridimensional transiente do escoamento gás-sólido em um reator de craqueamento catalítico em leito fluidizado", *Dr. Thesis*, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, 292 p.
- Gidaspow, D. and Ettehadieh, B., 1983, "Fluidization in two-dimensional beds with a jet. Part II. Hydrodynamic modeling", *Indust. Engng. Chem. Fundam.*, Vol. 22, pp. 193-201.
- Gidaspow, D., 1994, "Multiphase flow and fluidization", *Academic Press*, San Diego, CA, 407 p.
- Huilin, L. and Gidaspow, D., 2003, "Hydrodynamic simulations of gas-solid flow in a riser", *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 42, pp. 2390-2398.
- Ishii, M., 1975, "Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow", *Eyrolles*, Paris, 248 p.
- Jackson, R., 1963, "The mechanics of fluidized beds", *Trans. Inst. Chem. Eng.*, Vol. 41, pp. 13-28.
- Jackson, R., 2000, "The dynamics of fluidized particles", *Cambridge University Press*, New York, NY, 339 p.
- Jenkins, J. T. and Savage, S. B., 1983, "A theory for the rapid flow of identical, smooth, nearly elastic spherical particles", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 130, pp. 187-202.
- Lun, C. K. K., Savage, S. B., Jeffrey, D. J. and Chepuruiy, N., 1984, "Kinetic theories for granular flows: inelastic particles in Couette flow and singly inelastic particles in a general flow field", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 140, pp. 223-256.
- Lou, K. M., 1987, "Experimental gas-solid vertical transport", *PhD Thesis*, Illinois Institute of Technology, Chicago, Illinois, 214 p.
- Mathiesen, V., Solberg, T. and Hjertager, B. H., 2000, "Predictions of gas/particle flow with an Eulerian model including a realistic particle size distribution", *Powder Technology*, Vol. 112, pp. 34-45.
- Milioli, C. C. and Milioli, F. E., 2005, "Reaching the statistical steady state regime in two-fluid simulation of risers", submitted to *Powder Technology (POWTEC-D-05-00136)*.
- Miller, A. and Gidaspow, D., 1992, "Dense, vertical gas-solid flow in a pipe", *AIChE J.*, Vol. 38, pp. 1801-1815.

- Murray, J. D., 1965, "On the mathematics of fluidization. Part I. Fundamental equations and wave propagation", *J. Fluid Mech.*, Vol. 22, pp. 57-80.
- Pigford, R. L. and Barron, T., 1965, "Hydrodynamic stability of fluidized beds", *Indust. Engng. Chem. Fundam.*, Vol. 4, pp. 81-87.
- Rowe, P. N., 1961, "Drag forces in a hydraulic model of a fluidized bed. Part II", *Trans. IChemE*, Vol. 39, pp. 175-180.
- Sinclair, J. L. and Jackson, R., 1989, "Gas-particle flow in a vertical pipe with particle-particle interactions", *AICHE Journal*, Vol. 35, No. 9, pp. 1473-1486.
- Soo, S. L., 1967, "Fluid dynamics of multiphase system", Blaisdell Publ., Waltham, MA.
- Sundaresan, S., 2000, "Modeling the hydrodynamics of multiphase flow reactors: current status and challenges", *AICHE J.*, Vol. 46, No. 6, pp. 1102-1105.
- Tsuo, Y. P. and Gidaspo, D., 1990, "Computation of flow patterns in circulating fluidized beds", *American Institute of Chemical Engineers Journal*, Vol. 36, No. 6, pp. 885-896.
- Tsuo, Y. P., 1989, "Computation of flow regimes in circulating fluidized beds", PhD thesis, Illinois Institute of Technology, Chicago, Illinois, 208 p.
- Van Wachem, B. G. M., Schouten, J. C., Krishna, R. and Van Den Bleek, C. M., 1999, "CFD modeling for gas-solid flows: qualitative and quantitative analysis of the various treatments", *Proceedings of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, USA.
- Wen, C. Y. and Yu, Y. U., 1966, "Mechanics of fluidization", *Chem. Engng. Prog. Symp. Series*, Vol. 62, pp. 100-111.
- Zhang, D. Z. and Van der Heyden, W. B., 2001, "High-resolution three-dimensional numerical simulation of a circulating fluidized bed", *Powder Technology*, Vol. 116, pp. 133-141.

## **8. Copyright Notice**

The authors are the only responsible for the printed material included in his paper.

## THERMAL BEHAVIOUR OF MICROGROOVED CAPILLARY PUMPS FOR DIFFERENT THERMAL WORKING FLUIDS.

**Heitor Victor Ribeiro Camargo**

UFSC – Federal University of Santa Catarina

LabCET – Laboratory of Combustion and Engineering of Thermal System

EMC – Mechanical Department

[heitorvictor@ig.com.br](mailto:heitorvictor@ig.com.br)

**Edson Bazzo**

UFSC – Federal University of Santa Catarina

LabCET – Laboratory of Combustion and Engineering of Thermal System

EMC – Mechanical Department

[ebazzo@emc.ufsc.br](mailto:ebazzo@emc.ufsc.br)

**Abstract.** *Experimental results of a circumferentially grooved capillary pump under transient and steady state condition are presented. The test facility consists of one capillary evaporator, one condenser, vapor and liquid lines, and a reservoir to control the temperature and liquid inventory of the system. The evaporator is based on a internal circumferentially grooved aluminum tube as the capillary structure. The start up, transient and steady state behaviors, capillary limit, reprime ability are the main objective of this work, using both acetone and ammonia as working fluids. Power input up to 20 W (0.73 W/cm<sup>2</sup>) and 75 W (2.73 W/cm<sup>2</sup>) was measured for acetone and ammonia, respectively.*

**Keywords:** *Capillary Pumps 1, Heat Transfer 2, CPL 3.*

### 1. Introduction

Most capillary evaporators are based on porous wicks made of sintered nickel powders, stainless steel, polyethylene, nylon or other porous structures material. Capillary evaporators are also known as capillary pumps, in general used to thermally control satellites in order to assure a well function of all electronic instruments on board. Heat pipes have been first put forward as passive thermal control device to remove heat from satellites (Chi, 1976 and Dunn & Reay, 1994). In the last four decades heat pipes have been successfully used in a number of industrial and space applications as a very effective heat exchanger device in a passive mode, even at small temperature difference between the heat source (evaporator section) and heat sink (condenser section). A capillary structure was proposed as the means for returning the liquid from the condenser to the evaporator. Currently, the heat pipe technology evolved to capillary evaporators, where no wick is required along the liquid/vapor transport lines and condenser section. Heat pipes, oscillating/pulsating devices (Delil, 2003), capillary pumped loops (CPL) and loop heat pipes (LHP) are all alternative techniques, mainly to thermally control large satellites, where multi layer insulation is not sufficient. Small satellites can be thermally protected just using reflective/absorption surfaces with appropriate properties as insulation.

The CPL is a promise alternative design to be used as two phase heat exchangers loop. An important advantage of the CPL is the absence of any mechanical pump and vibrations. No external power is required to pump the working fluid inside the loop. CPL is more flexible also concerning the number of evaporators located at different positions. Design flexibility, associated to small pressure drops, may reduce the mass of the thermal control system, which is a basic requirement for aerospace applications.

In order to assure reliability, most heat pipes have grooved surfaces as capillary structure. On their side, most capillary pumps have porous wicks as capillary structures. It is well known that the prime purpose of the wick is to generate capillary pressure to transport the wick from the condenser to the evaporator. However, porous wicks are very susceptible to dryouts due to thermal loads oscillations, non condensable gases and even during start ups (Ku, 1993). Despite their low capillary pumping pressure when compared to porous wick, in general, circumferentially grooved wicks have demonstrated unailing startups and reliable operation even in presence of vapor bubbles or non condensable gases inside the liquid core of the capillary pump (Camargo y Bazzo, 2002). In this work, experimental results for a circumferentially grooved capillary pump under transient and steady state operation are presented. Acetone and ammonia were used as working fluids. The test facility consists of one capillary evaporator, one condenser, vapor and liquid lines, and a reservoir to control the temperature and liquid inventory of the system.

### 2. Capillary pumped loop

A capillary pumped loop is a two phase flow system able to transport heat even at small temperature difference. It consists of evaporators, condensers, liquid and vapor lines as well a reservoir to control the temperature and liquid

inventory of the system. The working fluid flows by the superficial tension developed in the capillary structures. The capillary structure is only required at the evaporator section. CPLs are widely investigated to be trustable in thermal management of electronic panels of satellites and space stations.

A compatible and leak-proof container is required to isolate the working fluid from the outside environment. Generally, the container of the capillary pump is made of stainless steel or aluminum tube designed with liquid and vapor channels connected all the way through microgrooves or porous structure to assure sufficient force for displacing the working fluid inside the loop. In Figure 1 (a) is shown a circumferentially microgrooved capillary pump schematic. In Figure 1 (b) is shown a porous wick capillary pump schematic. Different types of porous wick material have been tested, including Teflon®, polyethylene, sintered stainless steel and sintered nickel. Only porous material or microgrooved surface have capacity to overcome the pressure drop and to assure the fluid circulation inside the loop.

The porosity and effective porous radius are very important properties to determine the capillary pumping capacity. Metallic and ceramic porous materials have been made at UFSC with porous size between 0.3 and 12  $\mu\text{m}$ . For ceramic porous material and acetone as the selected working fluid, pumping pressure up to 100 kPa have been measured (Reimbrecht, 2004).

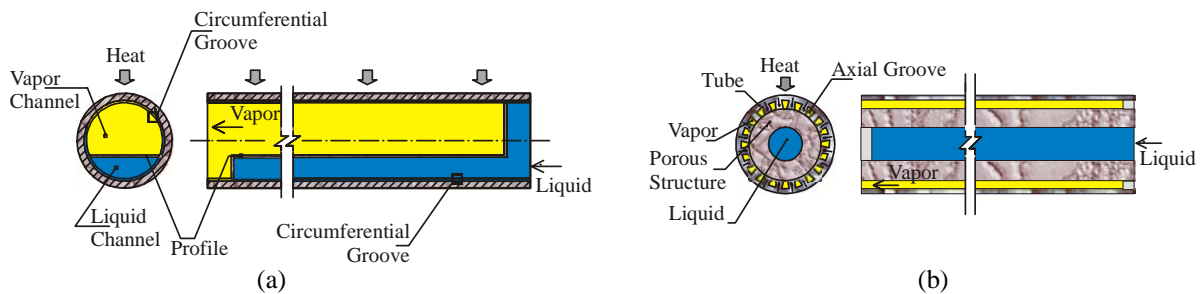
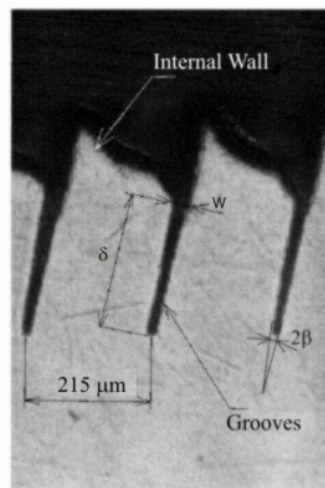


Figure 1 – Geometry used in capillary pumps: (a) Circumferentially grooved pump, (b) Porous wick pump.

Circumferentially grooved capillary pumps were proposed by ERNO – Raumfahrttechnik GmbH and IKE (Institut für Kernenergetik und Energiesysteme) from Germany and first results regarding ground testing were presented by Bazzo (1996), using Freon 11 as working fluid. First microgravity experiment was performed just in 2006, at ISS (International Space Station, in this case for safety reasons, using deionized water as the working fluid (see [www.aeb.gov.br](http://www.aeb.gov.br)). The capillary evaporator had internally machined circumferential grooves in a  $\frac{3}{4}$ " diameter aluminum tubes with an average opening of 33  $\mu\text{m}$  at 215  $\mu\text{m}$  step, as shown in Figure 2. A flat profile is used to separate the liquid from the vapor channel, as shown in Figure 1. The smaller the opening width the higher the corresponding capillary pumping pressure. In this work, the corresponding capillary pumping pressure was measured around 1.5 kPa (Camargo, 1999).



Groove dimensions:

$$w = 33 \pm 7 \mu\text{m}$$

$$\delta = 310 \pm 59 \mu\text{m}$$

$$\beta = 0.6 \pm 0.4^\circ$$

Figure 2 – Micrograph image of the capillary pump groove.

A major problem is the presence of gaps at the interface between the profile and the internal wall of the tube. The presence of these gaps can significantly reduce the capillary pumping pressure. Depending on the power applied, the loop pressure drop can be compromised, the capillary pump mainly function by exceeding its capillary pressure. This maximum capillary pressure can be found by

$$\Delta p_c = \frac{2\sigma \cos(\theta)}{r_c} \tag{1}$$

where:  $\sigma$  = superficial tension of the refrigeration fluid  
 $r_c$  = capillary effectivity radius  
 $\theta$  = angle between the capillary structure and the meniscus

In the ideal case where there are no gaps, the capillary effectivity radius can be calculated by following equation described in Bazzo et al. (1999):

$$r_c = 2 \cdot \frac{\cos \beta}{1 - \sin \beta} \cdot \left( \frac{w}{2} - \delta \cdot \tan \beta \right) \tag{2}$$

where:  $\beta$  = half angle of groove aperture  
 $\delta$  = depth of the groove  
 $w$  = width of the groove

### 3. Experimental setup and testing procedures

The experimental setup used for testing is shown in Figure 3. In general it is composed of the CPL controlled by one DC power supply, one cryostat and a data acquisition system connected to a computer. The cryostat is required to remove heat from the condenser to a heat sink. A vacuum pump and a pressure sensor have been used for charging the system, first with acetone and later with ammonia. The system was charged at first time with 115 g of acetone (99.5%) and at a second time with 87 g of pure ammonia (99.999%). The power input is provided by an external DC power supply.



Figure 3 – Experimental setup: general view.

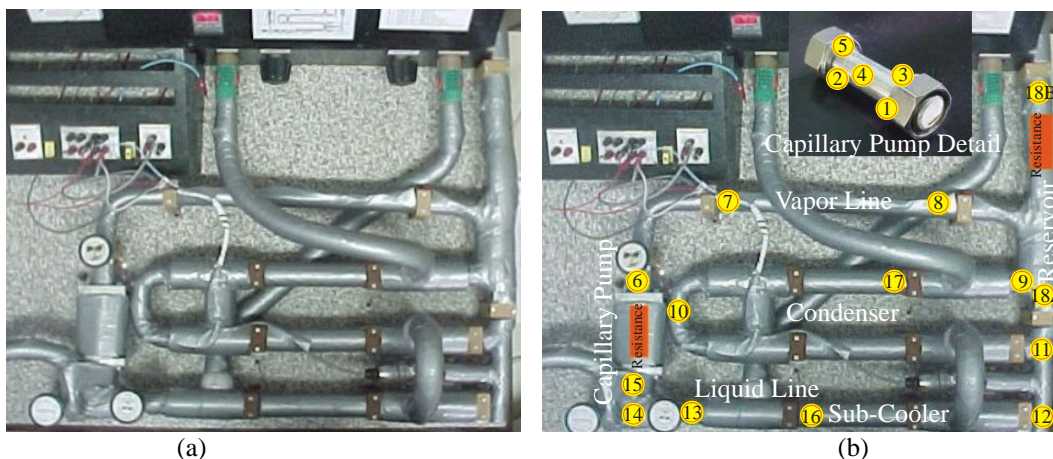


Figure 4 – The CPL: Superior view (a) and thermocouples location (b).

The CPL itself is shown in details in Figure 4 and Figure 5. The CPL is composed of the capillary evaporator, a reservoir, the liquid and vapor lines, and a heat exchanger for condensing and sub-cooling the working fluid. The experimental apparatus has an absolute pressure sensor (SPA) and 18 thermocouples Omega type T ( $\pm 0.5^\circ\text{C}$ ), all them distributed along the loop (see also Figure 5). A thermostat was used for automatic controlling of the reservoir temperature. The acquisition system is connected to a computer, for every three seconds data storing of the temperature, electrical power inputs and absolute pressure readings. According to Figure 5, following the working fluid flow direction, the thermocouples number 1 to 5 are located at the evaporator section, from 6 to 8 along the vapor line, from 9 to 12 at the condenser section, from 13 to 15 along the liquid line and 18A and 18B at the reservoir. The thermocouples 16 and 17 are located at water cooling inlet and outlet condenser, respectively.

The reservoir is required to control the temperature operation and liquid inventory inside the loop. The liquid line is assembled using 915 mm stainless steel tubing with internal diameter of 4.3 mm. The vapor line is assembled using 2005 mm stainless steel tubing with internal diameter of 7 mm. The condenser (750 mm of length), followed by a sub-cooler (350 mm of length), is arranged as a counterflow heat exchanger single pass concentric tubes. The heat exchanger is assembled using 10 and 15 mm external diameter stainless steel tubes, respectively. The working fluid (hot fluid) and cryogenic water at  $-5^\circ\text{C}$  (cold fluid) enter in the opposite ends of the heat exchanger and flow in opposite directions. The reservoir is assembled using a stainless steel tube, in this case with 1 inch of external diameter and 450 mm in length. It is located on a horizontal position to avoid any additional induced pressure inside the loop.

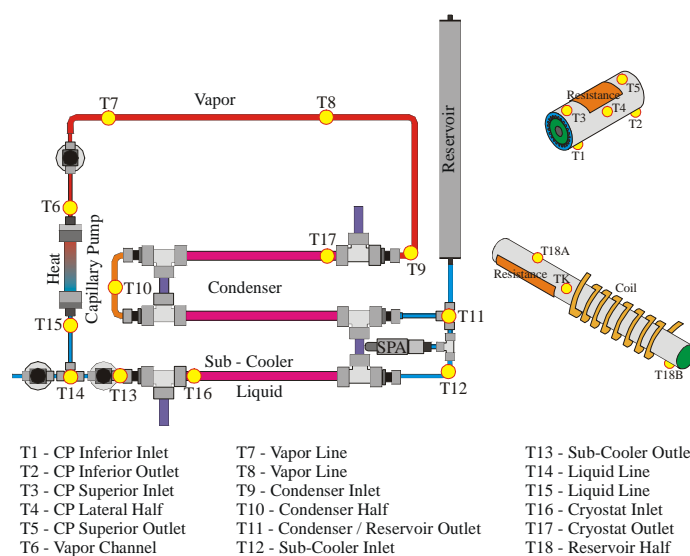


Figure 5 – Schematic of the CPL and thermocouples location.

The capillary evaporator has an external diameter of  $\frac{3}{4}$ " (18.5 mm) and a length of 95 mm. Only 55 mm was reserved to fix the resistance. The power input is applied throughout an electric resistance ( $13 \pm 0.1$  ohms) fixed on the outer surface of evaporator, as shown in Figure 5. Basically, the capillary evaporator consists of a circumferentially microgrooved aluminum tube with a metallic profile (martensitic stainless steel) inserted at an angle of  $30^\circ$  location, as shown in Figure 6 (b), to separate the liquid from the vapor channel. This metallic profile is fixed with Teflon<sup>®</sup> end caps (see Figure 6 (a)) to assure complete absent of gaps along the internal interface grooved wall. The presence of gaps reduces the capillary pumping capacity of the microgrooved surface. For acetone, for instance, the maximum capillary pumping pressure of the capillary pump used for testing was measured to be  $1135 \pm 90$  Pa.

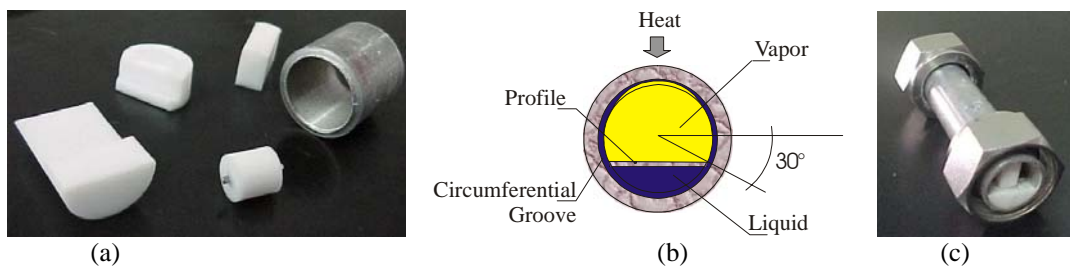


Figure 6 – The capillary evaporator: (a) Used pieces, (b) Internal configuration, (c) External view.

The testing procedure was planned in order to evaluate the following points:

1. The startup;



2. The thermal behavior at steady state;
3. The reprime reliability after dryout;
4. The CPL sensibility for sudden variation of power input;
5. The CPL sensibility at small power inputs.

Before any testing, the CPL has been first prepared, flooding the whole loop by heating the reservoir up to the temperature operation loop. To assure a successful startup, no vapor bubble is allowable at inlet liquid capillary evaporator. The cryostat is also turned on to provide the heat rejection from the condenser.

Once the startup is successful, the loop has been left in steady state operation, continuously, at least up to 2 hours, or up to no more variations is observed on the temperature readings.

The power input is then increase step by step, successively, up to the capillary evaporator dryout. The higher the power input the higher the vapor mass flow inside the loop and so the higher the vapor and liquid pressure drop along the whole loop. The capillary limit is reached when the total pressure drop increases up to the maximum capillary pumping pressure of the system. According to theoretical results, a significant increase in the heat exchange has been shown simply change the working fluid from acetone to ammonia (Camargo, 1999). When the capillary pressure is achieved, the fluid circulation stops and so the capillary pump is let to dryout. For safety reasons, the maximum external surface capillary evaporator temperature was limited to 100 °C.

The CPL reprime reliability after dryout has been tested, returning the loop to the normal operation just reducing the power input. This fact is crucial to qualify refrigeration systems for thermal control of satellites. In case of required shut down to return to a normal operation, the CPL will be considered inadequate.

The CPL sensibility at small power inputs and for sudden variation of power input has been also tested. To test the influence of the mass flux inside the system, low power input has been applied to the electrical resistance. Low power inputs mean low liquid mass flows reaching the capillary evaporator. At this scenario, the working fluid is susceptible for warming up to the saturation temperature and undesired bubbles formation can grow up and block the system. So, to avoid dryout and allow normal operation, very low subcooled temperatures should be required.

Temperature oscillations, non condensable gases and environmental temperature changing have been also considered for analysis.

#### 4. Results

Experimental tests were carried out for analyzing the thermodynamic behaviors of the working fluids, concerning startup, transient and steady state operation, the reprime reliability after dryout as well as the sensibility for sudden variation of power input. During all the tests the temperature of the cryostat was fixed at -5°C. The reservoir temperature had been chosen in the range from 25 to 35°C depending of the test. The experimental results are presented for ammonia and acetone as working fluids.

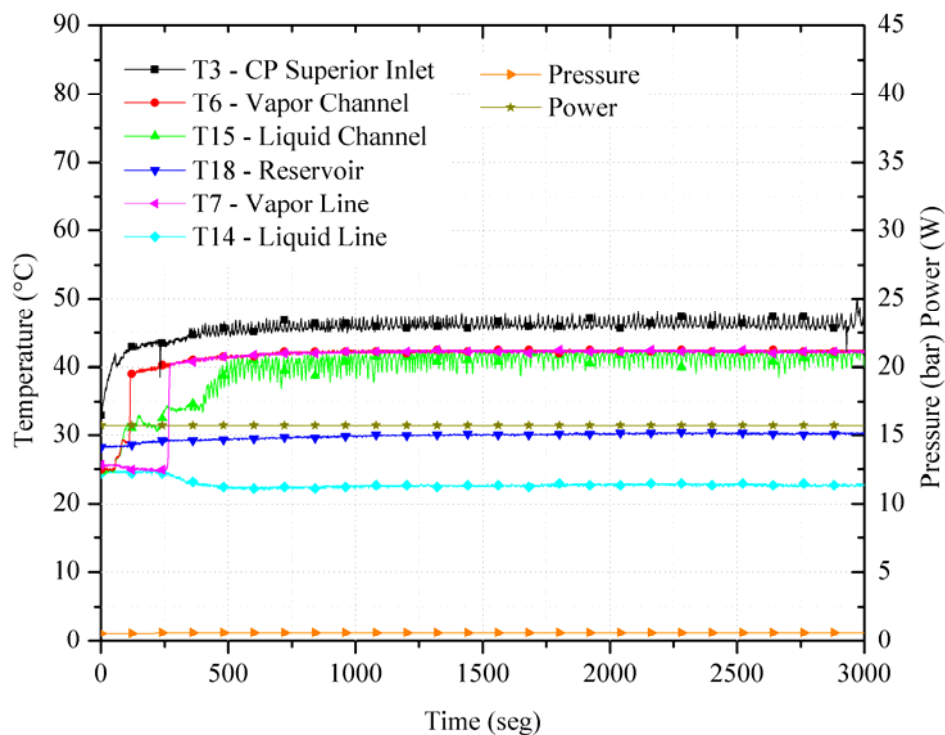


Figure 7 – Startup and thermal behavior, using acetone as working fluid.

The thermal behavior of the CPL using acetone is shown in Figure 7 for power input equal to 15 W and reservoir temperature fixed in the order of 30 °C. The start up was successful, reaching the steady state operation after 9 minutes.

The thermal behavior was satisfactory, even though the metal temperature oscillations. At steady state operation, the feeding liquid remains subcooled as desirable, but the vapor temperature is 10°C higher than the reservoir temperature, therefore suggesting the presence of non condensable gases inside the CPL. The inlet liquid temperature is smaller than the reservoir temperature. So, it is clear that there is no vapor bubble inside the liquid channel, but on the other side it seems clear an unpleasant presence of non condensable gases and so in some measure explaining the relatively high metal temperature oscillations. An influence analysis of vapor bubbles and non condensable gases on the CPL operation has been already reported by Camargo et al (1998) and Camargo y Bazzo (2002). Unlike the porous wick capillary evaporators, circumferentially grooved wicks have demonstrated reliable operation even in presence of vapor bubbles or non condensable gases inside the liquid core of the capillary pump. Anyhow, further analysis is still required to better be aware of the physical properties influence on the capillary pump thermal behavior. For acetone, the maximum power input was 20 W or 0.73 W/cm<sup>2</sup>, the point that the capillary evaporator was led to the dry out condition.

In Figure 8 is shown the thermal behavior using ammonia as the working fluid, in this case, for power input around 50 W and reservoir temperature also fixed about 30 °C. The start up was also successful, reaching the steady state operation after 30 minutes. The whole system worked properly. Unlike the previous analysis, here just slightly temperature oscillations were observed. At steady state operation, the feeding liquid remains subcooled and the vapor temperature is approximately equal to the reservoir temperature. Therefore, there is no vapor bubble and nor non condensable gases at capillary pump inlet. For ammonia, due to technical restrictions, the capillary pump was tested up to 75 W or 2.73 W/cm<sup>2</sup>, below the heat load capillary limit.

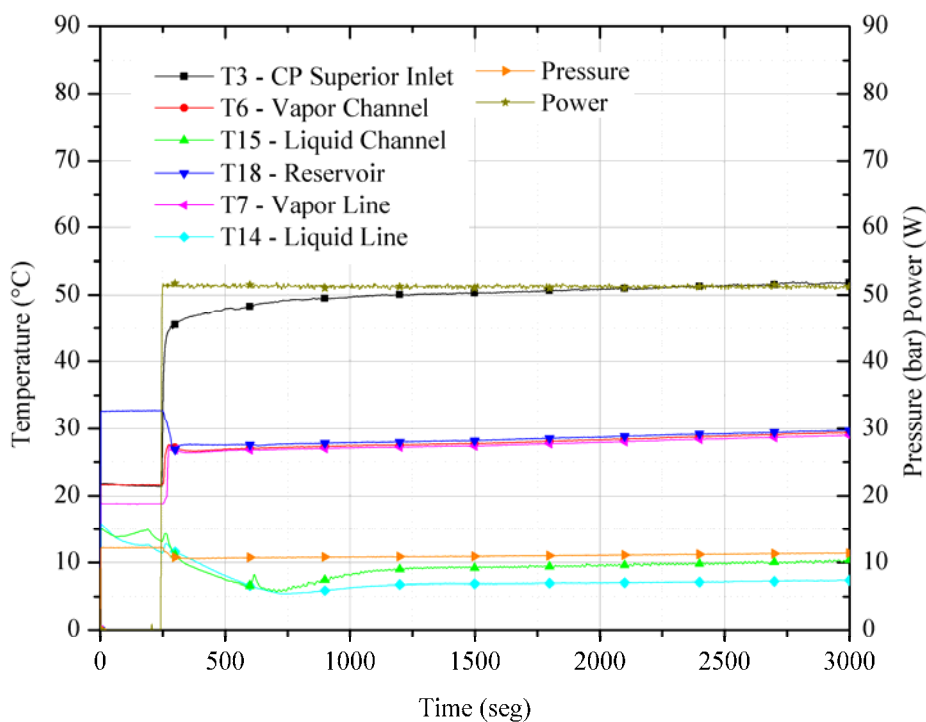


Figure 8 – Startup and thermal behavior, using ammonia as working fluid.

In Figure 9 is shown the thermal behavior corresponding to successful 6 hour steady state operations of the CPL at power inputs of 16 W and 33 W for acetone and ammonia as working fluids, respectively. The reservoir temperature was fixed in order of 30° for acetone and 32°C for ammonia. The higher heat load capability and smaller temperature differences between reservoir and evaporator are important advantages in favor of ammonia. The pressure level operation should be an advantage in favor of acetone as the working fluid.

In Figure 10 experimental results are shown, again for reservoir temperature set around 30 °C, concerning the startup and transient operation using ammonia and acetone as working fluids. For acetone, the power input was applied stepping from 8, 16 and finally 28 W. After 300 seconds the startup was successful and the system worked suitably for 2650 seconds (approximately 45 minutes). At this time, a 28 W power input applied to the capillary pump led it up to the dryout. At steady state operation, the feeding liquid remains subcooled as desirable, despite the oscillations. The vapor temperature goes up to 20 °C higher than the reservoir temperature. In general, no significant change on the vapor channel temperature was observed while in operation. For ammonia as working fluid, the power was applied stepping from 10 to 53 W. For 10 W power input, the reservoir, vapor channel and capillary pump temperatures remains approximately the same value. Just after 1500 seconds testing (25 minutes), a very little difference between the reservoir and capillary pump temperatures around 5 °C is observed. This fact is also an advantage and qualifies the

ammonia for a number of applications where low difference of temperatures between the heat source and heat sink are design restrictions. In both cases, for acetone and for ammonia, the higher power input, the higher mass flow rate and so the lesser the inlet liquid temperature, reducing the oscillations and making a more reliable operation of the capillary pump.

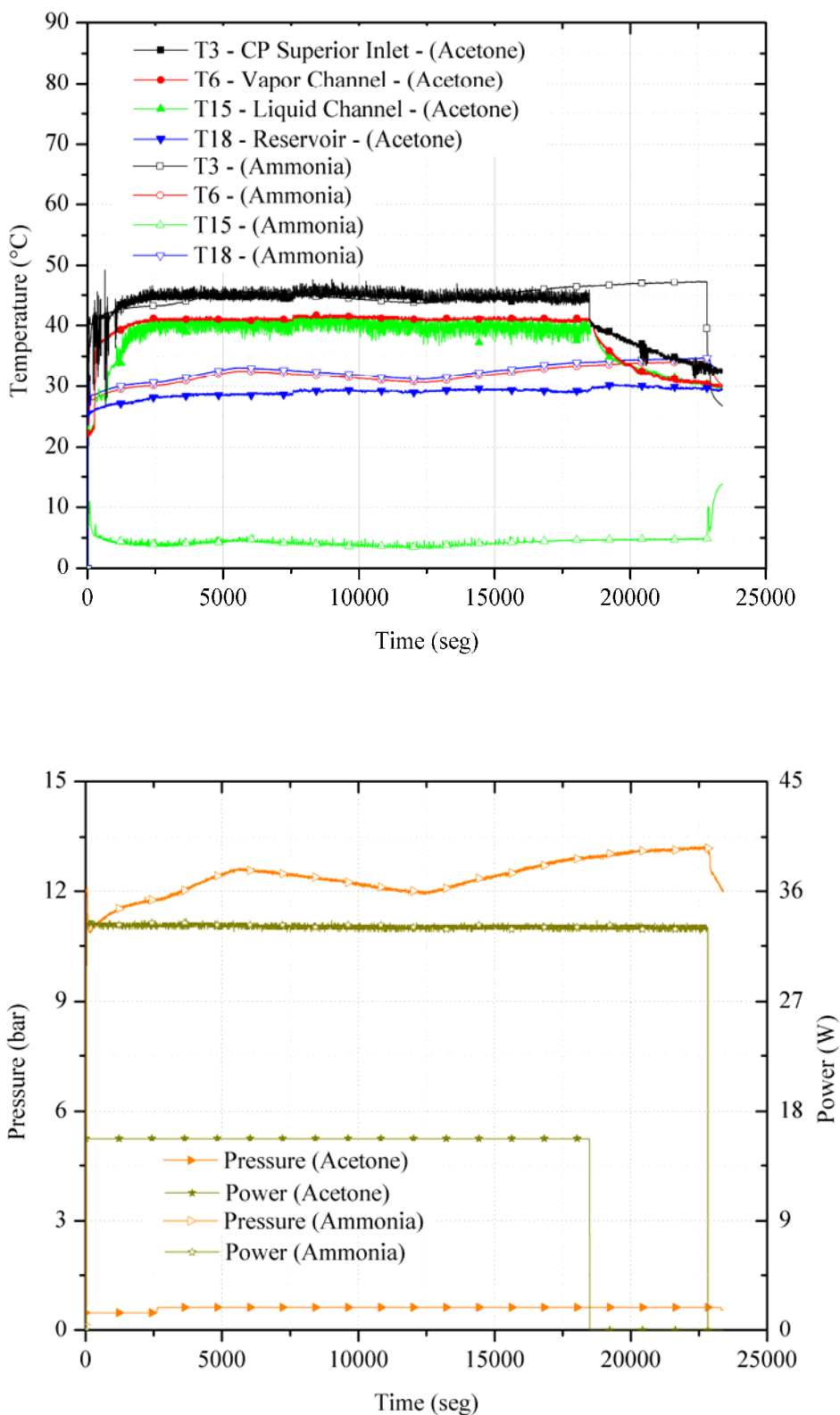


Figure 9 – Steady state operation using ammonia and acetone as working fluid.

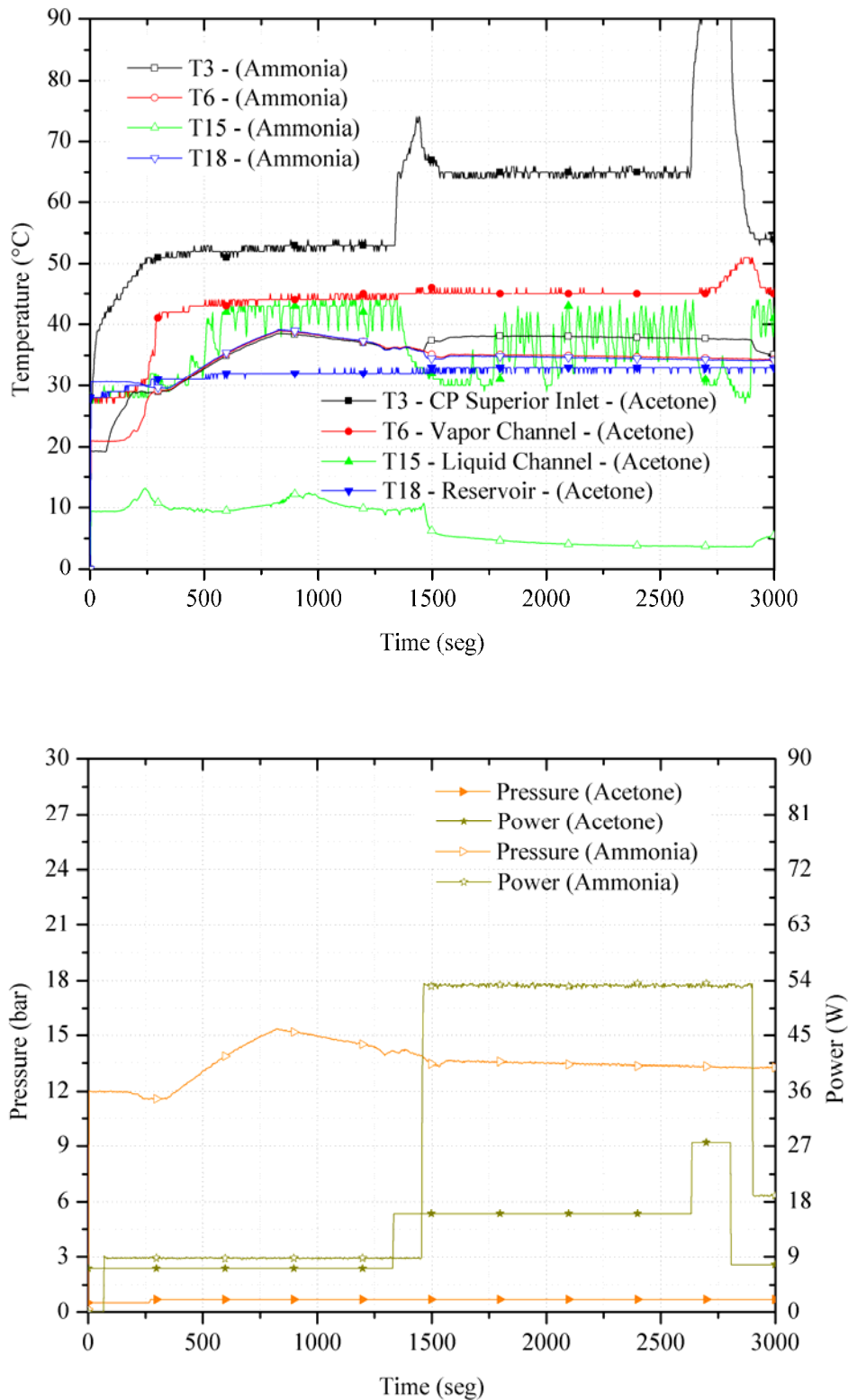


Figure 10 – Capillary pumped operation using ammonia and acetone as working fluids.

In Figure 11 is shown the transient operation using ammonia as working fluid, for power input stepping from 4 to 75 W. In this case, the reservoir temperature was set 35 °C. The CPL worked appropriately even changing continuously the heat load. The system started up successfully after 900 seconds (15 minutes), for 4 W power input. Due to power supply technical restrictions, the capillary pump was tested up to 75 W or 2.73 W/cm<sup>2</sup>, below the capillary limit. The power supply is able to provide up to 90W depending on the resistance fixed on the evaporator. For the 13 Ω resistance used the power supply provides 75 W maximum. This power was completely dissipated by the CPL.

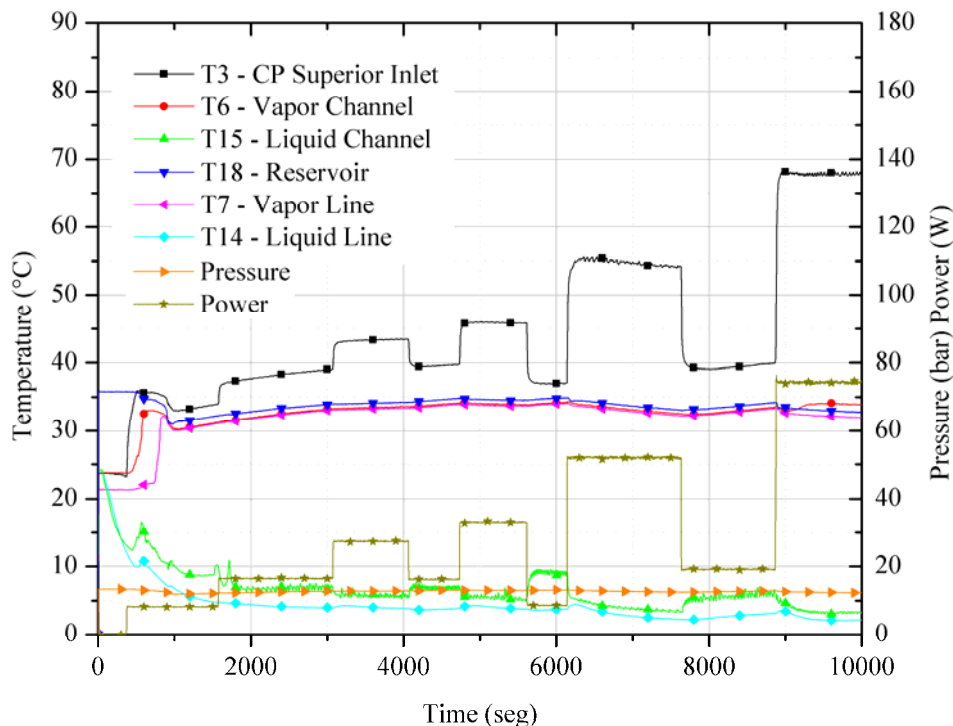


Figure 11 – Transient operation of CPL up to 75 W, using ammonia as working fluid.

In Figure 12 is shown the thermal behavior of acetone as working fluid, again for reservoir temperature set around 30 °C, but now for power input stepping from 16 to 22 W. After 500 seconds the startup was successful and the system worked suitably for approximately 50 minutes. After this point, a 22 W power input led the capillary evaporator to dryout.

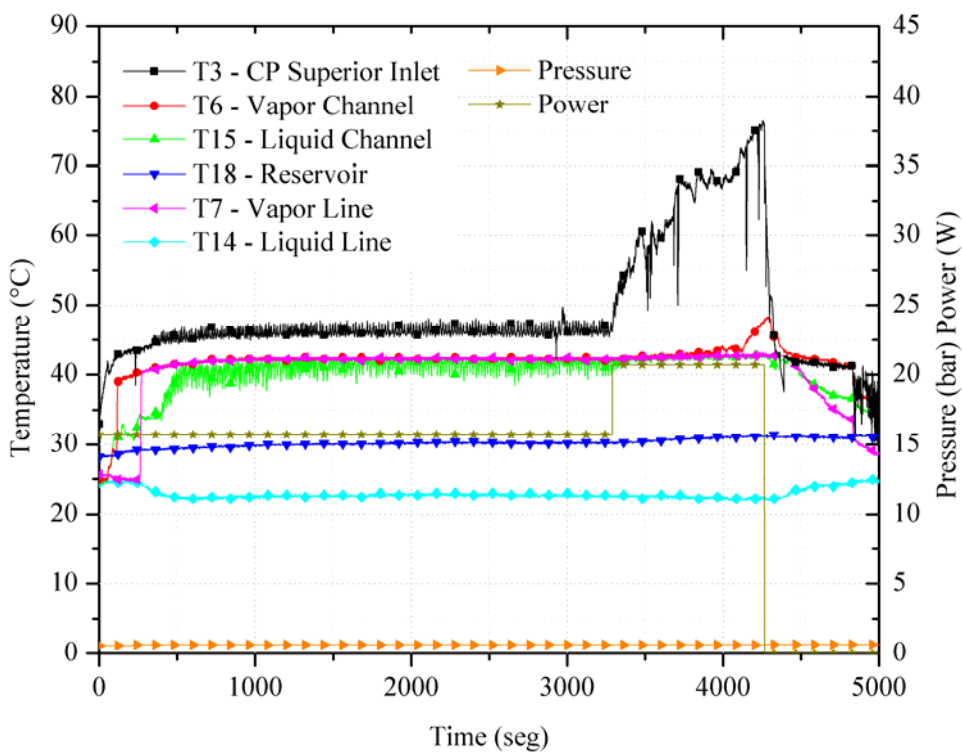


Figure 12 – Transient operation and dryout for acetone as working fluid.

Tests were carried out varying the operational temperature of the system by changing the reservoir temperature from 25, 30 and 35°C, with the purpose to verify the influence of the operational temperature into the results. In Figure 13, experimental data are shown for different reservoir temperatures and ammonia as the working fluid. In the case of 25°C, an unstable operation was noted, leading the capillary pump to dryout when the power input was increased to approximately 54 W. For 30 and 35°C, the CPL worked properly.

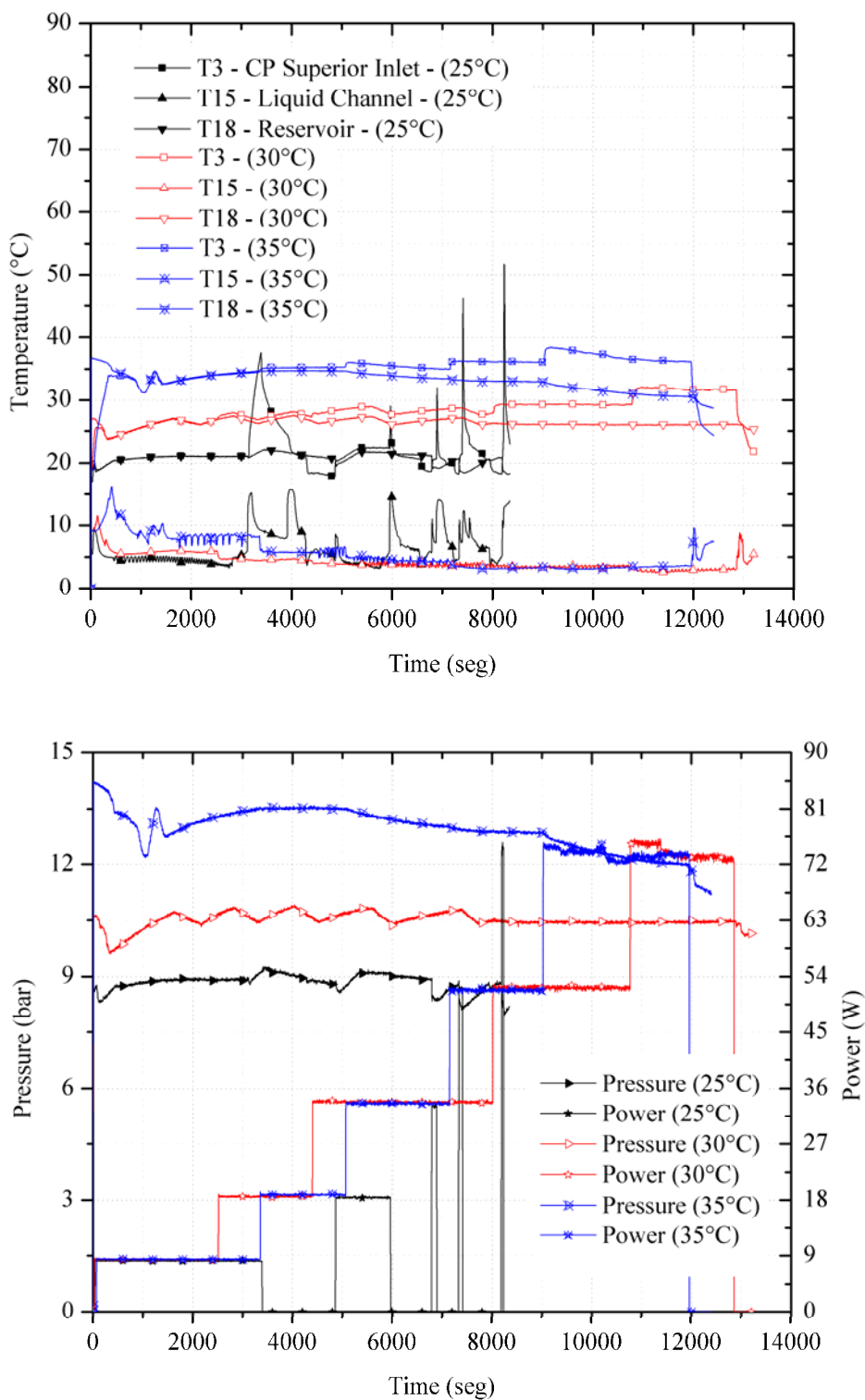


Figure 13 – Different operational temperature tests using ammonia as working fluid.

A new experimental setup is in preparation to cover power inputs up to 300 W in order to make sure the operational range of the capillary pump for any working fluid (acetone, ammonia, water etc). New tests will be carry out for searching operational limits of capillary pumps in a similar scheme for heat pipes, where capillary, sonic, viscous and

also boiling limits were deeply studied (Chi, 1976). For capillary pumps, the capillary and boiling limits are more important.

## 5. Conclusion

The circumferentially microgrooved capillary pump has shown a successful start up and a satisfactory behavior at steady state condition, using both ammonia and acetone as the working fluid. Confirming theoretical results higher heat transfer is possible using ammonia as the working fluid. Using acetone, a maximum heat flux up to  $0.73 \text{ W/cm}^2$  was measured, proving a capillary limit just around 20 W. On your turn, using ammonia as the working fluid, heat flux up to  $2.73 \text{ W/cm}^2$  was measured. Higher values are still possible for ammonia, once technical limitations of the test facility did not allow power supply above 75 W. When compared to acetone, heat fluxes up to 4 times higher are expected if ammonia is used as working fluid. Ammonia is better for a number of applications where high heat loads and low difference of temperatures between the heat source and heat sink are mandatory. In general, when compared to porous wicks, circumferentially microgrooved capillary pumps presented some important advantages, concerning start up and repriming after dry out. A very easy repriming is possible, just reducing the power supply. Complementary studies are still required to better realize and establish a mathematical formulation for estimating the boiling limit in capillary pumped loops. Further testing is also still required at microgravity conditions to definitively qualify circumferentially microgrooved capillary pumps for space applications.

## 6. Acknowledgement

The authors thank the National Council for Scientific and Technological Development (CNPq), a foundation linked to the Ministry of Science and Technology, for the financial support of this research.

## 7. References

- Bazzo, E., Colle, S. and Groll, M., "Theoretical and Experimental Study of a CPL Using Freon 11 as the Working Fluid.", RBCM - Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, ISSN 0100-7386, Vol. XXI - No.1 - pp. 17-28, 1999.
- Bazzo, E., "Investigação Teórica e Experimental de Circuitos de Bombas Capilares", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 1996.
- Bazzo, E. and Reimbrecht, E.G.; Centenary Mission AEB/MCT-ISS-MCENT CEM Capillary evaporator microgravity experiment; Technical Report, 400 pgs., April/2006;
- Camargo, H. V. R., "Estudo Teórico-Experimental de Bombas Capilares de Ranhuras Circunferenciais", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.
- Camargo, H. V. R., Bazzo, E., "Comportamiento Térmico y Hidrodinámico de Bombas Capilares Con y Sin Presencia de Gases No Condensables". Revista Información Tecnológica del Chile. Chile: , v.13, n.1, p.13 - 19, 2002.
- Camargo, H. V. R., Bazzo, E., Santos, G. M., Silva, A. F. C., "Comportamento Térmico do Líquido de Alimentação em Bombas Capilares". In: 7th ENCIT - Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences, 1998, Rio de Janeiro. 7th ENCIT - Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences., 1998.
- Chi, S.W., "Heat Pipe Theory and Practice: a sourcebook", Ed. Hemisphere Pub. Corp., 242 p., 1976.
- Delil, A. A. M., "Oscillating/Pulsating Heat Transfer & Thermal Control Devices (in Acceleration Environments Ranging from Micro to Super Gravity)", ICHMT 2003 – International Center for Heat and Mass Transfer, Antalya, Turkey, October 22 – 25, 2003.
- Dunn, P. D., Reay, D. A., "Heat pipes", Ed. Pergamon, 4° ed., Oxford, 1994.
- Ku, J., "Overview of Capillary Pumped Loop Technology", 29th National Heat Transfer Conference, Atlanta, Georgia, 8-11 August, HTD vol. 236 ASME, 1993.
- Reimbrecht, E. G., "Caracterização Geométrica e Determinação de Propriedades de Elementos Porosos para Uso em Bombas Capilares", Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

## COMPORTAMENTO TÉRMICO DE BOMBAS CAPILARES MICRORANHURADAS UTILIZANDO DIFERENTES FLUIDOS TÉRMICOS DE TRABALHO

**Heitor Victor Ribeiro Camargo**

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

LabCET – Laboratório de Combustão e Engenharia de Sistemas Térmicos

EMC – Departamento de Engenharia Mecânica

[heitorvictor@ig.com.br](mailto:heitorvictor@ig.com.br)

**Edson Bazzo**

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

LabCET – Laboratório de Combustão e Engenharia de Sistemas Térmicos

EMC – Departamento de Engenharia Mecânica

[ebazzo@emc.ufsc.br](mailto:ebazzo@emc.ufsc.br)

**Resumo:**

Neste trabalho são apresentados resultados experimentais de uma bomba capilar de ranhuras circunferenciais testada no seu início de funcionamento e em regime permanente. A bancada de testes consiste de um sistema com um evaporador, um condensador de tubos concêntricos, linhas de líquido e de vapor, e um reservatório para controle da temperatura e pressão do sistema. O evaporador é construído com um tubo de alumínio com ranhuras circunferenciais. O principal objetivo é comparar o comportamento térmico do CPL (CPL – Capillary Pumped Loop) utilizando diferentes fluidos de trabalho. Acetona e amônia são utilizadas como fluido de trabalho. Potências de até 25 W e fluxos de calor de até 0.73 W/cm<sup>2</sup> foram alcançadas com acetona como fluido de trabalho. Com a utilização de amônia, potências superiores a 75 W e fluxos de calor de 2.73 W/cm<sup>2</sup> foram medidas.

Palavras chave: Bombas Capilares, CPL, Transferência de Calor.



## OIL RECOVERY BY A VISCOPLASTIC MATERIAL

Maximilian S. Mesquita<sup>1</sup>

Edson J. Soares<sup>1</sup>

Roney L. Thompson<sup>2</sup>

Márcio S. Carvalho<sup>3</sup>

mesquita@ct.ufes.br

edson@ct.ufes.br

roney@vm.uff.br

msc@mec.puc-rio.br

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, Universidade Federal do Espírito Santo, Avenida Fernando Ferrari, s/n, Goiabeiras, 29060-900, Vitória, ES, Brazil.

<sup>2</sup> Laboratório de Mecânica Aplicada, PGMEC, Department of Mechanical Engineering, Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria 156, 24210-240, Niterói, RJ, Brasil.

<sup>3</sup> Department of Mechanical Engineering, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rua Marques de São Vicente 225, 22453-900, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

**Abstract.** Oil recovery in porous media is an important problem in oil industry nowadays. In the micro-scale of this media, interfacial forces have a strong influence on the recovery efficiency. An interesting path to investigate is how rheological properties of non-Newtonian fluids can influence on this efficiency. An elliptic mesh generation technique, with the Galerkin Finite Element Method is used to compute the interface of the flow problem of a viscoplastic material displacing oil in a capillary tube. The constitutive equation is a Generalized Newtonian Fluid (GNF) with the viscosity function proposed by Papanastasiou (1987). The results were given as a function of a non-Newtonian Capillary number and the dimensionless yield stress. The goal of the present work is to study flow patterns, configuration of the interface between the two phases, and fraction of the mass of oil deposited at the wall, as functions of the dimensionless numbers cited. As the displacing fluid departs from Newtonian behavior the fraction of the mass deposited on the tube wall decreases and the shape of the interface becomes flatter.

**Keywords:** liquid-liquid displacement, non-Newtonian liquids, Papanastasiou viscosity function, finite element method, free surface flows

### 1. Introduction

The present paper deals with the displacement of a liquid, initially occupying the interior of a tube, by another liquid which is immiscible with the first. Practical applications include the flow through porous media during enhanced oil recovery and the cementation process of production and injection wells. Comprehensive reviews on this subject are available in the literature. In these processes, it is important to understand the mechanism of liquid displacement and to determine the amount of liquid that is left behind adjacent to the wall. The configuration of the interface between the two liquids depends on the force balance near the interface, which is the focus of the present study. Most of the related work found in the literature deals with the case of a gas displacing a viscous liquid, going back to the pioneer work of Fairbrother and Stubbs (1935) and Taylor (1961). In the experiments reported in these early papers, the Reynolds number was kept small enough to assure negligible inertial effects. The main goal was to determine the fraction of mass deposited on the tube wall  $m$ , which, with the aid of the mass conservation principle, can be written as a function of the velocity of the tip of the interface  $U$  and the mean velocity  $\bar{u}$  of the liquid ahead of the gas-liquid interface, viz.,

$$m = \frac{U - \bar{u}}{U} \quad (1)$$

Taylor (1961) studied the dependence of the mass fraction on the *capillary number*  $Ca \equiv \mu U / \sigma$ , where  $\mu$  and  $\sigma$  are the liquid viscosity and surface tension, respectively. His analysis indicated that the amount of liquid deposited on the wall rises with the interface speed, and that  $m$  tends asymptotically to a value of 0.56 as  $Ca$  approaches 2. Working on the same problem, Cox (1962) studied the mass fraction over a wider range of the capillary number, and also observed that  $m$  reaches an asymptotic value at a high capillary number. However, he showed that this asymptotic value was 0.60 as  $Ca$  approached 10. Using the lubrication approximation, Bretherton (1961) derived a theoretical correlation between the mass fraction and the Capillary number, and the agreement between his predictions and Cox's experiments is good in the range of  $10^{-3} < Ca < 10^{-2}$ .

Some contributions found in the literature deal with the theoretical modeling of gas-liquid displacement in the small gap between two parallel plates. Giavedoni and Saita (1987) reviewed these articles and presented a theoretical analysis

of the steady displacement of a viscous liquid by a semi-infinite gas bubble using finite element method. They extended the range of the Capillary number of the analysis from  $5 \times 10^{-5}$  up to 10. Lee et al. (2002) used a finite-element method to study the steady gas displacement of a polymeric liquid confined between two parallel plates. The non-Newtonian behavior of the liquid was modeled by three different differential constitutive equations. Articles dealing with the analysis of liquid-liquid displacement are much scarcer. One of these few papers is given by Goldsmith and Mason (1963), who report experimental results on the amount of displaced liquid left on the tube wall as a function of different parameters. In their experiments, the displacing material is a long drop of a viscous liquid. The results showed that the mass fraction rises as the viscosity ratio  $N_\mu = \mu_2/\mu_1$  is decreased, where the index 1 refers to the displacing fluid and  $\mu_2$ , to the displaced fluid. This trend agrees with the theoretical predictions and experimental data presented in this work. Teletzke et al. (2002), using a perturbation method, analyzed the wetting hydrodynamics problem. They extended the work of Bretherton (1961) to account for a viscous (rather than inviscid) displacing fluid, and the effects of intermolecular forces in submicroscopically thin films. Their computations agreed with the observation of Goldsmith and Mason (1963), which showed that the film thickness of the displaced fluid left on the wall rises with the viscosity of the displacing fluid. However, their results were limited to small capillary numbers, namely,  $Ca < 10^{-4}$ .

Petitjeans and Maxworthy (1996) analyzed the situation of liquid-liquid displacement with miscible liquids. They studied the effect of the Peclet number, defined as  $Pe = V_m D/D_m$ , where  $V_m$  is the maximum velocity far from the tip of the interface,  $D$  the tube diameter, and  $D_m$  is the diffusion coefficient. The high Peclet number regime should correspond to the case of immiscible fluids and infinite capillary number.

Soares et al. (2005), studied the case where a Newtonian viscous liquid was displaced by a long drop of another Newtonian viscous liquid in a capillary tube. The problem was analyzed by numerical simulations and experiments for some governing parameters. The authors investigated the capillary number and viscosity ratio effects on the fractional deposited mass,  $m$ . They also analyzed the stream line patterns and the shape of the interface tip.

The present work consists of a continuation of previous work of Soares et al. (2005) and Mesquita et al (2006). The major difference of these works is the fact that numerical simulations were performed to investigate non-Newtonian effects when a polymeric material is used as the displacing fluid.

A thin layer of the displaced liquid is left behind on the tube walls, as illustrated in Fig.(1). In the figure,  $R_0$  is the radius of the tube and  $R_b$  the radius of the cylindrical portion of the interface. The theoretical approach consisted of the solution of the governing equations of this free surface problem using the finite element method. The flow field variables and the position of the interface between the two liquids are all solved simultaneously and the formulation is not limited to low capillary numbers. The theoretical predictions show the effect of different parameters on the interface configuration and on the thickness of the layer of the displaced liquid left on the walls. It is important to notice that, a main hypothesis considered is that we study the problem far from the limit of instability effects. Depending on the wettability, the dimensionless length of the drop and the other dimensionless parameters of the problem indicated below, the problem becomes unstable. The stability analysis associated with the physical problem is still in order.

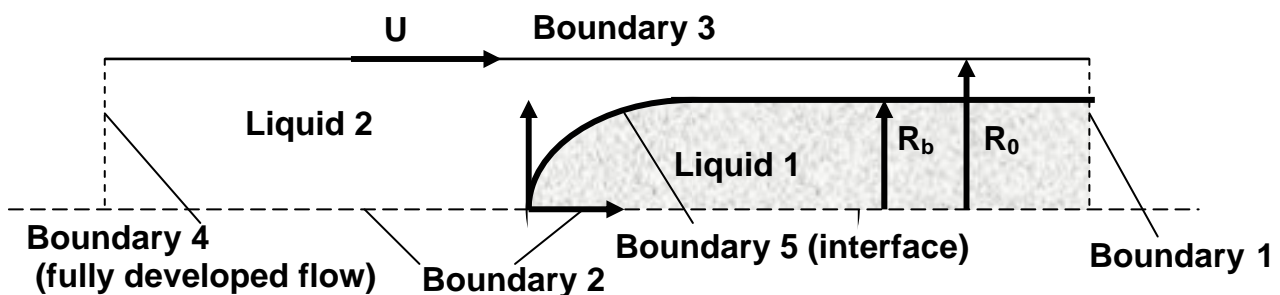


Figure 1 – Schematics of the problem.

## 2. MATHEMATICAL FORMULATION

### 2.1. Conservation equations and boundary conditions

The physical model to describe the displacement of a Newtonian liquid of viscosity  $\mu_2$  by a long drop of a second non-Newtonian liquid of viscosity  $\eta_1$  is now presented. The displacing drop (liquid 1) is translating steadily with speed  $U$ . To simplify the analysis, the governing equations are written with respect to a moving reference frame located at the tip of the interface. In this frame of reference, the flow is steady and the wall is moving with velocity  $U$ .

The geometry analyzed is an axisymmetric tube of radius  $R_0$ . The liquid is assumed to be incompressible, and the flow is laminar and the inertia is negligible. The velocity and pressure fields are governing by the continuity and momentum equations. In cylindrical coordinates, these governing equations are written as (the subscript  $k = 1, 2$  labels the two liquids).

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_k) + \frac{\partial}{\partial x} (u_k) \quad (2)$$

$$0 = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{(rx)_k}) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{(xx)_k}) \right] - \frac{\partial p_k}{\partial x} \quad (3)$$

$$0 = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{(rr)_k}) - \frac{\tau_{(\theta\theta)_k}}{r} + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{(rx)_k}) \right] - \frac{\partial p_k}{\partial r} \quad (4)$$

Where  $u$  and  $v$  are respectively the axial and radial components of the velocity field  $\mathbf{u}$  and the quantities  $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{rx}, \tau_{ry}$  and  $\tau_{\theta\theta}$  are the components of the stress tensor  $\boldsymbol{\tau}$ .

In order to facilitate the following description of the boundary conditions, the boundaries are labeled from 1 to 5, as illustrated in Fig. (1).

1) Far enough upstream of the interface, Boundary 4, the flow is taken to be fully developed and the pressure is assumed to be uniform:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u}_2 = 0, \quad p_2 = p_{in} \quad (5)$$

where  $\mathbf{n}$  is the unit vector normal to the boundary surface and  $p_{in}$  the pressure field.

2) Far enough downstream, Boundary 1, the flow is also assumed to be fully developed, but the pressure is not imposed:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u}_1 = 0 \quad (6)$$

3) Along the symmetry axis, Boundary 2, both the shear stress and the radial velocity vanish:

$$\mathbf{t} \cdot [\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_k] = \tau_{(rx)_k} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_k = 0 \quad (7)$$

where  $\mathbf{t}$  is a unit vector tangent to the boundary surface.

4) The no-slip and impermeability conditions are imposed along the tube wall, Boundary 3:

$$\mathbf{u} = U\mathbf{e}_x \quad (8)$$

where  $\mathbf{e}_x$  is the unit vector in the x-direction.

5) At the liquid-liquid interface, Boundary 5, the traction balances the capillary pressure, and there is no mass flow across the interface:

$$\mathbf{n}(p_1 - p_2) + \mathbf{n}(\boldsymbol{\tau}_2 - \boldsymbol{\tau}_1) = \frac{\sigma}{R_m} \mathbf{n} \quad (9)$$

$$(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) = 0 \quad (10)$$

In Eq. (9),  $1/R_m$  is the local mean curvature of the interface, defined as

$$\frac{1}{R_m} \mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{x_s^2 + r_s^2}} \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial s} - \frac{x_s}{r\sqrt{x_s^2 + r_s^2}} \mathbf{n} \quad (11)$$

where  $\mathbf{t}$  is the unit tangent vector to the free surface,  $s$  is the arc-length curvilinear coordinate along the interface in the  $r$ - $x$  plane and  $x_s = \partial x / \partial s$  and  $r_s = \partial r / \partial s$  are spatial derivatives with respect to  $s$ .

## 2.2. Constitutive equations

In order to close the set of differential equations, the stress tensor was related with the kinematics of the flow by the Generalized Newtonian Fluid model. In this model, the stress tensor is given by

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (12)$$

where  $\dot{\gamma} = \nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T$  is the rate of strain tensor. The scalar quantity  $\eta(\dot{\gamma})$  is the viscosity function, and  $\dot{\gamma} \equiv \sqrt{\frac{1}{2}tr(\dot{\gamma} \cdot \dot{\gamma})}$  is the deformation rate. The viscosity function  $\eta(\dot{\gamma})$  is that proposed by Papanastasiou (1987) and described by Eq. (13).

$$\eta = \mu + \frac{\tau_0(1 - e^{-c\dot{\gamma}})}{\dot{\gamma}} \quad (13)$$

where  $\tau_0$  is the yield stress,  $\mu$  is an asymptotic viscosity value at high shear rate and  $c$  is a regularization parameter. A viscoplastic material is generally described as a material which flows only when the stress is above a particular level, a material with a yield stress. The Bingham model which was the first model proposed to capture such behavior has the inconvenient feature of being discontinuous and, therefore, it leads to numerical difficulties. Papanastasiou (1987) proposed the use of a regularization parameter in order to have a smooth transition between non-yielded and yielded state. As suggested by a number of works presented on literature, for a value of the regularization parameter  $c=1000$ , Papanastasiou's model closely describes the behavior of Bingham material and, therefore, this value is adopted in the present work.

## 3. SOLUTION METHOD

### 3.1 The free boundary problem

Due to the free surface, the flow domain is unknown a priori. In order to solve this free-boundary problem by means of standard techniques for boundary value problems, the set of differential equations and boundary conditions written for the physical domain has to be transformed to an equivalent set, defined in a known reference domain. This subject is better discussed on papers of Kistler and Scriven (1983) and de Santos (1991). This transformation is made by a mapping  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\xi)$  that connects the two domains, as shown in Fig. (2). A functional of weighted smoothness can be used successfully to construct the type of mapping involved here. The inverse of the mapping that minimizes the functional is governed by a pair of elliptic differential equations that are identical to those encountered in diffusional transport with variable diffusion coefficients. The coordinates  $\xi$  and  $\eta$  of the reference domain satisfy

$$\nabla \cdot (D_\xi \nabla \xi) = 0 \text{ and } \nabla \cdot (D_\eta \nabla \eta) = 0 \quad (14)$$

where  $D_\eta$  and  $D_\xi$  are diffusion-like coefficients used to control gradients in coordinate potentials, and thereby the spacing between curves of constant  $\xi$  on the one hand and of constant  $\eta$  on the other that make up the sides of the elements that were employed; they were quadrilateral elements. Eq. (14) describe the inverse mapping  $\xi(x)$ . To evaluate  $x = x(\xi)$ , the diffusion equations that describe the mapping also have to be transformed to the reference configuration.

The gradient of the mapping  $x = x(\xi)$  in a two dimensional domain is defined as  $\nabla_\xi x = \mathbf{J}$ , and  $\|\mathbf{J}\| = \det \mathbf{J}$  is the Jacobian of the transformation. Boundary conditions are needed in order to solve the second-order partial differential equations (14). Spatial derivatives with respect to the coordinates of the physical domain  $\mathbf{x}$  can be written in terms of the derivatives with respect to the coordinates of the reference domain  $\xi$  by using the inverse of the gradient of the mapping

$$\begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{pmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{pmatrix} \partial/\partial \xi \\ \partial/\partial \eta \end{pmatrix} \quad (15)$$

Along the solid walls and synthetic inlet and outlet planes, the boundary is located by imposing a relation between coordinates  $x$  and  $y$ , and stretching functions are used to distribute the nodal points of the finite element mesh along the

boundaries. The free boundary (gas-liquid interface) is located by imposing the kinematic condition, Eq. (6). The discrete version of the mapping, Eq. (14), is generally referred to as mesh generation equations.

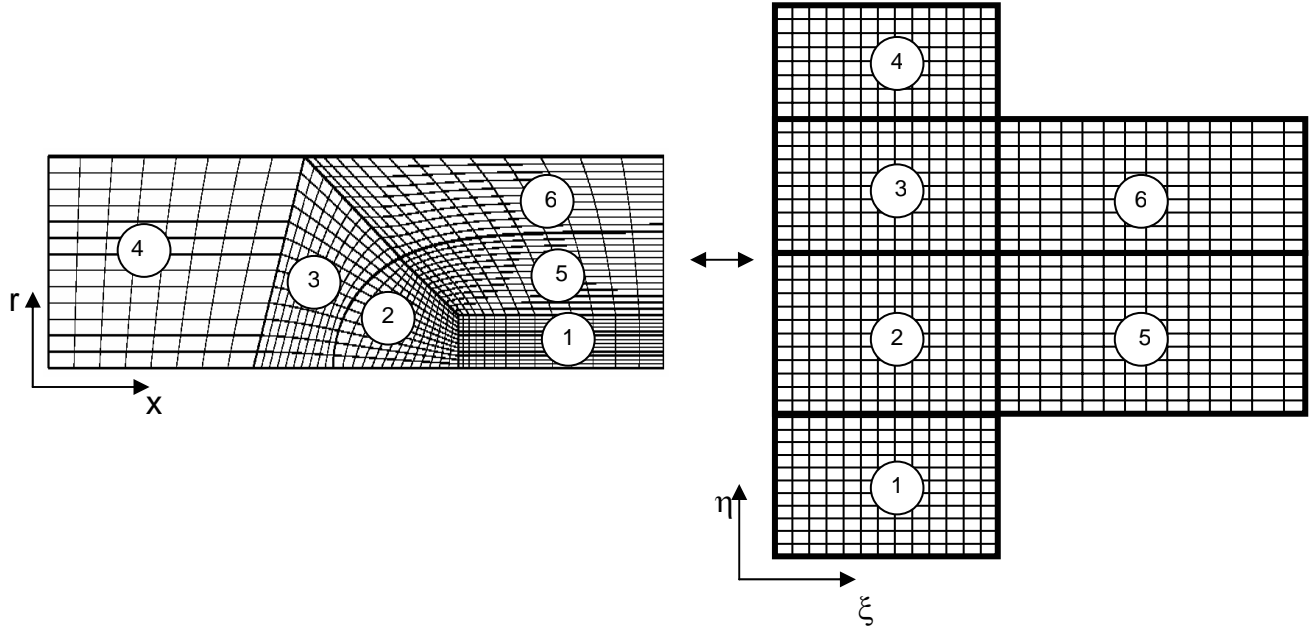


Figure 2 – Mapping between the physical and reference domains.

### 3.2 Solution of the equation system by Galerkin / Finite Element Methods

The differential equations that govern the problem and the mapping (mesh generation) equations were solved all together by the Galerkin/Finite Element Method. Biquadratic basis functions ( $\phi_j$ ) were used to represent the velocity and nodal coordinates, while linear discontinuous functions ( $\chi_j$ ) were employed to expand the pressure field. The velocity, pressure and node position are represented in terms of appropriate basis functions.

$$u = \sum U_j \phi_j; v = \sum V_j \phi_j; p = \sum P_j \chi_j; x = \sum X_j \phi_j; r = \sum R_j \phi_j \quad (16)$$

The coefficients of the expansions are the unknown of the problem:

$$C = [U_j \ V_j \ P_j \ X_j \ R_j]^T \quad (17)$$

The corresponding weighted residuals of the Galerkin method related to conservation of momentum, mass and mesh generation are:

$$R_{mx}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{(xx)_k} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{(xr)_k} \right] r \|J\| d\bar{\Omega} - \int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{e}_x (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_k) \phi_i r \frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} \quad (18)$$

$$R_{mr}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{(xr)_k} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{(rr)_k} + \frac{\phi}{r} T_{\theta\theta_k} \right] r \|J\| d\bar{\Omega} - \int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{e}_r (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_k) \phi_i r \frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} \quad (19)$$

$$R_c^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_k) + \frac{\partial u_k}{\partial x} \right] \chi_i r \|J\| d\bar{\Omega} \quad (20)$$

$$R_\xi^i = - \int_{\bar{\Omega}} D_\xi \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \xi}{\partial r} \right) \|J\| d\bar{\Omega} + \int_{\bar{\Gamma}} D_\xi (\nabla \xi \cdot \mathbf{n}) \phi_i \frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} \quad (21)$$

$$R_\eta^i = - \int_{\bar{\Omega}} D_\eta \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \|J\| d\bar{\Omega} + \int_{\bar{\Gamma}} D_\eta (\nabla \eta \cdot \mathbf{n}) \phi_i \frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} \quad (22)$$

### 3.3 Solution of the non-linear system of algebraic equation by Newton's Method

As indicated above, the system of partial differential equations and boundary conditions is reduced to a set of simultaneous algebraic equations for the coefficients of the basis functions of all the fields. This set is non-linear and sparse. It was solved by Newton's method. In order to improve the initial guess there were necessary to solve intermediate problems. The first successful free surface flow was computed using a fixed boundary flow field with slippery surface in place of the free boundary as the initial condition for Newton's method. The linear system of equations at each Newton iteration was solved using a frontal solver. A mesh convergence analysis was done increasing the elements number until the solution changed by less that 1% between successive refinements. The domain was divided into 880 elements that correspond to 3635 nodes and 17180 degrees of freedom. A representative mesh is shown in Fig (3).

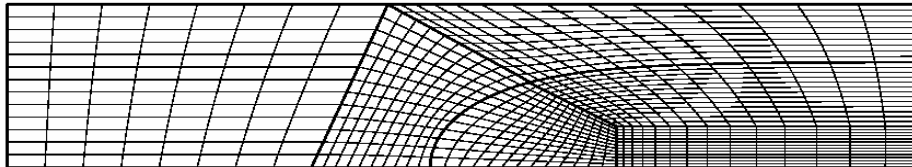


Figure 3 – The finite element mesh, with 880 elements and 17180degrees of freedom.

### 4. RESULTS

The amount of the liquid 2 that remains on the capillary wall is usually reported in terms of the mass fraction of liquid that is not displaced  $m$ , or simply by the liquid film thickness left on the wall. The two forms are related by

$$m = \frac{\text{mass left on wall}}{\text{total mass}} = 1 - \frac{\text{displaced mass}}{\text{total mass}} \quad (23)$$

$$= 1 - \left(\frac{D_b}{D_0}\right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{2h_c}{D_0}\right)^2$$

The mass fraction of the liquid 2 left on the tube wall can be evaluated using the mass conservation principle for the liquid 2 in a control volume containing the tip of the interface and attached to it. Figure (4) shows this control volume and the sketch of the velocity profiles at inlet and outlet plane as seen from a reference frame attached to tip of the interface. The mass flow rate of the liquid 2 through the control surface upstream of the drop is equal to  $\pi R_0^2 \bar{u}^*$  and through the control surface downstream the tip of the interface is  $\pi (R_0^2 - R_b^2) \bar{U}$ ,  $\bar{u}^*$  and  $\bar{U}$  being the average velocities of the liquid 2 at the two planes with respect to the moving frame of reference.

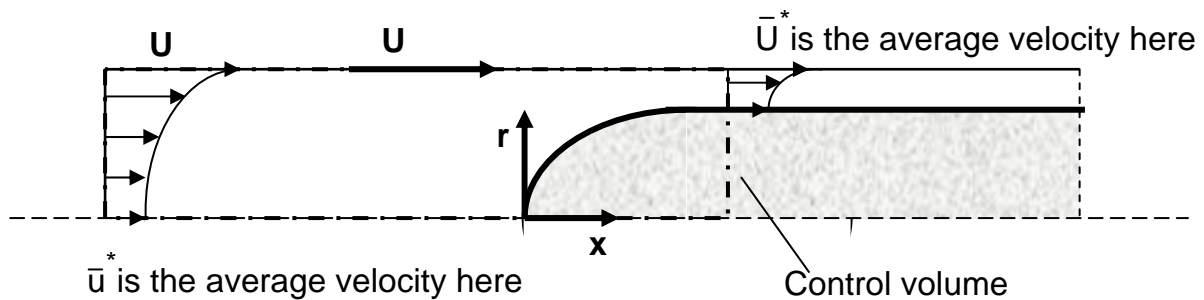


Figure 4 –Velocity profile as measured from a reference frame at the tip of the interface.

The average velocity with respect to the moving frame of reference  $\bar{u}^*$  can be evaluated as a function of the average velocity with respect to a fixed frame of reference,  $\bar{u}^* = U - \bar{u}$ . Combining the previous relations, the mass fraction  $m$  can be expressed in terms of the average velocities.

$$m = 1 - \left( \frac{D_b}{D_0} \right)^2 = \frac{U - \bar{u}}{\bar{U}} \quad (24)$$

For a Newtonian liquid displacement of a no inertial incompressible Newtonian liquid, the relevant dimensionless parameters that govern the problem are the Capillary number ( $Ca$ ) and Viscosity ratio ( $N_\mu$ ). The Capillary number and viscosity ratio are given by

$$Ca \equiv \frac{\mu_2 U}{\sigma} \quad (25)$$

$$N_\mu \equiv \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (26)$$

On the other hand, when the displaced liquid is non-Newtonian, the  $Ca$  is, again, calculated by Equation (25), but,  $N_\mu$  must be redefined. It is necessary to choose a characteristic viscosity of the problem. For this purpose the viscosity function is evaluated at the characteristic deformation rate of the flow which is in this problem  $\dot{\gamma}_c = V_b / R$ . Hence, the viscosity ratio for the power-law fluid is given by

$$N_\eta = \frac{\mu_2}{\eta_c} = \frac{\mu_2}{\mu + \frac{\tau_0 (1 - e^{-1000\dot{\gamma}})}{\dot{\gamma}}} \quad (27)$$

The rheological dimensionless parameter is the dimensionless yield stress ( $\tau'_0$ ) is given by

$$\tau'_0 = \frac{\tau_0}{\tau_c} = \frac{\tau_0}{\mu \dot{\gamma}_c + \tau_0} = \frac{\tau_0}{\mu (V_b / R) + \tau_0} \quad (28)$$

In order to validate the present work, the results are compared with the experiments from Taylor (1961) and Cox (1962) and numerical solution obtained by Souza et al (2006) for gas-liquid displacement, these results are shown in Figure (5). The agreement is quite good over the range of capillarity numbers explored.

Figure (6) presents the values of the fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the capillary number at fixed viscosity ratio,  $N_\mu = 4$ , for liquid-liquid displacement of two Newtonian fluids. Figure (6) shows a good agreement with the results of Soares et al (2006).

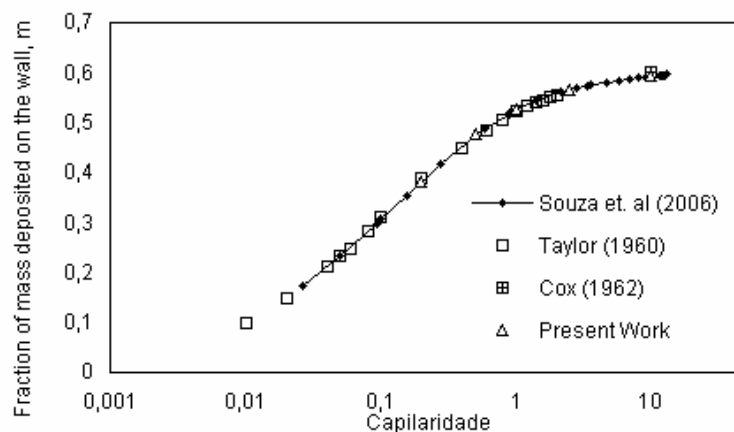


Figure 5 – Fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the capillary. Experimental and Numerical predictions for gas displacing a Newtonian liquid.



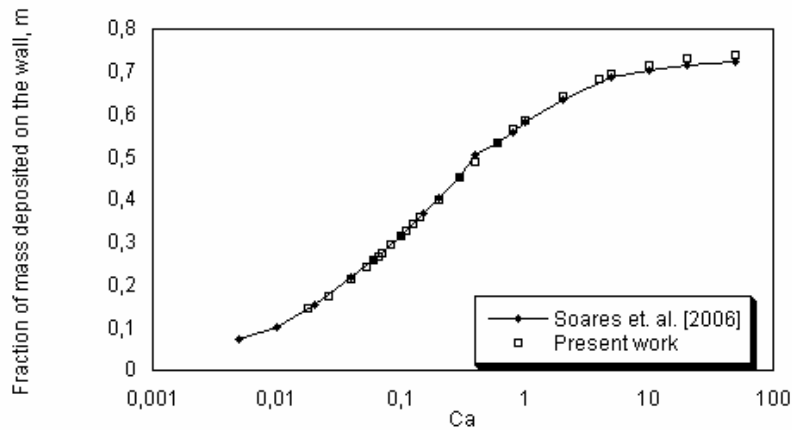


Figure 6 - Fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the capillary for two Newtonian liquids. Numerical predictions at fixed viscosity ratio  $N_\mu = 4$ .

Figure (7) presents the fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the dimensionless yield stress ( $\tau'_0$ ). The results indicate that as  $\tau'_0$  becomes higher the fraction of mass deposited on the tube wall decreases.

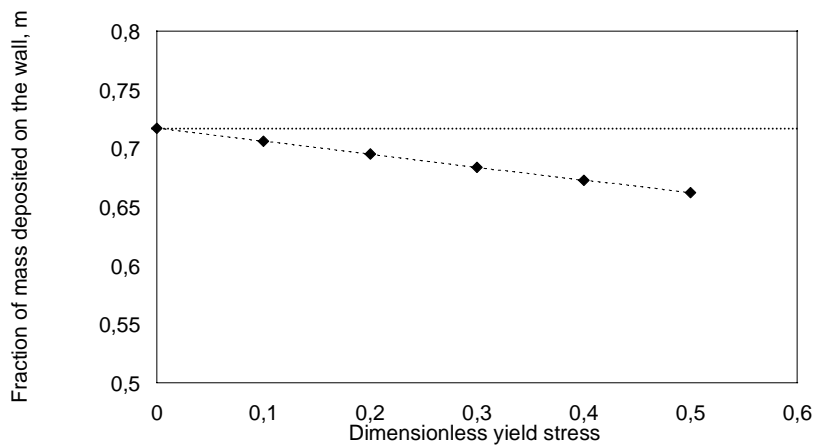


Figure 7 - Fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the dimensionless yield-stress. Numerical predictions at fixed capillary number,  $Ca=10$ , and viscosity ratio,  $N_\mu = 4$ .

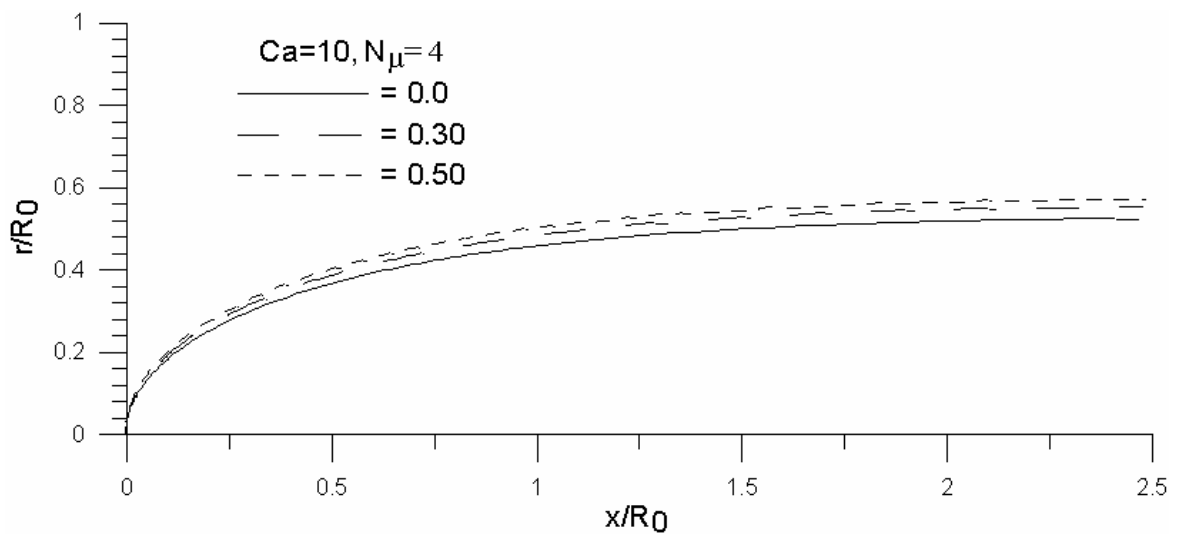


Figure 8 - Free surface profile at  $Ca=10$  and  $\tau'_0 = 0.0, 0.30$  and  $0.50$ .

## 5. Conclusions

An axisymmetric model of the flow near the upstream liquid-liquid interface of a long drop penetrating through a liquid in a capillary tube was presented. The presence of the interface makes the problem complex, since the domain in which the differential equations are integrated is unknown a priori. A fully coupled formulation was used and the differential equations were solved via the Galerkin finite element method.

Recent articles are found in the literature which analyze liquid displacement in tubes. However, these are limited to gas-liquid displacement or to liquid-liquid displacement at rather small capillary Numbers and for two Newtonian fluids. Thus, the main contribution of the present work was to investigate the influence of the dimensionless yield stress of the displacing liquid on the fraction of mass deposited on the tube wall for a fixed capillary number and viscosity ratio.

The predictions showed a decrease of fractional mass left behind with increase of the  $\tau'_0$ . Hence, the viscoplastic material seems to be a more efficient displacing liquid in oil recovery than the Newtonian one.

## 6. References

- Bretherton, F. P., 1961, "The Motion of Long Bubbles in Tubes," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 166–188.
- Cox, B. G., 1962, "On Driving a Viscous Fluid Out of a Tube," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 14, pp. 81–96.
- Dimakopoulos, Y. and Tsamopoulos, J., 2003, "Transient Displacement of a Viscoplastic Material by Air in Straight and Constricted tubes", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 112, pp. 43-75.
- Fairbrother, F., and Stubbs, A. E., 1935, "Studies in Electroendosmosis. Part VI. The Bubble-Tube Methods of Measurement," *J. Chem. Soc.*, Vol. 1, pp. 527–529.
- Giavedoni, M. D., and Saita, F. A., 1997, "The axisymmetric and plane cases of a gas phase steadily displacing a Newtonian liquid: A simultaneous solution of the governing equations," *Phys. Fluids*, 9, pp. 2420-2428.
- Goldsmith, H. L. and Manson, S.G., 1963, "The Flow of suspension through tubes," *J. Colloid Sci.*, 18, pp. 237-261.
- Lee, A. G., Shaqfeh, E.S. G., and Khomami, B., 2002, "A study of viscoelastic free surface flows by finite element method: Hele-Shaw and Slot Coating Flows," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 108, pp.327-362.
- Petitjeans, P., and Maxworthy, T., 1996, "Miscible Displacements in Capillary Tubes," *J. Fluid Mech.*, 326, pp. 37–56.
- Mesquita, M. S., Soares, E.J., Thompson, R. L., Carvalho, M. S., Souza Mendes, P. R., 2006, "Liquid Recovery In Capillary Tubes by Injection of A Power-Law Material, submitted to IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM 2006.
- Papanastasiou, T., C., 1987, "Flows of Materials with Yield-Stress", *Journal of Rheology*, Vol.31 pp. 385-404.
- Soares, E. J., Carvalho, M. S., Souza Mendes, P. R., 2005, "Immiscible liquid-liquid displacement in capillary tubes," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127 (1), pp. 24-31.
- Taylor, G. I., 1961, "Deposition of a Viscous Fluid on the Wall of a Tube", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 161–165.
- Souza, D. A., Soares, E. J., Queiroz, R. S. and Thompson, R. L., 2006, " Numerical investigation on gas-displacement of a shear-thinning liquid and a viscoplastic material in capillary tubes", submitted to *International Journal of Multiphase Flow*.
- Teletzke, G. F., Davis, H. T., and Scriven, L. E., 1988, "Wetting Hydrodynamics," *Rev. Phys. Appl.*, 23, pp. 989–1007.

## 7. Copyright Notice

The authors are the only responsible for the printed material included in his paper.

## TURBULENCE MODELLING OF THE GAS-PARTICLE FLOW IN A SUSPENSION BED

**Marcos Sebastião de Paula Gomes**

Mechanical Engineering Department of PUC-RIO.

mospomes@mec.puc-rio.br

**Reginaldo Rosa Cotto de Paula**

CEFET-E.S. and Mechanical Engineering Department of PUC-RIO.

rcotto@bol.com.br

**Abstract.** *The Turbulence modelling is a crucial question in the application of computational fluid dynamics (CFD) to gas-solid flow systems. This paper presents a two-dimensional numerical simulation of gas-particle two-phase flow using commercial software, Fluent 6.2.16. The velocity distribution of gas and solid particles were obtained from a mixture model incorporating the standard  $k-\varepsilon$  turbulence model. The models results were compared to numerical simulation from diffusion flux model and experimental study of gas-particle flow in a suspension bed performed out by Shang et al. (2004). The results of the velocity distributions showed good quantitative agreement between CFD predicted and the experimental investigation.*

**keywords:** *mixture model, gas-particle flow, turbulence*

### 1. Introduction

Two-phase turbulent flow are of considerable engineering importance in a wide range of the practical applications, such as power systems and environmental control.

The two-phase flow can give rise to very complex combination of phases as well from the flow structures. The two main approaches for modelling the two-phase flow are the Lagrangian-Eulerian and Eulerian-Eulerian (or continuum-continuum) approaches. In the Lagrangian-Eulerian approach the fluid phase is treated as continuum by solving of the Navier-Stokes equation, while the dispersed phase is considered to represent a group of particles interacting with the fluid and possessing the same characteristics such as size, composition, etc. (Patankar and Joseph, 2001). Particles trajectories are calculated from the Newton's equations of motion. In turbulent flow the problem with Lagrangian particle-tracking methods is that the number of particles needed for description of particle dispersion is often too large for practical calculations.

Eulerian-Eulerian approach considers the particulate phase to be a continuous fluid interpenetrating and interacting with the fluid phase (Gidaspow, 1994). The concept of the volume concentration or volume fraction is introduced due to the volume of a phase cannot be occupied by the other phases. The Eulerian-Eulerian approach introduces more unknowns quantities than equations. Hence, it is necessary to use closure equations. This formulation consists of three essential parts: (a) the derivation of the field equations of the conservation principles, such as mass and momentum; (b) constitutive equations from empirical formulation for the closure of the equation system by taking into account the structure of the flow field and material properties and, (c) interfacial conditions.

In the context of the Eulerian-Eulerian approach an alternative method is the mixture theory, also called the theory of this sort (Bowen, 1976; Xu et al., 2004). The mixture model method is considered a simplification of the full multiphase equations, due to their simple theory and implementation. In this approach the phases are treated as interpenetrating continua and at any instant of time, all phases are present at every material point. Instead of applied the continuity and momentum equations of each phase separately, this method solves to the continuity and momentum equations for the mixture. In addition, the local equilibrium condition is expressed by means of the momentum equation for the dispersed phase and the phases may be move at different velocities.

In the present work, a numerical investigation was conducted in order to simulate the velocities of the air flow and particles in two-phase flow using mixture model. The aim of this paper is to examine the application of the mixture turbulence model for simulation of the two-phase flows of the gas-particle in a cold model suspension bed.

## 2. Mathematical Formulation of the Mixture Model

The mixture model is employed in the simulation by assuming that the coupling between phases is strong, and particles closely follow the flow when the Stokes number,  $S_t$ , is less than or close to one. The Stokes number is defined as the ratio of the particle time response,  $t_p$ , to the system response time (Crowe *et al.*, 1998):

$$S_t = \frac{t_p}{t_s} = \frac{\rho_p d_p^2 / 18 \mu_c}{L_s / V_s} \quad (1)$$

where  $\rho_p$  and  $d_p$  are the density and diameter of the particle, respectively;  $\mu_c$  is continuity viscosity.  $L_s$  and  $V_s$  represent the length and velocity characteristics of a system, respectively.

For the case of only one dispersed phase, as in the present study, the mixture continuity and mixture momentum equation are given as

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}_m) = 0 \quad (2)$$

and

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \vec{u}_m) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}_m \vec{u}_m) &= -\nabla p_m + \nabla \cdot [\mu_m (\nabla \vec{u}_m + \nabla \vec{u}_m^T)] + \rho_m \vec{g} + \\ &+ \vec{F} + \nabla \cdot \left( \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \vec{u}_{dr,k} \vec{u}_{dr,k} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

above  $\rho_m$  is the mixture density,  $\vec{u}_m$  is the mass-average velocity given,  $\alpha_k$  is the volume fraction of phase  $k$ ,  $p_m$  is the pressure of mixture,  $\vec{F}$  is a body force and  $\mu_m$  is the viscosity of the mixture. The mass-average velocity, mixture density and viscosity of the mixture can be expressed, respectively, by

$$\vec{u}_m = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \vec{u}_k}{\rho_m} \quad (4)$$

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \quad (5)$$

$$\mu_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \mu_k \quad (6)$$

### 2.1. Volume Fraction of the Secondary Phase

From the continuity equation for secondary phase  $p$ , the volume fraction is governed by

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p \rho_p) + \nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{u}_m) = -\nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{u}_{dr,p}) \quad (7)$$

## 3. The Mixture Turbulence Model

The mixture turbulence model is an extension of a single-phase  $k - \varepsilon$  model. The transport equations of the  $k - \varepsilon$  model, which is based on the solution of the conservation equations of the kinetic energy of turbulence,  $k$ , and its dissipation rate,  $\varepsilon$ , are given by

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m k) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}_m k) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_{t,m}}{\sigma_k} \nabla k \right) + G_{k,m} - \rho_m \varepsilon \quad (8)$$

and

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}_m \varepsilon) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_{t,m}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} \left( C_{1\varepsilon} G_{k,m} - C_{2\varepsilon} \rho_m \varepsilon \right) \quad (9)$$

where the turbulent viscosity of the mixture,  $\mu_{t,m}$ , is computed from

$$\mu_{t,m} = \rho_m C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

where  $C_\mu = 0.09$ . The production of turbulent kinetic energy,  $G_{k,m}$ , is computed by

$$G_{k,m} = \mu_{t,m} (\nabla \vec{u}_m + (\nabla \vec{u}_m^T)) : \nabla \vec{u}_m \quad (11)$$

The closure constants in Eqs. (10) and (11) are:  $C_{1\varepsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\varepsilon} = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$  and  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ .

## 4. Experimental Procedure

Figure (1) shows a schematic representation of the experimental facility (Shang *et al.*, 2004). Air supply was supplied by a blower and a suction fan. A pitometer was used for the measurement of the air flow. The gas-particle flow enters a single central circular pipe nozzle of 250 mm in diameter. Round glass granules with mean diameter of  $45 \mu\text{m}$  and density of about  $2300 \text{ kg m}^{-3}$ , were chosen as particles for the experiments. The particles of diameter less than  $5 \mu\text{m}$  were chosen as air flow tracing particles. The established dimensions of the measurement segment were  $500 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$  in cross-section and height of 1400 mm. The front-wall of the measurement section ( $250 \text{ mm} \times 1400 \text{ mm}$ ) was made of glass, so that particle motion in the bed could be measured by a particle dynamic analyzer (PDA). Three two-dimensional laser beams were emitted by the PDA into the bed and focused on the measuring point.

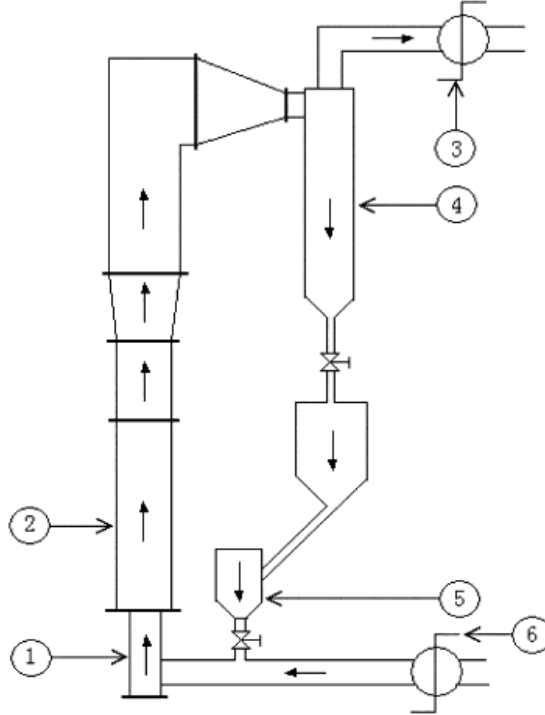


Figure 1: Schematic representation of the test facility: (1) entrance section; (2) measurement section; (3) suction fan; (4) cyclone separator; (5) particle hopper and (6) blower. Source: Shang *et al.* (2004).

One rectangle area was chosen as the measurement section, which was parallel to the front wall of the bed and contained the nozzle center line, as shown in Fig. (2). The flow upstream of the measurement section was from the bottom to top. The experiments were carried out at atmospheric pressure and the temperatures of the working mediums were about  $20^{\circ}\text{C}$ , (Shang *et al.*, 2004).

## 5. Model Parameters

In this work, in order to modelled the gas-particle flow was used the commercial code FLUENT 6.2.16. In this study were considering the following conditions: (a) two-phase flow for immiscible phases; (b) the gas phase was the continuous phase and particles were the dispersed phase; (c) there is no mass transfer between the gas phase and particle phase and; (d) the gas-particle two-phase flow was steady turbulent flow. In context of mixture models the particulate phase also was considered a continuous fluid interpenetrating. The resulting system of the equations was solved via finite volume method using the SIMPLE algorithm. The QUICK scheme was used to discretize the equation of the volume fraction.

Based on the geometry of the measurement section, it was decided to model the central plane of the flow using a two-dimensional, Cartesian coordinates, with  $250 \text{ mm} \times 1400 \text{ mm}$ . According the to the proposed design, the flow was forced to enter in the entrance section of the domain of 125mm in radius. In the numerical simulation the particle concentration was  $50 \text{ g m}^{-3}$ .

The boundary conditions for the inlet flow at the entrance section were evaluated according to the experimental condition. The the average velocity of the mixture at the exit of the entrance section was  $8.66 \text{ m s}^{-1}$ .

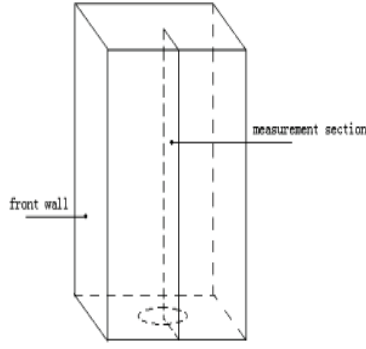


Figure 2: Position of the measurements. Source: Shang et al. (2004).

The turbulent kinetic energy and its dissipation rate at the inlet boundary were calculated as (Zhou, 1993)

$$k_{in} = 0.005V_{m,in}^2 \quad (12)$$

and

$$\varepsilon_{in} = \frac{k_{in}^{3/2}}{0.025R} \quad (13)$$

where  $V_{in,m}$  represent the average velocity of the mixture at the inlet of the suspension bed and  $R$  is the radius of the entrance section.

The coefficient of drag force was calculated by following approach,

$$C_D = \frac{24}{Re_p}(1 + 0.15Re_p^{0.687}) \text{ for } Re_p \leq 1000 \quad (14)$$

where  $Re_p$  is the Reynolds number of particle given by,

$$Re_p = \frac{\rho_c d_p |\vec{u}_p - \vec{u}_c}{\mu_c} \quad (15)$$

## 6. Results

Numerical simulations were conducted to characterize the gas-particles two phase flow in a suspension bed using the mixture turbulence model with an extension of a single-phase  $k - \varepsilon$  model for two-phase flow. The average velocity of the mixture at the exit of the entrance of test section was  $8.66 \text{ m s}^{-1}$ , the concentration and volume fraction of the particle were  $50 \text{ g m}^{-3}$  and  $2.17 \times 10^{-5}$ , respectively. The numerical mean axial gas and particle velocity vectors were presented in Fig. (3). The numerical results demonstrate the existence of three different regions of the flow in both the gas and particle phases: (a) a core region; (b) a main flow region and; (c) a back-flow region. It is suggested that the the geometry of the suspension bed has a significantly influence on the gas-particle flow structure. At the corner of the suspension bed, the gas and particle vector field shown that gas and particle entered in the vortex region and occurs a back-flow region. Besides the core region and the back-flow region, the flow region in the suspension bed belongs to the main flow direction. In the main flow region, both the gas and particles flow upward, but their velocities were lower than that at the exit of the entrance section. In Fig. (3) the results indicate that the distribution of the gas and particle velocities exhibits the similar flow patterns.

Figures (4) and (5) presented a comparison of the gas and particles velocities, respectively, at different width for different bed height obtained in the present work with mixture turbulence model and diffusion flux turbulence model from the work performed out by Shang et al. (2004) against the measurements. There was no significant difference between the predictions with the mixture turbulence model and the diffusion flux model. The results show that both the axial gas velocities and particle velocities decrease with increasing radial distance from the central axis and decrease with increasing axial height from the bottom of the bed.

Figure (6) shows the comparison of the computed gas and particles velocities at different bed heights obtained from mixture turbulence model and experimental data. The comparison of the distribution of the gas and particles velocities from Fig. (6) showed that the flow patterns were quite similar. Figures 4, 5, and 6 show that numerical results were in agreement with the experimental results for gas-particles flows in suspension bed obtained by Shang et al. (2004).

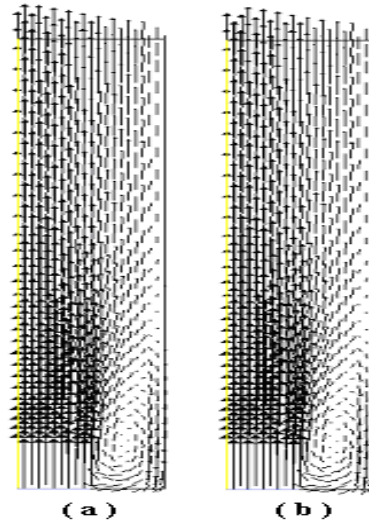


Figure 3: Results of the numerical simulations from mixture turbulence model: (a) velocity distribution of gas and (b) velocity distribution of particle.

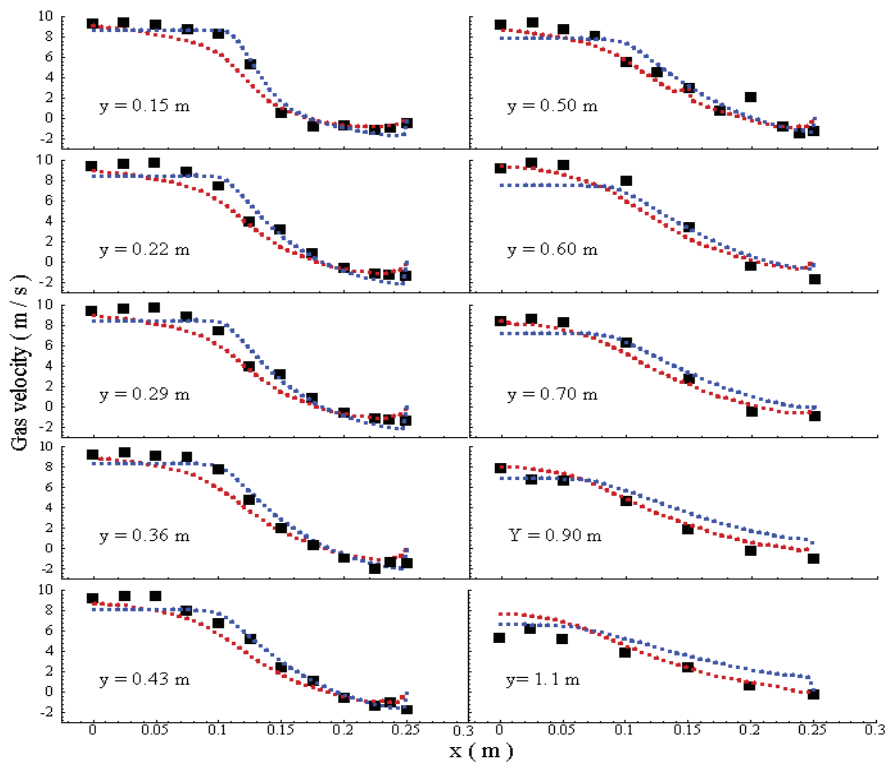


Figure 4: Comparisons of computed and measured axial velocities of the gas for different bed height: square - measurement, blue dashed - predictions with the mixture turbulence model and red dashed - predictions with the diffusion flux model.

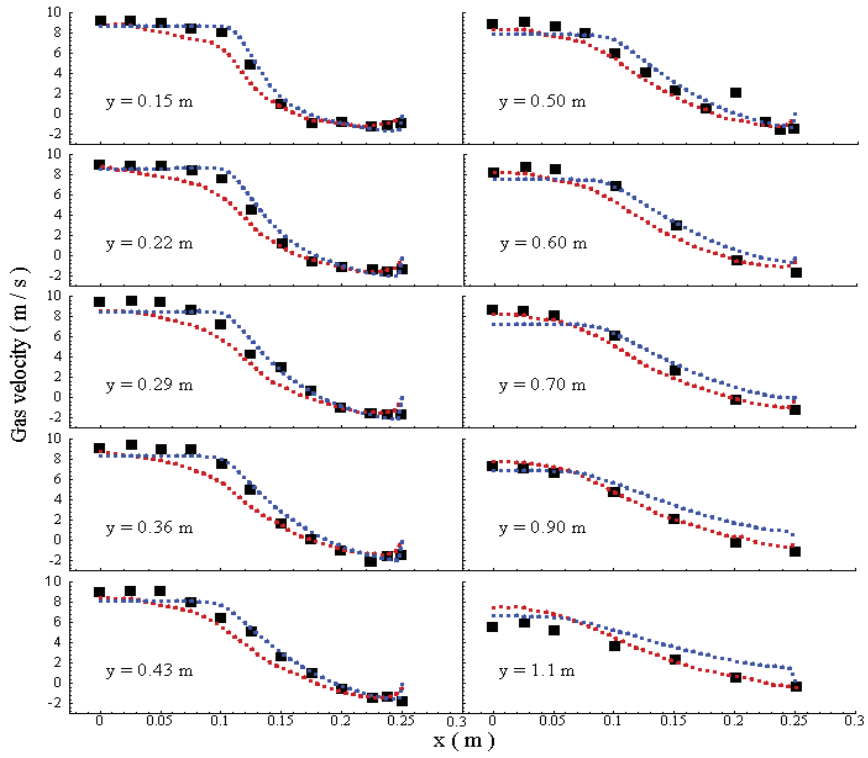


Figure 5: Comparisons of computed and measured axial velocities of the particles for different bed height: square - measurement, blue dashed - predictions with the mixture turbulence model and red dashed - predictions with the diffusion flux model.

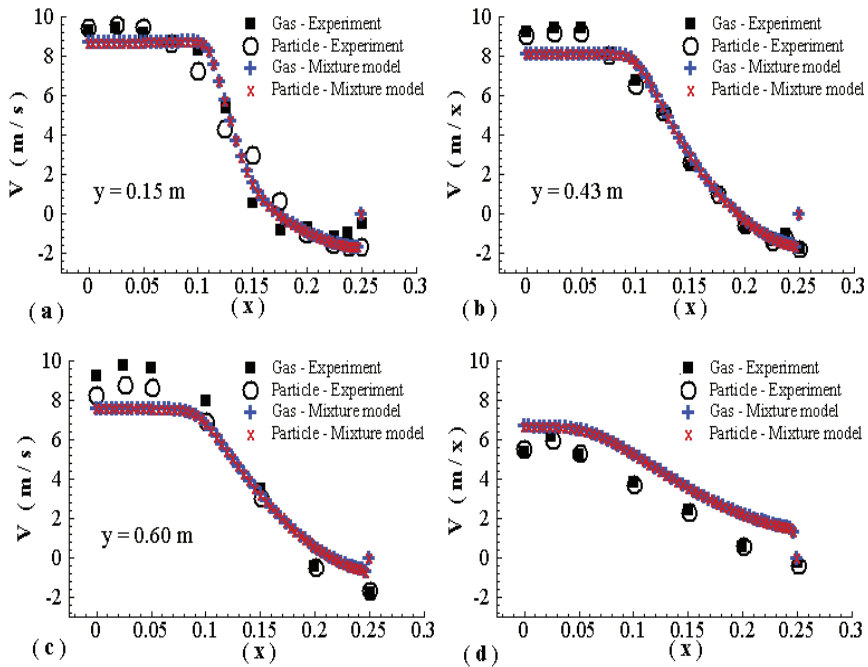


Figure 6: Comparisons of computed and measured axial gas and particle velocities at different bed height:(a)bed level  $y = 0.15$  m; b) bed level  $y = 0.43$  m, (c) bed level  $y = 0.60$  m and (d) bed level  $y = 1.1$  m



## **7. Conclusion**

In the present work, a numerical investigation was conducted to simulate the velocities of the air flow and particles in two-phase flow using mixture turbulence model. Although the mixture model is considered a simple model in the context of the multiphase flow, this model was a good tool to provide some understanding of the complex physical phenomena of the gas-particle two phase flow in suspension bed. As mentioned, the gas-particle two phase flow showed the existence of three different regions: a core region; a main flow region and a back-flow region. It is suggested that there was a connection between the geometry of the suspension bed and the gas-particle flow structure.

There was no significant difference between the predictions with the mixture turbulence model (present work) and the diffusion flux model (Shang et al., 2004). The numerical predictions with both the models showed good agreement with the measurements performed out in a suspension bed.

## **8. Acknowledgements**

The authors acknowledge support from CNPq. The opinions expressed in this publication are those of the authors and do not necessarily reflect the views of this institution.

## **9. References**

- Bowen, R. M., 1976, "Theory of Mixtures, Continuum Physics III", Ed. by Eringen, A.C., Academic Press, New York, pp. 1–127.
- Crowe, C., Sommerfeld, M. and Tsuji, Y., 1998, "Multiphase Flow with Droplets and Particles", CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Gidaspow, D., 1994, "Multiphase flow and fluidization. Continuum and kinetic theory descriptions", Academic Press, San Diego.
- Patankar, N. A. and Joseph, D. D., 2001, Modeling and numerical simulation of particulate flows by the EulerianLagrangian approach, "International Journal of Multiphase Flow", vol. 27, pp. 1659–1684.
- Shang, Z., Yang, R., Fukuda, K., Li D. And He, X., 2004, Experiment and simulation using diffusion flux model for gas-particle two-phase flow in a suspension bed, "Chemical Engineering Science", vol. 59, pp. 1505-1514.
- Zhou, L.X. , 1993, "Theory and Numerical Modeling of Turbulent Gas-Particle Flows and Combustion", Science Press & CRC Press, New York.
- Xu, J., Rouelle, A., Smith, K. M., Celik, D., Hussaini, M.Y., Van Sciver, S.W., 2004, Two-phase flow of solid hydrogen particles and liquid helium, "Cryogenics", vol. 44, pp. 459–466.

## **10. Author rights**

Authors are the sole responsible for the contents of their papers.

## NUMERICAL INVESTIGATION OF THE DISPLACING OF A SHEAR-THINNING LIQUID BY A NEWTONIAN MORE VISCOUS ONE

Raphael D.A. Bacchi<sup>1</sup>

Roney L. Thompson<sup>1</sup>

Edson J. Soares<sup>2</sup>

[raphadavid@gmail.com](mailto:raphadavid@gmail.com)

[roney@vm.uff.br](mailto:roney@vm.uff.br)

[edson@ct.ufes.br](mailto:edson@ct.ufes.br)

<sup>1</sup> Laboratório de Mecânica Aplicada, PGMEC, Department of Mechanical Engineering, Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria 156, 24210-240, Niterói, RJ, Brasil.

<sup>2</sup> Department of Mechanical Engineering, Universidade Federal do Espírito Santo, Avenida Fernando Ferrari, s/n, Goiabeiras, 29060-900, Vitória, ES, Brazil. <sup>2</sup>

**Abstract.** The displacement of a non-Newtonian power-law liquid by a Newtonian liquid, more viscous than the first is investigated numerically with the Galerkin Finite Element Method. This present study is qualitatively different from gas displacing the same fluid, a problem reported in the literature, in the sense that the viscosity ratio between displaced and displacing fluids is less than unity. Besides the viscosity ratio, a non-Newtonian Capillary number, and the power-law index are the dimensionless parameters investigated. The displacement efficiency is also investigated and compared with previous results.

**Keywords:** liquid-liquid displacement, non-Newtonian liquids, finite element method, free surface flows

### 1. Introduction

The present paper deals with the displacement of a liquid, initially occupying the interior of a tube, by another liquid which is immiscible with the first. Practical applications include the flow through porous media during enhanced oil recovery and the cementation process of production and injection wells. Comprehensive reviews on this subject are available in the literature. In these processes, it is important to understand the mechanism of liquid displacement and to determine the amount of liquid that is left behind adjacent to the wall. The configuration of the interface between the two liquids depends on the force balance near the interface, which is the focus of the present study. Most of the related work found in the literature deals with the case of a gas displacing a viscous liquid, going back to the pioneer work of Fairbrother and Stubbs (1935) and Taylor (1961). In the experiments reported in these early papers, the Reynolds number was kept small enough to assure negligible inertial effects. The main goal was to determine the fraction of mass deposited on the tube wall  $m$ , which, with the aid of the mass conservation principle, can be written as a function of the velocity of the tip of the interface  $U$  and the mean velocity  $\bar{u}$  of the liquid ahead of the gas-liquid interface, viz.,

$$m = \frac{U - \bar{u}}{U} \quad (1)$$

Taylor (1961) studied the dependence of the mass fraction on the *capillary number*  $Ca \equiv \mu U / \sigma$ , where  $\mu$  and  $\sigma$  are the liquid viscosity and surface tension, respectively. His analysis indicated that the amount of liquid deposited on the wall rises with the interface speed, and that  $m$  tends asymptotically to a value of 0.56 as  $Ca$  approaches 2. Working on the same problem, Cox (1962) studied the mass fraction over a wider range of the capillary number, and also observed that  $m$  reaches an asymptotic value at a high capillary number. However, he showed that this asymptotic value was 0.60 as  $Ca$  approached 10. Using the lubrication approximation, Bretherton (1961) derived a theoretical correlation between the mass fraction and the Capillary number, and the agreement between his predictions and Cox's experiments is good in the range of  $10^{-3} < Ca < 10^{-2}$ .

Some contributions found in the literature deal with the theoretical modeling of gas-liquid displacement in the small gap between two parallel plates. Giavedoni and Saita (1987) reviewed these articles and presented a theoretical analysis of the steady displacement of a viscous liquid by a semi-infinite gas bubble using finite element method. They extended the range of the Capillary number of the analysis from  $5 \times 10^{-5}$  up to 10. Lee et al. (2002) used a finite-element method to study the steady gas displacement of a polymeric liquid confined between two parallel plates. The non-Newtonian behavior of the liquid was modeled by three different differential constitutive equations. Articles dealing with the analysis of liquid-liquid displacement are much scarcer. One of these few papers is given by Goldsmith and Mason (1963), who report experimental results on the amount of displaced liquid left on the tube wall as a function of different parameters. In their experiments, the displacing material is a long drop of a viscous liquid. The results showed that the mass fraction rises as the viscosity ratio  $N_\mu = \mu_2 / \mu_1$  is decreased, where the index 1 refers to the displacing fluid and  $\mu_2$ , to the displaced fluid. This trend agrees with the theoretical predictions and experimental data presented in this

work. Teletzke et al. (2002), using a perturbation method, analyzed the wetting hydrodynamics problem. They extended the work of Bretherton (1961) to account for a viscous (rather than inviscid) displacing fluid, and the effects of intermolecular forces in submicroscopically thin films. Their computations agreed with the observation of Goldsmith and Mason (1963), which showed that the film thickness of the displaced fluid left on the wall rises with the viscosity of the displacing fluid. However, their results were limited to small capillary numbers, namely,  $Ca < 10^{-4}$ .

Petitjeans and Maxworthy (1996) analyzed the situation of liquid-liquid displacement with miscible liquids. They studied the effect of the Peclet number, defined as  $Pe = V_m D / D_m$ , where  $V_m$  is the maximum velocity far from the tip of the interface,  $D$  the tube diameter, and  $D_m$  is the diffusion coefficient. The high Peclet number regime should correspond to the case of immiscible fluids and infinite capillary number.

Soares et al. (2005), studied the case where a Newtonian viscous liquid was displaced by a long drop of another Newtonian viscous liquid in a capillary tube. The problem was analyzed by numerical simulations and experiments for some governing parameters. The authors investigated the capillary number and viscosity ratio effects on the fractional deposited mass,  $m$ . They also analyzed the stream line patterns and the shape of the interface tip. The viscosity ratio analyzed was from very large value, where the results were coincident to the case of a gas displacing a liquid, to  $N_\mu = 4$ . The goal of the present work is to extend this limit,

The goal of the present work is to extend this limit.

A thin layer of the displaced liquid is left behind on the tube walls, as illustrated in Fig.(1). In the figure,  $R_0$  is the radius of the tube and  $R_b$  the radius of the cylindrical portion of the interface. The theoretical approach consisted of the solution of the governing equations of this free surface problem using the finite element method. The flow field variables and the position of the interface between the two liquids are all solved simultaneously and the formulation is not limited to low capillary numbers. The theoretical predictions show the effect of different parameters on the interface configuration and on the thickness of the layer of the displaced liquid left on the walls. It is important to notice that, a main hypothesis considered is that we study the problem far from the limit of instability effects. Depending on the wettability, the dimensionless length of the drop and the other dimensionless parameters of the problem indicated below, the problem becomes unstable. The stability analysis associated with the physical problem is still in order.

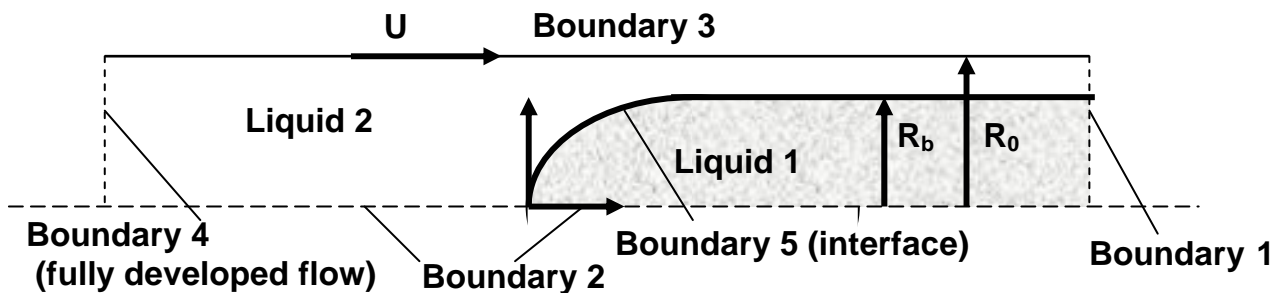


Figure 1 – Schematics of the problem.

## 2. MATHEMATICAL FORMULATION

### 2.1. Conservation equations and boundary conditions

The physical model to describe the displacement of a Newtonian liquid of viscosity  $\mu_2$  by a long drop of a second non-Newtonian liquid of viscosity  $\eta_1$  is now presented. The displacing drop (liquid 1) is translating steadily with speed  $U$ . To simplify the analysis, the governing equations are written with respect to a moving reference frame located at the tip of the interface. In this frame of reference, the flow is steady and the wall is moving with velocity  $U$ .

The geometry analyzed is an axisymmetric tube of radius  $R_0$ . The liquid is assumed to be incompressible, and the flow is laminar and the inertia is negligible. The velocity and pressure fields are governing by the continuity and momentum equations. In cylindrical coordinates, these governing equations are written as (the subscript  $k = 1, 2$  labels the two liquids).

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_k) + \frac{\partial}{\partial x} (u_k) \quad (2)$$

$$0 = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{(rx)_k}) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{(xx)_k}) \right] - \frac{\partial p_k}{\partial x} \quad (3)$$

$$0 = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{(rr)_k}) - \frac{\tau_{(\theta\theta)_k}}{r} + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{(rx)_k}) \right] - \frac{\partial p_k}{\partial r} \quad (4)$$

Where  $u$  and  $v$  are respectively the axial and radial components of the velocity field  $\mathbf{u}$  and the quantities  $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{rx}, \tau_{ry}$  and  $\tau_{\theta\theta}$  are the components of the stress tensor  $\boldsymbol{\tau}$ .

In order to facilitate the following description of the boundary conditions, the boundaries are labeled from 1 to 5, as illustrated in Fig. (1).

1) Far enough upstream of the interface, Boundary 4, the flow is taken to be fully developed and the pressure is assumed to be uniform:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u}_2 = 0, \quad p_2 = p_{in} \quad (5)$$

where  $\mathbf{n}$  is the unit vector normal to the boundary surface and  $p_{in}$  the pressure field.

2) Far enough downstream, Boundary 1, the flow is also assumed to be fully developed, but the pressure is not imposed:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u}_1 = 0 \quad (6)$$

3) Along the symmetry axis, Boundary 2, both the shear stress and the radial velocity vanish:

$$\mathbf{t} \cdot [\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_k] = \tau_{(rx)_k} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_k = 0 \quad (7)$$

where  $\mathbf{t}$  is a unit vector tangent to the boundary surface.

4) The no-slip and impermeability conditions are imposed along the tube wall, Boundary 3:

$$\mathbf{u} = U \mathbf{e}_x \quad (8)$$

where  $\mathbf{e}_x$  is the unit vector in the x-direction.

5) At the liquid-liquid interface, Boundary 5, the traction balances the capillary pressure, and there is no mass flow across the interface:

$$\mathbf{n} (p_1 - p_2) + \mathbf{n} (\boldsymbol{\tau}_2 - \boldsymbol{\tau}_1) = \frac{\sigma}{R_m} \mathbf{n} \quad (9)$$

$$(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) = 0 \quad (10)$$

In Eq. (9),  $1/R_m$  is the local mean curvature of the interface, defined as

$$\frac{1}{R_m} \mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{x_s^2 + r_s^2}} \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial s} - \frac{x_s}{r \sqrt{x_s^2 + r_s^2}} \mathbf{n} \quad (11)$$

where  $\mathbf{t}$  is the unit tangent vector to the free surface,  $s$  is the arc-length curvilinear coordinate along the interface in the  $r$ - $x$  plane and  $x_s = \partial x / \partial s$  and  $r_s = \partial r / \partial s$  are spatial derivatives with respect to  $s$ .

## 2.2. Constitutive equations

In order to close the set of differential equations, the stress tensor was related with the kinematics of the flow by the Generalized Newtonian Fluid model. In this model, the stress tensor is given by

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (12)$$

where  $\dot{\gamma} = \nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T$  is the rate of strain tensor. The scalar quantity  $\eta(\dot{\gamma})$  is the viscosity function, and  $\dot{\gamma} \equiv \sqrt{\frac{1}{2}tr(\dot{\gamma} \cdot \dot{\gamma})}$  is the deformation rate. The viscosity function  $\eta(\dot{\gamma})$  is a Ostwald-de Waele power-law fluid, described by Eq. (13).

$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (13)$$

where  $K$  is the consistency index and  $n$  is the behavior index. Pseudo-plastic fluids are obtained with this model when  $n < 1$  and dilatant fluids are obtained with this model when  $n > 1$ .

## 3. SOLUTION METHOD

### 3.1 The free boundary problem

Due to the free surface, the flow domain is unknown a priori. In order to solve this free-boundary problem by means of standard techniques for boundary value problems, the set of differential equations and boundary conditions written for the physical domain has to be transformed to an equivalent set, defined in a known reference domain. This subject is better discussed on papers of Kistler and Scriven (1983) and de Santos (1991). This transformation is made by a mapping  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\xi)$  that connects the two domains, as shown in Fig. (2). A functional of weighted smoothness can be used successfully to construct the type of mapping involved here. The inverse of the mapping that minimizes the functional is governed by a pair of elliptic differential equations that are identical to those encountered in diffusional transport with variable diffusion coefficients. The coordinates  $\xi$  and  $\eta$  of the reference domain satisfy

$$\nabla \cdot (D_\xi \nabla \xi) = 0 \text{ and } \nabla \cdot (D_\eta \nabla \eta) = 0 \quad (14)$$

where  $D_\eta$  and  $D_\xi$  are diffusion-like coefficients used to control gradients in coordinate potentials, and thereby the spacing between curves of constant  $\xi$  on the one hand and of constant  $\eta$  on the other that make up the sides of the elements that were employed; they were quadrilateral elements. Eq. (14) describe the inverse mapping  $\xi(x)$ . To evaluate  $x = x(\xi)$ , the diffusion equations that describe the mapping also have to be transformed to the reference configuration.

The gradient of the mapping  $x = x(\xi)$  in a two dimensional domain is defined as  $\nabla_\xi x = \mathbf{J}$ , and  $\|\mathbf{J}\| = \det \mathbf{J}$  is the Jacobian of the transformation. Boundary conditions are needed in order to solve the second-order partial differential equations (14). Spatial derivatives with respect to the coordinates of the physical domain  $\mathbf{x}$  can be written in terms of the derivatives with respect to the coordinates of the reference domain  $\xi$  by using the inverse of the gradient of the mapping

$$\begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{pmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{pmatrix} \partial/\partial \xi \\ \partial/\partial \eta \end{pmatrix} \quad (15)$$

Along the solid walls and synthetic inlet and outlet planes, the boundary is located by imposing a relation between coordinates  $x$  and  $y$ , and stretching functions are used to distribute the nodal points of the finite element mesh along the boundaries. The free boundary (gas-liquid interface) is located by imposing the kinematic condition, Eq. (6). The discrete version of the mapping, Eq. (14), is generally referred to as mesh generation equations.

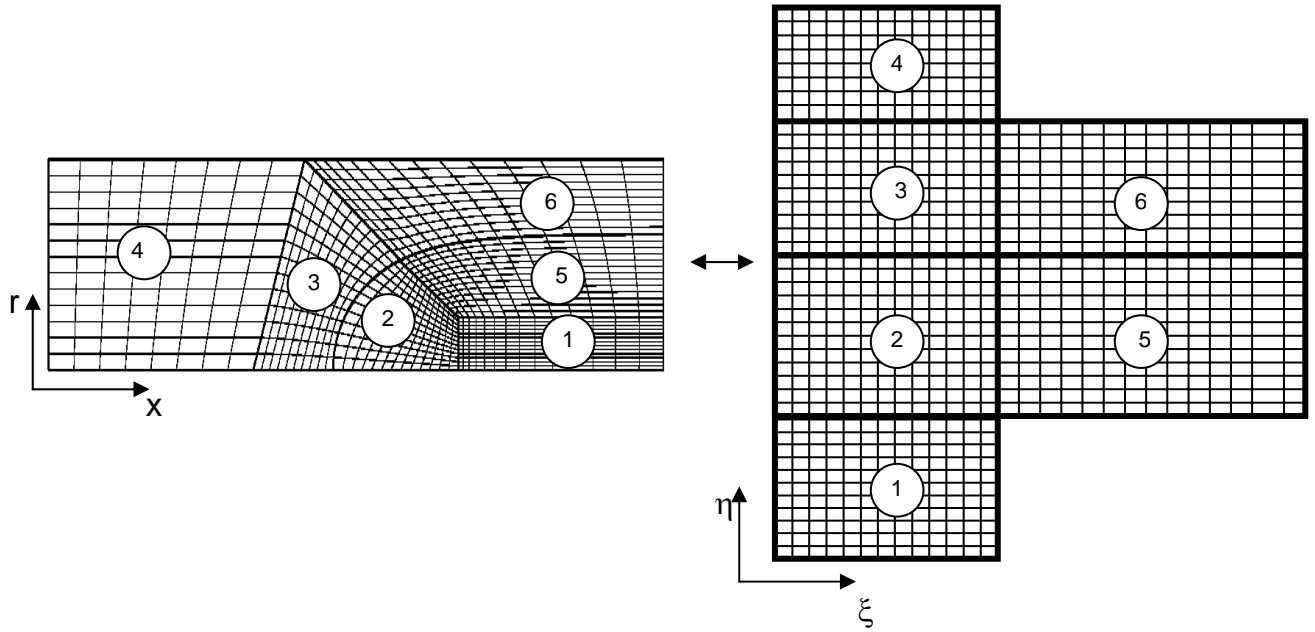


Figure 2 – Mapping between the physical and reference domains.

### 3.2 Solution of the equation system by Galerkin / Finite Element Methods

The differential equations that govern the problem and the mapping (mesh generation) equations were solved all together by the Galerkin/Finite Element Method. Biquadratic basis functions ( $\phi_j$ ) were used to represent the velocity and nodal coordinates, while linear discontinuous functions ( $\chi_j$ ) were employed to expand the pressure field. The velocity, pressure and node position are represented in terms of appropriate basis functions.

$$u = \sum U_j \phi_j; v = \sum V_j \phi_j; p = \sum P_j \chi_j; x = \sum X_j \phi_j; r = \sum R_j \phi_j \quad (16)$$

The coefficients of the expansions are the unknown of the problem:

$$C = [U_j \ V_j \ P_j \ X_j \ R_j]^T \quad (17)$$

The corresponding weighted residuals of the Galerkin method related to conservation of momentum, mass and mesh generation are:

$$R_{mx}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{(xx)_k} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{(xr)_k} \right] r \|J\| d\bar{\Omega} - \int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{e}_x (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_k) \phi_i r \frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} \quad (18)$$

$$R_{mr}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{(xr)_k} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{(rr)_k} + \frac{\phi_i}{r} T_{\theta\theta_k} \right] r \|J\| d\bar{\Omega} - \int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{e}_r (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}_k) \phi_i r \frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} \quad (19)$$

$$R_c^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_k) + \frac{\partial u_k}{\partial x} \right] \chi_i r \|J\| d\bar{\Omega} \quad (20)$$

$$R_{\xi}^i = - \int_{\bar{\Omega}} D_{\xi} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \xi}{\partial r} \right) \|J\| d\bar{\Omega} + \int_{\bar{\Gamma}} D_{\xi} (\nabla \xi \cdot \mathbf{n}) \phi_i \frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} \quad (21)$$

$$R_{\eta}^i = - \int_{\bar{\Omega}} D_{\eta} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \|j\| d\bar{\Omega} + \int_{\bar{\Gamma}} D_{\eta} (\nabla \eta \cdot \mathbf{n}) \phi_i \frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} \quad (22)$$

### 3.3 Solution of the non-linear system of algebraic equation by Newton's Method

As indicated above, the system of partial differential equations and boundary conditions is reduced to a set of simultaneous algebraic equations for the coefficients of the basis functions of all the fields. This set is non-linear and sparse. It was solved by Newton's method. In order to improve the initial guess there were necessary to solve intermediate problems. The first successful free surface flow was computed using a fixed boundary flow field with slippery surface in place of the free boundary as the initial condition for Newton's method. The linear system of equations at each Newton iteration was solved using a frontal solver. A mesh convergence analysis was done increasing the elements number until the solution changed by less that 1% between successive refinements. The domain was divided into 880 elements that correspond to 3635 nodes and 17180 degrees of freedom. A representative mesh is shown in Fig (3).

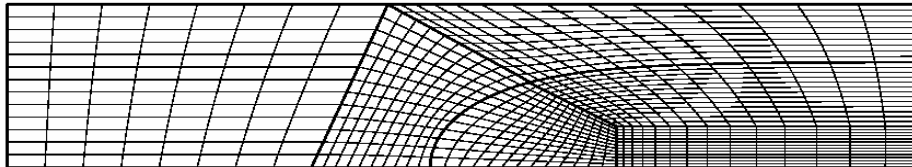


Figure 3 – The finite element mesh, with 880 elements and 17180degrees of freedom.

### 4. RESULTS

The amount of the liquid 2 that remains on the capillary wall is usually reported in terms of the mass fraction of liquid that is not displaced  $m$ , or simply by the liquid film thickness left on the wall. The two forms are related by

$$m = \frac{\text{mass left on wall}}{\text{total mass}} = 1 - \frac{\text{displaced mass}}{\text{total mass}} \quad (23)$$

$$= 1 - \left(\frac{D_b}{D_0}\right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{2h_c}{D_0}\right)^2$$

The mass fraction of the liquid 2 left on the tube wall can be evaluated using the mass conservation principle for the liquid 2 in a control volume containing the tip of the interface and attached to it. Figure (4) shows this control volume and the sketch of the velocity profiles at inlet and outlet plane as seen from a reference frame attached to tip of the interface. The mass flow rate of the liquid 2 through the control surface upstream of the drop is equal to  $\pi R_0^2 \bar{u}^*$  and through the control surface downstream the tip of the interface is  $\pi (R_0^2 - R_b^2) \bar{U}$ ,  $\bar{u}^*$  and  $\bar{U}$  being the average velocities of the liquid 2 at the two planes with respect to the moving frame of reference.

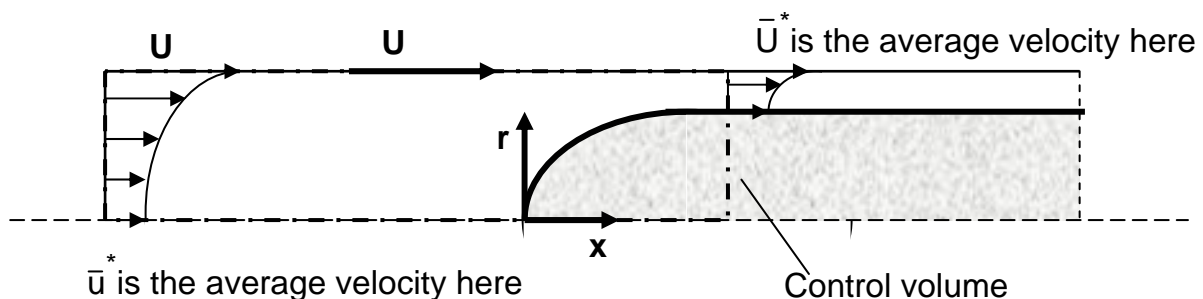


Figure 4 –Velocity profile as measured from a reference frame at the tip of the interface.

The average velocity with respect to the moving frame of reference  $\bar{u}^*$  can be evaluated as a function of the average velocity with respect to a fixed frame of reference,  $\bar{u}^* = U - \bar{u}$ . Combining the previous relations, the mass fraction  $m$  can be expressed in terms of the average velocities.

$$m = 1 - \left( \frac{D_b}{D_0} \right)^2 = \frac{U - \bar{u}}{\bar{U}} \quad (24)$$

For a Newtonian liquid displacement of a no inertial incompressible Newtonian liquid, the relevant dimensionless parameters that govern the problem are the Capillary number ( $Ca$ ) and Viscosity ratio ( $N_\mu$ ). The Capillary number and viscosity ratio are given by

$$Ca \equiv \frac{\mu_2 U}{\sigma} \quad (25)$$

$$N_\mu \equiv \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (26)$$

On the other hand, when the displaced liquid is non-Newtonian, the  $Ca$  is, again, calculated by Equation (25), but,  $N_\mu$  must be redefined. It is necessary to choose a characteristic viscosity of the problem. For this purpose the viscosity function is evaluated at the characteristic deformation rate of the flow which is in this problem  $\dot{\gamma}_c = V_b / R$ . Hence, the viscosity ratio for the power-law fluid is given by

$$N_\eta = \frac{\eta_c}{\mu_1} = \frac{K \dot{\gamma}_c^{n-1}}{\mu_1} \quad (27)$$

The rheological dimensionless parameter is the behavior index,  $n$

In order to validate the present work, the results are compared with the experiments from Taylor (1961) and Cox (1962) and numerical solution obtained by Souza et al (2006) for gas-liquid displacement, these results are shown in Figure (5). The agreement is quite good over the range of capillarity numbers explored.

Figure (6) presents the values of the fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the capillary number at fixed viscosity ratio,  $N_\mu = 4$ , for liquid-liquid displacement of two Newtonian fluids. Figure (6) shows a good agreement with the results of Soares et al (2006).

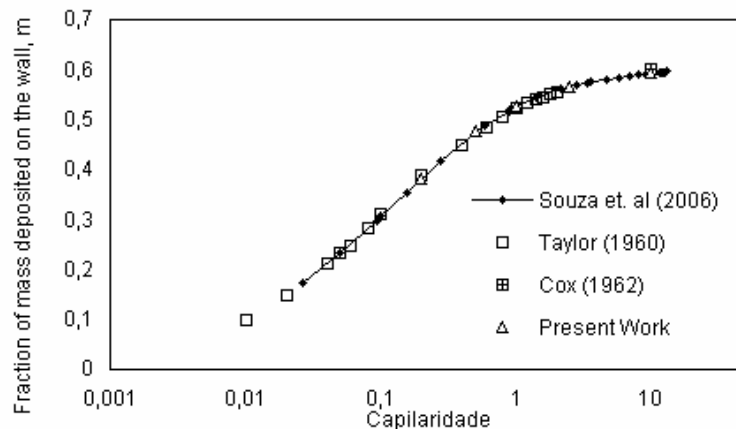


Figure 5 – Fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the capillary. Experimental and Numerical predictions for gas displacing a Newtonian liquid.



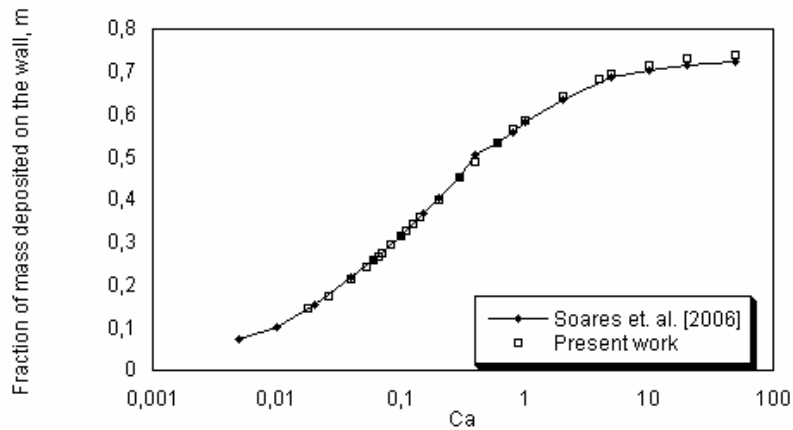


Figure 6 - Fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the capillary for two Newtonian liquids. Numerical predictions at fixed viscosity ratio  $N_\mu = 4$ .

Figure (7) presents the fraction of mass deposited on the tube wall as a function of the behavior index  $n$  for shear-thickening fluids. The results indicate that as  $n$  becomes higher the fraction of mass deposited on the tube wall increases.

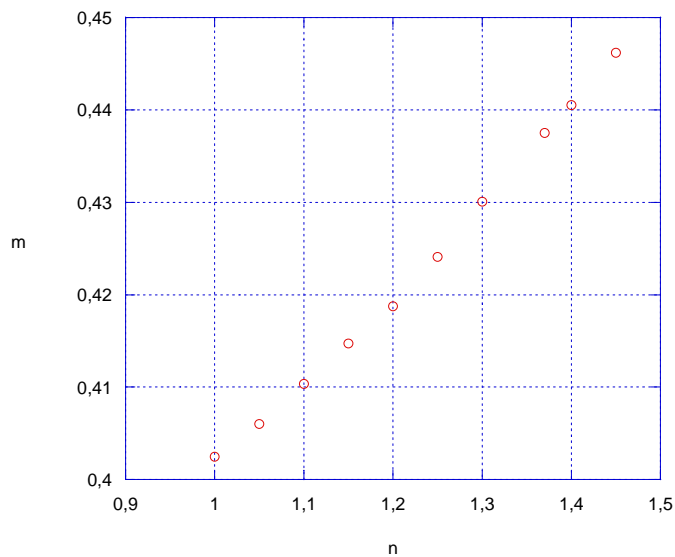


Figure 7 - Fraction of mass deposited on the tube wall as a function of  $n$  for a shear-thickening fluid.

Figures (8) and (9) shows flow patterns for capillary number  $Ca=0.2$ . In Fig.(8) there is a Newtonian fluid with viscosity ratio  $N_\mu = 2$  and Fig. (9) there is a shear-thinning fluid with  $n=0.75$  and the same viscosity ratio. It is an interesting flow in which was captured a secondary flow inside the displacing fluid.

(2D) | 22 Jun 2006 | q8lln - 062 | STREAMLINES

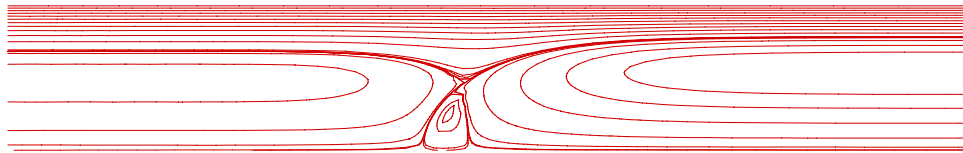


Figure 8 – Streamlines for a Newtonian case –  $Ca=0.2$  -  $N_\mu = 2$

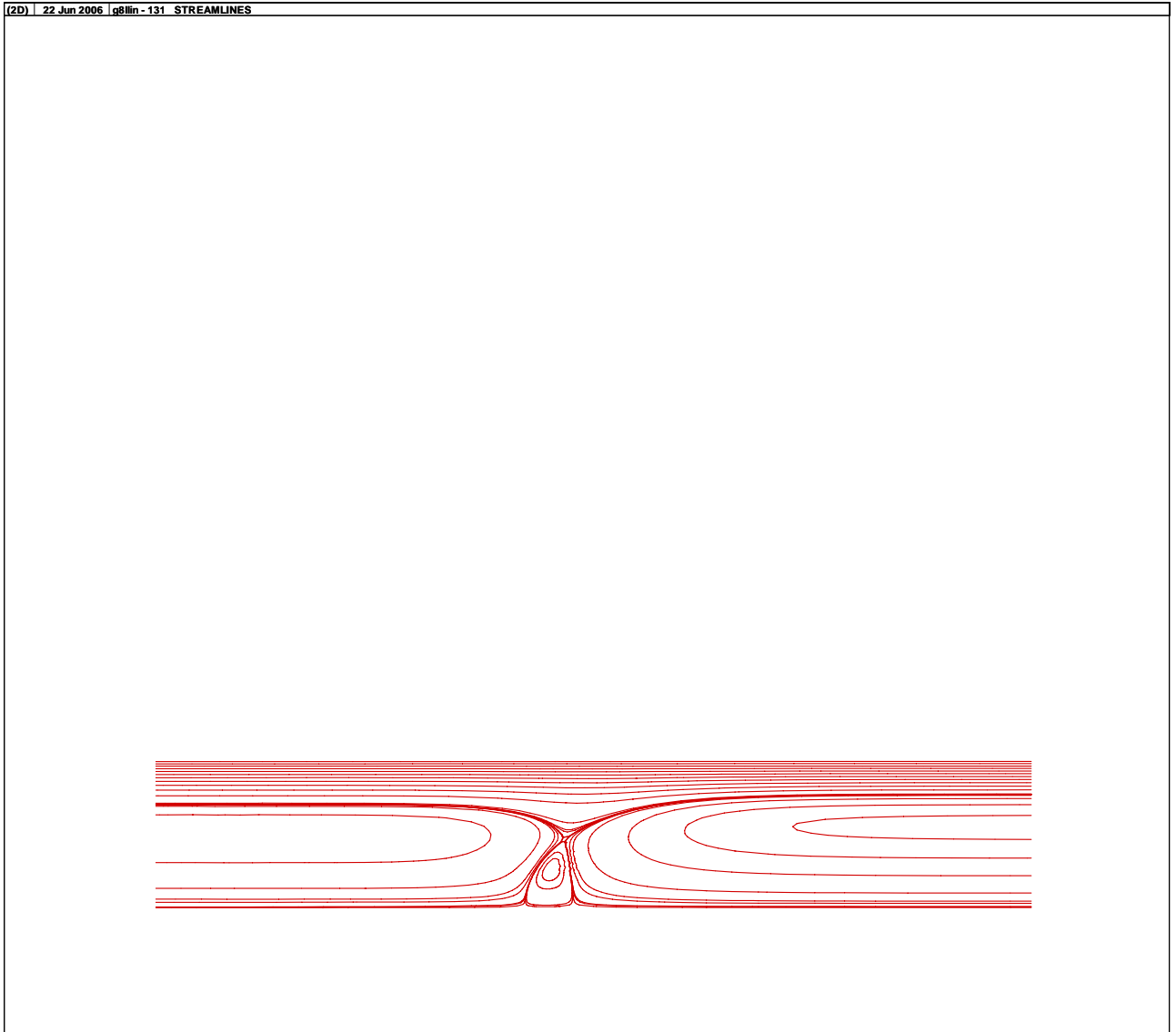


Figure 9 – Streamlines for a shear-thinning fluid  $n=0.75$  –  $Ca=0.2$  -  $N_{\mu} = 2$

The results are similar, but it can be seen that the secondary flow in the shear-thinning liquid is larger, but further investigation is needed.

## 5. Conclusions

An axisymmetric model of the flow near the upstream liquid-liquid interface of a long newtonian drop penetrating through a Newtonian or power-law liquid in a capillary tube was presented. The presence of the interface makes the problem complex, since the domain in which the differential equations are integrated is unknown a priori. A fully coupled formulation was used and the differential equations were solved via the Galerkin finite element method.

Recent articles are found in the literature which analyze liquid displacement in tubes. However, these are limited to gas-liquid displacement or to liquid-liquid displacement at rather small capillary Numbers and for two Newtonian fluids. Thus, the main contribution of the present work was to investigate the influence of the power-law behavior index of the displaced liquid on the fraction of mass deposited on the tube wall for a fixed capillary number and viscosity ratio.

The predictions showed an increase of fractional mass left behind with increase of  $n$ . Hence, shear-thinning materials seems to be a more efficient when displaced by a Newtonian liquid.

## **6. References**

- Bretherton, F. P., 1961, "The Motion of Long Bubbles in Tubes," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 166–188.
- Cox, B. G., 1962, "On Driving a Viscous Fluid Out of a Tube," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 14, pp. 81–96.
- Dimakopoulos, Y. and Tsamopoulos, J., 2003, "Transient Displacement of a Viscoplastic Material by Air in Straight and Constricted tubes", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 112, pp. 43-75.
- Fairbrother, F., and Stubbs, A. E., 1935, "Studies in Electroendosmosis. Part VI. The Bubble-Tube Methods of Measurement," *J. Chem. Soc.*, Vol. 1, pp. 527–529.
- Giavedoni, M. D., and Saita, F. A., 1997, "The axisymmetric and plane cases of a gas phase steadily displacing a Newtonian liquid: A simultaneous solution of the governing equations," *Phys. Fluids*, 9, pp. 2420-2428.
- Goldsmith, H. L. and Manson, S.G., 1963, "The Flow of suspension through tubes," *J. Colloid Sci.*, 18, pp. 237-261.
- Lee, A. G., Shaqfeh, E.S. G., and Khomami, B., 2002, "A study of viscoelastic free surface flows by finite element method: Hele-Shaw and Slot Coating Flows," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 108, pp.327-362.
- Petitjeans, P., and Maxworthy, T., 1996, "Miscible Displacements in Capillary Tubes," *J. Fluid Mech.*, 326, pp. 37–56.
- Mesquita, M. S., Soares, E.J., Thompson, R. L., Carvalho, M. S., Souza Mendes, P. R., 2006, "Liquid Recovery In Capillary Tubes by Injection of A Power-Law Material, submitted to IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM 2006.
- Papanastasiou, T., C., 1987, "Flows of Materials with Yield-Stress", *Journal of Rheology*, Vol.31 pp. 385-404.
- Soares, E. J., Carvalho, M. S., Souza Mendes, P. R., 2005, "Immiscible liquid-liquid displacement in capillary tubes," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127 (1), pp. 24-31.
- Taylor, G. I., 1961, "Deposition of a Viscous Fluid on the Wall of a Tube", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 161–165.
- Souza, D. A., Soares, E. J., Queiroz, R. S. and Thompson, R. L., 2006, " Numerical investigation on gas-displacement of a shear-thinning liquid and a viscoplastic material in capillary tubes", submitted to *International Journal of Multiphase Flow*.
- Teletzke, G. F., Davis, H. T., and Scriven, L. E., 1988, "Wetting Hydrodynamics," *Rev. Phys. Appl.*, 23, pp. 989–1007.

## **7. Copyright Notice**

The authors are the only responsible for the printed material included in his paper.

## VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM MODELO DE CÉLULA UNITÁRIA PARA ESCOAMENTOS DE GÁS E LÍQUIDO EM REGIME DE GOLFADAS.

**Marc Zwanziger**

DE/FEM/UNICAMP - Caixa Postal 6122, Campinas/SP, Brasil. CEP: 13083-970.

[marczw@gmail.com](mailto:marczw@gmail.com)

**Eugênio Spanó Rosa**

DE/FEM/UNICAMP - Caixa Postal 6122, Campinas/SP, Brasil. CEP: 13083-970.

[erosa@fem.unicamp.br](mailto:erosa@fem.unicamp.br)

**Resumo:** Realizou-se a comparação dos resultados de um modelo de célula unitária de escoamentos bifásicos de gás e líquido em regime de golfadas com uma extensa base de dados experimentais, determinando-se a influência, na precisão do modelo, das relações auxiliares de fechamento, utilizadas para obter a velocidade da bolha e o comprimento do pistão de líquido. Os modelos de célula unitária de fato representam os fenômenos físicos do escoamento em regime de golfadas, mas a precisão destes modelos se mostra fortemente dependente das relações auxiliares.

**Palavras chave:** bolha, slug, golfadas, célula unitária.

### 1. Introdução.

O estudo dos escoamentos de gás e líquido no padrão de golfadas é relevante para o desenvolvimento de diversos ramos da indústria, com destaque para a indústria do petróleo. Os avanços na produção de gás e óleo em águas profundas impõem que se conheça com maior precisão o comportamento deste tipo escoamento, em especial a queda de pressão na tubulação. A tarefa tem se mostrado um desafio, pois os modelos atualmente disponíveis na literatura não são satisfatórios, falhando na abrangência, na precisão, ou em ambos.

O padrão de golfadas caracteriza-se pela passagem alternada de pistões de líquido seguidos, na tubulação, por longas bolhas de gás, conforme o esquema da Fig. 1.

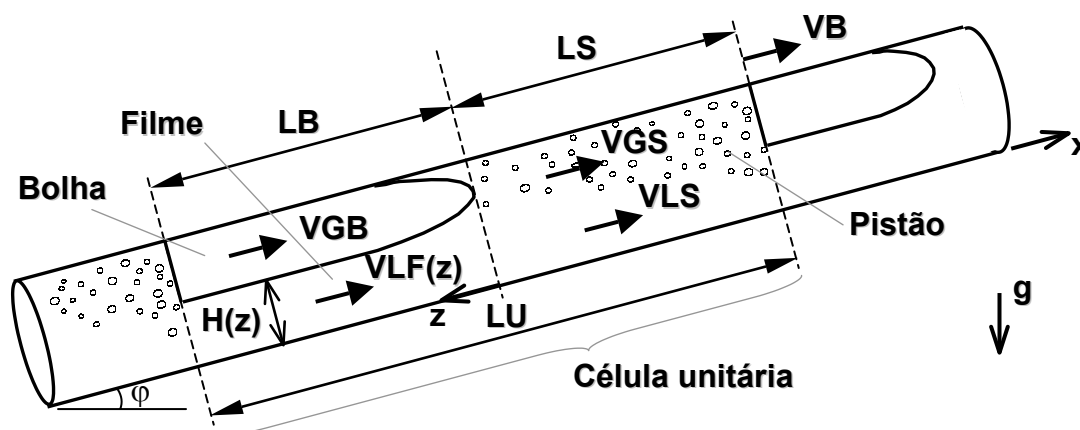


Figura 1 - Representação esquemática da célula unitária.

Na Fig. 1, LB é o comprimento da bolha, LS é o comprimento do pistão, LU é o comprimento da unidade, VB é a velocidade do nariz da bolha, VGB é a velocidade do gás na bolha, VGS é a velocidade do gás no pistão, VLF é a velocidade do líquido no filme, VLS é a velocidade do líquido no pistão,  $\phi$  é o ângulo de inclinação da tubulação com a horizontal, "g" é a aceleração da gravidade e H é a altura do filme de líquido abaixo da bolha. As velocidades são relativas ao eixo da coordenada "x", que tem a mesma direção e sentido do escoamento, e é fixo ao tubo. O eixo da

coordenada “z”, por sua vez, tem a mesma direção, mas sentido contrário ao escoamento, e tem como origem o nariz da bolha, acompanhando esta em seu movimento. As variáveis VLF e H podem variar ao longo de LB, e neste caso são funções da coordenada “z”.

Denomina-se cada um dos pares pistão-bolha por *célula*. As células se repetem quase periodicamente - *quase*, pois as irregularidades das estruturas de gás e líquido também são uma característica deste padrão. O escoamento é intrinsecamente transiente, tendo em vista que o tamanho e a velocidade dos pistões e das bolhas variam, não se repetindo nem no tempo, nem no espaço. Não obstante, estes valores distribuem-se em torno de valores médios.

As variações são atribuídas ao processo de formação e à interação dinâmica entre as estruturas, na medida em que evoluem ao longo da tubulação. Estes fenômenos são complexos para se modelar, mas, considerando-se o escoamento como periódico, torna-se desnecessário modelá-los. Neste caso, as células são consideradas idênticas, e uma única célula representa as demais. Esta célula é denominada *célula unitária* (Wallis, 1969).

São necessárias ainda simplificações de ordem espacial para modelar o escoamento. O escoamento do gás e do líquido nas regiões do nariz e da cauda das bolhas têm efeitos intrinsecamente tridimensionais. O escoamento do líquido na cauda de uma bolha, por exemplo, pode afetar o movimento de outra que a esteja seguindo (Mossis e Griffith, 1962). Não obstante, os modelos de célula unitária consideram estes escoamentos como unidimensionais, inclusive no nariz e na cauda das bolhas.

A família dos modelos de célula unitária teve origem nestas simplificações. Estes modelos são unidimensionais e restringem-se aos fenômenos presentes em um único par de pistão e bolha. Os efeitos tridimensionais são condensados por meio de equações auxiliares e coeficientes. A solução é obtida para a célula unitária, e os resultados são estendidos ao escoamento como um todo.

O primeiro modelo de célula unitária é atribuído a Dukler e Hubbard (1975). Este foi desenvolvido para escoamentos horizontais. Nicholson, Aziz e Gregory (1978) propuseram correções e extensões ao modelo de Dukler e Hubbard. Fernandes, Semiat e Dukler (1983), fundamentados nos conceitos e idéias de Dukler e Hubbard, propuseram um modelo para escoamentos verticais. Posteriormente, Kokal e Stanislav (1989) propuseram uma forma alternativa de fechamento das equações de balanço. Por último, Taitel e Barnea (1990) propuseram um modelo de célula unitária para escoamentos horizontais, verticais e inclinados.

Todos os modelos acima têm em comum o fato de necessitarem de equações auxiliares para o fechamento das equações de balanço de massa e de quantidade de movimento, pois há mais variáveis que equações disponíveis. As diferenças verificadas entre os resultados obtidos com os modelos e os dados experimentais são atribuídas à imprecisão nestas equações auxiliares, bem como a algumas das simplificações adotadas nas equações de balanço. Decidiu-se investigar em que medida a incerteza dos resultados advém das equações auxiliares, ou das simplificações adotadas, ou de ambas.

Para levar a cabo esta investigação, foi adotado o modelo de célula unitária de Taitel e Barnea (1990) como modelo de teste. A precisão do modelo foi aferida comparando-se seus resultados contra dados experimentais. Obteve-se resultados do modelo com e sem a utilização das equações auxiliares de fechamento, substituindo estas por valores experimentais.

## 2. O modelo de Taitel e Barnea

Nesta seção, é apresentado de forma condensada o modelo de Taitel e Barnea (1990), mostrando suas principais equações e destacando suas principais características e simplificações.

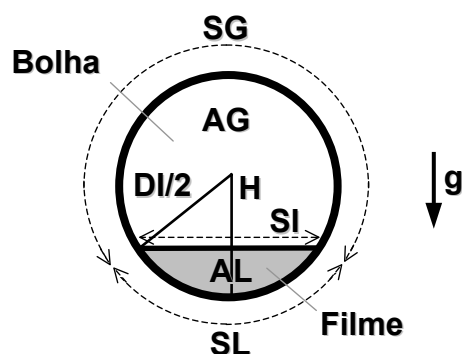


Figura 2 - Corte transversal da célula unitária na região da bolha de gás e do filme de líquido.

No modelo, a geometria do pistão de líquido é aproximada por um cilindro de comprimento LS. A geometria do conjunto formado pela bolha de gás e pelo filme de líquido também é aproximada por um cilindro, de comprimento LB.

No corte transversal, a interface entre o gás e o líquido é retilínea e horizontal, conforme o esquema da Fig. 2. Na figura, SG é o perímetro seco, SL o perímetro molhado, SI o perímetro da interface, H a altura de filme, DI o diâmetro interno da tubulação, AG a área ocupada pelo gás e AL a área ocupada pelo líquido. A soma destas últimas resulta na área A da seção transversal interna do tubo. Pode-se modelar o filme de líquido abaixo da bolha com altura H variável ou, de forma simplificada, com altura H constante. Neste segundo caso, a interface é plana e horizontal. O modelo de Taitel e Barnea possui três variações, ou, na terminologia original, três casos - C1, C2 e C3. Os casos C1 e C2 são com H variável, ao passo que o caso C3 é com H constante.

O procedimento para obter as variáveis H, LS e LB, que completam a geometria da célula unitária, é descrito a seguir: Parte-se das variáveis de entrada do modelo, listadas na Tab. 1, que devem se conhecidas *a priori*. Em seguida, calcula-se as variáveis cuja obtenção depende das relações auxiliares de fechamento, listadas na Tab. 2.

Tabela 1. Variáveis de entrada ao modelo de Taitel e Barnea.

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	UNIDADE
DI	Diâmetro interno da tubulação.	m
$\phi$	Ângulo da tubulação com a horizontal.	rad
$\rho_L$	Massa específica do líquido.	Kg/m <sup>3</sup>
$\rho_G$	Massa específica do gás.	Kg/m <sup>3</sup>
$\mu_L$	Viscosidade dinâmica do líquido.	N.s/m <sup>2</sup>
$\mu_G$	Viscosidade dinâmica do gás.	N.s/m <sup>2</sup>
JL	Velocidade superficial do líquido.	m/s
JG	Velocidade superficial do gás.	m/s

Tabela 2. Variáveis obtidas com as relações auxiliares de fechamento.

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	UNIDADE
LS	Comprimento do pistão.	m
VB	Velocidade da bolha.	m/s
RLS	Fração de líquido no pistão.	-
VGS	Velocidade do gás no pistão.	m/s

Conhecendo-se as variáveis listadas nas Tabs. 1 e 2, pode-se calcular a altura de filme H. A equação destinada a obter H denomina-se *modelo de bolha*. Yoshizawa (2005) mostrou que os modelos de bolha pertencentes aos modelos de célula unitária disponíveis na literatura são equivalentes, pois as equações propostas podem ser obtidas a partir de simplificações de uma equação mais completa. Esta equação mais completa (Eq. 1a) foi a proposta por Taitel e Barnea (1990), e leva em consideração as tensões nas interfaces entre o gás e tubo, entre o líquido e o tubo, e entre o gás e o líquido.

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\frac{\tau_L \cdot S_L}{AL} - \frac{\tau_G \cdot S_G}{AG} - \frac{\tau_I \cdot S_I}{AL} - \frac{\tau_I \cdot S_I}{AG} + (\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot \text{sen}(\phi)}{(\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot \text{cos}(\phi) - \rho_L \cdot \frac{ULF^2}{RBF} \cdot \frac{\partial RBF}{\partial H} - \rho_G \cdot \frac{UGB^2}{(1 - RBF)} \cdot \frac{\partial RBF}{\partial H}} \quad (1a)$$

A Eq. 1a representa o caso C1 do modelo. As Equações 1b e 1c são simplificações sugeridas pelos próprios autores, representando os casos C2 e C3 do modelo, respectivamente. No caso C2, desconsidera-se os termos relativos ao gás da bolha, ou seja,  $\tau_G$ ,  $\tau_I$  e  $\rho_G$ :

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\frac{\tau_L \cdot SL}{AL} + \rho_L \cdot g \cdot \text{sen}(\phi)}{\rho_L \cdot g \cdot \text{cos}(\phi) - \rho_L \cdot \frac{ULF^2}{RBF} \cdot \frac{\partial RBF}{\partial H}} \quad (1b)$$

No caso C3, procura-se determinar a altura de equilíbrio do filme, na qual as tensões nas interfaces e as forças gravitacionais se compensam. Neste caso, a aceleração do filme é nula, de modo que sua velocidade e altura são constantes. Com altura de filme constante,  $\partial H/\partial z$  é nulo. Com  $\partial H/\partial z$  nulo, a Eq. 1a resulta na Eq. 1c:

$$\frac{\tau_L \cdot SL}{AL} - \frac{\tau_G \cdot SG}{AG} - \frac{\tau_I \cdot SI}{AL} - \frac{\tau_I \cdot SI}{AG} + (\rho_L - \rho_G) \cdot g \cdot \text{sen}(\phi) = 0 \quad (1c)$$

Para facilitar a compreensão, as variáveis das Eqs. 1a, 1b e 1c estão representadas nas Figs. 1 e 2, exceto  $\rho_L$ ,  $\rho_G$ , ULF, UGB e RBF. As variáveis  $\rho_L$  e  $\rho_G$  representam as densidades do líquido e do gás, respectivamente. As variáveis ULF e UGB representam, respectivamente, as velocidades do líquido no filme e do gás na bolha, relativas à célula unitária, ou seja, a um referencial que se move com a bolha (Eqs. 2a e 2b):

$$ULF = VLF - VB \quad (2a)$$

$$UGB = VGB - VB \quad (2b)$$

RBF representa a fração de líquido na seção transversal do tubo (Fig. 2), que pode ser definida como a razão entre a área molhada AL e a área total A da seção transversal. A diferencial  $\partial RBF/\partial H$  (presente nas Eqs. 1a e 1b) é dada pela Eq. 3:

$$\frac{\partial RBF}{\partial H} = \frac{8\sqrt{(HN-1).HN}}{\pi} \quad (3)$$

As tensões de cisalhamento  $\tau_G$ ,  $\tau_L$  e  $\tau_I$  estão representadas na Fig. 3.  $\tau_G$  é a tensão de cisalhamento entre o gás e a parede do tubo,  $\tau_L$  é a tensão de cisalhamento entre o líquido e a parede do tubo, e  $\tau_I$  é a tensão de cisalhamento na interface entre o gás e o líquido.

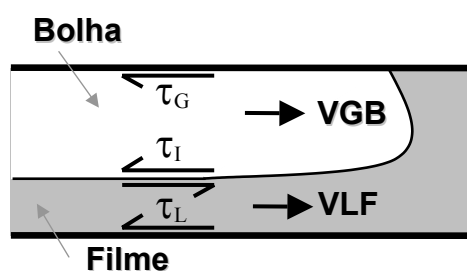


Figura 3 – Tensões de cisalhamento nas interfaces.

As tensões  $\tau_G$ ,  $\tau_L$  e  $\tau_I$  são dadas pelas equações 4a, 4b e 4c, respectivamente:

$$\tau_G = \frac{f_G \cdot \rho_G \cdot VGB^2}{2} \quad (4a)$$

$$\tau_L = \frac{f_L \cdot \rho_L \cdot VLF^2}{2} \quad (4b)$$

$$\tau_I = \frac{f_I \cdot \rho_I \cdot (VGB - VLF)^2}{2} \quad (4c)$$

Onde  $f_G$ ,  $f_L$  e  $f_I$  são os fatores de atrito entre o gás e o tubo, o líquido e o tubo, e gás e o líquido, respectivamente. Para maiores detalhes, veja Taitel e Barnea (1990).

As Equações 1a e 1b são equações diferenciais de primeira ordem, que podem ser resolvidas numericamente em um processo de marcha. Por outro lado, a Equação 1c é algébrica, e sua raiz deve ser encontrada numericamente. Todas as variáveis das Eqs. 1a, 1b e 1c são funções da altura de filme H ou das variáveis listadas nas Tabs. 1 e 2, ou de uma combinação destas. Conhecidas estas variáveis, é possível resolver qualquer uma das Eqs. 1a, 1b e 1c.

Os modelos de bolha definem a forma da bolha (a altura de filme H), mas não o comprimento da mesma (LB). Para obter LB, lança-se mão do balanço de massa de gás ou de líquido na célula unitária. Do balanço de gás, deriva a Eq. 5a:



$$\frac{LS.(VLS.RS - JL)}{VB} = \frac{(JL - VLS.RS - VB(1 - RS))LB}{VB} + \int_0^{LB} (1 - RBF).dz \quad (5a)$$

Na Equação 5a, RS é a fração volumétrica de líquido no pistão. Esta equação é utilizada como critério de parada na solução das Eqs. 1a e 1b. Em cada passo da integração, calcula-se o lado direito da Eq. 5a, assumindo-se que LB é o comprimento integrado até o último passo. A integração prossegue até que a equação seja satisfeita, determinando assim LB. Na solução da Eq. 1c, RBF é constante, pois H é constante. Desta forma, LB pode ser calculado analiticamente com a Eq. 5a. Em qualquer dos casos, para utilizar a Eq. 5a, deve-se conhecer LS, que pode ser obtido com uma relação auxiliar de fechamento (vide Tab. 2).

A Eq. 5a foi originalmente proposta por Taitel e Barnea (1990) para obter LB. As Eqs. 5b e 5c são variações linearmente dependentes da Eq. 5a, e também podem ser utilizadas para obter LB.

$$\frac{LU.(JL - VLS.RS)}{VB} = LB.(1 - RS) - \int_0^{LB} (1 - RBF).dz \quad (5b)$$

$$\frac{VLS.RS}{VB.\beta} + (1 - RS) - \frac{JL}{VB.\beta} = \frac{1}{LB} \int_0^{LB} (1 - RBF).dz \quad (5c)$$

Conforme a escolha da equação (5a, 5b ou 5c), deve-se conhecer uma das três variáveis: LS, LU, ou  $\beta$ , respectivamente. Assim, não é necessário conhecer LS para utilizar as Eqs. 5b ou 5c.

Obtido H, LB, e qualquer uma das três variáveis: LS, LU, ou  $\beta$ , pode-se partir para o cálculo de outras variáveis de interesse, como a queda de pressão na célula unitária, por exemplo. Neste estudo, a implementação do modelo resumiu-se à obtenção das variáveis geométricas.

### 3. Dados experimentais.

Testes experimentais para escoamentos horizontais de gás e de líquido em regime de golfadas foram realizados para diversas condições de operação, variando-se o diâmetro da tubulação, as densidades, as viscosidades e as velocidades superficiais do líquido e do gás. O levantamento dos dados foi realizado em mais de uma montagem experimental. Os dados obtidos estão agregados na Tabela 3. A metodologia pode ser encontrada em Rosa (2004).

Na primeira coluna da tabela estão indicados os fluidos utilizados em cada teste, bem como a distância entre a estação de aquisição de dados e o ponto de injeção do gás e do líquido, em diâmetros da tubulação. A@W refere-se ao par ar e água. A@G refere-se ao par ar e uma mistura de água com glicerina. GN@CAM refere-se ao par gás natural e um óleo cru proveniente do campo de Camorim, em Sergipe. N2@MRL10 refere-se ao par gás N<sub>2</sub> e um óleo cru proveniente do campo de Marlim, na bacia de Campos. Mais de um levantamento de dados foi realizado com os pares A@W e A@G. Nestes casos, foi adicionada uma letra distintiva ao código do fluido - A, B ou C - para distinguir a qual levantamento os dados pertencem.

A segunda coluna da tabela mostra o diâmetro interno DI da seção de testes. A terceira e a quarta colunas mostram as densidades  $\rho_L$  e  $\rho_G$  do líquido e do gás, respectivamente. A quinta e a sexta colunas mostram as viscosidades dinâmicas  $\mu_L$  e  $\mu_G$ , ao passo que sétima e a oitava colunas mostram as velocidades superficiais *in situ* JL e JG, do líquido e do gás, respectivamente. Os dados contidos nas colunas de 2 a 8 são os dados de entrada ao modelo de Taitel e Barnea (vide Tab. 1).

Na nona e na décima colunas estão os valores médios da velocidade VB e do comprimento LS, respectivamente. No modelo de Taitel e Barnea, estas variáveis devem ser obtidas com equações auxiliares de fechamento (vide Tab. 2).

Nas três últimas colunas da Tab. 3, estão os valores médios experimentais das variáveis de saída ao modelo de Taitel e Barnea. LB é o comprimento da bolha, f a frequência da unidade, e  $\beta$  o fator de intermitência (LB/LU).

Tabela 3 - Pontos de operação experimental e resultados medidos.

1	VAR. ENTRADA							REL. AUX.		VAR. SAÍDA		
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
FLUIDOS	DI	$\rho_L$	$\rho_G$	$\mu_L$	$\mu_{G.10^5}$	JL	JG	VB	LS	LB	f	$\beta$
-	m	Kg/m <sup>3</sup>	Kg/m <sup>3</sup>	cP	Ns/m <sup>2</sup>	m/s	m/s	m/s	m	m	Hz	
A@W 514 A	0,026	998	1,110	0,95	2,0	0,33	0,66	1,11	0,42	1,19	0,688	0,739
A@W 514 A	0,026	998	1,128	0,95	2,0	0,33	1,30	1,84	0,37	2,28	0,694	0,861
A@W 514 A	0,026	998	1,134	0,95	2,0	0,33	1,62	2,20	0,39	3,13	0,623	0,888
A@W 514 A	0,026	998	1,128	0,95	2,0	0,50	0,50	1,13	0,33	0,53	1,326	0,616
A@W 514 A	0,026	998	1,162	0,95	2,0	0,68	0,63	1,51	0,30	0,41	2,102	0,578
A@W 514 A	0,026	998	1,191	0,95	2,0	0,68	1,23	2,22	0,31	0,92	1,800	0,746
A@W 514 A	0,026	998	1,206	0,95	2,0	0,68	1,53	2,59	0,34	1,25	1,622	0,785
A@W 777 B	0,026	998	1,150	0,95	2,0	0,34	0,65	1,09	0,45	1,25	0,639	0,737
A@W 777 B	0,026	998	1,153	0,95	2,0	0,35	1,30	1,83	0,41	2,51	0,626	0,858
A@W 777 B	0,026	998	1,154	0,95	2,0	0,35	1,57	2,17	0,42	3,17	0,604	0,883
A@W 777 B	0,026	998	1,154	0,95	2,0	0,50	0,50	1,09	0,32	0,50	1,323	0,609
A@W 777 B	0,026	998	1,161	0,95	2,0	0,66	0,61	1,37	0,32	0,45	1,792	0,586
A@W 777 B	0,026	998	1,170	0,95	2,0	0,67	1,24	2,17	0,35	1,05	1,556	0,752
A@W 777 B	0,026	998	1,174	0,95	2,0	0,67	1,63	2,61	0,37	1,54	1,369	0,808
A@W 777 C	0,026	998	1,149	0,95	2,0	0,33	0,61	1,03	0,47	1,29	0,582	0,732
A@W 777 C	0,026	998	1,152	0,95	2,0	0,33	1,25	1,77	0,41	2,52	0,604	0,860
A@W 777 C	0,026	998	1,153	0,95	2,0	0,33	1,55	2,12	0,44	3,47	0,543	0,888
A@W 777 C	0,026	998	1,154	0,95	2,0	0,53	0,50	1,11	0,36	0,50	1,292	0,582
A@W 777 C	0,026	998	1,162	0,95	2,0	0,67	0,63	1,44	0,33	0,44	1,867	0,572
A@W 777 C	0,026	998	1,168	0,95	2,0	0,66	1,22	2,13	0,34	1,05	1,526	0,755
A@W 777 C	0,026	998	1,172	0,95	2,0	0,68	1,53	2,53	0,38	1,47	1,367	0,795
A@G 777 A	0,026	1188	1,172	23,9	2,0	0,33	0,63	1,31	0,39	1,13	0,863	0,741
A@G 777 A	0,026	1188	1,177	23,9	2,0	0,33	1,25	1,98	0,34	2,31	0,746	0,872
A@G 777 A	0,026	1188	1,183	23,9	2,0	0,33	1,55	2,41	0,27	2,52	0,862	0,904
A@G 777 A	0,026	1188	1,181	23,9	2,0	0,50	0,47	1,26	0,32	0,42	1,718	0,568
A@G 777 A	0,026	1188	1,197	23,9	2,0	0,67	0,61	1,67	0,21	0,34	3,033	0,625
A@G 777 A	0,026	1188	1,198	23,9	2,0	0,67	1,24	2,41	0,25	0,80	2,285	0,760
A@G 777 A	0,026	1188	1,197	23,9	2,0	0,67	1,53	2,77	0,26	1,08	2,067	0,803
A@G 777 A	0,026	1188	1,196	23,9	2,0	1,33	0,62	2,44	0,25	0,20	5,444	0,442
A@G 777 A	0,026	1188	1,197	23,9	2,0	1,35	1,22	3,10	0,25	0,37	5,027	0,600
A@G 777 B	0,026	1188	1,174	23,9	2,0	0,33	0,63	1,23	0,22	0,69	1,354	0,756
A@G 777 B	0,026	1188	1,183	23,9	2,0	0,33	1,22	1,96	0,24	1,66	1,033	0,875
A@G 777 B	0,026	1188	1,186	23,9	2,0	0,34	1,55	2,43	0,26	2,36	0,929	0,901
A@G 777 B	0,026	1188	1,186	23,9	2,0	0,50	0,47	1,23	0,15	0,25	3,122	0,624
A@G 777 B	0,026	1188	1,197	23,9	2,0	0,67	0,63	1,65	0,20	0,33	3,166	0,625
A@G 777 B	0,026	1188	1,197	23,9	2,0	0,66	1,23	2,40	0,26	0,85	2,172	0,766
A@G 777 B	0,026	1188	1,197	23,9	2,0	0,67	1,54	2,76	0,26	1,08	2,053	0,805
A@G 777 B	0,026	1188	1,198	23,9	2,0	1,35	0,63	2,45	0,24	0,19	5,666	0,436
A@G 777 B	0,026	1188	1,197	23,9	2,0	1,33	1,22	3,05	0,25	0,37	4,869	0,595
GN@CAM	0,154	889	1,163	33,2	2,0	0,33	1,68	3,26	5,43	48,96	0,060	0,892
GN@CAM	0,154	889	1,163	33,2	2,0	0,51	0,52	1,92	5,83	11,51	0,111	0,653
GN@CAM	0,154	889	1,163	33,2	2,0	0,67	0,67	2,16	4,89	10,10	0,144	0,646
GN@CAM	0,154	889	1,163	33,2	2,0	0,67	1,32	2,77	4,33	17,03	0,130	0,797
GN@CAM	0,154	889	1,163	33,2	2,0	0,72	1,72	3,34	4,46	18,87	0,143	0,809
GN@CAM	0,154	889	1,163	33,2	2,0	1,31	0,68	2,83	3,42	3,51	0,409	0,506
GN@CAM	0,154	889	1,163	33,2	2,0	1,32	1,29	3,56	3,26	6,37	0,370	0,662
GN@CAM	0,154	889	1,161	33,2	2,0	1,31	1,67	3,79	3,31	7,15	0,362	0,683
GN@CAM	0,154	889	1,161	33,2	2,0	1,28	2,38	4,21	3,41	9,61	0,323	0,738
GN@CAM	0,154	889	1,163	33,2	2,0	1,29	3,00	4,74	3,41	11,40	0,320	0,770
N2@MRL10	0,029	917	1,182	349	2,0	0,17	0,62	1,53	0,17	0,73	1,695	0,809
N2@MRL10	0,029	917	1,184	340	2,0	0,17	0,77	1,83	0,15	0,87	1,792	0,848
N2@MRL10	0,029	917	1,206	324	2,0	0,17	1,21	2,64	0,15	1,43	1,668	0,906
N2@MRL10	0,029	917	1,278	324	2,0	0,33	0,58	1,78	0,13	0,29	4,263	0,689
N2@MRL10	0,029	917	1,311	400	2,0	0,33	0,70	1,61	0,12	0,25	4,403	0,679
N2@MRL10	0,029	917	1,311	464	2,0	0,33	1,12	1,98	0,13	0,52	3,047	0,801
N2@MRL10	0,029	917	1,311	464	2,0	0,33	1,40	2,94	0,27	0,99	2,331	0,783

#### 4. Comparação dos resultados do modelo com dados experimentais.

Numa primeira etapa, analisou-se a influência da precisão dos modelos de bolha na precisão do modelo de célula unitária de Taitel e Barnea (1990). Foram testados os três casos propostos, descritos pelas Eqs. 1a, 1b e 1c. Para evitar que a propagação das incertezas das equações auxiliares contaminasse a análise, substituiu-se os valores fornecidos pelas equações por valores experimentais. No lugar da Eq. 1a original, utilizou-se como critério de parada a Eq. 5b, pois com esta o modelo forneceu resultados mais precisos. Considerou-se ainda que o pistão de líquido era não-aerado (RLS=1). Os resultados estimados de LB são comparados com os resultados experimentais nas Figs. 4a, 4b e 4c, que apresentam valores normalizados de LB (LB/DI).

Na diagonal central de cada gráfico (linha contínua), os valores calculados são iguais aos valores experimentais. As diagonais pontilhadas, por sua vez, representam os limites de +/- 10% de diferença entre estes valores. Consta em cada gráfico o valor RMS das diferenças entre os valores calculados e os experimentais (Eq. 6 abaixo). No caso de LB e LS, estas diferenças são normalizadas com referência em DI.

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (XC_i - XE_i)^2}{N}} \tag{6}$$

Na Equação 6, XC representa os valores calculados, ao passo que XE representa os valores experimentais. N é o número de pontos.

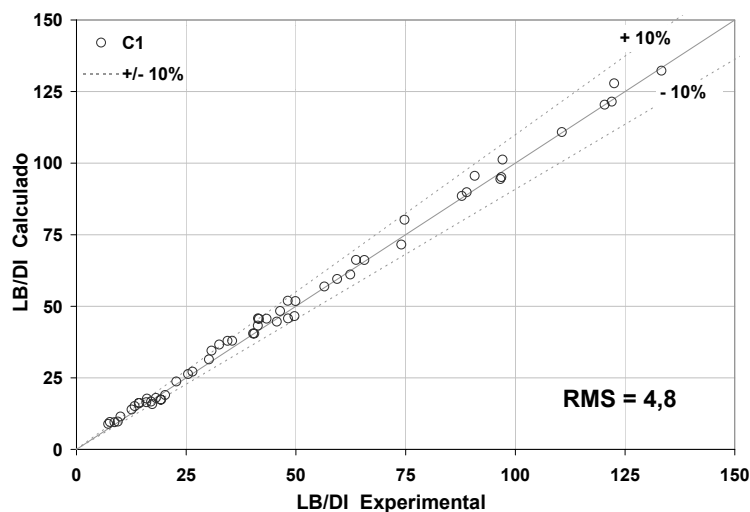


Figura 4a - LB/DI calculado versus LB/DI experimental - caso C1.

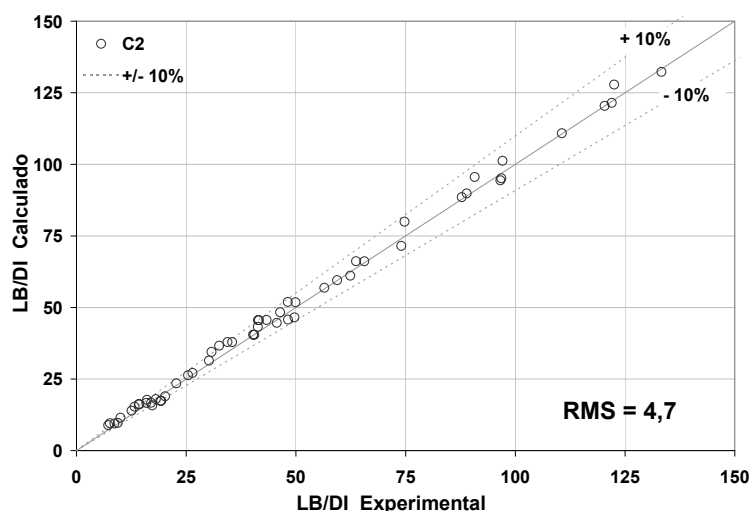


Figura 4b - LB/DI calculado versus LB/DI experimental - caso C2.

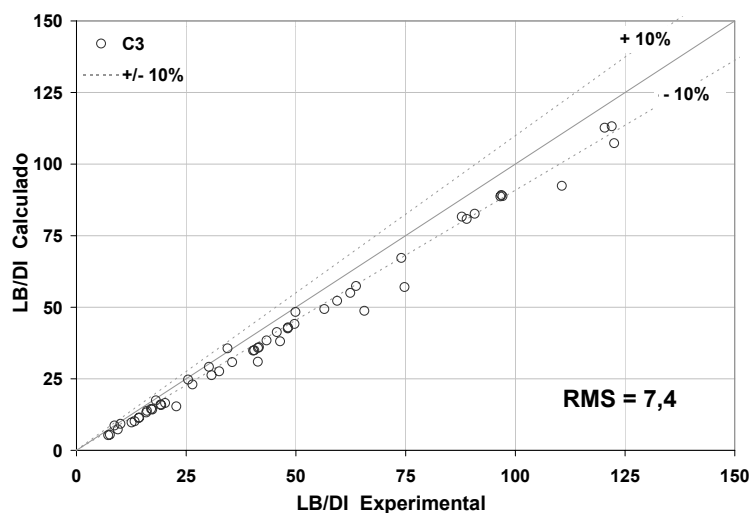


Figura 4c - LB/DI calculado versus LB/DI experimental - caso C3.

O modelo de bolha do caso C1 é o mais completo. O modelo de bolha do caso C2, por sua vez, despreza os termos relativos ao gás da bolha ( $\tau_G$ ,  $\tau_L$  e  $\rho_G$ ). Não obstante, os resultados de ambos são semelhantes, pois ambos fornecem resultados com até 10% de imprecisão. No caso C1, o valor RMS das diferenças é de 4,8 diâmetros, próximo dos 4,7 diâmetros encontrados no caso C2. Conclui-se que as aproximações do caso C2 não prejudicam o modelo. O mesmo não ocorre com as aproximações do caso C3. É visível, no gráfico da Fig. 4c, que os valores calculados são sistematicamente inferiores aos experimentais. Muitos deles estão fora da faixa de +/- 10% de imprecisão, e o valor RMS de 7,4 diâmetros é superior ao valor RMS dos casos anteriores. Conclui-se que, dos três, o caso C2 do modelo de Taitel e Barnea apresenta a melhor relação custo-benefício, por ser mais simples de calcular que o caso C1, e por fornecer resultados com precisão semelhante a este.

Numa segunda etapa, analisou-se a influência das equações auxiliares de fechamento na precisão do modelo. O modelo de bolha empregado é o definido na Eq. 1b, conforme a conclusão da primeira etapa. Foram utilizadas relações constitutivas auxiliares para estimar o valor de VB e LS. Assim sendo, a equação 5a foi utilizada como critério de parada. O pistão de líquido permaneceu não-aerado (RLS=1).

Em Taitel e Barnea (1990), as relações para VB e LS disponíveis na literatura são discutidas, mas não há uma indicação clara de quais devam ser utilizadas, tendo em vista que não existem relações que forneçam resultados precisos para todos os casos. Para VB, optou-se por utilizar a Eq. 7, com  $C = 2$  no caso de pistão de líquido laminar, ou com  $C =$

1,2 no caso de pistão de líquido turbulento. A transição entre o regime laminar e o turbulento foi definida para o número Reynolds do pistão de líquido (Eq. 8) igual a 2.300.

$$VB = C.J + 0,54.\sqrt{g.DI} \tag{7}$$

$$Re_{LS} = \frac{\rho_L . VLS.DI}{\mu_L} \tag{8}$$

Os valores sugeridos para LS são três: 20DI, 30DI e 32DI. Optou-se por utilizar 30DI. Nos gráficos das Figs. 5 e 6, os valores de VB e LS obtidos com as relações auxiliares são comparados com os valores experimentais. Na Fig. 6, os valores de LS são normalizados com referência em DI (LS/DI).

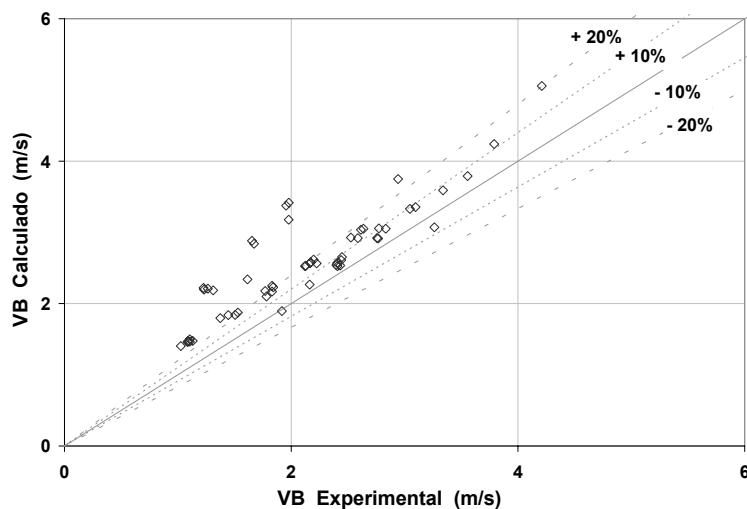


Figura 5 - VB calculado versus VB experimental.

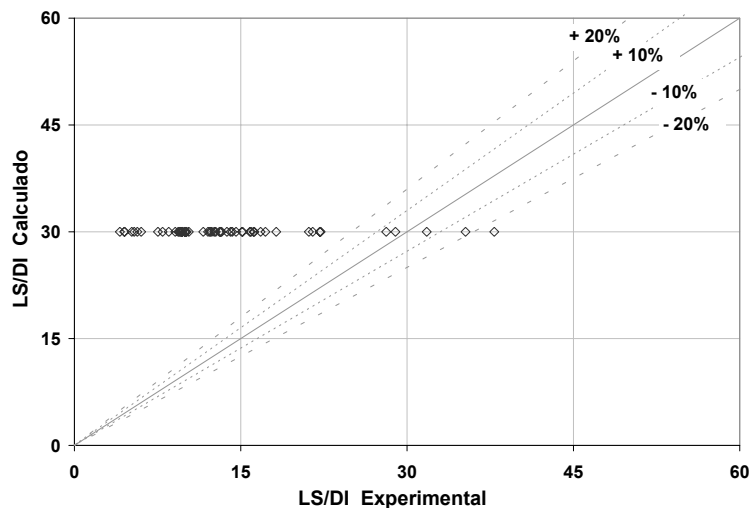


Figura 6 - LS/DI calculado versus LS/DI experimental.

Na figura 5, observa-se que grande parte dos valores de VB estimados estão em uma região fora do intervalo de +ou- 20% de incerteza. Os valores de LS/DI estimados são ainda piores, pois a maior parte deles está fora do intervalo de +ou- 20% de incerteza, conforme pode ser conferido na Fig. 6. A incerteza nas estimativas de VB e LS propaga-se

para as variáveis calculadas. Este efeito torna-se visível nos gráficos das Figs. 7, 8 e 9 a seguir, que apresentam os valores calculados com utilização das relações auxiliares (balão) e com valores experimentais no lugar destas (cruz). Os valores calculados com o modelo de Taitel e Barnea são o comprimento LB da bolha, o fator de intermitência  $\beta$  (LB/LU), e a frequência  $f$  da célula (VB/LU) - Figs 7, 8 e 9, respectivamente. Na figura 7, os valores de LB estão normalizados com referência em DI (LB/DI).

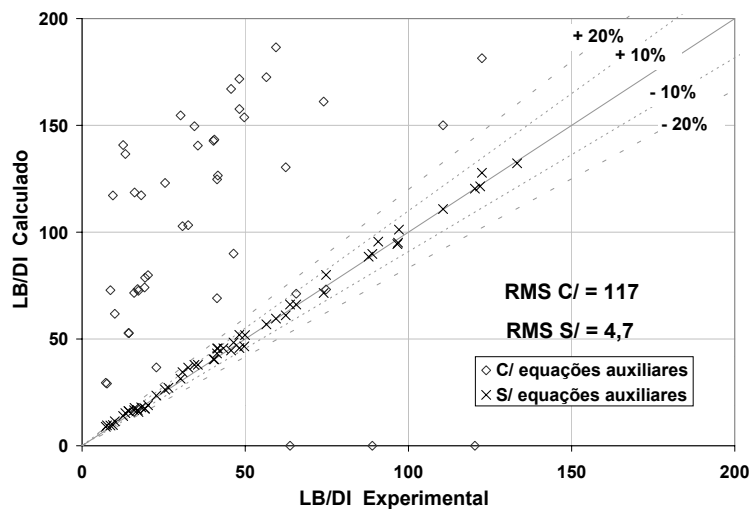


Figura 7 - LB/DI calculado versus LB/DI experimental, com e sem a utilização das relações auxiliares.

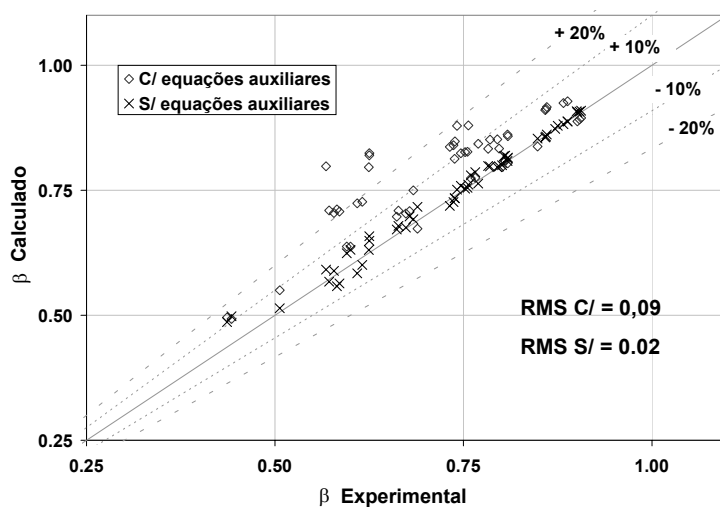


Figura 8 -  $\beta$  calculado versus  $\beta$  experimental, com e sem a utilização das relações auxiliares.

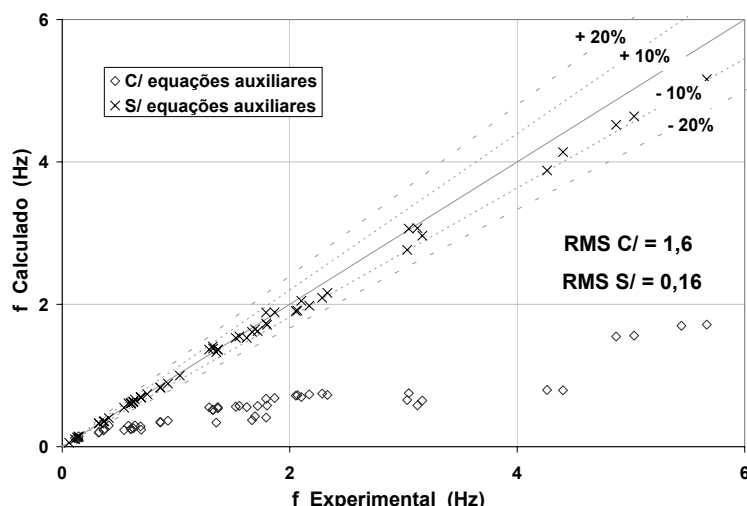


Figura 9 -  $f$  calculado versus  $f$  experimental, com e sem a utilização das relações auxiliares.

Nos gráficos das Figuras 7, 8 e 9, os valores de  $LB/DI$ ,  $\beta$  e  $f$  calculados utilizando-se as relações auxiliares ficaram fora da faixa de  $\pm 20\%$  de imprecisão. Os valores calculados sem a utilização das relações auxiliares, por sua vez, ficaram dentro da faixa de  $\pm 10\%$  de imprecisão. Os valores RMS de  $LB/DI$ ,  $\beta$ , e  $f$ , calculados utilizando-se as relações auxiliares, foram 117 diâmetros, 0,09 e 1,6 Hz, respectivamente. Estes valores são significativamente superiores aos valores RMS das mesmas variáveis, calculadas sem a utilização das relações auxiliares: 4,7 diâmetros, 0,02 e 0,16 Hz, respectivamente.

## 5. Conclusões.

Conclui-se que a imprecisão dos resultados dos modelos unidimensionais de célula unitária para escoamentos em regime de golfadas é devida principalmente às relações auxiliares de fechamento. Substituindo estas por valores experimentais, foram obtidos resultados para  $LB$  dentro do limite de  $\pm 10\%$  de imprecisão, para a ampla variedade de pontos experimentais disponíveis. Utilizando-se de relações auxiliares para  $VB$  e  $LS$ , os resultados obtidos ficaram fora da faixa de  $\pm 20\%$  de imprecisão. Desta forma, as simplificações inerentes ao modelo - a unidimensionalização de um fenômeno tridimensional, e a periodização de um fenômeno transiente - bem como a simplificação adicional adotada - a utilização de pistão de líquido não aerado ( $RLS=1$ ) - não são as principais fontes de imprecisão. As principais fontes de imprecisão são as relações auxiliares de fechamento. O modelo de fato representa os fenômenos físicos deste tipo de escoamento, mas é fortemente dependente destas relações.

Conclui-se ainda que, para a faixa de pontos experimentais investigada, os termos relativos ao gás da bolha ( $\tau_G$ ,  $\tau_L$  e  $\rho_G$ ) não influenciam significativamente os resultados, tendo em vista que o valor RMS das diferenças entre  $LB/DI$  calculado e  $LB/DI$  experimental, para os casos C1 e C2 do modelo, são praticamente o mesmos - 4,8 e 4,7 diâmetros, respectivamente.

Por fim, conclui-se se que o modelo de bolha representado pela Eq. 1c é o pior dos três estudados, pois seus resultados são sistematicamente inferiores aos experimentais, caindo fora da faixa de  $\pm 10\%$  de imprecisão. O modelo representado pela Eq. 1b é o que apresenta a melhor relação custo-benefício, pois esta equação é mais simples de calcular que a Eq. 1a, mas ainda assim fornece resultados tão precisos quanto esta última.

## 6. Referências

- Dukler, A. E., Hubbard, M. G., 1975. "A model for gas-liquid slug flow in horizontal tubes." *Ind. Eng. Chem. Fund.*, Vol. 14, No. 4, pp. 337-347.
- Fernandes, R. C., Semiat, R., Dukler, A. E., 1983. "Hydrodynamic model for gas-liquid slug flow in vertical tubes." *AIChE J.*, Vol. 29, No. 6, pp. 981-989.
- Kokal, S. L., Stanislav, J. F., 1989. "An experimental study of two-phase flow in slightly inclined pipes - II. Liquid holdup and pressure drop." *Chemical Engineering Science*, Vol. 44, No. 3, pp. 681-693.
- Mossis, R., Griffith, P., 1962. "Entrance effects in a two-phase slug flow." *J. Heat Transfer*, Vol. 84, pp. 29-39.
- Nicholson, M. K., Aziz, K. Gregory, G. A., 1978. "Intermittent two phase flow in horizontal pipes: predictive models." *Can. J. Chemical Engineering*, Vol. 56, pp. 653-663.

Rosa, E. S., 2004. "Flow structure in the horizontal slug flow." *Science, Thermal Engineering*, Vol. 3, No. 2, pp. 151-160.

Taitel, Y., Barnea, D., 1990. "Two-phase slug flow." *Advances, Heat Transfer*, Vol. 20, pp. 83-132. Ed. Academic Press, New York.

Wallis, G. B., 1969. "One-dimensional two-phase flow." Ed. McGraw-Hill, New York, 408p.

Yoshizawa, C. J., 2005. "Estudos de modelos para a forma das bolhas em um escoamento intermitente padrão golfadas." *Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil*, 166p.

## **EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF AN UNIT-CELL GAS-LIQUID SLUG FLOW MODEL**

Marc Zwanziger

DE/FEM/UNICAMP - Caixa Postal 6122, Campinas/SP, Brazil. CEP: 13083-970.

marczw@gmail.com

Eugênio Spanó Rosa

DE/FEM/UNICAMP - Caixa Postal 6122, Campinas/SP, Brasil. CEP: 13083-970.

erosa@fem.unicamp.br

**Abstract** - The numerical results of an unit-cell gas-liquid slug flow model are compared against a wide experimental database. The influence in the model accuracy of the auxiliary relations - used for the bubble velocity and the liquid slug length - is studied. This class of model in fact represents the phenomena, but its precision is strongly dependant of the auxiliary relations.

**Keywords:** bubble, slug, unit-cell.



# ANÁLISE DA EFETIVIDADE DE INTERNOS EM UMA COLUNA DE BORBULHAMENTO UTILIZANDO FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL

## Robson Rodrigues Mororó

Escola de Química, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Tel: 55-21-25470466, robson@peq.coppe.ufrj.br

## Ricardo Carvalho Rodrigues

Programa de Engenharia Química-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro P.O. Box 68502, 21945-970 Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Fax: 55-21-25628300, ricardo@peq.coppe.ufrj.br

## Paulo Laranjeira da Cunha Lage

Programa de Engenharia Química-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro P.O. Box 68502, 21945-970 Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Fax: 55-21-25628300, paulo@peq.coppe.ufrj.br

*Resumo: Colunas de borbulhamento com internos se tornam cada vez mais atrativas para aplicações quando se deseja uma mistura mais lenta da fase líquida, que é o caso de esgotamento de voláteis. Neste trabalho, a efetividade de um novo tipo de interno é estudada através da fluidodinâmica computacional. O efeito causado pela colocação de internos em colunas de borbulhamento isotérmicas operando em regime de borbulhamento homogêneo foi analisado por simulações fluidodinâmicas bidimensionais e transientes. Um modelo bifásico Euleriano, utilizando o modelo de turbulência  $k-\epsilon$  para a fase líquida, implementado no CFX 10.0 da ANSYS foi utilizado nas simulações. O tempo de mistura da fase líquida foi estudado através do acompanhamento ao longo do tempo da dispersão de um pulso de traçador na entrada de líquido na coluna, para as colunas sem e com internos. Os internos analisados são uma nova proposta que visa uma baixa perda de carga. O tempo de mistura nas colunas foram comparados e foi verificado que colunas sem internos possui um tempo de mistura muito menor que a coluna com o tipo de internos proposto.*

*Palavras chave: Colunas de borbulhamento, internos, traçador, simulações CFD, esgotamento*

## 1. Introdução

Colunas de borbulhamento fazem parte da classe de contactores gás-líquido usados para desenvolver reações químicas e operações de transferência de massa e calor. Esse tipo de reator, em particular, exibe muitas vantagens sobre os demais, destacando-se a simplicidade de construção e versatilidade de operação (Deckwer e Schumpe, 1993). Nesse tipo de equipamento a fase gasosa é dispersa em uma fase contínua no qual o conjunto das bolhas ascendente influencia todo o campo de escoamento gerando zonas de circulação. A hidrodinâmica é complexa e extremamente dependente das condições operacionais, das propriedades físicas do sistema e de escala (Rodrigues, 2005).

Existem dois principais regimes em colunas de borbulhamento: o homogêneo e o heterogêneo. O homogêneo é caracterizado por baixas velocidades superficiais de gás, pouca variação no tamanho das bolhas que ascendem quase que verticalmente. Neste regime, existe uma fraca recirculação de líquido na coluna que ocorre pelo carreamento de uma certa quantidade de líquido pelas bolhas até o topo da coluna onde elas colapsam e o líquido é obrigado a descer, preferencialmente pela região relativamente livre de bolhas próxima à parede. O regime heterogêneo ocorre para altas velocidades superficiais de gás sendo caracterizado por ampla faixa de tamanhos de bolhas, com grandes bolhas em ascensão rápida no centro da coluna e um padrão caótico de uma forte recirculação de líquido.

A mistura da fase líquida numa coluna é muito intensa, devido à alta circulação de líquido na coluna (Rodrigues, 2005), ou seja, um dado soluto presente na fase líquida demora pouco tempo para se homogeneizar dentro da coluna. Essa característica hidrodinâmica é por vezes, indesejada, como, por exemplo, em colunas de esgotamento operando em contra-corrente, onde se quer desenvolver um gradiente de concentração do volátil na fase líquida ao longo da altura da coluna, para otimizar o processo de transferência de massa entre as fases.

Colunas com internos foram analisadas em estudos experimentais e o tempo para dispersão total de um soluto (traçador) na fase líquida é comparativamente maior que em colunas que não apresentam internos, ou seja, um gradiente de concentração do traçador é gerado dentro da coluna com internos (Wild et al, 2003, Van Baten e Krishna, 2002, Pandit e Doshi, 2005).

Neste trabalho, fez-se uma avaliação de uma nova proposta de internos. Um estudo comparativo, usando a fluidodinâmica computacional (CFD), foi realizado para colunas de borbulhamento, operando com o sistema ar-água, com 0,4 m de altura e 0,073 m de diâmetro com e sem a presença dos internos. As simulações foram realizadas isotermicamente e sob o regime de borbulhamento homogêneo utilizando o modelo bifásico Euleriano-Euleriano com o modelo de turbulência  $k-\epsilon$ . Este modelo foi desenvolvido por Sokolichin e Eigenberger (1999) e validado por Borchers

et al. (1999). As colunas foram simuladas em uma aproximação bidimensional para reduzir o custo computacional envolvido (Van Baten e Krishna, 2003), a qual não deve afetar os resultados da análise comparativa. Os comportamentos hidrodinâmicos (perfil de velocidade, tempo de misturação na fase líquida e perfil de retenção de gás na coluna) de ambas as colunas foram analisados e comparados.

## 2. Formulação Matemática

O modelo de dois fluidos utilizado foi o implementado no código comercial CFX 10 da ANSYS, que consiste das equações descritas abaixo.

As equações de conservação de massa total para as fases líquida e gasosa são dadas por:

$$\frac{\partial(r_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha) = S_{MS,\alpha} + \sum_{\beta=1}^N \Gamma_{\alpha,\beta} \quad (1)$$

onde  $r_\alpha$  é a fração volumétrica da fase  $\alpha$ ,  $\rho_\alpha$  é a densidade da fase  $\alpha$ ,  $U_\alpha$  é a velocidade da fase  $\alpha$ ,  $S_{MS,\alpha}$  representa uma fonte adicional de massa da fase  $\alpha$  por unidade de volume da mistura e  $\Gamma_{\alpha,\beta}$  é a taxa mássica líquida por unidade de volume da mistura que é transferida da fase  $\beta$  para a fase  $\alpha$ . Usando o sistema bifásico ar-água, ou seja,  $N=2$  e particularizando para  $\Gamma_{\alpha,\beta} = 0$  a equação (1) fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial(r_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha) = S_{MS,c} \quad (2)$$

As equações de conservação de quantidade de movimento para as fases líquida e gasosa são dadas por:

$$\frac{\partial(r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha \otimes U_\alpha) = -r_\alpha \nabla p_\alpha + \nabla \cdot \left\{ r_\alpha \mu_\alpha \left[ \nabla U_\alpha + (\nabla U_\alpha)^T \right] \right\} + r_\alpha \rho_\alpha g + M_\alpha + \Gamma_{\alpha,\beta} U_\alpha \quad (3)$$

onde  $p_\alpha = p_\beta = p$ , ou seja todas as fases compartilham o mesmo campo de pressão sendo o vetor gravidade representado por  $g$  e  $M_\alpha$  modela a transferência de quantidade de movimento devido às forças interfaciais que atuam na fase  $\alpha$  devido a presença da fase  $\beta$ . As forças entre as duas fases são iguais e opostas, isto é,  $M_\alpha + M_\beta = 0$  e  $\Gamma_{\alpha,\beta}$  é a taxa mássica líquida por unidade de volume da mistura que é transferida da fase  $\beta$  para a fase  $\alpha$ , que para esse caso é igual a 0.

As forças entre as fases surgem de diversos fenômenos físicos. Nesse trabalho foi considerada somente a força de arrasto:

$$M_\alpha = M_\alpha^D \quad (4)$$

A força de arrasto entre as fases é calculada pela seguinte equação, considerando  $\alpha$  a fase dispersa:

$$M_\alpha^D = \frac{3}{4} \rho_\alpha \frac{r_\beta}{d} r_\beta^p C_d |U_\beta - U_\alpha| (U_\beta - U_\alpha) \quad (5)$$

onde o coeficiente de arrasto para bolha isolada,  $C_d$ , foi estimado de acordo com o modelo proposto por Grace et al. (1978), como implementado no CFX 10 da ANSYS, que leva em conta automaticamente os regimes de bolhas esféricas e “caps”. O expoente  $p$  no fator que introduz o efeito de população foi considerado igual a -2 com base no procedimento descrito por Ribeiro Jr. e Lage (2004). Para a fase líquida, a turbulência do campo de escoamento foi considerada usando o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  (Sokolichin e Eigenberger, 1999).

A equação de transporte do traçador foi implementada através de uma variável adicional escalar e específica, na fase  $\beta$  é dada por:

$$\frac{\partial(r_\beta \rho_\beta \phi_\beta)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\beta \rho_\beta U_\beta \phi_\beta) = \nabla \cdot \left[ r_\beta \left( \rho_\beta D_{\phi,\beta} + \frac{\mu_{t,\beta}}{Sc_{t,\beta}} \right) \nabla \phi_\beta \right] + S_{\phi,\beta} + \Gamma_{\phi,\beta} \quad (6)$$

onde  $\phi_\beta$  é a grandeza conservada por unidade de massa da fase  $\beta$ ,  $D_{\phi,\beta}$  é a difusividade cinemática para o escalar na fase

$\alpha$ ,  $S_{\phi,\beta}$  é um termo fonte volumétrico externo na fase  $\alpha$ , com unidade da quantidade conservada por unidade de volume por unidade de tempo e  $\Gamma_{\phi,\beta}$  representa fonte total para  $\phi_\beta$  devido a transferência entre as fases através das interfaces das mesmas.

Na entrada de líquido, um pulso de traçador é gerado através do emprego do seguinte valor de  $\phi$ :

$$\phi_\beta = A[H(t) - H(t - t_0)] \quad (7)$$

onde  $H$  é a função heaviside e  $A$  e  $t_0$  são constantes adequadas.

### 3. Procedimento numérico, condições de contorno e condições iniciais

As simulações CFD foram realizadas no software comercial CFX 10.0 da ANSYS em colunas de borbulhamento de 0,40 m de altura e 7,3 cm de diâmetro com e sem internos utilizando o sistema ar-água. Os domínios computacionais das simulações bidimensionais são fatias de 10 graus das colunas cilíndricas.

As equações descritas no item anterior foram resolvidas pelo CFX utilizando o método dos volumes finitos formados a partir de subdivisões do domínio computacional, os elementos, cujo o conjunto se chama de malha. O domínio foi discretizado usando malhas não estruturadas baseadas em rotação de malhas bidimensionais gerando elementos prismáticos, com aproximadamente 20 mil elementos. Testes preliminares indicaram que este tamanho de malha é adequado para representar o escoamento na coluna com internos. Detalhes das malhas podem ser observados na Fig. 1.

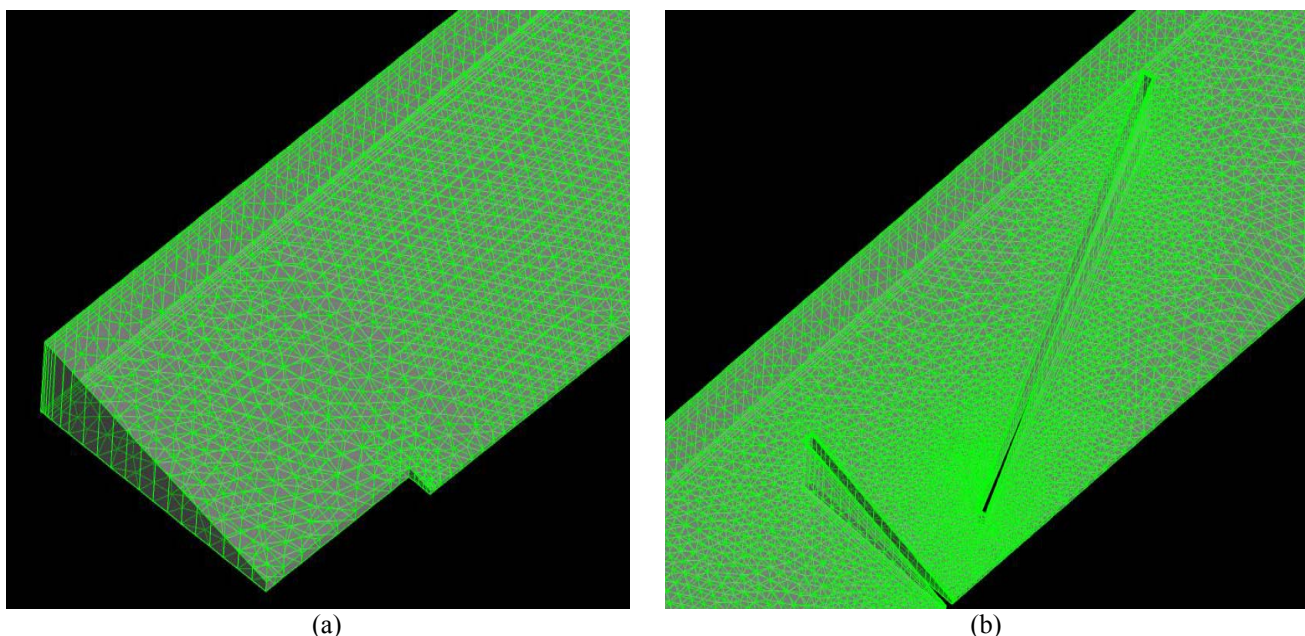


Figura 1. Malha não estruturada de 20 mil nós. Detalhes do (a) refino próximo à parede e do (b) refino em torno dos internos.

O ar entra pela parte inferior da coluna através de uma área correspondente a 76% da área total disponível. A água entra pela parte superior da coluna através de um tubo de 0,2 cm de diâmetro interno e 0,2 cm de espessura acoplado à coluna. No restante da área livre do topo da coluna, foi empregada uma condição de parede semi-permeável, que permite somente a saída da fase gasosa. Nas paredes da coluna, empregou-se a condição de não escorregamento para ambas as fases. Para simular no modelo bidimensional a saída de líquido através de um tubo lateral na base da coluna, adicionou-se às equações de transporte de massa, momento e turbulência um termo fonte negativo associado a um pequeno volume na base da coluna.

As simulações foram transientes com integração usando o método de Euler implícito de primeira ordem e passos de tempo na faixa de  $1 \times 10^{-5}$  a  $2 \times 10^{-4}$  s. Cada passo de integração foi considerado convergido quando os resíduos máximos de todas as equações de conservação fossem inferiores a  $10^{-4}$ , o que foi obtido com menos de 10 iterações no ciclo iterativo no valor dos coeficientes para todos os resultados aqui apresentados. A Tabela 1 resume as condições de operação usadas em todas as simulações realizadas.

Tabela 1 – Condições de simulação para ambas colunas

Fase dispersa (gás)	Ar
Fase continua (líquido)	Água
$T$ (K)	298,15
Vazão mássica de entrada de gás $G_{Ar}$ (kg s <sup>-1</sup> )	$2,8 \times 10^{-6}$
Vazão mássica de entrada de líquido $G_{Ag}$ (kg s <sup>-1</sup> )	$1,4 \times 10^{-5}$
Pressão na coluna, $P$ (kPa)	101,32
Diâmetro da bolha, $d_b$ (m)	$4,0 \times 10^{-3}$

#### 4. Resultados

O escoamento em colunas de borbulhamento é induzido pela ascensão do conjunto de bolhas e é caótico, isto é, não chega a um estado estacionário (Devanathan et al., 1995). Entretanto o escoamento apresenta comportamento quase-periódico, tendendo a atingir um estado pseudoestacionário, no qual uma média temporal de suas variáveis em um dado período de tempo, superior ao período característico das oscilações quase-periódicas, deixa de ter um comportamento transiente.

A Figura 2 mostra as evoluções temporais da retenção gasosa global para as simulações realizadas em coluna sem e com internos, com uma malha não estruturada de aproximadamente 20 mil nós. Após aproximadamente 15 s de simulação na coluna sem internos, o escoamento começa a apresentar oscilações quase periódicas enquanto que, para tempos superiores a 10 s, a coluna com internos atinge um estado pseudo-estacionário no qual as suas variáveis hidrodinâmicas se mantém praticamente inalteradas. Mais relevante é o fato que a retenção gasosa global foi 25% maior na coluna com internos, indicando que os internos estão aumentando o tempo de residência médio da fase gasosa neste mesmo fator.

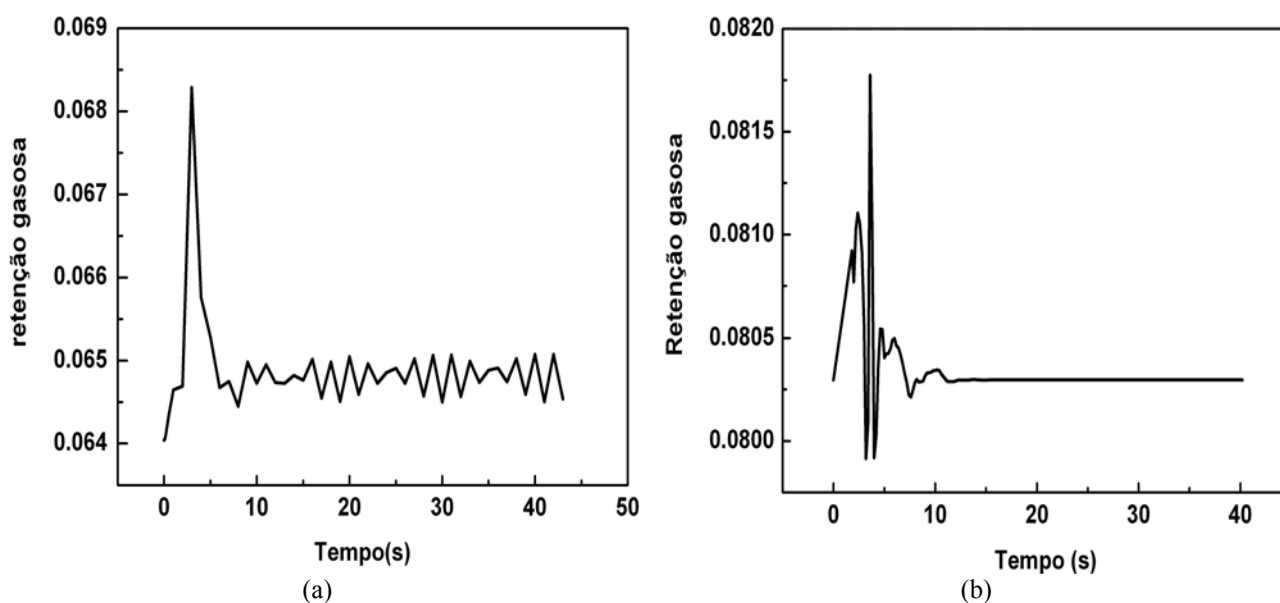


Figura 2. Evoluções temporais da retenção gasosa global em (a) colunas sem internos; (b) colunas com internos

Para o regime de borbulhamento homogêneo, a pluma de bolhas oscila pouco, ascendendo preferencialmente pelo centro da coluna de borbulhamento. A Figura 3 mostra gráficos de contorno da retenção gasosa local instantânea para ambas as colunas nos seus estados pseudo-estacionários. Percebe-se claramente que os internos levam a um grande aprisionamento da pluma de gás, mostrando a origem da maior retenção gasosa total para a coluna com internos. Além disso, os internos conseguem deslocar a pluma de bolhas da região central para a região próxima à parede. Assim, uma seqüência destes internos levará a uma melhor distribuição radial da pluma de bolha.

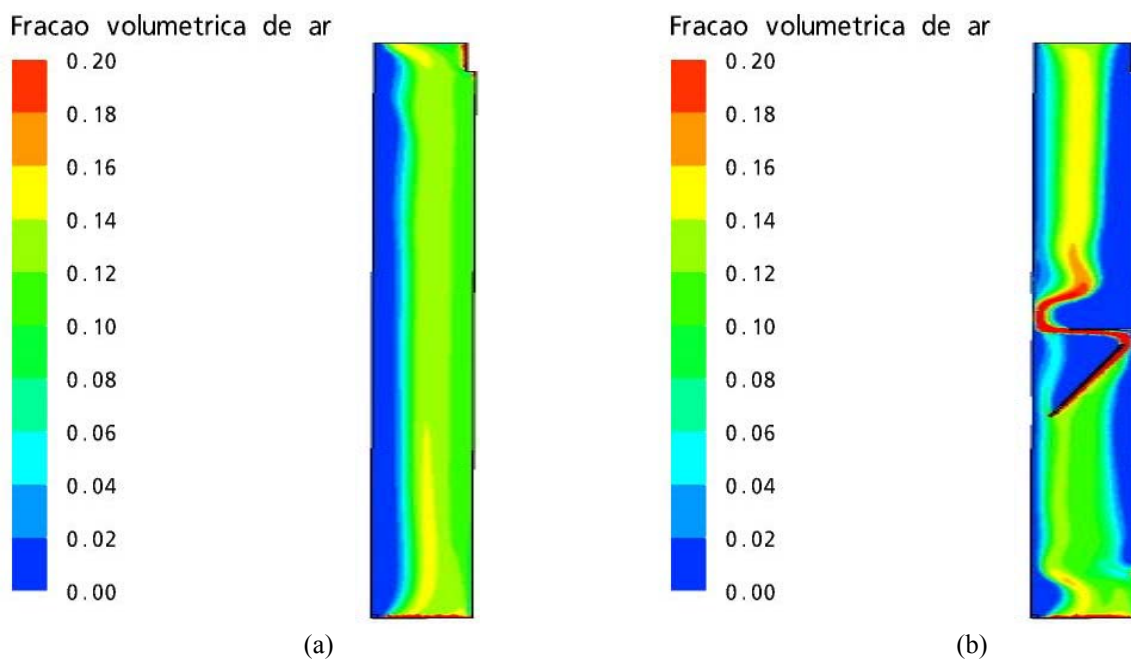


Figura 3. Frações volumétricas médias de ar (a) sem internos (b) com internos

A Figura 4 apresenta gráficos vetoriais do campo de velocidade da fase líquida nas colunas com e sem internos. A simulação bidimensional da coluna sem internos gerou, como esperado, uma única zona de recirculação que se estende por toda a altura da coluna. Em simulações 3D, umas seqüências de vórtices toroidais seriam observadas (Sokolichin e Eigenberger, 1999).

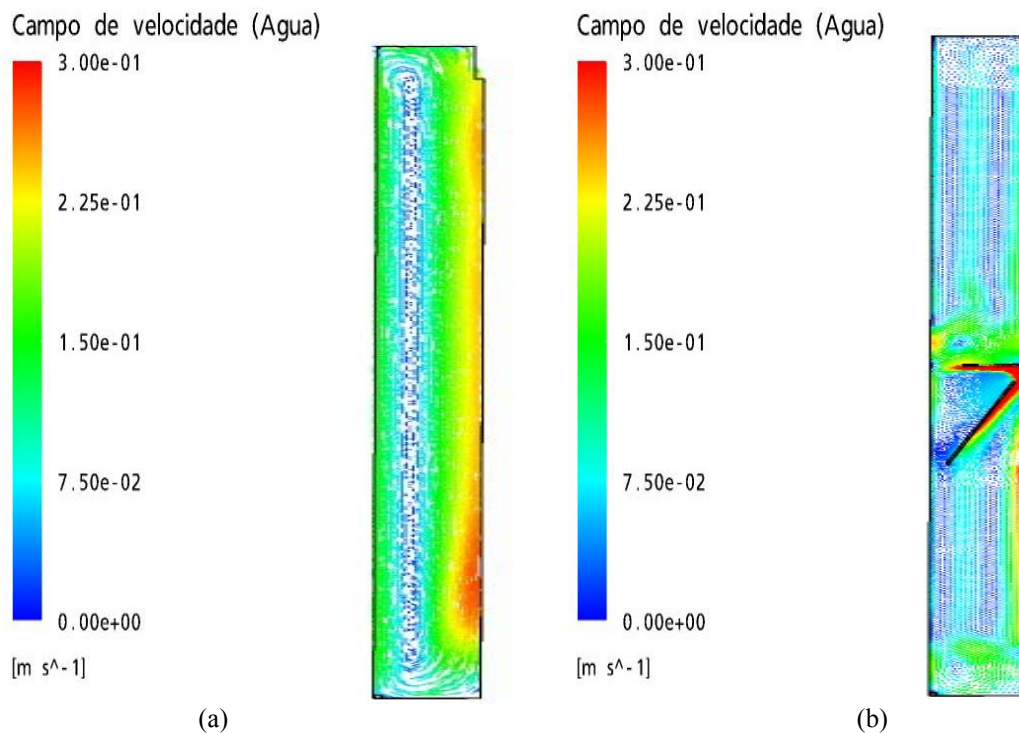


Figura 4. Campo médio de velocidades na fase líquida (a) sem internos; (b) com internos. A magnitude da velocidade local fornece a coloração.

A colocação dos internos na coluna de borbulhamento altera totalmente o campo de velocidade da fase líquida. Foram gerados dois pequenos vórtices, um na base e outro no topo da coluna, quatro outros de maior tamanho sendo que dois acima e dois abaixo da posição dos internos, além de outros pequenos vórtices ao redor dos internos. Verifica-se também um grande aumento da velocidade do líquido associada ao elemento inferior dos internos que provoca um jato sobre o seu elemento superior. Assim, a Figura 3(b) mostra claramente uma segregação do escoamento na coluna causada pela presença dos internos.

O estudo da capacidade de mistura nas duas colunas foi realizado pelo monitoramento de um traçador na fase líquida, implementado no CFX 10.0 como uma variável adicional adimensional. Um pulso deste traçador é imposto na entrada de líquido através da equação (7) com  $A = 1 \times 10^5$  e  $t_0 = 1$  s, partindo-se as simulações dos estados quase-estacionários de ambas as colunas. As Figuras 5 e 6 mostram os gráficos de contorno do traçador para alguns instantes de tempo durante a simulação do escoamento nas colunas sem e com internos, respectivamente.

A Figura 5 mostra que o traçador se dispersa rapidamente na coluna sem internos, estando uniformemente distribuído em aproximadamente 19 s da sua injeção. Comparativamente a Figura 6 mostra a dispersão do traçador na coluna de borbulhamento com internos, onde se observa que o mesmo se dispersa com muito mais dificuldade. Após 55 s de simulação, a coluna fica dividida em duas regiões, uma acima e outra abaixo dos internos, que tem concentrações do traçador praticamente homogêneas, mas diferentes entre si. Assim, vê-se claramente que os internos provocaram o desejado gradiente de concentração do traçador ao longo da altura da coluna.

## 5. Conclusões

Simulações fluidodinâmicas transientes usando o modelo de dois fluidos e o modelo de turbulência  $k-\epsilon$  foram realizadas para colunas de borbulhamento com pequena altura com e sem uma única unidade de uma nova proposta de internos. As condições de simulação corresponderam à operação em regime de borbulhamento homogêneo, com gás e líquido alimentados continuamente em contra-corrente. Simulações bidimensionais axialmente simétricas foram utilizadas para a redução do custo computacional, sendo necessário modelar a saída de líquido através de um termo fonte na base da coluna.

Dos resultados das simulações pode-se concluir que:

- Ambas as configurações de colunas atingem estados pseudo-estacionários em 10-15 segundos, sendo que para a coluna de borbulhamento com internos as variáveis fluidodinâmicas são praticamente constantes.
- A pluma de gás ascende preferencialmente pelo seio da coluna sem internos enquanto que os internos são capazes de deslocar a pluma para a região próxima à parede. Há um aprisionamento significativo de gás pela presença dos internos com o conseqüente aumento da retenção gasosa global e do tempo de residência médio do gás.
- A presença de internos na coluna de borbulhamento modifica significativamente o campo de velocidade na fase líquida, separando a coluna em duas regiões que tem recirculações de líquido mais intensas do que a da coluna sem internos.
- Os internos são efetivos em gerar gradientes de concentração entre as regiões da coluna que eles separam, conforme mostrado para os resultados de propagação de um traçador, cujo tempo de mistura na coluna com internos é mais de três vezes superior ao da coluna sem internos.

Os resultados obtidos nesse trabalho mostraram-se concordantes com os dados experimentais obtidos por Pandit e Doshi (2005) que também observaram a estratificação de um traçador em uma coluna de borbulhamento com outro tipo de internos.

Assim, conclui-se que o tipo de internos proposto é efetivo para gerar gradientes de concentração ao longo de uma coluna de borbulhamento, o que permitirá o aproveitamento de todo o potencial da mesma como contactor gás-líquido contínuo em aplicações de esgotamento de voláteis.

## 6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq (processo no. 301548/2005-6) pelo suporte financeiro necessário para realização desse trabalho.

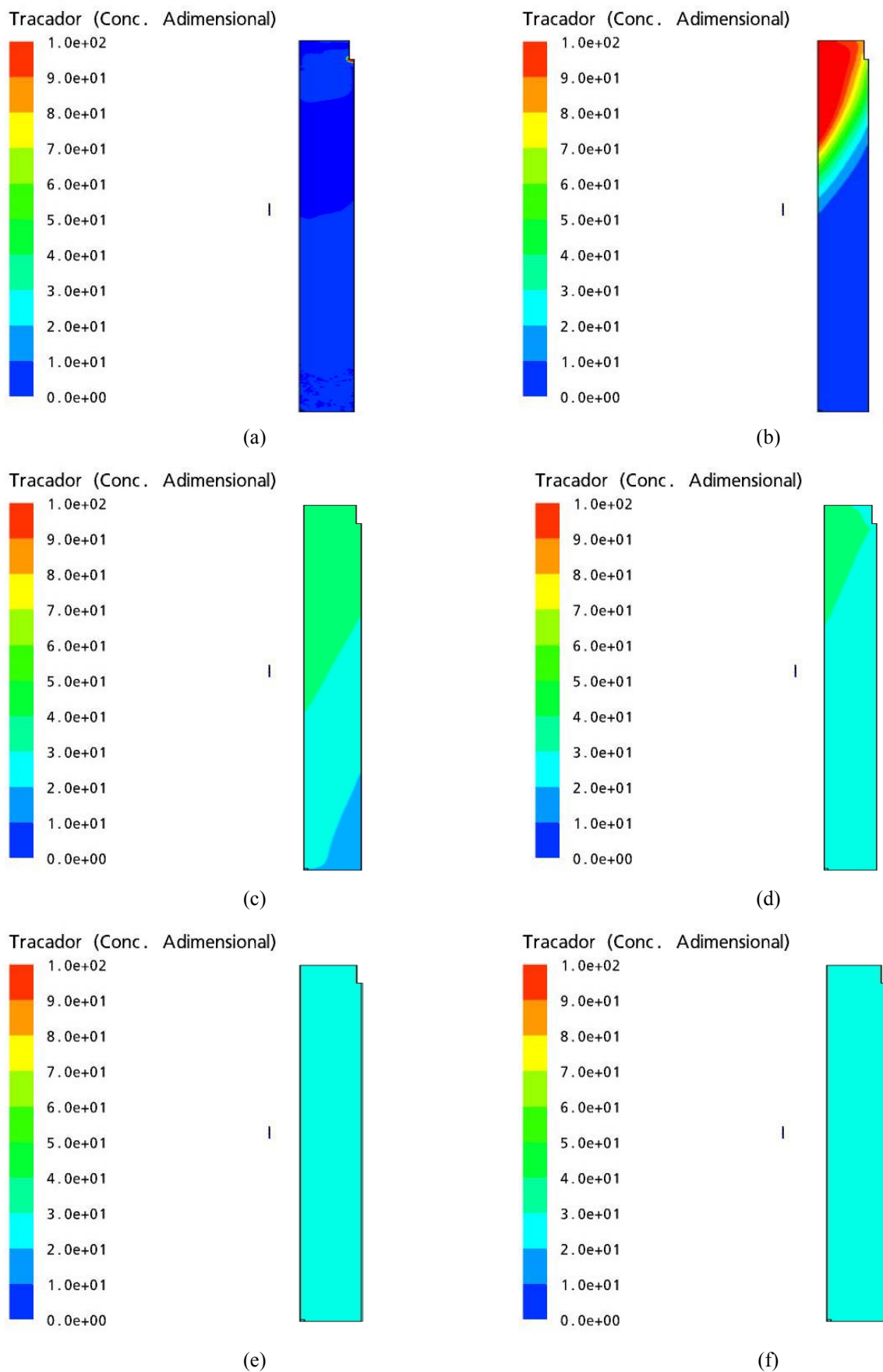


Figura 5. Dispersão do traçador ao longo do tempo na coluna sem internos para os tempos (a) 0,1 s, (b) 2,0 s, (c) 10,0 s, (d) 18,0 s, (e) 19,0 s e (f) 55,0 s

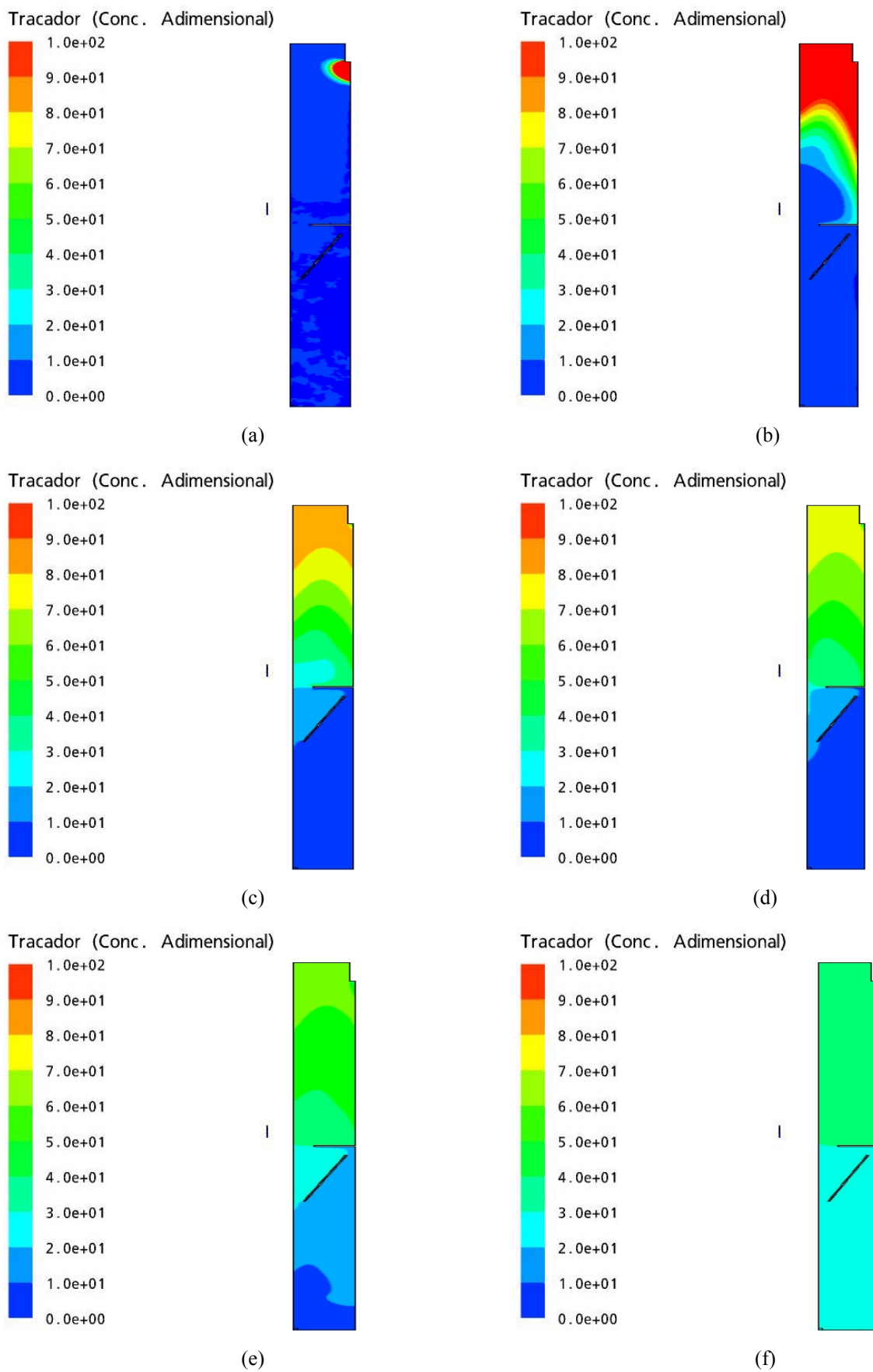


Figura 6. Dispersão do traçador ao longo do tempo para a coluna com internos para (a) 0,1 s, (b) 2,0 s, (c) 10,0 s, (d) 18,0 s, (e) 25,0 s e (f) 55,0 s



## 7. Referências

- Borchers, O., Busch, C., Sokolichin, A., Eigenberger, G., 1999, "Applicability of the standard k- $\epsilon$  turbulence model to the dynamic simulation of bubble columns. Part II: Comparison of detailed experiments and flow simulations, Chemical Engineering Science 54, 5927-5935.
- C. P. Ribeiro Jr. e P. L. C. Lage, 2004, "Estudo experimental da distribuição do tamanho de bolhas em evaporador de contato direto" Braz. J. Chem. Eng. v.21 n.1 São Paulo jan./mar. 2004
- Deckwer, W. D. e Schumpe, A., 1993, "Improved tools for bubble column reactor design and scale-up", Chemical Engineering Science, Vol. 48, pp. 889-911.
- Devanathan, N., Dudukovic, M. P., Lapin, A., Lübbert, A., 1995, Caothic flow in bubble column reactors, Chemical Engineering Science 50(16), 2661-2667.
- Pandit, A.B e Doshi, Y. K., 2005, "Mixing Time Studies in Bubble Column Reactor with and without Internals", International Journal of Chemical Reactor Engineering, Volume 3, Article A22.
- R. Clift, J.R. Grace and M.E. Weber., 1978, "Bubbles, drops and particles", International Journal of Multiphase Flow, Volume 5, Issue 3, June 1979, pp. 229-230
- Rodrigues, Ricardo C., 2005, "Estudo do aumento de escala do processo de esgotamento de aromas em colunas de borbulhamento usando fluidodinâmica computacional", Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia Química, COPPE/UFRJ.
- Sokolichin, A., Eigenberger, G., 1999, "Applicability of the standard k- $\epsilon$  turbulence model to the dynamic simulation of bubble columns. Part I. Detailed numerical simulations", Chemical Engineering Science 54, 2273-2284.
- Van Baten, J.M e Krishna, R, 2003, "Scale up studies on partitioned bubble column reactors with the aid of CFD simulations", Catalysis Today, Vol. 79-80, pp. 67-75.
- Van Baten, J.M e Krishna, R, 2002, "Gas and Liquid phase mass transfer within KATAPAK-S structures studies using CFD simulations", Chemical Engineering Science 57, 1531-1536
- Wild, G., Poncin, S., Li, H. Z., Olmos, E., 2003, "Some aspects of the hydrodynamics of bubbles columns", International Journal of Chemical Reactor Engineering, Volume 1, Review R7.

## CFD ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF A NEW PACKING FOR BUBBLE COLUMNS

Robson Rodrigues Mororó

Escola de Química, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Tel 55-21-25470466

Robson@peq.coppe.ufrj.br

Ricardo Carvalho de Rodrigues

Programa de Engenharia Química-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, P.O. Box 68502, 21945-970 Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Fax: 55-21-25628300, ricardo@peq.coppe.ufrj.br

Paulo Laranjeira da Cunha Lage

Programa de Engenharia Química-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro P.O. Box 68502, 21945-970 Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Fax: 55-21-25628300, paulo@peq.coppe.ufrj.br

## Abstract

*Bubble columns with internals are becoming very attractive for applications for which small back mixing in the liquid phase is desired, as in the case of stripping of organic volatile compounds from aqueous solutions. The effect caused by the placement of internals in an isothermal bubble columns operating in the homogeneous bubbling regime was analysed by transient two-dimensional CFD simulations. The two-fluid model, using the k- $\epsilon$  turbulence model for the liquid phase, implemented in ANSYS CFX 10.0 software was used in the simulations. The mixing time in the liquid phase was studied through the transient dispersion of a pulse of a tracer in the liquid phase inlet for columns without and with internals. The mixing time in both columns were compared and it was verified that the column without internals had a mixing time much smaller than that for the columns with the proposed internals.*

Keywords: Bubble columns, internals, tracer, CFD, stripping

## INDUSTRIAL PROCESS SIMULATION BASED ON MULTIPHASE MATHEMATICAL MODEL: APPLICATION TO PREDICT THE SINTER PLANT OPERATION

### José Adilson de Castro

Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica-EEIMVR-UFF, Av. dos Trabalhadores 420 – Vila Sta. Cecília – 27255-125 – Volta Redonda – RJ  
[adilson@metal.eeimvr.uff.br](mailto:adilson@metal.eeimvr.uff.br)

### Alexandre José da Silva

Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica-EEIMVR-UFF, Av. dos Trabalhadores 420 – Vila Sta. Cecília – 27255-125 – Volta Redonda – RJ  
[ajs@metal.eeimvr.uff.br](mailto:ajs@metal.eeimvr.uff.br)

### Hiroshi Nogami

IMRAM- Institute for Multidisciplinary Research for Advanced Materials-Tohoku University, 2-1-1, Katahira, Aoba-ku – Sendai. 980-8577 – Japan  
[nogami@tagen.tohoku.ac.jp](mailto:nogami@tagen.tohoku.ac.jp)

### Jun-ichiro Yagi

Emeritus Professor of Tohoku University – Sendai, 982-0261- Japan  
[yagij@earth.ocn.ne.jp](mailto:yagij@earth.ocn.ne.jp)

**Abstract:** The sintering process is a well established process in use at the integrated steel industry. The process is complex involving various physical and chemical phenomena. The raw materials used can vary to a wide extent, from iron ore to dust recycling. The process takes place in a moving strand where a mixture of iron ore (sinter feed), fine coke, limestone and water is continuously charged to form a thick bed of approximately 40cm. Along the first meters of the strand the charge is ignited by burners. The hot gas, generated by the combustion of natural gas with air, is then sucked in through the packed bed from the wind boxes placed below the grate. Models to predict the operational parameters and determine optimum conditions are of great importance due to the low cost and the ability to investigate conditions which can not be assessed by experimental techniques. In this paper a mathematical model based on the multiphase multi-component transport equations is used to investigate the industrial scale operation. The transport equations are discretized based on the finite volume method and rate equations for momentum, energy and chemical reactions are used to consider the inter-phase interactions. The model predictions are in agreement with the averaged values measured at the gas outlet of the sinter strand which validated the modeling approach.

*Key-words: Mathematical modeling, Sintering Plant, multi-phase, Transport phenomena*

### 1. Introduction

The sintering process is an established process in use at the integrated route of steel production. The process is complex involving various physical and chemical phenomena. The raw materials used can vary to a wide extent, from iron ore to dust recycling. The process takes place in a moving strand where a mixture of iron ore (sinter feed), fine coke, limestone and water is continuously charged to form a thick bed of approximately 40cm. Along the first meters of the strand the charge is ignited by burners. The hot gas, generated by the combustion of natural gas with air, is then sucked in through the packed bed from the wind boxes placed below the grate. The combustion of fines coke begins at the top of the layers, and as it moves, a relative narrow band of ignition zone moves down through the bed. Several chemical reactions and phase transformations take place within the bed, part of the materials melt when the local temperature reaches the melting temperature and as it moves, the solidification process occurs. The partial melting and diffusion within the materials causes the particle to agglomerate forming a continuous porous sinter cake. In general, the hot gas produced during sintering can also be re-circulated for better thermal efficiency. A schematic view of the sinter machine with recycling gas concept is presented in **Fig. 1**. The physicochemical and thermal phenomena involved are complex and numerous. Special mention is made to the phenomena of gas flow through the porous bed, gas-solid heat transfer, drying and several chemical reactions and phase transformations. Several attempts have been made aiming to predict the final properties of the sinter product. One of the most important parameter is the size distribution which influences strongly the sinter performance within the blast furnace.

Waters et al (Waters et al, 1989), developed a mathematical model to predict the final size distribution of the sinter, however, as they pointed out, the model did not consider the kinetics of the sintering phenomena, which strongly affect the final size distribution. Kasai et al (Kasai et al, 1991), investigated the influence of the sinter structure into the macroscopic sinter properties. A detailed explanation of the sintering mechanism and particles interaction were analyzed to clarify the bonding forces. They concluded that the void fraction and specific surface area are the main parameters influencing the cake strength. They also concluded that the significant driving forces of structural changes in the sinter cake are compressive and capillary ones. Akiyama et al (Akiyama et al, 1992) investigated the heat transfer properties under the sinter bed conditions and established empirical correlations for the material conductivity. However, there are few comprehensive mathematical models describing the sintering process in an industrial machine such as the usual Dwight-Lloyd. Mitterlehner et al (Mitterlehner et al, 2004), presented a 1-D mathematical model of the sinter strand focusing on the progression speed of the sintering front. Nath et al, (Cumming, et al, 1990, Nath et al, 1997), developed a 2-D mathematical model based on transport equations, however, their analysis considered a few chemical reactions and the rate of phase transformations were simplified. A more detailed multi-phase model has been developed by Castro et al (Castro et al, 2005) which has been continuously updated. Therefore, a comprehensive mathematical model able to describe the chemical reactions coupled with momentum, energy and species transport has yet to be developed and applied to simulate the industrial scale of the sintering machine. In the present work, a 3-dimensional mathematical model of the sinter strand is developed based on the multiphase multi-component concept and detailed interactions between the gas and solid phases are addressed. Within the model framework are considered the following phenomena: a) dynamic interaction of the gas mixture with the solids; b) overall heat transfer of all phases; c) vaporization and condensation of water; d) decomposition of carbonates; e) reduction and oxidation of the iron bearing materials; f) fuel combustion and gasification; g) shrinkage of the packed bed; h) partial melt-solidification of the solids and i) phase changes. This model differs significantly of the former ones due to the concept of multiple and coupled phenomena treatment, three-dimensional treatment of the sinter strand and detailed mechanism of chemical reactions involved in the process. Therefore, this formulation represents a step forward on the task of constructing a comprehensive mathematical model of the iron ore sinter process capable of considering detailed phenomena which take place in the industrial operation. In this paper the actual sinter process is simulated and compared with industrial data. Afterwards the influence of the fuel quality is investigated and other alternative fuels such as anthracite and biomasses are tested in order to indicate rational use of natural resources and develop cleaner industrial processes. Aiming to develop environmentally cleaner processes the dioxin and furans formation is investigated and optimum operation conditions are suggested.

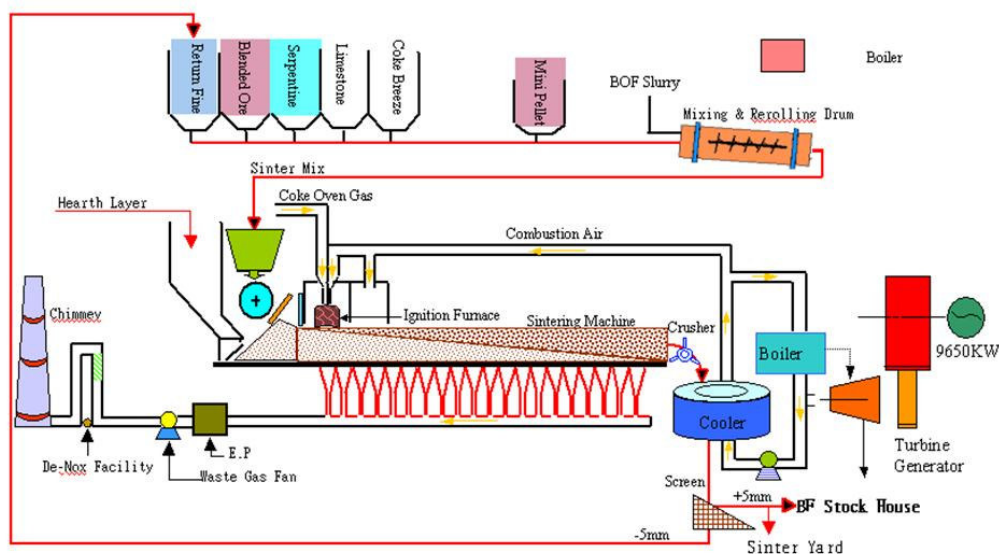


Figure 1 Lay out of the sintering process facilities

Figure 2 shows the inner phenomena of the sinter bed. Several chemical and phase transformation occurs in the sintering zone. The coke breeze or coal combust and form a so-called chemical front which is accompanied by a thermal front due to the endothermic reactions of combustion. A pre-heating and vaporization zone is developed due to the solid moisture and high temperature gas flowing from the combustion zone. Near the combustion zone, the iron ore in contact with the CO formed in the combustion zone reduces. Downstream, the gas is rich in O<sub>2</sub> and re-oxidizes the solid and the solid is then cooled forming the sinter cake.

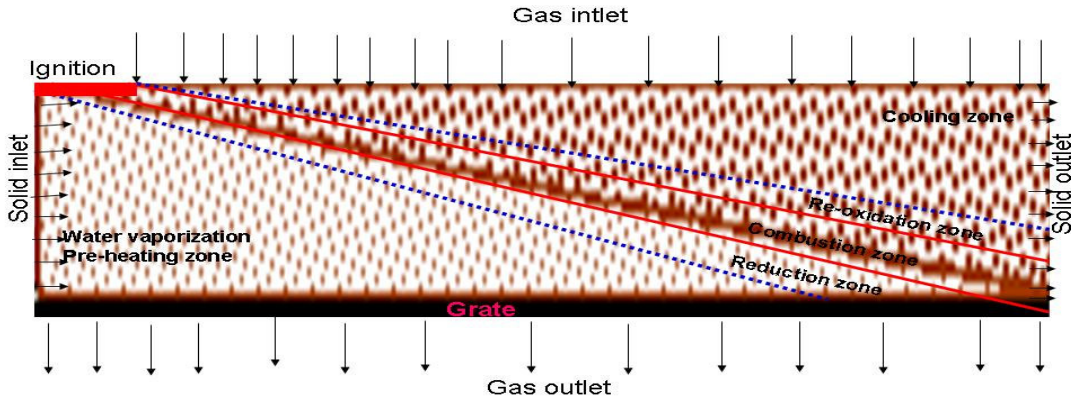
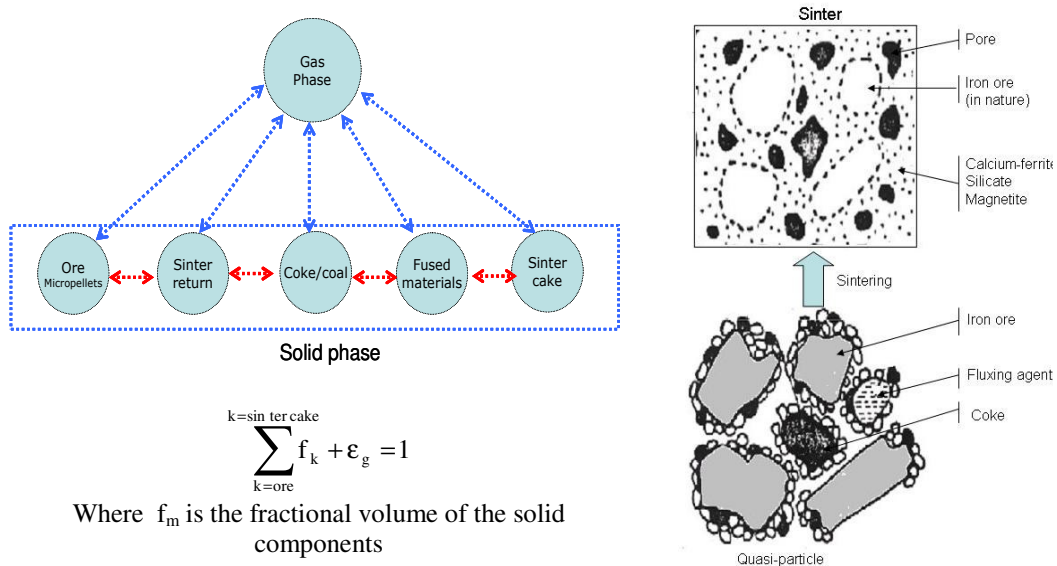


Figure 2 Inner characteristics of the sintering process of iron ore

## 2. Methodology

The model is three-dimensional and takes into consideration two distinct phases with momentum, energy and thermo physical properties defined by semi-empirical correlations. The momentum equations of the gas and solid phases takes into account the simultaneous interactions with one another. Within the solid phase the solid components are distinguished by their properties and the phase properties obeys the mixture rule. Figure 2 presents the two-phase model and the sintering mechanism. The sintering mechanism involve the formation of quasi-particles and the inner fuels particles combust furnishing heat to locally melt down of the iron ore and fluxing agent promoting the sintering reactions.



a) Multi-phase concept

b) Sintering mechanism

Figure 3 The concept of multi-phase multi-component applied to the sintering phenomena – The basis for continuous model formulation of the sintering strand

## 2.1 General Conservation Equations

In order to accurately analyze the sintering process a three- dimensional model considering two phases interacting simultaneously interchanging momentum, energy and chemical species is proposed. The two phase model is described below as a set of strongly coupled conservation equations.

Gas phase:

Momentum equations:

$$\frac{\partial(\rho_g \epsilon_g u_j)}{\partial t} + \text{div}(\rho_g \epsilon_g \bar{U}_g u_j) = \text{div}[\epsilon_g \mu_g \text{grad}(u_j)] - \text{grad}(P_g) + F_s^g - F_g^g \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_g \epsilon_g)}{\partial t} + \text{div}(\rho_g \epsilon_g \bar{U}_g) = \sum_{i=1}^{\text{nreacts}} R_i^g \quad (2)$$

Energy equation:

$$\frac{\partial(\rho_g \epsilon_g h_g)}{\partial t} + \text{div}(\rho_g \epsilon_g \bar{U}_g h_g) = \text{div}\left[\epsilon_g \frac{k_g}{C_{p,g}} \text{grad}(h_g)\right] + E_s^g + \sum_{i=1}^{\text{nreacts}} R_i^g \Delta h_i \quad (3)$$

Chemical species equations:

$$\frac{\partial(\epsilon_g \rho_g \phi_{g,k})}{\partial t} + \text{div}(\epsilon_g \rho_g \bar{U}_g \phi_{g,k}) = \text{div}\left[\epsilon_g \frac{D_k^g}{\epsilon_g \rho_g} \text{grad}(\phi_{g,k})\right] + \sum_{i=1}^{\text{nreacts}} R_i^g \beta_k \quad (4)$$

Where the indexes  $i$  and  $k$  indicate chemical reactions and chemical species, respectively.  $\bar{U}$  is velocity field and  $u_j$  is velocity component on the directions ( $j=1,2,3$ ). The subscripts  $g$  and  $s$  denote the gas and solid phases, respectively.

The solid phase can be expressed in a similar fashion as follows:

Momentum:

$$\frac{\partial(\rho_s \epsilon_s u_j)}{\partial t} + \text{div}(\rho_s \epsilon_s \bar{U}_s u_j) = \text{div}[\epsilon_s \mu_s \text{grad}(u_j)] - \text{grad}(P_s) - F_s^g - F_s^s \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_s \epsilon_s)}{\partial t} + \text{div}(\rho_s \epsilon_s \bar{U}_s) = \sum_{i=1}^{\text{nreacts}} R_i^s \quad (6)$$

Energy equation:

$$\frac{\partial(\rho_s \epsilon_s h_s)}{\partial t} + \text{div}(\rho_s \epsilon_s \bar{U}_s h_s) = \text{div}\left[\epsilon_s \frac{k_s}{C_{p,s}} \text{grad}(h_s)\right] - E_s^g + \sum_{i=1}^{\text{nreacts}} R_i^s \Delta h_i \quad (7)$$

Chemical species equations:

$$\frac{\partial(\epsilon_s \rho_s \phi_{s,k})}{\partial t} + \text{div}(\epsilon_s \rho_s \vec{U}_s \phi_{s,k}) = \text{div} \left[ \epsilon_s \frac{D_k^s}{\epsilon_s \rho_s} \text{grad}(\phi_{s,k}) \right] + \sum_{i=1}^{n_{\text{reacts}}} R_i^s \beta_k \quad (8)$$

The phases and chemical species considered in this model are summarized in table 1. ( Austin et al, 1997, Castro et al, 2001,2002, 2005)

Table 1 Equations used to model the sintering process

Equations of the gas phase				
Gas	Momentum	$\mathbf{u}_{1,g}, \mathbf{u}_{2,g}, \mathbf{u}_{3,g}, P_g, \epsilon_g$		
	Energy	$h_g$		
	Chemical Species	$N_2, O_2, CO, CO_2, H_2O, H_2, SiO, SO_2, CH_4, C_2H_6, C_3H_8, C_4H_{10}$		
Equations of the solid phase				
Solid	Momentum	$\mathbf{u}_{1,s}, \mathbf{u}_{2,s}, \mathbf{u}_{3,s}, P_s, \epsilon_s$		
	Energy	$h_s$		
	Chemical Species	Coke breeze	$C, \text{Volatiles}, H_2O, Al_2O_3, SiO_2, MnO, MgO, CaO, FeS, P_2O_5, K_2O, Na_2O, S_2$	
		Iron ore	$Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO, Fe, H_2O, Al_2O_3, SiO_2, MnO, MgO, CaO, FeS, P_2O_5, K_2O, Na_2O$	
		Return Sinter (bed)	$Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO, Fe, H_2O, Al_2O_3, SiO_2, MnO, MgO, CaO, FeS, P_2O_5, K_2O, Na_2O$	
		Fused Materials	$Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO, Fe, H_2O, Al_2O_3, SiO_2, MnO, MgO, CaO, FeS, P_2O_5, K_2O, Na_2O, CaO.Fe_3O_4, Al_2O_3.MgO$	
		Fluxing agent	$CaO, H_2O, Al_2O_3, SiO_2, MnO, MgO, TiO_2$	
Sinter cake	$Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO, Fe, H_2O, Al_2O_3, SiO_2, MnO, MgO, CaO, FeS, P_2O_5, K_2O, Na_2O, CaO.Fe_3O_4, Al_2O_3.MgO$			

Total of 108 partial differential equations numerically solved using the finite volume technique.

## 2.2 Boundary conditions

The boundary conditions applied to the set of differential conservation equations of the model are of the inlet and outlet type for the gas phase at the top and the bottom faces, respectively. The energy equation uses as inlet boundary condition the average inflow temperature and at the outlet is assumed no temperature gradient. The inlet composition of the solid phase is specified together with solid temperature. For the velocity field, the gas is suctioned and the pressure gradient is used to specify the inlet flow rate at the top surface. The other boundaries are of symmetry type, where no flux is assumed, except for the temperature where a heat transfer coefficient is specified.

## 2.2 Source Terms

The interactions between the solid and gas phase is represented though the source terms of each equation. The source terms are due to external forces, interfaces interactions, chemical reactions and phase transformations. This section describes the models used for each of these phenomena.

### 2.3.1 Momentum sources

$$F_m = 150\mu_g \frac{1}{\left| \vec{U}_g - \vec{U}_s \right|} \left( \frac{\epsilon_m}{(1-\epsilon_m) d_m \phi_m} \right)^2 + 1.75\rho_g \left( \frac{\epsilon_m}{(1-\epsilon_m) d_m \phi_m} \right) \quad (9)$$

$$F_g^s = -F_s^g = \left[ \sum_m f_m F_m \right] \left| \vec{U}_g - \vec{U}_s \right| (\vec{U}_g - \vec{U}_s) \quad (10)$$

Where  $m$  stands for the solid components ( $m$ =ore, sinter, fluxing etc).

### 2.3.2 Heat transfer

The inter-phase heat transfer considers a local effective coefficient which takes into considerations the combined effect of convection and radiation within the packed bed[Akiyama].

$$\dot{E}_g^s = -\dot{E}_s^g = h_{g-s} A_{s-g} [T_s - T_g] \quad (11)$$

$$h_{s-g} = \frac{k_g}{d_s} \left[ 2.0 + 0.39(\text{Re}_{g-s})^{0.5} (\text{Pr}_g)^{1/3} \right] \quad (12)$$

The granular specific surface area is modeled as in eq. 13.

$$A_{s-g} = \sum_m \left( f_m \frac{6\varepsilon_m}{d_m \phi_m} \right) \quad (13)$$

The variables and symbol with their respective units are summarized in table 2

Table 2 Variables used in the model

$A_{s-g}$	Specific area of the bed [ $\text{m}^2/\text{m}^3$ ]		Subscript
$\dot{E}_g^s$	Rate of energy exchanged between gas and solid phases (kW)	g	Gas phase
$f_m$	Volume fraction of solid components (-)	s	Solid phase
$F_g^s$	Momentum transfer from gas phase to solid phase ( $\text{N}/\text{m}^3$ )	i	Index for chemical reactions
$h_{g-s}$	Overall heat transfer coefficient between gas and solid ( $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$ )	j	Index for phase velocity components
$k_g$	Thermal conductivity of gas phase ( $\text{W}/\text{mK}$ )	k	Index for phase mass fraction
$\text{Pr}_g$	Prandtl number relating to the gas phase	m	Index to account for phase component

### 2.3.3 Chemical Reactions

Table 2 Chemical reactions considered in the model

$R_i$	Chemical Reactions
<b>Reduction by CO</b>	
$1_i$	$3 \text{Fe}_2\text{O}_3(i) + \text{CO}(g) \rightarrow 2\text{Fe}_3\text{O}_4(i) + \text{CO}_2(g)$ ( $i \rightarrow$ ore, sin ter, fines, etc)
$2_i$	$\frac{w}{4w-3} \text{Fe}_3\text{O}_4(i) + \text{CO}(g) \rightarrow \frac{3}{4w-3} \text{Fe}_w\text{O}(i) + \text{CO}_2(g)$ ( $i \rightarrow$ ore, sin ter, fines, etc)
$3_i$	$\text{Fe}_w\text{O}(i) + \text{CO}(g) \rightarrow w \text{Fe}(i) + \text{CO}_2(g)$ ( $i \rightarrow$ ore, sin ter, fines, etc)
<b>Reduction by <math>\text{H}_2</math></b>	
$4_i$	$3 \text{Fe}_2\text{O}_3(i) + \text{H}_2(g) \rightarrow 2\text{Fe}_3\text{O}_4(i) + \text{H}_2\text{O}(g)$
$5_i$	$\frac{w}{4w-3} \text{Fe}_3\text{O}_4(i) + \text{H}_2(g) \rightarrow \frac{3}{4w-3} \text{Fe}_w\text{O}(i) + \text{H}_2\text{O}(g)$
$6_i$	$\text{Fe}_w\text{O}(i) + \text{H}_2(g) \rightarrow w \text{Fe}(i) + \text{H}_2\text{O}(g)$ ( $i \rightarrow$ ore, sin ter, fines, etc)
<b>Re-oxidation of solids</b>	
$7_i$	$w \text{Fe}(i) + \frac{1}{2} \text{O}_2(g) \rightarrow \text{Fe}_w\text{O}(i)$
$8_i$	$\frac{3}{4w-3} \text{Fe}_w\text{O}(i) + \frac{1}{2} \text{O}_2(g) \rightarrow \frac{w}{4w-3} \text{Fe}_3\text{O}_4(i)$
$9_i$	$2 \text{Fe}_3\text{O}_4(i) + \text{O}_2(g) \rightarrow 3\text{Fe}_2\text{O}_3(i)$ ( $i \rightarrow$ ore, sin ter, fines, etc)
<b>Gasification of carbon</b>	

10 <sub>i</sub>	$C(i) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CO(g)$
11 <sub>i</sub>	$C(i) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$
12 <sub>i</sub>	$C(i) + CO_2(g) \rightarrow 2CO(g)$
13 <sub>i</sub>	$C(i) + H_2O(g) \rightarrow H_2(g) + CO(g)$ (i → coke breeze or coal)
<b>Gasification of volatiles</b>	
14 <sub>i</sub>	$Volatiles(i) + \alpha_1 O_2(g) \rightarrow \alpha_2 CO_2(g) + \alpha_3 H_2O(g) + \alpha_4 N_2(g)$
15 <sub>i</sub>	$Volatiles(i) + \alpha_5 CO_2(g) \rightarrow \alpha_6 CO(g) + \alpha_7 H_2(g) + \alpha_8 N_2(g)$ (i → coke breeze or coal)
<b>Water gas shift</b>	
16	$CO_2(g) + H_2(g) \rightarrow CO(g) + H_2O(g)$
<b>Phase transformation</b>	
17 <sub>i</sub>	$H_2O(i) \leftrightarrow H_2O(g)$ (i → ore, sin ter, coke)
18 <sub>i</sub>	$CaO(i) \leftrightarrow CaO(l)$
19 <sub>i</sub>	$MgO(i) \leftrightarrow MgO(l)$
20 <sub>i</sub>	$MnO(i) \leftrightarrow MnO(l)$
21 <sub>i</sub>	$Al_2O_3(i) \leftrightarrow Al_2O_3(l)$ (i → ore, sin ter, coke)
22 <sub>i</sub>	$CaO(i) + FeO(i) \leftrightarrow (CaO).(FeO)$ (i → ore, sin ter, coke)
23 <sub>i</sub>	$2CaO(i) + FeO(i) \leftrightarrow (CaO)_2.(FeO)$ (i → ore, sin ter, coke)

### 3. Results and Discussions

#### 3.1 Analysis of the Actual Sinter Plant Operation Technique

The actual sinter machine operation requires a typical temperature distribution in order to drive the sintering reactions. As can be observed in figure 4, the combustion front develops a narrow high temperature region due to the combustion of carbon releasing energy for both solid and gas phases.

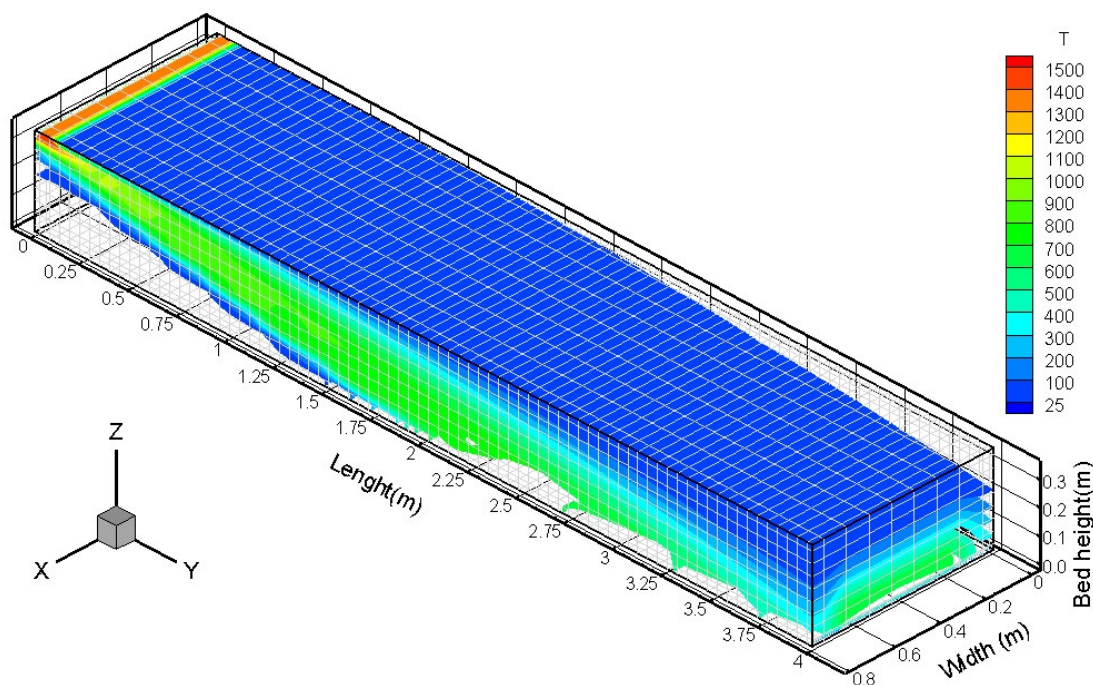


Figure 4 Gas temperature distribution within the sinter bed

In figure 5 the combustion front is evidenced. In order to obtain the sintering properties of strength and reducibility, the major blast furnace requirements, is desirable narrow combustion front with a temperature peak around 1350 °C, depending of the sinter basicity and iron ore genesis. In actual sinter



operation practice a residence time around 2 min is suitable for high sinter properties, which correspond to a combustion front thickness of about 40 cm, as shown in fig. 5.

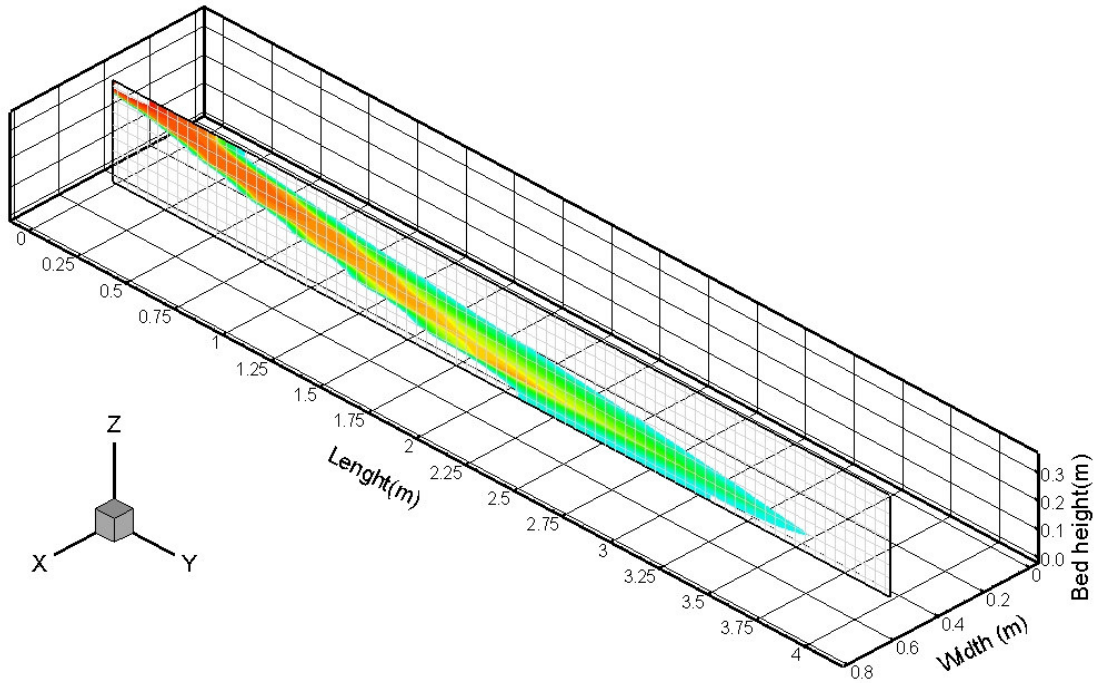


Figure 5 the sinter front at a central vertical plane. Colors levels corresponding to temperatures as in figure 4.

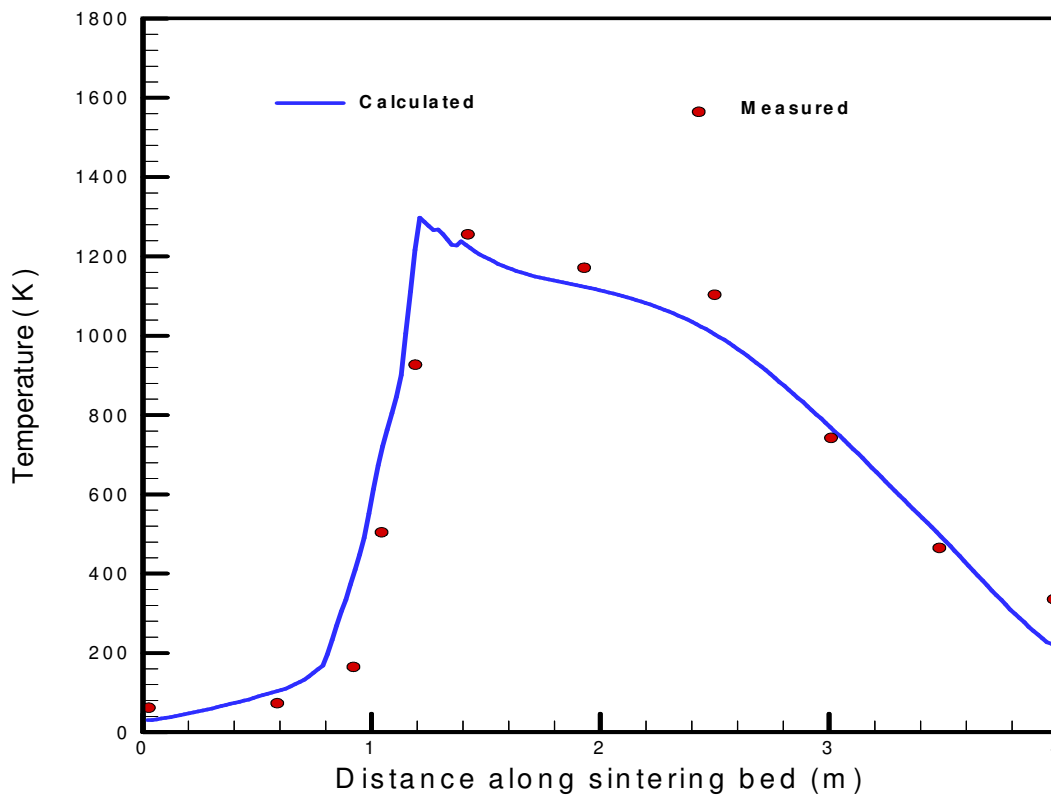


Figure 6 Comparison of measured and calculated temperature along the sinter strand at the industrial plant ( 5 cm )

Figure 6 and 7 shows comparison of measured and calculated temperature along the sintering strand. The measured values were obtained by placing thermocouples within the sinter layer and recorded. The calculated values are the average temperature of gas and solid phases. A quite good agreement of model predictions and measurements were obtained for both locations ( fig 6 – 5 cm depth from top to bottom and fig 7 5 cm from bottom to top)

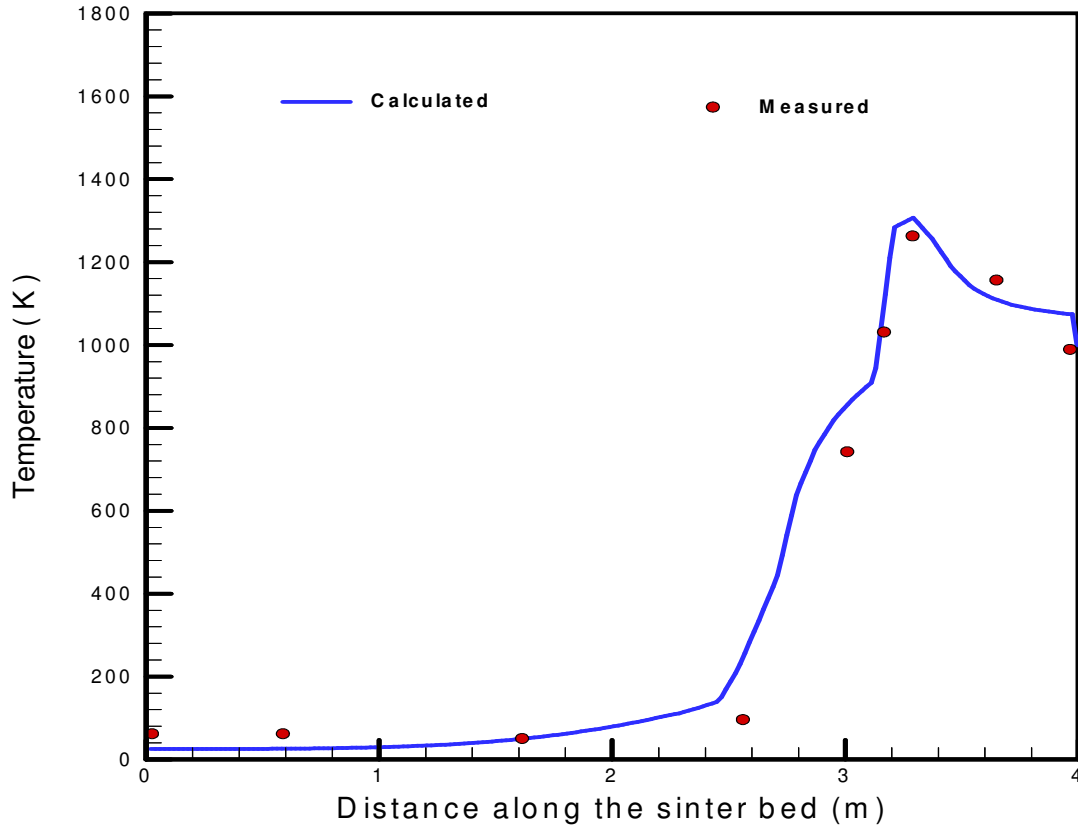
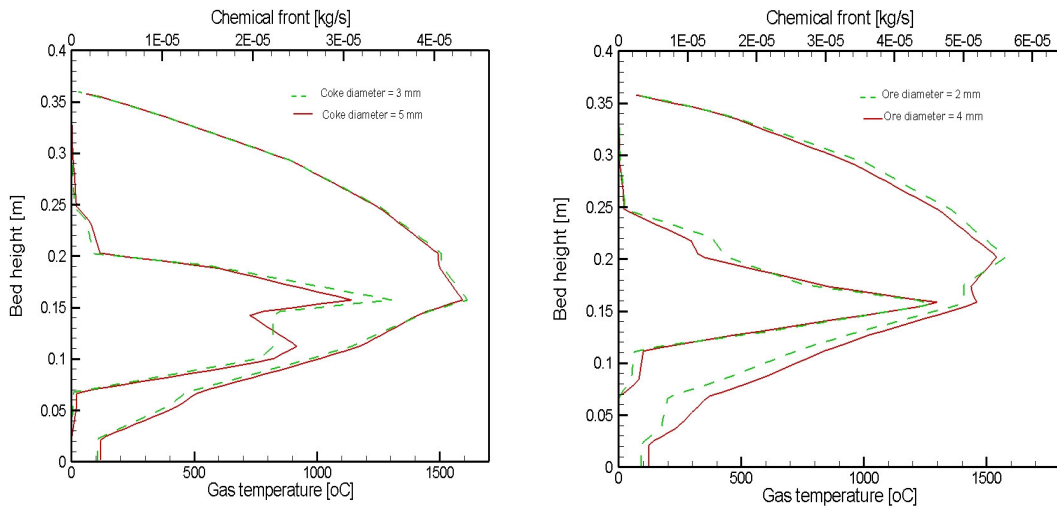


Figure 7 Comparison of measured and calculated temperature just above the grate at the industrial plant



a) Effect of mean diameter of coke breeze

b) Effect of mean diameter of iron ore

Figure 8 Investigation of the effect of raw materials physical properties on the sintering phenomena

The coke breeze and iron ore bearing materials charged are technological parameters of great interest due to their effect on the fluid dynamics and reaction rates. Figure 8 shows the effect of particle size on the location and thickness of the combustion zone. As iron ore diameter increases the gas and solid decrease the heat exchange and the maximum temperature decreased about 40 °C. On the other hand decreasing the coke breeze mean diameter the reaction rates enhanced and the region of higher temperature increased.

### 3.2 Application for Advanced Operations

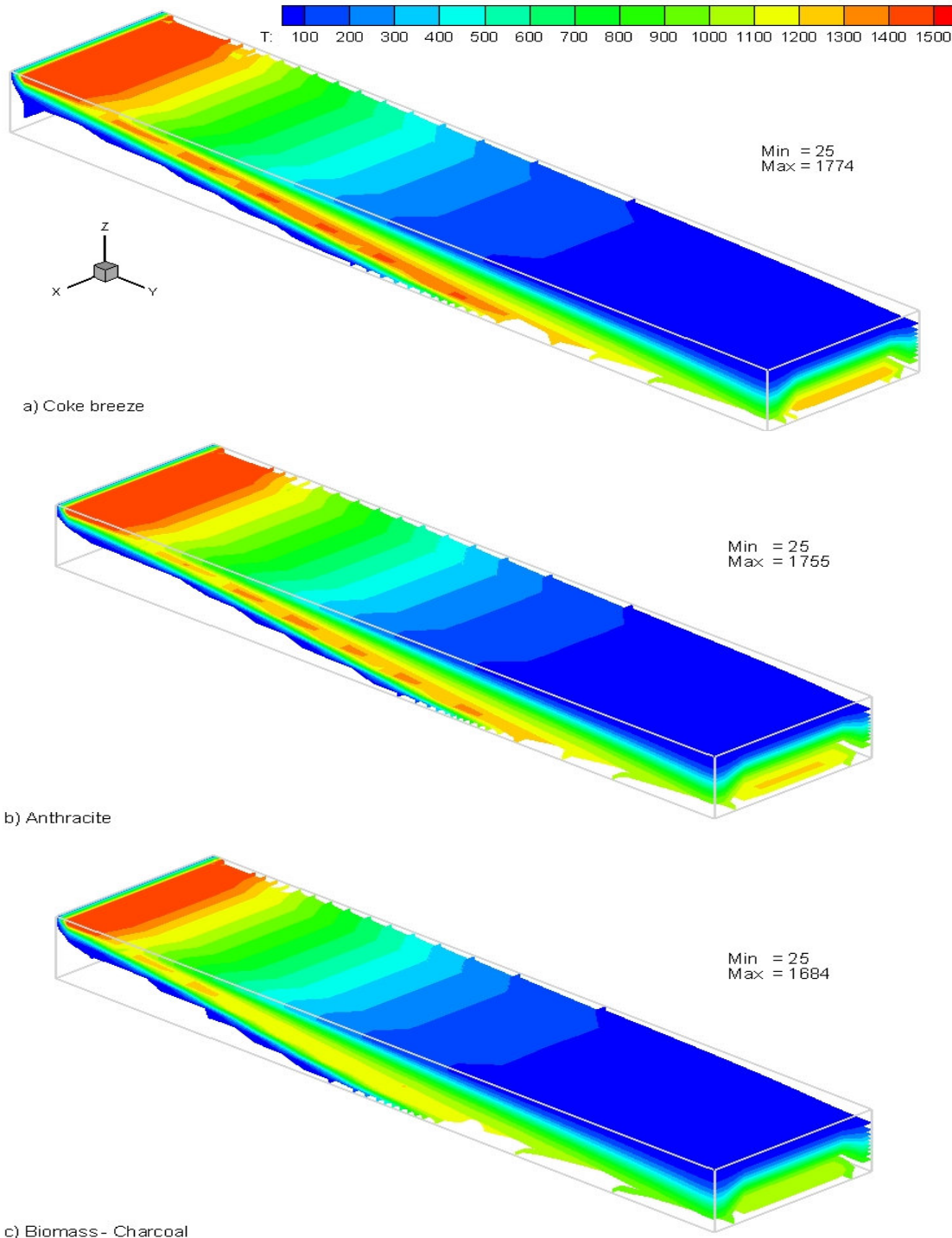


Figure 9 Investigation of alternatives fuels

The fuels used in the metallurgical processes are of increasing concern due to the direct use of natural resources as mineral coals oil and natural gas. Figure 9 shows the effect of a hypothetical replace of coke

breeze by anthracite and biomasses with potential reductions of cost and environmental load. These alternatives have shown attractive features, however the temperature peak is lower and the speed of the strand has to be reduced which leads to reduction on the productivity. However as environmental pressure has increased, these alternatives will become economically viable in near future.

#### **4. Conclusions**

A multi-phase mathematical model has been developed and applied to simulate the sinter plant of an integrated steel industry. The model is based on transport equations of momentum energy and chemical species coupled with chemical reaction of reduction, combustion, oxidation and physical transformation such as melting water evaporation and condensation. The computational code was implemented in Fortran 90/95 and the finite volume method based on the SIMPLE algorithm with staggered velocity projections. The model results were confronted with industrial measurements and showed good agreement. The model was used to investigate unusual operation techniques such as higher fuel size and different fuels aiming to increase the possibility of blending raw materials for using in the sintering process.

#### **5. Acknowledgements**

The authors thanks to CNPq and CAPES for financial support

#### **6. Referências**

Akiyama, T. Ohta, H. Takahashi, R. Waseda, O. and Yagi, J. , 1992 “Measurement and Oxide and Porous Modeling of Iron Ore Thermal Conductivity for Dense iron Agglomerates in Stepwise Reduction” *ISIJ Int.*, Vol. 32, pp. 829-837.

Austin, P.R., Nogami, H. and Yagi, J., 1997, “A Mathematical Model of Four Phase Motion and Heat Transfer in the Blast Furnace”. *ISIJ Int.*, Vol. 37, pp. 458-467.

Austin, P.R., Nogami, H. and Yagi, J., 1997, “A Mathematical Model for Blast Furnace Reaction Analysis Based on the Four Fluid Model”. *ISIJ Int.*, Vol. 37, pp. 748-755.

Castro, J.A. Silva, A.J. , Nogami, H. e Yagi, J. , 2005 “Tecnologia em Metalurgia e Materiais, Vol 2, pp 45-52.

Castro, J.A, 2001, “A multi-dimensional transient mathematical model of the blast furnace based on the multi-fluid model”. Ph.D thesis, IMRAM – Institute for multidisciplinary research for advanced materials – Tohoku University – Japan

Castro, J.A., Nogami, H. and Yagi, J., 2002, “Three-dimensional Multiphase Mathematical Modeling of the Blast Furnace Based on the Multifluid Model”. *ISIJ Int.*, Vol. 42, pp. 44-52.

Cumming, M.J. and Thurlby, J. A. , 1990 “ Development in Modelling and Simulation of Iron Ore Sintering”, *Ironmaking and Steelmaking*, vol 17, pp 245-254.

Kasai, E. Batcaihan, B. Omori, Y. Sakamota, N. and Kumasaka, A., 1991 “Permeation Characteristics and Void Structure of Iron Ore Sinter Cake” *ISIJ Int.*, Vol. 31, pp. 1286-1291.

Mitterlehner, J. Loeffler, G. Winter, F., Hofbauer, H., Schmid, H. Zwittag, E. , Buergler, H. Pammer, O. and Stiansy, H. , 2004 “Modeling and Simulation of Heat Front Propagation in the Iron Ore Sintering Process”, *ISIJ Int.*, Vol. 44, pp. 11-20.

Nath, N. K. Silva, A.J. and Chakraborti, N. , 1997 “Dynamic Process Modelling of Iron Ore Sintering”, *Steel Research*, vol 68, pp 285-292.

Waters, A. G. Litster, J.D. and Nicol, S.K. , 1989 “A Mathematical Model for the Multicomponent Sinter Feed” *ISIJ Int.*, Vol. 29, pp. 274-283.

# MODELO SIMPLIFICADO PARA A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA NO INTERIOR DE BOLHAS SUPERAQUECIDAS APLICADO À EVAPORAÇÃO POR CONTATO DIRETO

Fábio Pereira de Aguiar Barros

Ricardo Carvalho Rodrigues

Paulo Laranjeira da Cunha Lage

Programa de Engenharia Química da COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Caixa Postal 68502, 21941-972 Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Fax: 55-21-25628300, paulo@peq.coppe.ufrj.br

*Usando um modelo desenvolvido e validado recentemente para a transferência simultânea de calor e massa durante a formação e ascensão de bolhas superaquecidas, os perfis de temperatura e fração mássica de água na fase gasosa, a taxa mássica de evaporação e o calor sensível trocado entre a bolha e a fase líquida durante o processo de evaporação por contato direto em um sistema água-ar foram obtidos e utilizados para determinação dos coeficientes de transferência de calor e massa no interior da fase gasosa. Para os casos analisados foi observada uma grande queda nos valores dos coeficientes durante a etapa de formação devido a variação da velocidade média do ar na bolha ao longo do seu crescimento, por outro lado, após o desprendimento da bolha, os valores permaneceram aproximadamente constantes durante toda a etapa de ascensão. A definição e utilização em um modelo a parâmetros concentrados de valores médios para os coeficientes permitiu o cálculo do comportamento transiente da temperatura média e da fração mássica média de água na bolha ao longo das etapas de formação e ascensão. Os resultados, então, foram comparados com os comportamentos obtidos pelo modelo detalhado para transferência simultânea de calor e massa. O uso de coeficientes constantes no modelo simplificado foi adequado para a etapa de ascensão e inadequado para a etapa de formação.*

*Palavras chave: bolhas, transferência de calor, transferência de massa, coluna de borbulhamento, evaporação*

## 1. Introdução

Nos ECD's para sistemas gás-líquido, o contato entre os fluidos é realizado por meio do borbulhamento ou gotejamento de um dos fluidos, denominado fase dispersa, no interior do outro, o qual é denominado de fase contínua. O ECD mais comum é um equipamento constituído basicamente por uma coluna de líquido na qual borbulha-se um gás superaquecido. Dentre as vantagens dos equipamentos baseados em colunas de borbulhamento pode-se destacar: simples construção, ausência de problemas de selagem devido à ausência de partes móveis, excelentes propriedades de transferência de massa e de calor, fácil controle de temperatura, altas áreas interfaciais e versatilidade operacional.

Evidências experimentais e estudos teóricos (IGUCHI et al. 1992; KOMAROV et al., 1998; GRASSMANN, 1962; HACKENBERG, 1965; TOKUNAGA, 1995, SCHMIDT, 1977a, 1977b) indicam que, tanto para a transferência de calor quanto para a transferência de massa, a maior resistência encontra-se na fase dispersa. Portanto, negligenciar tal resistência pode levar a erros consideráveis. O processo de borbulhamento pode ser dividido em duas etapas: formação e ascensão. Embora a etapa de ascensão represente boa parte do tempo de residência da bolha no ECD, estudos experimentais (GRASSMANN e WYSS, 1962; BHAGADE et al., 1973; SCHMIDT 1977a e 1977b) evidenciam a importância da etapa de formação no processo de evaporação por contato direto.

No presente trabalho, um modelo simplificado a parâmetros concentrados foi proposto para a formação e ascensão de bolhas superaquecidas em uma coluna de líquido subresfriado, o qual utiliza coeficientes médios de transferência de calor e massa para ambas as fases. O uso de coeficientes de transferência de calor ( $h_b$ ) e massa ( $k_b$ ) para fase gasosa não é muito comum na literatura embora, conforme citado anteriormente, a fase dispersa represente parte significativa da resistência a estes processos de transporte. Estes coeficientes foram calculados usando o modelo Lagrangeano detalhado de CAMPOS e LAGE (2000), para a transferência simultânea de calor e massa em bolhas superaquecidas, que é válido tanto para a etapa de ascensão quanto para a etapa de formação. A validade do modelo simplificado usando coeficientes médios foi avaliada comparando a evolução temporal da fração mássica média de água na bolha, da temperatura média da bolha e do raio da bolha em ambas as etapas de borbulhamento com as previsões do modelo detalhado. O objetivo principal do trabalho foi validar a possibilidade de uso de coeficientes de transporte médios e constantes durante a etapa de ascensão das bolhas, o que abre há possibilidade de simulação CFD de um equipamento de ECD.

## 2. Modelagem Matemática

### 2.1. Modelo simplificado

A formulação matemática do modelo simplificado para a ascensão e formação de uma bolha em um sistema com uma única substância volátil é baseada na conservação de massa e energia na bolha e através de sua superfície. O modelo assume que o gás está saturado na interface. Neste trabalho, o sistema ar-água foi considerado. Fazem parte do modelo os balanços de massa global, de massa do componente volátil (1) e de energia dados, respectivamente, pelas Eqs. (1), (2) e (3).

$$\frac{d}{dt} \left[ \overline{\rho}_b(t) V_b(t) \right] = \dot{m}_{vap}(t) + \dot{m}_{inj} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \overline{Y}_{1,b}(t) \overline{\rho}_b(t) V_b(t) \right] = \dot{m}_{vap}(t) + Y_{inj,1} \dot{m}_{inj} \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \overline{\rho}_b(t) V_b(t) C_{p_b}(t) \left( \overline{T}_b(t) - T_r \right) \right] = -Q_b(t) + \dot{m}_{inj} C_{p_{inj}} (T_{inj} - T_r) \quad (3)$$

A este sistema de equações diferenciais, juntam-se duas outras equações: a equação de estado do gás, Eq. (4), para o cálculo da sua densidade no interior da bolha, e a equação para o cálculo da temperatura da superfície, Eq. (5), que é obtida do balanço de energia na interface.

$$\overline{\rho}_b(t) = \frac{\overline{MM}_b(t) P}{R \overline{T}_b(t)} \quad (4)$$

$$T_s(t) = \overline{T}_b(t) - \frac{Q_b(t)}{h_b A_b(t)} \quad (5)$$

onde  $\overline{\rho}_b$  (kg m<sup>-3</sup>) é a densidade da mistura gasosa no interior da bolha,  $V_b$  (m<sup>3</sup>) é o volume da bolha,  $C_{p_b}$  (J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>) é a capacidade calorífica da mistura gasosa no interior da bolha,  $C_{p_{inj}}$  (J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>) é a capacidade calorífica da mistura gasosa injetada,  $h_b$  (W m<sup>-2</sup>) é o coeficiente de transferência de calor na fase gasosa,  $\overline{T}_b$  (K) é a temperatura da bolha,  $T_r$  (K) é a temperatura de referência,  $T_s$  (K) é a temperatura na interface,  $\overline{Y}_{1,b}$  é fração mássica do volátil (água) na bolha,  $Y_{1,inj}$  é fração mássica do volátil (água) na corrente de injeção,  $\dot{m}_{vap}$  (kg s<sup>-1</sup>) é a vazão mássica do volátil (água) vaporizada,  $\dot{m}_{inj}$  (kg s<sup>-1</sup>) é vazão mássica de gás injetado,  $Q_b$  (J s<sup>-1</sup>) é taxa de calor fornecida pelo gás,  $\Delta H_{vap}$  (J kg<sup>-1</sup>) é o calor de vaporização do volátil (água),  $\overline{MM}_b$  (kg kmol<sup>-1</sup>) é o massa molecular média da mistura gasosa e  $R$  (J kmol<sup>-1</sup> K) é a constante dos gases ideais. O índice 1 refere-se ao volátil (água) e o índice 2 refere-se a um segundo componente ou mistura de composição constante (ar).

O modelo simplificado faz uso dos coeficientes de transferência de calor e de massa que estão presentes no modelo por meio das equações que definem a taxa de calor transportada no gás até a superfície da bolha, Eq. (5), a taxa de calor transportada no líquido a partir da interface, Eq. (7), e a taxa mássica de volátil evaporada, Eq. (8). Além disso, a taxa de calor transportada na fase gasosa até a superfície pode ser decomposta nas suas partes latente e sensível:

$$Q_b(t) = \dot{m}_{vap}(t) \Delta H_s^{vap}(t) + h_{liq} A_b(t) \left[ T_s(t) - T_{liq} \right] \quad (6)$$

$$Q_{liq}(t) = h_{liq} A_b(t) \left[ T_s(t) - T_{liq} \right] \quad (7)$$

$$\dot{m}_{vap}(t) = \overline{k}_b A_b(t) \left[ \rho_s(t) Y_{liq}^{sat}(t) - \overline{\rho}_b(t) \overline{Y}_{1,b}(t) \right] \quad (8)$$

nestas equações,  $A_b$  (m<sup>2</sup>) é a área superficial da bolha,  $\overline{k}_b$  (m s<sup>-1</sup>) é o coeficiente de transferência de massa na bolha,  $\rho_s$  (kg m<sup>-3</sup>) é densidade da mistura gasosa calculada na temperatura da superfície,  $Y_{liq}^{sat}$  é fração mássica de volátil (água) no gás saturado na temperatura da superfície,  $Q_{liq}$  (J s<sup>-1</sup>) é a taxa de calor sensível que deixa a bolha e é utilizada para o aquecimento da fase líquida,  $h_{liq}$  (W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>) é o coeficiente de transferência de calor na fase líquida estimado a partir

da correlação de CALDERBANK e MOO-YOUNG (1961) e  $\Delta H_s^{vap}$  (J kg<sup>-1</sup>) é o calor de vaporização do volátil (água) calculado na temperatura da interface.

## 2.2. Coeficiente de transferência de calor e massa na fase gasosa

O modelo detalhado para a transferência simultânea de calor e massa em bolhas, válido para as etapas de formação e ascensão e desenvolvido por CAMPOS e LAGE (2000), foi adotado para a determinação dos valores dos coeficientes de transferência de calor ( $h_b$ ) e massa ( $k_b$ ) na fase gasosa. De acordo com este modelo, a bolha é considerada esférica durante todo o tempo de residência na fase líquida e os fluxos mássicos difusivos são apropriadamente descritos pela lei de Fick. Na etapa de formação, a injeção de gás é modelada como uma fonte pontual localizada no centro da bolha que emite gás nas condições de entrada. Variações nas propriedades físicas bem como no raio da bolha são levadas em conta. O modelo consiste das seguintes equações de conservação de massa e energia na bolha:

$$\frac{\partial \rho_G}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_G \nu) = \rho_I Q_I \delta(r) \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G Y_i) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \rho_G \left( Y_i \nu - D_i \frac{\partial Y_i}{\partial r} \right) \right] = \rho_I Q_I Y_{i,I} \delta(r), \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_G C_{pG} T) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_G \nu C_{pG} T) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \lambda_G \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \left( C_{p1}^0 - C_{p2}^0 \right) \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 T \rho_G D_1 \frac{\partial Y_1}{\partial r} \right) = \\ \rho_I Q_I \delta(r) \sum_{i=1}^2 Y_{i,I} \langle C_{p_i}^0 \rangle T_I \end{aligned} \quad (11)$$

onde  $\nu$  (m s<sup>-1</sup>) é a velocidade na direção radial;  $Q_I$  (m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>) é a vazão volumétrica de injeção no orifício,  $Y_i$  e  $D_i$  (m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>) são a fração mássica e o coeficiente de difusão do componente  $i$  na mistura, respectivamente,  $T$  (K) é a temperatura;  $\delta$  é a função delta de Dirac,  $\lambda_G$  (W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>) é a condutividade térmica da mistura gasosa e  $\rho_G$  (kg m<sup>-3</sup>) é a densidade da mistura gasosa. Os símbolos  $C_{pG}$  e  $C_{p_i}^0$  referem-se, respectivamente, às capacidades caloríficas (J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>) da mistura gasosa e do componente  $i$  puro. O índice  $I$  refere-se às condições de injeção, ao passo que o índice  $i$  refere-se, respectivamente, aos componentes (1) água e (2) ar. As equações (9) a (11) são válidas para a etapa de formação e ascensão conforme citado anteriormente. Para a etapa de ascensão basta fazer  $Q_I = 0$ .

As condições de contorno para as equações (9) a (11) são dadas pelas as equações de balanço de massa e de energia na superfície, os quais são obtidos integrando-se as equações de conservação para um volume de controle situado na superfície e tomando o limite das expressões obtidas quando a altura desse volume tende a zero. As equações de contorno são representadas nas expressões abaixo.

$$\frac{-\dot{m}_{ev}}{4\pi R^2} = \rho_G \left( \nu_s - \frac{dR}{dt} \right) \text{ em } r = R(t) \quad (13)$$

$$\rho_G D_{1s} \frac{\partial Y_1}{\partial r} \Big|_{r=R(t)} = \frac{\dot{m}_{ev}}{4\pi R^2} (1 - Y_s) \text{ em } r = R(t) \quad (14)$$

$$-\lambda_G \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R(t)} = \frac{\dot{m}_{ev}}{4\pi R^2} \Delta H_{vap}(T_s) + h_{liq}(T_s - T_L) \text{ em } r = R(t) \quad (15)$$

onde o subscrito  $s$  indica a superfície da bolha,  $R$  (m) é o raio da bolha para um dado instante de tempo,  $\dot{m}_{ev}$  (kg s<sup>-1</sup>) é a taxa de vaporização,  $D_{1s}$  (m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>) é coeficiente de difusão do componente 1 nas condições da superfície,  $\Delta H_{vap}$  (J kg<sup>-1</sup>) é o calor latente de vaporização e  $h_{liq}$  (W m<sup>-2</sup>) é o coeficiente convectivo de transmissão de calor da superfície da bolha para o líquido estimado a partir da correlação de CALDERBANK e MOO-YOUNG (1961).

De forma a prever o desprendimento da bolha do orifício e a sua ascensão, as Eqs. (9) a (11) tem que ser resolvidas juntamente com um modelo dinâmico da bolha. Conforme detalhado por RIBEIRO Jr. et al. (2004b), para a etapa de formação, foi utilizado uma modificação do modelo de DAVIDSON e SCHULER (1960), enquanto que para a etapa de ascensão, um balanço de forças mais detalhado foi realizado, levando em consideração os efeitos inerciais, de massa virtual, empuxo e arrasto. O cálculo da fração mássica da água e da temperatura na superfície da bolha pode ser efetuado com a hipótese de equilíbrio interfacial.

A solução simultânea das Eqs. (9) a (11) permitiu obter os perfis de temperatura e fração de água dentro da bolha, a taxa mássica de evaporação, o raio da bolha e o calor sensível cedido pela bolha para a fase líquida durante o processo de evaporação por contato direto em um sistema água-ar.

Tendo os perfis de temperatura e fração de água na bolha em mãos foi possível obter os valores médios volumétricos da concentração de água ( $c_{1,b}$ ) e da temperatura ( $\bar{T}_b$ ) no interior da bolha ao longo do tempo, a saber:

$$c_{1,b}(t) = \bar{\rho}_b(t) \bar{Y}_{1,b}(t), \quad \text{onde} \quad \bar{\rho}_b(t) = 3 [r_b(t)]^{-3} \int_0^{r_b(t)} \rho_b(r,t) r^2 dr \quad \text{e} \quad \bar{Y}_{1,b}(t) = 3 [r_b(t)]^{-3} \int_0^{r_b(t)} Y_{1,b}(r,t) r^2 dr \quad (16)$$

$$\bar{T}_b(t) = 3 [r_b(t)]^{-3} \int_0^{r_b(t)} T_b(r,t) r^2 dr \quad (17)$$

Com  $c_{1,b}$  e  $\bar{T}_b$  e a partir da definição dos coeficientes de transferência de calor e massa, é possível calculá-los utilizando as seguintes equações:

$$h_b(t) = \frac{Q_b(t)}{A_b [\bar{T}_b(t) - T_s(t)]} \quad (18)$$

$$k_b(t) = \frac{\dot{m}_{vap}(t)}{A_b [c_{1,s}(t) - c_{1,b}(t)]} \quad (19)$$

onde  $c_{1,s}$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) é a concentração de água na superfície e  $Q_b$  ( $\text{J s}^{-1}$ ) é a soma do calor sensível mais calor latente que a bolha cede para a fase líquida. As outras variáveis presentes nas Eqs. (18) e (19) já foram definidas anteriormente.

As equações (18) e (19) foram utilizadas para obter os valores médios temporais de  $k_b$  e  $h_b$  os quais são parâmetros a serem efetivamente utilizados no modelo simplificado proposto. Para o cálculo da média temporal dos coeficientes os valores obtidos pelas Eqs. (18) e (19) foram utilizados na integração trapezoidal ao longo do intervalo de tempo de ambas as etapas, desta forma, foram obtidos valores de  $\bar{k}_b$  para a etapa de formação e ascensão bem como foram obtidos valores de  $\bar{h}_b$  para as etapas de formação e ascensão, a saber:

$$\bar{h}_b = \frac{1}{(t_f - t_i)} \int_{t_i}^{t_f} h_b(t) dt \quad \text{e} \quad \bar{k}_b = \frac{1}{(t_f - t_i)} \int_{t_i}^{t_f} k_b(t) dt \quad (20)$$

onde  $t_f$  e  $t_i$  são respectivamente o tempo final e o tempo inicial da etapa de formação ou da etapa de ascensão.

### 2.3. Coeficiente de transferência de calor na fase líquida

O coeficiente convectivo de transmissão de calor da superfície da bolha para o líquido foi estimado a partir da correlação de CALDERBANK e MOO-YOUNG (1961):

$$h_{liq} = 0,31 \rho_L C_{pL} \left[ \frac{(\rho_L - \rho_G) \mu_L g}{\rho_L^2} \right]^{1/3} \left( \frac{C_{pL} \mu_L}{\lambda_L} \right)^{-2/3} \quad (22)$$

## 3. Procedimento Numérico

As equações do modelo desenvolvido por CAMPOS e LAGE (2000) para a fase dispersa foram adimensionalizadas e discretizadas no espaço empregando-se o método dos volumes finitos, com fluxos convectivo-difusivos avaliados pelas funções de interpolação apresentadas por PATANKAR (1980). O sistema de equações diferenciais ordinárias resultante foi resolvido usando-se a subrotina DASSL (PETZOLD, 1989) cujas tolerâncias absoluta e relativa foram ajustadas para os valores  $10^{-14}$  e  $10^{-12}$  respectivamente. Maiores detalhes com relação à adimensionalização e à discretização das equações são apresentados por CAMPOS (1997).

Uma vez obtidos os valores médios para os coeficientes de transferência de calor e massa, o sistema de equações algébrico-diferencial, Eqs. (1) a (5), também foi resolvido com o auxílio da subrotina DASSL (PETZOLD, 1989), cujas tolerâncias absoluta e relativa foram ajustadas para o valor de  $10^{-10}$ .



Todas as simulações foram efetuadas utilizando o sistema água-ar. As propriedades físicas das substâncias puras foram retiradas de LAGE (1992) e de HOLMAN (1983). O coeficiente de difusão binário água-ar como função da temperatura foi calculado por meio da relação desenvolvida por LAGE e RANGEL (1992). A lei dos gases ideais foi empregada para calcular a densidade da mistura gasosa e a condutividade térmica foi estimada pela equação de WASSILJEW modificada por MASON e SAXENA (REID et al., 1987). A capacidade calorífica da mistura gasosa foi calculada considerando comportamento de solução ideal. Para cada componente, a capacidade calorífica média foi obtida a partir de sua definição, usando a temperatura do gás e a temperatura do líquido como limites. A massa molecular média da mistura gasosa foi calculada a partir da média ponderada pela fração molar das massas moleculares de cada substância. O equilíbrio interfacial foi calculado utilizando a equação de WAGNER para calcular a pressão de vapor d'água conforme descrito em REID et al. (1987).

#### 4. Resultados

Conforme explicitado anteriormente, o modelo detalhado desenvolvido por CAMPOS e LAGE (2000) foi utilizado para o cálculo dos valores médios dos coeficientes de transferência de calor e massa. Na Tab. 4.1 estão expostas as condições operacionais fixas utilizadas nas simulações. Na Tab. 4.2 estão expostos os casos estudados para verificar o comportamento das variáveis do processo frente a variações na temperatura de injeção de gás e temperatura do líquido na coluna. É importante ressaltar que as condições analisadas garantem regime de borbulhamento homogêneo.

Conforme a bolha ascende na coluna de líquido, um fluxo de calor é gerado devido à diferença de temperatura entre o ar superaquecido e a fase líquida. O calor possui dois destinos, uma parte é utilizada para aquecer o líquido e a outra parte é utilizada na vaporização da água na interface da bolha, portanto, um fluxo de massa é gerado para o interior da bolha. Com o decorrer do tempo a temperatura média na bolha diminui e a fração mássica média de água na bolha aumenta, desta forma, a bolha caminha em direção ao equilíbrio térmico e à condição de saturação de vapor d'água, no qual a fração mássica de água na bolha é igual à fração de saturação na temperatura de equilíbrio e pressão do sistema, que é o maior valor possível para a fração mássica nestas condições de temperatura e pressão.

As Figuras 1 e 2 ilustram, respectivamente, o comportamento transiente da temperatura média e da fração mássica de água frente a variações da temperatura da fase líquida, casos 1 a 3, e frente a variações na temperatura de injeção de gás, casos 4 a 6. Em todos as figuras deste trabalho, quando for pertinente, o comportamento transiente é analisado em relação a  $\tau$ , que representa o tempo de residência adimensional,  $t/t_{residência}$ .

Nas Figuras 1 e 2 percebe-se que tanto para a fração mássica, quanto para a temperatura média a variação temporal é inicialmente grande tornando-se suave ao final das etapas de formação e ascensão. A redução da temperatura média na bolha e o aumento da fração mássica de água promovem a diminuição tanto do fluxo de calor quanto do fluxo de massa, desta forma, as taxas de variação da temperatura e da fração mássica de água são reduzidas, explicando a forma dos comportamentos transientes individuais, tanto para a etapa de formação, quanto para a etapa de ascensão.

No que tange ao comportamento da temperatura média na bolha e da fração mássica de água frente a variações na temperatura da fase líquida é possível observar, nas Fig. 1(a) e 2(a) (casos 1 a 3), que quanto maior a temperatura do líquido mais próximo a bolha estará do equilíbrio térmico e mais distante estará da condição de saturação de água ao final de sua formação. Quanto maior a diferença entre a temperatura de injeção de gás e temperatura do líquido, maior será a taxa de calor cedido pela bolha, desta forma, com a maior cessão de calor, a tendência é que a temperatura da bolha ao final da formação seja tão próxima da temperatura do líquido quanto maior for a diferença. A condição de saturação aumenta de forma não linear com o aumento da temperatura da fase líquida o que acarreta que, ao final da formação, exista um maior distanciamento da condição de saturação com o aumento da temperatura da fase líquida, ainda que a taxa mássica de vaporização cresça com o aumento da temperatura do líquido.

Tabela 4.1-Condições fixas de simulação da formação e ascensão de uma bolha em uma coluna de líquido

Diâmetro do orifício do distribuidor, $d_0$ (mm)	0,50
Vazão mássica de ar injetado no orifício, $M_I$ (kg/s)	$0,9870 \times 10^{-4}$
Pressão, P (kPa)	102,75
Massa inicial de água no evaporador (kg)	1,06
Altura de borbulhamento (cm)	28,025
Fração mássica de água no ar injetado, $(Y_{1,ini})$	0,003761

Tabela 4.2- Valores das temperaturas da fase líquida na coluna e de injeção de gás

Casos	$T_{inj}$ (K)	$T_{liq}$ (K)
1	500	310
2	500	330
3	500	360
4	360	340
5	600	340
6	840	340

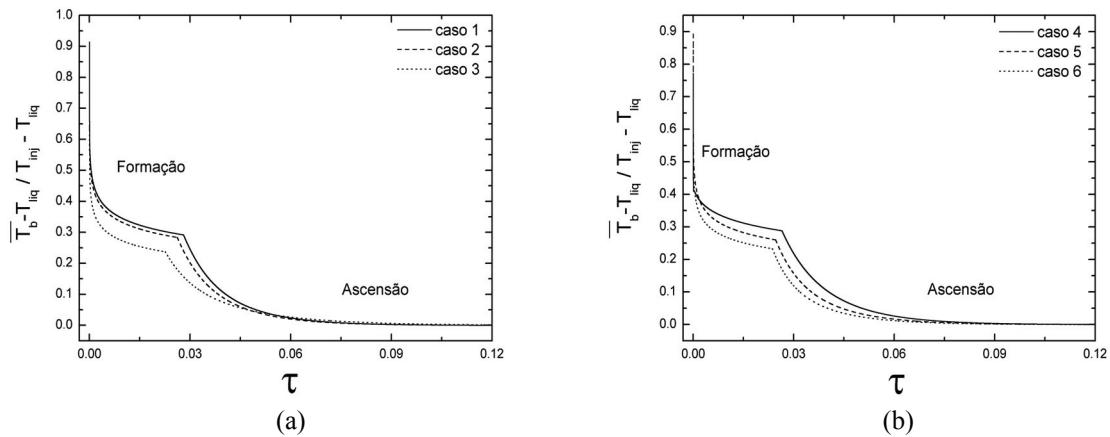


Figura 1. Evolução temporal de  $\overline{T_b}$  para os casos 1 a 3 (a) e 4 a 6 (b) para o modelo de CAMPOS e LAGE (2000).

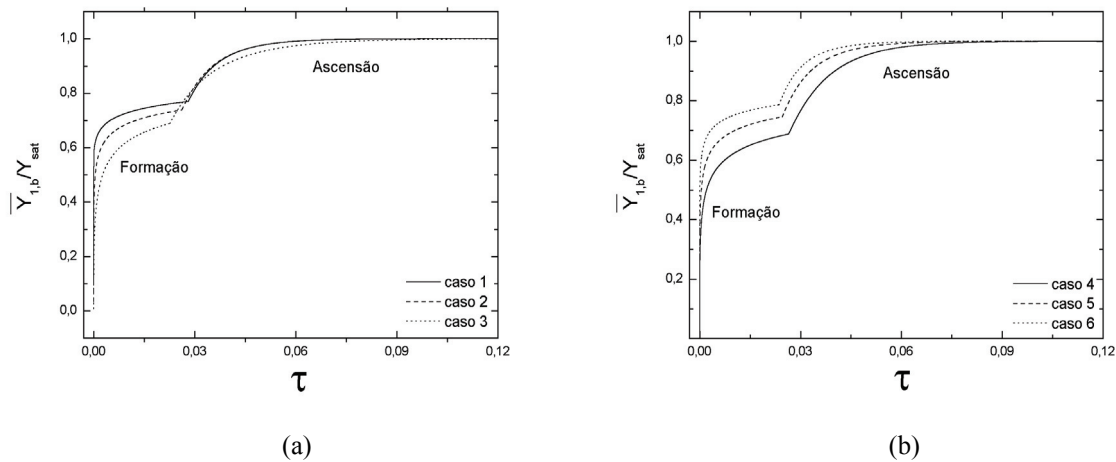


Figura 2. Evolução temporal de  $\overline{Y_{1,b}}$  para os casos 1 a 3 (a) e 4 a 6 (b) para o modelo de CAMPOS e LAGE (2000).

O comportamento da temperatura média na bolha e da fração mássica de água no interior da bolha frente a variações na temperatura de injeção de gás pode ser observado nas Figs. 1(b) e 2(b) (casos 4 a 6), respectivamente. À medida que a temperatura de injeção aumenta, a bolha se aproxima mais do equilíbrio térmico e da condição de saturação ao final da etapa de formação. O comportamento térmico, semelhantemente aos casos 1 a 3, é diretamente influenciado pela diferença entre a temperatura de injeção e a temperatura da fase líquida, estando a bolha ao final da sua formação mais perto da temperatura de equilíbrio quanto maior for esta diferença. No que diz respeito ao comportamento da fração mássica, como a temperatura da fase líquida não varia, a condição de saturação permanece a mesma e, desta forma, a diferença apresentada entre os valores das frações mássicas de água ao final da etapa de formação, casos 4 a 6, se deve a diferença entre a temperatura de injeção e a temperatura da fase líquida, pois, quanto maior for a diferença entre as temperaturas maior será a taxa de calor disponibilizada para a vaporização, acarretando, portanto, em uma maior taxa mássica para o interior da bolha, desta forma, como o caso 6 possui a maior diferença de temperatura a vaporização de água é mais intensa, acarretando em teor mais alto de água no interior da bolha, em relação aos outros casos, fazendo com que a bolha, desta forma, esteja mais próxima da condição de saturação de água.

Os “bicos” que aparecem nos perfis apresentados nas Fig. 1 e 2 para a temperatura e fração mássica média podem ser explicados pela interrupção da injeção de ar, o que gera uma variação abrupta no perfil radial de velocidade. Durante a etapa de formação, a injeção de ar quente compensa parcialmente a perda de calor da bolha para a fase líquida e promove a diluição da massa de água evaporada. Com o desprendimento, estes efeitos cessam, promovendo uma mudança nas taxas de variação da temperatura e da fração mássica, explicando, assim, o surgimento dos bicos nos respectivos perfis.

A Figuras 3 e 4 ilustram, respectivamente, o comportamento transiente dos coeficientes de transferência de calor e massa frente a variações nas temperaturas da fase líquida e de injeção. Fica clara uma queda acentuada no início da etapa de formação para todos os casos analisados que se suaviza ao longo do tempo. Na etapa de formação, os valores dos coeficientes de transferência de calor variaram em média cerca de 2 ordens de grandeza enquanto que os coeficientes de transferência de massa variaram em média cerca de 4 ordens de grandeza, a magnitude dos valores máximos e mínimos de  $h_b$  e de  $k_b$  estão apresentados nas Tab. 4.3 e 4.4 respectivamente. Por outro lado, para a etapa de

ascensão, a variação de ambos os coeficientes em todos os casos estudados é bem menos intensa quando comparadas com as variações obtidas ao longo da formação.

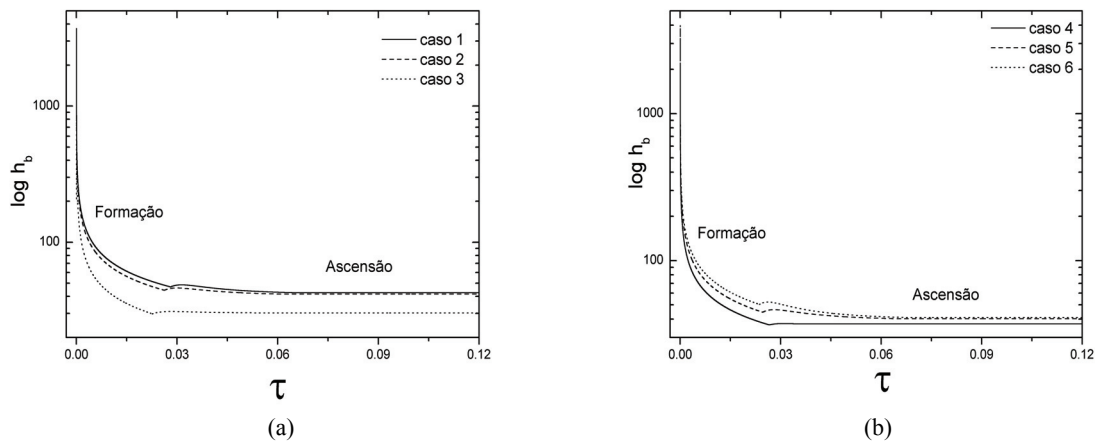


Figura 3. Evolução temporal de  $h_b$  para os casos 1 a 3 (a) e 4 a 6 (b) para o modelo de CAMPOS e LAGE (2000).

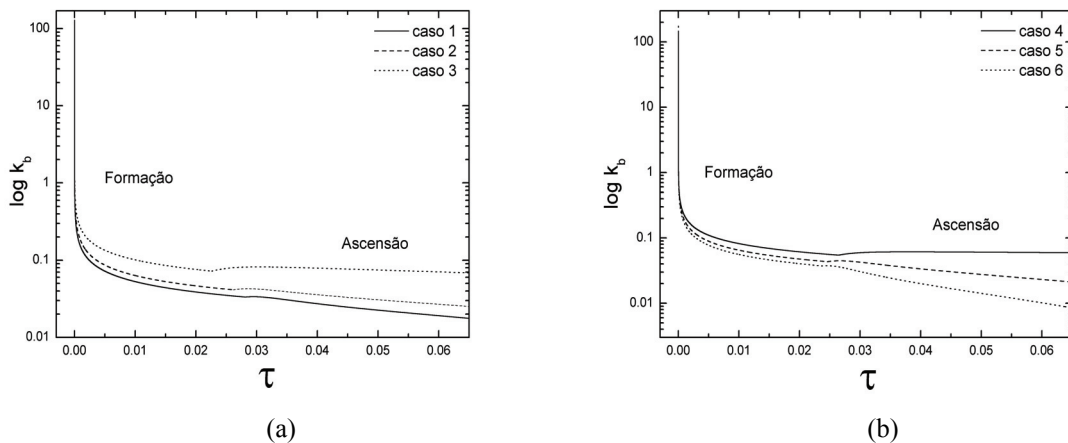


Figura 4. Evolução temporal de  $k_b$  para os casos 1 a 3 (a) e 4 a 6 (b) para o modelo de CAMPOS e LAGE (2000)

O modelo desenvolvido por CAMPOS e LAGE (2000) leva em consideração tanto a contribuição do fluxo difusivo quanto a contribuição do fluxo convectivo na direção radial da bolha, conforme pode ser constatado nas Eqs. (10) e (11). A forte variação dos coeficientes ao longo da etapa de formação da bolha está relacionada primordialmente à importância da contribuição convectiva, a qual pode ser analisada por meio da evolução do perfil radial de velocidade com o tempo, que é mostrado, para o caso 2, na Fig. 5.

No início da etapa de formação da bolha, o gás é injetado em uma bolha de pequeno volume, garantindo altas velocidades radiais e altos fluxos convectivos. Isto pode ser observado na Fig. 5, no qual o perfil de velocidade nos instantes iniciais apresenta altos valores. Com o aumento do volume da bolha e para uma vazão constante de injeção, a velocidade radial do gás é reduzida. Desta forma, a velocidade diminui muito à medida que o tempo passa, sendo, ao final da formação ( $\tau_{\text{form}} = 0,02618$ ), praticamente igual a zero. Este comportamento reduz a contribuição convectiva no transporte de calor e massa ao longo do tempo, assim, tanto o coeficiente de transferência de calor quanto o coeficiente de transferência de massa tendem a diminuir. Quanto menor a bolha, maior é este efeito, levando a uma grande queda dos coeficientes durante a formação.

Após o desprendimento, a velocidade radial varia somente devido a variações do volume da bolha, ocasionada por variações de sua temperatura ou massa. A Figura 6 mostra a evolução temporal dos raios da bolha para os casos 1 a 6. Nos casos 1 a 3, a temperatura de injeção permanece constante e a temperatura de líquido varia. Observa-se que nos casos 1 e 2 houve uma contração da bolha nos instantes iniciais da etapa de ascensão e que para o caso 3, ao invés da contração, houve uma leve expansão no volume da bolha.

A contração do volume ocorre nos casos 1 e 2 devido a um aumento da densidade pela queda da temperatura média na bolha, o qual não é mais contrabalanceada pela injeção de ar, nestes casos a entrada de massa devido à vaporização não compensa o efeito da redução da temperatura. Curiosamente para o caso 3, ao invés da contração da bolha é observada uma leve expansão, isso se deve ao alto valor da temperatura da fase líquida, que além de promover uma menor contração promove também uma alta taxa de vaporização, que compensa a queda de temperatura da bolha aumentando o tamanho da mesma. É importante observar que o aumento da temperatura da fase líquida causa o

aumento do raio ao final da etapa de formação, isto se deve ao fato de que a bolha se contrai menos em processos que ocorram em temperaturas de líquido maiores, devido às menores densidades resultantes.

Tabela 4.3- Valores para os coeficientes de transferência de calor

Casos	Máximo $h_b$ ( $W m^{-2} K^{-1}$ )		Mínimo $h_b$ ( $W m^{-2} K^{-1}$ )		Média $h_b$ ( $W m^{-2} K^{-1}$ )		Desvio Padrão		Coef. Var.	
	Asc	Form	Asc	Form	Asc	Form	Asc	Form	Asc	Form
1	48.76	3720	42.72	47.10	44.93	81.31	2.32	816.7	0.0517	10.04
2	46.26	3530	41.74	44.50	43.39	76.62	1.74	781.2	0.0400	10.20
3	31.08	3237	29.87	29.88	30.51	53.47	0.30	720.8	0.0098	13.48
4	37.34	2027	36.60	36.62	37.21	61.94	0.11	508.5	0.0030	8.208
5	46.44	3731	40.36	44.62	42.58	76.86	2.41	814.2	0.0565	10.59
6	52.34	3997	41.04	50.41	44.86	86.52	4.49	864.9	0.1001	10.00

Tabela 4.4-Valores para os coeficientes de transferência de massa

Casos	Máximo $k_b$ ( $m s^{-1}$ )		Mínimo $k_b$ ( $m s^{-1}$ )		Média $k_b$ ( $m s^{-1}$ )		Desvio Padrão		Coef. Var.	
	Asc	Form	Asc	Form	Asc	Form	Asc	Form	Asc	Form
1	0.0338	116.44	0.0160	0.0335	0.0238	0.0605	0.0069	3.468	0.290	57.35
2	0.0429	128.07	0.0241	0.0415	0.0329	0.0749	0.0071	3.768	0.216	50.30
3	0.0823	148.74	0.0640	0.0726	0.0743	0.1225	0.0062	4.233	0.083	34.54
4	0.0616	133.41	0.0549	0.0549	0.0606	0.0951	0.0021	3.431	0.034	36.08
5	0.0449	146.06	0.0198	0.0436	0.0309	0.0796	0.0104	4.362	0.337	54.79
6	0.0378	174.77	0.0070	0.0376	0.0182	0.0707	0.0141	5.297	0.771	74.89

Para os casos 4 a 6, nos quais a temperatura do líquido permanece constante, observa-se que quanto maior a temperatura de injeção de gás maior será o volume da bolha ao final da formação. Isto se deve, obviamente, a maior quantidade de ar injetado para o interior da bolha, pois as simulações foram feitas a vazão mássica constante no orifício. Observa-se ainda que, para os casos 5 e 6, houve contração do raio ao longo da ascensão e que para o caso 4 ocorreu uma leve expansão. A contração ocorre devido a um aumento na densidade ocasionada pela redução considerável na temperatura da bolha, caso 5, de 600 K para 340 K e caso 6, de 840 K para 340 K. No caso 4, a temperatura de injeção não está muito acima da temperatura da fase líquida o que faz com que a redução da temperatura não seja tão acentuada quanto nos casos 5 e 6. Assim, a contração que deveria ocorrer devido ao aumento da densidade é compensada pela entrada de água na bolha devido à vaporização, acarretando em uma leve expansão da mesma.

Nos casos 1 a 6 a contração ou expansão do raio ocorre até que os fenômenos de transferência de calor e massa cessem, quando, então, o raio permanece constante, já que o modelo despreza a variação da pressão hidrostática.

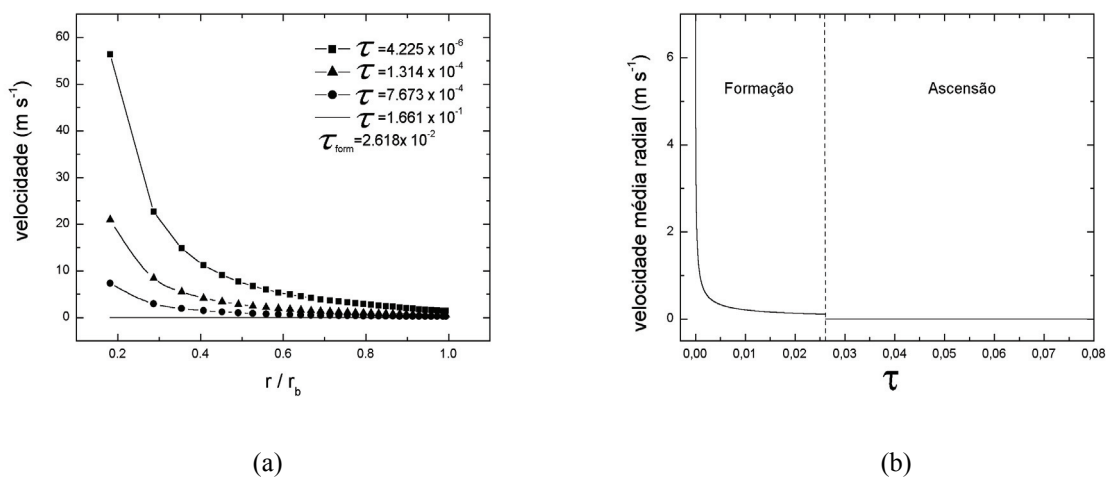


Figura 5. Perfil radial de velocidade para o caso 2 (a) e evolução temporal da velocidade média radial (b) para o modelo de CAMPOS e LAGE (2000).

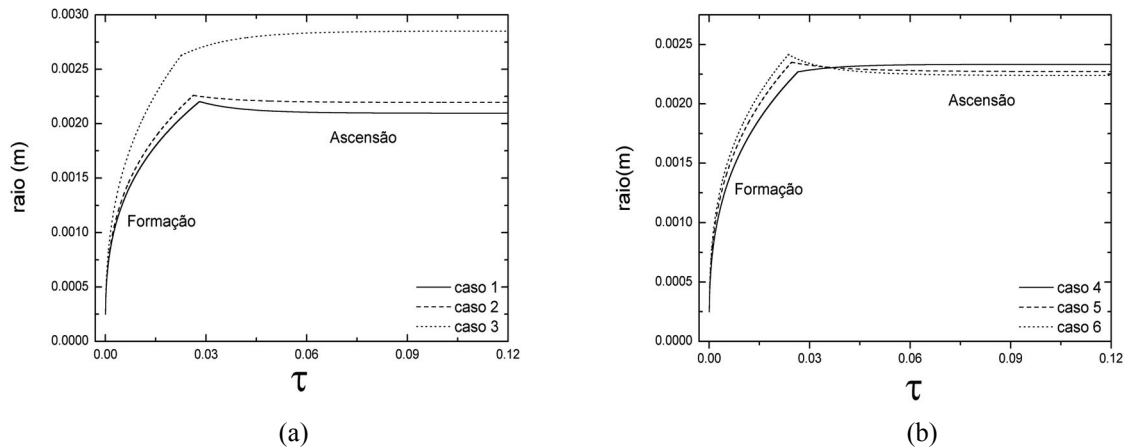


Figura 6. Evolução temporal de  $r_b$  para os casos de 1 a 3 (a) e de 4 a 6 (b) para o modelo de CAMPOS e LAGE (2000).

Para os casos estudados observa-se que os coeficientes de transferência de calor praticamente não variaram na etapa de ascensão, conforme pode ser observado nos valores dos coeficientes de variação na Tab. 4.3. O coeficiente de variação é uma maneira de se expressar a variabilidade dos dados tirando a influência da ordem de grandeza dos mesmos, sendo definido como o desvio padrão dividido pela média. Em todos os casos, observa-se que a dispersão dos valores dos coeficientes de transferência de calor em torno da média na ascensão não ultrapassou 11%. Em contrapartida, conforme pode ser observado na Tab. 4.4, o coeficiente de transferência de massa apresentou variações perceptíveis ao longo da etapa de ascensão, o coeficiente de variação indicou uma dispersão em torno da média de cerca de 77% para o caso 6. As variações dos coeficientes ao longo da ascensão estão, essencialmente, relacionadas com a intensidade da contribuição convectiva ao longo desta etapa. A contribuição convectiva tem relação direta com a velocidade radial dentro da bolha que é determinada de acordo com a intensidade da vaporização e do grau de contração ou expansão da bolha durante a ascensão. Para os casos 1 a 6, existem diferentes valores para as velocidades médias radiais, que embora sejam bem menores quando comparadas, caso a caso, com as velocidades radiais médias na etapa de formação, a sua variação na etapa de ascensão explica as diferentes taxas de variação dos coeficientes ao longo desta etapa.

Para os casos analisados neste trabalho, a contração e a expansão durante a etapa de ascensão podem ser consideradas pequenas quando comparadas com os efeitos de variação do volume ao longo da etapa de formação. Como os valores de velocidades estão muito próximos a zero, como ilustrado para o caso 2 na Fig. 5(b) no qual a velocidade média radial foi calculada por meio da integral no volume da velocidade radial dividida pelo volume da bolha, pode-se concluir que o transporte na etapa de ascensão é predominantemente difusivo para todos os casos e, como o raio quase não varia, o comprimento característico da difusão também não. Além disso, as variações das propriedades físicas pelas variações de temperatura e concentração são menores nesta etapa. A conjunção destes fatores leva, no presente caso, a valores dos coeficientes de transferência de calor praticamente constantes na etapa de ascensão e a variações bem menos intensas nos coeficientes de transferência de massa.

Na Tabela 4.5 estão apresentados os valores dos erros máximo e médio, obtido quando comparados os valores do modelo simplificado com os valores obtidos com o modelo detalhado, para todos os casos, e para as etapas de formação e ascensão. No caso da fração mássica de água na bolha os erros foram avaliados por meio do grau de saturação ( $\overline{Y_{1,b}} / Y_{sat}$ ) e no caso da temperatura média por meio da seguinte temperatura adimensional:  $(\overline{T_b} - T_{liq}) / (T_{inj} - T_{liq})$ . O erro máximo foi obtido por meio da identificação do maior desvio absoluto e o erro médio foi obtido pela média aritmética dos desvios absolutos.

Tabela 4.5- Erros entre os valores preditos pelo modelo simplificado e o modelo completo para  $Y_{1,b}$  e  $T_b$

Casos	Erro $Y_{1,b}$				Erro $T_b$			
	% Erro Máximo		% Erro Médio		% Erro Máximo		% Erro Médio	
	Asc	Form	Asc	Form	Asc	Form	Asc	Form
1	2.980	73.32	0.6760	59.64	0.7270	69.13	0.1530	54.97
2	2.441	31.00	0.5390	16.47	0.5810	34.38	0.1210	17.22
3	0.779	15.56	0.1500	8.489	0.2750	38.18	0.0540	18.26
4	0.286	20.95	0.0309	11.66	0.0838	45.22	0.0161	23.04
5	3.367	29.91	0.7450	15.60	0.7740	36.19	0.1620	17.11
6	5.731	40.72	1.4140	19.36	1.2160	38.32	0.2460	16.36

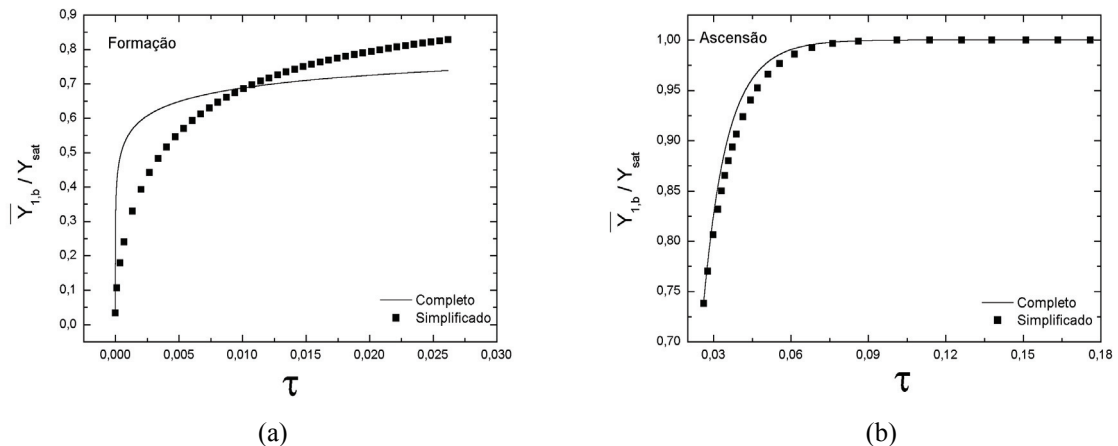


Figura 7. Comparação entre o comportamento de  $\overline{Y}_{1,b}$  para o modelo simplificado e o modelo de CAMPOS e LAGE (2000) para as etapas de formação (a) e ascensão (b).

Nas Figuras 7, 8 e 9 estão ilustrados os comportamentos das variáveis do processo, para os modelos detalhado e simplificado, nas etapas de formação e ascensão. Os resultados apresentados nestas figuras foram obtidos para o caso 2.

Para a etapa de formação, com exceção do raio da bolha, a utilização de valores médios constantes para os coeficientes de transferência de calor e massa levou a predição inadequada do comportamento transiente das variáveis quando da utilização do modelo simplificado. O caso 3 foi o que apresentou melhor desempenho na predição do comportamento da fração mássica apresentando erro médio inferior a 9%. Entretanto, para este mesmo caso, o erro de predição da temperatura média da bolha foi maior do que 18%. A melhor predição da temperatura foi obtida com o caso 6, com erro médio da ordem de 16%.

No que tange ao comportamento do raio, é possível observar através da Fig. 9, que o modelo simplificado mostrou boa concordância com os resultados apresentados pelo modelo completo ao longo da etapa de formação, para o caso 2. O mesmo comportamento foi observado para todos os outros casos. Isto se deve ao fato de que a queda de temperatura da bolha e a vaporização de água são efeitos pequenos em relação à injeção de gás durante a etapa de formação das bolhas. Os desvios apresentados, em relação ao modelo completo, para a temperatura média na bolha e para a fração de água na bolha na etapa de formação, podem ser justificados pela grande variação de ambos os coeficientes nesta etapa ( $k_b$  e  $h_b$  variam em 4 e 2 ordens de grandeza, respectivamente).

Para a etapa de ascensão, a utilização de valores médios para os coeficientes no modelo simplificado apresentou boa concordância com o comportamento predito para as variáveis utilizando o modelo detalhado. Isto se deve ao fato de que os coeficientes variam pouco na etapa de ascensão. Mesmo para o caso 6, em que houve um desvio significativo no valor do coeficiente de transferência de massa, o erro médio para o grau de saturação foi menor do que 2%, enquanto que o erro na temperatura adimensional foi inferior a 1%. Desta forma, conclui-se que, com valores médios adequados para os coeficientes de transporte, é possível prever o comportamento do modelo completo apresentado por CAMPOS e LAGE (2000) utilizando um modelo simplificado a parâmetros concentrados. Deve-se ressaltar que o modelo de CAMPOS e LAGE (2000) já foi devidamente validado contra dados experimentais.

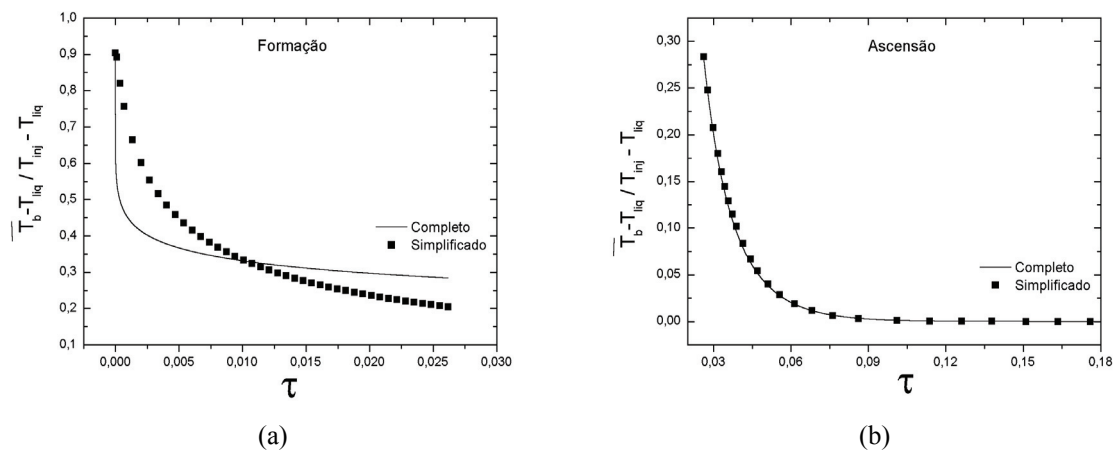


Figura 8. Comparação entre o comportamento de  $\overline{T}_b$  para o modelo simplificado e o modelo de CAMPOS e LAGE (2000) para as etapas de formação (a) e ascensão (b).

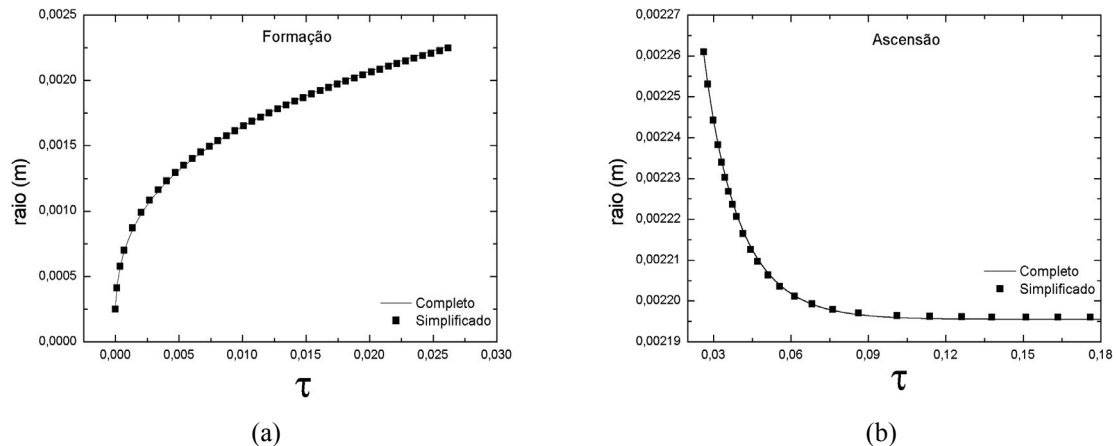


Figura 9. Comparação entre o comportamento de  $r_b$  para o modelo simplificado e o modelo de CAMPOS e LAGE (2000) para as etapas de formação (a) e ascensão (b).

## 5. Conclusões

O comportamento transiente dos coeficientes de transferência de calor e massa no interior de bolhas superaquecidas foi determinado para o sistema água-ar através de um modelo detalhado para a transferência simultânea de calor e massa, válido para as etapas de formação e ascensão de bolhas. Os coeficientes apresentaram variações de 2-4 ordens de grandeza na etapa de formação, o que foi explicado através da acentuada variação da contribuição convectiva nos fluxos de calor e massa durante a injeção de gás na bolha.

Um modelo simplificado foi proposto, baseado na hipótese de que os fluxos mássico e de calor pudessem ser calculados usando coeficientes médios constantes de transferência de calor e massa, que precisam ser avaliados simultaneamente e caso a caso, visto que os fenômenos ocorrem de forma acoplada. A partir dos resultados do modelo detalhado, valores médios para os coeficientes de transporte para as etapas de formação e ascensão da bolha foram calculados.

A comparação dos resultados dos modelos detalhado e simplificado mostrou que o comportamento do raio da bolha, da temperatura média e da fração mássica de água no interior da bolha, pode ser predito com o uso do modelo simplificado com coeficientes de transporte constantes apenas na etapa de ascensão da bolha, visto que, nesta etapa os resultados do modelo simplificado apresentaram boa concordância com os resultados do modelo completo. Para a etapa de formação da bolha, as grandes variações dos coeficientes associada à variação das contribuições convectivas não permitem o emprego de coeficientes de transporte constantes.

## 6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq (processo nº 301548/2005-6) pelo suporte financeiro necessário para realização desse trabalho.

## 7. Referências

- BHAGADE, S.S., Giradkar, J.R., Mene, P.S., (1973). "Studies on heat transfer during bubble formation". Indian Journal of Technology, vol. 11, pp. 281–283.
- CALDERBANK, P.H., Moo-Young, M.B., (1961). "The continuous phase heat and mass-transfer properties of dispersions". Chemical Engineering Science, vol. 16, pp. 39–54.
- CAMPOS, F.B., 1997. "Problema de contorno livre na transferência simultânea de calor e massa durante a formação e ascensão de bolhas superaquecidas". Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 166p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Química).
- CAMPOS, F.B., Lage, P.L.C., (2000). "Heat and mass transfer modelling during the formation and ascension of superheated bubbles". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 43, pp. 2883–2894.
- CAMPOS, F.B., Lage, P.L.C., (2001). "Modeling and simulation of direct contact evaporators". Brazilian Journal of Chemical Engineering, vol. 18, pp. 277–286.
- DAVIDSON, J.F., Schüler, B.O.G., (1960). "Bubble formation at an ori.ce in a viscous liquid". Transactions of the Institution of Chemical Engineers, vol. 38, pp. 144–154.
- GRASSMAN, P. e Wyss, E. (1962). "Bestimmung von Wärme – und Stoffübergangszahlen zwische Dampfblase und Flüssigkeit". Chemie Ingenieur Technik, vol. 34, pp. 755-759.

- HACKENBERG, C. M. (1965). "Transferência de calor em bolhas", Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 104p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Química).
- IGUCHI, M., Morita, Z., Tokunaga, H., Tatemichi, H. (1992). "Heat transfer between bubbles and liquid during cold gas injection". *ISI International*, vol. 37, pp. 865-872.
- KOMAROV, S. V. e Sano, M. (1998). "Bubble behaviour and heat transfer in preheated gas injection into liquid bath". *ISIJ International*, vol. 38, pp. 1045-1052.
- LAGE, P. L. C. (1992). "Vaporização de gotas multicomponentes em campos convectivos e radiantes". Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 232p. (Tese, Doutorado em Engenharia Química)
- LAGE, P.L.C., Rangel, R.H., (1992). "On the role of internal radiation absorption in single droplet vaporisation". Paper Numer AIAA-95-0106, AIAA.
- PATANKAR, S.V., (1980). "Numerical heat transfer and fluid flow". McGraw-Hill, New York, pp. 90-92.
- PETZOLD, L.R., (1989). "DASSL code, version 1989, L316". Computing and Mathematics Research Division, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore.
- REID, R.C., Praunsnitz, J.M., Poling, B.E., (1987). "The Properties of Gases and Liquids", fourth ed. McGraw-Hill, New York, pp. 530-532, 587-588.
- RIBEIRO Jr., C.P., Lage, P.L.C., Borges, C.P.,(2004a). A combined gasstripping vapour permeation process for aroma recovery. *Journal of Membrane Science*, vol 238, pp. 9-19.
- RIBEIRO Jr., C.P., Lage, P.L.C., (2004b). "Modeling of direct contact evaporation using a simultaneous heat and multicomponent transfer model for superheated bubbles". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 3825-3840.
- SCHMIT, H., (1977a). "Bubble formation and heat transfer during dispersion of superheated steam in saturated water— II: bubble size and bubble detachment at single orifices". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 20, pp. 647-654.
- SCHMIT, H., (1977b). "Bubble formation and heat transfer during dispersion of superheated steam in saturated water— II: heat transfer from superheated steam bubbles to saturated water during bubble formation". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 20, pp. 635-646.
- TOKUNAGA, H., Iguchi, Tatemichi, H. (1995). "Heat transfer between bubbles and molten wood's metal". *ISI International*, vol. 35, pp. 21-25.

#### **A SIMPLIFIED MODEL FOR SIMULTANEOUS MASS AND HEAT TRANSFER INSIDE SUPERHEATED BUBBLES APPLIED TO DIRECT-CONTACT EVAPORATION**

Fábio Pereira de Aguiar Barros

Ricardo Carvalho Rodrigues

Paulo Laranjeira da Cunha Lage

Programa de Engenharia Química da COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro P.O. Box 68502, 21941-972 Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Fax: 55-21-25628300, paulo@peq.coppe.ufrj.br

#### **Abstract**

An existing model for simultaneous heat and mass transfer during the formation and ascension of superheated bubbles was used to calculate the transient behavior of the mass fraction and temperature profiles inside a bubble for the air-water system. These profiles enabled the computation of the instantaneous mass and heat transfer coefficients in the gas phase along the bubble lifetime. The cases analyzed showed that, during the bubble formation stage, there large reductions in the values of the mass and heat transfer coefficients, whereas, in the ascension stage, their values vary very little. Mean values of both coefficients in each bubble stage were used in a simplified model for the simultaneous heat and mass transfer inside the bubble. For the analyzed cases, the use of time-averaged values for the mass and heat transfer coefficients could well predict the bubble thermal and vaporization behavior only for the ascension stage. For the bubble formation stage, this procedure was shown to be inadequate.

Keywords: bubble, heat transfer, mass transfer, bubble column, evaporation.



## MODELLING OF STRATIFIED GAS-LIQUID TWO-PHASE FLOW IN HORIZONTAL CIRCULAR PIPES

**P.A.B. De Sampaio, J.L.H. Faccini**

Nuclear Engineering Institute  
Brazilian Nuclear Energy Commission (CNEN)  
21945-970, Rio de Janeiro, Brazil  
[sampaio@ien.gov.br](mailto:sampaio@ien.gov.br), [faccini@ien.gov.br](mailto:faccini@ien.gov.br)

**J. Su**

Nuclear Engineering Program, COPPE  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
21945-970, Rio de Janeiro, Brazil  
[sujian@con.ufrj.br](mailto:sujian@con.ufrj.br)

**Abstract.** This paper reports numerical and experimental investigation of stratified gas-liquid two-phase flow in horizontal circular pipes. The Reynolds averaged Navier-Stokes equations (RANS) with the  $\kappa$ - $\omega$  model for a fully developed stratified gas-liquid two-phase flow are solved by using the finite element method. A horizontal and smooth interface surface is assumed without considering the effects of the interfacial waves. The continuity of the shear stress across the interface is enforced with the continuity of the velocity being automatically satisfied by the variational formulation. For each given interface position and longitudinal pressure gradient, an inner iteration loop runs to solve the nonlinear equations. The Newton-Raphson scheme is used to solve the transcendental equations by an outer iteration to determine the interface position and pressure gradient for a given pair of volumetric flow rates. The interface position in a 51.2 mm ID circular pipe was measured experimentally by the ultrasonic pulse-echo technique. The numerical results were also compared with experimental results in a 21 mm ID circular pipe reported by Masala (2004). The good agreement between the numerical and experimental results indicates that the  $\kappa$ - $\omega$  model can be applied for the numerical simulation of stratified gas-liquid two-phase flow.

**Keywords.** two-phase flow, gas-liquid stratified flow, finite element method, two-equation models, horizontal pipes.

### 1. Introduction

Gas-liquid two-phase stratified flow in horizontal ducts is frequently encountered in practical applications such as nuclear reactors, oil and gas pipelines, steam generation and refrigeration equipment. The accurate prediction of pressure gradient and void fraction in gas-liquid two-phase stratified flow is of both scientific and technological interests. The 'mechanistic' model due to Taitel and Dukler (1976) has been widely used, which is a one-dimensional two-fluid model with closure relations for the wall and interfacial shear stresses calculated with single-phase flow correlations. However, the Taitel and Dukler model neglects the detailed velocity profile structure and calculates the wall and interfacial shear stresses via empirical correlations based on the averaged velocities.

With the recent advent of high-speed computers and the development of advanced turbulence models, the Computational Fluid Dynamics (CFD) techniques have been applied for the simulation of stratified gas-liquid two-phase flow. Shoham and Taitel (1984) presented one of the early two-dimensional numerical solutions of fully developed turbulent-turbulent gas-liquid flow in horizontal and inclined pipes. The gas phase was treated as bulk flow, while the liquid phase momentum equation in the bipolar coordinate system with an algebraic turbulent model was solved by using a finite difference method. Also using the bipolar coordinate system, Issa (1988) modeled stratified flow, with a smooth interface surface, but solved the axial momentum equation in both gas and liquid phases with the standard  $\kappa$ - $\epsilon$  model. Wall functions were used in the solid boundaries. The results for flow in a 25.4 mm diameter pipe agree reasonably with predictions given by the mechanistic model of Taitel and Dukler (1976). Newton and Behnia (2000) used a low Reynolds number  $\kappa$ - $\epsilon$  model that allows the solution of the turbulent-turbulent stratified flow problem without the use of empirical wall functions. The only empirical information required is the specification of damping functions in the low-Reynolds number turbulence model. The numerical results shown are in good agreement with experimental data of a 50 mm diameter pipe (Newton and Behnia, 1996) and indicate that the minor tuning of the wall damping functions performed has little effect on the results. More recently, stratified wavy two-phase flow has also been studied numerically (Meknassi et al., 2000; Newton and Behnia, 2001; Berthelsen and Ytrenhus, 2005; Ghorai and Nigam, 2006).

In this work, we solve the Reynolds averaged Navier Stokes equations (RANS) with the  $\kappa$ - $\omega$  model for a fully developed stratified gas-liquid two-phase flow using the finite element method. The  $\kappa$ - $\omega$  closure model was developed by Wilcox (2000) and is considered substantially more accurate than  $k$ - $\epsilon$  model in the near wall layers (Menter, 2003). The main drawback of the  $\kappa$ - $\omega$  model is that the  $\omega$ -equation shows a strong sensitivity to the values

of  $\omega$  in the freestream outside the boundary layer (Menter, 1992), which has largely prevented the  $\omega$  equation from replacing the  $\varepsilon$ -equation as the standard scale-equation in turbulence modeling. However, it is expected that the  $\kappa$ - $\omega$  model should have a better performance in the prediction of gas-liquid two-phase stratified flow, as no freestream boundary condition of  $\omega$  is needed in the modeling. Following Issa (1988) and Newton and Behnia (2000), a smooth and horizontal interface surface is assumed without considering the interfacial waves. The continuity of the shear stress across the interface is enforced with the continuity of the velocity being automatically satisfied by the variational formulation. The mathematical model and the variational formulation are presented in next section. The numerical techniques are then presented including the flow solver and the Newton-Raphson root-finding scheme. The numerical solution is then verified for the single-phase flow over a wide range of Reynolds number. For each given interface position and longitudinal pressure gradient, an inner iteration loop runs to solve the nonlinear equations. The Newton-Raphson scheme is used to solve the transcendental equations by an outer iteration to determine the interface position and pressure gradient for a given pair of volumetric flow rates. The numerical results are then compared with available experimental data. The experimental facility and the ultrasonic pulse-echo technique are described.

## 2. Two-phase stratified flow model

Let us consider a fully developed stratified gas-liquid two-phase flow in a horizontal pipe. In view of the symmetry of the flow with respect to the vertical plane, only a half-pipe cross-section is considered in the present model. Fig.1 shows schematically the open bounded domains occupied by the liquid and gas phases, which are denoted by  $\Omega_f$  and  $\Omega_g$ , respectively. We consider that the volumetric flow rates of the phases,  $Q_f$  and  $Q_g$ , are given.

The interface between the phases is assumed to be a horizontal plane. However, the interface position is unknown. In fact, it will be determined as a function of the given flow rates, pipe diameter and the physical properties of the liquid and gas phases. Referring to Fig.1, the gas-liquid interface is represented by  $\Gamma_{int}$ , the symmetry boundary is denoted by  $\Gamma_s$  and the pipe wall is  $\Gamma_c$ . We also define the overall open bounded domain  $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_g \cup \Gamma_{int}$ .

The Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) approach is adopted to describe the turbulent flow in both phases. For developed turbulent flow, the two-phase flow model is described by the following equations, defined within each open bounded domain  $\Omega_i$  ( $i=1$  meaning phase  $f$  and  $i=2$  meaning phase  $g$ ).

$$\nabla \cdot (A_i \nabla u) - \frac{dp}{dz} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (B_i \nabla \kappa) - \beta_2 \rho_i \kappa \omega + S_i = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (C_i \nabla \omega) - \beta_1 \rho_i \omega^2 + \frac{\alpha_1 \omega}{\kappa} S_i = 0 \quad (3)$$

In the above equations the flow, with velocity  $u$ , is aligned to co-ordinate  $z$ . The kinetic energy of turbulence is represented by  $\kappa$  and the dissipation per unit turbulence kinetic energy is denoted by  $\omega$ . Because the flow is assumed to be fully developed, the same pressure gradient  $dp/dz$  is considered for both phases. Note though, that like the interface position,  $dp/dz$  is an unknown variable that will be determined as a function of the given volumetric flow rates.

Other terms appearing in Eqs. (1)-(3) are  $A_i = \mu_i + \mu_{ti}$ ,  $B_i = \mu_i + \sigma_2 \mu_{ti}$ ,  $C_i = \mu_i + \sigma_1 \mu_{ti}$  and  $S_i = A_i \nabla u \cdot \nabla u$ . The eddy viscosity for phase  $i$  is  $\mu_{ti} = \alpha_2 \rho_i \kappa / \omega$ . The  $\kappa$ - $\omega$  model parameters  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  are non-dimensional quantities. The symbol  $\nabla$  denotes the gradient operator in the cross-section analyzed. Thus, in terms of the canonical base given by the Cartesian unit vectors  $\mathbf{e}_x$  and  $\mathbf{e}_y$ , we have  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y$ .

The model is completed by introducing boundary and interfacial conditions. The conditions on the symmetry boundary  $\Gamma_s$  are  $\nabla u \cdot \mathbf{n} = 0$ ,  $\nabla \kappa \cdot \mathbf{n} = 0$  and  $\nabla \omega \cdot \mathbf{n} = 0$ , where  $\mathbf{n}$  is the outward pointing unit vector on  $\Gamma_s$ . The pipe boundary  $\Gamma_c$  is split into  $\Gamma_{cf}$  and  $\Gamma_{cg}$ , according to the phase which is in contact with the wall. Thus, the boundary conditions on  $\Gamma_c$  are  $u = 0$ ,  $\kappa = 0$  and  $\omega = \bar{\omega}_i$  on  $\Gamma_{ci}$ , meaning that the prescribed value depends on the properties of the phase which is in contact with the pipe surface.

It is well known that  $\omega$  goes to infinity on smooth pipe walls. In order to avoid this singular behavior, we employ the same wall boundary condition implemented in the DEFT incompressible flow solver (Segal, 2006), which is given by

$$\bar{\omega}_{ci} = \frac{2 \mu_i}{\beta_0 \rho_i Y_p^2} \quad (4)$$

where  $\beta_0 = 0.072$  is a model constant and  $Y_p$  is the distance of the closest grid point to the wall.

At the interface  $\Gamma_{\text{int}}$  we impose continuity of the shear stress and consider that the interface behaves like a nearly-smooth wall (meaning that  $\kappa$  vanishes and  $\omega$  is very large but bounded). These conditions are accomplished by setting  $\sum_{i=f,g} A_i \nabla u \cdot \mathbf{n}_i = 0$ ,  $\kappa = 0$  and  $\omega = \bar{\omega}_{\text{int}}$ . We used in this work  $\bar{\omega}_{\text{int}} = 10^6 u_0/d$ , where  $d$  is the pipe diameter and  $u_0$  is a reference velocity computed using the liquid phase flow rate and the pipe cross-sectional area  $A$ , i.e.  $u_0 = Q_f/A$ .

The problem described above can be recast in variational form as follows: Find  $u \in V_u$ ,  $\kappa \in V_\kappa$  and  $\omega \in V_\omega$ , for any  $\phi \in V_\phi$  and any  $\varphi \in V_\varphi$ , such that

$$\sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} A_i \nabla \phi \cdot \nabla u \, d\Omega_i = - \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} \phi \frac{dp}{dz} \, d\Omega_i \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} \phi \beta_2 \rho_i \omega \kappa \, d\Omega_i + \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} B_i \nabla \phi \cdot \nabla \kappa \, d\Omega_i &= \\ = \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} \phi A_i \nabla u \cdot \nabla u \, d\Omega_i & \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} \phi \beta_1 \rho_i \omega^2 \, d\Omega_i + \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} C_i \nabla \phi \cdot \nabla \omega \, d\Omega_i &= \\ = \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} \phi \alpha_1 \frac{\omega}{\kappa} A_i \nabla u \cdot \nabla u \, d\Omega_i & \end{aligned} \quad (7)$$

where,

$$V_u = \{u \in H_1(\Omega), u = 0 \text{ on } \Gamma_c\} \quad (8)$$

$$V_\kappa = \{\kappa \in H_1(\Omega_f \cup \Omega_g), \kappa = 0 \text{ on } \Gamma_c, \kappa = 0 \text{ on } \Gamma_{\text{int}}\} \quad (9)$$

$$V_\omega = \{\omega \in H_1(\Omega_f \cup \Omega_g), \omega = \bar{\omega}_{ci} \text{ on } \Gamma_{ci}, \omega = \bar{\omega}_{\text{int}} \text{ on } \Gamma_{\text{int}}\} \quad (10)$$

$$V_\phi = \{\phi \in H_1(\Omega), \phi = 0 \text{ on } \Gamma_c\} \quad (11)$$

$$V_\varphi = \{\varphi \in H_1(\Omega_f \cup \Omega_g), \varphi = 0 \text{ on } \Gamma_c, \varphi = 0 \text{ on } \Gamma_{\text{int}}\} \quad (12)$$

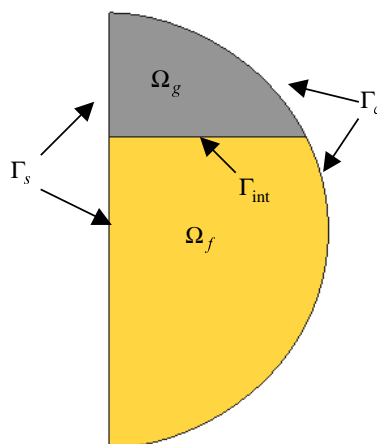


Figure 1. Schematic representation of the pipe cross-section.

Note that the problem described above is not closed: the pressure gradient  $dp/dz$  and the interface position  $y_{\text{int}}$ , which ultimately defines the domains  $\Omega_f$  and  $\Omega_g$ , are unknown. The equations that close the model come from the requirement to meet the imposed flow rates  $Q_f$  and  $Q_g$ , i.e.,

$$Q_f = 2 \int_{\Omega_f} u d\Omega \quad (13)$$

$$Q_g = 2 \int_{\Omega_g} u d\Omega \quad (14)$$

### 3. Numerical techniques

The solution is obtained by using an iterative process. This combines two numerical techniques. The first is an external Newton-Raphson method aimed to adjust  $y_{\text{int}}$  and  $dp/dz$ , in order to satisfy Eqs. (13, 14). The second, which we call the flow solver, runs internally and involves the finite element solution of the non-linear problem given by Eqs. (5-7), for given values of  $y_{\text{int}}$  and  $dp/dz$ .

#### 3.1. Newton-Raphson scheme

Let us suppose that, for a given pair of  $y_{\text{int}}$  and  $dp/dz$ , we have a numerical method to approximate and solve Eqs. (5-7) (such a method will be described in the next section). Then we can compute the mismatch of the flow rates obtained for a given pair of  $y_{\text{int}}$  and  $dp/dz$  and the flow rates  $Q_f$  and  $Q_g$  imposed as problem data. The mismatch functions are

$$F\left(\frac{dp}{dz}, y_{\text{int}}\right) = 2 \int_{\Omega_f} u d\Omega - Q_f \quad (15)$$

$$G\left(\frac{dp}{dz}, y_{\text{int}}\right) = 2 \int_{\Omega_g} u d\Omega - Q_g \quad (16)$$

Introducing  $x = dp/dz$  and  $y = y_{\text{int}}$  to simplify notation, we can formulate the problem as a system of two non-linear equations whose solution  $(x, y)$  must satisfy

$$F(x, y) = 0 \quad (17)$$

$$G(x, y) = 0 \quad (18)$$

The Newton-Raphson method is used to compute the solution of the above non-linear system. If  $x^n, y^n$  is the present approximate solution, the next approximation is computed according to

$$x^{n+1} = x^n + \frac{\left(G \frac{\partial F}{\partial y} - F \frac{\partial G}{\partial y}\right)^n}{\left(\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial G}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial y}\right)} \quad (19)$$

$$y^{n+1} = y^n + \frac{\left(F \frac{\partial G}{\partial x} - G \frac{\partial F}{\partial x}\right)^n}{\left(\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial G}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial y}\right)} \quad (20)$$

Therefore, starting from an initial guess, the above equations provide an iterative algorithm to obtain a solution of the non-linear system given by Eqs. (17,18). The iterations proceed until the mismatch functions  $F$  and  $G$  are considered to be negligibly small.

Before we proceed, note that we need to compute derivatives of  $F$  and  $G$  with respect to the unknowns  $x$  and  $y$ . These derivatives are evaluated numerically, by using small increments  $\Delta x$  and  $\Delta y$ . To compute them we have to evaluate  $F$  and  $G$  at  $(x^n + \Delta x, y^n)$ ,  $(x^n, y^n + \Delta y)$  and  $(x^n, y^n)$ . This means that we need to solve Eqs. (5)-(7) three times for each Newton-Raphson iteration.

### 3.2. Flow solver

Given the interface position and the pressure gradient, the finite element method is used to obtain an approximate numerical solution of Eqs. (5)-(7).

The finite element mesh used is specially designed to have a large number of horizontal lines. Thus, for a given interface position, a simple algorithm is used to find and select the mesh horizontal line that is closest to the desired interface position. Then the finite element mesh is adjusted so that the selected horizontal line is moved to the desired interface location. The finite elements above the interface are associated to phase  $g$  whilst the elements below it are associated to phase  $f$ .

We use linear triangular finite elements to approximate the flow variables as  $\hat{u} = N_p u_p$ ,  $\hat{\kappa} = N_p \kappa_p$  and  $\hat{\omega} = N_p \omega_p$ , where  $N_p$  are the finite element linear shape functions and  $u_p$ ,  $\kappa_p$  and  $\omega_p$  are the corresponding nodal values.

Because Eqs. (5)-(7) are non-linear, an iterative process is required. Thus, the velocity field is updated by solving the discretized counterpart of Eq. (5), i.e.,

$$\sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} A_i \nabla N_q \cdot \nabla \hat{u}^{n+1} d\Omega_i = - \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} N_q \frac{dp}{dz} d\Omega_i \quad \forall \text{ free } u_q^{n+1} \quad (21)$$

next, the kinetic energy is updated  $\hat{\kappa}^{n+1}$  solving

$$\begin{aligned} \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} N_q \beta_2 \rho_i \hat{\omega}^n \hat{\kappa}^{n+1} d\Omega_i + \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} B_i \nabla N_q \cdot \nabla \hat{\kappa}^{n+1} d\Omega_i = \\ = \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} N_q A_i \nabla \hat{u}^{n+1} \cdot \nabla \hat{u}^{n+1} d\Omega_i \quad \forall \text{ free } \kappa_q^{n+1} \end{aligned} \quad (22)$$

and finally, the new  $\hat{\omega}^{n+1}$  is obtained solving

$$\begin{aligned} \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} N_q \beta_1 \rho_i \hat{\omega}^n \hat{\omega}^{n+1} d\Omega_i + \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} C_i \nabla N_q \cdot \nabla \hat{\omega}^{n+1} d\Omega_i = \\ = \sum_{i=f,g} \int_{\Omega_i} N_q \alpha_1 \frac{\hat{\omega}^n}{\hat{\kappa}^n} A_i \nabla \hat{u}^{n+1} \cdot \nabla \hat{u}^{n+1} d\Omega_i \quad \forall \text{ free } \omega_q^{n+1} \end{aligned} \quad (23)$$

Eqs. (21)-(23) lead to symmetric systems of algebraic equations, which are solved using a Jacobi-preconditioned conjugate gradient method.

The process of solving Eqs. (21)-(23) is repeated until a prescribed convergence criterion is satisfied.

### 3.3. Code verification

In order to check the turbulence model employed and the computer implementation of the code, we have tested our procedures in a single phase problem, where we can compare our prediction for friction factor with corresponding theoretical and correlated experimental data.

This rather simple test consists of assigning the same fluid properties and flow rates for both phases. We have also relaxed the interface conditions on  $\kappa$  and  $\omega$ . This permits mimicking a single-phase computation using our two-phase computer code. As expected, the Newton-Raphson method found that the interface position is at the middle of the pipe, at  $y_{\text{int}} = 0$ . The Newton-Raphson converged value for  $dp/dz$  was used to compute the friction factor obtained in our numerical experiment.

Figure 2 presents a comparison of our data with the theoretical friction factor for laminar flow and with the friction factor predicted by Colebrook correlation for turbulent flow in a hydrodynamically smooth circular pipe. Note that our

results compare well with the expected values for both laminar and turbulent flow, although the friction factor was over-estimated in the transition region.

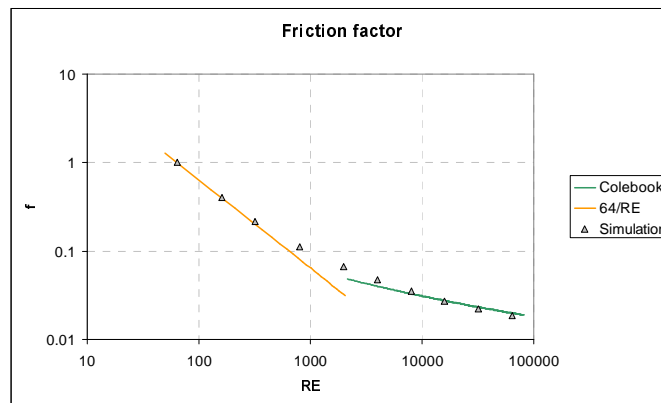


Figure 2. Single-phase friction factor as a function of the Reynolds number: comparison of numerical simulation with expected values.

#### 4. Experimental techniques

The experiments reported in this paper were conducted in the two-phase test rig of the Nuclear Engineering Institute (IEN). The rig consists of a venturi mixer, a horizontal tube, an expansion reservoir and an air water separation tank. The horizontal tube is a 5 m long stainless steel 316 with an inner diameter of 0.0512 m, followed by a short tube 0.6 m long transparent extruded acrylic with the same inner diameter. A detailed description of the test section can be found in Faccini et al. (2004). The basic principles to measure liquid height in horizontal stratified two-phase flow are illustrated in Fig. 3. The ultrasound pulse discharged from an emitter-receiver transducer, placed at bottom of tube, will be transmitted through the water and then reflected back to the same transducer from air-water or tube wall-water interfaces. Typical ultrasound signals acquired over a period of time and plotted as waveforms are shown in Fig.4 where  $\Delta t_1$  is the transit time of the ultrasound pulse through the tube wall and  $\Delta t_2$  is the transit time into the water. By measuring  $\Delta t_2$  and knowing the sound velocity through water, the water film height can be calculated very accurately by

$$h_L = c_w \frac{\Delta t_2}{2} \tag{24}$$

where  $h_L$  is the water thickness e  $c_w$  is the water sound velocity (at a given temperature).

The transit time signals are acquired during a period of 50 seconds, stored in a computer and then the results are obtained calculating the interval time between two successive echoes.

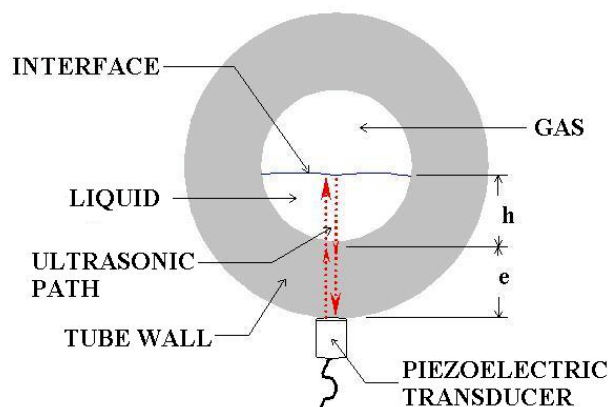


Figure 3. Schematic of liquid height measurement in stratified gas-liquid flow by ultrasonic pulse-echo technique.

The minimum  $h_L$  can be estimated approximately by the water sound velocity divided by the transducer frequency and the ultrasonic resolution is given by the transducer wavelength.

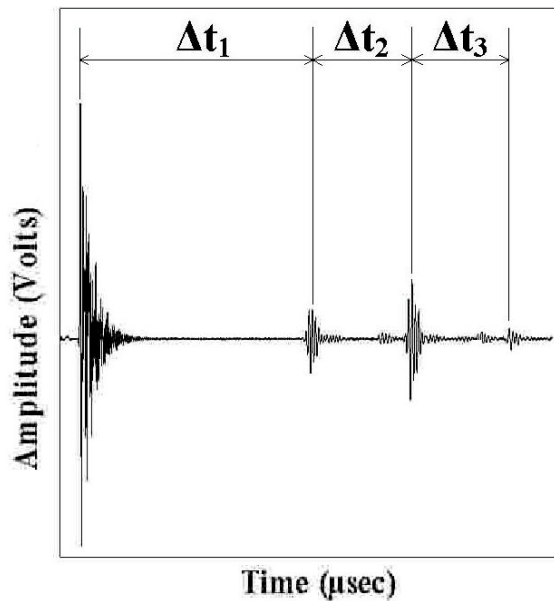


Figure 4. Typical ultrasonic signals.

### 5. Numerical and experimental results

In this section we present results for the interface position  $y_{int}$  at various flow conditions, comparing the numerical and experimental data obtained at IEN and the experiments performed by Masala (2004) at McMaster University. We have also compared our data with results obtained using the model of Taitel & Dukler (1976). The flow rates and pipe diameters used in the experiments and numerical computations are presented in Table 1.

Table 1. Flow rates and pipe diameters ( $d$ ) for the cases analyzed.

	CASE	Pipe Diam. ( $d$ ) (mm)	$Q_g$ (m <sup>3</sup> /h)	$Q_f$ (m <sup>3</sup> /h)
IEN	A	51.2	1.0	0.6
	B	51.2	2.0	0.6
	C	51.2	4.0	0.6
	D	51.2	6.0	0.6
McMaster	E	21.0	0.3	0.024
	F	21.0	0.3	0.061
	G	21.0	0.3	0.090
	H	21.0	0.3	0.121

We have performed numerical simulations for all the cases presented in Table 1. Figure 5 shows a typical result of mesh, velocity and kinetic energy. Additionally, experimental results have been obtained for cases A to D.

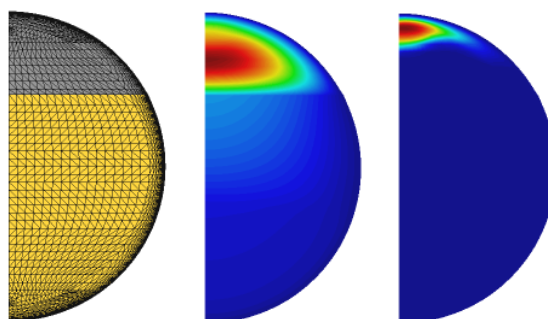


Figure 5. Mesh, velocity and turbulent kinetic energy for case A.

Figure 6 shows typical pictures taken with a high-speed camera during the IEN experiments. Despite the fact that the interfaces shown in Fig.6 are located in the upper part of the horizontal tube, it can be observed that the flow regime is stratified for the flow rates considered. Note that the model idealization depicted in Fig.1 has a better match with the flow pattern presented in Fig. 6(a) than with that shown in Fig. 6(b). A wavy interface such as that observed in Fig. 6(b)

may require non-smooth interfacial conditions in order to obtain better results from the numerical model. This will be investigated in a future work.

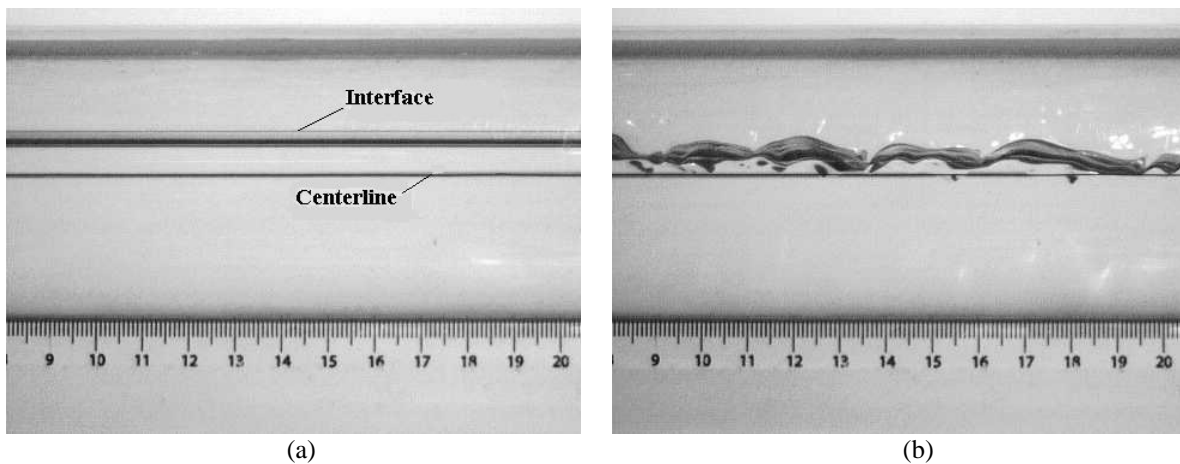


Figure 6. Stratified flow in the horizontal tube: a)  $Q_f = 0.6 \text{ m}^3/\text{h}$  and  $Q_g = 1.0 \text{ m}^3/\text{h}$ ; b)  $Q_f = 0.6 \text{ m}^3/\text{h}$  and  $Q_g = 6.0 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Figure 7 shows the non-dimensionalized results for the interface position  $y_{\text{int}}/d$  as a function of volumetric quality  $Q_g/(Q_f + Q_g)$ , comparing the present simulation with the McMaster experiments performed by Masala (2004) and with numerical predictions obtained using the model of Taitel and Dukler (1976). Figure 8 shows similar results, this time comparing the present simulation with the experiments performed at IEN. Figures 7 and 8 show that the results of the present simulation are in reasonable agreement with both sets of experimental data and the predictions of the Taitel and Dukler model.

It is interesting to note that Masala’s experiments, for volumetric qualities higher than 0.80, have at least one of the phases undergoing transition. As we have noticed in the single-phase simulation test, the numerical model overestimates the friction factor at transition. This may explain some discrepancy observed between the present simulation results and Masala’s experiments on that volumetric quality range.

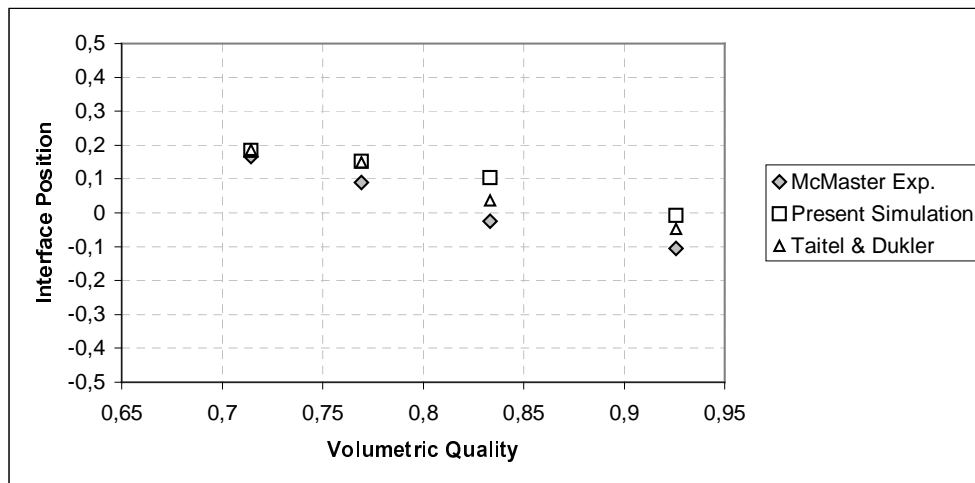


Figure 7. Non-dimensional interface position as a function of the volumetric quality: comparison of present simulation with experiments performed at McMaster University and numerical results from the Taitel & Dukler model.



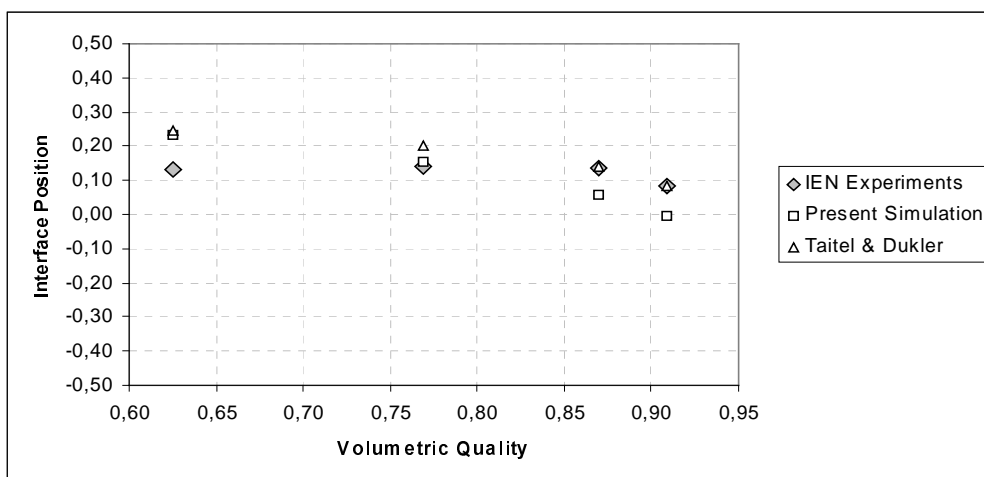


Figure 8. Non-dimensional interface position as a function of the volumetric quality: comparison of present simulation with experiments performed at IEN and numerical results from the Taitel & Dukler model.

## 6. Conclusions

In this paper we proposed physical and numerical models for stratified two-phase flows in horizontal pipes, comparing results with experimental data obtained at IEN and with those obtained by Masala (2004). We have also compared our simulation data with those obtained using the model of Taitel and Dukler (1976). The results indicate that the  $\kappa - \omega$  model is suitable for the numerical simulation of such flows. However, a better understanding on how to impose interfacial values for  $\kappa$  and  $\omega$  is needed before we can expect to obtain better agreement with experimental data of stratified wavy two-phase flow.

The computational code is being parallelized to run on a Beowulf type cluster. It is expected that with a parallel version of the code we will be able to re-calculate the cases presented here in much finer meshes, with possible improvement of the quality of the numerical results.

## 7. Acknowledgments

J.L.H. Faccini is grateful to IAEA for the donation of the instrumentation, and to Silvia B.G. Cesar for technical assistance. P.A.B de Sampaio acknowledges the support of CNPq grant 301045/2003-8. J. Su acknowledges the support of CNPq and FAPERJ.

## 8. References

- P.A. Berthelsen, T. Ytrehus, Calculation of stratified wavy two-phase flow in pipes, *Int. J. Multiphase Flow*, 31, 571-592, 2005.
- S. Ghorai, K.D.P. Nigam, CFD modeling of flow profiles and interfacial phenomena in two-phase flow in pipes, *Chem. Eng. Processing*, 45, 55-65, 2006.
- J.L.H. Faccini, J. Su, G.D. Harvel, J.S. Chang, An advanced ultrasonic technique for flow and void fraction measurements of two-phase flow, in *Proceedings of ICONE12*, Arlington, Virginia, April 25-29, 2004.
- Masala, T., 2004, "High-Speed Ultrasonic Pulse-echo System for Two-Phase Flow Measurements, M.Sc. Thesis, McMaster University, Hamilton, Canada.
- R.I. Issa, Prediction of turbulent, stratified, two-phase flow in inclined pipes and channel, *Int. J. Multiphase Flow*, 14, 141-154, 1988.
- F. Mekkassi, R. Benkirane, A. Liné, L. Masbernat, Numerical modeling of wavy stratified two-phase flow in pipes, *Chem. Eng. Sci.*, 55, 4681-4697, 2000.
- F.R. Menter, Influence of freestream values of on  $k-\omega$  turbulence model predictions, *AIAA J.*, 30, 1992.
- F.R. Menter, M. Kunz, E. Langtry, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, in K. Hanjalic, Y. Nagano and M. Tummers (eds.), *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, 2003.
- C.H. Newton, M. Behnia, Estimation of wall shear stress in horizontal gas-liquid stratified flow, *AIChE J.*, 42, 2369-2373, 1996.
- C.H. Newton, M. Behnia, Numerical calculation of turbulent stratified gas-liquid pipe flows, *Int. J. Multiphase Flow*, 26, 327-337, 2000.
- C.H. Newton, M. Behnia, A numerical model of stratified wavy gas-liquid pipe flow, *Chem. Eng. Sci.*, 56, 6851-6861, 2001.

- G. Segal, M. Zijlema, R. van Nooyen, C. Moulinec, User Manual of the DEFT incompressible flow solver, Delft Univ. of Technology, available at [ta.twi.tudelft.nl/isnas/usermanual.pdf](http://ta.twi.tudelft.nl/isnas/usermanual.pdf).
- O. Shoham, Y. Taitel, Stratified turbulent-turbulent gas-liquid flow in horizontal and inclined pipes, *AIChE J.*, 30, 377-385, 1984.
- Y. Taitel, A.E. Dukler, Model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow, *AIChE*, 22, 591-595, 1976.
- D.C. Wilcox, *Turbulence Modelling for CFD*, 2<sup>nd</sup> Edition, DCW Industries, USA, 2000.

## **9. Copyright Notice**

The authors are the only responsible for the printed material included in this paper.

## EXPERIMENTAL STUDY OF HORIZONTAL PLUG FLOW BY ULTRASONIC AND VISUALIZATION TECHNIQUES

**J.L.H. Faccini, P.A.B. Sampaio**

Instituto de Engenharia Nuclear - IEN / CNEN  
CP 68.550, 21945-970, Rio de Janeiro, Brazil  
faccini@ien.gov.br, sampaio@ien.gov.br

**J. Su**

Nuclear Engineering Program, COPPE  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
CP 68.509, 21945-970, Rio de Janeiro, Brasil  
sujian@con.ufrj.br

**Abstract.** *This work presents an experimental study of intermittent elongated bubbles typical of horizontal plug flows. Bubbles of different shapes and velocities were identified by a hybrid time averaging ultrasonic and high-speed motion visualization techniques. The hybrid ultrasonic technique determines the liquid film thickness under the elongated bubble and liquid plug velocity. The liquid film thickness is obtained by measuring the transit time of an ultrasonic pulse discharged from a single transducer, reflected by the bubble gas-liquid interface and received by the same transducer. The liquid plug velocity is determined by indirect acoustic transmission discharged through the entirely flow cross section by an emitter transducer, reflected by the tube wall and received by a receiver transducer. The high-speed visualization allows to observe the bubble shape and to measure their velocities.*

**Keywords.** *elongated bubble, plug flow, bubble velocity, two-phase flow, horizontal flow.*

### 1. Introduction

In a PWR nuclear power plant undesirable situations may occur when the coolant does not flow as single-phase liquid but instead, complex two-phase mixture may arise into the reactor core and primary circuit. The problem becomes more severe when the pipe is horizontal, because the flow varies considerably over the cross section due to its fluctuating nature. Thus, even when the mixture flowrate is maintained at a steady value, the component mass flow rates, phase velocities and pressure at any cross section normal to the pipe axis may exhibit variations with respect to time much larger than those found in single-phase flow. As a result, processes such heat and mass transfer are unsteady, with substantial variation of the system temperature and concentration profiles occurring. Other potential consequences include increased erosion-corrosion of the pipe and the onset of damaging resonant vibrations within the systems. Consequently, an understanding of the coolant two-phase flow is extremely important from the point of view of nuclear reactor engineering, to produce the most effective equipment design and to obtain accurate predictions of system properties.

In horizontal flow pattern maps, the plug flow regime exists over a wide range of gas and liquid flow rates (Mandhane et al., 1974; Taitel and Dukler, 1976). It is high complex, inherently unsteady, and generally described in literature as a sequence of liquid plug zone containing dispersed few small bubbles, followed by an elongated bubble over a non-uniform thin liquid film (Collier, 1981; Wallis, 1969 and Whalley, 1996).

The theoretical models to predict the plug flow parameters have been developed in the last decades based on the unit cell concept proposed by Wallis (1969) and more recently on a statistical cell unit approach by Fabre and Liné (1992). Although these models are capable to predict important flow parameters such as pressure gradient, average phase velocities and void fractions, they are not able to predict the flow structure itself, i.e., the elongated bubble local velocity and length, and its evolution along the tube. The experimental measurement of plug flow is a specialized matter that requires careful experimentation and appropriate techniques. The main requirement of a measurement technique to be successful for a horizontal plug flow is to have a high degree of spatial resolution, as the flow varies considerably over the cross section. The ultrasonic techniques have been proved to be one of the most reliable methods for two-phase flow measurements, offering more practical applications and can be used when other alternative methods are not available (Chang et al., 1982; Chang and Morala, 1990). Faccini et al. (2004) have proposed a contra-propagating transmission ultrasonic technique to identify plug flow regime and to measure the average void fraction in horizontal air-water two-phase flow. The plug regime was recognized by the analysis of histogram bars of the ultrasonic flow rates readings and it was possible to calculate the liquid volumetric fraction from the air-water flow rate fluctuations. Recently, Masala et al. (2005) developed a high-speed, four transducers, pulse-echo ultrasonic technique for the measurement of interfacial parameters of horizontal two-phase plug flow. The lengths and velocities of liquid plugs and elongated bubbles were determined by tracking one of the edges of the plugs using two ultrasonic transducers, and a new experimental correlation was proposed.

Flow visualization is another experimental technique that has become a powerful tool to study the two-phase flow providing valuable information on the void fraction, flow pattern, gas and liquid velocities (Dinh and Choi, 1999 and Zaruba et al., 2005). When applied to horizontal plug flow, it is possible to extract information on the elongated bubble structure such as the bubble nose and tail evolution, length and velocity (Fagundes Netto, 1999).

In this work, we combined a hybrid type ultrasonic technique for flow and void fraction measurements with a visualization technique for bubble velocity measurements in horizontal plug flow, which was applied in a two-phase air-water test section at the experimental thermalhydraulics laboratory of the Nuclear Engineering Institute (IEN/CNEN), Rio de Janeiro. The liquid flow rate measurements were used to determine the average void fraction, liquid hold up and liquid-phase velocities. The results obtained are presented in comparison with available correlations from literature. The results of the liquid film thickness measurements for different gas-liquid flow rates are also presented. From the images taken with a visualization system, a series of individual elongated bubbles were tracked and their nose and tail velocities were estimated by using an acquisition and image analysis program. These results are compared with some correlations published in the literature.

## 2. Experimental setup

### 2.1. Two-phase flow test section

The two-phase test section used in this work consists of a venturi mixer, a horizontal tube, an expansion reservoir and an air water separation tank as shown in Fig. 1. The horizontal tube is a 6 m long stainless steel AISI316 with an inner diameter of 0.0512 m, followed by a short tube 0.6 m long transparent extruded acrylic with the same inner diameter. Distilled water is circulated axially through the venturi mixer, coming from an existing single-phase water loop which is equipped with a centrifugal pump and a metering rig. Air is injected radially into the mixer by a compressor through a flow line equipped with appropriate air instrumentation. The air-water mixture goes out from the mixer and travels through the stainless steel tube along its length until the transparent acrylic tube where it can be observed visually. The air and water flow rates are measured by turbine flowmeters in single-phase conditions. The air-water two-phase flow is monitored by a hybrid contrapropagating transmission ultrasonic flowmeter – pulse-echo ultrasonic liquid film thickness measuring system.

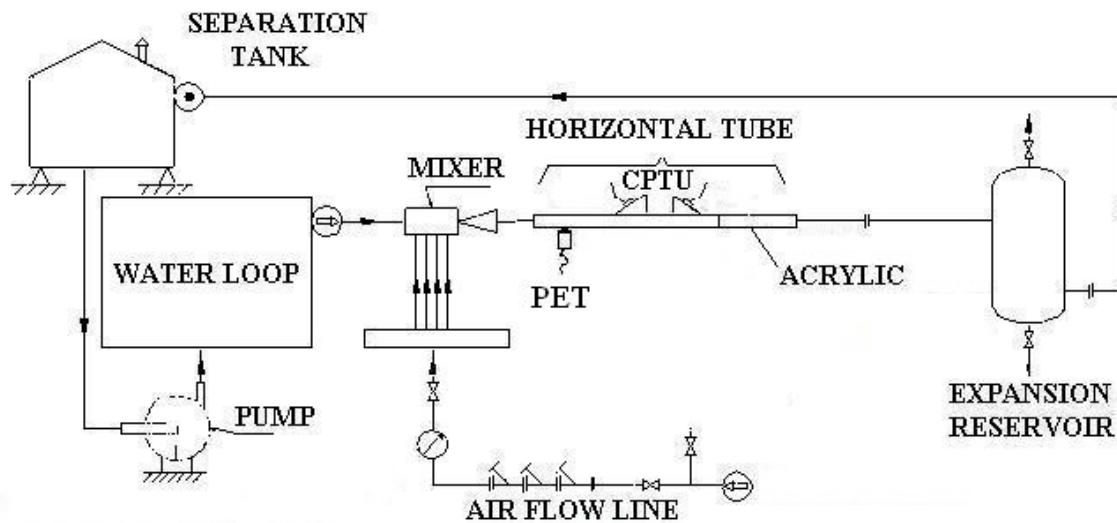


Figure 1. Schematic of the two-phase test section.

### 2.2. Ultrasonic and visualization systems

The ultrasonic system is formed by an industrial contrapropagating transmission ultrasonic flowmeter (CPTU) with a FieldBus data acquisition unit; a pulse-echo ultrasonic transducer (PET) 10 MHz and 13 mm diameter with pulser receiver, digital oscilloscope and a PXI computer based on LabView platform. The CPTU flowmeter has two transducers attached to the outside wall of the stainless steel horizontal tube, next to the transparent acrylic tube, placed respectively upstream and downstream on the same sides and tilted of 45 degrees as shown in Fig. 2. Each one transducer alternatively transmits and receives an ultrasonic signal, which is reflected by the tube wall (V-path). The difference in the transit time between the pair of the transducers can be measured and used to calculate the water volumetric flow rate with 1% of accuracy (Ultraflux, 1998).

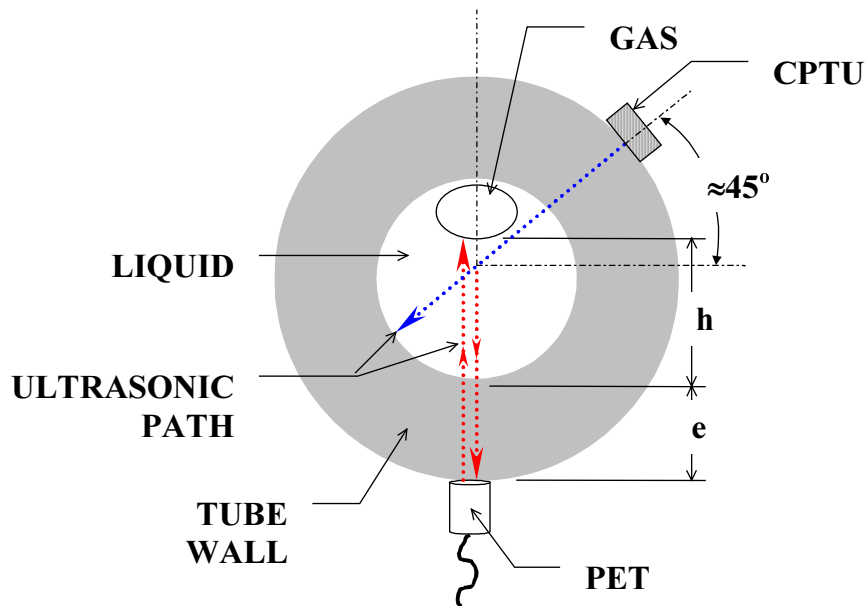


Figure 2. Cross-sectional view of gas-liquid plug flow in a horizontal tube with CPTU and PET instrumentation.

For the PET system, the ultrasonic transducer was placed at the bottom of the stainless steel tube section next to CPTU system for liquid film thickness as is shown in the Fig. 2. A part of ultrasound pulse in pulse-echo mode discharged from the emitter-receiver transducer, placed at bottom of tube, is transmitted through the water and then reflected back to the same transducer from air-water or tube wall-water interfaces. These signals are acquired by an oscilloscope over a period of time and then plotted as the waveforms. Figure 3 shows waveforms corresponding to air-water plug flow through the horizontal tube, where the reflected pulses can be divided in two sets: initial (I), wall-liquid (WL) and liquid-gas (LG) are corresponding to the liquid film region; liquid-wall (LW) and wall-gas (WG) are corresponding to the liquid plug region. For ultrasonic signals in the 10 MHz range the attenuation in the wall, water film and at their interfaces is small compared to that in the air. This phenomenon can be explained by the theory of sound due to the great difference in characteristic acoustic impedance between the air and the water resulting in a high reflection factor. All reflected signals are received by the same PET transducer and handled by the pulser-receiver. The output signals are digitized on the digital oscilloscope which is controlled by a GPIB interface, and stored in the computer hard disk for more detailed analysis afterwards. The measurement of the liquid-gas interface height was carried out by recording 50 ultrasonic waveforms per run provided by the oscilloscope at an acquisition time interval of 1 s. Each waveform acquired was formed by 10,000 points. A computational algorithm was written to examine the digitized signals, and from them, to identify the maximum peaks corresponding to each reflected pulses set. By measuring the transit time between WL maximum pulse peak and LG (and LW) maximum pulse peak, the liquid film height and the liquid plug height can be determined, provided that the sound velocity in water is known. In all these experiments the sound velocity value was 1497 m/s.

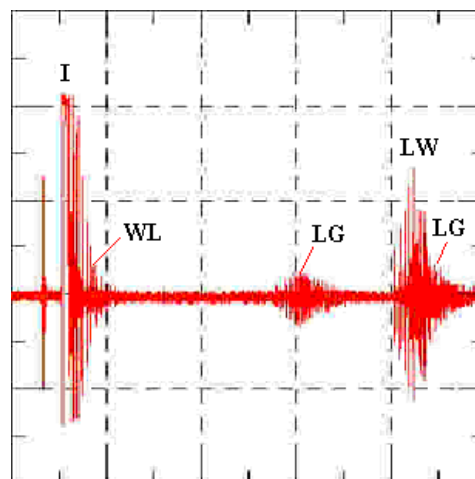


Figure 3. Typical ultrasonic signals for a plug flow with  $Q_{Ls} = 6,0 \text{ m}^3/\text{h}$  and  $Q_{Gs} = 1,0 \text{ m}^3/\text{h}$ .

The visualization system is formed by a monochrome digital high-speed camera, shown in Fig. 4, which is, equipped with a CCD sensor (maximum resolution 480 x 420 pixels), zoom lenses, a PCI controller board of 12 bits, an acquisition & image analysis program, and a computer. Tripods and mounting devices complete the system, which has capacity to record sequences of black & white images from 50 to 8000 frames per second. The camera was positioned after the PET system at a distance larger than 10 times the horizontal tube inside diameter. Complete control of the camera operating system including frame rate triggering, adjustment image resolutions and shutter speed was carried out through the personal computer. The professional zoom objective lens of the camera could be focused at distances shorter than 1.0 m. The lightning system includes a light projector placed in front of and above the acrylic tube. Positioning was important for preventing shadowing and reflections and for ensuring good image quality. For each frame rate only a set of pre-determined spatial resolutions are available. Higher spatial resolutions result in longer recording times and fewer video frames per unit time, so that a compromise between speed and resolution has to be made. The frequency range from 125 to 250 frames per second was found to be adequate for the measurements and was used in all experiments reported in this paper. The camera recording was started and stopped manually when the last 5 ultrasonic waveforms have to be recorded. The sequence of images displayed on the computer monitor could be stored in a computer file, retrieved and replayed to analyze the flow motion sequence in detail. The set of discrete pictures were saved as a series of 512 greyscale avi images with a spatial resolution of 480 × 420 pixels. The information on the elongated bubble motion within the tube was obtained by processing about 5000 frames. A position reference can be superimposed on the images stored in the computer file. A horizontal and a vertical lines that intersect at a target provide X and Y coordinates, as can be seen in Fig. 5. This feature could be used to determine distances between two points in the picture. The system was calibrated by measuring the physical distance between two points of interest on the rule and entering the distance between the set points in the system. The system then calculates the distance between any two points on the monitor. If the points are on different frames, the system also calculates the velocity of the point of interest. All measurements are in two dimensions perpendicular to the camera.

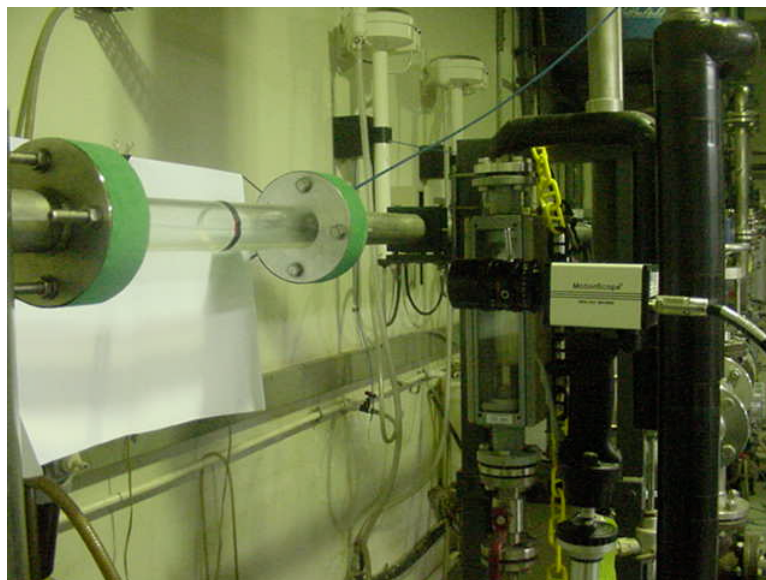


Figure 4. Photographic view of visualization system.

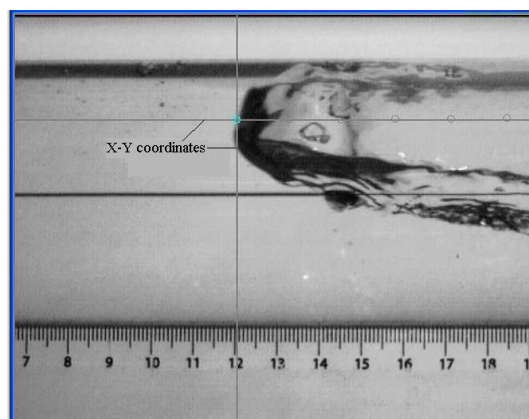


Figure 5. The X-Y coordinates to visualization system.

### 3. Liquid-phase and liquid film measurements

The water volumetric flow rate was determined by the product of the cross-sectional area of the tube and the liquid mean axial velocity. This implies that the water volumetric flow rate given by the CPTU flowmeter includes both liquid film and liquid plug flow rates. We made the assumptions that the flow is fully developed, the flow profile correction coefficient is the same for single-phase flow, and the liquid mean axial velocity is at the center of flow tube. In the experiments the water single-phase flow rate was determined by a turbine flowmeter with 0.5% of estimated accuracy; as the air flow rate starts to increase the CPTU flowmeter measures the water phase flow rate travelling together with air inside the tube. We can determine the liquid hold up of the air-water mixture dividing the water single-phase flow rate by the current water two-phase flow rate, then the liquid hold up can be obtained by the relation:

$$(1-\alpha) = \frac{Q_{Ls}}{Q_L} \quad (1)$$

where  $\alpha$  is the void fraction,  $Q_{Ls}$  is the single-phase volumetric liquid flow rate and  $Q_L$  is the two-phase volumetric liquid flow rate. The local average liquid phase velocity  $U_L$  can be calculated by:

$$U_L = \frac{Q_L}{A} \quad (2)$$

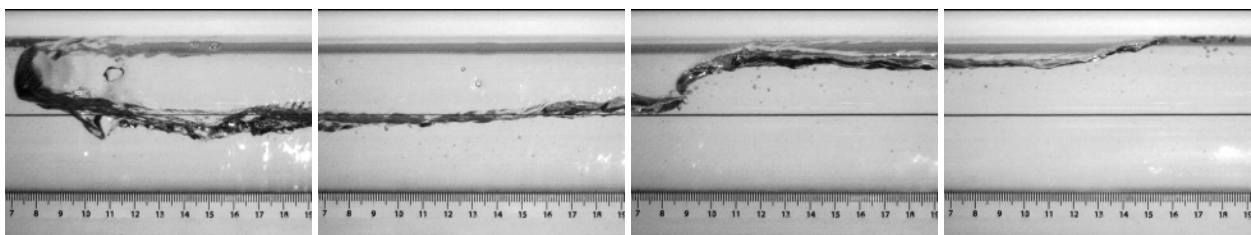
where  $A$  is the whole cross-sectional area of the tube.

Measuring the transit time of the ultrasound pulse and knowing the sound velocity through water, the water film thickness under an elongated bubble  $h_L$  can be calculated by the relation:

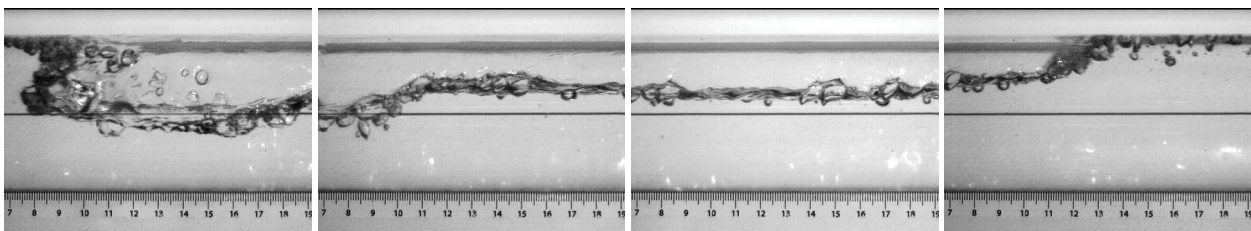
$$h_L = c_w \frac{\Delta t}{2} \quad (3)$$

where  $c_w$  is the water sound velocity at a given temperature and  $\Delta t$  is the ultrasound transit time.

Figures 6(a) and 6 (b) show typical pictures of a plug regime taken with a high-speed camera, where an elongated bubble moves from the right to the left in a horizontal tube, for the same gas flow rate and two different liquid flow rates. It can be observed in Figs. 6 (a, b) that the elongated bubble propagates in the upper part of the tube with a liquid film thickness under it varying along its length, and a roughly interface between them. While the average liquid plug velocity and dispersed bubbles velocity are not necessarily the same, the elongated bubble propagates with a translational velocity different from that of the liquid film which vary along the pipe due the variation of the film thickness.



(a)



(b)

Figure 6. An elongated bubble moving in a horizontal tube: a)  $Q_{Ls} = 6,0 \text{ m}^3/\text{h}$  and  $Q_{Gs} = 1,0 \text{ m}^3/\text{h}$ ; b)  $Q_{Ls} = 10,0 \text{ m}^3/\text{h}$  and  $Q_{Gs} = 1,0 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Figures 7 and 8 show typical liquid level measurements obtained with PET ultrasonic transducer mounted at the bottom side of the circular tube of the test section for plug flow. Two cases with different superficial liquid flow rates for the same superficial gas flow rate are presented. It can be observed that the liquid level fluctuates between a minimum and a maximum that correspond respectively to ultrasonic signals reflections in the liquid-gas interface under an elongated bubble moving in front of the transducer, and to reflections in the tube wall through the liquid plug coming soon after. Another features observed are the minimum value fluctuations which indicate that the liquid-gas interface is not smooth, as can also be seen from the pictures shown in Fig. 6.

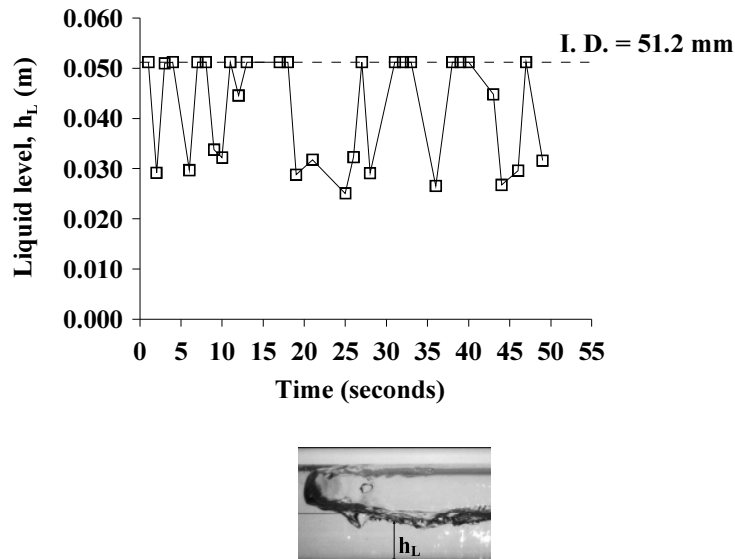


Figure 7. Time averaged liquid level for  $Q_{Ls} = 6.0 \text{ m}^3/\text{h}$  and  $Q_{Gs} = 1.0 \text{ m}^3/\text{h}$ .

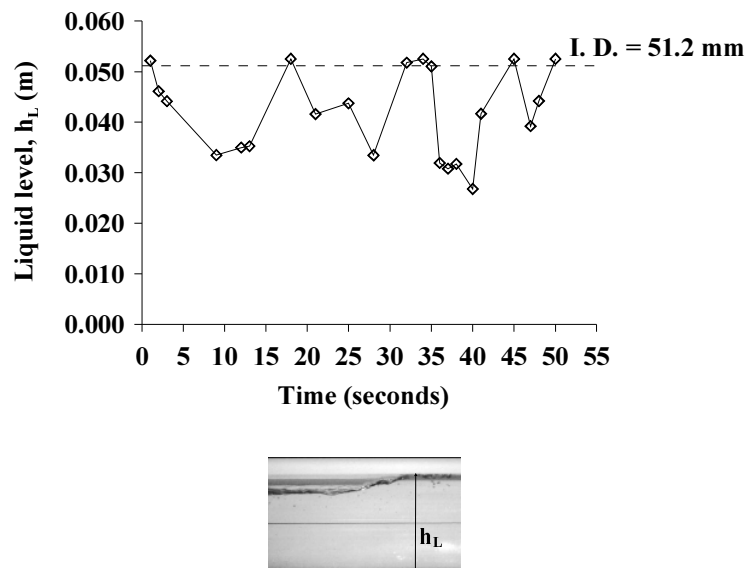


Figure 8. Time averaged liquid level for  $Q_{Ls} = 10.0 \text{ m}^3/\text{h}$  and  $Q_{Gs} = 1.0 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Figures 9 and 10 show the void fraction and liquid hold up estimated in terms of air-water flow rates measured by CPTU for different air flow rates and the superficial water flow rate measured by the turbine flowmeter as explained previously. In Fig. 9 the void fraction estimated results are compared with the correlation of Wallis (1969), and can be observed that the approach to determine the water velocity applying the Eq. (2), taking into account the distance between transducers determined as if the water is flowing alone, has given water velocity values strongly influenced by the hypothesis made with great discrepancies to expected values from Wallis correlation. This approach is under review. In Fig. 10 the liquid hold up results are compared with the generalised correlation after Beggs and Brill (1973).



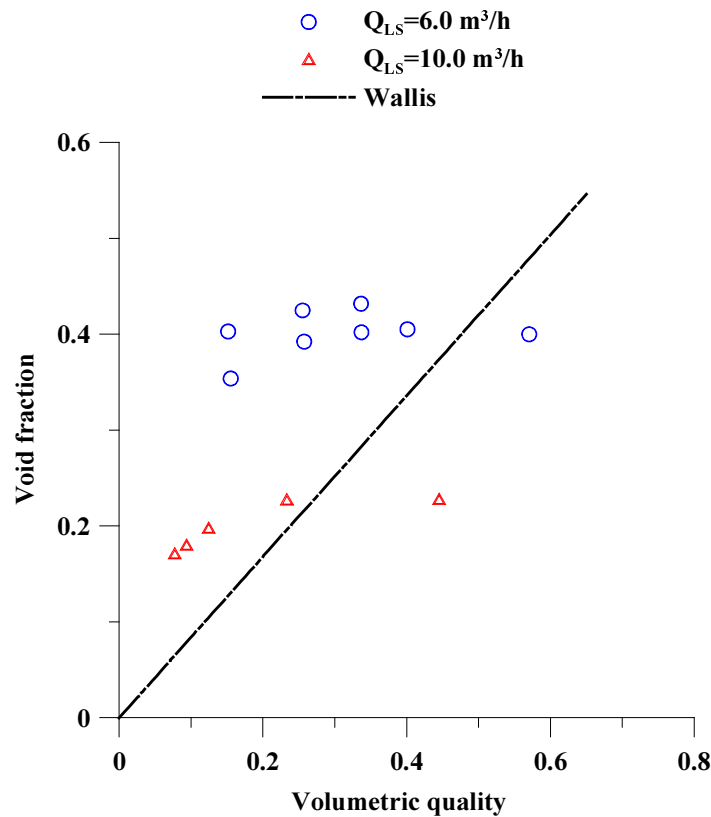


Figure 9. Void fraction estimated from CPTU measurements as a function of volumetric quality.

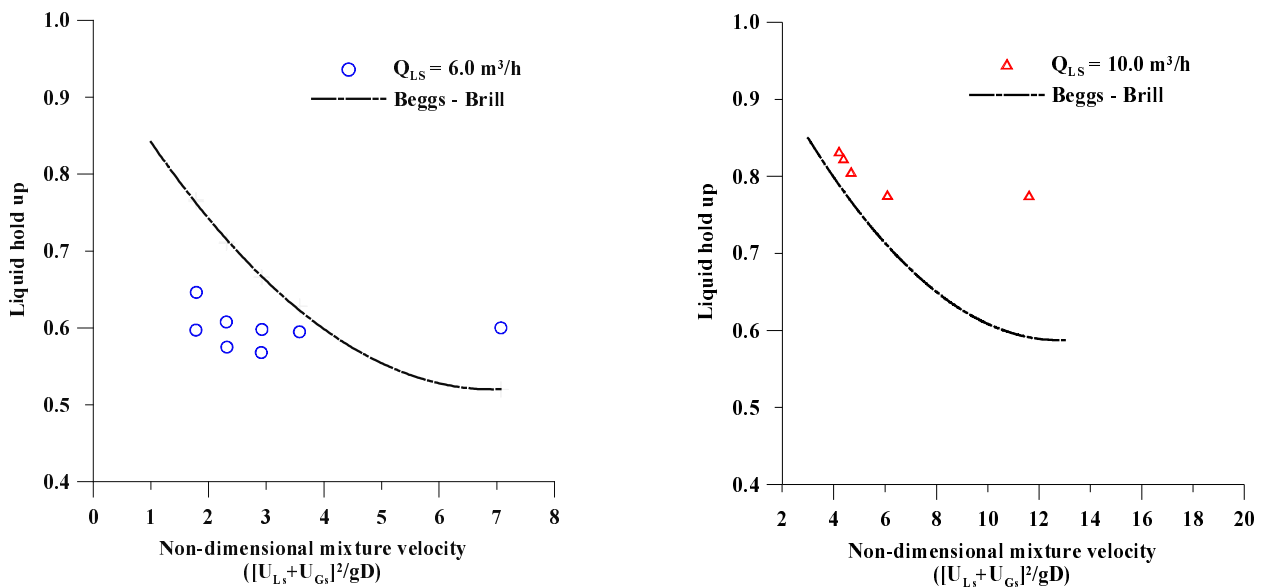


Figure 10. Liquid hold up estimated from CPTU measurements for  $Q_{LS}=6.0 \text{ m}^3/\text{h}$  and  $10.0 \text{ m}^3/\text{h}$  as a function of mixture velocity.

#### 4. Bubble nose and tail velocity measurements

In this section the bubble nose and tail velocity measurement results are presented over about 5,000 frames analyzed as explained in section 2.2. The directly measured bubble nose and tail velocities are shown in Fig. 11 for two liquid flow rates and six gas flow rates. It can be seen that the nose and tail velocities differ in some cases more than expected. A possible explanation to the data deviation from the equal velocities line is the presence of non-stable bubbles accelerating and decelerating during their resident time into transparent section. Also, the difficulty to track the

nose or the tail along the frame sequences due to shadowing and light refraction effects may introduce a bias in the bubble velocity measurements.

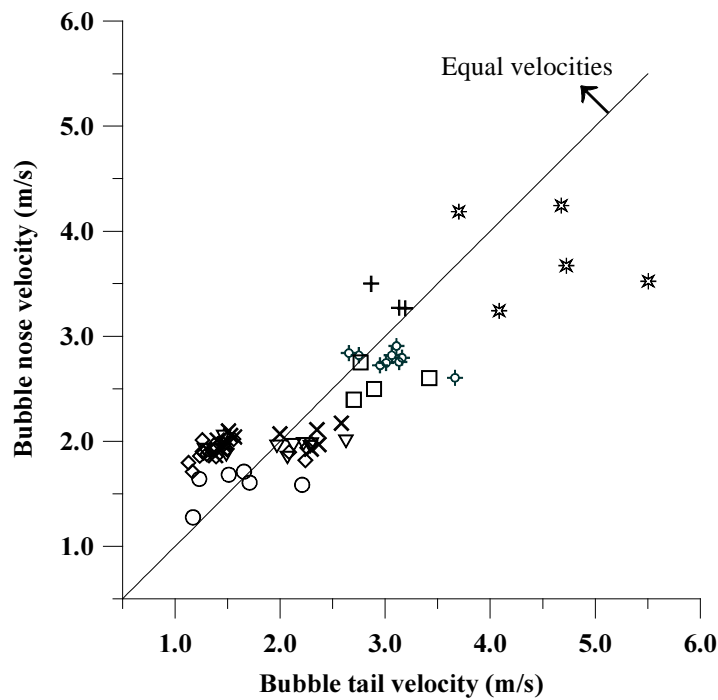


Figure 11 . Measured bubble nose and tail velocity.

Figure 12 shows the bubble velocity versus the local liquid velocity given by the Eq. (2) in the non-dimensional form. A fit to the classic model of Nicklin et al. (1962) with the experimental correlation obtained by Bendiksen (1984) was attempted.

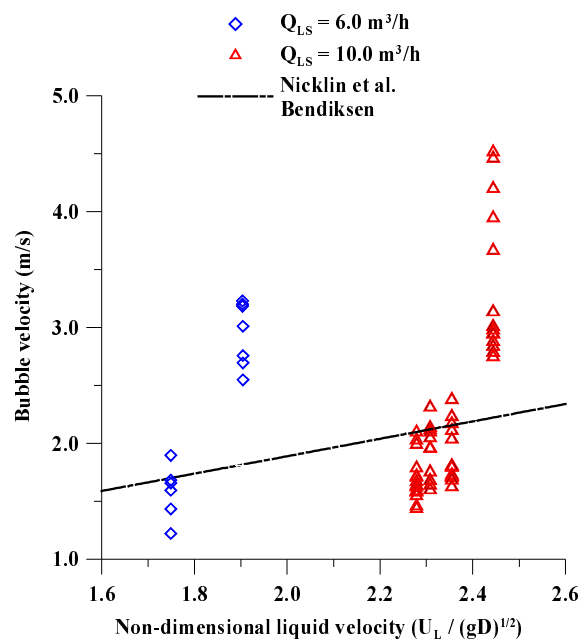


Figure 12. Bubble average velocity as a function of liquid velocity. Comparison with Nicklin et al. model and Bendiksen correlation.

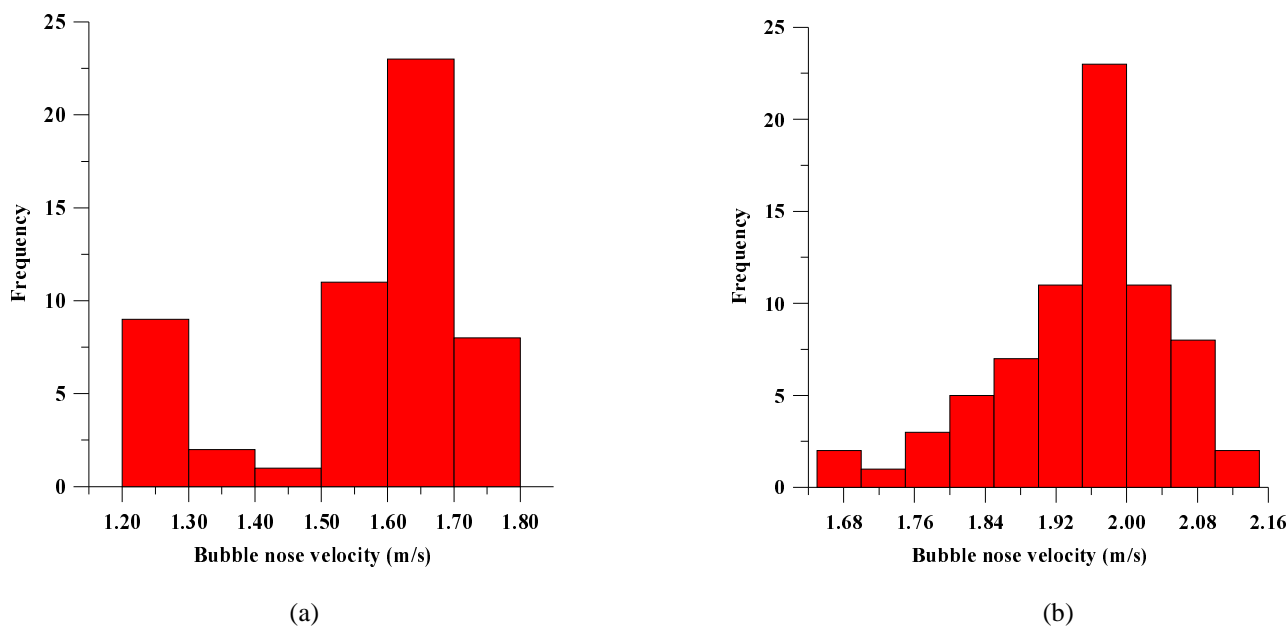


Figure 13. Histograms for bubble nose velocity distribution in plug flow: a)  $Q_{Ls} = 6,0 \text{ m}^3/\text{h}$  e  $Q_{Gs} = 1,0 \text{ m}^3/\text{h}$ ; b)  $Q_{Ls} = 10,0 \text{ m}^3/\text{h}$  e  $Q_{Gs} = 1,0 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Fig. 13 illustrates the difficulties to determine the elongated bubble velocity in a horizontal plug flow. The histograms presented are related to the pictures showed in Fig. 6 on which the elongated bubble nose velocities were measured by tracking them along an image sequence. The results denote the fluctuating nature of this regime.

## 5. Conclusions

In this paper, we presented an experimental study of intermittent elongated bubbles typical of horizontal plug flows. Bubbles of different shapes and velocities were identified by a hybrid time averaging ultrasonic and high-speed motion visualization techniques. The hybrid ultrasonic technique determines the liquid film thickness under the elongated bubble and liquid plug velocity. The liquid film thickness was obtained by measuring the transit time of an ultrasonic pulse discharged from a single transducer, reflected by the bubble gas-liquid interface and received by the same transducer. The liquid plug velocity was determined by indirect acoustic transmission discharged through the entirely flow cross section by an emitter transducer, reflected by the tube wall and received by a receiver transducer. The high-speed visualization allowed to observe the bubble shape and to measure their velocities. The experimental results have been compared with available empirical correlations. It is concluded that more experimental investigation is needed for the understanding of complex interfacial structure of the horizontal plug flows.

## 6. Acknowledgements

J.L.H. Faccini is grateful to IAEA for the donation of the instrumentation, and to Silvia B.G. Cesar for technical assistance. P.A.B de Sampaio acknowledges the support of CNPq grant 301045/2003-8. J. Su acknowledges the support of CNPq and FAPERJ.

## 7. References

- Beggs, H. D. and Brill, J. P., 1973, in Hale, C. P., 2000, "Slug Formation, Growth and Collapse", Ph.D. Thesis, University of London.
- Bendicksen, K. H., 1984, "An Experimental Investigation of the Motion of Long Bubbles in Inclined Tubes", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 10, No. 4, pp. 467 - 483.
- Chang, J. S., Ichikawa, Y. and Irons G. A., 1982, "Flow Regime Characterization and Liquid Film Thickness Measurement in Horizontal Gas-Liquid Two-Phase Flow by an Ultrasonic Method", *Measurements in Polyphase Flow*, Heidrick, T.R., and Patel, B.R., ed., pp. 7 – 12, ASME Press, New York.
- Chang, J. S. and Morala, E. C., 1990, "Determination of Two-Phase Interfacial Areas by an Ultrasonic Technique", *Nuclear Eng. Design*, 122, pp. 143 – 156.
- Collier, J. G., 1981, "Convective Boiling and Condensation", 2<sup>nd</sup> Ed., McGraw-Hill Book Company.
- Dinh, T. B. and Choi, T. S., 1999, "Application of Image Processing Techniques in Air/Water Two-Phase Flow", *Mechanical Research Communications*, Vol. 26, No. 4, pp. 463 – 468.

- Fabre, J. and Liné, A., 1992, “Modelling of Two-Phase Slug Flow”, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 24, pp. 21– 46.
- Faccini, J. L. H., Su, J., Harvel, G. D. and Chang, J. S., 2004, “An Advanced Ultrasonic Technique for Flow and Void Fraction Measurements of Two-Phase Flow”, *Proceedings of ICONE12, Arlington, Virginia, April 25-29*.
- Fagundes Netto, J. R., Fabre, J. and Peresson, L., 1999, “Shape of Long Bubbles in Horizontal Slug Flow”, *Int. J. Multiphase Flow*, 25, pp. 1129 – 1160.
- Masala, T., Harvel, G. D., Su, J. and Chang, J. S., 2005, “Determination of Interfacial Parameters for Horizontal Two-Phase Intermittent Flow Regimes Using a High Speed Pulse-Echo Ultrasonic Technique”, Paper ICONE 13-50600, 13th International Conference on Nuclear Engineering, Beijing, China, May 16-19.
- Mandhane, J. M., Gregory, G. A. and Aziz, K., 1974, “A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes”, *Int. J. Multiphase Flow*, 1, pp. 537 – 553.
- Nicklin, D. J., Wilkis, J. O. and Davidson, J. F., 1962, in Hale, C. P., 2000, “Slug Formation, Growth and Collapse”, Ph.D. Thesis, University of London.
- Y. Taitel, A.E. Dukler, Model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow, *AIChE*, 22, 591-595, 1976.
- Ultraflux – Ultrasonic Measurements, 1998, “MiniSonic 600 and 2000 User’s Manual”, NT064 ver. B, Ultraflux S.A., Paris, France.
- Whalley, P.B., 1996, “Two-Phase Flow and Heat Transfer”, *Oxford Chemistry Primers*, 42, Oxford Science Publications, Oxford.
- Wallis, G. B., 1969, “One-dimensional Two-Phase Flow”, McGraw Hill Book Company.
- Zaruba, A., Krepper, E., Prasser, H. –M. and Reddy Vanga, B. N., 2005, “Experimental Study on Bubble Motion in a Rectangular Bubble Column Using High-Speed Video Observations”, *Flow Measurement and Instrumentation*, 16, pp. 277 – 287.

## **8. Copyright Notice**

The authors are the only responsible for the printed material included in this paper.

# ESTUDO EXPERIMENTAL DE ONDAS, NO ESCOAMENTO ESTRATIFICADO ÓLEO-ÁGUA EM TUBULAÇÃO LEVEMENTE INCLINADA.

## Diego Oliveira de Mello

Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos  
Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo  
Avenida: Trabalhador São Carlense, 400. Cep: 13566-590  
E-mail: dmello\_7@hotmail.com .

## Ricardo Amaral

E-mail: ricardofamaral@gmail.com

## Oscar M. Hernandez Rodriguez

E-mail: oscarmhr@sc.usp.br

**Resumo.** Embora o escoamento estratificado óleo-água seja comum na Indústria do petróleo, existem poucos trabalhos na literatura sobre a estrutura ondulatoria encontrada no escoamento em dutos ascendentes ou descendentes. O objetivo deste trabalho é entender e caracterizar as estruturas interfaciais de onda em escoamentos estratificados óleo e água em dutos levemente inclinados. Uma primeira tentativa de modelar a onda interfacial óleo-água através da equação da energia é apresentada. Valores de comprimento de onda foram coletados para quatro ângulos de inclinação a partir da horizontal (-5°, -2°, 2° e 5°) e diversos pares de vazão de óleo e água. Os dados foram extraídos de *frames* de vídeos de alta resolução através de uma técnica manual. Um software baseado em LabView<sup>®</sup> foi desenvolvido para possibilitar a automação da obtenção do comprimento de onda e amplitude. Os comprimentos de onda obtidos com a técnica automática foram comparados com os dados obtidos através da técnica manual. O mensuramento é bem satisfatório e sugere que a ferramenta experimental proposta possa ser aplicada para o estudo de qualquer padrão de escoamento óleo-água, onde uma estrutura ondulatória possa ser identificada.

**Palavras chave:** Escoamento bifásico , Escoamento óleo-água, Escoamento estratificado, Estrutura ondulatória, Tubulações inclinadas.

## 1. Introdução

Na literatura existem diversos tipos de padrões de escoamento em dutos, são eles: estratificado, pistonado, anular, dispersão óleo-água e água-óleo (Bannwart *et al.*, 2004), porém a maior parte dos estudos realizados nessa área foram em escoamento gás-líquido. O padrão estratificado ondulado pode ser observado para velocidades relativas suficientemente altas e a estrutura geométrica da onda interfacial para o escoamento gás-líquido foi levantada por Li *et al.* (1997). Dentre os padrões citados acima, estaremos discutindo os diversos tipos de estruturas ondulatórias observadas no padrão estratificado óleo-água. A importância do estudo do padrão estratificado líquido-líquido consiste no fato de que frequentemente misturas de água em óleo ou óleo em água são de difícil separação no final da linha de transporte ou produção. A preservação do padrão de escoamento estratificado para uma ampla faixa de condições de escoamento facilitaria o processo de separação das fases. De fato, a estratificação dos líquidos tem sido sugerida como meio de separação de água do óleo em oleodutos (Haheim, 2001). Além disso, uma redução da perda de carga é também esperada.

No presente trabalho busca-se a compreensão das estruturas ondulatórias que ainda possuem uma forma média não conhecida, visto que grande parte dos escoamentos estratificados possui um padrão ondulatório não identificado. Por exemplo, suspeitamos que com uma variação, mesmo que pequena, das inclinações de uma tubulação, haveria mudanças significativas em seus comprimentos de onda. Faremos então uma bateria de análises comportamentais da mesma a fim de definir uma estrutura genérica. Wahaibi e Angeli (2006) apresentam um equacionamento baseado na teoria invíscida de Kelvin-Helmholtz para a previsão das características geométricas da onda interfacial. Entretanto, aqueles autores utilizam a velocidade da onda cinemática como referência e propõe o modelo deduzido por Wallis (1969) para sua determinação, o que está em desacordo com a teoria invíscida.

Apresentamos o desenvolvimento de uma equação para a previsão das propriedades geométricas da onda interfacial baseada na equação da energia bifásica unidimensional em regime permanente. Além dos termos de energia mecânica, a dissipação viscosa é modelada e poderá ser utilizada posteriormente como parâmetro de ajuste. O estudo dos efeitos da inclinação no padrão de fluxo líquido-líquido está em ordem (Ullmann *et al.*, 2003). Estes são investigados experimentalmente e teoricamente neste trabalho. Através da aquisição dos comprimentos de onda nas respectivas inclinações (-2), (-5), (5) e (2) graus para diferentes pares de vazão ou mantendo a vazão fixa com mudanças na inclinação, foi notado que tais alterações influenciavam diretamente no comportamento da estrutura

ondulatória, alterando, por exemplo, o comprimento de onda. A transição de padrão de fluxo de estratificado-liso para estratificado-ondulado é normalmente identificada através de uma condição de estabilidade baseada no crescimento exponencial de uma onda interfacial (Brauner, *et al.*, 1994, Trallero, 1995). Dessa forma, poderíamos atribuir ao estudo das transições de padrão de fluxo (Pf) mais uma variável, sendo elas: velocidades *in-situ* da água ( $U_w$ ), do Óleo ( $U_o$ ) e a inclinação, medida em graus ( $\theta$ ), devido ao fato de que a velocidade *in-situ* de um escoamento depende da inclinação dos dutos, logo  $Pf = f(U_w, U_o, \theta)$ . Suspeitamos que o padrão de fluxo estratificado ondulado seja influenciado significativamente pelo ângulo de inclinação. Consequentemente, a região estratificada das cartas de fluxo seria identificada não somente pelos pares de velocidades superficiais, mas também pelo ângulo de inclinação. Uma das características relevantes que temos observado é a de que não existe somente uma espécie de onda a ser analisada em um único escoamento, o mesmo pode possuir ondas curtas, intermediárias e longas. Para a obtenção dos comprimentos de onda dos filmes citados, foram usadas duas técnicas: em uma primeira aquisição, a coleta de comprimentos de onda foi feita de forma manual, sendo essa responsável pela determinação segura e bem definida de dados, servindo como base de informações e para validações de outras técnicas. Porém, trata-se de um processo limitado, que requer muito tempo de aquisição. Fomos então motivados a desenvolver um software baseado LabView® para coletar de forma segura e automática os comprimentos de onda. Propomos que o comprimento de onda interfacial possa ser visto como um sinalizador em um escoamento estratificado líquido-líquido, pois através dele podemos determinar, por exemplo, se no escoamento está havendo um deslizamento significativo entre as fases.

## 2. Procedimento e técnicas experimentais.

### 2.1. Aparato experimental.

Os experimentos reportados neste artigo foram conduzidos nas instalações experimentais multifásicas da Shell Exploration and Production B.V., Rijswijk, Holanda. Escoamento óleo (Shell Vitrea 10, densidade média  $830 \text{ kg/m}^3$  e viscosidade  $7.5 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ )-água (salgada, densidade média  $1060 \text{ kg/m}^3$  e viscosidade  $0.8 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ) foi investigado em uma tubulação de aço inoxidável de  $8,28 \text{ cm}$  d.i. e  $15,5 \text{ m}$  de comprimento. Na linha havia uma seção de teste transparente de  $1,15 \text{ m}$  em acrílico para visualizações. Entre a seção de mistura e a seção de teste um comprimento de  $250 \text{ d.i.}$  foi deixado para o desenvolvimento do escoamento bifásico. A linha estava fixada a uma mesa inclinável que podia ser desviada pneumaticamente da horizontal. Para a identificação dos padrões de escoamento foram utilizadas imagens digitais obtidas via câmera filmadora digital (Sony digital video recorder DSR-20P) em conjunto com informações de frações volumétricas *in-situ* obtidas via densímetro de raios gama (Berthold LB 444). O leitor pode se referir a Rodriguez e Oliemans (2006) para uma descrição detalhada da montagem experimental e técnicas experimentais empregadas.

Ondas interfaciais estáveis foram detectadas em escoamento ascendente e descendente. Uma seção de filmagem consistindo de uma caixa retangular de acrílico cheia d'água foi montada em torno do tubo de acrílico. Os comprimentos de onda foram determinados da análise das imagens digitais capturadas dos filmes gravados. Efeitos de lente e paralaxe foram corrigidos através de calibração. Uma escala calibrada foi inserida no tubo de acrílico cheio d'água. O comprimento da escala foi então comparado com uma outra escala montada do lado de fora sobre a caixa de acrílico. Para as análises pretendidas, foram feitas capturas de 25 (vinte e cinco) *frames* aleatoriamente, dentro de aproximadamente 1 (um) minuto de intervalo de filmagem. Para a captura dessas imagens foi utilizado o software Adobe Premiere® 6.0.

### 2.2. Técnicas experimentais.

#### 2.2.1. Coleta manual de dados.

Para obter os pontos que representam as amplitudes das ondas analisadas, fora desenvolvido um software de aquisição de coordenadas. Dada uma imagem, o mesmo é capaz de fornecer as ordenadas e abscissas de pontos distintos, dentro da mesma figura. Em cada *frame* analisado havia uma estrutura ondulatória formada entre as fases com a parte de baixo da tubulação contendo água e a parte de cima contendo óleo, como representado na Fig. 1 abaixo:



Figura 1. Ondas interfaciais observadas; (a) inclinação de 5 graus negativos; (b) 2 graus positivos.

A Fig.1 foi extraída dos filmes, via Adobe Premiere 6.0. Existem diferentes estruturas ondulatórias para serem estudadas em tipos distintos de escoamentos, cada uma com sua particularidade. Utilizando o software de aquisição de coordenadas, foi possível determinar o comprimento de onda ( $\lambda$ ), definido como a distância entre duas cristas ou vales. Para identificar duas cristas de onda consecutivas utilizamos o fato de que deve existir uma inversão do valor da derivada; teríamos duas cristas consecutivas somente quando a derivada em uma posição determinada no espaço possuir valor igual a 0 (zero), passar a resultados negativos, em seguida positivos e voltar a 0 (zero) novamente. Com a coleta de pontos e medições, relativas a cada *frame*, foi possível extrair a média do comprimento de onda interfacial para um único *frame*. Posteriormente, foi feito o cálculo do comprimento de onda médio de todos *frames* com a mesma inclinação e mesmo par de vazões. Finalmente, foi possível agrupar os resultados obtidos e calcular o comprimento médio global para cada par de vazões e sua respectiva inclinação. Na Figura 2 o comprimento médio global ( $\lambda_m$ ) está representado nessa distribuição tipicamente gaussiana.

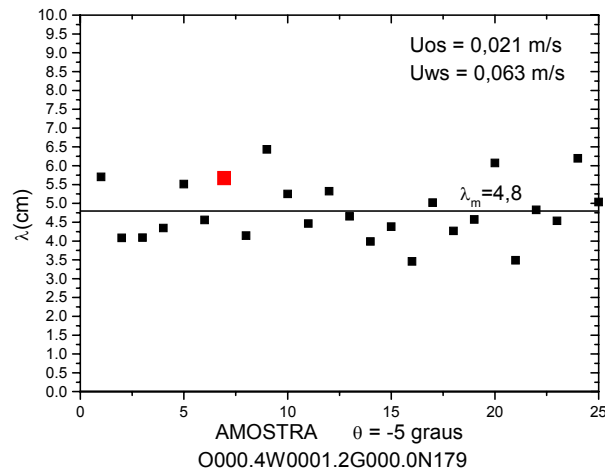


Figura 2. Representação das médias de cada *frame* analisado e valor médio ( $\lambda_m$ ).

A média do *frame* da Fig. 1a está representada pelo ponto de cor vermelha na Fig. 2 e  $\lambda_m = 4,8$  cm representa a média global de todos os comprimentos de onda médios extraídos de cada *frame* que possuíam a inclinação ( $-5^\circ$ ) e os mesmos pares de vazão da Fig. 1a.

### 2.2.2. Coleta automática de dados.

Para a obtenção de dados através dos *frames* dos filmes verificou-se a necessidade do desenvolvimento de um software que tratasse esses *frames* automaticamente, de uma maneira rápida e repetitiva. Buscou-se, assim, implementar esse software desenvolvido na plataforma LabView®, que processa as imagens automaticamente identificando nelas a onda correspondente à interface água-óleo e fornece os dados desejados tal como o comprimento de onda. A coleta automática de dados foi realizada com o software desenvolvido. Um exemplo de uma imagem analisada está na Fig. 3, onde na parte superior pode ser visto o óleo e na parte inferior água, bem como a onda resultante da interação entre as duas fases.

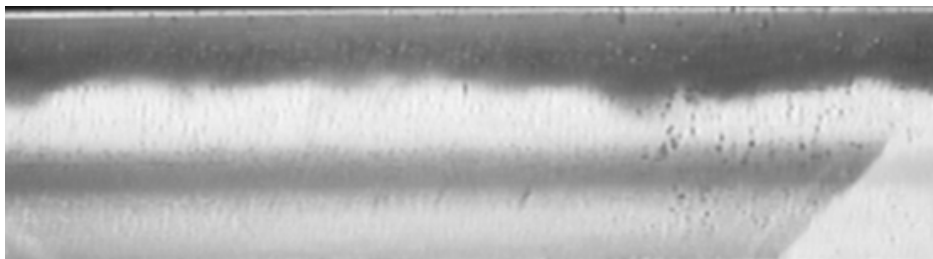


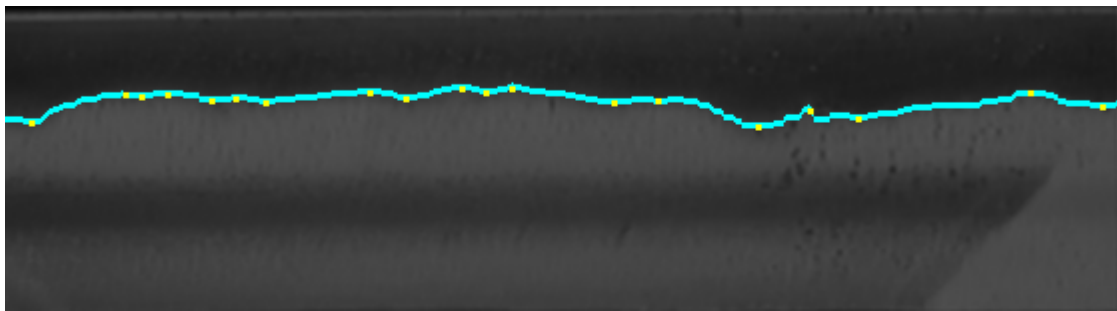
Figura 3. Exemplo de imagem analisada pelo software.

Para o processamento dessas imagens (*frames* do vídeo) o algoritmo utilizado seguiu os seguintes passos:

- Segmentação da imagem (binarização e operações morfológicas).
- Detecção da onda através do gradiente

- Identificação de picos e vales.
- Filtragem dos picos e vales obtidos.

O objetivo da segmentação da imagem é diferenciar o objeto de interesse do plano de fundo da imagem, sendo este o óleo e aquele a água. Verifica-se que a região correspondente ao óleo apresenta tons de cinza com uma intensidade bem menor que a região correspondente à água. Sendo assim, utilizou-se a binarização para a segmentação da água, o que consiste em calcular o histograma dos tons de cinza da imagem e a partir dele determinar-se um valor limiar para o qual *pixels* da imagem que apresentarem um valor menor serão classificados como plano de fundo e os que possuírem um valor maior como objeto. Feitas a binarizações, são realizadas operações morfológicas na imagem, sendo estas três dilatações seguidas de três erosões, buscando assim eliminar regiões pequenas de uma classe (objeto ou plano de fundo) que estão isoladas na outra, denominadas partículas. Na dilatação o objeto é expandido, fazendo assim com que partículas pequenas de plano de fundo imersas no objeto sejam encobertas. Analogamente a erosão expande o plano de fundo eliminando partículas de objeto imersas no plano de fundo. Como o objeto é primeiramente expandido e depois contraído ele não muda sua área na imagem, não alterando, assim, significativamente a forma da onda. Na imagem segmentada, onde o objeto corresponde à fase de água, obter a onda interfacial entre a água e o óleo corresponde a localizar a borda de cima do objeto. Para isso foi utilizado o gradiente. Nesse método analisado para cada pixel na imagem o gradiente deste, assim, para *pixels* na fronteira de regiões o radiante será alto, pois há uma variação grande dos tons de cinza em um pequeno espaço. Logo, obtido o gradiente da imagem inteira, é realizada uma limiarização, onde aos *pixels* com gradiente baixo é atribuída à classe plano de fundo, enquanto que para *pixels* com intensidade alta é atribuída à classe objeto. Com isso, é obtida a onda presente na interface água-óleo. A onda obtida para a Fig. 3 pode ser vista na Fig. 4 juntamente com os picos e vales obtidos.



**Figura 4. Onda obtida (azul) sobreposta à imagem original.**

Para a identificação dos picos e vales da onda foi utilizado o critério da primeira e da segunda derivada. Assim, foi calculada a derivada espacial de cada ponto da onda através de uma discretização descentrada de primeira ordem, localizando os pontos onde há uma variação no sinal dessa derivada, o que corresponde a um extremo local. Da mesma maneira calculando-se a segunda derivada para os pontos de extremos locais é possível saber se esse ponto corresponde a um pico ou um vale. Após a localização dos picos e vales da onda, é feita uma filtragem baseada nos comprimentos de onda, visando eliminar ruídos no processamento da imagem que interferem na determinação do comprimento de onda.

### 2.2.3. Análise no domínio da frequência.

Verificou-se que na imagem existiam três tipos de ondas superpostas com comprimentos de ondas longos, intermediários e curtos. Devido ao tamanho da janela de visualização não há como medir as ondas longas. Com o intuito de separar as ondas intermediárias das curtas foi realizada uma análise no domínio da frequência através da transformada de Fourier. Utilizando o algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT) obtém-se o espectro de frequência da onda. Com isso é possível estabelecer dois valores de corte, um para as frequências baixas (ondas intermediárias) e outro para frequências médias (ondas curtas). As frequências altas correspondem a ruído e são eliminadas. A partir dos valores de corte, é possível separar o espectro em frequência em duas faixas, como anteriormente descrito, e considerando-se apenas essa faixa, fazer a transformada inversa, obtendo assim a onda apenas com a faixa de comprimentos de onda desejados. Um exemplo do resultado obtido pode ser visto nas Fig. 5, 6 e 7. A Fig. 5 mostra as ondas intermediárias obtidas para a onda mostrada na Fig. 4, a Fig. 6 mostra as ondas curtas e a Fig. 7 mostra a soma das duas ondas.

### 3. Modelagem da onda interfacial.

Apresenta-se uma primeira tentativa no desenvolvimento de uma equação, onde as amplitudes e comprimentos de onda interfacial estão em função das velocidades *in-situ* do óleo e da água, juntamente com o ângulo de inclinação. Quando há um aumento considerável das velocidades *in-situ*, em especial da velocidade relativa entre as fases, é normalmente visível o aparecimento de estruturas ondulatórias na interface do escoamento. As observações



experimentais sugerem instabilidades possivelmente do tipo Kelvin-Helmholtz, entretanto um termo viscoso é incluído para a modelagem da perda de carga. Quando as frações volumétricas do óleo e da água variam localmente e periodicamente, aparecem na interface do fluido estruturas ondulatórias mal definidas. Essas podem apresentar amplitudes que por ventura podem interromper o fluxo de uma das fases no duto. Esses comprimentos serão chamados de  $(\lambda)$  e suas amplitudes de  $(\alpha)$ . O escoamento está sendo analisado unidimensionalmente, na direção  $x$ , ou seja, num plano cartesiano  $x$  representa as forças que atuam na direção axial; ambos os fluidos são incompressíveis.

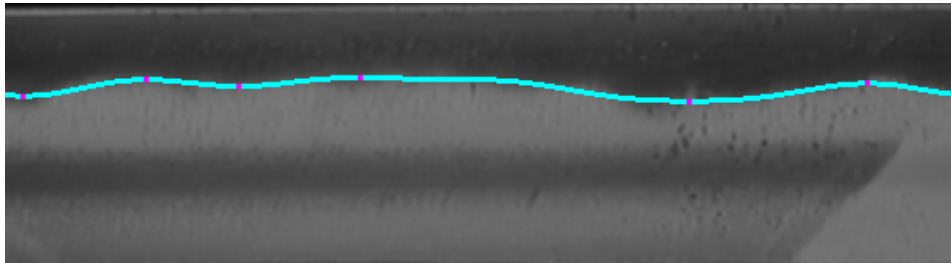


Figura 5. Onda intermediária sobreposta com a imagem original.

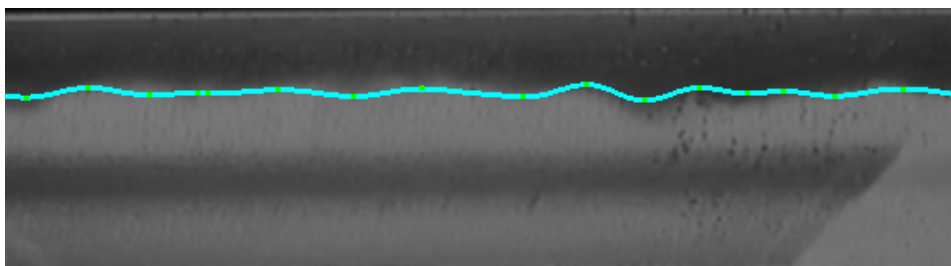


Figura 6. Ondas curtas sobrepostas com a imagem original.

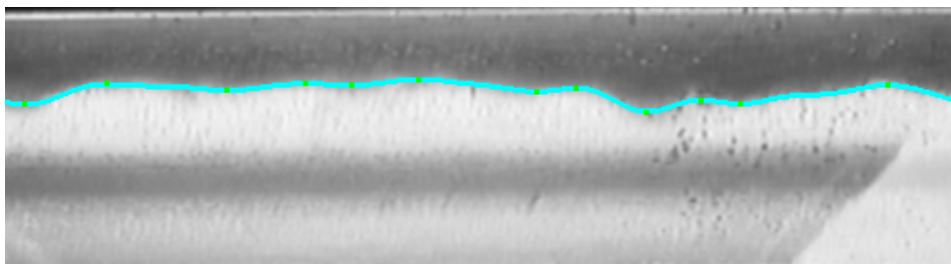


Figura 7. A soma das duas ondas obtidas sobreposta com a imagem original.

Nossos objetivos estarão focados na construção de uma função, onde dada a inclinação, as vazões das fases e a fração volumétrica *in situ*, ou as velocidades *in situ*, teremos como calcular as amplitudes médias e os comprimentos de onda interfaciais desse escoamento, lembrando que em um escoamento dado temos mais de um tipo de comprimento de onda interfacial. A Figura 8 representa os parâmetros geométricos médios e volume de controle adotado:

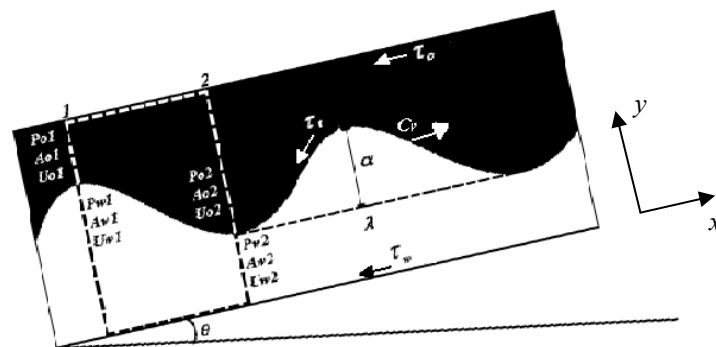


Figura 8. Representação do escoamento levemente inclinado.

Da Equação da Continuidade temos:

$$U_w \cdot A_w = U_{w1} \cdot A_{w1} = U_{w2} \cdot A_{w2} \quad , \quad U_o \cdot A_o = U_{o1} \cdot A_{o1} = U_{o2} \cdot A_{o2} \quad (1)$$

$$U_w = U_{w1} \cdot \frac{A_{w1}}{A_w} \quad , \quad U_w = U_{w2} \cdot \frac{A_{w2}}{A_w} \quad (2)$$

$$U_o = U_{o1} \cdot \frac{A_{o1}}{A_o} \quad , \quad U_o = U_{o2} \cdot \frac{A_{o2}}{A_o} \quad (3)$$

onde:

$$A_{o1} = A_o - A_{onda} \quad , \quad A_{o2} = A_o + A_{onda} \quad (4)$$

$$A_{w1} = A_w + A_{onda} \quad , \quad A_{w2} = A_w - A_{onda} \quad (5)$$

A equação de onda senoidal está escrita em função dos termos de  $(\alpha)$  e  $(\lambda)$ , as velocidades  $U_x$  estarão sendo analisadas sempre na direção axial  $x$ . Os termos ondulatórios são inseridos através da seguinte equação, supondo uma estrutura senoidal por simplicidade:

$$y = \alpha \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (6)$$

Aplicamos a equação da energia acima e abaixo da interface óleo-água para a modelagem da diferença de pressão encontrada no óleo e na água; notemos que esta aplicação está sendo realizada entre picos e vales consecutivos, vide Fig. 8, temos, então, para o óleo e para a água, respectivamente:

$$\frac{P_o}{\rho_o} = -\frac{1}{2}(U_o)^2 - yg \cos(\theta) + f(h_o) \quad , \quad \frac{P_w}{\rho_w} = -\frac{1}{2}(U_w)^2 - yg \cos(\theta) + f(h_w) \quad (7)$$

Procuramos agora a diferença de pressão que existe entre o pico da onda e o vale, formado pela mesma, na parte onde contém apenas óleo,  $P_{o1}$  é a pressão no pico da onda e  $P_{o2}$  no Vale:

$$P_{o1} - P_{o2} = \frac{1}{2} \rho_o \left[ (U_{o2} - C_v)^2 - (U_{o1} - C_v)^2 \right] - 2g \cos(\theta) \alpha \rho_o + f(h_o) \rho_o \quad (8)$$

O mesmo será feito com a parte inferior do duto, onde existe somente água, porém  $P_{w1}$  está abaixo do Pico e  $P_{w2}$  está situado abaixo do Vale.

$$P_{w1} - P_{w2} = \frac{1}{2} \rho_w \left[ (U_{w2} - C_v)^2 - (U_{w1} - C_v)^2 \right] - 2g \cos(\theta) \alpha \rho_w + f(h_w) \rho_w \quad (9)$$

Note que para duas fases, os  $f(h_o)$  e  $f(h_w)$  foram mantidos sem variações, pois uma das variáveis que compõem a perda de carga, variação de energia por transferência de calor  $\left(-\frac{\delta q_e}{dm}\right)$ , depende exclusivamente do caminho percorrido pela função e essa é calculada através de uma integral de linha, diferentemente dos outros termos que são variações que independem do caminho percorrido e podem ser obtidos simplesmente através de uma integral de Riemann. Utilizando a equação de Laplace-Young, para acoplamento das equações das fases, dada a condição de salto, temos no pico da onda:

$$P_{o1} - P_{w1} = -\sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (10)$$

E no vale é descrita dessa forma:

$$P_{o2} - P_{w2} = +\sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (11)$$

Onde  $R_1$  e  $R_2$  são os raios de curvatura médios principais; porém supõe-se que  $R_2$  é muito grande e isso faz com que o seu inverso torne-se igual a zero.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{\left| \frac{d^2y}{dx^2} \right|}{\left( 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{3/2}}, \quad \frac{1}{R_2} = 0 \quad (12)$$

$K$  é a Curvatura, assim temos:

$$K = \frac{\left| -\frac{4\pi^2\alpha}{\lambda^2} \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right|}{\left( 1 + \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right)^2 \right)^{3/2}}, \quad (13)$$

Fazendo  $x = \frac{\lambda}{4}$ , obtemos  $K_{\max}$ :

$$K_{\max} = \frac{4\pi^2\alpha}{\lambda^2}, \quad (14)$$

Subtraindo a equação (11) na equação (10), obtemos:

$$(P_{o1} - P_{o2}) - (P_{w1} - P_{w2}) = -\frac{2\sigma}{R_1}, \quad (15)$$

Agora se substituirmos as equações (8) e (9) na equação (15), obtemos:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} \rho_o \left[ (U_{o2} - C_v)^2 - (U_{o1} - C_v)^2 \right] - 2g \cos \theta \alpha \rho_o \right] - \left[ \frac{1}{2} \rho_w \left[ (U_{w2} - C_v)^2 - (U_{w1} - C_v)^2 \right] - 2g \cos \theta \alpha \rho_w \right] = \\ & = [g(h)] (\rho_o - \rho_w) - 2 \frac{\sigma}{R} \end{aligned} \quad (16)$$

Onde  $g(h) = [f(h_w) + f(h_o)]$  corresponde à dissipação viscosa total, parietal e interfacial. Propomos sua modelagem da seguinte forma (maiores detalhes quanto à metodologia empregada para o tratamento dos fatores de atrito no Apêndice):

$$g(h) = \frac{\lambda}{4} \left[ \frac{f_w U_w |U_w|}{D_{hw}} + \frac{f_o U_o |U_o|}{D_{ho}} + \frac{f_i (U_w - U_o)^2}{D_{hi}} \right] \quad (17)$$

Rearranjando a Eq. 16, temos:

$$g(h) = \frac{\left\{ \frac{1}{2} \rho_w [(U_{w2} - C_v)^2 - (U_{w1} - C_v)^2] + \frac{1}{2} \rho_o [(U_{o1} - C_v)^2 - (U_{o2} - C_v)^2] + 2g \cos \theta \alpha (\rho_w - \rho_o) - 2 \frac{\sigma}{R} \right\}}{(\rho_o - \rho_w)} \quad (18)$$

Substituindo as Eqs. (2) e (3) na Eq. (18) obtemos a Eq. (19), onde conhecendo-se as velocidades *in-situ* (ou vazões e fração volumétrica *in situ*), a inclinação, e a perda de carga obtemos uma relação entre comprimento de onda e amplitude.

$$\frac{\left\{ \frac{1}{2} \rho_w \left[ \left( U_w \left( \frac{A_w}{A_{w2}} \right) - C_v \right)^2 - \left( U_w \left( \frac{A_w}{A_{w1}} \right) - C_v \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \rho_o \left[ \left( U_o \left( \frac{A_o}{A_{o1}} \right) - C_v \right)^2 - \left( U_o \left( \frac{A_o}{A_{o2}} \right) - C_v \right)^2 \right] \right\}}{(\rho_o - \rho_w)} + \frac{2g \cos(\theta) \alpha (\rho_w - \rho_o) - \frac{8\pi^2}{\lambda^2} \sigma}{(\rho_o - \rho_w)} = g(h) \quad (18)$$

O termo  $C_v$  é a velocidade da onda cinemática, podendo ser calculada através do Modelo de Dois Fluidos para escoamento estratificado (Wallis, 1969).

#### 4. Resultados

Uma das características relevantes observada nos experimentos é a de que não existe somente uma espécie de onda em um único escoamento, o mesmo pode possuir ondas curtas, intermediárias e longas. As ondas curtas possuem comprimentos que vão de (D)/5 a (D), intermediárias de (D) a 4x(D) e as longas de 4x(D) a 10x(D), onde (D) é o diâmetro interno da tubulação.

A Tabela 1 apresenta os comprimentos de onda médios medidos através da técnica manual ( $\lambda_m$ ) e automática ( $\lambda_a$ ), para nove pares diferentes de vazões e quatro inclinações da horizontal (-5, -2, +2 e +5 graus), onde  $U_{os}$  e  $U_{ws}$  são as velocidades superficiais e  $U_o$  e  $U_w$  são as velocidades *in-situ* ou locais de óleo e água, respectivamente.  $C_w/\epsilon_w$  é a razão de deslizamento (fração de injeção de água sobre fração volumétrica *in-situ* de água); um valor acima da unidade indica que água possui uma velocidade maior ou óleo acumula na tubulação e um valor menor do que a unidade indica que óleo possui uma velocidade maior ou água acumula na tubulação. Um valor igual à unidade indica que não há deslizamento entre as fases, i.e., as fases viajam à mesma velocidade *in situ*. A última coluna da Tab. 1 apresenta o erro apresentado pela técnica automática relativo à técnica manual.

Tabela 1. Resultados obtidos das diferentes técnicas de obtenção de comprimentos de onda.

Inclinação (graus)	Teste	$U_{os}$ (m/s)	$U_{ws}$ (m/s)	$U_o$ (m/s)	$U_w$ (m/s)	$C_w/\epsilon_w$	$\lambda_m$ (cm)	$\lambda_a$ (cm)	Erro = $\frac{ \lambda_a - \lambda_m }{\lambda_m} 100$ (%)
+5	1	0,072	0,021	0,25	0,03	0,32	5,4	5,1	5,6
	2	0,072	0,098	0,27	0,13	0,79	4,9	4,5	8,1
	3	0,072	0,296	0,33	0,38	1,03	4,7	4,5	4,3
-5	4	0,021	0,041	0,02	0,46	7,35	4,0	4,2	5,0
	5	0,022	0,062	0,03	0,52	6,15	5,0	4,5	10,0
	6	0,072	0,099	0,08	0,66	3,87	6,6	5,3	19,7
+2	7	0,078	0,022	0,22	0,03	0,34	4,8	4,7	2,0
	8	0,074	0,098	0,26	0,14	0,79	6,7	5,7	14,9
-2	9	0,022	0,202	0,04	0,45	2,0	7,9	--	--

A influência do deslizamento no comprimento de onda pode ser verificada na Tab. 1. Segundo a teoria inviscida de Kelvin-Helmholtz (Drazin e Reid, 1981), instabilidades ocorrem quando há uma velocidade relativa alta entre as fases,

i.e., uma razão de deslizamento alta. Essas instabilidades podem ser detectadas pelo surgimento de ondas interfaciais de alta amplitude e curto comprimento de onda. Para escoamento ascendente (+2 graus) (testes 7 e 8), com o distanciamento da razão de deslizamento ( $C_w/\varepsilon_w$ ) da unidade (de 0,79 para 0,34) percebemos uma queda significativa do comprimento de onda médio (de 6,7 cm para 4,8 cm), o que denota um aumento da instabilidade com o aumento do deslizamento interfacial, como esperado. Para escoamento descendente (-5 graus) (testes 4, 5 e 6), notamos novamente uma diminuição significativa do comprimento de onda (de 6,6 cm para 4 cm) com o distanciamento da razão de deslizamento da unidade (de 3,87 para 7,35). Para o escoamento ascendente (+5 graus) não percebemos variação significativa no comprimento de onda entre os testes 2 e 3. Tal resultado não é surpreendente, pois ambos os casos possuem razão de deslizamento próxima da unidade. Entretanto, o teste 1 apresenta um resultado aparentemente contraditório: com o distanciamento da razão de deslizamento da unidade (de 0,79 para 0,32) percebemos um aumento do comprimento de onda (de 4,9 para 5,4). Entretanto, no caso específico do teste 1, o escoamento bifásico se encontrava numa situação hidrodinâmica particular. Havia uma recirculação intensa de água próxima à interface, onde foram detectados vórtices de grande intensidade. Suspeitamos que efeitos viscosos foram significativos nessa região e assim sendo a análise do problema invíscido seria incompleta nesse caso.

Quanto à influência do ângulo de inclinação, de forma global percebemos da análise da Tab. 1 que há uma diminuição do comprimento de onda com o aumento do ângulo de inclinação, tanto para escoamento descendente, quanto ascendente. Essa tendência fica clara quando comparamos, por exemplo, os testes 8 e 2 (de 6,7 cm para 4,9 cm). Esse resultado está de acordo com o esperado. Tenhamos em mente que a diferença de densidades das fases é significativa, portanto com o aumento da inclinação esperamos, obviamente, um aumento do deslizamento.

Analisando a Tab. 1 notamos que o erro global entre a técnica manual e a automática é da ordem de 10 %. Porém, notamos que existem dois valores bem acima da média (testes 6 e 8). Nesses testes a interface possuía uma dispersão significativa de água em óleo e/ou óleo em água. Nesses casos a técnica automática apresentou limitações, pois o software não conseguia definir corretamente onde estava situada a interface, ou seja, a identificação da estrutura ondulatória ficou comprometida. Notem que para a inclinação (-2) apresentamos somente comprimento de onda ( $\lambda_m$ ), pois a interface possuía muita dispersão. Por outro lado, excluindo os testes 6 e 8, o erro global é da ordem de 5%, o que consideramos suficiente para a validação da técnica automática proposta para a análise de estruturas ondulatórias em escoamento estratificado ondulado óleo-água.

Nesta pesquisa, que ainda está em desenvolvimento, ainda não foi possível comparar o modelo matemático proposto com os dados. Pretendemos comparar os resultados futuramente.

## 5. Conclusões.

São apresentadas duas técnicas experimentais para a coleta de comprimentos de onda de estruturas ondulatórias interfaciais em escoamento bifásico água-óleo em tubulação inclinada. Um método manual de aquisição é utilizado para a determinação dos comprimentos de onda da forma mais acurada possível. A limitação do método manual é o tempo de aquisição, tratamento e análise requerido. É proposto um método de captura e processamento automático das imagens, sendo responsável pela identificação das ondas interfaciais e fornecimento das propriedades geométricas desejadas. O método automático mostrou-se eficaz, sendo que o erro relativo global na obtenção do comprimento de onda foi da ordem de 5% para escoamento estratificado ondulado sem dispersão na interface, o que foi considerado suficiente para a validação da técnica automática.

Uma primeira tentativa de modelagem matemática é apresentada no intuito de compreender melhor a física por trás das ondas formadas na interface de um escoamento óleo-água estratificado. Uma expressão baseada na equação da energia bifásica unidimensional em regime permanente é proposta para o cálculo das amplitudes e comprimentos de onda em função das velocidades *in-situ* do óleo e da água, do ângulo de inclinação e da perda de carga. Entretanto, ainda não foi possível, nesta primeira etapa, comparar os dados experimentais com as previsões do modelo.

São oferecidos dados inéditos de comprimento de onda interfacial em escoamento óleo-água estratificado em tubulação de aço de 8,28 cm d.i. (D) para quatro inclinações da horizontal (-5, -2, +2 e +5 graus). Da análise dos dados, percebemos que o comprimento de onda médio variou entre (D) e (D/2). Além disso, o comprimento de onda diminui com o aumento do deslizamento interfacial e com o aumento do ângulo de inclinação da horizontal, seja descendente ou ascendente.

## 6. Agradecimentos.

Os autores agradecem à Shell International Exploration and Production B.V., Rijswijk, Holanda, pelo financiamento do trabalho experimental e à FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do estado de São Paulo), Proc. 04/13374-7, pelo suporte financeiro dado ao projeto em curso na Universidade de São Paulo em São Carlos (EESC-USP).

## 7. Referencias.

- Al-Wahaibi, T., Angeli, P., 2005., Predictive model for critical wave amplitude at the onset of entrainment in oil-water flow, 12<sup>th</sup> International Conference on Multiphase Production Technology, Barcelona, Espanha, 25-27 maio.
- Bannwart, A.C., Rodriguez, O.M.H., de Carvalho, C.H.M., Wang, I.S., Obregon Vara, R.M., 2004. Flow patterns in heavy crude oil-water flow. Journal of Energy Resources Technology-Transactions of the ASME 126, 184-189.
- Brauner, N., Maron, D.M., 1994., Stability of 2-phase stratified flow as controlled by laminar turbulent transition, International communications in heat and mass transfer. Vol. 21, pp. 25-74.
- Drazin, P.G., Reid, W.H., 1981. Hydrodynamic Stability. Cambridge University Press, Cambridge.
- Haheim, S.A., 2001. Oil-water slip in inclined pipes and application to downhole separation. Proc. 10<sup>th</sup> Int. Conf. Multiphase, Cannes, France.
- Li G.J., Guo L., Chen X.J., 1997., An Experimental investigation on the interfacial waves in air-water two-phase flow within horizontal pipelines., Chinese journal Chem. Eng. Vol. 5(4), pp 316-324.
- Lopes Roma, W. N., 2003, Fenômenos de transporte para engenharia.
- Rodriguez, O.M.H., Oliemans, R.V.A., 2006., Experimental study on oil-water flow in horizontal and slightly inclined pipes., International Journal of multiphase flow. Vol. 32, 323-343.
- Trallero J. L., 1995, Oil-water flow patterns in horizontal pipes, Ph.D. thesis, The University of Tulsa, Tulsa, Oklahoma.
- Ullmann, A., Zamir, M., Ludmer, Z., Brauner, N., 2003. Stratified laminar countercurrent flow of two liquid phases in inclined tubes. International journal of multiphase flow. Vol. 29, pp. 1583-1604.
- Wallis, G.B., 1969. One dimension Two-Phase Flow. McGraw-Hill, New York

## Nomenclatura.

- $A_o$  Seção transversal da área onde do óleo está, acima da interface ondulada.
- $A_{o1}$  Seção transversal da área do óleo acima da interface e acima do pico de onda.
- $A_{o2}$  Seção transversal da área do óleo acima da interface e dentro do vale formado pela onda.
- $A_w$  Seção transversal da área da água abaixo da interface.
- $A_{w1}$  Seção transversal da área da água abaixo da interface e abaixo do pico de onda.
- $A_{w2}$  Seção transversal da área da água abaixo da interface e abaixo do vale formado pela onda.
- $A_{onda}$  Seção transversal da área formada pelo pico e vale da onda.
- $C_v$  Velocidade da onda formada na interface do fluido.
- $D$  Diâmetro.
- $D_{hw}$  Diâmetro hidráulico da água.
- $D_{ho}$  Diâmetro hidráulico do óleo.
- $D_{hi}$  Diâmetro hidráulico da interface.
- $f_w$  Fator de atrito da água.
- $f_o$  Fator de atrito do óleo.
- $f_i$  Fator de atrito na interface do fluido.
- $f(h_o)$  Perda de carga acima da interface.
- $f(h_{o1})$  Perda de carga acima da interface, acima do pico de onda.
- $f(h_{o2})$  Perda de carga acima da interface, dentro do vale formado pela onda.
- $f(h_w)$  Perda de carga abaixo da interface
- $f(h_{w1})$  Perda de carga abaixo da interface, abaixo do pico de onda..
- $f(h_{w2})$  Perda de carga abaixo da interface, abaixo do vale de onda..
- $g$  Aceleração das forças gravitacionais.
- $K$  Curvatura.
- $U_{sw}$  Velocidade superficial da água.
- $U_{so}$  Velocidade superficial do óleo.
- $U_w$  Velocidade *in-situ* da água.
- $U_{w1}$  Velocidade *in-situ* da água e abaixo do pico de onda.
- $U_{w2}$  Velocidade *in-situ* da água e abaixo do vale formado pela onda.
- $U_o$  Velocidade *in-situ* do óleo.
- $U_{o1}$  Velocidade *in-situ* do óleo e acima do pico formado pela onda.
- $U_{o2}$  Velocidade *in-situ* do óleo e formado dentro do vale formado pela onda.
- $P$  Pressão acima da interface ondulada.
- $P_{o1}$  Pressão acima da interface ondulada e acima do pico de onda.
- $P_{o2}$  Pressão acima da interface ondulada e dentro do vale formado pela onda.
- $P_{w1}$  Pressão abaixo da interface ondulada e abaixo do pico de onda.
- $P_{w2}$  Pressão abaixo da interface ondulada e abaixo do vale formado pela onda.
- $K$  Curvatura.
- $R$  Raio de curvatura.
- $R_1$  Raio de curvatura na direção do fluxo do escoamento.

- R<sub>2</sub> Raio de curvatura na direção ortogonal ao fluxo do escoamento.
- Re Número de Reynolds.
- S<sub>w</sub> Perímetro molhado pela água.
- S<sub>o</sub> Perímetro molhado pelo óleo.
- S<sub>i</sub> Perímetro molhado pela interface.

**Simbologia grega.**

- α Amplitude da onda.
- ε Rugosidade.
- ρ<sub>o</sub> Densidade do óleo.
- ρ<sub>w</sub> Densidade da água.
- λ Comprimento de onda.
- σ Tensão interfacial óleo-água.

**Subscritos.**

- o Fase do óleo.
- w Fase da água.
- x Indicador de fase.

**Apêndice.**

Temos na Eq. (17) os fatores de atrito (*f*). Aplicamos a correlação de Churchill (Lopes Roma, 2003), válida para toda gama de números de Reynolds (Re), inclusive a região de transição.

$$g(h) = \frac{\lambda}{4} \left[ \frac{f_w U_w |U_w|}{D_{hw}} + \frac{f_o U_o |U_o|}{D_{ho}} + \frac{f_i (U_w - U_o)^2}{D_{hi}} \right]$$

onde:

$$f_x = 8 \left[ \left( \frac{8}{Re_x} \right)^{12} + \frac{1}{(A + B)^{3/2}} \right]^{1/12} \tag{19}$$

e:

$$A = \left\{ 2,457 \ln \left[ \frac{1}{\left( \frac{7}{Re_x} \right)^{0,9} + 0,27 \left( \frac{\varepsilon}{D_{hx}} \right)} \right] \right\}^{16} \tag{19.1}$$

$$B = \left[ \frac{37530}{Re_x} \right]^{16} \tag{19.2}$$

e o número de Reynolds da fase é dado por:

$$Re_x = \rho_x D_{hx} U_x / \mu_x$$

sendo que o subscrito x denota a fase, água (w) ou óleo (o). Para  $U_w > U_o$  temos que  $f_i = f_w$  e:

$$D_{hw} = \frac{4A_w}{(S_w + S_i)} \quad e \quad D_{ho} = \frac{4A_o}{S_o}; \tag{20}$$

Para  $U_w < U_o$  temos que  $f_i = f_o$  e:

$$D_{hw} = \frac{4A_w}{S_w} \text{ e } D_{ho} = \frac{4A_o}{(S_w + S_i)}; \quad (21)$$

A Eq. 19 (correlação de Churchill) não tem restrições quanto ao regime de escoamento, funcionando bem para escoamentos laminares, turbulentos, inclusive na região de transição, e para diferentes rugosidades.



## STABILITY ANALYSIS OF SLIGHTLY-INCLINED STRATIFIED OIL-WATER FLOW AND INTERMEDIATE WAVE THEORY

**Oscar M.H. Rodriguez**

Department of Mechanical Engineering, University of São Paulo at São Carlos (EESC-USP), Brazil  
oscarahr@sc.usp.br

**Robert F. Mudde**

**René V.A Oliemans**

J.M. Burger Centre for Fluid Mechanics, Kramers Laboratorium, Delft University of Technology (TUDelft), The Netherlands

**Abstract.** A general transition criterion is being proposed in order to locate the stratified flow pattern in horizontal and slightly inclined oil-water flow. The criterion proposed is based on the one-dimensional two-fluid model of liquid-liquid two-phase flow. It considers the existence of a critical wave length related to a non-negligible interfacial tension term for which the linear stability theory still applies. Hence, the neutral-stability wave number is no longer set to zero. Furthermore, it is shown that the common assumption of unitary shape factors is lacking. The long wave approximation is no longer applied, hence a new destabilizing term related to the cross-section curvature of the interface is derived. A new closure relation for the interfacial shear stress is suggested for the two-fluid model for stratified pipe flow and improvements in the pressure loss predictions are presented. The proposed transition boundary is compared with three different models from the literature. New experimental data (setup of length 15.5 m and diameter 8.28 cm at various slightly inclined orientations) on oil-water interfacial wave are presented. The good agreement between theory and data is promising.

**Keywords.** Two-phase flow, Oil-water flow, Stratified flow, Stability analysis, Closure relations, Experimental data

### 1. Introduction

Production logging is one of the most important aspects of managing oil/gas production of a field. It provides insight into the type and rates of fluid flow in the reservoir, which is critical to optimizing the life of the well. In multiphase oil/gas production logging analysis one would like to derive, from limited down-hole information on pressure loss and phase holdup, the oil and water production rates one can expect in tubing at angles from horizontal up to vertical. A flow pattern dependent model has been chosen as modelling approach, since for the gas-liquid flow it has proven to be the most reliable method to calculate two-phase pressure gradient and holdup. It has been shown recently that in horizontal flow it is possible to correlate holdup and pressure gradient measurements with relatively small ranges of oil and water superficial velocities via an inverted mode of flow pattern dependent method (Rodriguez *et al.* 2004, Guet *et al.* 2006).

Several methods for calculating the pressure drop and the volumetric fractions of the phases in pipelines have been presented, which require a correct prediction of the flow patterns (Nädler and Mewes, 1997, Angeli and Hewitt, 1998, Rodriguez and Oliemans, 2006). Observations of the many known kinds of liquid-liquid flow patterns in a single apparatus depend on the fluid properties, pipe size and geometry involved (Charles *et al.*, 1961, Trallero, 1995, Flores *et al.*, 1997, Valle and Utvik, 1997, Sotgia and Tartarini, 2001, Lovick and Angeli, 2001 and 2004, Bannwart *et al.*, 2004). Some studies have been carried out on oil-water flow in large and/or inclined pipes. Alkaya *et al.* (2000) experimentally investigated the effect of the inclination angle on flow pattern transition boundaries in a slightly inclined 5 cm i.d. pipe (from  $-5^\circ$  to  $+5^\circ$ , from the horizontal). Although those authors reported the existence of high-amplitude interfacial waves in inclined flow, they did not differ stratified with mixing at the interface flow pattern from stratified wavy flow pattern on the flow map. Oddie *et al.* (2003) studied two and three-phase flows in a large (15 cm i.d.) and inclined pipe. Considering liquid-liquid flow only, flow pattern characterization and holdup data for only two different upward inclinations ( $+45^\circ$  and  $+90^\circ$ , from the horizontal) are reported. A closer look at their experimental setup suggests that transition to dispersed flow could have been prematurely spotted, since almost no flow development length was left before the test section. Fairusov *et al.* (2000) carried out full-scale experiments and reported a single stratified to dispersed flow pattern transition in a horizontal pipeline carrying oil-water mixtures (36.35 cm i.d.). A more detailed and accurate flow pattern classification is given by Elseth (2001). This author employed more sophisticated experimental techniques (high-speed camera, LDA and gamma-ray densitometry) for the flow pattern characterization (Elseth defined basically 9 oil-water flow patterns, whereas Trallero only 6).

A few published studies deal with modeling of flow pattern transitions in liquid-liquid systems. Coming out directly from the classical and reliable modelling accomplished by Taitel' group (Barnea, 1991, Barnea and Taitel, 1993 and 1994), for gas-liquid stratified flow, Trallero (1995) investigated the transition from horizontal liquid-liquid stratified flow based on the Kelvin-Helmholtz stability analysis of the interface for one-dimensional two-phase flow. That author proposed the Inviscid Kelvin-Helmholtz (IKH) analysis and the Viscous Kelvin-Helmholtz (VKH)

analysis, the latter including the shear stresses. Equivalent criteria can be obtained based on the linear stability analysis and the well-posedness analysis of the system of hyperbolic equations of the two-fluid model of stratified flow. Brauner and Maron (1992a and 1992b) proposed the zero-neutral-stability (ZNS) condition and the zero-real-characteristics (ZRC) condition. The VKH condition and the ZNS condition are equivalent for long wave length systems, i.e, with zero surface tension effect. Finally, the one-dimensional wave model for incompressible flow provides similar transition criteria; however, it has been applied for gas-liquid systems only (Wallis, 1969, Crowley *et al.*, 1992 and 1993).

The first step to developing the proposed inverted production-logging technique is the direct modeling, i.e. a suitable flow-pattern-dependent model for holdup and pressure gradient has to be developed. Obviously, the better the direct modeling, the better the inverse mode predictions. In this work we propose a more complete stratified-to-dispersed-flow transition boundary based on a linear stability analysis. The exact solution of the linearized problem was developed according to the solution methodology presented by Whitham (1974). The oil and water velocity profiles in stratified flow were modeled via an adjusted Couette-Poiseuille profile; hence it was possible to access for a typical case the kinetic energy coefficients over all ranges of oil and water flow rates. The theory herein proposed considers also as relevant the viscosity-induced instability in stratified oil-water flow, so that intermediate waves can play a role in the force balance at the interface (Miesen *et al.*, 1992, Hu and Patankar, 1995, Bai, 1995). The long wave approximation is no longer applied so that a new destabilizing cross-section term is for the first time included in the model. The study of new closure relations for stratified flow is in order (Ullmann *et al.*, 2004, Ullmann and Brauner, 2006). A new closure relation for the interfacial shear stress, which accounts for an interfacial wavy structure, is suggested for the two-fluid model for stratified pipe flow and significant improvements in the pressure loss predictions are achieved. On the other hand, the new approach allows for the inclusion of the stabilizing surface tension term, normally set to zero (Trallero, 1995, Brauner and Maron, 1992a, Crowley *et al.*, 1993). The new transition boundary is compared with data from the literature as well as with the Trallero's VKH and IKH transition boundaries and Brauner's (2001) dispersed flow boundary. The transition criterion is then compared with new flow-pattern data collected on a horizontal and slightly inclined (-5°, -2°, -1.5°, +1°, +2° and +5°) pipe flow.

## 2. Experimental Work

The experiments reported in this paper were performed at the Multiphase Test Facility of Shell Exploration and Production B.V., Rijswijk. Oil (Shell Vitrea 10, average density of 830 kg/m<sup>3</sup> and viscosity of 7.5 mPa.s)-water (brine, average density of 1060 kg/m<sup>3</sup> and viscosity of 0.8 mPa.s) flow was investigated in a 8.28 cm i.d. 15.5-meter long stainless steel pipe (pipe roughness 4.5x10<sup>-3</sup>, oil-water interfacial tension of 0.0204 N/m). At the 15.5 m-long test section there was a 1.15 m-long transparent Perspex pipe section for visualizations. In between the mixing section and the test section a length of 250 D was left for the two-phase flow development. The test section was fixed to a table that could be pneumatically deviated from horizontal.

Video recording (Sony digital video recorder DSR-20P, tapes Sony ME DVM60) together with gamma-ray densitometry (density meter Berthold LB 444) were used for the flow pattern identification. Such technique allowed for more detailed flow pattern classification. It was possible to split the basic flow patterns shown in Rodriguez and Oliemans (2006) into sub-patterns. Data were collected for horizontal and slightly inclined flow (-5°, -2°, -1.5°, +1°, +2° and +5°). The ranges of oil and water flow rates covered were 0.39 to 58.41 m<sup>3</sup>/h and 0.31 to 48.54 m<sup>3</sup>/h, respectively. Therefore, the mixture velocities varied from 0.04 m/s to 5.55 m/s. The total experimental data set consists of 296 points. The reference measurements, which include single-phase flow rates, densities and viscosities of the phases, pressures and temperatures, presented an uncertainty of 0.1% of range. The reader is referred to Rodriguez and Oliemans (2006) for a more detailed description of the multiphase flow setup and experimental techniques.

Stable interface waves of intermediate wave length,  $\lambda$ , were detected in upward and downward flow. A movie-recording section consisting of a Perspex rectangular box filled with water was built around the Perspex tube. The wave lengths were determined from image analysis of the digitized pictures taken from the recorded movies. The measurements were made possible with the help of homemade software developed in LabView® for the image acquisition and treatment (Fig. 1a).

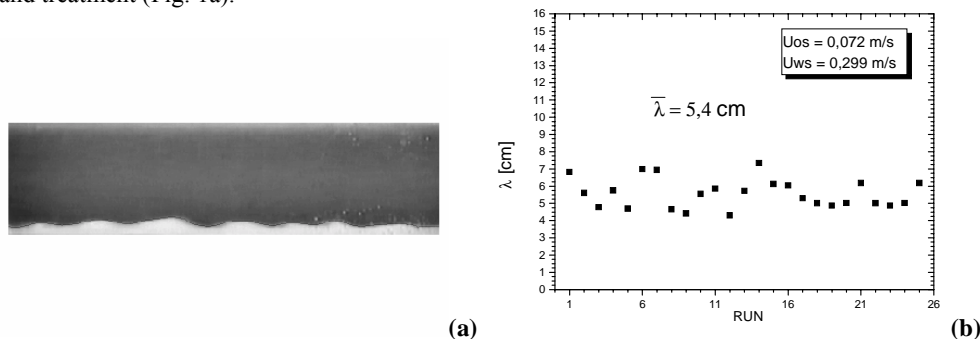


Figure 1. (a) Interfacial wave detected via software; (b) wave length measurements.

Ten pictures were taken for each run and several measurements were made for each picture. A statistical procedure was carried out and the wave length data were found to follow a Gaussian distribution with time (Fig. 1b). Although the rectangular water box helped minimize image distortion, lens effects still needed to be corrected. This was accomplished by inserting a scale in the test section filled with water. The scale's length was then compared with another scale placed outside on the water box.

### 3. Stability criterion and analysis

The analysis is based on the two-fluid model of stratified flow (Fig. 2), where the area-averaged unsteady one-dimensional momentum and continuity equations are applied to both water and oil phases. The equations are then coupled through appropriated constitutive relations. The fluids are considered incompressible and the flow isothermal and without phase change.

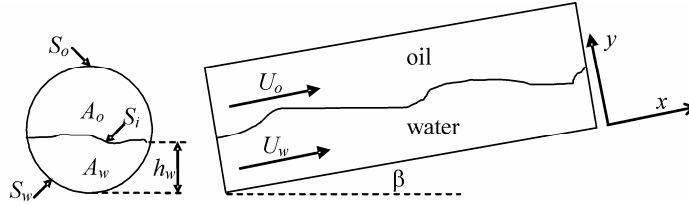


Figure 2. Schematic description of the stratified flow configuration.

Continuity:

$$\frac{\partial h_w}{\partial t} + U_w \frac{\partial h_w}{\partial x} + \frac{A_w}{A'_w} \frac{\partial U_w}{\partial x} = 0 \quad , \quad \frac{\partial h_w}{\partial t} + U_o \frac{\partial h_w}{\partial x} - \frac{A_o}{A'_o} \frac{\partial U_o}{\partial x} = 0 \quad (1),(2)$$

Momentum:

$$\begin{aligned} \rho_w \frac{\partial U_w}{\partial t} - \rho_o \frac{\partial U_o}{\partial t} + \rho_w U_w \left( k_w \frac{\partial U_w}{\partial x} + U_w \frac{dk_w}{dh_w} \frac{\partial h_w}{\partial x} \right) - \rho_o U_o \left( k_o \frac{\partial U_o}{\partial x} + U_o \frac{dk_o}{dh_w} \frac{\partial h_w}{\partial x} \right) + \\ + (\rho_w - \rho_o) g \cos \beta \frac{\partial h_w}{\partial x} + \frac{\partial (P_{iw} - P_{io})}{\partial x} = - \frac{\tau_w S_w}{A_w} + \frac{\tau_o S_o}{A_o} \pm \tau_i S_i \left( \frac{1}{A_w} + \frac{1}{A_o} \right) - (\rho_w - \rho_o) g \sin \beta \end{aligned} \quad (3)$$

where  $U$  corresponds to the average axial velocities,  $\rho$  to the densities;  $D$  is the internal diameter of the pipe;  $g$  is the gravitational acceleration;  $A_o$  and  $A_w$  are the oil and water cross-sectional areas, respectively;  $\tau_i$  and  $\tau_w$  are, respectively, the interfacial and pipe wall shear stresses,  $A_w = A_w(h_w)$  and  $A'_w = dA_w/dh_w$ . The kinetic energy distribution coefficients,  $k_n$ , are given by:

$$k_n = \frac{\langle u_n^2 \rangle}{U_n^2} = \frac{1}{A_n U_n^2} \int_0^{A_n} u_n^2 dA_n \quad (4)$$

where subscript  $n$  is the phase index,  $u_n$  corresponds to the velocity profile and the sign of the interfacial shear stress depends on which phase is flowing faster. Finally, the axial average pressure force change can be expressed in terms of the pressure level at the interface,  $y = h_w$ . A constitutive relation is necessary to close the problem. The Laplace-Young law is chosen in order to relate the pressures in the phases through the interfacial tension. The following relation is proposed, which includes both principal radii of curvature of the interface:

$$\frac{\partial (P_{io} - P_{iw})}{\partial x} = -\sigma \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{h_w} \frac{\partial}{\partial h_w} \left\{ h_w \left[ 1 + \left( \frac{\partial h_w}{\partial x} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \right) = \sigma \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{r_1(h_w)} + \frac{1}{r_2(h_w)} \right] \quad (5)$$

Introducing the sheltering hypothesis contribution (in Eq. 7), as indicated by Trallero (1995), and substituting Eq. (5) into Eq. (3), gives after some rearranging the area-averaged one-dimensional momentum equation for oil-water

stratified flow. Together with Eqs. (1) and (2) this forms a set of 3 equations involving the 3 unknown variables,  $U_w$ ,  $U_o$  and  $h_w$ :

$$\begin{aligned} & \rho_w \frac{\partial U_w}{\partial t} - \rho_o \frac{\partial U_o}{\partial t} + \rho_w U_w \left( k_w \frac{\partial U_w}{\partial x} + U_w \frac{dk_w}{dh_w} \frac{\partial h_w}{\partial x} \right) - \rho_o U_o \left( k_o \frac{\partial U_o}{\partial x} + U_o \frac{dk_o}{dh_w} \frac{\partial h_w}{\partial x} \right) + \\ & + L \frac{\partial h_w}{\partial x} - \sigma \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{r_1(h_w)} + \frac{1}{r_2(h_w)} \right] = F \end{aligned} \quad (6)$$

where

$$L = (\rho_w - \rho_o)g \cos \beta - \rho_f (U_w - U_o)^2 C_s S_i \left( \frac{1}{A_w} + \frac{1}{A_o} \right) \quad \text{and} \quad (7)$$

$$F = -\frac{\tau_w S_w}{A_w} + \frac{\tau_o S_o}{A_o} \pm \tau_i^o S_i \left( \frac{1}{A_w} + \frac{1}{A_o} \right) - (\rho_w - \rho_o)g \sin \beta \quad (8)$$

where the interfacial shear stress term,  $\tau_i^o$ , accounts for a smooth interface only, and the upper sign by the interfacial-stress term corresponds to oil flowing faster than water.

The hydrodynamic stability analysis comprises the study of the eventual increase of a small disturbance in the initial flow configuration, so that:

$$U_w = \bar{U}_w + \hat{U}_w; \quad U_o = \bar{U}_o + \hat{U}_o \quad \text{and} \quad h_w = \bar{h}_w + \hat{h}_w \quad (9)$$

where the superscript “-” indicates the equilibrium condition (without disturbance) and  $\hat{U}_w$ ,  $\hat{U}_o$  and  $\hat{h}_w$  represent the small disturbances imposed on the velocities and water level, respectively. Furthermore,  $\bar{U}_w$ ,  $\bar{U}_o$  e  $\bar{h}_w$  are constants and  $\hat{U}_w$ ,  $\hat{U}_o$  and  $\hat{h}_w$  are functions of  $\{x,t\}$ . According to the linear stability theory and following the method of small disturbances (Schlichting, 1979),  $\hat{U}_w$ ,  $\hat{U}_o$  and  $\hat{h}_w$  are considered to be small and, therefore, second-order or higher terms can be neglected. Such simplification seems to be quite reasonable for the oil-water stratified flow, since the experimentally observed interfacial waves are relatively long or intermediate and do not present a turbulent behavior. Substituting Eq. (9) into Eqs. (1), (2) and (6) and neglecting all higher-order terms, results in:

$$\frac{\partial \hat{h}_w}{\partial t} + \bar{U}_w \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial x} + \frac{\bar{A}_w}{\bar{A}'_w} \frac{\partial \hat{U}_w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial t} + \bar{U}_o \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial x} - \frac{\bar{A}_o}{\bar{A}'_w} \frac{\partial \hat{U}_o}{\partial x} = 0, \quad \text{and} \quad (10), (11)$$

$$\begin{aligned} & \rho_w \frac{\partial \hat{U}_w}{\partial t} - \rho_o \frac{\partial \hat{U}_o}{\partial t} + \rho_w \bar{U}_w \left( k_w \frac{\partial \hat{U}_w}{\partial x} + \bar{U}_w \frac{dk_w}{dh_w} \Big|_{\bar{h}_w} \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial x} \right) - \rho_o \bar{U}_o \left( k_o \frac{\partial \hat{U}_o}{\partial x} + \bar{U}_o \frac{dk_o}{dh_w} \Big|_{\bar{h}_o} \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial x} \right) + \\ & + L \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial x} - \sigma \left[ \frac{\partial^3 \hat{h}_w}{\partial x^3} + \frac{1}{\bar{h}_w^2} \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial x} \right] = \partial \bar{F} \end{aligned} \quad (12)$$

where the right-hand term of Eq. (12) is linearized through Taylor series expansion until the first order. Note in the last LHS term of Eq. (12) the new cross-section curvature term. Eliminating  $\hat{U}_w$  and  $\hat{U}_o$  gives the differential equation for the disturbance or stability equation for oil-water stratified flow:

$$M \frac{\partial^4 \hat{h}_w}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 \hat{h}_w}{\partial t^2} + 2E \frac{\partial^2 \hat{h}_w}{\partial t \partial x} + F \frac{\partial^2 \hat{h}_w}{\partial x^2} + G \left( \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial t} + H \frac{\partial \hat{h}_w}{\partial x} \right) = 0 \quad (13)$$

whose coefficients are:

$$M = \frac{A}{A'_w} \sigma \quad ; \quad N = \left( \frac{\rho_w}{R_w} + \frac{\rho_o}{R_o} \right) \quad ; \quad E = \frac{1}{2} \left[ \frac{\rho_w \bar{U}_w}{R_w} (1+k_w) + \frac{\rho_o \bar{U}_o}{R_o} (1+k_o) \right] \quad ;$$

$$F = \frac{\rho_w \bar{U}_w^2}{R_w} \left( k_w - \frac{A \bar{R}_w}{A'_w} \frac{dk_w}{dh_w} \Big|_{\bar{U}_w} \right) + \frac{\rho_o \bar{U}_o^2}{R_o} \left( k_o + \frac{A \bar{R}_w}{A'_w} \frac{dk_o}{dh_w} \Big|_{\bar{U}_o} \right) \quad ;$$

$$- \frac{A}{A'_w} \left[ (\rho_w - \rho_o) g \cos \beta - \rho_f (U_w - U_o)^2 C_s S_i \left( \frac{1}{A_w} + \frac{1}{A_o} \right) - \frac{\sigma}{h_w^2} \right]$$

$$G = \frac{1}{R_o} \frac{\partial F}{\partial \bar{U}_o} \Big|_{\bar{U}_w, \bar{h}_w} - \frac{1}{R_w} \frac{\partial F}{\partial \bar{U}_w} \Big|_{\bar{U}_o, \bar{h}_w} \quad \text{and} \quad H = \frac{\frac{A}{A'_w} \frac{\partial F}{\partial \bar{h}_w} \Big|_{\bar{U}_w, \bar{U}_o} - \frac{\bar{U}_w}{R_w} \frac{\partial F}{\partial \bar{U}_w} \Big|_{\bar{U}_o, \bar{h}_w} + \frac{\bar{U}_o}{R_o} \frac{\partial F}{\partial \bar{U}_o} \Big|_{\bar{U}_w, \bar{h}_w}}{\frac{1}{R_o} \frac{\partial F}{\partial \bar{U}_o} \Big|_{\bar{U}_w, \bar{h}_w} - \frac{1}{R_w} \frac{\partial F}{\partial \bar{U}_w} \Big|_{\bar{U}_o, \bar{h}_w}} = c_o$$

where  $c_o$  is the kinematic or continuity wave velocity, as deduced by Wallis (1969). Note that the inclusion of intermediate wave effects has a destabilizing character (last term of coefficient  $F$ ).

The exact solution of the linearized problem was developed according to the solution methodology presented by Whitham (1974). The normal mode was used in order to analyze the ondulatory character of Eq. (13), so that:

$$\hat{h}_w(x, t) = \hat{h}_{w_{\max}} e^{i\mathbf{k}(x-ct)} \quad (14)$$

where  $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda$  is the wave number,  $\lambda$  is the interfacial wave length and  $c$  is the wave velocity. Substituting Eq. (14) into Eq. (13), gives the following equation:

$$\mathbf{k} \frac{N}{G} \left( c^2 - 2 \frac{E}{N} c + \frac{F - M \mathbf{k}^2}{N} \right) + i(c - H) = 0 \quad (15)$$

Rearranging Eq. (15), using the Viète's theorem, replacing  $H$  by  $c_o$  and approaching  $c = c_1$  and  $c = c_2$  gives:

$$w \equiv \mathbf{k} c_1 - i \frac{G}{N} \frac{c_1 - c_o}{c_1 - c_2} \quad \text{and} \quad w \equiv \mathbf{k} c_2 - i \frac{G}{N} \frac{c_2 - c_o}{c_2 - c_1} \quad (16), (17)$$

A necessary condition for the stability is that the imaginary component of  $w$  (Eqs. 16 and 17) must be negative, where  $w$  is the wave frequency. Rearranging Eqs. (16) and (17) and assuming that  $c_1 > c_2$ , the following criteria arise:

$$\begin{cases} 1 - G > 0 \\ 2 - c_1 \text{ and } c_2 \text{ must be real (Kelvin - Helmholtz analysis)} \\ 3 - c_2 \leq c_o \leq c_1 \end{cases} \quad (18)$$

where  $V_o$  is the weighted average velocity, which corresponds to  $E/N$  as defined by Wallis (1969). The criteria shown above (Eq. 18) can be combined into one single criterion. Solving Eq. (15) for  $c$  (real component) and applying the criteria, results in the following general stability criterion:

$$0 \leq \frac{\left(\frac{c_o}{V_o} - 1\right)^2}{M\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - F} \leq 1 \tag{19}$$

$$1 + \frac{NV_o^2}{NV_o^2}$$

It is worthwhile to point out that the denominator of the expression shown above can be recognized as the Kelvin-Helmholtz’s discriminator. It is in general satisfied for intermediate wave lengths through the interfacial tension. The validity of the presented criteria is to be tested using the experimental data.

### 3.1. Kinetic energy distribution coefficients

Brauner and Maron (1992a and 1992b) discussed the stabilizing effect of the distribution coefficients (or shape factors) on their inviscid ZRC condition. However, those authors only speculate over possible values and effects of the coefficients, and only for the lighter and more viscous phase. In order to assess on physical basis the effect of the distribution coefficient on the proposed general transition criteria (Eq. 19), we took the typical horizontal oil-water flow case studied by Elseth (2001). That author carried out a detailed scanning of the oil and water velocity profiles in stratified flow via a LDA technique. A simple model based on an adjusted velocity profile is proposed for the modeling of the oil and water kinetic energy distribution coefficients. We assume a Couette-Poiseuille profile for the water phase. The water level,  $h_w$ , and consequently the average water velocity,  $U_w$ , are known quantities for every flow condition.  $U_w$  is obtained from the solution of Eq. (8) for steady flow, as described in Rodriguez and Oliemans (2006). The average velocity can also be geometrically estimated using the following separated-flow approximation (refer to Fig. 2):

$$U_w = \frac{1}{\pi h_w^2} \int_0^{h_w} 2\pi(h_w - y)u_w(y)dy \tag{20}$$

We propose the following velocity profile:

$$u_w(y) = aU_m \left[ \left(\frac{y}{h_w}\right)^{1/j_w} + bj_w \frac{y}{h_w} \left(1 - \frac{y}{h_w}\right) \right] \tag{21}$$

where  $U_m$  is the mixture velocity ( $= U_{os} + U_{ws}$ , oil and water superficial velocities, respectively). The parameters  $a$  and  $b$  were adjusted to fit Elseth’s data; results were:  $a = 1.25$  and  $b = 0.06$ . Equation (20) is applied to adjust the parameter  $j_w$  for each flow condition. An analogous procedure was adopted for the oil phase. Figure 3 shows a comparison between predicted velocity profiles and Elseth’s data for two different flow conditions.

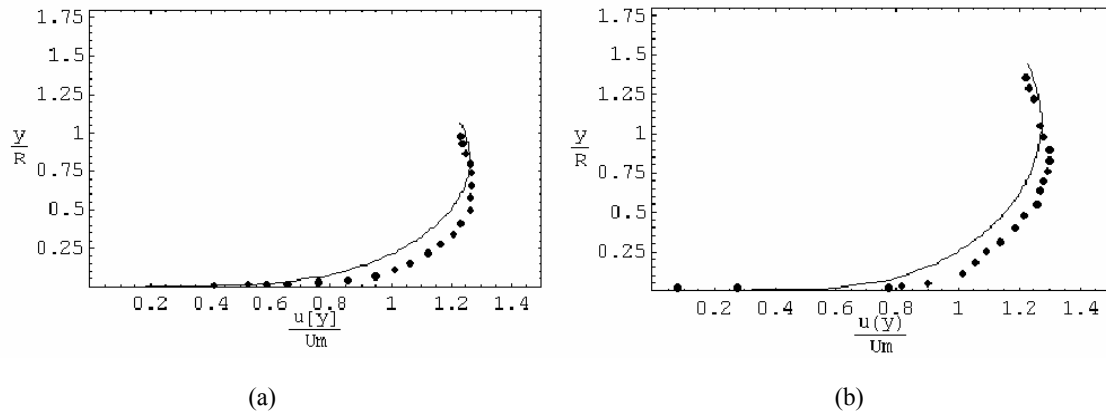


Figure 3. Present theory (solid curve) and Elseth’s (2001) data (dots); (a) oil velocity profile,  $U_{ws} = 0,34$  m/s and  $U_{os} = 0.34$  m/s; (b) water velocity profile,  $U_{ws} = 0.765$  m/s and  $U_{os} = 0.255$  m/s.

If one assumes that the velocity profiles are being reasonably well represented, the oil and water distribution coefficients,  $k_o$  and  $k_w$ , respectively, can be readily estimated from Eq. (4) for every flow condition. Figure 4 shows the

water distribution coefficient,  $k_w$ , as a function of oil superficial velocity for three different water superficial velocities. One may notice in Fig. 4 that  $k_w$  can differ significantly from unity, i.e., even for the heavier and less viscous phase (water) the assumption of  $k_w = 1$  is rather crude.  $k_w$  deviates from the unity especially in the region of low water superficial velocities,  $U_{ws}$ , reaching values around 1.35. At low  $U_{ws}$  the flow regime tends to laminar, therefore higher water kinetic-energy distribution parameters are expected. Another interesting finding is that  $k_w$  never tends to unity, but converges to 1.04 at the lowest oil superficial velocities.

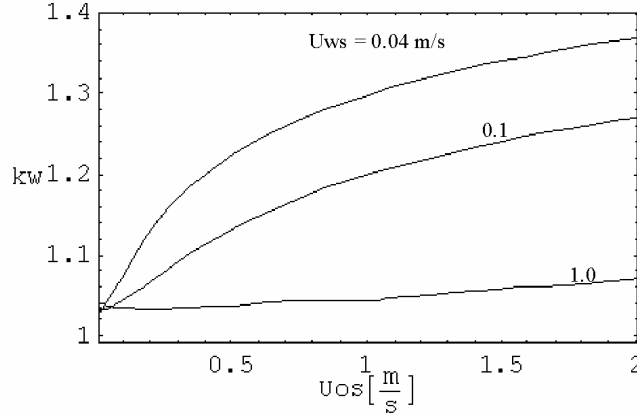


Figure 4. Water kinetic-energy distribution coefficient,  $k_w$ , as a function of oil superficial velocity,  $U_{os}$ , for water superficial velocities:  $U_{ws} = 0.04$  m/s, 0.1 m/s and 1.0 m/s.

### 3.3. Cross section curvature term and intermediate waves

According to Ullmann and Brauner (2006), in gas-liquid wavy stratified flow the interface curvature is dominated by secondary flows. Measurements of holdup and wetted perimeter in gas-liquid systems indicate extended wall wetting even in gravity dominated systems corresponding to large Eötvös numbers. This implies a concave rather than plane interface. We suggest the same phenomenon may also occur in liquid-liquid systems. The possible mechanisms may be: dragging of one phase by the other phase's secondary flows and/or pumping action due to lateral pressure gradient induced by the waves. The long wave approximation (Trallero, 1995, Brauner and Maron, 1992a and 1992b) is no longer applied in the pressure jump condition, Eq. (5). Therefore, a new destabilizing cross-section term naturally arises from the linearization process (last term of the wave coefficient  $F$  of Eq. 19). Considering that the study of new closure relations for stratified flow is in order (Ullmann *et al.*, 2004, Ullmann and Brauner, 2006) a new closure relation for the interfacial shear stress is suggested for the two-fluid model for stratified pipe flow:

$$\tau_i = \tau_{i,smooth} + \tau_{i,wavy} = \tau_{i,smooth} + (\tau_{i,s} + \tau_{i,c}), \quad (22)$$

where  $\tau_{i,smooth}$  considers only the interfacial friction when the interface is smooth, as shown in Rodriguez and Oliemans (2006) and the wave effects are incorporated into the model via  $\tau_{i,wavy}$ , which can be divided into the sheltering hypothesis term,  $\tau_{i,s}$  (Trallero, 1995) and the herein proposed cross-section term,  $\tau_{i,c}$ . Therefore, the proposed interfacial-shear-stress closure relation is given by:

$$\tau_i = f_i \rho_f \frac{(U_w - U_o)|U_w - U_o|}{8} + \left[ C_s \rho_f (U_w - U_o)^2 + C_c \frac{\sigma}{h_w} \right] \frac{dh_w}{dx} \quad (23)$$

where  $f_i$  and  $\rho_f$  can assume either water or oil values accordingly to the holdup ratio (Rodriguez and Oliemans, 2006). The parameters  $C_s$  and  $C_c$  must be evaluated empirically; values determined on the data of this work were  $C_s = 0.1$  and  $C_c = 1.5$ .

The new interfacial shear stress relation was applied and compared with the pressure loss data obtained in this work for horizontal stratified oil-water flow. Figure 5 shows model predictions and pressure gradient data as a function of the water superficial velocity for three oil superficial velocities. One may notice in Fig. 5 that a significant improvement was obtained by the inclusion of  $\tau_{i,c}$ . The commonly observed underestimation of the experimental data when applying the two-fluid model in the stratified flow region (Elseth, 2001, Rodriguez and Oliemans, 2006) is still observed, however it is diminished. The overall improvement in accuracy went from 31% to 22%. The best results were

obtained within the region of low water and high oil superficial velocities. However, the two-fluid model seems to overestimates the experimental data for the lowest mixture velocities ( $U_{os} = 0.07$  m/s).

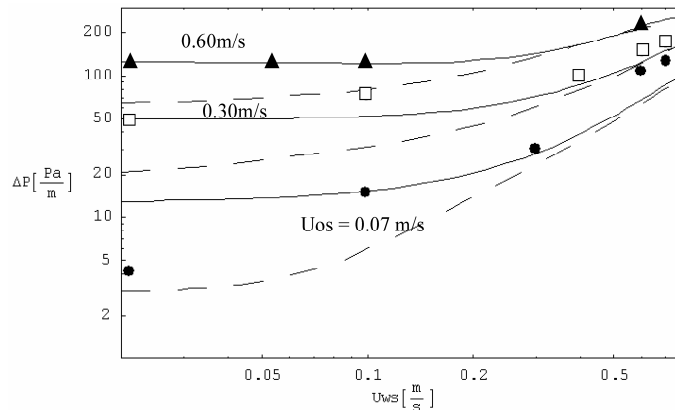


Figure 5. Pressure gradient data as a function of  $U_{ws}$  for  $U_{os} = 0.07$  m/s, 0.30 m/s and 0.60 m/s; dashed curves, previous model; solid curves, the new model with  $\tau_{i,c}$ .

The sort of instability that would generate intermediate waves is induced by tangential disturbances at the interface, rather than the inviscid Kelvin-Helmholtz instability. Viscous stratification has been recognized for a long time as possible cause of instability in liquid-liquid flow and it explains, in part, why the Kelvin-Helmholtz theory tends to overpredict the critical relative velocity for the initial generation of surface waves (Ishii, 1982). The original Kelvin-Helmholtz model refers to the flow of two inviscid fluids in relative motion (Drazin and Reid, 1981). When allowing viscous effects the relevance of the classical Kelvin-Helmholtz analysis is no longer evident and instabilities of different nature, as viscosity-induced, may be preponderant. In that sense, the Viscous Kelvin-Helmholtz instability theory is lacking. Furthermore, in the context of oil-water core-annular flow, it is believed that waves on the oil-water interface play a crucial role in the balance of forces acting on the oil core (Miesen *et al.*, 1992, Bai, 1995). The theory herein proposed states that in oil-water stratified wavy flow there would be a critical wave length, which would add an additional “rigidity” to the interface and delay the transition to dispersed flow.

## 4. Results and Discussion

### 4.1. Flow patterns

It is already known that the so-called dual-continuous flow patterns such as the Stratified with Mixing at the Interface (ST&MI) and the Stratified Wavy (SW) behave practically as pure stratified flow, in terms of slip and two-phase pressure loss (Rodriguez and Oliemans, 2006). Therefore, a single transition boundary separating all kinds of stratified flow patterns from the rest would be more suitable for practical purposes. The flow-pattern classification presented in Rodriguez and Oliemans (2006) was split out into more detailed sub-patterns of the basic flow patterns. Table 1 shows the new flow-pattern classification.

Table 1. Flow-patterns observed.

Basic flow pattern	Sub-pattern
ST - Stratified Smooth	-
SW - Stratified Wavy	SW_wl – long wave
	SW_wi – intermediate wave
ST&MI - Stratified flow with mixing at the interface	ST&MI_d – only dispersion at the interface
	ST&MI_wl – dispersion and long wave at the interface
	ST&MI_wi – dispersion and intermediate wave at the interface
Do/w&w - Dispersion of oil in water and water	Do/w&w_di – discontinuous dispersion
	Do/w&w_c – continuous dispersion
o/w - Oil in water emulsion	-
w/o - Water in oil emulsion	w/o_h – homogeneous
	w/o_in – inhomogeneous
Dw/o&Do/w - Dispersions of water in oil and oil in water	-

The classification was focused on the identification of a clear wavy structure, even when dispersion was present at the interface. Furthermore, when the wave length was a few times longer than the pipe diameter it was considered long wave. When it was of the order of the pipe diameter it was considered as intermediate wave.



### 4.2. Model comparisons and validation

The stratified-to-dispersed-flow transition boundary generated from the suggested general transition criterion, Eq. (19), is compared to Elseth's (2001) and the present flow-pattern data. Trallero's (1995) inviscid (IKH) and viscous (VKH) Kelvin-Helmholtz and Brauner's (2001) transition boundaries are also plotted onto the flow map for comparison (Fig. 6).

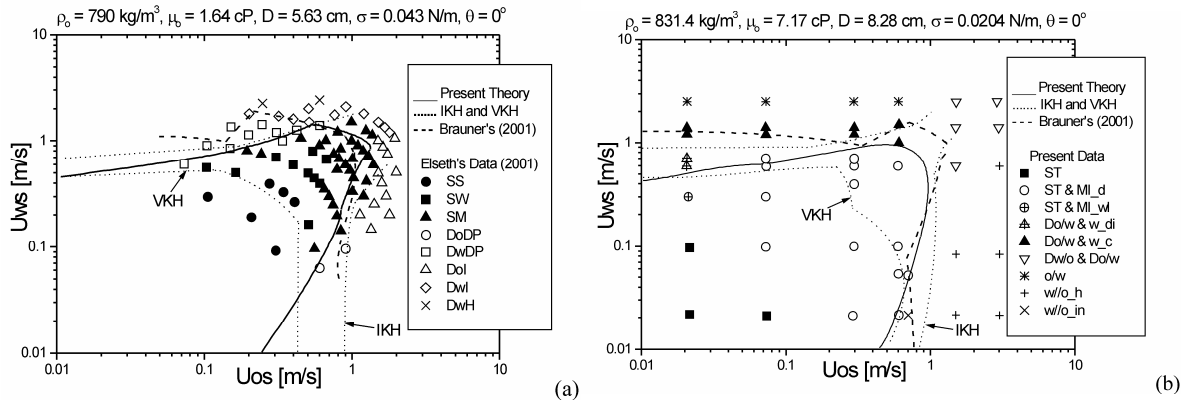


Figure 6. Present theory, Trallero's and Brauner's transition boundaries; (a) Elseth's data; (b) present data.

In Fig. 6a the present theory (solid curve) includes the modeling of the kinetic-energy distribution coefficients (Section 3.1) and the cross-section curvature term (Section 3.2). The presence of waves with wave lengths a few times longer than the pipe diameter was considered. One may see that at the region of high water-oil velocity ratio the VKH criterion underestimates, whereas the Brauner's criterion overestimates the experimentally observed stratified region (solid dots). The IKH and the proposed general criteria offer quite the same results and the best agreement with Elseth's data. At the region of similar water-oil velocity ratios Brauner's and present theory present similar results and good agreement with data; only VKH extremely underestimates the data. The IKH can generate no frontier by itself in that region of low relative velocity. Note at the low water-oil velocity ratio region the exclusion of the dispersed pattern DoDP, wrongly predicted as stratified by the IKH and Brauner's criteria. It seems that the general criterion works the best for extreme water-oil velocity ratios. Figure 6b shows a similar comparison, but now with the data generated in this work. Since it is not prudent to use the proposed velocity profile, Eq. (21), to other situations than Elseth's without further investigation, this time the distribution coefficients were made equal to unity. Once again the present theory agrees best with the data at the extreme velocity ratio regions. The VKH criterion showed similar results at those regions, but strongly underestimated the data in the other regions of the map. Brauner's and IKH criteria tend to overestimate the data, especially at the high water-oil velocity ratio region. Note that if the distribution coefficient effect had been considered, the stability region predicted by the general criterion would have been extended. That effect would have been more evident in the region of similar water-oil velocity ratios, probably matching Brauner's results in that region.

### 4.3. Effect of pipe inclination and the interfacial tension term

The validity of the general transition criterion for slightly inclined flow was tested using the experimental data collected in this work. Figure 7 shows the transition boundary predicted by the proposed criterion and the experimental flow map for  $-2^\circ$  and  $-5^\circ$  downward flow. The proposed transition criterion has a wave length-weighted interfacial tension term, as one may note in Eq. (19). Figure 7 shows the transition boundary obtained from Eq. (19) for a long wave case ( $\lambda = 10 D$ , solid curve). In  $-2^\circ$ -downward flow (Fig. 7a) the model predicts shrinkage of the stratified region mainly in the high water-oil velocity ratio region, in disagreement with experimental data. However, in that region a ST&MI\_wi flow pattern was observed, i.e., an interfacial wave of the order of the pipe diameter was spotted. If a shorter wave length is applied in Eq. (19) the generated transition boundary can enclose all observed stratified-flow dots ( $\lambda = D/4$ , dashed curve). In  $-5^\circ$ -downward the predicted stratified region is significantly shrunk (Fig. 7b, solid curve). Again, waves of the order pipe diameter were observed at the high water-oil velocity ratio region (SW\_wi and ST&MI\_wi). If a shorter wave length is adopted a much better agreement with experimental data is observed (Fig. 7b, dashed curve). In downward flow the heavier phase is expected to speed up, while the lighter to accumulate in the pipe. This phenomenon is more evident in the high water-oil velocity ratio region, where the lighter and more viscous phase (oil) tends to accumulate due to viscous effects even in horizontal flow. Rodriguez and Oliemans (2006) have shown that in that region the water holdup can be 10 times as low as the injected water cut. A very low oil-water holdup ratio means a very high relative velocity. The transition criterion is sensitive to that source of instability, as shown in Fig. 7,

but the data showed that there is still significant stratification. By analogy with gas-liquid flow, one may expect the existence of waves of intermediate wave length and high amplitude at the onset of transition from stratified to dispersed flow. The data confirm the existence of such waves (Fig. 7).

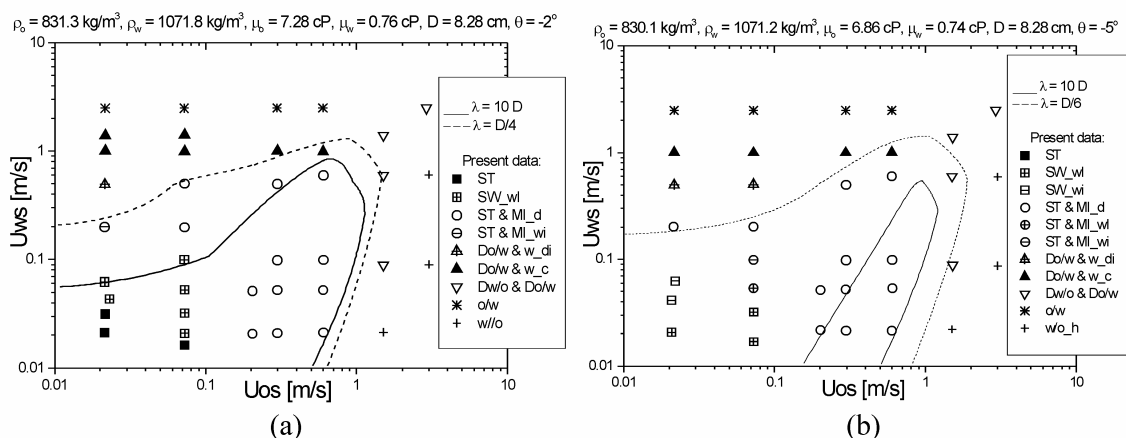


Figure 7. General transition criterion and experimental flow map; (a)  $-2^\circ$  and (b)  $-5^\circ$  downward flow.

Figure 8 shows the predicted transition boundary and the experimental flow map for  $+2^\circ$  and  $+5^\circ$  upward flow. In  $+2^\circ$ -upward flow (Fig. 8a) the model predicts shrinkage of the stratified region mainly in the low water-oil velocity ratio region, as expected since the heavier phase (water) now tends to slow down and accumulate in the pipe. However, the result is in disagreement with the experiments, although the ST&MI\_wi and SW\_wi flow patterns were observed, i.e., intermediate waves. Adopting a wave length of  $\lambda = D/4$  (Fig 8a, dashed curve) the transition boundary encloses all observed stratified-flow dots. In  $+5^\circ$ -upward the shrinkage of the stratified region is intensified (Fig. 8b, solid curve). Waves of the order pipe diameter were observed at the low water-oil velocity ratio region, as denoted by the ST&MI\_wi flow pattern. Adopting a wave length of  $\lambda = D/5$  (Fig 8b, dashed curve) promotes a better result. Note that two ST&MI\_d dots were left outside the stratified region. A region of strong water backflow and recirculation was detected at low water and mid oil superficial velocities. The model herein proposed is not supposed to take those effects into account.

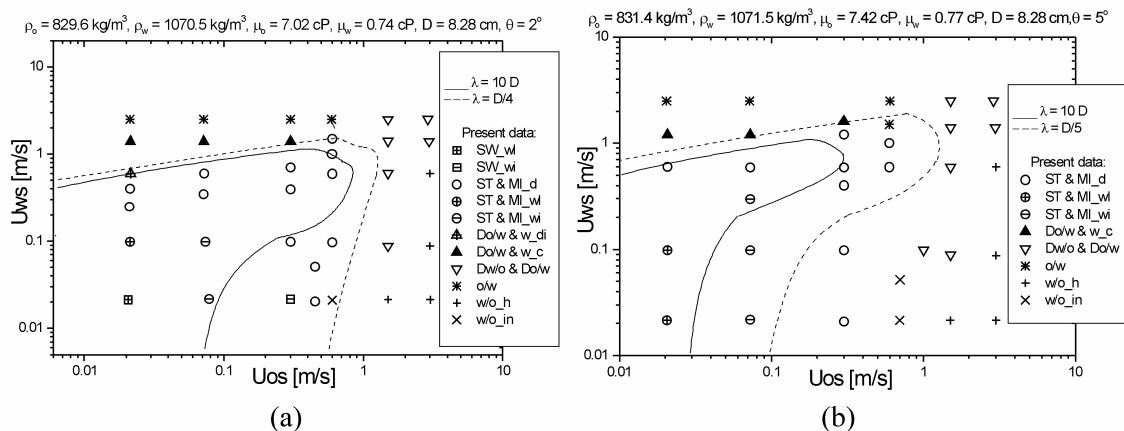


Figure 8. General transition criterion and experimental flow map; (a)  $+2^\circ$  and (b)  $+5^\circ$  upward flow.

#### 4.4. Wave length measurements

Wave length data were automatically collected and treated via the homemade LabView® software. One may see in Table 2 that the wave length essentially diminishes with the increasing of either the holdup ratio ( $C_w/\epsilon_w$ ) or the inclination angle, which is in agreement with the instability theory herein discussed. Long and intermediate waves were spotted. Intermediate high-amplitude waves presented an averaged wave length that ranged from  $D/2 < \lambda < D$ . The averaged wave length included both high and low frequency wavy structures. If one computes only the high frequency waves, it is obtained an averaged minimum wave length of about  $\lambda_s = D/2.2$  (Table 2). Such results are in disagreement with the model predictions shown in Figs. 7 and 8, where waves of the order of  $D/4$  led to the best agreements. New experiments with intrusive probes are required in order to verify if there would be even higher frequency waves. Waves on the cross section plane may also be spotted. An expression to account for the dependence of the wavelength with inclination angle is in development, which is to be incorporated into the proposed stability criterion.

Table 2. Interfacial wave length data.

Inclination (degrees)	Test	$U_{os}$ (m/s)	$U_{ws}$ (m/s)	$U_o$ (m/s)	$U_w$ (m/s)	$C_w/\epsilon_w$	$D/\lambda$	$D/\lambda_s$
+5	1	0.072	0.021	0.25	0.03	0.32	1.6	2.2
	2	0.072	0.098	0.27	0.13	0.79	1.8	2.3
	3	0.072	0.296	0.33	0.38	1.03	1.8	2.2
-5	4	0.021	0.041	0.02	0.46	7.35	2.0	2.2
	5	0.022	0.062	0.03	0.52	6.15	1.8	2.2
	6	0.072	0.099	0.08	0.66	3.87	1.6	2.2
+2	7	0.078	0.022	0.22	0.03	0.34	1.8	2.1
	8	0.074	0.098	0.26	0.14	0.79	1.5	2.1
-2	9	0.022	0.202	0.04	0.45	2.0	1.1	--

## 5. Conclusions

A general stability criterion of liquid-liquid stratified flow based on the linear stability analysis is proposed. The exact solution of the linearized problem was developed according to the solution methodology presented by Whitham (1974). The stratified-to-dispersed-flow transition criterion should be equivalent to the Brauner's ZNS and Trallero's VKH conditions; however the model is more complete, since the modeling of the kinetic-energy distribution coefficients (or shape factors) and a new cross-section term are for the first time included. The oil and water velocity profiles in stratified flow were modeled via an adjusted Couette-Poiseuille profile; hence it was possible to access for a typical case the distribution coefficients over all ranges of oil and water flow rates. The theory herein proposed considers also as relevant the viscosity-induced instability in stratified oil-water flow, so that intermediate waves can play a role in the force balance at the interface. Therefore, the long wave approximation is no longer applied and the new destabilizing cross-section term naturally arises from the linearization procedure. A new closure relation for the interfacial shear stress is suggested for the two-fluid model for stratified pipe flow and significant improvement in the pressure loss predictions were achieved. On the other hand, the new approach allows for the inclusion of the stabilizing surface tension term, normally set to zero. The new transition boundary is compared with data from the literature as well as with the Trallero's VKH and IKH transition boundaries and Brauner's dispersed flow boundary. New oil-water flow pattern data collected in a 8.28 cm i.d. 15.5-meter long stainless steel pipe are offered. The transition criterion is then compared with experimental flow maps of horizontal and slightly inclined (-5°, -2°, +2° and +5°) pipe flow. The following main conclusions can be drawn from this study:

1. The separated-flow approximation and the proposed Couette-Poiseuille profile provided a suitable representation of the velocity profiles experimentally observed by Elseth (2001).
2. The kinetic-energy distribution coefficients can deviate significantly from unity, even for the less viscous fluid (water); in fact,  $k_w$  never tends to unity, but converges to 1.04 at the lowest oil superficial velocities and can reach 1.35 at the lowest water superficial velocities.
3. The new closure relation for interfacial shear stress intends to reflect a likely pressure loss related to secondary flows; by the inclusion of the new relation the commonly observed underestimation of the experimental data was significantly diminished (improvement in accuracy from 31% to 22%).
4. Nine sub-patterns originating from the basic flow patterns shown in Rodriguez and Oliemans (2006) were observed; the characterization was based on the observation of long and intermediate wavy structures.
5. New oil-water interface wave length data for four inclination from horizontal (-5, -2, +2, +5) are offered.
6. The proposed general stability criterion generated a single stratified-to-dispersed flow transition boundary that agreed very well with Elseth's data and the present data; the results were superior in comparison to Brauner's and Trallero's VKH and IKH transition boundaries, especially at extreme water-oil velocity ratios.
7. The proposed transition boundary is very sensitive to instability caused by high holdup ratios; it predicts shrinkage of the stratified area in the high water-oil velocity ratio region in downward flow and in the low water-oil velocity ratio region in upward flow; in those regions wavy structures were observed instead.
8. The incorporation of waves of intermediate wave length into the model produces better predictions, supporting the theory that intermediate waves would add an additional "rigidity" to the interface and delay the transition to dispersed flow; such waves were observed in our experiments.

## 6. Acknowledgements

The authors are grateful to Shell International Exploration and Production B.V. for supporting the experimental work. O. Rodriguez is grateful to FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, proc. 04/13374-7) for supporting his research at the University of São Paulo at São Carlos.

## 7. Reference list

- Alkaya, B., Jayawardena, S.S., Brill, J.P., 2000. Oil water flow patterns in slightly inclined pipes. Proceedings of ETCE/OMAE2000 Joint Conference, New Orleans, February 14-17.
- Angeli, P., Hewitt, G.F., 1998. Pressure gradient in horizontal liquid-liquid flows. *International Journal of Multiphase Flow* 24, 1183-1203.
- Bai, R., 1995. Traveling waves in a high viscosity ratio and axisymmetric core annular flow. Ph.D. Thesis, University of Minnesota.
- Bannwart, A.C., Rodriguez, O.M.H., de Carvalho, C.H.M., Wang, I.S., Obregon Vara, R.M., 2004. Flow patterns in heavy crude oil-water flow. *Journal of Energy Resources Technology-Transactions of the ASME* 126, 184-189.
- Barnea, D. and Taitel, Y., 1994. Non-linear interfacial instability of separated flow, *Chemical Engineering Science*, v. 49, n. 14, 2341-2349.
- Barnea, D., 1991. On the effect of viscosity on stability of stratified gas-liquid flow – Application to flow pattern transition at various pipe inclinations, *Chemical Engineering Science*, 46 (8), 2123-2131.
- Barnea, D., Taitel, Y., 1993. Kelvin-Helmholtz stability criteria for stratified flow: viscous versus non-viscous (inviscid) approaches, *International Journal of Multiphase Flow*, 19 (4), 639-649.
- Brauner, N., 2001. The prediction of dispersed flows boundaries in liquid/liquid and gas/liquid systems, *Int. J. Multiphase Flow* 27, 885-910.
- Brauner, N., Maron, D.M., 1992a, Stability analysis of stratified liquid-liquid flow, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 18, n. 1, 103.
- Brauner, N., Maron, D.M., 1992b, Flow pattern transitions in two-phase liquid-liquid flow in horizontal tubes, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 18, n. 1, 123.
- Charles, M. E., Govier, G. W., Hodgson, G. W., 1961. The horizontal pipeline flow of equal density oil-water mixtures. *Canadian Journal of Chemical Engineering* 39 (1), 27-36.
- Crowley, C.J., Wallis, G.B. and Barry, J.J., 1992, Validation of a one-dimensional wave model for the stratified-to-slug flow regime transition, with consequences for wave growth and slug frequency, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 18, n. 2, 249-271.
- Crowley, C.J., Wallis, G.B. and Barry, J.J., 1993, Dimensionless form of a one-dimensional wave model for the stratified flow regime transition, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 19, n. 2, 369-376.
- Drazin, P.G., Reid, W.H., 1981. *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Elseth, G., 2001, An experimental study of oil-water flow in horizontal pipes, Ph.D. Thesis. The Norwegian University of Science and Technology.
- Fairusov, Y.V., Arenas-Medina, P., Verdejo-Fierro, J. and Gonzales-Islas, R., 2000, Flow pattern transitions in horizontal pipelines carrying oil-water mixtures: full-scale experiments, *Journal of Energy Resources Technology*, v. 122, 169-175.
- Flores, J.G., Chen, X.T., Sarica, C., Brill, J.P., 1997. Characterization of oil-water flow patterns in vertical and deviated wells. In: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition - SPE 38810*, San Antonio, Texas.
- Guet, S., O.M.H. Rodriguez, Oliemans, R.V.A., Brauner, N., 2006. Inverted dispersed multiphase flow models for liquid production rate predictions. *International Journal of Multiphase Flow* 32, 553-567.
- Hu, H.H., Patankar, N., 1995. Nonaxisymmetric instability of core-annular flow. *Journal of Fluid Mechanics* 290, 231-224.
- Ishii, M., 1982. Wave phenomena and two-phase flow instabilities. In: *Handbook of Multiphase Systems* by G. Hetsroni, McGraw-Hill, New York.
- Lovick, J., Angeli, P., 2001. Two-phase liquid flows at the partially dispersed flow regime. Proceedings of 4<sup>th</sup> International Conference of Multiphase Flow – ICMF'01, New Orleans, May 27-June 1.
- Lovick, J., Angeli, P., 2004. Experimental studies on the dual continuous flow pattern in oil–water flows. *International Journal of Multiphase Flow* 30, 139-157.
- Miesen, R.H.M., Beijnon, G., Duijvestijn, P.E.M., Oliemans, R.V.A., Verheggen, T.M.M., 1992. Interfacial waves in core-annular flow. *Journal of fluid Mechanics* 238, 97-117.
- Nädler, M., Mewes, D., 1997. Flow induced emulsification in the flow of two immiscible liquids in horizontal pipes. *International Journal of Multiphase Flows* 23, pp. 55-68.
- Oddie, G., Shi, H., Durlifsky, L.J., Aziz, K., Pfeiffer, B., Holmes, J.A., 2003. Experimental study of two and three phase flows in large diameter inclined pipes. *International Journal of Multiphase Flow* 29, 527-558.
- Rodriguez, O.M.H., Mudde, R.F., Oliemans, R.V.A., 2004. Inversion of multiphase flow models for multiphase well logging: larger diameters and lightly inclined pipes. Proceedings of 4th North American Conference on Multiphase Technology, Banff, Canada, 3-4 June.
- Rodriguez, O.M.H., Oliemans, R.V.A., 2006. Experimental study on oil-water flow in horizontal and slightly inclined pipes. *International Journal of Multiphase Flow* 32, 323-343.
- Schlichting, H., 1979. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, New York.
- Sotgia G., and Tartarini P., 2001, Experimental and theoretical investigation on pressure drop reductions in oil water flows, 4<sup>th</sup> International Conference of Multiphase Flow, New Orleans, Louisiana, May 27-June 1.
- Trallero J. L., 1995, Oil-water flow patterns in horizontal pipes, Ph.D. thesis, The University of Tulsa, Tulsa, Oklahoma.
- Ullmann, A., Brauner, N., 2006. Closure relations for two-fluid models for two-phase stratified smooth and stratified wavy flows. *International Journal of Multiphase Flow* 32, 82-105.
- Ullmann, A., Goldstein, A., Zamir, M., Brauner, N., 2004. Closure relations for the shear stresses in two-fluid models for laminar stratified flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 30, 877-900.
- Valle, A., Utvik, O.H., 1997. Pressure drop, flow pattern and slip for two-phase crude oil/water flow: experiments and model predictions. Proceedings of International Symposium on Liquid-Liquid Two Phase Flow and Transport Phenomena, Antalya, Turkey.
- Wallis, G.B., 1969. *One-Dimensional Two-Phase Flow*. MacGraw-Hill, New York.
- Whitham, G.B., 1974. *Linear and Nonlinear Waves*. John Wiley & Sons, New York.

## ESTUDO DA INSTABILIDADE DE SAFFMAN-TAYLOR ATRAVÉS DO MÉTODO SEMI-LAGRANGEANO DAS CURVAS DE NÍVEL

Fábio Gonçalves\*

Francisco Duarte Moura Neto†

Instituto Politécnico

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

C. P. 97282 – 28601-970

Nova Friburgo, RJ.

\*fgoncalves@iprj.uerj.br

†fmoura@iprj.uerj.br

**Resumo.** Neste trabalho aplicamos o método dos conjuntos de nível com implementação semi-Lagrangeana, chamado por método semi-Lagrangeano das curvas de nível (SLCN), em um estudo que trata do escoamento de dois fluidos imiscíveis no interior de um meio poroso isotrópico, apresentando um típico problema de instabilidade viscosa conhecido por instabilidade de Saffman-Taylor. Este estudo envolve a introdução de perturbações trigonométricas de baixa amplitude à interface entre os fluidos, uma análise de estabilidade linear e a sua evolução não-linear. Por fim, as variações de amplitude das perturbações trigonométricas introduzidas, considerando diferentes números de onda, são analisadas nas abordagens linear e não-linear.

**Palavras chave:** Método dos conjuntos de nível, método semi-Lagrangeano, instabilidade de Saffman-Taylor, fluido incompressível, meio poroso.

### 1. Introdução

Escoamentos em meios porosos que apresentam instabilidade de origem tipicamente viscosa, instabilidade de Saffman-Taylor (Saffman e Taylor, 1958), podem ser observados em diversas aplicações como, por exemplo, na recuperação de petróleo em reservatórios subterrâneos. Neste caso clássico, uma das etapas da extração do óleo residente consiste na injeção de água no interior do reservatório de petróleo (Carasso e Pasa, 1998, Pasa, 2002, Pasa e Titaud, 2005). A interface de separação entre estes fluidos, água/óleo, evolui de forma instável gerando dedos viscosos que crescem com o tempo.

O mesmo comportamento se observa quando se utiliza água doce para empurrar água salgada em camadas porosas em aplicações em hidrologia (Aldushin e Matkowsky, 1998). Essencialmente, a instabilidade viscosa ocorre quando o fluido mais viscoso é deslocado pelo fluido menos viscoso.

Neste trabalho aplicamos o método semi-Lagrangeano das curvas de nível (SLCN) no acompanhamento de interfaces móveis entre dois fluidos imiscíveis no interior de meios porosos consolidados exibindo instabilidades do tipo Saffman-Taylor. O método SLCN é o método dos conjuntos de nível (Osher e Sethian, 1988) introduzido por Osher e Sethian a fim de descrever a evolução de curvas, intergrado no tempo por intermédio de uma abordagem semi-Lagrangeana. Essa combinação de métodos foi inicialmente introduzida por Strain (Strain, 1999) e, posteriormente, por Min (Min, 2004), aplicado à simulação de ondas em um espaço bidimensional e pelos autores (Gonçalves *et al.*, 2006), aplicado ao estudo de interfaces entre fluidos imiscíveis no interior de meios porosos.

O campo de velocidades associado ao escoamento no meio poroso é aqui determinado através de um método iterativo paralelizável introduzido por Douglas (Douglas Jr. *et al.*, 1993) no contexto dos elementos finitos mistos que foi generalizado por Gonçalves e Moura Neto (Gonçalves e Moura Neto, 2005) utilizando a linguagem de grafos.

Este estudo envolve uma análise de estabilidade linear da evolução do fronte de separação entre os dois fluidos, a introdução de perturbações trigonométrica de baixa amplitude e a sua evolução não-linear. O comportamento destas perturbações para diferentes números de onda, inclusive para perturbações aleatórias, é investigado.

### 2. Método dos conjuntos de nível

O método dos conjuntos de nível baseia-se em uma representação suave da interface através de uma função escalar  $\phi$ , a função curva de nível, e na equação de evolução que preserva sua representação.

Seja  $\Gamma_t$  a interface no tempo  $t$ , uma simples curva ou um conjunto de curvas. Para cada tempo fixo  $t$ , a interface é

$$\Gamma_t = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \phi(\mathbf{x}, t) = 0 \} . \quad (1)$$

A equação de evolução para  $\phi$  tem que ser compatível com a Eq. (1). Assim, assumamos que  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$  é um ponto da interface,  $\mathbf{x}(t) \in \Gamma_t$ . Além disso assumamos que a interface evolui de acordo com o campo de velocidades  $\mathbf{u}$ ,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \tag{2}$$

onde  $\dot{\mathbf{x}}$  representa a derivada de  $\mathbf{x}$  em relação ao tempo  $t$ . Desta forma, a equação de evolução de  $\phi$ , é dada por

$$\phi_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0. \tag{3}$$

Completando a descrição do método dos conjuntos de nível, em um nível analítico, é necessário especificar condições iniciais para  $\phi$ , compatíveis com a Eq. (1). Ou seja, é necessário definir  $\phi(\cdot, 0)$  de maneira que  $\Gamma_0 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \phi(\mathbf{x}, 0) = 0\}$ . Para isso, basta considerar  $\phi_0(\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{x}, 0)$  a função distância à interface com sinal: se  $\mathbf{x}$  estiver dentro da região delimitada pela interface,  $\phi(\mathbf{x}, 0)$  é negativa; se  $\mathbf{x}$  estiver fora desta região então  $\phi(\mathbf{x}, 0)$  é positiva; caso  $\mathbf{x}$  pertença a interface então  $\phi(\mathbf{x}, 0)$  é nula. Veja a Fig. 1.

Ressaltamos que, para  $t > 0$ ,  $\phi(\mathbf{x}, t)$  não é necessariamente igual a distância à  $\Gamma_t$ . Se a função curva de nível satisfizer a equação de evolução (3) então a interface satisfaz a Eq. (1) e, assim, determinando os zeros de  $\phi(\cdot, t)$  para um tempo fixo  $t$ , determinamos a interface  $\Gamma_t$ .

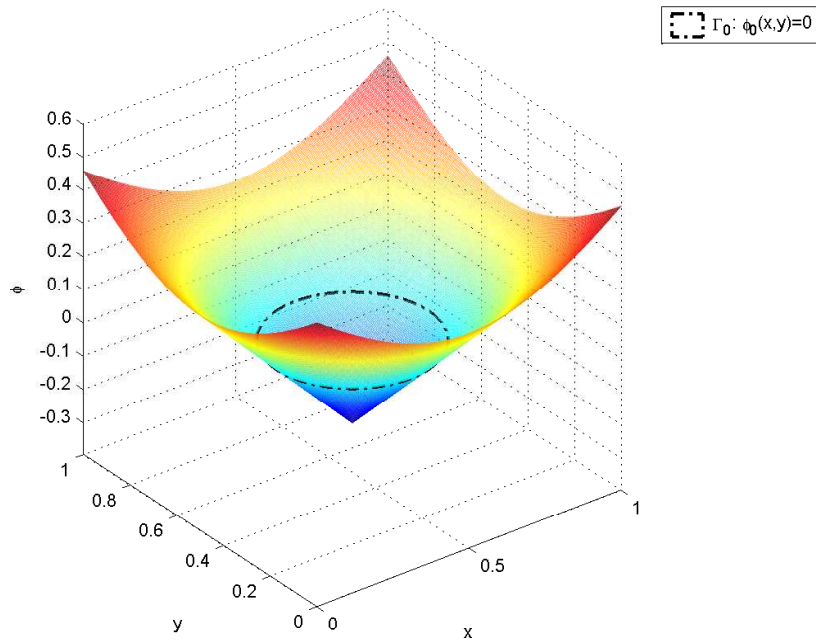


Figura 1: A função curva de nível inicial,  $\phi_0(\mathbf{x})$ , como sendo a função distância à interface  $\Gamma_0$  com sinal.

### 3. Esquema semi-Lagrangeano

O esquema semi-Lagrangeano é usado para resolver a Eq. (3) e baseia-se no método das características.

Assumamos conhecido o campo de velocidades. As curvas características da equação de evolução da função curva de nível,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u(x, y) \frac{\partial \phi}{\partial x} + v(x, y) \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \tag{4}$$

$0 \leq x, y \leq L, t \geq 0$ , são soluções do sistema de equações diferenciais ordinárias

$$\left. \begin{aligned} \dot{S}_1 &= u(S_1(t), S_2(t)) \\ \dot{S}_2 &= v(S_1(t), S_2(t)) \end{aligned} \right\} t \geq t^*, \tag{5}$$

$$(S_1(t^*), S_2(t^*)) = (x^*, y^*),$$

onde  $(x^*, y^*)$  é um ponto arbitrário e  $t^*$  é um tempo, também, arbitrário.

A solução  $(S_1(t), S_2(t))$  é a trajetória de  $(x^*, y^*)$  e  $\phi(S_1(t), S_2(t), t)$  é constante ao longo do tempo,

$$\phi(S_1(t), S_2(t), t) = \phi(x^*, y^*, t^*), \tag{6}$$

para  $t \geq t^*$ . De fato, a derivada com respeito ao tempo da função curva de nível no lado esquerdo da Eq. (6) é nula, de acordo com a Eq. (4) e a Eq. (5).

A Equação (6) é a base do método para avançar  $\phi$  ao longo do tempo. Assuma que  $\phi$  é conhecida no tempo  $k\Delta t$ ,  $\phi^k$ , e que desejamos determinar  $\phi^{k+1}$ . Dado qualquer ponto  $(x, y) \in [0, L] \times [0, L]$ , resolvemos a Eq. (5) retrocedendo no tempo a fim de determinar  $(x^*, y^*, t^*)$  conhecendo previamente o ponto final

$$(S_1((k+1)\Delta t), S_2((k+1)\Delta t)) = (x, y),$$

assumindo que  $t^* = k\Delta t$ . Da Equação (6), obtemos

$$\phi^{k+1}(x, y) = \phi(x, y, (k+1)\Delta t) = \phi(x^*, y^*, k\Delta t) = \phi^k(x^*, y^*). \quad (7)$$

Este é o esquema semi-Lagrangeano para a Eq. (4).

Dado  $(x_i, y_j)$  e  $\Delta t$ , um procedimento iterativo é usado para determinar  $(x^*, y^*)$ , de acordo com a Eq. (5),

$$x_{r+1}^* = x_i - \Delta t u \left( \frac{x_i + x_r^*}{2}, \frac{y_j + y_r^*}{2} \right) \quad (8)$$

$$y_{r+1}^* = y_j - \Delta t v \left( \frac{x_i + x_r^*}{2}, \frac{y_j + y_r^*}{2} \right)$$

onde  $r$  é o contador de iterações,  $r = 0, 1, 2, \dots$ , e nós o repetimos até obtermos a convergência. O valor da inicialização pode ser  $(x_0^*, y_0^*) = (x_i, y_j)$ .

Os valores de  $u$  and  $v$  são conhecidos somente nos pontos da grade  $(ih, jh)$ ,  $i, j = 0, 1, \dots, N$ , que correspondem às arestas das células quadradas. Nós calculamos  $(u, v)$  em outros pontos através de uma aproximação quase-linear. Como precisamos calcular  $(u, v)$  em  $(x^\xi, y^\xi)$  nós o localizamos dentro do quadrado de vértices  $(x_i, y_j)$ ,  $(x_{i+1}, y_j)$ ,  $(x_i, y_{j+1})$ ,  $(x_{i+1}, y_{j+1})$ , e consideramos

$$u(x^\xi, y^\xi) \approx \left(1 - \frac{y^\xi - y_j}{h}\right) \left[ \left(1 - \frac{x^\xi - x_i}{h}\right) u_{i,j} + \frac{x^\xi - x_i}{h} u_{i+1,j} \right] + \frac{y^\xi - y_j}{h} \left[ \left(1 - \frac{x^\xi - x_i}{h}\right) u_{i,j+1} + \frac{x^\xi - x_i}{h} u_{i+1,j+1} \right]. \quad (9)$$

Veja a Fig. 2. Uma aproximação análoga para  $v(x^\xi, y^\xi)$  é considerada. É suficiente, substituir  $u$  por  $v$  na Eq. (9).

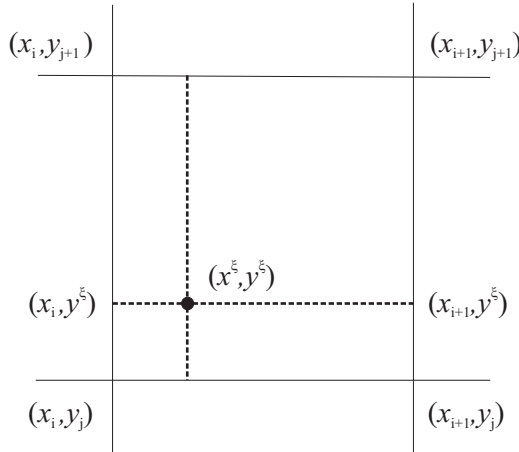


Figura 2: Interpolação do campo de velocidades  $(u, v)$ . O valor de  $(u, v)$  em  $(x_i, y_j)$  e  $(x_{i+1}, y_j)$  são usados para a interpolação linear em  $(x^\xi, y_j)$ . Analogamente, obtemos os valores em  $(x^\xi, y_{j+1})$ , usando os valores em  $(x_i, y_{j+1})$  e  $(x_{i+1}, y_{j+1})$ . Finalmente, estes valores são linearmente interpolados em  $y$ .

A fim de melhorar a aproximação de  $\phi$ , o valor usado no lado direito da Eq. (7) é calculado através de um aproximação quase-cubica que é determinada da seguinte maneira. Fazemos uma interpolação linear de  $\phi$  em  $x$  quando  $y = y_{j-1}$ , uma interpolação cúbica de  $\phi$  em  $x$  quando  $y = y_j$ , uma interpolação cúbica de  $\phi$  em  $x$  quando  $y = y_{j+1}$  e uma interpolação linear em  $x$  quando  $y = y_{j+2}$ . Para finalizar, fazemos uma interpolação em  $y$  com estes quatro pontos interpolados.

#### 4. Formulação do problema de Saffman-Taylor

Considere um meio poroso consolidado, inicialmente saturado por dois fluidos imiscíveis,  $F_1$  and  $F_2$ , no qual a interface entre eles é conhecida. Suponha que o fluido deslocado  $F_2$  move-se dentro do meio poroso devido a ação do fluido deslocante  $F_1$ . Tal situação é ilustrada, por exemplo, na Fig. 3 onde o deslocamento é horizontal da esquerda para a direita.

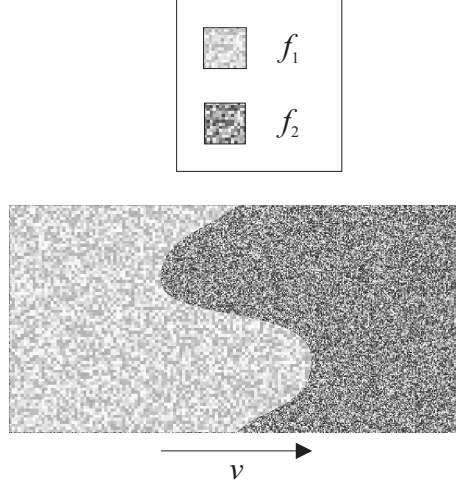


Figura 3: Meio poroso saturado por dois fluidos imiscíveis,  $F_1$  e  $F_2$ , que movem-se horizontalmente com velocidade  $v$ .

Seja  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  as subregiões do meio poroso saturado, respectivamente, pelos fluidos  $F_1$  e  $F_2$ . Para completar, denotamos por  $\Gamma$  a interface entre eles, representando-a, desta vez, como um gráfico de funções,

$$\Gamma(t) = \{(\gamma(y, z, t), y, z) \mid (y, z) \in \mathbb{R}^2\} \text{ and } t \geq 0. \quad (10)$$

Assim, a camada porosa,  $\Omega$ , saturada pelos dois fluidos, satisfaz a decomposição  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Gamma$ .

Desprezando os efeitos gravitacionais e a pressão capilar, introduzimos o modelo matemático para o problema de Saffman-Taylor dado pelo seguinte sistema de equação adimensionais: para  $\mathbf{x} \in \Omega_1$ ,

$$\mathbf{u}_1 = -\varepsilon_1 \nabla p_1 \quad (11)$$

e

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_1 = 0; \quad (12)$$

para  $\mathbf{x} \in \Omega_2$ ,

$$\mathbf{u}_2 = -\varepsilon_1 \varepsilon_2 \nabla p_2 \quad (13)$$

e

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_2 = 0; \quad (14)$$

com condições de interface

$$(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)|_{\Gamma} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (15)$$

e

$$(p_1 - p_2)|_{\Gamma} = 0; \quad (16)$$

e condições de fronteira

$$\mathbf{u}_1 \longrightarrow \mathbf{e}_1 \quad \text{when } x \longrightarrow -\infty \quad (17)$$

e

$$\mathbf{u}_2 \longrightarrow \mathbf{e}_1 \quad \text{when } x \longrightarrow +\infty. \quad (18)$$

Aqui,  $\mathbf{u}_\kappa$  e  $p_\kappa$  ( $\kappa = 1, 2$ ) são, respectivamente, a velocidade de Darcy e a pressão do fluido  $F_\kappa$ . Estas variáveis são quantidades adimensionais, assim como, os parâmetros  $\varepsilon_1 = K/L^2$ , onde  $L$  é um comprimento característico típico do meio poroso,  $K$  é o tensor de permeabilidades e  $\varepsilon_2 = \mu_1/\mu_2$ , a razão viscosa entre os fluidos  $F_1$  e  $F_2$ .

As Equações (11) e (13) representam as equações de momento nas regiões  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$ , respectivamente. Além disso, a Eq. (12) e a Eq. (14) são balanços de massa em cada região, para dois fluidos incompressíveis.



## 5. Condição de instabilidade

Uma análise de estabilidade linear é realizada no problema de Saffman-Taylor a fim de obter um a condição de instabilidade. Esta análise inicia-se com a seleção de uma solução de onda plana do problema e que corresponde ao estado base da análise de estabilidade. Neste estágio, o primeiro componente da interface é dado por

$$\gamma(t) = \gamma_0 t,$$

para uma constante  $\gamma_0$ .

Uma família de perturbações trigonométricas, parametrizadas por  $\epsilon \in \mathbb{R}$ ,

$$\Gamma^\epsilon(t) = \{(\gamma^\epsilon(y, z, t), y, z) \mid (y, z) \in \mathbb{R}^2\} \text{ for } t \geq 0,$$

são introduzidas na interface.

Finalmente, procuramos por soluções da forma

$$\gamma'(y, z, t) = e^{i(\xi_2 y + \xi_3 z)} e^{-\beta t}, \quad (19)$$

$$p'_1(\mathbf{x}, t) = a_1 e^{i(\xi_2 y + \xi_3 z)} e^{\alpha(x - u_\infty t)} e^{-\beta t}$$

e

$$p'_2(\mathbf{x}, t) = a_2 e^{i(\xi_2 y + \xi_3 z)} e^{-\alpha(x - u_\infty t)} e^{-\beta t},$$

no sistema de equações para as perturbações, que resulta na seguinte expressão para  $\beta$

$$\beta = \alpha \left( \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \right) \quad (20)$$

Assim, quando  $\beta$  assume valores estritamente negativos, significa que a perturbação inicialmente aplicada à interface cresce exponencialmente com o tempo, veja a Eq. (19). Isto caracteriza uma evolução instável da interface entre os dois fluidos. Por outro lado, o deslocamento do fronte é dito estável quando  $\beta$  assume valores positivos, uma vez que a perturbação introduzida inicialmente na interface desaparece com o passar do tempo.

Note que  $\alpha$  é considerada estritamente positiva, assim como as viscosidades. Portanto, a evolução do fronte é instável quando  $\mu_1 < \mu_2$ , ou  $\varepsilon_2 < 1$ , como se pode ver na Eq. (20). Portanto, quando o fluido deslocante é menos viscoso do que o fluido deslocado, a interface entre eles evolui de forma instável.

## 6. Simulações

Agora, mostramos os resultados das simulações da instabilidade de Saffman-Taylor, usando o método SLCN. Nestas simulações o campo de velocidades foi determinado por um método iterativo baseado em grafos (Gonçalves e Moura Neto, 2005) indicado para a resolução de uma classe de problemas que podem ser reduzidos a forma linear das equações fundamentais de equilíbrio (Strang, 1988).

Os resultados que são apresentados correspondem a razão viscosa igual a 0.5. A permeabilidade usada é  $10^{-11} \text{ m}^2$ . O experimento consiste de uma injeção constante na direção normal à face esquerda da camada porosa com intensidade igual a  $10^{-7} \text{ m/s}$ , e recuperação na face direita com a mesma direção e intensidade. Ressaltamos que a escala de tempo considerada é equivalente a um tempo da ordem de  $10^7 \text{ s}$ .

A seqüência de figuras, da Fig. 4 à Fig. 7, mostra os resultados obtidos nas simulações da interface plana modificada pelas perturbações trigonométricas de baixa amplitude, com números de onda ímpares variando de 1 a 7, centradas em relação ao eixo  $y$ . Isto é, as perturbações iniciais são da forma

$$\gamma^\epsilon(y, 0) = \gamma_0(y) + \epsilon \cos(2\pi\lambda y)$$

onde  $\lambda$ , o número de onda, assume os valores  $\lambda = 1, 3, 5, 7$ , e  $\gamma_0(y)$ , a interface não perturbada é dada por  $\gamma_0(y) = 1/4$  e  $\epsilon = 1/64$ . Estas figuras exibem a evolução instável do fronte e correspondem ao problema de injeção com razão de viscosidade  $\varepsilon_2 = 0.5$ .

A Figura 8 compara a variação de amplitude das perturbações trigonométricas para os primeiros cinco números de onda do problema instável, baseado na análise de estabilidade linear e na evolução não-linear determinada pelo ferramental numérico proposto, usando uma grade de  $65 \times 129$  nós. Aqui, a variação de amplitude é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da função  $\gamma$ , em um tempo fixo. Todos os resultados mostrados nesta figura correspondem a solução do tempo inicial ao tempo adimensional 0.25. De acordo com as perturbações inicialmente introduzidas na interface, a variação de amplitude, na abordagem linear, é igual à  $2\epsilon \exp(2\pi\lambda t/3)$ . Note que a variação de amplitude cresce, claramente, tanto na abordagem linear quanto na não-linear, especialmente para números de onda maiores do que 4. Excepcionalmente, para  $\lambda = 1$ , onde o caso linear apresenta uma taxa de crescimento da variação de amplitude muito

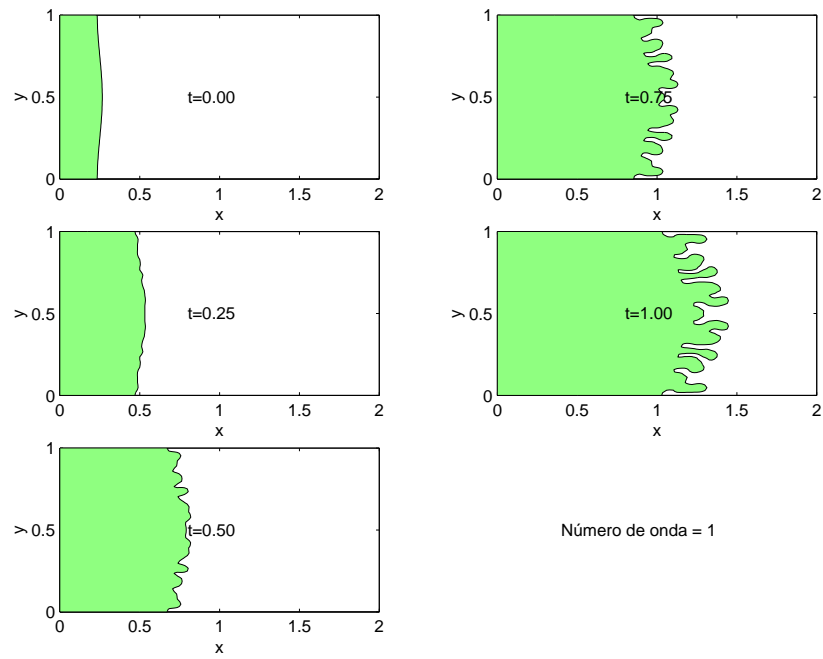


Figura 4: O perfil da evolução da interface sujeita a uma perturbação trigonométrica inicial de comprimento de onda 1, associado ao problema de injeção com razão viscosa  $\varepsilon_3 = 0.5$ .

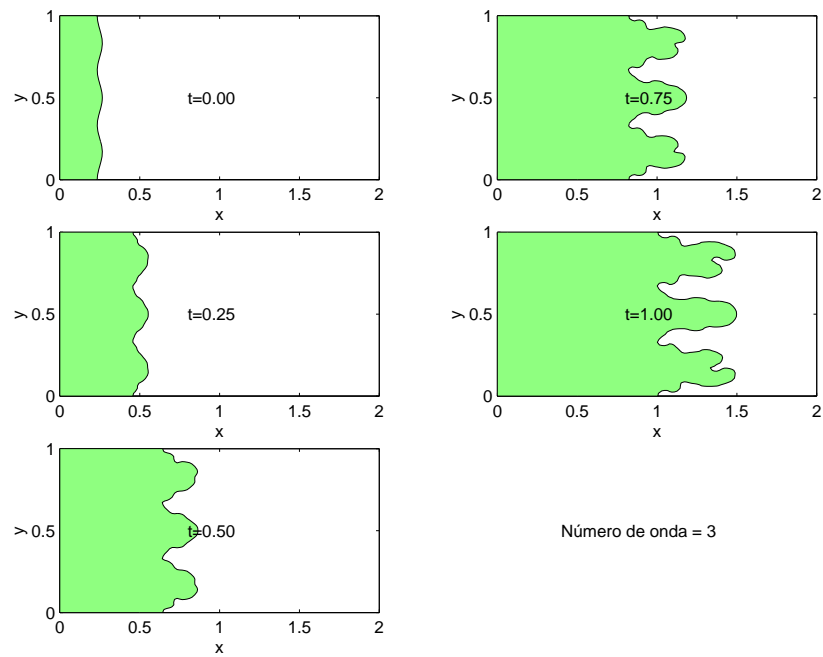


Figura 5: O perfil da evolução da interface sujeita a uma perturbação trigonométrica inicial de comprimento de onda 1/3, associado ao problema de injeção com razão viscosa  $\varepsilon_3 = 0.5$ .

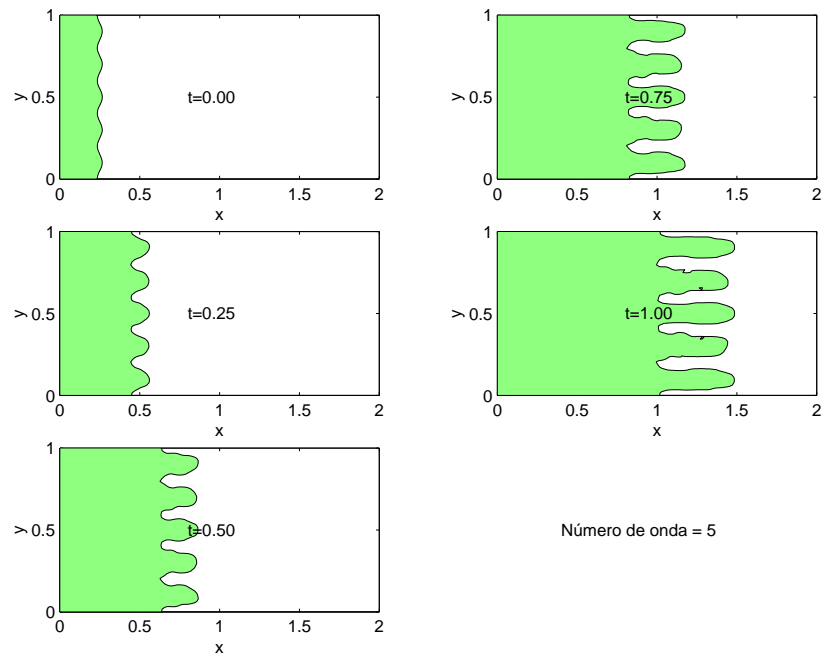


Figura 6: O perfil da evolução da interface sujeita a uma perturbação trigonométrica inicial de comprimento de onda  $1/5$ , associado ao problema de injeção com razão viscosa  $\varepsilon_3 = 0.5$ .

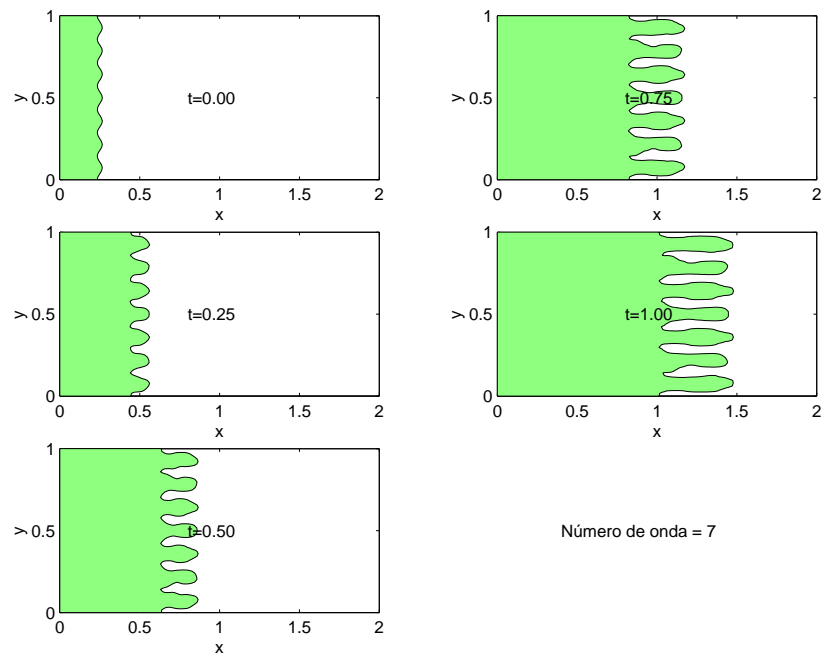


Figura 7: O perfil da evolução da interface sujeita a uma perturbação trigonométrica inicial de comprimento de onda  $1/7$ , associado ao problema de injeção com razão viscosa  $\varepsilon_3 = 0.5$ .

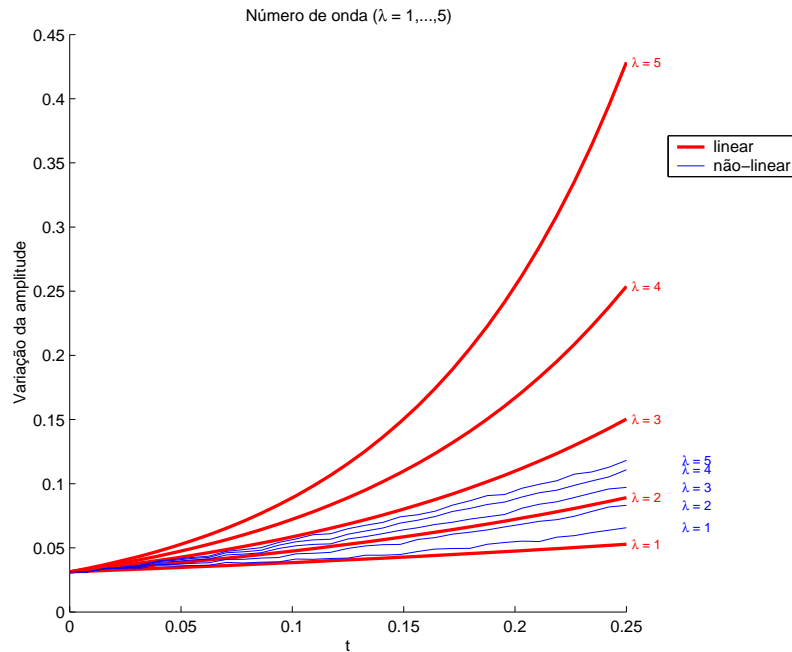


Figura 8: Gráfico da variação de amplitude.

maior. Note também que quanto maior é a frequência da perturbação introduzida, maior é a variação de sua amplitude, com o passar do tempo.

Concluimos que o método SLCN é uma ferramenta numérica que pode ser aplicada ao estudo do problema de Saffman-Taylor e é capaz de capturar as instabilidades da interface, como previsto pela análise de estabilidade linear, mostrando padrões geométricos complexos.

As discrepâncias entre as abordagens linear e não-linear no que se refere a variação de amplitude, como ilustrado na Fig. 8, são atribuídas aos efeitos não-lineares da evolução da interface.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da Fundação Carlos Chagas de Apoio à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) durante a realização deste trabalho.

## 8. Referências

- Aldushin, A. P. and Matkowsky, B. J., 1998, Instabilities, fingering and the Saffman-Taylor problem in filtration combustion, “Combustion Science and Technology”, Vol. 133, No. 4-6, pp. 293–341.
- Carasso, C. and Pasa, G., 1998, An optimal viscosity profile in the secondary oil recovery, “RAIRO - Mathematical Modelling and Numerical Analysis”, Vol. 32, No. 2, pp. 211–221.
- Douglas Jr., J., Paes Leme, P. J., Roberts, J. E., and Wang, J., 1993, A parallel iterative procedure applicable to the approximate solution of second order partial differential equations by mixed finite element methods, “Numer. Math.”, Vol. 65, pp. 95–108.
- Gonçalves, F. and Moura Neto, F. D., 2005, An Iterative Parallel Algorithm for Linear Systems Defined on Graphs, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, submitted in 2005.
- Gonçalves, F., Moura Neto, F. D., and Carmona, M. M., 2006, Interfaces in porous medium captured by level set methods, *Journal of Porous Media*, in pressing.
- Min, C. H., 2004, Local level set method in high dimension and codimension, “Journal of Computational Physics”, Vol. 200, No. 1, pp. 368–382.
- Osher, S. and Sethian, J. A., 1988, Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation, “J. Comp. Physics”, Vol. 78, pp. 12–49.
- Pasa, G., 2002, A new optimal growth constant for the Hele-Shaw instability, “Transport in Porous Media”, Vol. 49, No. 1, pp. 27–40.
- Pasa, G. and Titaud, O., 2005, A class of viscosity profiles for oil displacement in porous media or Hele-Shaw cell, “Transport in Porous Media”, Vol. 58, No. 3, pp. 269–286.

- Saffman, P. G. and Taylor, G., 1958, The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shall cell containing a more viscous liquid, “Proceedings of the Royal Society of London”, Vol. 245 of “A, Mathematical and Physical Sciences”, pp. 312–329. The Royal Society.
- Strain, J., 1999, Semi-Lagrangian methods for level set equations, “Journal of Computational Physics”, Vol. 151, No. 2, pp. 498–533.
- Strang, G., 1988, A framework for equilibrium equations, “SIAM Rev”, Vol. 30, No. 2, pp. 283–297.

## **STUDY OF SAFFMAN-TAYLOR INSTABILITY THROUGH THE SEMI-LAGRANGIAN LEVEL SET METHOD**

**Fábio Gonçalves\***

**Francisco Duarte Moura Neto†**

Instituto Politécnico

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

C. P. 97282 – 28601-970

Nova Friburgo, RJ.

\*fgoncalves@iprj.uerj.br

†fmoura@iprj.uerj.br

**Abstract.** *In this work we apply the level set method with a semi-Lagrangian implementation, called by semi-Lagrangian level set method (SLLSM), in a study that deals with flows inside an isotropic porous medium, presenting a typical viscous instability problem known as Saffman-Taylor instability. This study involves the introduction of trigonometric perturbations with low amplitudes to the interface between the fluids, a linear stability analysis and its non linear evolution. At last, the amplitude variations of the applied trigonometric perturbations, considering different wave numbers, are analysed in the linear and non linear approaches. .*

**Keywords:** *Level set method, semi-Lagrangian method, Saffman-Taylor instability, incompressible fluid, porous medium.*

## SIMULATION OF FLUID CATALYTIC CRACKING RISERS – A SIX LUMP MODEL

**Cezar Otaviano Ribeiro Negrão**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais – PPGEM, Laboratório de Ciências Térmicas – LACIT, Av. Sete de Setembro, 3165, 80.230-901, Curitiba-PR.  
negrão@cefetpr.br

**Fábio Baldessar**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais – PPGEM, Laboratório de Ciências Térmicas – LACIT, Av. Sete de Setembro, 3165, 80.230-901, Curitiba-PR.

*Abstract. The current work presents the modeling of the riser of Fluid Catalytic Cracking (FCC) Units. The flow and the cracking reactions are considered two-phased (fluid and solid), one-dimensional and steady. Mass, momentum and energy equation are admitted for fluid and solid phases. The finite difference method was used for the solution of the ordinary differential equations. A six lump kinetics model is employed to evaluate the gasoil, gasoline, LPG, fuel gas, light cycle oil (LCO) and coke lumps. A feedstock vaporization approach is described. Comparisons of the six with a four lump model was conducted and of the vaporization model with instantaneous vaporization were conducted. The results reveal the vaporization has influence on the product composition at the riser outlet. Besides, the kinetics models also is very important on the cracking reactions.*

*Keywords. FCC, six lump model, vaporization, mathematical model, simulation.*

### 1. Introduction

The catalytic cracking (FCC) is one of the most important chemical processes developed during the last century. Today, FCC is responsible for almost 50% of all gasoline produced in the whole world. This process breaks the larger molecular weight fractions of oil into smaller ones, such as gasoline, LPG (Liquefied Petroleum Gas) and LCO (Light Cycle Oil). The FCC is a complex operation process due to the high sensitivity to its boundary conditions and several disturbances of different sources.

The modeling of FCC is quite complicated because the complex fluid dynamics (turbulence and gas-solid flow) and the cracking and combustion kinetics. There are several works in the literature that deal with modeling of FCC units at different level of rigor. Weekman (1968) was one of the firsts, which presented a kinetic model for riser catalytic cracking – a three lump model. Jacob and Weekman (1976) presented a ten lump model for the kinetics in the riser. All the riser kinetics models employed today are based on Weekman (1968) and Jacob and Weekman (1976) models, such as, the Lee's et al. (1989) four lump model, the Pitault's et al. (1994) and Juarez's et al. (1989) five lump models and the Martignoni's (2000) six lump model.

Others presented the modeling of all FCC. For example, the McFarlane et al. (1990) simulated dynamically the ESSO model IV FCC Unit, employing a four lump model for the riser; Malay et al. (1999) and Han and Chung (2001) used a four lump kinetics model, considered the flow as one-dimensional in the riser and admitted the regenerator composed of two regions; Santos (2000) modeled the REFAP's (Refinery Alberto Pasqualini) FCC Unit and used the Jacob's and Weekman (1976) model for the riser and a two region model for the regenerator; Erthal (2003) applied the Han and Chung's (2001) model for the riser, the Melo's (2003) model for the stripper/separator vase and the Penteadó's (2003) model for the regenerator. He simulated the FCC pilot plant of SIX/PETROBRAS.

In the current work, a six lump and a feed stock vaporization models were added to the Erthal's riser model. Comparisons of the six and four lump models were conducted. Besides, the results of instantaneous vaporization with of vaporization model were compared.

### 2. FCC Description

Figure 1 illustrates a FCC plant which is basically composed of: Riser, Separator vase, Stripper and Regenerator. The FCC operation can be summarized as follow. At the riser inlet, the feedstock charge, at 200°C, is placed in contact with a catalyst (particles) stream at a higher temperature (700°C). The energy provided by the catalyst is enough to heat, vaporize and produce cracking reactions in the feedstock. Due to the high temperature and to the catalytic properties of the medium, the feedstock molecules are broken, resulting in lighter composites and coke. Coke consists basically of carbonic chains, not cracked, hydrogen and aromatic compounds with characteristics of graphite and it is responsible for deactivation of the catalyst. The catalyst is dragged by the vaporized load as a consequence of its density variation. In case the reactions were not interrupted, the products at the riser outlet would be only carbon,

methane and hydrogen, which do not have commercial value. Therefore, at the riser outlet, the mixture goes to a separator vase, where the products are separated from catalyst by cyclones. After pass through a stripper, the particles are delivered to a regenerator where the coke is burnt and the catalyst is reheated. The reactivated catalyst goes back to the riser, completing the cycle.

### 3. Mathematical Model

The riser model considers the gas-solid flow as one-dimensional, two-phase and adiabatic. As the riser residence time is quite small compared to the response time of the other components, any change in the riser inlet will almost instantly affect the conditions at the riser outlet. Therefore, the riser model is considered quasi-static and the time change is neglected in the energy conservation equations.

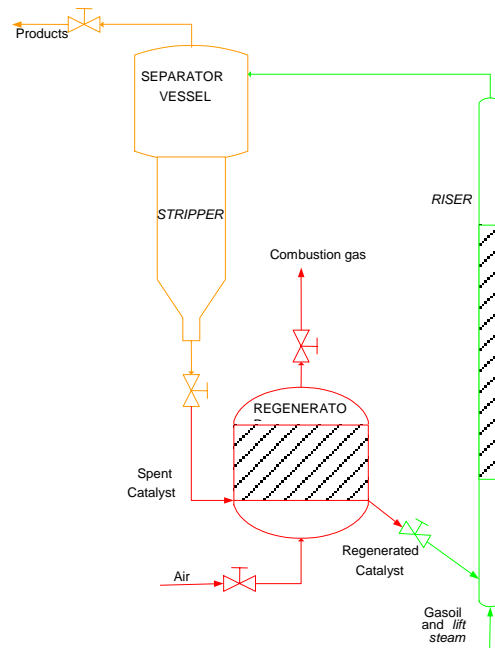


Figure 1 - Simplified scheme of a FCC Unit.

#### 3.1. Momentum Conservation

The momentum conservation equation for both phases, gas and solid, can be written as:

$$\frac{d(\rho_i \varepsilon_i v_i^2)}{dz} = \frac{d(P\varepsilon_i)}{dz} - \rho_i \varepsilon_i g - \frac{4\tau_{pi}\varepsilon_i}{d_r} \pm F_D \varepsilon_i \quad (1)$$

where the index  $i$  means either the solid or fluid phase,  $\varepsilon$  is the volumetric fraction,  $z$  is the vertical position,  $\rho$  is the density and  $v$  is the flow velocity.  $P$  is the pressure and  $d_r$  is the riser inner diameter.  $\tau_{pi}$  is the shear stress between the wall and the phase  $i$  and  $F_D$  is the drag force.

#### 3.2. Mass Conservation

The mass conservation equation is required for the evaluation of the solid fraction ( $\varepsilon_c$ ) along the riser:

$$\varepsilon_c = \frac{\dot{m}_c}{\rho_c v_c A_r} \quad (2)$$

where  $v_c$  is the catalyst velocity,  $\rho_c$  is the catalyst density,  $\dot{m}_c$  is the catalyst mass flow rate and  $A_r$  is the riser cross-section area.

The fluid fraction is obtained by:

$$\varepsilon_f = 1 - \varepsilon_c \quad (3)$$

### 3.3. Energy Conservation

The fluid phase temperature is evaluated by the heat balance:

$$\frac{dh_f}{dz} = \frac{A_r}{\dot{m}_f} \left[ \dot{q}_R \rho_f \varepsilon_f + \alpha A_e (T_c - T_f) \right] \quad (4)$$

where  $\dot{m}_f$  is the mass flow rate of the fluid.  $T_g$  and  $T_c$  are the gas and catalyst temperature, respectively.  $\alpha$  is the convection heat transfer coefficient,  $A_e$  is the ratio of catalyst surface area and catalyst volume (Han and Chung, 2001) and  $\dot{q}_R$  is the heat of reaction, which depends on the kinetics model. For the four-lump kinetics model, the heat of reaction is (Han and Chung, 2001):

$$\dot{q}_R = - \left[ \Delta H_{12} k_{12} y_{go}^2 + \Delta H_{13} k_{13} y_{go}^2 + \Delta H_{14} k_{14} y_{go}^2 + \Delta H_{23} k_{23} y_{gl} + \Delta H_{24} k_{24} y_{gl} \right] \phi_c \quad (5)$$

where  $y_{go}$  and  $y_{gl}$  are, respectively, the gasoil and gasoline fraction. The  $\Delta H_{ij}$  s are enthalpy of reactions to convert  $i$  lump into  $j$  lump. The heat of reaction for the six lump kinetics model (Martignoni, 2000) is:

$$\dot{q}_R = - \frac{\left[ \Delta H_{go} \Omega_{go} M_{wgo} + \Delta H_{cq} \Omega_{cq} M_{wcq} \right] \phi_c}{\rho_f \varepsilon_f} \quad (6)$$

where  $M_{go}$  and  $M_{cq}$  are the gasoil and coke molecular mass, respectively.  $\Omega_{go}$  and  $\Omega_{cq}$  are the mass reaction ratios of gasoil and coke, respectively.  $\Delta H_{cp}$  is the coke enthalpy of reaction and  $\Delta H_{go}$  is the gasoil enthalpy of reaction.

Two vaporization approaches are considered: i) instantaneous vaporization: the feedstock vaporizes as soon the catalyst get in contact with it and; ii) one-dimensional vaporization: the vaporization takes place as the feedstock flows.

#### i) Instantaneous vaporization

For the instantaneous vaporization of the feedstock at the riser inlet, the fluid is considered an ideal gas and the fluid enthalpy is admitted a function of the temperature. Therefore, Eq. (4) becomes:

$$\dot{m}_{fRS} c_{pRS} \frac{dT_f}{dz} = A_{RS} \left[ \dot{q}_R \rho_f \varepsilon_f + \alpha A_e (T_c - T_f) \right] \quad (7)$$

where  $c_{pg}$  is the specific heat of the gas phase.

#### ii) One-dimensional vaporization

For the one-dimensional vaporization, a distillation curve is employed (Baldessar, 2005):

$$X_{vap} = 0.0027T - 0.1254 \quad (8)$$

where  $X_{vap}$  is the gasoil vaporized fraction (dimensionless) and  $T$  is the fluid temperature ( $^{\circ}\text{C}$ ). Equation (8) is valid from 46.5 to 416.8 $^{\circ}\text{C}$ . The gasoil liquid and gas phases take place together during a certain period within the riser and therefore, the enthalpy of the mixture is computed by:

$$h_f = h_v X_{vap} + (1 - X_{vap}) h_l \quad (9)$$

where  $h_f$  and  $h_l$  are, respectively, the enthalpy of the gas and liquid phases. By employing the Farah's (2003) data, the following correlations were fit:

$$h_v = 0.0022608T^2 + 1.2518T + 382.81 \quad (10)$$

$$h_l = 0.0015072T^2 + 1.8602T + 32.592 \quad (11)$$



where  $h_l$  and  $h_g$  are in kJ/kg and T, in °C. Equations (10) and (11) are valid from 46.5 to 416.8°C. As soon as  $h_f$  is known, the  $T_f$  can be evaluated by the combination of Eqs. (7), (8), (9) and (10).

The energy balance for the solid phase can be evaluated by:

$$\dot{m}_c C_{pc} \frac{dT_c}{dz} = A_r \alpha A_e (T_g - T_c) \quad (12)$$

### 3.4. Conservation of Chemical Species

The source or sink of each species can be computed by:

$$\dot{m}_f \frac{dy_i}{dz} = \rho_f \varepsilon_f A_{RS} \Omega_i \phi_c \quad (13)$$

where  $y_i$  is the mass fraction of each lump,  $\rho_f$  is the fluid density,  $\varepsilon_f$  is the fluid volumetric fraction.  $\phi_c$  is the catalyst deactivation function (Han and Chung, 2001) and  $\Omega_i$  is reaction rate of each lump per unit of mass, defined for the four lump model (Erthal, 2003):

$$\Omega_i = \sum k_{ik} y_i^n \quad (14)$$

and for the six lump model (Martignoni, 2000):

$$\Omega_i = \left[ \sum_{j=i}^{i-1} \left( M_j k_{ji} (C_j^*)^{n_j} \right) - \sum_{j=i+1}^N \left( M_i k_{ij} (C_i^*)^{n_j} \right) \right] (1 - \varepsilon_f) \frac{\rho_c d_r}{\dot{m}_f} \quad (15)$$

where  $k_{ij}$  is the constant of kinetics calculated by the Ahrenius' law,  $C^*$  is a pseudo concentration (Martignoni, 2000) and n is the reaction order.

### 3.5 Density

Although after cracking the catalyst is covered by coke, its density is considered constant in the current work. On the other hand, the gas density is computed by the ideal gas equation:

$$\rho_f = \frac{P \bar{M}}{\bar{R} T_f} \quad (16)$$

where  $\bar{M}$  is the molecular weight of the gas phase,  $\bar{R}$  is the ideal gas constant. The molecular weight of the gas phase is calculated as a function of the mass fraction,  $y_i$ , and of the molecular weight of each lump,  $M_i$ :

$$\bar{M} = \frac{1}{\sum \frac{y_i}{M_i}} \quad (17)$$

## 4. Method of Solution

The domain is divided into a series of nodes along the riser and the conservation equations are discretized by the finite difference method. The boundary conditions of the problem are: pressure, temperatures and mass flow rates of gasoil, catalyst and steam at the riser inlet. The discretized equations are thus solved sequentially from the bottom to the top of the riser. Fluid and catalyst temperatures, catalyst and fluid velocities lump fractions, volumetric solid fraction, volumetric fluid fraction, gas density and pressure are computed at each node along the riser height.

In compressible fluid flows, the state equation (16) is usually employed to evaluate the flow pressure and the continuity equation is used to compute the density. This procedure is appropriate because density is quite sensitive to pressure changes. In case of incompressible flows, the density is insensitive to pressure changes. Therefore, during an iterative solution, the density value is not correct at the beginning of the solution process and small density discrepancies will cause large pressure oscillation (equation (16)). Despite the riser flow being compressible, the density changes basically by temperature and molecular mass variations. The pressure drop along the riser is mainly

caused by friction and does not affect density. Thus, the algorithm to solve compressible flows is not appropriate for this case and an alternative one should be applied.

The density will be computed by employing the state equation (16) and a pressure correction algorithm based on the continuity equation will be used (Patankar, 1980). The pressure is thus corrected according to the following equation:

$$P_n^i = P_n^{i-1} + K \left[ (\rho_f^i v_f^i \varepsilon_f^i A)^2 - (\dot{m}_f)^2 \right] \quad (18)$$

the superscript  $i$  corresponds to the current iteration,  $n$  is the node being evaluated and  $K$  is an under-relaxation factor which must be appropriately chosen.  $\dot{m}_f$  is the gasoil mass flow rate which is a constant known value. A high value of  $K$  may not conduct to convergence and a very tiny value makes the solution process very slow. Usually, the division of  $K$  by ten increases three times the solution time. As long as  $\dot{m}_f$  value is different from the  $\rho_f^i v_f^i \varepsilon_f^i A$  value, the pressure is corrected. Therefore, the pressure is corrected to satisfy the continuity equation.

The convergence in each grid node is evaluated by two criteria:

a) Relative residue of the momentum conservation equation for a particular node, for both phases, fluid and solid:

$$\frac{\dot{m}_j (v_{j,n}^i - v_{j,s}^i) - \left[ \frac{-P_n^i \varepsilon_{j,n}^i + P_s \varepsilon_{j,s}^i}{\Delta z} - \rho_{j,n}^i g \varepsilon_{j,n}^i - \frac{4\tau_{j,n}^i}{d_r} \pm F_D^i \varepsilon_{c,n}^i \right] A \Delta z}{\dot{m}_j v_{j,s}^i} \leq Error \quad (19)$$

and,

b) Relative residue of the mass conservation equation:

$$R_{mass} = \left| \frac{\rho_f^i v_f^i \rho_f^i \varepsilon_f^i A - \dot{m}_f}{\dot{m}_f} \right| \leq Error \quad (20)$$

where the numerator of the equations are, respectively, the residues of momentum and mass of the node. The denominators are, respectively, the momentum value at the previous evaluated node,  $s$  and the fluid mass flow rate, which is a known value. The subscripts  $n$  and  $s$  are, respectively, the current and the previous evaluated nodes. The convergence is considered when all three residues (mass, momentum of fluid and solid phases) are smaller than the *Error* value.

## 5. Results and Discussions

This section presents comparisons of the current work with the Erthal's (2003) results that employ a four lump kinetics model and instantaneous vaporization. Sensitivity analyses of the kinetics and vaporization models are conducted.

Table 1 presents the operational and boundary conditions of the riser (Martignoni, 2000) and will be employed to compare with the Erthal's (2003) results.

The following approaches are considered in the comparison:

- The four lump kinetics model with instantaneous vaporization (Erthal's (2003) results);
- The four lump kinetics model with one-dimensional vaporization;
- The six lump kinetics model with one-dimensional vaporization;

This section discusses the composition of the products, velocity and temperatures along the riser. Two analyses are considered: the sensitivity of the model results, regarding the vaporization approaches and kinetics models.

### 5.1. Comparison of Vaporization Models

Figures 2 and 3 show the comparison of the product compositions along the riser for the four lump model with instantaneous and one-dimensional vaporization. The one-dimensional vaporization model affects the composition of the gasoil by 10% at the riser outlet. The higher consumption of gasoil in the one-dimensional vaporization is the result of higher temperatures reached at the end of vaporization. One can see the gasoil mass fraction changes almost instantly to 0.89, which corresponds to approximately 50% of total feedstock. The other 11% is regarded to steam content. The vaporization continues almost linearly reaching 93% of the mass fraction – the complete evaporation of the gasoil. From this point on, the cracking reactions and the gasoil amount start to diminish. On the other hand, in the instantaneous vaporization, the gasoil mass fraction reaches 0.93 at the riser inlet and its amount starts to reduce immediately because of the cracking reactions. On the one-dimensional vaporization model, 49% of feedstock

vaporizes within the first finite difference node due to the high quantity of heat transferred to it. The vaporization finishes 10cm above the riser inlet. The cracking reactions only take place after the complete vaporization.

Table 1. Boundary conditions, thermophysical properties and geometry data of the riser (Martignoni, 2000).

<b>Boundary conditions</b>	
Mass flow rate of gasoil (kg/h)	170
Mass flow rate of steam (kg/h)	11
Inlet pressure at the riser inlet (bar)	2.5
Steam inlet temperature (K)	500
Gasoil inlet temperature (K)	500
Inlet temperature of catalyst (K)	993
<b>Thermophysical properties</b>	
Catalyst density (kg/m <sup>3</sup> )	1400
Catalyst specific heat (kJ/kg K)	1.09
Gasoil density (kg/m <sup>3</sup> )	26
Steam density (kg/m <sup>3</sup> )	0.7
Steam specific heat (kJ/kg K)	2.0
Dynamic viscosity of the gaseous phase (kg/m s)	1.4x10 <sup>-5</sup>
<b>Geometry</b>	
Height of the riser (m)	18
Diameter of the riser (m)	0.0508

The beginning of the gasoline formation occurs almost simultaneously in both models, as shown in Figure 4 and 5. On the one-dimensional vaporization model, the temperature is higher than on the instantaneous vaporization and therefore the cracking reactions accelerate. The same tendency shown for the gasoline was observed for the fuel gas and coke – the formation start at the same position for both models. Besides, the one-dimensional vaporization model presents higher gasoline and fuel gas production and higher gasoil consumption. The higher temperature of the one-dimensional vaporization is responsible for that.

Additionally, the one-dimensional vaporization model presents a lower velocity at the riser inlet than the instantaneous vaporization model, as the vaporization does not take place at once (see Figure 7). After the complete vaporization, the increase of the density causes an acceleration of the fluid and its velocity reaches a higher value than the instantaneous vaporization counterpart. This takes place along the firsts centimeters from the riser inlet. Afterwards, both curves become similar. However, because of the initial acceleration, the one-dimensional vaporization velocity remains higher. Figure 6 shows the behavior of the fluid velocity for both models along the whole riser.

## 5.2. Kinetics Model Comparison

In order to compare the four and six lump models, the composition of gasoil and LCO are added forming one lump and fuel gas and LPG, another one. Note the difference between the models is basically on those lumps.

The comparison assumes one-dimensional vaporization in the riser. Figure 8 and 9 show the evolution of gasoil and gasoline composition along the riser. As shown, the gasoil composition after vaporization is almost the same for both models. Afterwards, the six-lump kinetics model reduces rapidly the gasoil mass fraction. In the six lump model, almost all cracking reactions take place near the riser inlet. From 4.0 m high on, the gasoil mass fraction becomes almost constant. On the hand, the four-lump model produces an almost constant gasoil mass fraction reduction. Therefore, at the riser outlet both models provide the same gasoil mass fraction.

The gasoline composition shows a similar profile. In other words, the gasoline mass fraction for the six lump model increases very fast near the riser inlet – almost all gasoline is formed by 4.0 m high. After 10,0 m high, the composition almost does not change, indicating the remaining of the riser length is not necessary. Although the gasoline formation rate for the four-lump model is smaller its mass fraction is almost the same at the riser outlet – the difference is under 3%.

The fuel gas mass fraction profile along the riser is similar to the gasoline one. The values for both kinetics models at the riser outlet are shown in Table 2. As shown, the differences are small for either gasoil, gasoline or fuel gas. The percent difference is referred to the total mass of the gases at the riser outlet.

As shown in Figures 8 and 9, the results of the four lump model shows a large derivative at the riser outlet, indicating a taller riser would be necessary to reach the complete conversion. However, measured data show the products are basically formed near the riser inlet (Martignoni, 2000). Therefore, the six-lump model would be more appropriate for the current case.

The gas velocity for the six lump model presents a higher acceleration near the riser inlet because the greater reduction of the gas density. On the other hand, the gas velocity for the four-lump model has a sudden change after vaporization but does not reach its counterpart value. In the latter, the cracking reactions are distributed along the riser

providing a higher acceleration afterwards. The gas velocity profile for both kinetics models are shown in Figure 10. The gas velocity is also very similar for both models at the riser outlet.

The temperature profile for the six lump model changes suddenly and afterwards its value remains almost constant, indicating the cracking reactions take place near the riser inlet. For the four-lump model, the temperature profile is similar to its counterpart near the riser inlet, however, after the reaching the maximum, the temperature starts to decrease as the cracking reactions continue to occur (see Figure 11).

### 5.3 Comparison with Experimental Results

Figures 12 and 13 show a comparison of the measured data using the six-lump model results for different riser heights. Note the differences are considerable. As the kinetic constants are dependent on the feedstock and catalyst, the discrepancies must be related to a different feedstock employed in the development of such constants

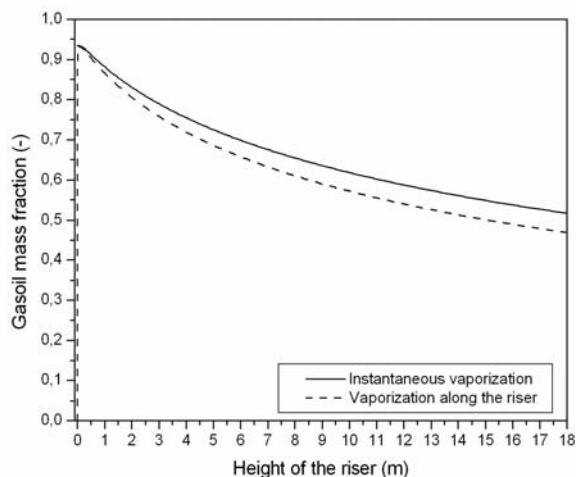


Figure 2. Gasoil mass fraction along the riser for the two vaporization models.

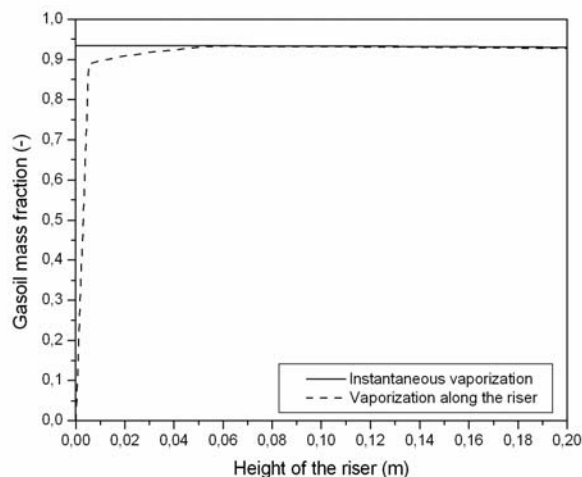


Figure 3. Gasoil mass fraction along the first 200 mm from the riser inlet for the two vaporization models.

Table 1. Mass fraction of the different products at the riser outlet for both kinetics models.

	4 lumps	6 lumps	Difference (%)
Gasoil	0.4685	0.4587	0.98
Gasoline	0.3725	0.3429	2.96
Fuel Gas	0.0747	0.0581	0.16

In order to reduce the discrepancies, Souza (2004) fitted the six-lump model to the measured data by solving an inverse problem. He matched the model to experimental data provided by PETROBRAS (2001), correcting the value of  $\Delta H_{go}$  and the kinetic constants (see details in Souza (2004)). A new comparison was thus conducted, considering the constants of Souza (2004). Figures 14 and 15 show a new comparison and also include the Souza's (2004) results. Note that the correction approximates considerably the computed values to the experimental results. Despite the Souza's (2004) hydrodynamic model being incompressible and two-dimensional, different from the present one-dimensional and compressible model, the results are quite close. Therefore, one can say the mass fractions of the products are slightly dependent on the flow hydrodynamic and strongly dependent on the kinetic of the reactions.

### 6. Conclusions

This work presents a simulation model for a fluid catalytic cracking riser. A comparison of two kinetic models (six and four-lump models) is discussed. The conservation equations of momentum, energy and mass are employed in the modeling and the flow is considered two-phased (solid and fluid phases), one-dimensional and quasi-static. The finite difference method was used to solve the ordinary differential equations.

The results showed to be very sensitive to the vaporization model, because of the temperature profile. The higher the temperature provided by the one-dimensional vaporization model the higher feedstock conversion at the riser outlet. Therefore, the vaporization is an issue that should receive attention.

Although the four and six-lump models produce similar results at the riser outlet the first does not predict two lumps of great commercial interest – LPG and LCO. Besides, the six-lump model yields a higher conversion near the riser inlet, causing asymptotic profiles of product composition at the riser outlet. On the other hand, the composition rate is

almost constant along the whole riser for the four-lump model. According to experimental data (PETROBRAS, 2001), the cracking reactions occur mostly near the riser inlet, demonstrating the six-lump model is more appropriate to represent the kinetics than the four-lump one.

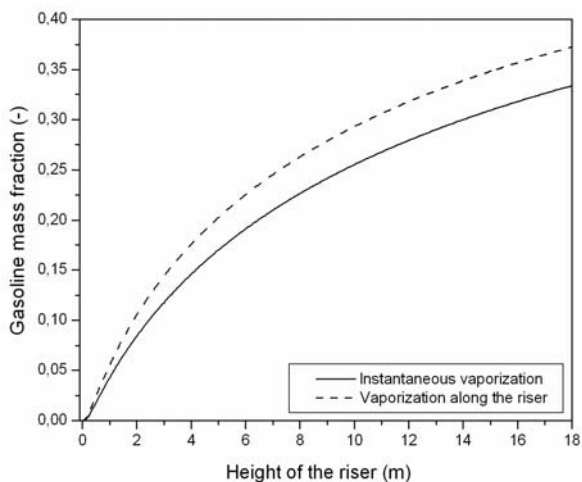


Figure 4. Gasoline mass fraction along the riser for the two vaporization models.

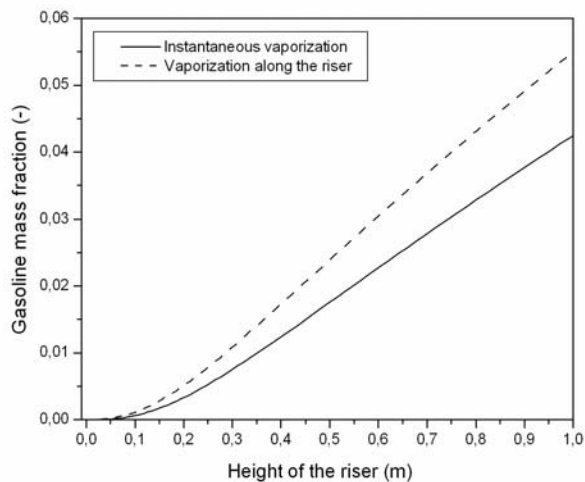


Figure 5. Gasoline mass fraction along 1.0m from the riser inlet for the two vaporization models.

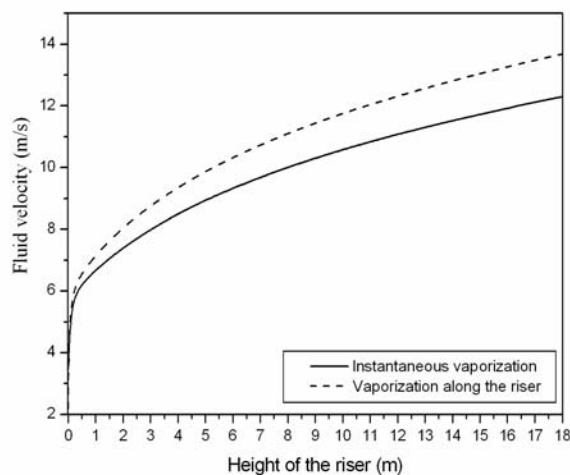


Figure 6. Fluid velocity variation along the whole riser for both vaporization models.

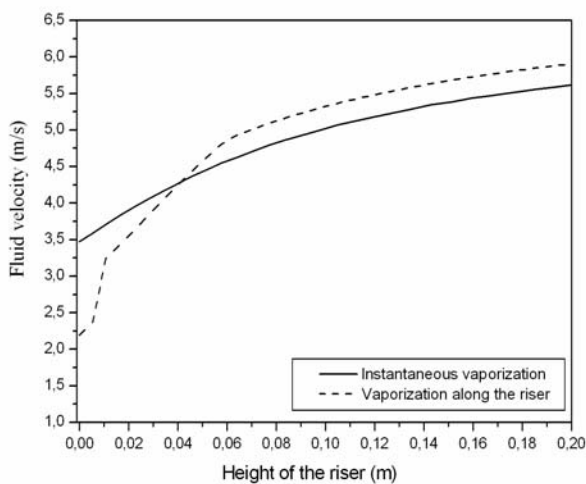


Figure 7. Fluid velocity variation along 200mm from the riser inlet for both vaporization models.

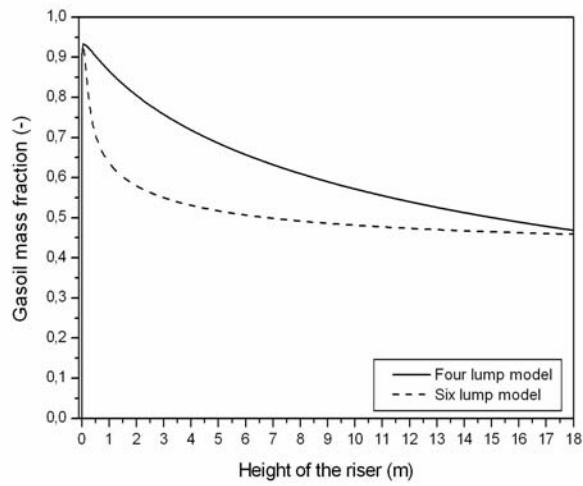


Figure 8. Gasoil mass fraction for both kinetics model along the riser.

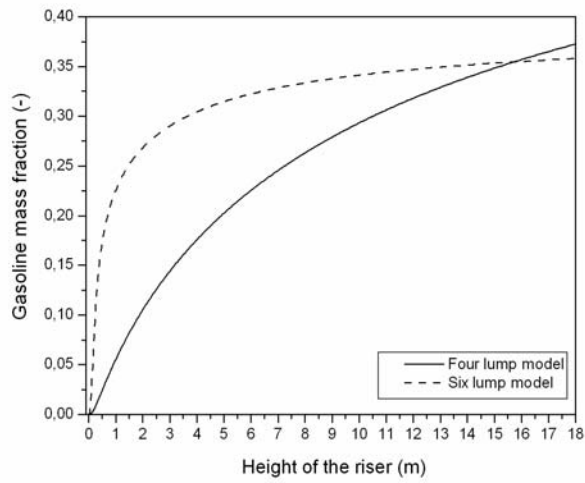


Figure 9. Gasoline mass fraction for both kinetics models along the riser.

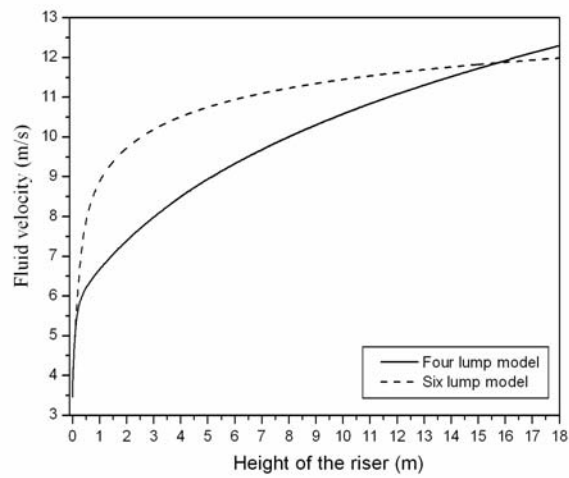


Figure 10. Fluid velocity for both kinetics models along the riser.

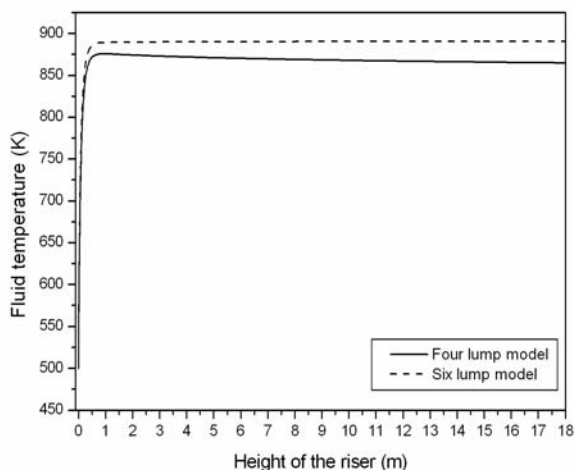


Figure 11. Fluid temperature for both kinetics models along the riser.

The six-lump model, as proposed by Martignoni (2000), presents discrepancies with experimental data. The discrepancies are mainly related to the different feedstock and catalyst, employed in the development of the model. In order to reduce the discrepancies, Souza (2004) proposed to fit the model to the experimental values. The Souza's (2004) fitted data produced a significant improvement to the current model, approximating the computed values to the experimental ones.

### 7. Acknowledgements

The authors would like to thank CAPES for the master degree scholarship provided to Eng. Fabio Baldessar and to PETROBRAS for the necessary information to accomplish the work. Additionally, the authors acknowledges the financial support of ANP/FINEP – by means of the Human Resource Program of ANP for the gas and oil sector – PRH – ANP/MCT (PRH 10 – UTFPR).

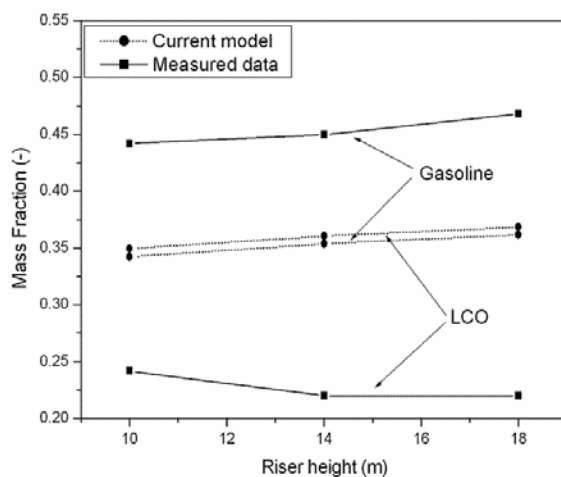


Figure 12 – Measured and computed gasoline and LCO mass fractions at different riser heights.

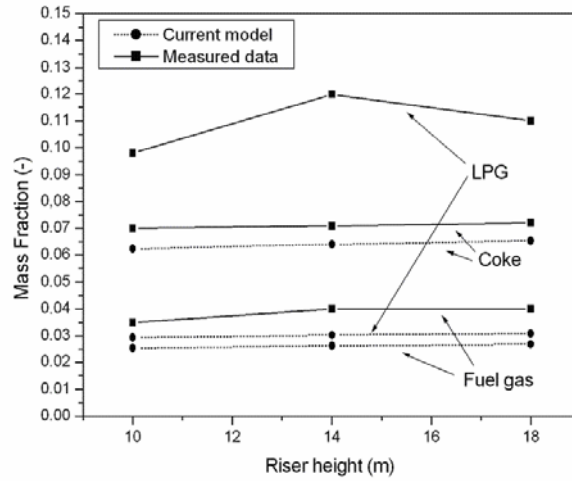


Figure 13 – Measured and computed LPG, coke and fuel gas at different riser heights.

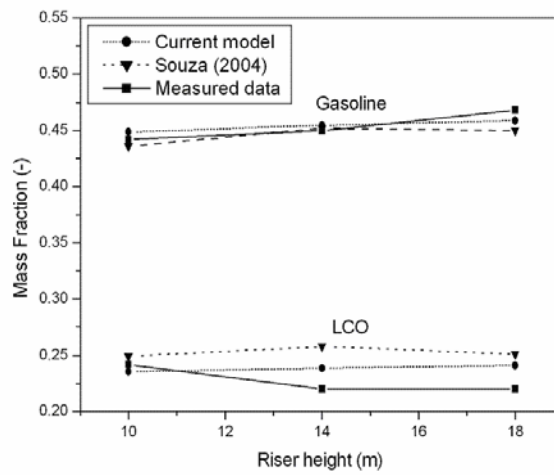


Figure 14 – Measured and computed gasoline and LCO mass fractions at different riser heights with the fitted data of Souza (2004).

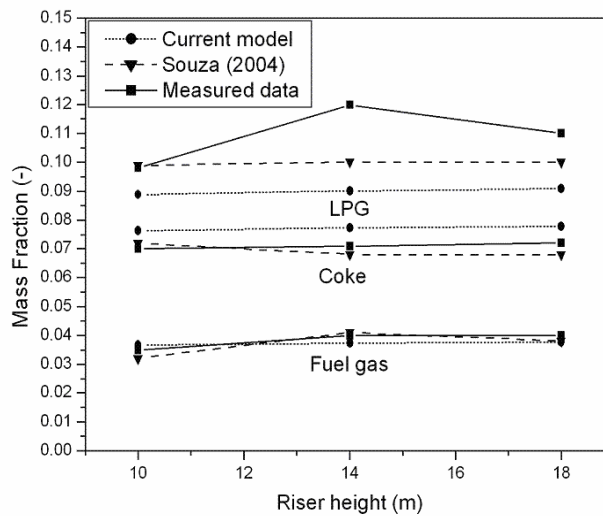


Figure 15 – Measured and computed LPG, fuel gas and coke mass fractions at different riser heights with the fitted data of Souza (2004).



## 8. References

- Erthal, R.H., 2003, “Dynamic Modeling and Simulation of a Fluid Catalytic Cracker Converter”, Master Dissertation, Post-graduate Program of Mechanical and Materials Engineering, Research and Post-graduate Department, CEFET-PR, Curitiba, Brazil (in Portuguese).
- Farah, M.A., 2003, “Fundamental Calculations in Process Engineering”, Trainees Program Report of Petrobras, Rio de Janeiro, RJ (in Portuguese).
- Han, I.S., Chung, C.B., 2001, “Dynamic modeling and simulation of a fluidized catalytic cracking process. Part I: Process modeling”, *Chemical Engineering Science* – Vol.56, pp. 1951-1971.
- Lee, L.S., Chen, Y.W., Huang, T.N., 1989, “Four-Lump Kinetic Model for Fluid Catalytic Cracking Process”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 67.
- Jacob, S.M., Weekman, V.W., 1976, “A lumping and Reaction Scheme for Catalytic Cracking”, *AIChE Journal*, Vol. 22, No. 4, pp. 701–713.
- Juarez, J.A., Isunza, F.L., Rodriguez E.A., 1999, “5-lump Kinetic Model for Gas Oil Catalytic Cracking”, *Applied Catalysis A: General*, Vol. 177, pp. 227-235.
- Malay, P., Milne B. J., ROHANI S., 1999, “The Modified Dynamic of a *Riser* Type Fluid Catalytic Unit”, *The Canadian J. of Chemical Eng.*, Vol. 77, pp. 169-179.
- Martignoni, W.P., 2000, “Development of Modeling and Simulation of FCC Risers – 1D model”, Petrobrás Report (in Portuguese).
- McFarlane, R.C., Bartee, J.F., Georgakis, C., 1990, “Dynamic Simulator for a Model IV Fluid Catalytic Cracking Unit” American Institute of Chemical Engineering, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania.
- Melo, R.F., 2003, “Dynamic Modeling of Separator Vase/Stripper of a FCC Unit”, Master Dissertation, Post-graduate Program of Mechanical and Materials Engineering, Research and Post-graduate Department, CEFET-PR, Curitiba, Brazil (in Portuguese).
- Patankar, S. V., 1980, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Taylor and Francis.
- Penteado, J.C., 2003 “Dynamic Modeling of a FCC Regenerator”, Master Dissertation, Post-graduate Program of Mechanical and Materials Engineering, Research and Post-graduate Department, CEFET-PR, Curitiba, Brazil (in Portuguese).
- Pitault, I., Nevicato, D., Forissier, M., Bernad, J.M., 1994 “Kinetic Model Based on a Molecular Description for Catalytic Cracking of Vacuum Gas”, *Chemical Engineering Science*, Vol. 49, No. 27A, pp. 4249-4262.
- Santos, M., 2000, “Dynamic Model for Control of FCC UOP STACKED Converter” Master Dissertation, Department of Chemical Engineering, UFRGS, Porto Alegre, Brazil (in Portuguese). Souza, J. A. (2004). Numerical simulation and thermodynamics optimization of fluid catalytic cracking risers for the maximum fuel production, *PhD thesis*, Federal University of Paraná - UFPR, Curitiba, Brazil (in Portuguese).
- Souza, J. A. 2004. “Numerical simulation and thermodynamics optimization of fluid catalytic cracking risers for the maximum fuel production”, PhD thesis, Federal University of Paraná - UFPR, Curitiba, Brazil (in Portuguese).
- Weekman Jr., V.W., 1968, “A Model of Catalytic Cracking Conversion in Fixed, Moving and Fluid Bed Reactors”, *I&EC Process Design and Development*, Vol. 7, No. 1, pp. 90-95.

## 9. Copyright Notice

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.