

HEAT TRANSFER COEFFICIENT CORRELATION FOR CONVECTIVE BOILING INSIDE PLAIN AND MICROFIN TUBES USING GENETIC ALGORITHMS.

Marco Antonio Silva Picanço

Regional University of Jaraguá do Sul
mpicanco@unerj.br

Enio Pedone Bandarra Filho

Faculdade de Engenharia Mecânica - Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG
bandarra@mecanica.ufu.br

Júlio Cesar Passos

Departamento de Engenharia Mecânica - LEPTEN - Boiling - Laboratório de Engenharia de Processos e Tecnologia de Energia - Centro Tecnológico - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC
jpassos@emc.ufsc.br

Abstract. Two-phase flow heat transfer has been exhaustively studied over recent years. However, in this field several questions remain unanswered. Heat transfer coefficient prediction related to nucleate and convective boiling have been studied using different approaches, numerical, analytical and experimental. In this work, an experimental analysis, data representation and heat transfer coefficient prediction on two-phase heat transfer on nucleate and convective boiling are presented. An empirical correlation is obtained based on genetic algorithms search engine over a dimensional analysis of the two-phase flow heat transfer problem.

keywords: nucleate boiling, convective boiling, two-phase heat transfer, genetic algorithms

1. Introduction

Due to a great number of industrial applications, two-phase flow heat transfer has been exhaustively studied by different research groups. Particular attention has been given to the annular flow which includes the nucleate and convective boiling heat transfer regimes, Carey (1992), the latter being characterized by the vaporization without vapor bubbles in the liquid film. Jabardo et al. (1999), Branescu (2000) and Picanço (2006) presented an extensive survey of the existing empirical and semi-empirical correlations for the two-phase flow heat transfer coefficient, h_{tp} , of these regimes. Divided into three main categories, the correlations are grouped based on the nature of the functional relation between the dimensionless numbers involved as follows: intensification models, superposition models and asymptotic models. The general form of the intensification model is based on an enhancement factor applied to the Dittus-Boelter single-phase (liquid phase) heat transfer correlation h_l . The enhancement factor (E) is a function of the Lockart-Martinelli parameter, X_{tt} .

$$h_{tp} = E h_l \quad (1)$$

$$E = f(X_{tt}) \quad (2)$$

$$X_{tt} = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0.9} \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right)^{0.5} \left(\frac{\mu_l}{\mu_v} \right)^{0.1} \quad (3)$$

where x , ρ_v , ρ_l , μ_l and μ_v represent the vapor quality, the vapor mass density, the liquid mass density, the liquid dynamic viscosity and the vapor dynamic viscosity, respectively. The general superposition model is based on the assumption that the two-phase heat transfer coefficient results from the contribution of the nucleate boiling heat transfer and convective heat transfer. Chen (1966), presented a general formulation for the superposition model:

$$h_{tp} = h_{nb} + h_c \quad (4)$$

where h_{nb} and h_c represents the microscopic (nucleate boiling) and the macroscopic (bulk convective) contributions, respectively.

The asymptotic models express the two-phase heat transfer coefficient as a harmonic function of the convective boiling heat transfer coefficient and the nucleate boiling heat transfer coefficient. The general form for the asymptotic model is :

$$h_{tp}^n = h_c^n + h_{nb}^n \quad (5)$$

Using $n = 1$, Eq. (5) reduces to Eq. (4).

The known inaccuracy and dispersion of the usual correlations are mainly related to the limitations of the experimental procedure. However, most of the correlations of the models presented have their empirical coefficients derived from linear or non-linear regression procedures. Also, due to the multi-modal nature of the error function involved, minimization procedures based on gradient calculations do not guarantee that a global minimum has been reached. Local minimum attraction means inaccuracy of the coefficients.

The purpose of the present work is to carry out a dimensional analysis to develop a new correlation to predict the two-phase heat transfer coefficient. In order to build the functional relation between the dimensionless number involved, an hybrid approach based on regression analysis and stepwise regression analysis was used over an approximately 500 points databank for R-134a, R-22 and R-404, taken from publications by of Bandarra Filho (2002) and Seo and Kim (2000). The final correlations are obtained using genetic algorithm optimization package found in EES (Equation Engineering Solver) software.

2. The dimensional analysis

In order to obtain the dimensionless numbers involved in the two-phase heat transfer problem, the matrix marching procedure is used over a selected list of variables. Table 2 shows selected variables that may describe a two-phase boiling and convective heat transfer problem.

In order to take into account the two-phase flow phenomena it is plausible to consider the homogeneous hypothesis (Carey, 1992), so that the transport properties can be averaged as presented by Mac Adams et al. and Cicchcitti et al. apud Collier and Thome (1996). Here the averaging are extended to specific heat (c_p) and conductivity (k).

Equivalent mass density:

$$\rho_h = x\rho_v + (1 - x)\rho_l \quad (6)$$

Equivalent viscosity (Cicchcitti et al apud Collier and Thome, 1996) :

$$\mu_h = x\mu_l + (1 - x)\mu_v \quad (7)$$

Equivalent thermal conductivity:

$$k_h = xk_v + (1 - x)k_l \quad (8)$$

Equivalent specific heat:

$$c_{p_h} = xc_{p_v} + (x - 1)c_{p_l} \quad (9)$$

Based on the assumption that even being a two-phase flow problem, the heat transfer in nucleate and convective flow is a convective heat transfer phenomena, it is possible to analyze the problem through the Lord Raleigh dimensional approach. Thus, choosing D , U , k e μ as determinant variables and using a matrix marching procedure over the dimentional matrix, it is possible to obtain the following dimensionless numbers (case 1):

$$\begin{aligned} \Pi_{10} &= \frac{\rho_l U_l D}{\mu_h} & \Pi_9 &= \frac{\mu_h c_{p_h}}{k_h} & \Pi_8 &= \frac{i_{lv}}{U_l^2} \\ \Pi_7 &= \frac{\sigma}{U_l \mu_h} & \Pi_6 &= \frac{U_v}{U_l} & \Pi_5 &= \frac{\rho_l U_v D}{\mu_h} \\ \Pi_4 &= \frac{\delta}{D} & \Pi_3 &= \frac{Dg}{U_l^2} & \Pi_2 &= \frac{Dq''}{U_l^2 \mu_h} \\ \Pi_1 &= \frac{hD}{k_h} \end{aligned} \quad (10)$$

Executing a base change, choosing the determinant variables as D , i_{lv} , k e μ it is possible to obtain (case 2):

$$\begin{aligned} \Pi_{10} &= \frac{D i_{lv}^{0.5} \rho_l}{\mu_h} & \Pi_9 &= \frac{\mu_h c_{p_h}}{k_h} & \Pi_8 &= \frac{U_l}{i_{lv}^{0.5}} \\ \Pi_7 &= \frac{\sigma}{\mu_h i_{lv}^{0.5}} & \Pi_6 &= \frac{U_l}{i_{lv}^{0.5}} & \Pi_5 &= \frac{D i_{lv}^{0.5} \rho_v}{\mu_h} \\ \Pi_4 &= \frac{\delta}{D} & \Pi_3 &= \frac{Dg}{i_{lv}} & \Pi_2 &= \frac{Dq''}{i_{lv}} \\ \Pi_1 &= \frac{Dh}{k_h} \end{aligned} \quad (11)$$

Table 1: Involved variables matrix.

VARIABLE	SYMBOL	UNITY	L	M	T	Θ
Liquid mass density	ρ_l	$\frac{kg}{m^3}$	-3	1	0	0
Vapour mass density	ρ_v	$\frac{kg}{m^3}$	-3	1	0	0
Vaporisation enthalpy	i_{lv}	$\frac{J}{kg}$	2	0	-2	0
Liquid specific heat	cp_l	$\frac{J}{kg \cdot K}$	2	0	-2	-1
Vapour specific heat	cp_v	$\frac{J}{kg \cdot K}$	2	0	-2	-1
Liquid thermal conductivity	k_l	$\frac{W}{m \cdot K}$	1	1	-3	-1
Vapour thermal conductivity	k_v	$\frac{W}{m \cdot K}$	1	1	-3	-1
Liquid dynamic viscosity	μ_l	$\frac{kg}{m \cdot s}$	-1	1	-1	0
Vapour dynamic viscosity	μ_v	$\frac{kg}{m \cdot s}$	-1	1	-1	0
Superficial tension	σ	$\frac{N}{m}$	0	1	-2	0
Vapor quality	x	-	0	0	0	0
Void fraction	α	-	0	0	0	0
Liquid film height	δ_l	m	1	0	0	0
Liquid mass velocity	G_l	$\frac{kg}{m^2 \cdot s}$	-2	1	-1	0
Vapour mass velocity	G_v	$\frac{kg}{m^2 \cdot s}$	-2	1	-1	0
Acceleration due to gravity	g	$\frac{m}{s^2}$	1	0	-2	0
Tube diameter	D	m	1	0	0	0
Microfin height	t	m	1	0	0	0
Microfin flank angle ratio	$\frac{\theta}{90^\circ}$	-	0	0	0	0
Microfin helix angle ratio	$\frac{\beta}{90^\circ}$	-	0	0	0	0
Heat flux	q''	$\frac{W}{m^2}$	0	1	-3	0
Heat transfer coefficient	h	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$	0	1	-3	-1

And executing another base change, and using D, U_l, k e q'' , follows that(case 3):

$$\begin{aligned}
 \Pi_{10} &= \frac{U_l^3 \rho_l}{q''} & \Pi_9 &= \frac{Dq'' cp_h}{U_l^2 k_h} & \Pi_8 &= \frac{i_{lv}}{U_l^2} \\
 \Pi_7 &= \frac{U_l \sigma}{Dq''} & \Pi_6 &= \frac{U_v}{U_l} & \Pi_5 &= \frac{U_l^3 \rho_v}{q''} \\
 \Pi_4 &= \frac{\delta}{D} & \Pi_3 &= \frac{Dg}{U_l^2} & \Pi_2 &= \frac{Dq''}{U_l^2 \mu_h} \\
 \Pi_1 &= \frac{hD}{k_h}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

These three sets of dimensionless numbers can represent the problem of heat transfer during nucleate and convective boiling. However the dimensional analysis does not give the functional relation between them. It is necessary to use different tools to build this functional relation. It is possible to identify some usual dimensionless numbers like:

$$\Pi_1^{(1,2,3)} = \frac{hD}{k_h} \text{ (nusselt number)}
 \tag{13}$$

$$\Pi_{10} = \frac{DU_{l,v}\rho_h}{\mu_h} \text{ (liquid or vapor reynolds number)} \quad (14)$$

$$\Pi_9 = \frac{\mu_h c_p h}{k_h} \text{ (homogeneous prandtl number)} \quad (15)$$

3. The functional relation

Using a hybrid procedure of regression analysis and stepwise regression analysis it is possible to derive a functional relation based on the correlation coefficients of the dimensionless numbers involved. Stephan and Abdelsalam (1980) used similar procedure to derive a functional relation for the free convection boiling problem. In order to investigate the regular dimensionless numbers presented in the literature, the "case 1" is the object of this paper.

At first, an ordinary linear regression is obtained for each individual dimensionless number, using the functional relation:

$$\Pi_1 = C_1 + C_2 \Pi_n^{C_3} \quad (16)$$

Resulting in the following correlation coefficients:

Table 2: Residuals and correlation factor.

	Π_{10}	Π_9	Π_8	Π_7	Π_6	Π_5	Π_4	Π_3	Π_2
Res	46.49	39.35	58.6	48.45	31.42	22.35	-	48.26	45.75
R^2	0.25	57.85	4.75	4.89	20.65	75.08	-	1.65	4.39

From the Tab. (2), the best fit dimensionless number was Π_5 , followed by the number Π_9 and Π_6 , wich gave the lowest residuals and highest correlation factor. The dimensionless numbers $\Pi_5 = \frac{\rho_l U_v D}{\mu_h}$, $\Pi_9 = \frac{\mu_h c_p h}{k_h}$ and $\Pi_6 = \frac{U_v}{U_l}$ represent the modified reynolds number for the vapour phase, the modified prandtl number and the slip factor, respectively. Unfortunately, there are no void fraction or film thickness measurements in the experimental data used in this work and thus, the dimensionless numbers where the film thicknesses are involved will be neglected. The following two different kinds of functional relations between the dimensionless numbers are considered:

$$\Pi_1 = C_1 + C_2 \Pi_5^{C_3} \Pi_i^{C_4} \text{ with } i \neq 1, 5 \text{ type 1} \quad (17)$$

$$\Pi_1 = C_1 + C_2 \Pi_5^{C_3} + C_4 \Pi_i^{C_5} \text{ with } i \neq 1, 5 \text{ type 2} \quad (18)$$

Results:

Table 3: Residuals and Bias.

	Π_9		Π_{10}		Π_8	
	Eq. (17)	Eq. (18)	Eq. (17)	Eq. (18)	Eq. (17)	Eq. (18)
Res	20.66	25.91	21.79	21.81	21.98	22.00
Bias	89.27	-14.66	96.41	97.30	89.7	94.78
	Π_7		Π_6		Π_5	
	Eq. (17)	Eq. (18)	Eq. (17)	Eq. (18)	Eq. (17)	Eq. (18)
Res	21.77	58.60	21.34	22.35	21.86	29.85
Bias	41.37	287.45	34.82	36.34	41.51	118.32
	Π_3		Π_2		Π_4	
	Eq. (17)	Eq. (18)	Eq. (17)	Eq. (18)	Eq. (17)	Eq. (18)
Res	22.98	22.85	22.09	22.33	-	-
Bias	43.35	58.34	43.95	45.57	-	-

where:

$$Res = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\Pi_1^{exp} - \Pi_1^{calc}| \quad (19)$$

$$Bias = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Pi_1^{exp} - \Pi_1^{calc}) \quad (20)$$

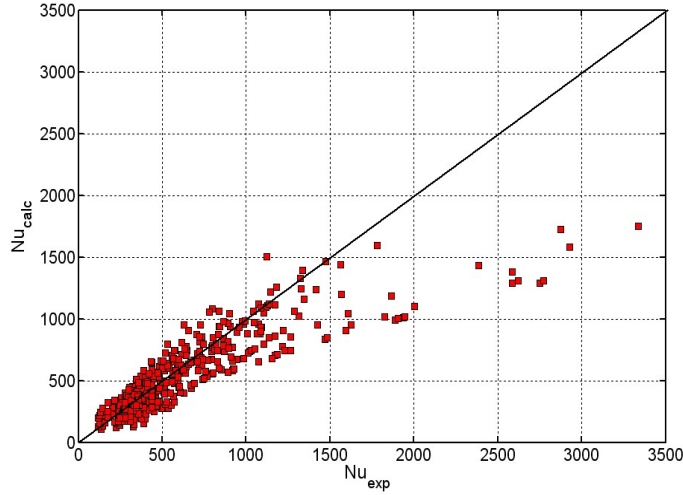


Figure 1: Experimental nusselt number versus Calculated nusselt number functional relation type 1

Based only on the results presented in Tab. (3) it is not possible to find the best fit functional relation. It is also important to analyze the derived coefficients and exponents, in order to select dimensionless numbers which shares data representation. Also, smaller coefficient dimensionless numbers are neglected.

Figure (1) shows the results for a linear regression of the Π_5 and Π_9 numbers using a functional relation of type "Eq. 17".

Proceeding with this marching the following functional relation is derived:

$$\Pi_1 = C_1 + C_2 \Pi_5^{C_3} \Pi_9^{C_4} \Pi_6^{C_5} \Pi_2^{C_6} \tag{21}$$

3.1. Geometric Factors

The geometric factor for the microfin tube problem are include in the functional relation as an enhancement factor in the form $(1 + F)$. Where:

$$F = \alpha_1 \beta_r^{\alpha_2} \theta_r^{\alpha_3} \left(\frac{t}{D} \right)^{\alpha_4} \tag{22}$$

And the final relational function is presented as follows:

$$\Pi_1 = \left[C_1 + C_2 \Pi_5^{C_3} \Pi_9^{C_4} \Pi_6^{C_5} \Pi_2^{C_6} \right] (1 + F) \tag{23}$$

4. Correlation based on genetic algorithm minimization

The basic functional relation being derived, it is now necessary to find the coefficients that best fit the databank. Usually, it is common to use a linear regression analysis or any other gradient driven minimization method as a search method to find the correlation coefficients. However, as pointed out by Hacker at all (2002), this procedure, in multi-modal minimization problems, is attracted to local minimums and it is initial trial dependent. Therefore, it does not guarantee that a global minimum is reached. In order to avoid this problem, in this work, a genetic algorithm minimization procedure is used. Based on a public domain genetic optimization method called PIKAIA (Charbonneau,2002), the EES software has a genetic algorithm optimization function implemented. This EES feature was used to minimize the total residual function:

$$Res_t = \sum_{i=1}^N |\Pi_1^{exp} - \Pi_1^{calc}| \tag{24}$$

The final functional relation is then correlated to the databank, firstly only the plain tube data and then including the microfin tube data. The search space was delimited based on the previous experience of the functional relation construction, the closest highest interger value being used as delimiters. For example, the exponents for the dimensionless numbers in the previous stage were between -2 and 2, and thus, in order to expand the search space, the boundaries where

defined as ± 5 . For the genetic algorithm search engine setup, by default, the number of individuals and generations were set to 64 and 512 respectively and the mutation rate was set to approximately 0.47. After 5 working days, a direct search method using the genetic algorithm output as the initial tryout was proceeded for refinement, and the stop criteria was set to 10^{-4} . The coefficients for the first correlation Eq. (21) are:

$$\begin{aligned} C_1 &= 37.14 & C_2 &= 0.1226 & C_3 &= 0.6818 \\ C_4 &= 0.3381 & C_5 &= 0.2771 & C_6 &= 0.1685 \end{aligned} \quad (25)$$

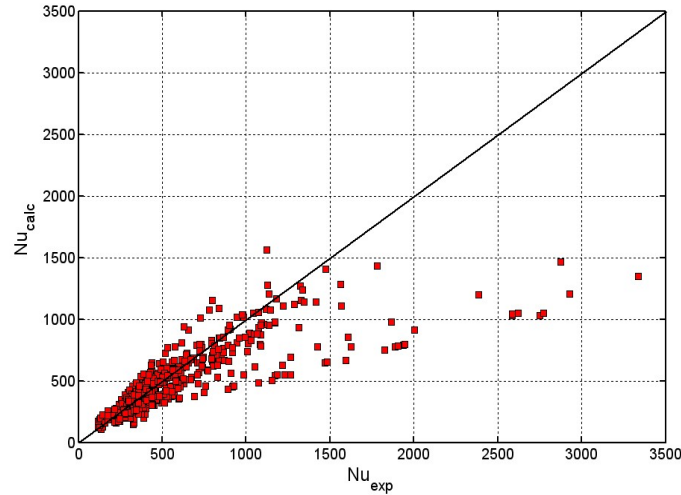


Figure 2: Experimental nusselt number versus calculated nusselt number using genetic algorithm minimization for plain tube data.

Figure (2) shows the relation between the calculated dimensionless Nusselt number Π_1 and the experimental data for the plain tube. The residual is 21.14 and bias is 24.6. Including the microfinned tube experimental data and using the functional relation in Eq. (23), the coefficients are:

$$\begin{aligned} C_1 &= 37.14 & C_2 &= 0.1226 & C_3 &= 0.6818 \\ C_4 &= 0.3381 & C_5 &= 0.2771 & C_6 &= 0.1685 \\ \alpha_1 &= 1.364 & \alpha_2 &= 0.4111 & \alpha_3 &= 0.9627 \\ & & \alpha_4 &= 1.603 & & \end{aligned} \quad (26)$$

For these derived correlations the valid usage range is:

- Fluids: R-22, R-134a and R-404
- G: 150 up to $250 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$
- q: 4.7 up to 14.2 W/m^2
- x: 0.15 up to 0.75

Figure (3) shows the relation between the calculated dimensionless number Π_1 and the experimental data for the whole databank, with approximately 500 experimental points (where 400 points for plain tubes)(Bandarra Filho, 2002) (Seo and Kim, 2000). Bandarra Filho (2002) reported a residual for his plain tube experimental data of 17% for a mass velocity below $200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$ and 60.04% above this limit. Figure (4) summarizes the results from four similar correlations and the correlation proposed here. Two correlations developed by Bandarra Filho (2002), one by Dengler and Addoms (1956) and an other by Penek apud Bandarra Filho (2002). It is possible to observe that the correlation here presented results in less residual data dispersion.

Bardarra Filho (2002):

$$\frac{h_b}{h_l} = 1 + 3.0 \cdot X_{tt}^{-0.65} \cdot Bo^{0.23} \quad (27)$$

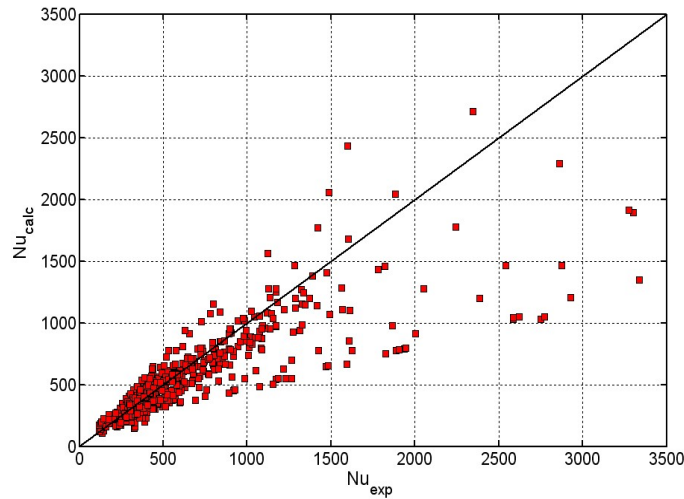


Figure 3: Experimental nusselt number versus calculated nusselt number using genetic algorithm minimization with geometric factors

$$\frac{h_b}{h_l} = 1 + 0.74 \cdot Bj^{2/3} \cdot Fr_l^{1/3} \quad (28)$$

where, $Bo = \frac{q''}{G_{lv}}$, $Bj = \frac{q''D}{k_l T_{sat}}$ and $Fr_l = \frac{G(1-x)}{\rho_l^2 g D}$.

The valid usage range is:

- Fluids: R-12, R-22, R-134a and R-404
- G: 25 up to $700 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$
- x: 0.01 up to 0.99

Dengler e Addoms (1956):

$$\frac{h_b}{h_l} = 3.5 \cdot X_{tt}^{-0.5} \quad (29)$$

The valid usage range is:

- Fluid: water
- G: 55 up to $1100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$
- x: 0 up to 0.7

Panek (1992) apud Bandarra Filho (2002):

$$\frac{h_b}{h_l} = 3.686 \cdot X_{tt}^{-0.563} \quad (30)$$

The valid usage range is:

- Fluids: R-12 and R-134a
- G: 100 up to $500 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$
- x: 0.20 up to 0.60

Table 4: Residuals

	Work	Dengler e Addons	Bandarra Filho (1)	Bandarra Filho (2)	Paneck
Res [%]	19.62	79.83	30.23	65.74	28.56

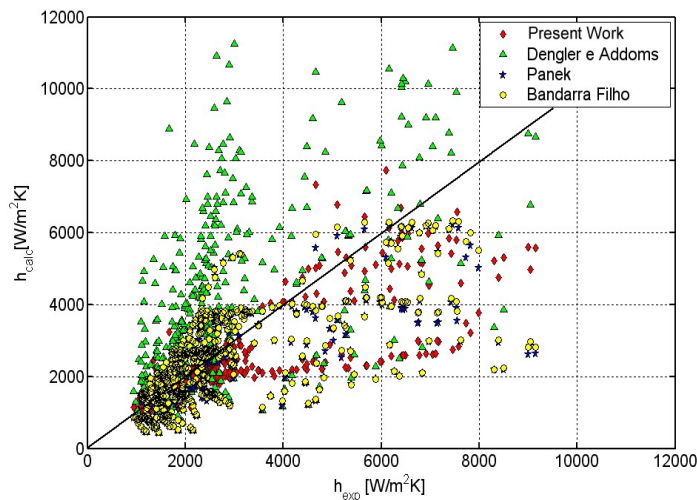


Figure 4: Experimental versus calculated heat transfer coefficient for different correlations

5. Conclusion

This present work demonstrated a procedure to derive the functional relation between dimensionless numbers in convective and nucleate boiling heat transfer. It also proposes the use of genetic algorithms to correlate the derived functional relation to the experimental data. The results obtained are satisfactory in comparison to the results previously reported. Further research is necessary to identify the new dimensionless numbers revealed in cases 2 and 3 and also investigate their physical meaning and correlation to experimental data.

6. References

- BandarraFilho, E. P., 2002, “Um estudo experimental da ebulição convectiva de refrigerantes no interior de tubos lisos e internamente ranhurados”, PhD thesis, Universidade do Estado de São Paulo, Brasil.
- Branescu, C. N., 2000, “Ebullition en Convection Forcee du R22 et du R407C au interieur de tubes horizontaux lisse et micro-ailettes”, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquees de Lyon, France.
- Carey, V. P., 1992, “Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena”, Taylor & Francis, USA, 1th Edition.
- Charbonneau, P., 2002, “An Introduction to Genetic Algorithms for Numerical Optimization”, Technical report, NCAR Technical Note 450+IA.
- Chen, J. C., 1966, “Correlation for Boiling Heat Transfer to Saturated fluids in Convective Flow”, I&EC Process Design and Development, pp. 322–329.
- Collier, J. G. and Thome, J. R., 1996, “Convective Boiling and Condensation”, Oxford Science Publications, New York, USA, 3th Edition.
- Dengler, C. E. and Addoms, J. M., 1956, “Heat Transfer Mechanism for Vaporization of Water Tube”, Chemical Engineering Progress Syposium Series, Vol. 52, pp. 95–103.
- Hacker, K. A., Eddy, J., and Lewis, K. E., 2002, “Efficient Global Optimization Using Hybrid Genetic Algorithms”, 9th AIAA/ISSMO, Atlanta, USA.
- Jabardo, M. J., BandarraFilho, E. P., and Lima, C. U., 1999, “New Correlation for Convective Boiling of Pure Halocarbon Refrigerants Flowing in Horizontal Tubes”, RBCM - J. of the Brazilian Soc. Mechanical Sciences, Vol. 21, No. 2, pp. 245–258.
- Passos, J. C., Kuser, V. F., Haberschill, P., and Lallemand, M., 2003, “Convective Boiling of R-407c Inside Horizontal Microfin and Plain Tubes”, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 27, No. 6, pp. 705–713.
- Picanço, M. A. S., 2006, “Experimental and Theoretical Analysis of the Nucleate and Convective Regimes Inside Plain and Microfin horizontal Tubes”, PhD thesis, Graduate Program of Mechanical Engineering - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Brasil, in portuguese.

- Seo, K. and Kim, Y., 2000, “Evaporation heat transfer and pressure drop of R-22 in 7 and 9.52 mm smooth/microfin tubes”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 2869–2882.
- Stephan, K. and Abdelsalam, M., 1980, “Heat-transfer correlations for natural convection boiling”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 23, pp. 73–87.

Velocity and heat transfer parameters mapping: thermal quadrupoles and infrared image processing

Olivier Fudym

RAPSODEE UMR 2392 CNRS, Ecole des Mines d'Albi, 81013 Albi Cédex, France
fudym@enstima.fr

Abstract. Thermal images provided by infrared cameras associated with physical models of heat transfer enable to compute thermophysical properties and velocity mappings. Due to the very important flow of processed data, as well as the high number of estimated parameters, the corresponding inversion methods are generally based on local linear estimation processes that study indirectly the correlations between pixels. These kind of methods are not computationally intensive and have the advantage of yielding a confidence domain for the estimated field. The main problem arising when estimating heat transfer parameter mappings is that the measured superficial 2D field is correlated to the 3D structure. The challenge is then to find some convenient transfer function for the inversion process. The analytical thermal quadrupole method is suitable for the modeling of multidimensional transient heat diffusion in homogeneous media, especially when applied to multilayered media. Some semi-analytical extensions are proposed in order to discuss the separability of the 3D temperature field. We propose herein some examples and analyze the performance of these different methods in the case of thermal diffusivity mapping, solid plate velocity measurement, microchannels thermal characterization and granular media thermal contact resistance evaluation.

Keywords. Infrared Thermography; microfluidics; thermal conductivity; full field estimation; inverse problem

1. Introduction

Infrared thermography is a powerful experimental tool for thermal imaging applications, such as local heat transfer parameters mapping. Recently, this technology gained a CCD-like revolution, with the Focal Plane Array sensors development. Simultaneously, the microelectronic and computer advances offer fast rate recording and processing capacities. Moreover, many fields of the continuum mechanics are concerned with the same kind of instrumentation revolution, yielding a wide family of imaging techniques designed for mapping velocity, stress, concentration, density, etc...

The main challenge is then to find the convenient inversion methods able to process the measured fields and estimate the corresponding parameter maps. These methods are defined by both a direct model and an estimation procedure. The main problem arising is that the measured superficial 2D field is correlated to the 3D structure and boundary conditions. Unfortunately, a complete 3D heat transfer model yielding to non linear estimation of thermal parameters is not computationally efficient, due to the very important flow of processed data, as well as the high number of estimated parameters. Thus, the usual inversion methods are generally based either on (i) local 1D heat transfer model, where the pixels are assumed to be spatially uncorrelated or (ii) local estimation with 2D model that takes into account the spatial correlations between pixels (iii) global 2D estimation obtained from a reduced model, for instance using orthogonal transforms, such as Fourier or SVD.

From a general point of view, estimating heat transfer parameters mapping from a 2D temperature field, without any assumption about the distribution of the properties, is an « ill-posed » problem. Linear estimation, such as Ordinary Least Squares, directly based on the minimization of the prediction error, is often preferred, because this kind of methods are not computationally intensive and have the advantage of yielding a confidence domain for the estimated field. The general problem has only been studied in stationary state (Jones et al, 1995), but such a situation would be quite difficult to be implemented experimentally.

Thus it is of interest, for every type of methods (local 1D, local 2D or global 2D) to build some convenient transfer functions between the measured 2D field and the input data, such as the 2D heating flux or boundary conditions. The basic thermal quadrupole formalism is a very efficient method for 3D linear heat conduction modeling and calculation, when involved in multilayered systems [Maillet, 2000]. For transient conduction in an homogeneous material, a linear intrinsic transfer matrix is relating the input and output temperature and heat flux after a Laplace transformation and integral space transforms (Fourier or Hankel transforms). The main advantage of this relationship is to make easy the representation of multilayered systems by multiplying the corresponding quadrupole matrices. Recently, a semi-analytical extension was proposed [Fudym, 2002] for heterogeneous stratified media, where the input/output linear relationships are given in a vectorial form between the corresponding fields. This kind of representation can be helpful to analyze the homogenization / constriction heat conduction effects in heterogeneous media and thus deduce simplified models [Fudym, 2004].

In this paper, it is shown how the thermal quadrupole formalism can be used jointly with thermal images processing for the thermal characterization of heterogeneous media. First, the basic quadrupole formalism is briefly recalled. Some important aspects related to the case of in-plane diffusion and local heat transfer parameters estimation will be further

considered. It is shown how some separability considerations derived from the quadrupole approach allow in some particular cases to define a new variable corresponding to a simple 2D estimation, such as vertical cracks detection in thick medium or the solid plate velocity measurement. Finally, a macroscopic two-temperature analytical model is used for microchannels thermal characterization.

2. Local estimation with the assumption of spatially uncorrelated pixels

2.1 One dimensional in-depth heat transfer

In one dimensional experiments each pixel of the IR image is assumed to be spatially uncorrelated, that is independent of the neighbors. Usually in-plane diffusion is avoided by experimental care, such as spatially uniform excitation, thin sample... The transient temperature images can be processed pixel by pixel. Detecting delaminations in thin plates of composite materials by IR thermography has been studied since 1980 (see for example Balageas et al, 1991). Most of the methods associated to delamination detection consists in considering only a 1D heat transfer following the thickness direction, even if 2D or 3D heat transfer corrections have been studied (see Bendada et al, 1998). Two families of excitation methods can then be considered : flash methods or periodic methods. Periodic methods [Wu, 1996] consist in making a periodic thermal excitation at a surface of a sample. The excitation is generally realised with laser or lamps systems. The recording of the images is often synchronised with the transient excitation. A convenient estimation methods of the thermal diffusivity can be implemented by applying a Fourier transform on time and then considering the amplitude variation of the signal, or the phase lag. It can be noticed that the phase lag is non depending on the absolute temperature level and can then be obtained without a calibration of the detectors. When the characteristic frequency of the plate or the thermal diffusivity is unknown, even with thin samples, the flash method can be more advantageous than periodic methods, since the power spectral density of heat source is then spreaded all over the frequencies. Other orthogonal transforms can be considered such as Principal Component Analysis [Marinetti 2004].

The characteristic time of the heating source is related to the characteristic penetration depth of the signal. Therefore, the recording time step of the thermographic device at the pixel scale must be adapted to such penetration depth., and that could be critical for microscales applications.

2.2 In-plane diffusion

At the opposite, some methods based on in-plane diffusion in transient state have been implemented with very restrictive assumptions, for homogeneous samples, or assuming that the sample is locally homogeneous, as for in-depth transfer. They allow to estimate the macroscopic thermal diffusivity of anisotropic samples (Philippi et al, 1995). One of the main difficulties is then to take into account the spatial correlation of the pixels induced by 2D heat transfer. The so-called « flying spot » method (see Gruss and Balageas, 1992, Lepoutre et al, 1993) consists in moving a laser hot spot on the front face of the sample and analysing the transient temperature field around the spot. Such a method is efficient but experimentally difficult (scanning of the domain, implementation of optics and laser techniques...).

Hadisaroyo (Hadisaroyo, 1992) proposed the thermal diffusivity estimation applying the Laplace transform on time and defining the averaged temperature of two chosen areas (A_0 at position x_0 and A_1 at position x_1) on a semi-infinite fin, where the heat flux excitation is applied on the edge of the fin, such as shown in Fig. (1).

$$\ln \left(\frac{\tau_{A_0}(x_0, s)}{\tau_{A_1}(x_1, s)} \right)^2 = \left[\frac{s}{a} + \frac{2 \cdot h}{k \cdot e} \right] \cdot (x_1 - x_0)^2 \quad (1)$$

where τ_{A_i} is the Laplace tranform of the temperature τ at position x_i averaged on the corresponding area A_i , k and a are the thermal conductivity and diffusivity respectively, and h is the convective heat losses coefficient.

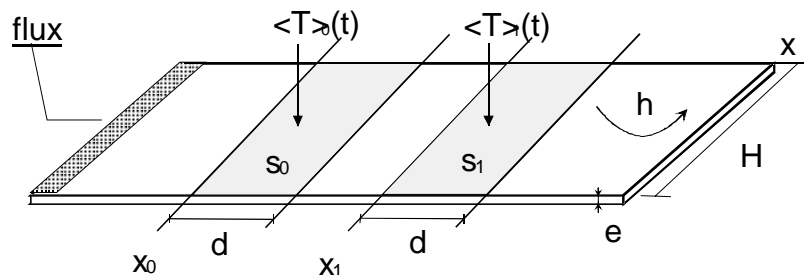


Figure 1. Macroscopic thermal diffusivity estimation of a thin plate from infrared image processing

The main advantage of this method is that the knowledge of the transient heat excitation is not necessary. Moreover, the influence of the measurement noise is statistically reduced due to this kind of pre-processing by surface averaging and Laplace transform

3. Two dimensional local estimation with the assumption of correlated pixels

Two dimensional velocity and diffusivity mappings from the processing of infrared image sequences with a front flash heating can be performed following an approach similar to the optical flow method used in computer vision [Jähne,1998]. The practical implementation consists in creating a spatially random initial temperature distribution by putting a mask in front of the “Flash”. As shown in this section, the sensitivity matrices are built directly with spatial and time correlations between the pixels, such as discrete derivatives or Laplacian approximations. Spatially random heating is used to optimize in-plane diffusion, in order to avoid as much as possible that these sensitivity coefficients tend to zero, making the sensitivity matrices rank deficient and ill-conditioned. Moreover, a necessary condition for the Ordinary Least Square approach to be the minimum unbiased estimator is that the sensitivity matrix is noise free. The effect of getting noisy experimental data as sensitivity coefficients yields a bias, especially where the sensitivity coefficient tend to zero, that is why random heating is preferred to periodic heating [Batsale, 2004].

We consider now the following 2D governing equation:

$$\rho c v_x \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c v_y \frac{\partial T}{\partial y} + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + g - h(T - T_\infty) \quad (2)$$

Clearly Eq. (2) applies at every pixel position on the measurement surface, and it is apparent that the velocity, thermal diffusivity, thermal conductivity gradient, heat source term as well as the convective heat losses coefficient can be estimated locally from the computation of the spatial and time first derivatives and Laplacian operator applied to the temperature signal. Obviously, for an heterogeneous medium, the thermal conductivity derivative and velocity are correlated, thus velocity can be estimated only where the thermal conductivity is constant.

3.1 Thin medium: two dimensional heat transfer

The thickness of the sample is assumed to be small compared to the in-depth diffusion time, so that the temperature is assumed to be uniform in the z direction, and the sample is seen as a fin. The governing equations are given as

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{2h}{e} \cdot (T - T_\infty) \quad (3)$$

The experiment is shown in Fig. (2). The discretization of Eq. (3), yields:

$$\mathbf{T}^{\mathbf{t}+\Delta\mathbf{t}} - \mathbf{T}^{\mathbf{t}} = \mathbf{A} \cdot \Delta\mathbf{T}^{\mathbf{t}} + \delta_x \mathbf{A} \cdot \delta_x \mathbf{T}^{\mathbf{t}} + \delta_y \mathbf{A} \cdot \delta_y \mathbf{T}^{\mathbf{t}} - H(\mathbf{T}^{\mathbf{t}} - T_\infty) \quad (4)$$

where the discretized temperatures are arranged in a vectorial form, and \mathbf{A} is the thermal diffusivity matrix.

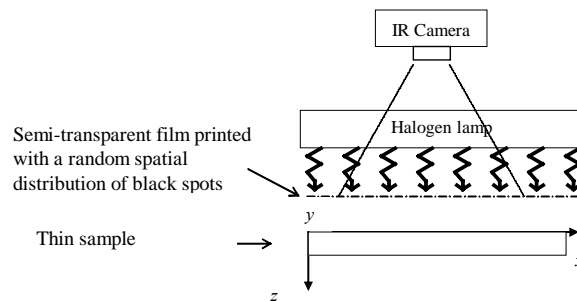


Figure 2. Spatially random Flash heating

The estimation of the vector of parameters corresponding to the thermal diffusivity field is obtained from Eq. (4) by a linear least square approach, by considering the minimization of the least square functional S such as:

$$S = \left(\left(\hat{\mathbf{T}}^{t+\Delta t} - \hat{\mathbf{T}}^t \right) - \hat{\mathbf{X}}\boldsymbol{\beta} \right)^t \left(\left(\hat{\mathbf{T}}^{t+\Delta t} - \hat{\mathbf{T}}^t \right) - \hat{\mathbf{X}}\boldsymbol{\beta} \right) \quad (5)$$

with the vector of unknown parameters $\boldsymbol{\beta} = \left[\mathbf{A} \quad \delta_x \mathbf{A} \quad \delta_y \mathbf{A} \quad H \right]^t$ and $\hat{\mathbf{X}}$ the corresponding sensitivity matrix directly filled with the shift and difference operations applied on the images:

$$\hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{T}}^{t0} & \delta_x \hat{\mathbf{T}}^{t0} & \delta_y \hat{\mathbf{T}}^{t0} & \hat{\mathbf{T}}^{t0} - T_\infty \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Delta \hat{\mathbf{T}}^t & \delta_x \hat{\mathbf{T}}^t & \delta_y \hat{\mathbf{T}}^t & \hat{\mathbf{T}}^t - T_\infty \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (6)$$

The Ordinary Least Square estimator is:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} = \left(\hat{\mathbf{X}}' \hat{\mathbf{X}} \right)^{-1} \hat{\mathbf{X}}' \left(\hat{\mathbf{T}}^{t+\Delta t} - \hat{\mathbf{T}}^t \right) \quad (7)$$

In Fig. (3) are shown both the initial temperature field and the thermal diffusivity mapping of an aluminium thin plate obtained from Eq. (7) for an experimental infrared image sequence by spatially random heating. The two cracks are clearly visible on the map.

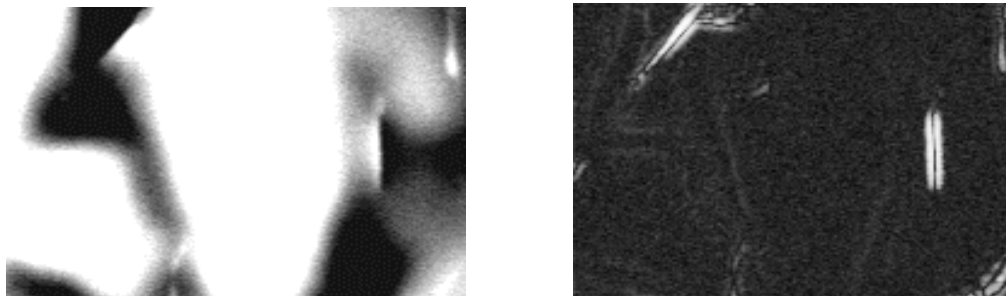


Figure 3. Detection of cracks in a thin Aluminium plate: Initial temperature field and diffusivity map

3. 2 Three dimensional structure

The general problem of estimating the 2D superficial heat transfer parameters mapping from the superficial temperature field in a three dimensional heat transfer problem is a quite ill-posed problem, due to the dependance of the solution to the thickness coordinate variable. It is shown in this section how this kind of problem can be solved by the previous 2D approach when the separability of the general solution can be demonstrated. The separability of the temperature field resulting from some specific three dimensional heat transfer problems has been investigated with the quadrupole formalism approach for heterogeneous stratified media [Fudym, 2004].

In some particular case, especially for semiinfinite media in the direction z , the separability of the temperature field can be demonstrated, and written as

$$T(x,y,z,t) = T_{xy}(x,y,t) \cdot T_z(z,t) \quad (8)$$

Then a new pseudo-signal is defined such as

$$T_{xy}(x,y,t) = \frac{T(x,y,z=0,t)}{T_z(0,t)} \quad (9)$$

This 2D fictive temperature $T_{xy}(x,y,t)$ is governed by the corresponding 2D equation, such as Eq. (2), and the previous estimation method applies. The main difference is that the covariance matrix of the measurement error is modified when the temperature field is divided by $T_z(0,t)$. This approach has been implemented for the detection of cracks in a semiinfinite medium [Fudym, 2004]. The Maximum likelihood Estimator is used, since in that case the pseudo signal is obtained by dividing the temperature by the square root of time ($T_z(0,t) = C/\sqrt{t}$):

$$\hat{\beta}_{ML} = (\hat{X}'t^{-l}\hat{X})^{-1} \hat{X}'t^{-l}(\hat{Y}^{t+\Delta t} - \hat{Y}^t) \tag{10}$$

More recently, the same approach has been used for the estimation of both the thermal diffusivity and velocity mapping [Bamford, 2006] of a moving solid, as shown in Fig. (4). A diffusing pattern obtained by the flash heating pulse through a 2D mask is observed by the infrared imaging system. Velocity of the moving solid is responsible for the displacement of the grid, while thermal diffusion within the solid yields a diffuse behavior of the initial pattern. A Total Least Square (TLS) approach is implemented in order to take into account the effect of noise in the sensitivity matrix. The main difficulty of the TLS method is to determine a threshold for the dimension of the space where the solution has to be looked for. Interestingly, this threshold can be used for defining a confidence domain where the parameters can be reasonably identified.

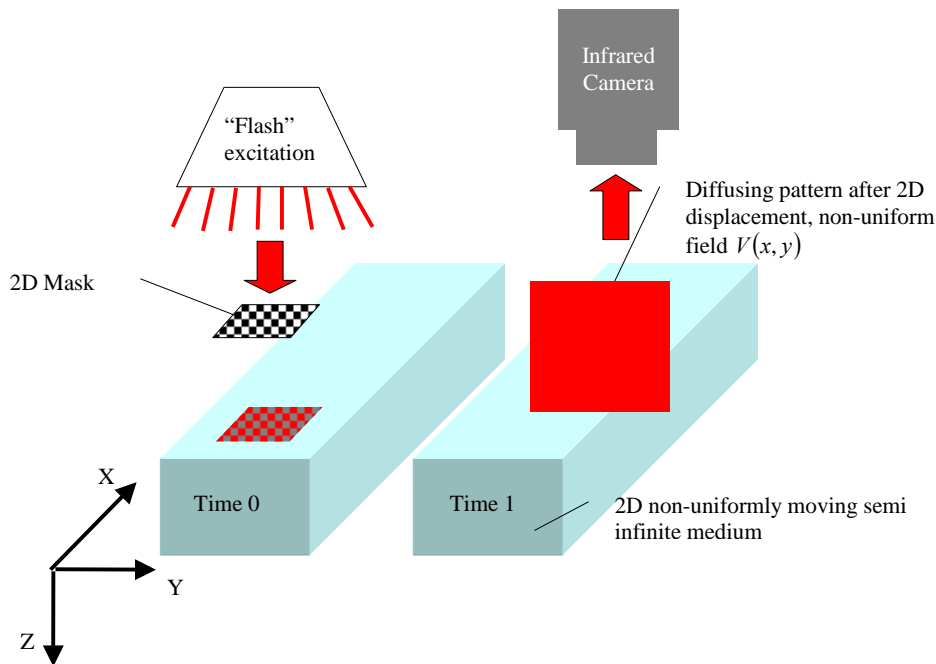


Figure 4. Velocity and thermal diffusivity map of a moving solid

Some experimental results obtained for a moving expanded polyvinyl chloride sample are shown in Figs. (5) and (6). In Fig. (5) are shown the initial and final images of the sequence obtained for a 25 Hz recording rate. Both displacement and diffusion of the initial pattern is clearly apparent on the second image. On Fig. (6) are plotted the thermal diffusivity and velocity maps

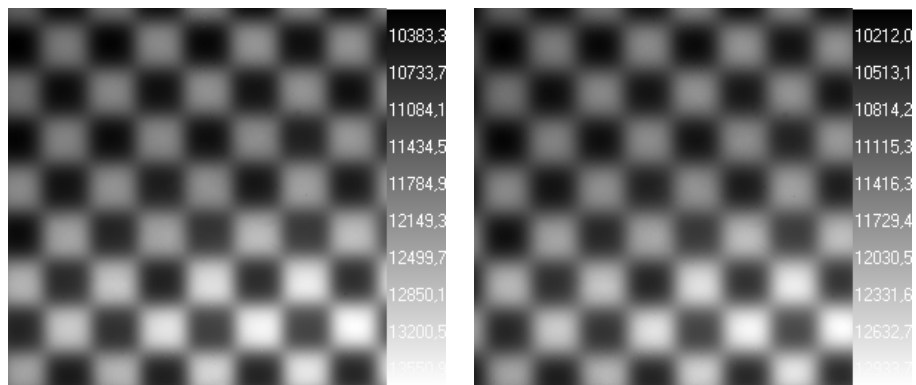


Figure 5. First and last images of an infrared sequence showing a moving and diffusing pattern

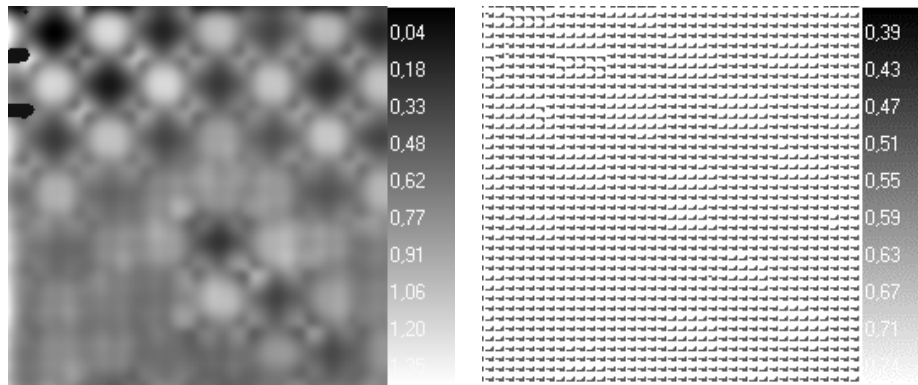


Figure 6. Diffusivity and velocity maps obtained from previous sequence

4. Macroscopic estimation obtained from averaged temperature fields

An other approach is presented in this section. When the investigated systems are small in relation with the spatial resolution of the infrared imaging system, a macroscopic approach is implemented. We propose herein an example of thermal characterization of a microchannel reactor, where the microchannel width has the same order of magnitude than the pixel size. The main idea is that the macroscopic gradients within the microreactor plate contain the pertinent information related to the heat source term within the microchannel. An analytical two-temperature model, derived from the thermal quadrupole approach is used in order to compute the average fields. The microsystem is shown in Fig. (7). The microchannel is filled with water. An electrical resistive heating film is used in order to simulate a step heating source distribution. The spatial resolution of the infrared camera is about 200 μm , while the microchannel width is 250 μm . The PDMS resin is assumed to be a perfect thermal insulator relatively to the glass cover. Hence heat transfer is mostly done within the microchannel and glass, and the glass cover is considered as a fin, due to the convective heat losses in the front wall.

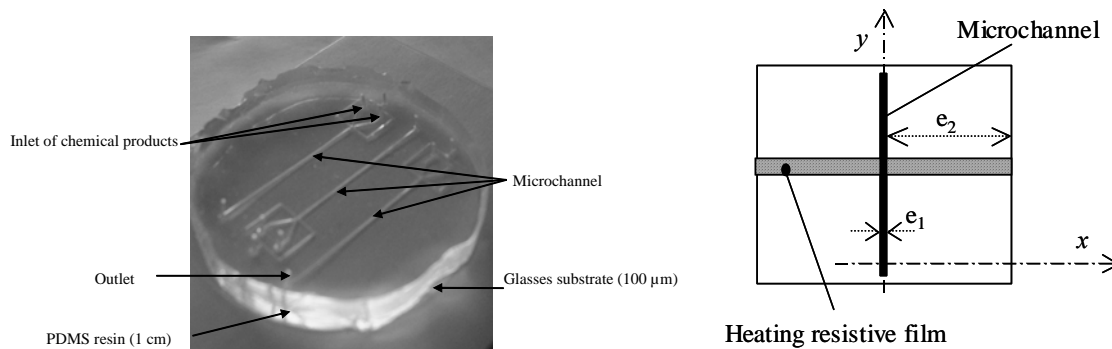


Figure 7. Picture of a microfluidic chip ; Top view of microchannel with heating resistive film. The temperature is spatially averaged in the direction x along e_1 and e_2 respectively

The governing equations can be solved analytically by the quadrupole formalism, and the averaged temperatures, in the transformed space (here a Sinus Fourier transform applied in the y direction), are shown to be expressed by the Two temperature model such as

$$k_1 \beta_1^2 e_1 \langle \theta \rangle_1 = G_1 e_1 - \frac{1}{Z} (\langle \theta \rangle_1 - \langle \theta \rangle_2) \quad (11a)$$

$$k_2 \beta_2^2 e_2 \langle \theta \rangle_2 = G_2 e_2 + \frac{1}{Z} (\langle \theta \rangle_1 - \langle \theta \rangle_2) \quad (11b)$$

$$\beta_i^2 = \alpha_n^2 + H_i \quad (11c)$$

where β_i ($i = 1,2$) is a generalized frequency depending on the Fourier transform variable α_n and the convective heat transfer coefficient H_i ; $\langle \theta \rangle_i$ is the Fourier transform of the temperature, spatially averaged on the width e_i , and only depending on y ; the thermal impedance Z is known analytically. G_i is the tranformed heat source term - here the heat

source dissipated by the heating resistive film as shown in Fig. (7). Equations (11) can be represented as a two nodes problem by the analogical network depicted in Fig. (8).

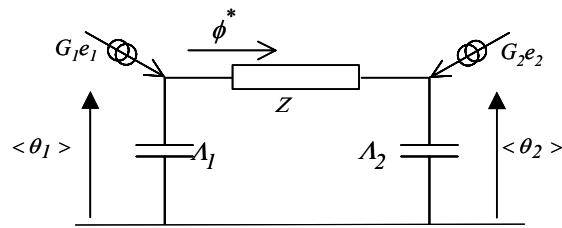


Figure 8. Analogical network relative to Eqs. (11), involving average temperatures

This model can be used to fit the experimental averaged temperatures obtained from the thermal images, in order to estimate the convective heat transfer coefficients H_i , and then retrieved the heat source term. Then, adding Eq. (11a) to Eq. (11b), and applying the inverse Fourier transform to the result yields in the real space the following equation, applied to the thermal field Y in order to recover the source term distribution :

$$-k_1 e_1 \frac{\partial^2 \langle Y_1 \rangle}{\partial y^2} - k_2 e_2 \frac{\partial^2 \langle Y_2 \rangle}{\partial y^2} + H_1 k_1 e_1 \langle Y_1 \rangle + H_2 k_2 e_2 \langle Y_2 \rangle = g_1 e_1 + g_2 e_2 \quad (12)$$

Equation (12) can be used directly on the thermal image in order to retrieve the heat source term distribution, as shown in Fig. (9), where the retrieved heat source is compared with the known distribution due to the heating resistive film.

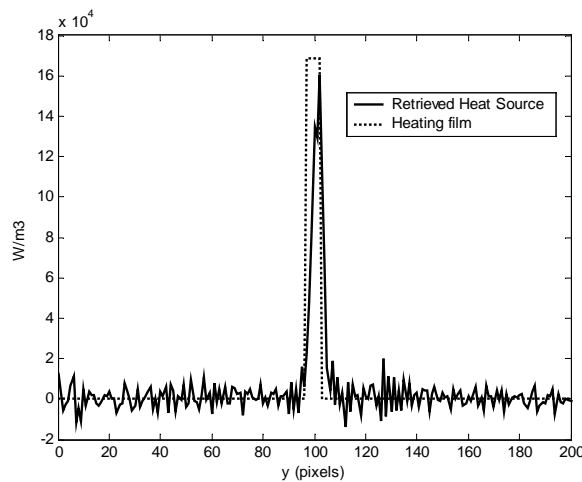


Figure 9. Retrieved heat source computed from Eq. (12) applied on the experimental field

A similar macroscopic approach can be used for the thermomechanical study of granular or dispersed media under mechanical stress. The problem is then to estimate the interfacial thermal contact resistances between grains within the granular medium, looking for the relationship with the applied mechanical stress. The temperature is averaged on each grain, and a characteristic frequency proportional to the thermal contact resistance is estimated. In Fig. (10) are shown some experimental results obtained with 1mm and diameter lead spheres. A periodic step heating is applied on the left sphere by two Constantan resistive wires inserted in the grain. The estimation is obtained from the following equation:

$$\frac{dT_i}{dt} = \sum_{j=1}^{j=3} \left[\frac{1}{\tau_{ij}} (T_j - T_i) \right] - \frac{1}{\tau_i} T_i \quad (13)$$

where τ_{ij} are characteristic times corresponding to the interface of the grain (i) with the neighbor (j).

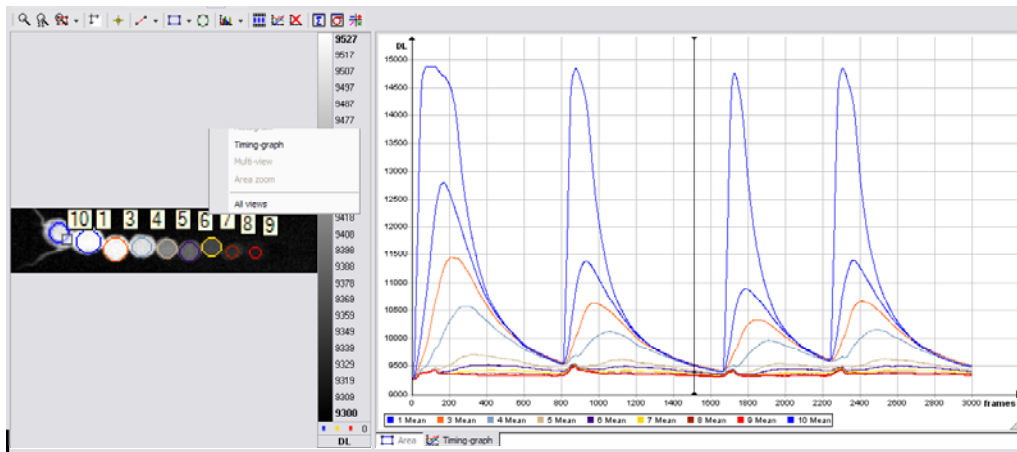


Figure 10. Periodic heating of stressed lead grains

5. Conclusion and perspectives

In this paper, a few recent developments for infrared images processing devoted to heat transfer parameters mapping have been presented. The widespread local 1D in-depth approach, usually implemented for Non Destructive Thermal Evaluation, can be adapted for quantitative thermal properties mapping, but with experimental limitations due to the necessary scanning pixel by pixel of the heating source. Local 2D estimations derived from the optical flow methods used in computer vision are quite efficient when coupled with the OLS or TLS linear estimators, but are suitable for in plane diffusion of 2D structures. In some particular cases, the 3D structures can be addressed by the same family of methods when the 3D temperature field is shown to be separable, by defining a new pseudo 2D signal to be processed. Estimating thermal mapping for this kind of structures in the general case is still an open problem, where a convenient relationship between the superficial field and the parameters has to be found. Reducing the problem by using orthogonal transforms such as SVD for a global estimation method could be an alternative. When the spatial resolution of the camera has the same order of magnitude as the studied sample, an different approach is to use a macroscopic approach coupled with analytical averaged models.

6. Acknowledgement

The main results presented herein have been produced through a long term collaboration with the laboratory TREFLE UMR CNRS 8505 in Bordeaux (France) as well as the University of Santiago de Chile (Usach). My colleagues (JC Batsale, JL Battaglia, M. Bamford, C. Pradère, R. Santander) who participate to these works are greatly acknowledged. We also thank the financial support of the CNRS / CNPq program as well as the “Délégation de Coopération Régionale” of the french embassy in Chile.

7. References

- Balageas D., Delpech Boscher, Deom A., New developments in stimulated infrared thermography applied to non destructive evaluation of laminates, Review on Progress in Quantitative Non-Destructive Testing, ED Thompson and Chimienti, 10 A 1073-1081, 1991
- Bamford M., J.C. Batsale, D. Reungoat, and O. Fudym, Two dimensional velocity and diffusion mapping in the case of three dimensional transient diffusion: “Flash” method and infrared image sequence analysis, 8th Conf. on Quantitative Infrared Thermography, QIRT 2006, Padova, Italy, June 27-30, 2006
- Batsale J.C., J.L. Battaglia, O. Fudym, Autoregressive algorithms and spatially random flash excitation for 3D non destructive evaluation with infrared cameras. QIRT Journal 1 5-20, 2004
- Bendada A., Maillat D., Batsale J.C. et Degiovanni A., Reconstruction of a non-uniform interface thermal resistance by inverse conduction. Inverse Problems in Engineering, 6 79-123, 1998
- Fudym O., J.L. Battaglia, J.C. Batsale, Measurement of thermophysical properties in semiinfinite media from random heating and fractional model identification. Rev. Sci. Instrum., 76 (4) 044902, 2005
- Fudym O., B. Ladevie, J.C. Batsale, A semi-numerical approach for heat conduction in heterogeneous media. One extension of the analytical Quadrupole method. Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals, 42 (4) 325-348 2002
- Fudym O., J.C. Batsale, D. Lecomte, Heat diffusion at the boundary of stratified media. Homogenized temperature field and thermal constriction. Int. J. Heat Mass Transfer 47 (10-11) 2437-2447, 2004

- Fudym O., J.C. Batsale, J.L. Battaglia, R. Santander, Thermophysical properties mapping in semi-infinite longitudinally cracked plates by temperature image processing. Inverse Problems, Design and Optimization Symposium, IPDO 2004, Rio de Janeiro, Brazil, March 17-19, 2004
- Gruss C. et Balageas D., Theoretical and experimental applications of the flying spot camera, Quantitative Infrared Thermography (QIRT 92), ED D. Balageas, G. Busse, GM Carlomagno, Ed Europ Thermique et Industrie, Paris 1992 19-24, 1992
- Hadisaroyo D., Batsale J.C. et Degiovanni A., Un appareillage simple pour la mesure de diffusivité thermique de plaques minces. Journal de Physique III, 2 11-128, 1992
- Jähne B., Haussecker H. W., Schar H., Spies H., Schmundt D., Schurr U.: Study of Dynamical Processes with Tensor-Based Spatiotemporal Image Processing Techniques. ECCV 2 322-336, 1998
- Jones MR, Tezuda A., Yamada Y, Thermal tomography detection of inhomogeneities, Journal of Heat Transfer, 117 969-975, 1995
- Lepoutre F., Lefebvre J., Lhermitte T., Ainouch L., Delpech P., Forge P., Hirschi S., and Joulaud J.L., Mesures thermiques microscopiques," Rev. Gén. Thermique, 35 344-354, 1996
- Ljung L., 1987, System identification theory for the user, Prentice Hall ; Englewood Cliffs.
- Maillet D., André S., Batsale J.C., Degiovanni A., Moyne C., Thermal quadrupoles : Solving the heat equation through integral transforms, John Wiley, 2000
- Mourand D., Batsale J.C., Real time processing with low cost uncooled plane array IR camera-Application to flash non-destructive evaluation, QIRT Reims, 2000
- Marinetti S, Grinzato E, Bison PG, Bozzi E, Chimenti M, Pieri G, O. Salvetti O.: Statistical analysis of IR thermographic sequences by PCA, Infrared Physics & Technology, 46 85-91, 2004
- Philippi I., Batsale J.C., Maillet D., Degiovanni A., Measurement of thermal diffusivity through processing of infrared images -Rev. Sci. Instrum. 66 1182-1192, 1995
- Pradère C., Joanicot M., Batsale J.C., Toutain J., Gourdon C, Processing of temperature field in chemical microreactors with infrared thermography, QIRT Journal 3 117-135, 2006
- Weber J., Malik J., Robust Computation of Optical Flow in a Multi-Scale Differential Framework, Int. J. Computer Vision, 2 5-19, 1994
- Wu D., Busse G., Lock-in thermography for nondestructive evaluation of materials Rev Gén de Thermique, Vol 37, 8, 693-703 1998
- Wu D., Wu C.Y., Busse G., Investigation of resolution in lock in thermography- Theory and experiment, Eurotherm Quantitative Infrared Thermography, QIRT Stuttgart, 2-5, 1995

8. Copyright Notice

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.

ESTUDO TEÓRICO – EXPERIMENTAL DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE COM FONTES DE CALOR

Yves Nzamba

nzamba76@yahoo.fr

Newton Galvão de Campos Leite

nleite@fat.uerj.br

Humberto Araújo Machado

machado@fat.uerj.br

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

Faculdade de Tecnologia – FAT

Estrada Resende – Riachuelo, s/n^o, Morada da Colina, Resende, RJ

CEP 27523-000

Maurício de Araújo Zanardi

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – FEG

Av. Dr. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Pedregulho, Guaratinguetá, SP

CEP 12516-410

mzanardi@feg.unesp.br

Resumo. Neste trabalho é implementado um programa computacional para simular o processo de convecção natural em cavidades fechadas com fontes de calor. O programa utilizou uma modelagem tridimensional clássica baseada nas equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia em regime permanente. Seus resultados foram comparados com dados da literatura mostrando coerência nos valores encontrados. Adicionalmente, uma cavidade com fonte de calor foi construída e dados de temperatura foram extraídos para um número de Rayleigh de 4×10^3 , e seus resultados foram confrontados com dados gerados pelo programa computacional. A análise dos resultados mostrou a necessidade de correções tanto no programa computacional quanto na montagem experimental. Finalmente, um processo de captação de imagens por fotografia utilizando um sistema de iluminação simples foi testado com sucesso, mostrando a viabilidade da construção de dispositivos desta natureza a um baixo custo financeiro.

Palavras chave: Convecção natural, Cavidades com fontes de calor, Simulação computacional.

1. Introdução

A principal restrição à compactação de equipamentos eletrônicos é o aquecimento devido à dissipação de potência. Pequenos componentes implicam em áreas menores de troca de calor, sendo necessário o uso de superfícies estendidas geralmente em conjunto com dispositivos que promovam a circulação forçada do fluido. Esta combinação acarreta vibrações e ruídos, indesejáveis em equipamentos sensíveis. Em contrapartida, um projeto adequado utilizando convecção natural como forma de resfriamento elimina tais problemas e reduz custos, conforme o tipo de aplicação, por eliminar os equipamentos utilizados na circulação do fluido.

A partir dessa motivação, uma série de trabalhos vem sendo desenvolvida nessa linha de pesquisa. Kurokawa *et al.* (2005) estudaram uma cavidade aquecida com fontes de calor discretas igualmente espaçadas e protuberantes. Uma análise conjugada – condução na parede e convecção no fluido – utilizando as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia em regime permanente foi implementada e as equações de conservação resolvidas aplicando-se o método de Galerkin para elementos finitos. O efeito da razão da condutividade térmica da parede e do fluido foi investigado na influência dos perfis de velocidade e temperatura. Para garantir que os limites operacionais da temperatura de componentes eletrônicos não sejam excedidos, um estudo do posicionamento das fontes de calor na parede foi também realizado, mostrando que a melhor configuração é obtida quando as fontes de calor de maior potência de dissipação estão localizadas na região superior da cavidade evitando um transporte de calor ascendente.

Dias Jr. *et al.* (2006) usaram o conceito de algoritmo genético para otimizarem a transferência de calor por convecção natural no interior de cavidades com fontes de calor. Casos com fontes de calor dissipando taxas iguais e também diferentes foram analisados, e os resultados mostraram uma boa concordância com a literatura além de confirmar a viabilidade da metodologia empregada. Da Silva *et al.* (2004) aplicaram o conceito de uma nova teoria (*Constructal Theory*) a qual é um princípio físico que pode ser usado para otimizar o resfriamento por convecção natural das fontes de calor no interior de cavidades. Foi mostrado que a distribuição ótima não é descrita por uma razão constante entre as linhas de centro das fontes, mas por uma função que depende fortemente do número de Rayleigh e também da altura da fonte. Concluiu-se também que a configuração ótima de paredes com fontes discretas é obtida pela busca do desempenho máximo sujeito a limitações globais.

Ramos *et al.* (2003) construíram uma cavidade com quatro fontes de calor discretas e embutidas numa parede vertical com o intuito de monitorar as temperaturas internas bem como executar testes de visualização. As influências da razão de aspecto, inclinação da cavidade em relação à horizontal, potência dissipada pela fonte e temperatura de resfriamento da parede foram observadas e seus resultados discutidos.

Neste trabalho é discutido o desenvolvimento de um programa computacional visando à reprodução dos fenômenos relacionados ao escoamento do fluido e troca de calor em cavidades. Embora existam programas comerciais capazes de realizar a mesma simulação com eficiência, seus custos são proibitivos para a maioria dos pesquisadores das universidades brasileiras, e as versões com licenças livres muitas vezes não atendem às necessidades específicas. O programa computacional desenvolvido teve seus resultados aferidos por meio de comparações com dados obtidos de artigos especializados, apresentando boa concordância.

Como complemento à simulação computacional, foi efetuada a construção de uma cavidade com características apropriadas ao perfil do estudo, que seria utilizada como recurso de pesquisa e ensino de custo relativamente baixo. Assim, uma cavidade contendo uma parede vertical com uma fonte de calor discreta embutida e a parede contraposta mantida a uma temperatura constante foi construída aproveitando-se materiais de sobejo e equipamentos de instituições parceiras, onde as temperaturas das paredes verticais foram monitoradas. A cavidade teve as paredes horizontais e também verticais – excluindo a que possuía a fonte de calor e a que foi mantida a temperatura constante – isoladas e empregou ar como fluido de trabalho. A comparação entre os dados experimentais e numéricos para um caso não obteve boa concordância, demonstrando que futuras alterações e/ou correções deverão ser feitas para continuidade dos trabalhos. Complementando o experimento, um sistema simples para visualização do escoamento começou a ser montado e seus primeiros resultados são mostrados.

2. Modelo matemático

Para a construção do modelo matemático do processo de convecção interna na cavidade, foram utilizadas as equações de conservação, considerando regime laminar e permanente, propriedades termofísicas constantes, resistências de contato e dissipação viscosa desprezíveis e aplicando a aproximação de Boussinesq. As condições de contorno consideradas para a velocidade foram de impermeabilidade e não deslizamento nas paredes e de simetria em $z = 0$. As condições de contorno relativas à temperatura são de fluxo de calor prescrito nas fontes, temperatura conhecida em $x = 1,5$, derivada em relação a z nula no plano de simetria e condição de contorno adiabática para os limites restantes. Para a solução do problema conjugado condução – convecção, a continuidade dos perfis de temperatura entre a parede e fonte de calor, parede e fluido e fonte de calor e fluido foi garantida através do cálculo da condutividade térmica efetiva apropriada a cada caso, respeitando o balanço de energia.

A Fig. 1 mostra duas vistas da cavidade empregada para validação do programa computacional, incluindo as fontes de calor discretas montadas na parede, suas posições na parede e respectivas dimensões na forma adimensional, assim como as condições de contorno consideradas.

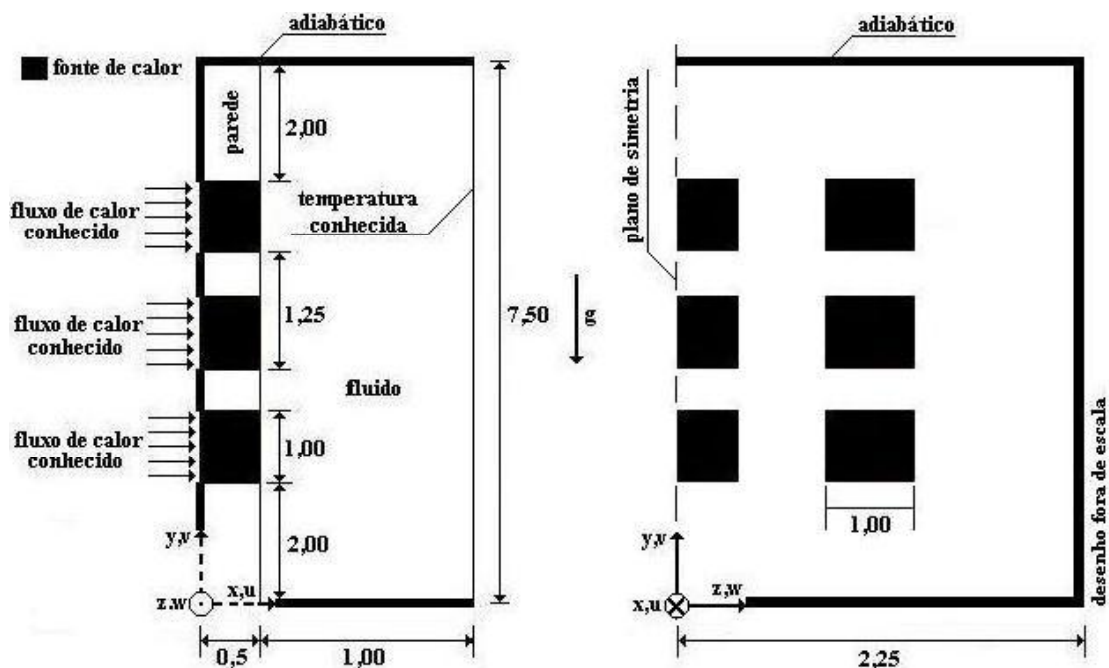


Figura 1. Geometria e condições de contorno utilizadas na validação.

2.1. Equações de conservação para o fluido

As variáveis foram adimensionalizadas conforme mostrado a seguir:

$$x = \frac{X}{L_y}; \quad y = \frac{Y}{L_y}; \quad z = \frac{Z}{L_y} \quad (1.a)$$

$$u = \frac{UL_y}{\alpha_f}; \quad v = \frac{VL_y}{\alpha_f}; \quad w = \frac{WL_y}{\alpha_f} \quad (1.b)$$

$$p = \frac{P}{\rho(\alpha_f/L_y)^2}; \quad \theta = \frac{T - T_c}{(q'' L_y/k_f)} \quad (1.c)$$

$$Ra = \frac{g\beta q'' L_y^4}{k_f \alpha \nu} \quad (1.d)$$

sendo x , y e z as coordenadas cartesianas adimensionais; u , v , e w as componentes de velocidade adimensionais, L_y a altura de uma fonte de calor; α_f a difusividade térmica do fluido, p a pressão adimensional, ρ a massa específica, θ a temperatura adimensional, T_c a temperatura da parede oposta as fontes de calor, q'' o fluxo de calor fornecido pela fonte de calor, k_f a condutividade térmica do fluido; Ra o número de Rayleigh modificado, g a aceleração da gravidade, β o coeficiente de expansão térmica, ν a viscosidade cinemática, R_h a relação entre a condutividade térmica da fonte e do fluido, R_s a relação entre a condutividade térmica da parede e do fluido e Pr o número de Prandtl.

2.1.1. Massa

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

2.1.2. Quantidade de movimento (Navier-Stokes)

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + Pr \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.a)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + Pr \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Ra Pr \theta \quad (3.b)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + Pr \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3.c)$$

2.1.3. Energia

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (4)$$

2.2. Equação de conservação da energia para a parede e fonte de calor

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \lambda = 0 \quad (5)$$

$$\lambda = \begin{cases} R_h \text{ (fonte de calor)} \\ R_s \text{ (parede)} \end{cases}$$

3. Solução do modelo matemático

Foi empregada uma malha estruturada, com espaçamento uniforme nos planos yz e xz . No plano xy foi feito um refinamento para capturar os gradientes de temperatura gerados pelas fontes de calor, Fig. 2. O número de nós da malha para todos os casos simulados foi de 216.513. Os casos bidimensionais foram executados através da metodologia 3-D, desprezando-se as variações na direção z . Não foi feito um estudo de convergência em função da malha, considerando que o número de nós empregado foi superior ao utilizado em trabalhos similares encontrados na literatura, como o de Yu *et al.* (1997), que utilizaram 35.640 nós no interior da cavidade, e o de Heindel *et al.* (1995a) com 102.400 nós. O teste de malha numa geometria tridimensional nem sempre é viável, pois o custo computacional pode ser muito elevado. Assim, o uso de uma malha adequada foi garantido pela comparação dos resultados gerados pelo presente artigo com os provenientes da literatura.

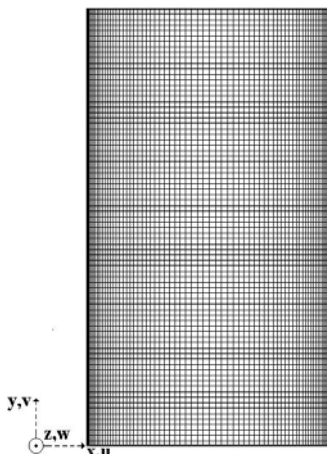


Figura 2. Malha refinada no plano xy .

As equações de conservação foram discretizadas aplicando-se o Método dos Volumes Finitos descrito por Patankar (1980), representadas pela forma geral:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S^\phi \quad (6)$$

O termo ϕ pode assumir a função de qualquer uma das variáveis dependentes (velocidade ou temperatura), e os termos Γ^ϕ e S^ϕ são os coeficientes de difusão e o termo fonte, respectivamente. A Eq. (6) facilita a transformação das equações de conservação para forma discreta além de exigir uma única sub-rotina de solução de sistemas de equações algébricas. O método utilizado na resolução do sistema foi o CGSTAB (*Conjugate Gradient Squared Stabilized Method*), descrito por Van den Vorst *et al.* (1990), o qual é adequado para resolver problemas de convecção-difusão com matrizes de coeficientes com sete diagonais assimétricas. O programa computacional foi implementado em linguagem FORTRAN, seguindo o seguinte algoritmo:

1. Início.
2. Dados de entrada.
3. Geração da malha.
4. Cálculo das componentes de velocidade u , v e w .
5. Cálculo das equações de correção de velocidade e pressão.
6. Cálculo do campo de temperatura θ .
7. Teste de convergência: no caso negativo retorna à etapa 4, e no positivo encerra o processamento.

O método de acoplamento entre pressão-velocidade utilizado na etapa 5 do algoritmo foi o SIMPLE (*Semi-IMPLICIT Linked Equations*) no qual a pressão é escrita como a soma da melhor estimativa disponível, mais uma correção que é calculada de maneira a satisfazer a equação da continuidade.

O critério de convergência adotado foi o de determinar a faixa de variação da função dentro do domínio, isto é, o módulo da diferença entre o máximo e o mínimo valor do campo, na forma:

$$\left| \frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{\phi_{\max} - \phi_{\min}} \right| \leq 10^{-5} \quad (7)$$

sendo n a ordem da iteração.

4. Validação dos resultados numéricos

O programa foi comparado com alguns dos resultados numéricos obtidos por Heindel *et al.* (1995b), para uma cavidade com $R_h = 2.350$, $Pr = 25$ e razão de aspecto 7,5. Como pode ser observado na Fig. 3, houve uma razoável concordância entre o presente modelo e os resultados escolhidos para comparação, observando que neste caso ambos simularam uma situação 2-D. A concordância pode ser constatada quando se comparam os valores percentuais dos desvios (módulo da diferença entre o maior e o menor valor das médias aritméticas das temperaturas encontradas em cada patamar, divididos pela média da temperatura encontrada na literatura) sobre cada patamar das curvas de temperatura. Apenas os picos de temperaturas que representam as fontes de calor foram apresentados para comparação com os resultados numéricos de Heindel *et al.* (1995b), porque houve dificuldade por parte dos autores para extraírem os resultados com confiabilidade para comparação. A extração foi feita de maneira direta a partir do artigo, o que acarreta um erro difícil de avaliar.

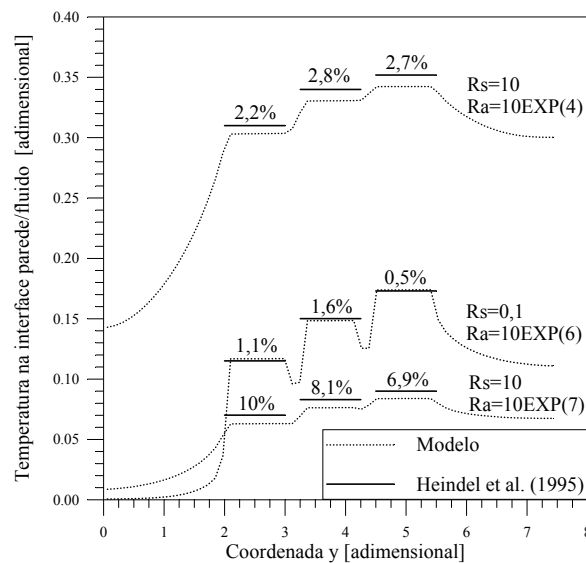
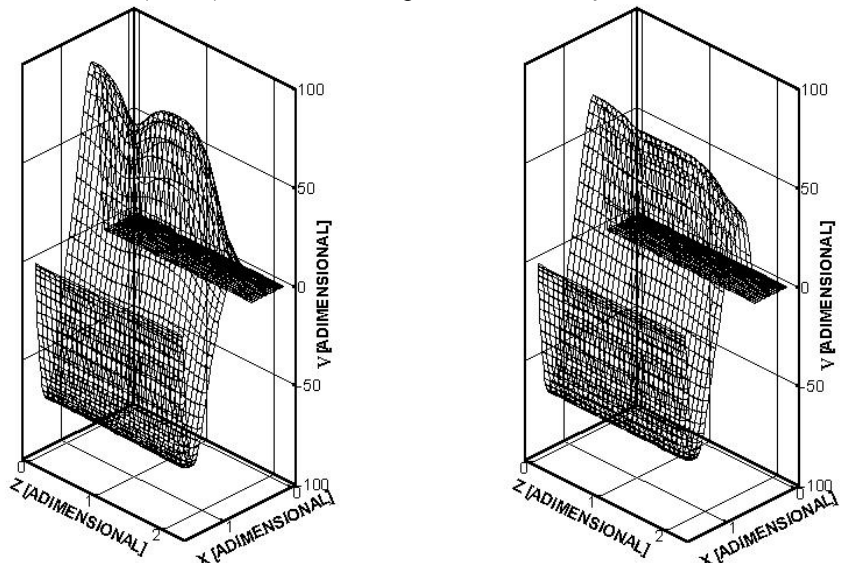


Figura 3. Perfis de temperatura para os casos 2-D com $Pr = 25$, $R_h = 2.350$.

A Fig. 4a mostra o perfil de velocidade formado pela componente de velocidade v , numa simulação 3-D, na posição $y = 5,5$ para $Ra = 10^5$, $Pr = 5$, $R_h = 650$ e $R_s = 0,48$, para água como fluido de trabalho. A Fig. 4b mostra o mesmo perfil para $Pr = 25$, $R_h = 6.420$ e $R_s = 4,7$, considerando o refrigerante FC-77. Ambos os perfis apresentam boa concordância visual com o trabalho de Heindel (1995a), considerando o processo de extração direta dos dados da literatura.



(a) $Pr = 5$, $R_h = 650$ e $R_s = 0,48$ (água) (b) $Pr = 25$, $R_h = 6.420$ e $R_s = 4,7$ (FC-77)

Figura 4. Perfis de velocidade para os casos 3-D em $y = 5,5$ para $Ra = 10^5$.

5. Método experimental

O aparato experimental foi montado com a finalidade de monitorar as temperaturas nas duas principais paredes verticais: a com fontes de calor e a que foi mantida à temperatura constante. A Tab. 1 e a Fig. 5 mostram os principais componentes e detalhes envolvidos no experimento. Os testes seguiram o seguinte procedimento de execução:

1. Ajustar o regulador de tensão na voltagem desejada.
2. Iniciar a aquisição de dados durante um período de 3,2 horas (tempo necessário para garantir o regime permanente).
3. Executar os testes de visualização.
4. Encerrar os testes ou voltar à etapa 1.

A fonte de calor foi posicionada no centro geométrico da parede de madeira e dezoito termopares foram distribuídos ao longo desta, com parte da junção quente exposta ao ar interno da cavidade. Outros dois termopares foram inseridos no centro geométrico da parede de cobre. O posicionamento dos termopares na parede com fontes de calor é mostrado na Tab. 2, de acordo com o eixo de coordenadas mostrado na Fig. 1.

A Fig. 6(a) mostra a fonte de iluminação (lanterna comum) posicionada acima da cavidade, a qual possui uma fenda devidamente selada por uma placa de vidro transparente para formar um plano de luz. Ao lado da cavidade em contato com a placa de cobre está um tanque com um banho de gelo para manter a temperatura constante como mostra a Fig. 6(b). As Fig. 7(a) e Fig. 7(b) mostram detalhes externos da parede de madeira com a fonte de calor embutida, onde os termopares e também a primeira camada de isolamento, específico para a fonte, podem ser vistos. Durante o experimento todo o conjunto (cavidade e tanque) é envolto por uma camada de lã de vidro e novamente por uma camada de placas de isopor, garantindo o isolamento do tanque e da cavidade.

Tabela 1. Especificação dos componentes do aparato experimental.

1. Cavidade: dimensões internas 100 x 100 x 23 (mm), composta por uma parede vertical de madeira com uma fonte embutida feita de alumínio anodizado, de dimensões 50 x 17 (mm), e uma parede contraposta de cobre. Paredes restantes de madeira, com exceção da correspondente ao plano xy , de vidro transparente.
2. Tanque – Reservatório para o banho de gelo com capacidade de 16 litros.
3. Multímetro digital para checar corrente e analógico para checar voltagem.
4. Regulador de tensão (varivolt).
5. Termopares tipo J (Fe-Constantan) com 0,8 mm de diâmetro.
6. Placa conversora A/D CAD 12/32 com 16 entradas analógicas cada.
7. Computador com o software AQDADOS (versão 4.16) para aquisição de dados.
8. Fonte de iluminação.

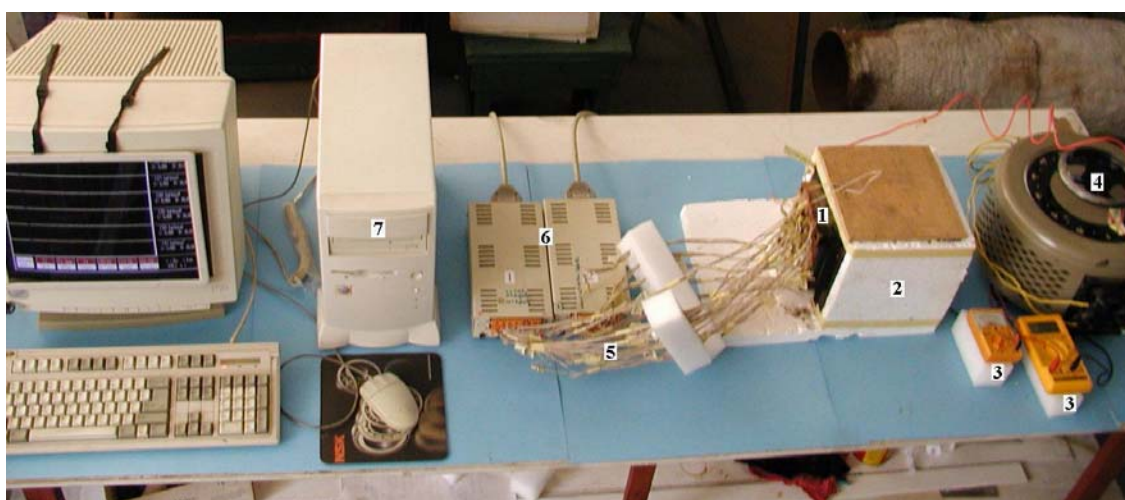
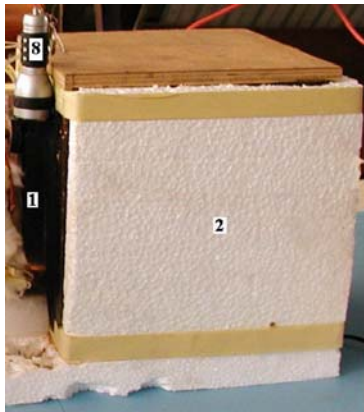


Figura 5. Vista geral do aparato experimental.

Tabela 2. Posição adimensional dos termopares (x; y; z).

FILEIRA 1	(0,41;5,29;-2,06)	(0,41;5,29;0)	(0,41;5,29;1,88)
FILEIRA 2	(0,41;4,41;-2,06)	(0,41;4,41;0)	(0,41;4,41;1,88)
FILEIRA 3	(0,41;3,53;-1,47)	(0,41;3,53;0)	(0,41;3,53;1,41)
FILEIRA 4	(0,41;2,35;-1,47)	(0,41;2,35;0)	(0,41;2,35;1,41)
FILEIRA 5	(0,41;1,47;-2,06)	(0,41;1,47;0)	(0,41;1,47;1,88)
FILEIRA 6	(0,41;0,59;-2,06)	(0,41;0,59;0)	(0,41;0,59;1,88)

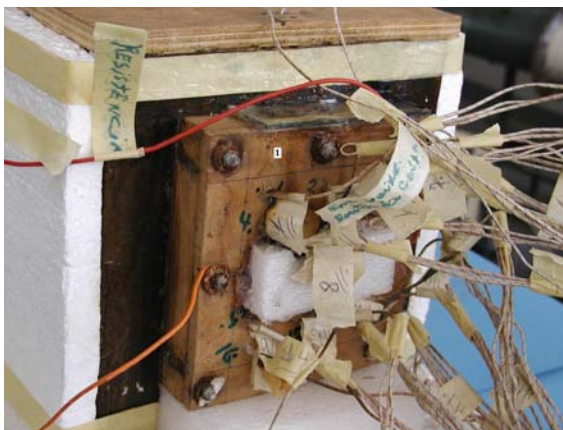


(a) Cavidade



(b) Tanque com o banho de gelo

Figura 6. Detalhes do experimento.



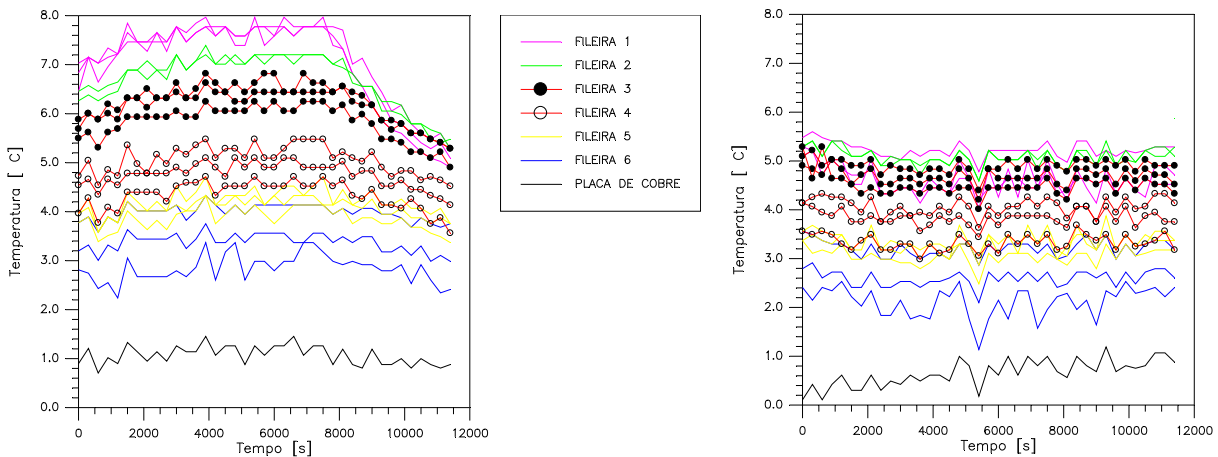
(a) isolamento térmico na fonte de calor



(b) sem o isolamento térmico na fonte de calor

Figura 7. Detalhe da cavidade.

O monitoramento das temperaturas em cada fileira ao longo do tempo, apresentado nos gráficos da Fig. 8, permitiria verificar possíveis problemas durante os testes. Notou-se que o termopar situado na posição (0,41;4,41;-2,06) na segunda fileira e outro situado no centro geométrico da placa de cobre danificaram-se durante os testes, obrigando ao descarte das leituras relativas às fileiras correspondentes. A Fig. 8(a) mostra um decréscimo das temperaturas na região superior da cavidade (fileiras 1, 2 e 3), diferentemente da Fig. 8(b) onde as mesmas mantiveram-se mais estáveis. Isso ocorreu provavelmente devido à maneira como o processo foi iniciado. Os resultados relativos à Fig. 8(a) foram obtidos com o aparato experimental já em funcionamento por algum tempo numa potência superior a desejada, tendo-se então diminuído a potência da fonte de calor e esperado o processo entrar em regime permanente. Na Fig. 8(b) o aparato experimental foi colocado em funcionamento e logo em seguida o sistema de aquisição de dados foi acionado. Para efeito de cálculo foram usados os cinco últimos valores monitorados por cada termopar, sendo feita uma média aritmética para se obter as temperaturas em regime permanente de cada ponto.



(a) Correspondente à linha tracejada da Fig. 10.

(b) Correspondente à linha contínua da Fig. 10.

Figura 8. Monitoramento das temperaturas durante os testes experimentais.

6. Método de visualização

Dentro do escopo deste trabalho, foi testada uma metodologia de baixo custo para registrar imagens do campo de escoamento. Uma pequena fenda foi aberta na tampa horizontal superior da cavidade e fechada com vidro, para evitar o escape do ar interno. A intenção foi deixar uma passagem para uma incidência de uma fonte de luz, a qual deveria formar um plano de luz no eixo xy como observado na Fig. 9(a), na parte um pouco mais clara na sua região inferior. A fonte de luz usada foi a mais simples possível, uma pequena lanterna comum.

Após o escoamento atingir regime permanente, fumaça proveniente da queima de cigarro foi injetada por um orifício feito na parede de madeira vertical que continha a fonte de calor de duas maneiras. A primeira, mais adequada do ponto de vista experimental, foi injetar a fumaça pelo orifício e depois mantê-lo fechado durante algum tempo para restabelecer o processo em regime permanente. Então, a parede vertical de vidro, construída para a visualização, poderia ter seu isolamento térmico retirado, e logo após as fotos começariam a ser tiradas, garantindo assim o mínimo de interferência possível no experimento. Tal tentativa não teve êxito, pois a fumaça não se mantinha presa no interior da cavidade provavelmente por vazamentos e/ou incapacidade da fumaça de se manter visível.

A segunda tentativa considerada tecnicamente menos confiável injetava fumaça através da queima natural do cigarro no orifício, na expectativa que a fumaça conseguisse misturar-se ao ar e assim acompanhar a corrente convectiva. Verificou-se que essa técnica estava sujeita a interferências externas como por exemplo a passagem de uma corrente de ar externa próxima ao orifício. Deve-se ressaltar que o orifício neste caso não ficava perfeitamente selado já que o cigarro se apagava inúmeras vezes, sendo então necessário retirá-lo por algum tempo para reacendê-lo, permitindo assim a possibilidade de influência externa. Alternativamente ao cigarro, também foi utilizado incenso para gerar fumaça, não mostrando nenhuma diferença digna de registro.

Como o objetivo principal era testar a captura de imagens do escoamento, injetou-se fumaça de maneira forçada dentro da cavidade, perdendo assim o efeito de obter resultados qualitativos para comparação, mas permitindo a verificação da eficácia da metodologia usada. O resultado pode ser visto na Fig. 9(b), onde foi registrado o momento inicial da injeção de fumaça representado nitidamente pela parte mais clara, na região superior da cavidade. Em seguida, as Fig. 9(c,d) mostram dois instantes em que a cavidade já estava totalmente preenchida com fumaça, indicando que a metodologia adotada funciona perfeitamente no que se refere a captura de imagens. Essas figuras mostram detalhes nos contornos do campo de escoamento, que quando em regime permanente podem perfeitamente representar as linhas de corrente.

Nas primeiras tentativas uma câmera digital modelo CANON EOS 300D com 6.3 MPixel foi usada para registrar algumas imagens para teste, sem nenhuma fonte de luz, obtendo-se resultados razoáveis. No decorrer dos testes essa câmera danificou-se sendo substituída por uma câmera fotográfica digital modelo OLYMPUS CAMEDIA C2100 com 2.1 MPixel, julgando-se necessário adicionar uma fonte de luz. Várias tentativas foram feitas para encontrar uma fonte de luz eficiente e de baixo custo, entre as quais o uso de um sistema com lâmpadas incandescentes halogenadas de automóveis, *flash* de máquina fotográfica e lâmpadas incandescentes comuns, mas uma pequena lanterna comum mostrou-se eficiente.

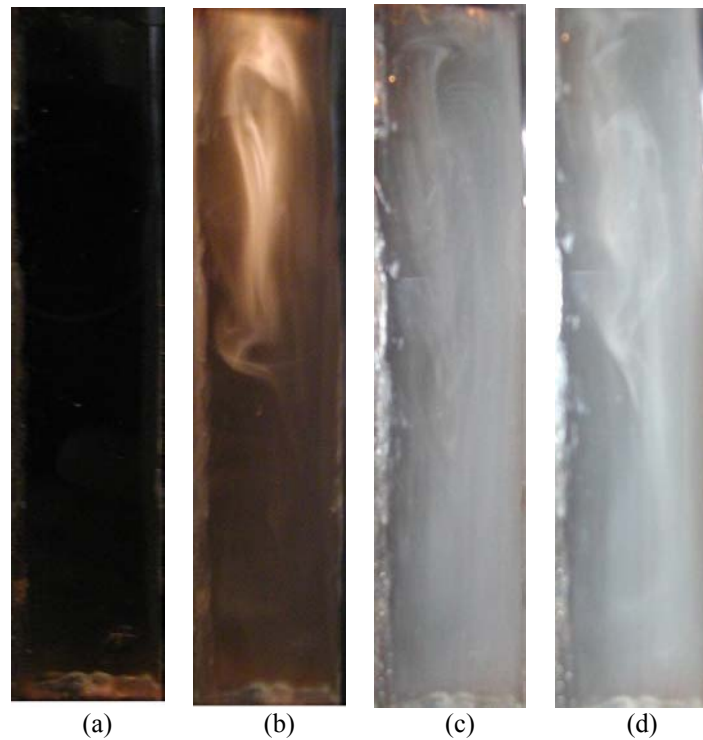


Figura 9. Visualização do escoamento: (a) cavidade sem fumaça; (b) início da injeção de fumaça; (c) e (d) instantes diferentes durante a injeção de fumaça.

7. Comparação entre resultados teórico e experimental

A Fig. 10 mostra os perfis de temperatura nas paredes fria e com fonte de calor para um mesmo caso, com valores relativos a dois experimentos, e o resultado numérico. O número de Rayleigh utilizado para o caso apresentado foi de 4×10^3 , resultando em um número de Grashof da ordem de $5,7 \times 10^3$, onde os efeitos das forças viscosas predominam sobre o empuxo, correspondendo a um processo de troca de calor por condução pura.

Os pontos experimentais mostrados na Fig. 10 são a média aritmética das temperaturas em regime permanente entre os termopares localizados em cada fileira conforme a Tab. 2, totalizando seis pontos. Esta maneira de apresentar os dados foi escolhida porque não foram observadas grandes diferenças nas leituras dos termopares na direção z que justificassem mostrar as temperaturas de modo separado para o caso analisado. Os dois resultados experimentais que aparecem na Fig. 10 correspondem à reprodução do experimento, para verificar se haveria algum efeito desconhecido que pudesse afetar a confiabilidade dos dados coletados. Os seis pontos experimentais apresentados para a parede fria são a média aritmética dos dois termopares localizados no centro geométrico da mesma, que tiveram seus valores considerados constantes ao longo da parede.

A comparação entre os resultados teórico e experimental apresentou grandes discrepâncias, como pode ser visto na Fig. 10. Uma hipótese que poderia justificar a discrepância observada entre os resultados teórico e experimental é que a cavidade construída com fontes discretas em todas as direções tende a amplificar os efeitos tridimensionais, quando comparada com a cavidade construída por Ramos (2003), que é considerada uma cavidade com fontes discretas, porém, contínuas na direção z (a fonte se estende por toda a profundidade da cavidade). Além disso, alguns detalhes construtivos e operacionais não puderam ser executados perfeitamente como desejado, como a construção de uma fonte de calor adequada, o uso de termopares de menor diâmetro e seu posicionamento de forma menos invasiva, e a utilização de equipamentos de medição mais precisos. Dessa forma, quando o experimento foi reproduzido, os resultados apresentaram grandes variações: na fileira 2 foi obtida uma diferença de $1,39 \text{ }^\circ\text{C}$ (quase 24% em relação ao menor valor). Considerando que a potência dissipada para dentro da cavidade foi de apenas $0,007 \text{ W}$, as temperaturas monitoradas tendem a ter pequenos valores para uma cavidade trabalhando nestas condições, e um efeito convectivo normal de aquecimento acima da fonte de calor pode na verdade tratar-se de um erro experimental.

O programa computacional utilizado teve cada etapa meticulosamente testada e validada com resultados provenientes da literatura. Não houve inserção de nenhuma teoria diferente além da modelagem matemática, hipóteses e condições de contorno consagradas para escoamentos em cavidades. O comportamento da solução no que diz respeito à estabilidade e convergência foi contraditório. O programa já havia sido testado em cavidades com nove fontes de calor presentes na parede e com números de Rayleigh da ordem de 10^5 , mostrando-se sempre estável e convergente. Quando a cavidade foi simulada com uma única fonte de calor para um número de Rayleigh da ordem de 10^5 o programa ficou instável e divergiu, por isso somente um caso foi colocado para comparação (o de menor número de

Rayleigh), optando-se ainda por uma malha com espaçamento uniforme no plano xy . Devido à complexidade da modelagem matemática e ao tempo de execução, não foi possível investigar em detalhe esse aspecto em tempo hábil para inclusão no presente artigo. Aparentemente, como o caso com nove fontes de calor possuía uma área ocupada pelas fontes discretas correspondente a 13% da área total da parede, enquanto a cavidade investigada neste projeto possui uma área ocupada pela fonte de calor equivalente a 8% da área total, o fluxo de calor local nas fontes seria muito maior no segundo caso (para a mesma potência total das fontes), resultando em maiores fluxos de calor, e conseqüentemente maiores gradientes de temperatura.

Apesar disso, o uso de um modelo tridimensional, mesmo com a utilização de malhas com menos pontos (devido ao armazenamento de variáveis), apesar de um aumento expressivo no tempo de processamento, é considerado a melhor opção para melhorar a qualidade dos resultados numéricos.

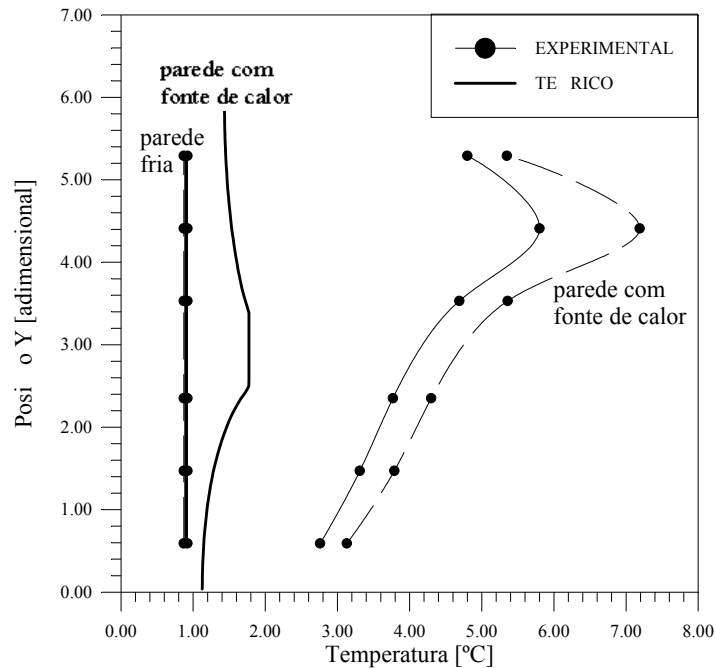


Figura 10. Comparação entre o resultado teórico e experimental para uma potência dissipada de 0,007 W ($Ra=4 \times 10^3$).

8. Conclusão

Neste trabalho foi estudado o processo de convecção natural interna em uma cavidade retangular com fontes de calor a partir da comparação de resultados (perfis de temperatura) teóricos e experimentais, visando à aplicação no resfriamento de componentes eletrônicos.

Os resultados teóricos foram obtidos a partir de simulação computacional, via método dos volumes finitos, levando em conta um modelo matemático tridimensional e considerando regime permanente, que foi validado através da comparação com resultados bidimensionais e também tridimensionais obtidos da literatura. O experimento foi realizado em um sistema simples e de baixo custo, que deveria possibilitar a aquisição de dados e visualização do escoamento no interior da cavidade, para aplicações de pesquisa e didáticas.

A comparação direta entre os resultados teórico e experimental foi feita para o caso de número de Rayleigh igual a 4×10^3 , apresentando grandes discrepâncias. A partir da validação, o programa computacional foi considerado coerente no que diz respeito à implementação do modelo matemático utilizado e à técnica de discretização adotada. As instabilidades apresentadas em alguns casos não mostrados indicam que novos caminhos devem ser buscados na solução deste e de outros problemas computacionais. Geradores de grade mais eficientes, novas técnicas de sub-relaxação, criação de sub-rotinas que possam permitir o uso da programação em paralelo, entre outros, são exemplos para a possível continuidade do trabalho na parte computacional.

O aparato experimental de baixo custo não apresentou resultados confiáveis, o que ficou evidente ao se tentar repetir resultados para um mesmo caso. Ainda assim, foi adquirida uma valiosa experiência na montagem desse tipo de sistema, a partir das dificuldades detectadas: pequenos vazamentos do ar que acabaram dificultando a retenção da fumaça dentro da cavidade para a retirada das fotos em regime permanente, além de provavelmente terem causado alterações nos perfis de temperatura. Como primeira sugestão para a continuidade dos testes, um rigoroso ajuste deve ser feito nas junções para evitar os vazamentos, seguida de uma análise de erros.

9. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Prof. Dr. Petrônio Masanobu Tanisho pela autorização do uso das dependências do Laboratório de Pesquisa da UNESP-FEG, e ao CNPq pelo suporte financeiro.

10. Referências

- Da Silva, A. K., Lorente, S. and Bejan, A., 2004, "Optimal distribution of discrete heat sources on a wall with natural convection", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 203-214.
- Dias Jr., T. and Milanez, L. F., 2006, "Optimal location of heat sources on a vertical wall with natural convection through genetic algorithms" *International Journal of Heat and Mass Transfer*, No Prelo.
- Heindel, T. J., Ramadhyani, S. and Incropera, F. P., 1995a, "Conjugate natural convection from an array of discrete heat sources: part 1 – two- and three – dimensional model validation", *International Journal Heat and Fluid Flow*, Vol.16, pp.501-510.
- Heindel, T. J., Ramadhyani, S. and Incropera, F. P., 1995b, "Conjugate natural convection from an array of discrete heat sources: part 2 – a numerical parametric study", *International Journal Heat and Fluid Flow*, Vol.16, pp.511-518.
- Kurokawa, F. Y., Zaparoli, E. L. and Andrade, C. R., 2005, "Conjugate natural convection applied to the electronic component cooling", *Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering*, in CD-ROM, Ouro Preto, MG Brazil.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical heat transfer and fluid flow", Hemisphere Publishing Corporation, 197 p.
- Ramos, R. A. V., Takaki, A. T. and Dammo, G. S., 2003, "Experimental results for natural convection heat transfer in a cavity with flush mounted heat sources", *Proceedings of the 17th International Congress of Mechanical Engineering*, in CD-ROM, São Paulo, SP, Brazil.
- Van den Vorst, H. A. and Sonneveld, P., 1990, "CGSTAB, a more smoothly converging variant of CGS", *Tech. Report – Delft University of Technology*, pp. 50-90.
- Yu, E. and Joshi, Y., 1997, "A numerical study of three-dimensional laminar natural convection in a vented enclosure", *International Journal Heat and Fluid Flow*, Vol.18, pp.600-612.

THEORETICAL-EXPERIMENTAL STUDY OF NATURAL CONVECTION IN A CAVITY WITH HEAT SOURCES

Ives Nzamba

nzamba@fat.uerj.br

Newton Galvão de C. Leite

nleite@fat.uerj.br

Humberto Araujo Machado

machado@fat.uerj.br

College of Technology – FAT

Rio de Janeiro State University – UERJ

Estrada Resende-Riachuelo, s/n, Morada da Colina

27523-000

Resende, RJ

Maurício de Araújo Zanardi

Guaratinguetá College of Engineering – FEG / UNESP

Department of Energy, Av. Dr. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Pedregulho

12516-410

Guaratinguetá, SP

mzanardi@feg.unesp.br

Abstract

In this work a computational program is implemented, in order to simulate the process of natural convection in a closed cavity with heat sources inside. The program was built from a classic mathematical model, based on the conservation laws of momentum and energy in three-dimensional shape, considering steady state flow. The results were compared with literature data, presenting good agreement and assuring physical coherence. Additionally a cavity with heat sources was constructed and temperature data were measured for a Rayleigh number of 4×10^3 , and such results were compared with the numerical data obtained from the program. Finally, a process of image capturing through photography employing a simple system of illumination was successfully tested, showing the viability of construction of such a low cost device.

Keywords: Natural convection, Cavities with heat sources, Numerical simulation.

ESTUDO COMPARATIVO DA INFLUÊNCIA DA CONDIÇÃO INICIAL NO PROBLEMA DE STEFAN COM SOLUÇÃO VIA TÉCNICA DE TRANSFORMADA INTEGRAL GENERALIZADA

Rogério Ramos

Departamento de Engenharia Mecânica – UFES – Av. Fernando Ferrari, 514 – Goiabeiras – 29.075-910 – Vitória/ES
ramosrogerio@hotmail.com

Edgar Schneider

Petróleo Brasileiro S.A.- Petrobras – Av. Nossa Senhora da Penha, 714 – sala 1101 – Praia do Canto – 29.055-918 – Vitória/ES
edgarschneider@petrobras.com.br

Resumo. Os processos relativos à solidificação (ou fusão) são importantes em muitas áreas da engenharia e têm sido objeto de numerosos estudos, cujas aplicações se estendem a problemas tais como: congelamento de alimentos, produção de gelo, soldagem, fundição de ligas metálicas, preservação de sangue humano, armazenamento de energia e muitos outros. Nesses problemas, a fronteira que separa as fases envolvidas movimenta-se de acordo com a absorção ou liberação do calor latente. Os problemas de mudança de fase são não-lineares devido à presença de uma interface em movimento, cuja posição tem de ser determinada como parte da solução. Por outro lado, o caso unidimensional de problema de mudança de fase é particularmente adequado para a covalidação de métodos, já que nesta situação há soluções de referência disponíveis. A chamada solução de Neumann para o problema de Stefan é uma expressão analítica de fácil implementação computacional, que pode ser usada para testar a exatidão de procedimentos alternativos, que posteriormente poderão ser usados na solução de problemas mais complexos. O objetivo do presente trabalho é avaliar a influência da escolha do tipo de condição inicial, para a obtenção do perfil de temperaturas do processo de solidificação. São analisados os resultados a partir da proposição de três condições iniciais diferentes com solução via Técnica de Transformada Integral Generalizada (General Integral Transform Technique - GITT) e comparadas com a solução de Neumann.

Palavras chave: Mudança de Fase, Solidificação, Problema de Stefan, Transformação Integral

1. Introdução

Na literatura, problemas associados à transferência de calor e massa com mudança de fase (solidificação ou fusão), são conhecidos como problemas de fronteira em movimento ou problema de Stefan (Özsisik, 1980, Özsisik e Murray, 1980). Devido a indisponibilidade de uma solução analítica para estes problemas não-lineares, têm-se desenvolvido metodologias numéricas específicas para prever a posição da fronteira com o tempo. Várias propostas têm sido feitas na pesquisa de métodos numéricos que resolvam problemas de mudança de fase. De fato, técnicas efetivas têm sido desenvolvidas para tratamento das dificuldades como contornos em movimento e não-linearidades (Crank, 1984 e Tamma et al., 1990).

Através de Stefan (1891), as primeiras soluções foram obtidas abordando o problema da formação do gelo. Nas últimas décadas, diferentes métodos numéricos têm sido usados para resolver o problema, tratando a localização da interface como desconhecida (Budhia et al., 1973; Rao et al., 1984 e Rathjen et al., 1971). Tiem et al. (1967) usou o método do balanço integral para obter uma solução semi-analítica para a solidificação de uma liga eutética binária. Já Cho et al. (1969) apresentou uma solução exata para a distribuição de temperatura e taxa de mudança de fase em um corpo semi-infinito com temperatura constante na superfície.

Fukusako et al. (1987) apresentaram uma revisão para soluções de problemas de transferência de calor com mudança de fase definida em uma fronteira apenas. Nesse trabalho, os métodos são testados em quatro situações diferentes e comparados com a solução analítica de Neumann, sendo proposta uma metodologia para a validação sistemática do procedimento numérico.

Sobre a aplicação da Técnica de Transformada Integral Generalizada (G.I.T.T.) associada ao problema, cita-se o trabalho de Rupert et al. (1991) que aplicaram a técnica na análise de condução unidimensional de calor e mudança de fase em região finita, baseando-se num exemplo típico de proteção térmica em veículos espaciais. Pouco depois, Rupert et al. (1998) fez a validação e comparação de duas técnicas numéricas aplicadas na solução de um problema de transferência de calor não linear (o problema de Stefan), incluindo condução de calor com mudança de fase

Diniz et al. (1996) propuseram uma solução analítica para problema de transferência de calor com mudança de fase em geometria axi-simétrica e Marco (1999) utilizou a G.I.T.T para transformar um sistema não-linear de equações diferenciais parciais em um sistema infinito de equações diferenciais ordinárias, obtendo parâmetros de interesse como espessura e velocidade ablativa, que foram comparados com os da literatura, com bons resultados.

Cotta et al. (1997) mostraram a técnica de transformada integral na solução de problemas de transferência de calor, incluindo mudança de fase. Os autores apresentaram uma nova aplicação da G.I.T.T. para a solução de

problemas de contorno em movimento. Mostrou-se que a exatidão da solução obtida é excelente quando comparada com a técnica clássica discreta e pode ser usada para obter soluções de referência, quando soluções analíticas exatas não estão disponíveis.

Grande parte do conhecimento a respeito da mudança de fase está associada com a concepção de modelos matemáticos fidedignos, que reproduzam o fenômeno com o máximo de realismo possível. Modelos esses que, por sua natureza diferencial parcial não-linear, têm sua solução obtida através de métodos numéricos que necessitam ser validados. Assim, o objetivo do presente trabalho é apresentar um estudo comparativo pela adoção de três diferentes condições iniciais para o problema de mudança de fase de Stefan, realizando uma comparação com a solução clássica de Neumann, utilizando a Técnica da Transformada Integral Generalizada (General Integral Transform Technique - GITT), em uma solução de natureza híbrida numérico-analítica para o modelo matemático proposto.

A chamada solução de Neumann para o problema de Stefan é uma expressão analítica de fácil implementação computacional, que pode ser usada na comparação de procedimentos alternativos, que posteriormente poderão ser usados na solução de problemas mais complexos.

2. Definição do Problema

Considerando o problema de Stefan clássico, envolvendo mudança de fase na condução de calor de sólidos, supõe-se a existência de uma região semi-infinita inicialmente líquida à temperatura uniforme T_i , com $T_i > T_m$, onde T_m é a temperatura de mudança de fase (solidificação neste caso). No tempo $t=0^+$, a temperatura no lado esquerdo é reduzida para $T_0 < T_m$ e mantida constante, enquanto o lado direito mantém a temperatura T_i . Então, o líquido próximo ao lado esquerdo torna-se sólido aparecendo uma interface de mudança de fase separando as regiões sólida e líquida.

A geometria do problema a ser estudado, caracterizado por uma região semi-infinita, com uma distribuição de temperatura nas regiões sólida e líquida (Rupert et al., 1991), é apresentada na Fig. 1, onde é mostrada a temperatura T em função da coordenada x , sendo $s(t)$ a posição da interface.

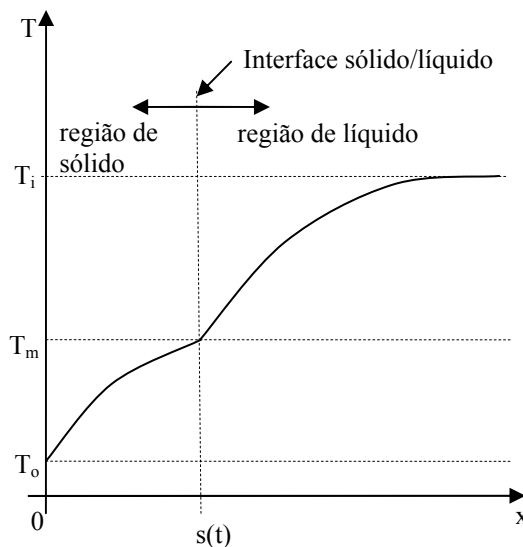


Figura 1. Geometria da região semi-infinita em mudança de fase

As seguintes hipóteses foram adotadas para a formulação do problema: a) A variação das propriedades termofísicas de cada fase é considerada desprezível; b) Não existem fontes de calor no domínio; c) O domínio troca calor apenas pelo lado da temperatura T_0 ; d) A condução de calor é unidimensional transiente; e) Substância Pura.

O campo de temperaturas em cada uma das regiões em questão é governado pelo balanço de energia, escrito na forma (Özsisik, 1980):

Região Sólida:

$$\rho_s c p_s \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T_s(x,t)}{\partial x^2}, 0 < x < s(t), t > 0 \quad (1a)$$

Região Líquida:

$$\rho_l c p_l \frac{\partial T_l(x,t)}{\partial t} = k_l \frac{\partial^2 T_l(x,t)}{\partial x^2}, s(t) < x < \infty, t > 0 \quad (1b)$$

Interface:

$$\rho H \frac{\partial s(t)}{\partial t} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial x}, \quad x = s(t), \quad t > 0 \quad (1c)$$

sendo :

ρ - massa específica [kg/m ³]	x - posição [m]
c_p - calor específico [J/kg.K]	T - temperatura [°C]
k - condutividade térmica [W/m.K]	subscrito s - região de sólido
H - calor latente de fusão [J/kg.K]	subscrito l - região de líquido
$s(t)$ - posição da interface no tempo [m]	

2.1. Adimensionalização do Problema

A fim de proceder a adimensionalização das equações governantes, são definidos os seguintes grupos adimensionais:

$$\eta = \frac{x}{L}; \quad \tau = \frac{\alpha_s t}{L^2}; \quad S(\tau) = \frac{s(t)}{L}; \quad \theta_s^*(\eta, \tau) = \frac{T_s(x, t) - T_m}{T_0 - T_m} \quad (2a, b, c, d)$$

$$\theta_l^*(\eta, \tau) = \frac{T_m - T_l(x, t)}{T_m - T_i}; \quad \alpha_s = \frac{k_s}{\rho_s \cdot c p_s}; \quad \alpha_l = \frac{k_l}{\rho_l \cdot c p_l} \quad (2e, f, g)$$

$$W^* = \frac{\alpha_l}{\alpha_s}; \quad Ste = \frac{c p_s (T_m - T_0)}{H} \text{ (Número de Stefan)}; \quad k^* = \frac{k_l}{k_s}; \quad \Delta T^* = \frac{T_i - T_m}{T_m - T_0} \quad (2h, i, j, k)$$

As equações da difusão de calor adimensionalizadas das fases sólida, líquida e interface tornam-se, respectivamente:

$$\frac{\partial \theta_s^*(\eta, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_s^*(\eta, \tau)}{\partial \eta^2}, \quad 0 < \eta < S(\tau), \quad \tau > 0 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \theta_l^*(\eta, \tau)}{\partial \tau} = W^* \frac{\partial^2 \theta_l^*(\eta, \tau)}{\partial \eta^2}, \quad S(\tau) < \eta < 1, \quad \tau > 0 \quad (3b)$$

$$\frac{1}{Ste} \cdot \frac{\partial S(\tau)}{\partial \tau} = - \frac{\partial \theta_s^*(\eta, \tau)}{\partial \eta} - k^* \cdot \Delta T^* \cdot \frac{\partial \theta_l^*(\eta, \tau)}{\partial \eta}, \quad \eta = S(\tau), \quad \tau > 0 \quad (3c)$$

Da mesma forma, as condições de contorno adimensionalizadas para as fases sólida e líquida são, respectivamente:

$$\theta_s^*(0, \tau) = 1, \quad \eta = 0; \quad \theta_s^*(S(\tau), \tau) = 0, \quad \eta = S(\tau) \quad (4a, b)$$

$$\theta_l^*(S(\tau), \tau) = 0, \quad \eta = S(\tau); \quad \theta_l^*(1, \tau) = 1, \quad \eta = 1 \quad (4c, d)$$

2.2. Condições Iniciais

Foram definidas três condições iniciais diferentes para o desenvolvimento deste trabalho, descritas a seguir, embora os desenvolvimentos sejam realizados apenas para a condição inicial 1, por uma questão de síntese. Os detalhes sobre as demais condições iniciais poderão ser obtidos em Schneider (2005).

2.2.1. Condição Inicial 1

Na Condição Inicial 1, há uma transição abrupta (função degrau) entre a temperatura da fase sólida, T_0 , e a temperatura da fase líquida, T_i , simulando, então, uma fina “casca” sólida já no início do processo de solidificação em $t=t_0$. A necessidade desse procedimento decorre do fato de, no instante inicial, $s(t_0)$ não poder ser igual a zero nas equações governantes, conforme Fig. 3a. Nas Figs. 3a,b e 4, os croquis estão desenhados com as variáveis dimensionais apenas de forma a facilitar o entendimento.

Nessa condição inicial as fases sólida e líquida adimensionalizadas, estão definidas como:

$$\theta_s^*(\eta, \tau_0) = 1, \quad 0 < \eta < S(\tau_0) \quad (5a)$$

$$\theta_l^*(\eta, \tau_0) = 1, \quad S(\tau_0) < \eta < 1 \quad (5b)$$

2.2.2. Condição Inicial 2

Na Condição Inicial 2, foi definido um perfil de temperatura linear, de inclinação m_s , na região de interface entre as duas fases, consistindo de uma fina casca sólida, porém com um perfil de temperatura linear mais realístico, embora ainda artificial, conforme Fig. 3b. Assim, as temperaturas das fases sólida e líquida adimensionalizadas são definidas como nas Eqs. (6a-c) e (7).

$$\theta_s^*(\eta, \tau) = 1 - \frac{\eta}{S(\tau_0)}, \quad 0 < \eta < S(\tau_0) \quad (6a)$$

$$\theta_l^*(\eta, \tau) = 1 + \frac{l}{\Delta T^*} \cdot \frac{\eta - \eta_0}{S(\tau_0)}, \quad S(\tau_0) < \eta < \eta_0 \quad (6b)$$

$$\theta_l^*(\eta, \tau) = 1, \quad \text{para } \eta_0 < \eta < l, \quad (6c)$$

$$\text{sendo, } \eta_0 = S(\tau_0)(1 + \Delta T^*) \quad (7)$$

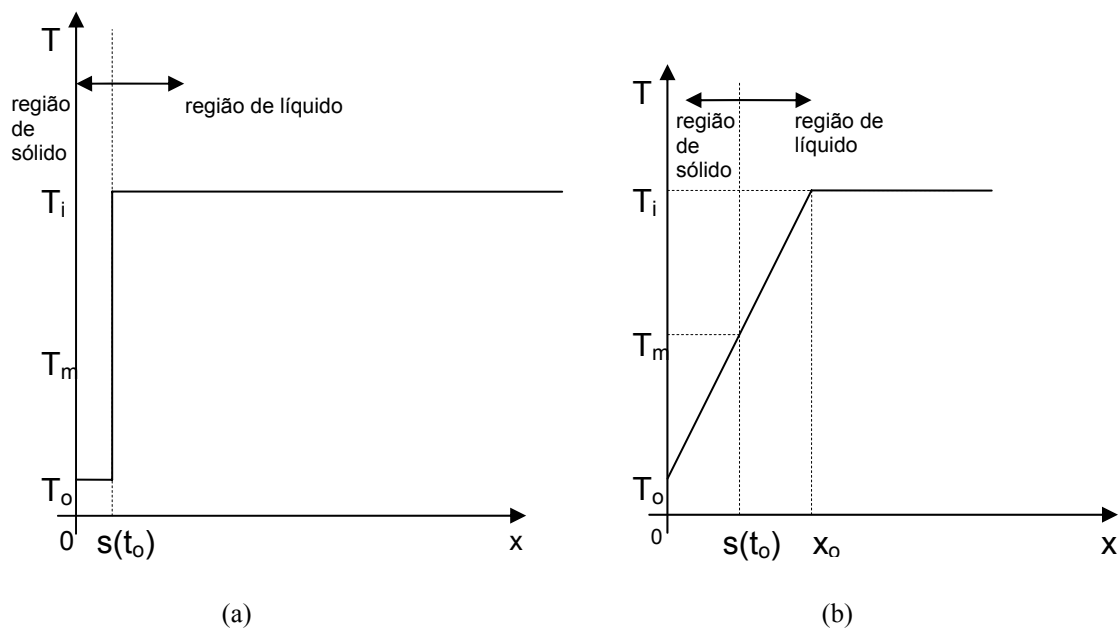


Figura 3. Croquis das condições iniciais para uma região semi-infinita em processo de solidificação: a) Condição Inicial 1 (função degrau); b) Condição Inicial 2 (perfil linear)

2.2.3. Condição Inicial 3

Na Condição Inicial 3, a região de interface está caracterizada por uma curva definida segundo a própria solução de Neumann para o problema, conforme Fig. 4.

Nessa condição inicial as temperaturas das fases sólida e líquida (Özsisik, 1980) adimensionalizadas são definidas, respectivamente, como:

$$\theta_s^*(\eta, \tau) = 1 + A \cdot \text{erf} \left[\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}} \right] \quad (8a)$$

$$\theta_l^*(\eta, \tau) = 1 + B \cdot \text{erfc} \left[\frac{\eta}{2} \cdot \sqrt{\frac{W^*}{\tau}} \right] \quad (8b)$$

e a posição da interface é definida pela equação transcendental definida pela Eq. (8c)

$$1 + A \cdot \text{erf} \left[\frac{S(\tau)}{2\sqrt{\tau}} \right] = 1 + B \cdot \text{erfc} \left[\frac{S(\tau)}{2} \cdot \sqrt{\frac{W^*}{\tau}} \right] \quad (8c)$$

onde:

$$A = \frac{-1}{\operatorname{erf}[\lambda]}; \quad B = \frac{-1}{\operatorname{erfc}[\lambda\sqrt{W^*}]}; \quad \lambda = \frac{S(\tau)}{2\sqrt{\tau}} \quad (9a,b,c)$$

sendo λ um parâmetro na equação da posição da interface.

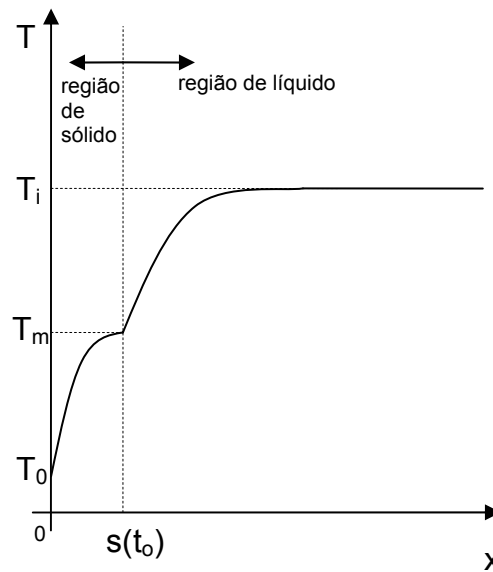


Figura 4. Croquis da Condição Inicial 3 (solução de Neumann, para uma região semi-infinita em processo de solidificação)

3. Aplicação de Filtros

Visando a aplicação da Técnica da Transformada Integral Generalizada ao sistema diferencial composto pelas Eqs. (1-9), é fundamental a seleção de um conjunto de autofunções e autovalores que seja representativo para esse sistema, porém retendo a maior quantidade possível de informações das equações e condições de contorno além de manter a natureza analítica da solução.

Para se aproveitar a facilidade de solução analítica de um problema de autovalor representativo, faz-se necessário aplicar o processo conhecido como filtragem ao sistema diferencial, obtendo-se um sistema com condições de contorno homogêneas, cujo problema de autovalor associado tenha solução analítica conhecida.

A fim de obter temperaturas homogêneas nos contornos são aplicados filtros homogenizadores para o sistema de equações adimensionalizadas tal como definido nas Eqs. (10a,b)

$$\theta_s^*(\eta, \tau) = F_s(\eta; \tau) + \theta_s(\eta, \tau) \quad (10a)$$

$$\theta_l^*(\eta, \tau) = F_l(\eta; \tau) + \theta_l(\eta, \tau), \quad (10b)$$

onde:

$F_s(\eta; \tau)$ = Filtro Homogenizador da fase sólida

$F_l(\eta; \tau)$ = Filtro Homogenizador da fase líquida

$\theta_s(\eta, \tau)$ = Temperatura Homogênea

$\theta_l(\eta, \tau)$ = Temperatura Homogênea

Para as funções homogenizadoras, são propostas as Eqs (11a,b) como filtro para fase sólida e líquida, respectivamente.

$$F_s(\eta; \tau) = \frac{S(\tau) - \eta}{S(\tau)} \quad (11a)$$

$$F_l(\eta; \tau) = \frac{\eta - S(\tau)}{1 - S(\tau)} \quad (11b)$$

Obtendo-se, então, a partir das Eqs. (3a-c), as equações homogenizadas adimensionais para as fases sólida e líquida e interface tal como as Eqs. (12a-c), respectivamente.

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [\theta_s(\eta, \tau)] = \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} [\theta_s(\eta, \tau)] - \frac{\partial}{\partial \tau} [F_s(\eta; \tau)] \quad (12a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [\theta_l(\eta, \tau)] = \frac{\alpha_l}{\alpha_s} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} [\theta_l(\eta, \tau)] - \frac{\partial}{\partial \tau} [F_l(\eta; \tau)] \quad (12b)$$

$$\frac{1}{Ste} \cdot \frac{\partial S(\tau)}{\partial \tau} = - \frac{\partial}{\partial \eta} [\theta_s(\eta, \tau)] - k^* \cdot \Delta T^* \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} [\theta_l(\eta, \tau)] - \left[\frac{\partial}{\partial \eta} [F_s(\eta; \tau)] + k^* \cdot \Delta T^* \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} [F_l(\eta; \tau)] \right] \quad (12c)$$

A filtragem (homogeneização) as condições de contorno adimensionais, Eqs. (4a-d), resulta nos seguintes limites para as fases sólida e líquida, Eqs. (13a-d), respectivamente.

$$\theta_s(0, \tau) = 0; \quad \theta_s(S(\tau), \tau) = 0 \quad (13a,b)$$

$$\theta_l(S(\tau), \tau) = 0; \quad \theta_l(1, \tau) = 0 \quad (13c,d)$$

A filtragem (homogeneização) das condições iniciais adimensionais é mostrada para o caso da Condição Inicial 1 por uma questão de síntese, conforme Eq. (14a,b) e cujo processo se repete para as condições iniciais 2 e 3.

$$\theta_s(\eta, 0) = 0, \text{ com } \eta \rightarrow 0 \quad (14a)$$

$$\theta_l(\eta, 0) = 1 - \eta, \text{ com } \eta \neq 0 \quad (14b)$$

4. Solução via Transformação Integral

A Técnica de Transformada Integral Generalizada - GITT é um método híbrido numérico-analítico que tem sido desenvolvido como uma alternativa aos métodos puramente numéricos na solução de problemas convectivo-difusivos não-lineares, tal como apresentado em Özisik (1980), Mikhailov et al. (1984), Özisik et al. (1974), Cotta (1993), Cotta, (1992), Cotta (1994), Mikhailov et al (1993) e Cotta et al. (1990).

A idéia básica da técnica generalizada é relaxar a necessidade de encontrar-se uma transformação integral exata, como na técnica clássica, que resulte em um sistema diferencial transformado em forma desacoplada. Assim, pode-se escolher um problema auxiliar de autovalor que seja característico do problema original, desenvolver o par Transformada-Inversa associado e efetuar a transformação integral, chegando-se a um sistema diferencial ordinário infinito e acoplado. Basicamente, a aplicação do método de Transformação Integral do problema diferencial parcial não linear consiste em integrar-se as equações diferenciais parciais originais em uma das direções coordenadas para obter-se um sistema diferencial ordinário na outra direção, podendo ser resolvido numericamente através de sub-rotinas disponíveis em bibliotecas matemáticas bem estabelecidas (IMSL Library, 1989). Tal transformação é possível ao se expressar a temperatura adimensional como uma expansão em autofunções, as quais são obtidas a partir da separação de variáveis de um problema homogêneo associado, com a finalidade de explorar suas propriedades de ortogonalidade (Cotta, 1998).

Assim, aplicando os passos da GITT ao sistema diferencial parcial definido pelas Eqs. (12), encontra-se o sistema diferencial ordinário acoplado definido nas Eqs (15), onde a convergência das expansões das séries baseia-se na ordem de truncamento para N_s autovalores do campo de temperatura transformado $\bar{\theta}_{S_i}(\tau)$ da fase sólida e N_L autovalores para o campo transformado $\bar{\theta}_{L_i}(\tau)$ da fase líquida.

$$\frac{d}{d\tau} [\bar{\theta}_{S_i}(\tau)] = - \sum_{j=1}^{N_s} \{ \bar{\theta}_{S_j}(\tau) \cdot A_{Sij} \} - \bar{\theta}_{S_i}(\tau) \cdot \mu_i^2(\tau) + \bar{G}_{S_i}(\tau) \quad (15a)$$

$$\frac{d}{d\tau} [\bar{\theta}_{L_i}(\tau)] = - \sum_{j=1}^{N_L} \{ \bar{\theta}_{L_j}(\tau) \cdot A_{Lij} \} - W^{*2} \bar{\theta}_{L_i}(\tau) \cdot \beta_i^2(\tau) + \bar{G}_{L_i}(\tau) \quad (15b)$$

$$\frac{dS(\tau)}{d\tau} = -Ste \left\{ \sum_{i=1}^{N_s} \left[\bar{\theta}_{S_i}(\tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} |\psi_{S_i}(\eta, \tau)|_{S(\tau)} + k^* \cdot \Delta T^* \cdot \bar{\theta}_{L_i}(\tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} |\psi_{L_i}(\eta, \tau)|_{S(\tau)} \right] + G_I \right\} \quad (15c)$$

Da mesma forma, faz-se as transformações integrais para as três condições iniciais, exemplificado pela Condição Inicial 1, Eq. (14a,b), que se transforma integralmente conforme Eqs. (16a,b).

$$\bar{\theta}_{S_i}(0) = 0 \quad (16a)$$

$$\bar{\theta}_{Li}(\tau) = \frac{1}{N_{Si}(\tau)} \int_{S(\tau)}^1 \psi_{Li}(\eta, \tau) \cdot (1-\eta) d\eta, \quad (16b)$$

A partir dos campos transformados $\bar{\theta}_{Si}(\tau)$ e $\bar{\theta}_{Li}(\tau)$, obtidos pela solução do sistema definido pelas Eqs. (15-16), obtém-se o campo original de temperaturas adimensionalizadas e filtradas, valendo-se da fórmula de inversa, tal como definido na Eqs (17a,b) para a fase sólida e líquida, respectivamente.

$$\theta_S(\eta, \tau) = \sum_{i=1}^{N_s} \psi_{Si}(\eta, \tau) \cdot \bar{\theta}_{Si}(\tau), \text{ fórmula de inversa para fase sólida} \quad (17a)$$

$$\theta_L(\eta, \tau) = \sum_{i=1}^{N_l} \psi_{Li}(\eta, \tau) \cdot \bar{\theta}_{Li}(\tau), \text{ fórmula de inversa para fase líquida} \quad (17b)$$

Esse processo de transformação integral do sistema diferencial parcial original para um sistema diferencial ordinário e sua posterior solução é repetido da mesma forma para as condições iniciais 2 e 3 e os resultados e comparações são discutidas na seqüência.

5. Resultados e Discussão

São mostrados os campos de temperaturas obtidos pela solução do sistema de equações diferenciais governantes do processo de solidificação, dada pelas Eqs. (15-16) após o processo de inversão dado pelas Eqs. (17a,b), comparando-se os resultados de diversas simulações variando-se o tipo de condição inicial e o número de Stefan, que assumiu os seguintes valores: $Ste = 0.01, 0.02, 0.1$ e 0.2 .

Também se compara o resultado obtido com a solução clássica de Neumann. Os valores obtidos pela solução de Neumann e as diferenças em relação às simulações convergidas estão mostrados nas linhas em negrito, na Tab. 1. Todas as simulações foram executadas utilizando-se os valores dados pelas Eqs. (18a-d) para os parâmetros das equações governantes.

a) Temperatura em $\eta=0$ (fase sólida) : $T_0 = 293 \text{ K } (20^\circ\text{C})$ (18a)

b) Temperatura de mudança de fase: $T_m = 303 \text{ K } (30^\circ\text{C})$ (18b)

c) Temperatura em $\eta=1$ (fase líquida): $T_i = 313 \text{ K } (40^\circ\text{C})$ (18c)

d) $W^* = 1$; $K^* = 1$ e $\Delta T^* = (T_i - T_m) / (T_m - T_0) = 1$ (18d)

Em cada caso, o domínio do espaço adimensional, η , varia de 0 (zero) a 1 (um). Este domínio foi dividido em 401 posições, sendo adotado como valor inicial da interface, $S(\tau)$, a terceira posição dessa divisão. Para efeito de comparação, escolheu-se 3 (três) pontos distintos do espaço: $\eta = 0.01$ (no início do domínio); $\eta = 0.50$ (no meio do domínio) e $\eta = 0.99$ (no final do domínio).

Da mesma forma o domínio do tempo adimensional, τ , varia de 0 (zero) a 0,1 (um décimo) em todas as simulações. Este domínio foi dividido em 401 posições, sendo adotado como valor inicial do tempo, τ_0 , a segunda posição dessa divisão. Para efeito de comparação, escolheu-se 4 (quatro) pontos distintos do tempo: $\tau = 0.0005$; $\tau = 0.0125$; $\tau = 0.0500$ e $\tau = 0.0995$.

Por outro lado, a convergência nos somatórios das Eqs (17a-c) dos sistemas diferenciais foi alcançada aumentando-se o número (N) de equações adotadas. Começou-se com $N=3$ até atingir-se a convergência com $N=21$ de modo geral. O número de equações, N , é o resultado da soma entre o número de autovalores da fase sólida (N_s), com o número de autovalores da fase líquida (N_l), acrescentando-se mais uma equação, devido à interface, ou seja: $[N=N_s+N_l+1]$, com N_s e N_l que variam, portanto, de 1 a 10.

Para cada valor de posição no espaço η , tempo τ e ordem dos autovalores N_s e N_l , calculam-se as respectivas temperaturas dimensionais, levando-se em consideração as Eqs. (10a,b) e 2(d,e).

5.1. Análise de Convergência para Condição Inicial 1

O processo de convergência é exemplificado para o caso da Condição Inicial 1 por uma questão de síntese e se repete de forma análoga para as condições iniciais 2 e 3.

Na Tab. 1 para $Ste=0.01$, observa-se que, de um modo geral, a convergência é mais rápida para tempos mais afastados da condição inicial, segundo o critério de convergência adotado, isto é, 4 (quatro) algarismos significativos convergidos com +/- 1 no quarto dígito (números em negrito na tabela). Esse critério é atingido com $N_s = N_l = 4$ na posição $\eta = 0.01$ e $\tau = 0.0995$, atingindo um valor de temperatura de $22,33^\circ\text{C}$. Observa-se que em $\eta = 0.01$ e $\tau = 0.0500$, a convergência é atingida com $N_s=N_l=6$ ($T=23,28^\circ\text{C}$). Já em tempos mais próximos da condição inicial, a

convergência só é atingida em $N_s=N_L=8$ ($T=26,36^\circ\text{C}$), com $\tau=0.0125$. A convergência é mais lenta ainda em $N_s=N_L=10$, com $\tau=0.0005$, onde $T=31,05^\circ\text{C}$, aproximadamente.

Na posição $\eta=0.50$ o comportamento é similar, isto é, o critério de convergência, em geral, é atingido mais rápido em tempos mais afastados da condição inicial. Assim, o critério de convergência já é alcançado em $\tau=0.0995$ com $N_s=N_L=6$ ($T=37,16^\circ\text{C}$). Porém, em tempos próximos da condição inicial, como em $\tau=0.0125$ tal condição só foi obtida em $N_s=N_L=8$. No tempo $\tau=0.0005$, ainda em $\eta=0.50$, o processo de convergência se mostrou oscilante e embora seja observada uma tendência de convergência, o critério não foi alcançado de fato, sendo que a temperatura calculada atingiu o valor de aproximadamente, $39,6^\circ\text{C}$. Em $\eta=0.99$, a rápida convergência do campo de temperaturas é obtida já a partir do segundo autovalor, com $N_s=N_L=2$. Nesse ponto mais afastado do domínio, via de regra, o critério de convergência é obtido mais rapidamente.

Tabela 1. Convergência da temperatura dimensional ($^\circ\text{C}$) e diferenças na convergência para Condição Inicial 1 ($Ste=0.01$)

Autovalor ($N_s=N_L$)	Temp. ($^\circ\text{C}$)	Dif. (%)	Temp. ($^\circ\text{C}$)	Dif. (%)	Temp. ($^\circ\text{C}$)	Dif. (%)	Temp. ($^\circ\text{C}$)	Dif. (%)
	$\tau=0.0005$		$\tau=0.0125$		$\tau=0.0500$		$\tau=0.0995$	
$\eta=0.01$								
1	40	-	25,0150	-	22,4890	-	21,7600	-
2	30,2507	32,23%	26,2494	-4,70%	23,2540	-3,29%	22,3238	-2,53%
4	30,4511	-0,66%	26,3138	-0,24%	23,2663	-0,05%	22,3290	-0,02%
6	30,6514	-0,65%	26,3416	-0,11%	23,2752	-0,04%	22,3307	-0,01%
8	30,8514	-0,65%	26,3590	-0,07%	23,2780	-0,01%	22,3317	0,00%
10	31,0511	-0,64%	26,3664	-0,03%	23,2798	-0,01%	22,3330	-0,01%
Neumann	40,0000	-22,37%	26,6850	-1,19%	23,3190	-0,17%	22,3470	-0,06%
$\eta=0.50$								
1	40	-	39,9830	-	38,7570	-	37,1340	-
2	41,3749	-3,32%	40,6926	-1,74%	38,8204	-0,16%	37,1732	-0,11%
4	39,2087	5,52%	39,8890	2,01%	38,7564	0,17%	37,1541	0,05%
6	40,5278	-3,25%	39,9803	-0,23%	38,7599	-0,01%	37,1556	0,00%
8	39,5719	2,42%	39,9687	0,03%	38,7576	0,01%	37,1545	0,00%
10	40,3258	-1,87%	39,9725	-0,01%	38,7584	0,00%	37,1549	0,00%
Neumann	40,0000	0,81%	39,9840	-0,03%	38,7770	-0,05%	37,1600	-0,01%
$\eta=0.99$								
1	40	-	40	-	39,9810	-	39,7090	-
2	39,8996	0,25%	39,9492	0,13%	39,9919	-0,03%	39,9677	-0,65%
4	39,8998	0,00%	39,9894	-0,10%	39,9957	-0,01%	39,9681	0,00%
6	39,9002	0,00%	39,9982	-0,02%	39,9959	0,00%	39,9682	0,00%
8	39,9007	0,00%	39,9992	0,00%	39,9960	0,00%	39,9682	0,00%
10	39,9013	0,00%	39,9994	0,00%	39,9960	0,00%	39,9682	0,00%
Neumann	40,0000	-0,25%	40,0000	0,00%	39,9810	0,04%	39,7130	0,64%

Obs.: A convergência para $N_s=N_L=10$ foi atingida com tempo de processamento de 11min.

Os resultados apresentados e descritos na Tab. 1 encontram-se plotados na Fig. 5 em $\tau=0.0125$, onde o processo de convergência descrito pode ser melhor visualizado.

De maneira similar à adotada para análise de $Ste=0.01$, procede-se agora a análise das simulações realizadas com $Ste=0.02$, $Ste=0.1$ e $Ste=0.2$, de forma a se discutir o efeito do aumento desse parâmetro no campo de temperaturas e nas taxas de convergência. A influência no avanço da interface será discutida posteriormente, comparando-se todos os valores de Stefan utilizados.

Com o aumento do número de Stefan, o processo de mudança de fase torna-se mais rápido, levando então a gradientes de temperaturas mais acentuados, o que pode ser verificado comparando-se os valores convergidos de temperatura nas mesmas posições e tempos, porém variando o número de Stefan apenas, tal como apresentado na Tab. 2, onde os valores de temperatura são mostrados arredondados, segundo o critério adotado de 4 (quatro) algarismos significativos de convergência.

5.1. Comparações entre as Condições Iniciais 1, 2 e 3

Outra forma de se apresentar os resultados é plotando-se os perfis de temperaturas convergidas para cada tipo de condição inicial, mantendo-se o número de Stefan, tal como visualizado nas Figs. 6-9. Nessas figuras nota-se perfeitamente o distanciamento, já comentado, entre as soluções obtidas com as condições iniciais tipos 1 e 2 e aquela obtida com a Condição Inicial 3, em todos os números de Stefan analisados.

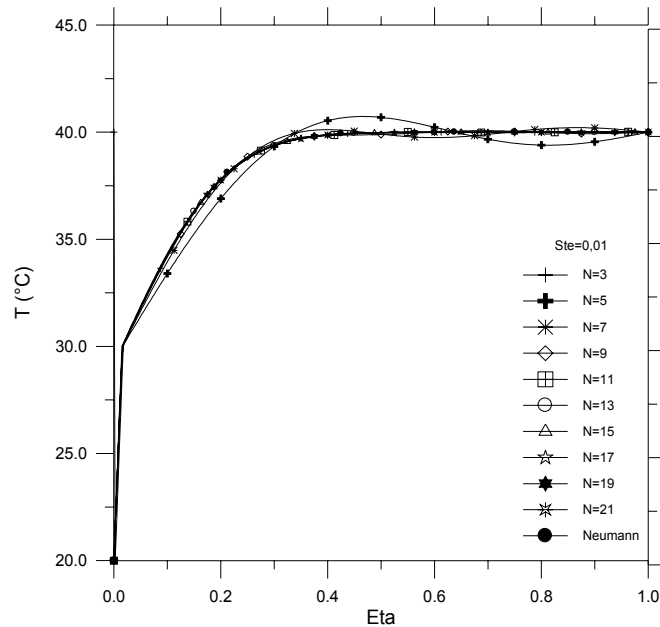


Figura 5. Gráfico de convergência da temperatura dimensional, T (°C), para Condição Inicial 1 com $Ste=0.01$ e $\tau=0.0125$

Tabela 2. Temperaturas convergidas (°C) para Condição Inicial 1 em função do Número de Stefan

Posição η	Tempo τ			
	$\tau=0.0005$	$\tau=0.0125$	$\tau=0.05$	$\tau=0.0995$
Ste = 0.01				
$\eta=0.01$	31,05	26,37	23,28	22,33
$\eta=0.5$	40,33	39,97	38,76	37,15
$\eta=0.99$	39,90	40,00	40,00	39,97
Ste = 0.02				
$\eta=0.01$	31,05	24,70	22,38	21,69
$\eta=0.5$	40,33	39,97	38,72	37,06
$\eta=0.99$	39,90	40,00	40,00	39,97
Ste = 0.1				
$\eta=0.01$	31,05	22,37	21,19	20,84
$\eta=0.5$	40,33	39,97	38,55	36,67
$\eta=0.99$	39,90	40,00	38,55	36,67
Ste = 0.2				
$\eta=0.01$	31,05	21,40	20,92	20,65
$\eta=0.5$	40,33	39,97	38,43	36,39
$\eta=0.99$	39,90	40,00	39,99	39,96

Ao se plotar o avanço da posição da interface em relação ao tempo, tal como mostrado na Fig. 9a, não é observada diferença significativa entre os avanços, pelo menos em nível gráfico, qualquer que seja a condição inicial, quando $Ste=0.01$. Porém, uma diferença maior começa ser visualizada no avanço em $Ste=0.2$ (Fig. 9b), quando é considerada a Condição Inicial 3.

A análise do avanço da interface com a variação do número de Stefan pode ser entendida, também, através dos perfis de temperatura das Figs. 9a-c, para cada tipo de condição inicial estudada. Nessas figuras, para o tempo mantido em $\tau=0,05$, foram plotadas as temperaturas obtidas nas simulações com os números de Stefan já utilizados e pode-se observar o comportamento do avanço da interface conforme já descrito anteriormente.

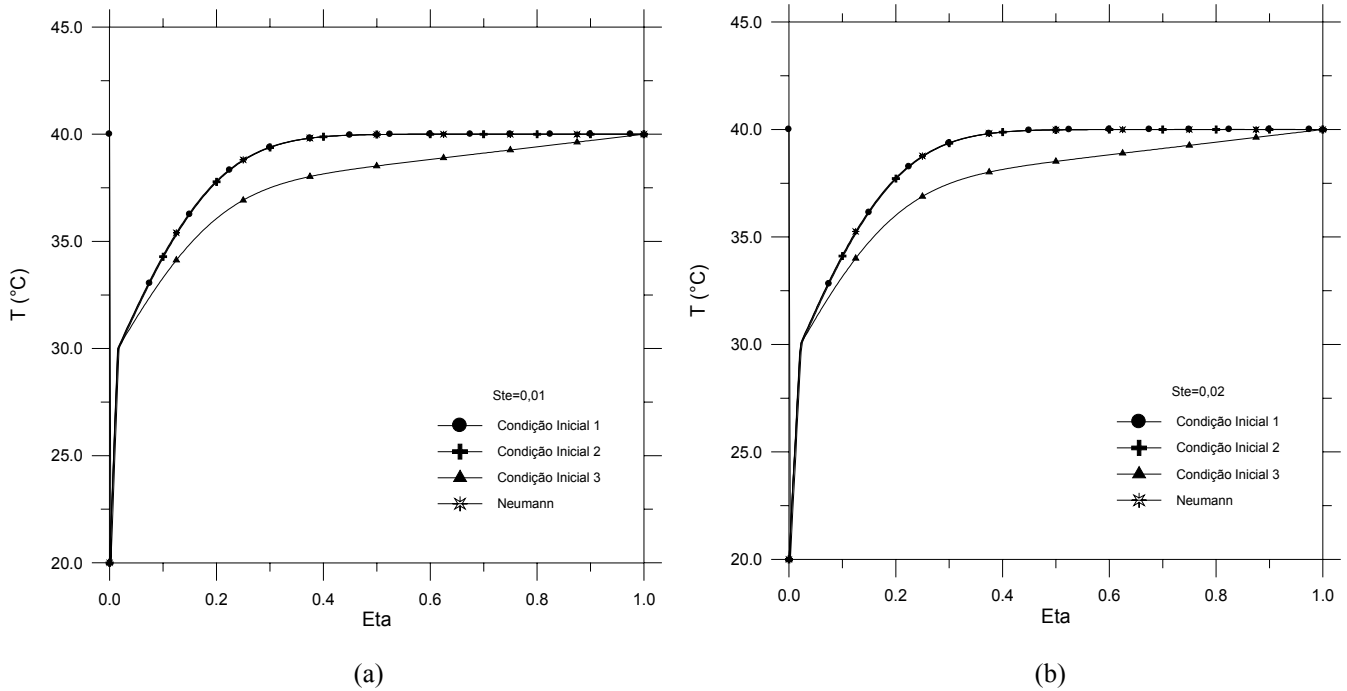


Figura 6. a) Perfil de temperatura dimensional convergida, T (°C), em cada condição inicial para $Ste=0.01$ e $\tau=0.0125$; b) Perfil de temperatura dimensional convergida, T (°C), em cada condição inicial para $Ste=0.02$ e $\tau=0.0125$

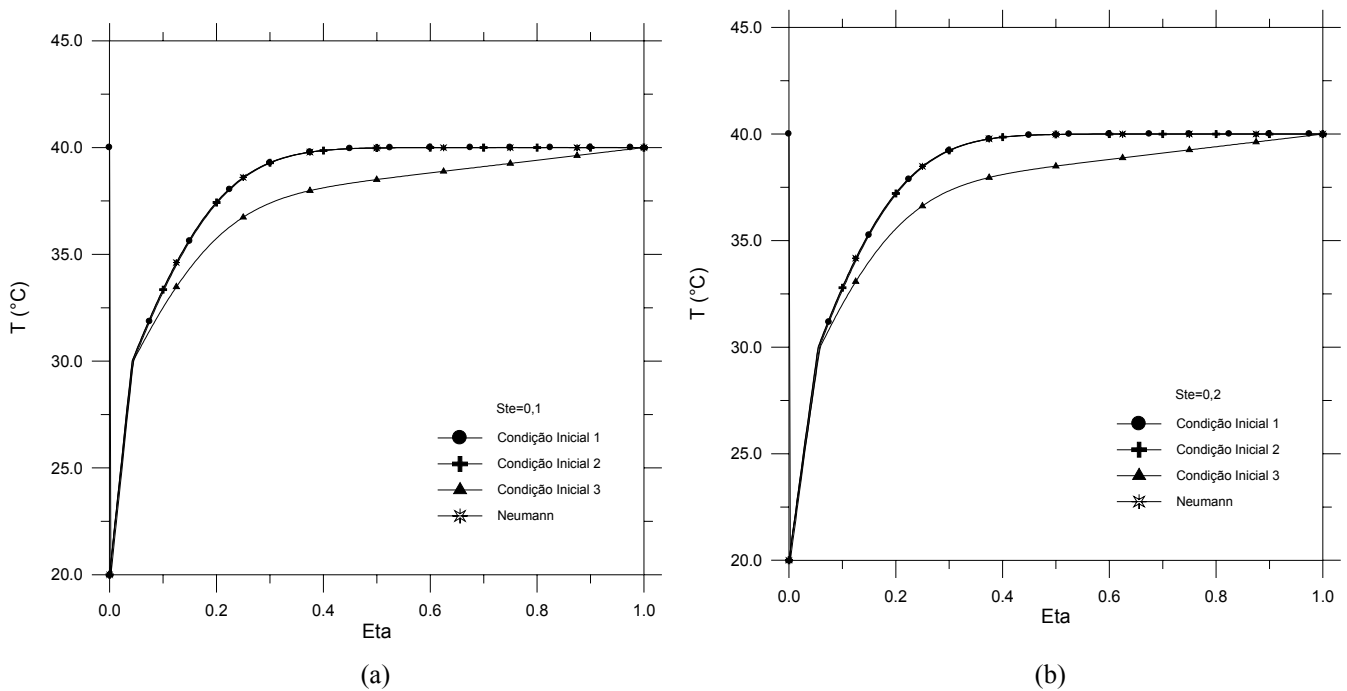
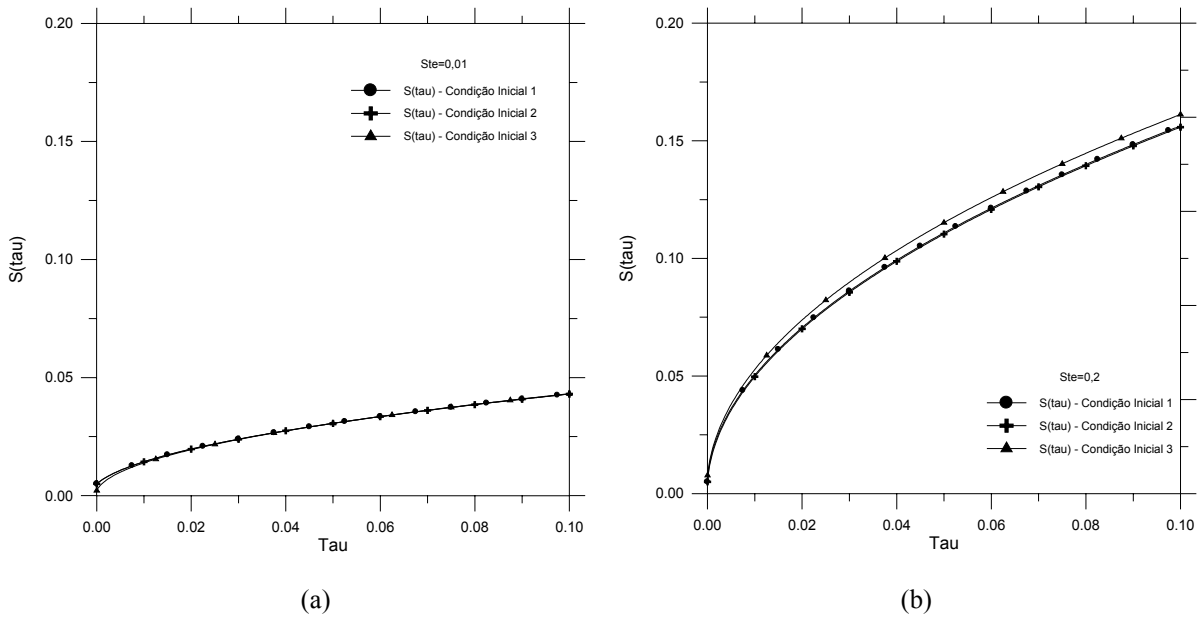


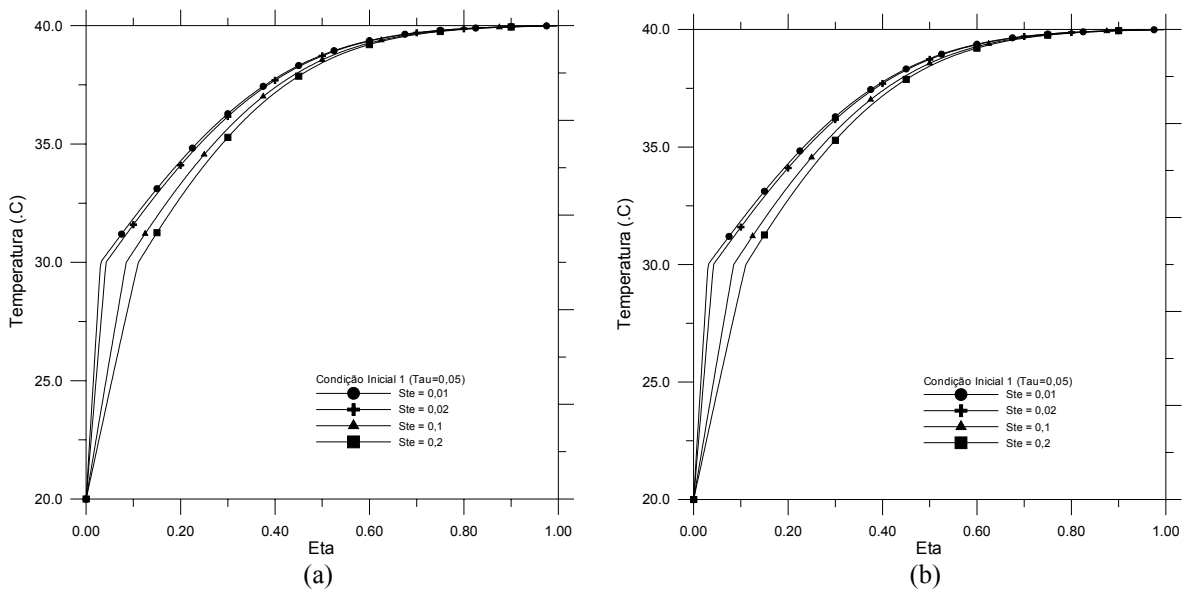
Figura 7 a) Perfil de temperatura dimensional convergida, T (°C), em cada condição inicial para $Ste=0.1$ e $\tau=0.012$; b) Perfil de temperatura dimensional convergida, T (°C), em cada condição inicial para $Ste=0.2$ e $\tau=0.0125$

6. Conclusões

No presente trabalho, foi obtida uma solução para um problema de solidificação de Stefan, utilizando a Técnica de Transformada Integral Generalizada. Também foi apresentada uma análise detalhada do processo de convergência, com o critério de convergência sendo efetivamente atingido na maioria dos casos.



(a) Posição da interface, $S(\tau)$, em cada condição inicial para $Ste=0.01$;
 (b) Posição da interface, $S(\tau)$, em cada condição inicial para $Ste=0.2$



(a) Temperatura Dimensional ($^{\circ}C$), na Condição Inicial 1 e tempo $\tau=0,05$;
 (b) Temperatura Dimensional ($^{\circ}C$), na Condição Inicial 2 e tempo $\tau=0,05$

Foi realizada uma comparação crítica com a aplicação da solução clássica de Neumann para o mesmo problema.

Foram estudados e comparados os efeitos na solução final, pela adoção de três condições iniciais distintas. Ao que tudo indica, a escolha da Condição Inicial 3 para a solução do problema de Stefan pode acarretar diferenças significativas na solução numérica em relação à solução analítica, diferença essa que pode ser reduzida pela utilização de outras condições iniciais (como as condições do tipo 1 ou 2). Essa análise não foi levada em consideração por Rupert et al. (1998) no texto de seu artigo, embora os resultados tenham se mostrados satisfatórios para a aplicação apresentada.

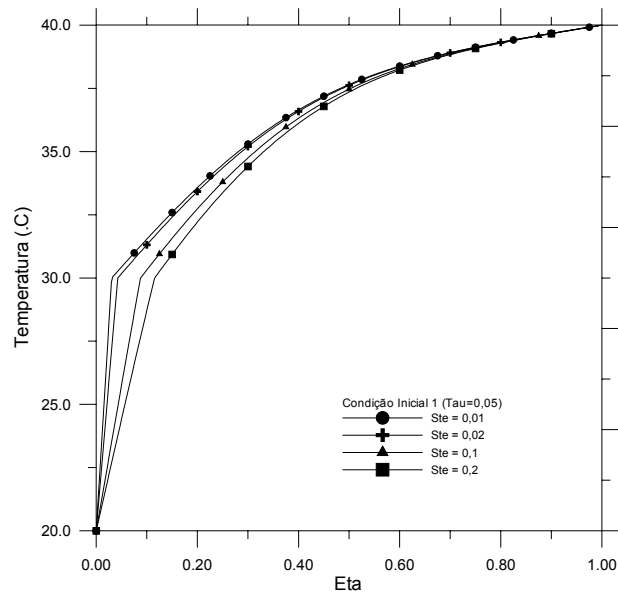


Figura 9– c) Temperatura Dimensional ($^{\circ}\text{C}$), na Condição Inicial 3 e tempo $\tau=0,05$

7. Referências

- Budhia, H. e Kreith, F., 1973, “Heat Transfer with melting or freezing in a wedge”. J. Heat Mass Transfer, Grã Bretanha, vol. 16, pp. 195-211.
- Cho, S.H. e Sunderland, J.E., 1969, “ Heat-Conduction problems with melting or freezing”. J. Heat Trans, ASME, vol. 91, pp. 421-426.
- Cotta, R. M., 1992, “Computational Integral Transform Approach in Nonlinear Diffusion and Convection-Diffusion Problems”, Laboratório di Ingegneria Nucleare di Montecuccolino, Serie Scientifica LIN-1202 (Invited Lecture), Università degli Studi di Bologna, Italy.
- _____, 1993, “Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow”, CRC Press, Boca Raton.
- _____, 1994, “Benchmark Results in Computational Heat and Fluid Flow: The Integral Transform Method”, Int. J. Heat Mass Transfer (Invited Paper), 37, Suppl. 1, pp. 381-393.
- _____, 1994, “Simulation and Benchmarks in Thermal-Fluids Sciences: - The Integral Transform Approach”, Proc. of the 3rd North-Northeastern Congress of Mechanical Engineering, Belém, Brasil, 1, pp. 9-27.
- _____, 1994, “A Review of the Integral Transform Method in Nonlinear Heat and Fluid Problems”, Proc. of the 1st Iberoamerican Congress of Mechanical Engineering (Invited Lecture), Madrid, Spain, 1, pp. 35-64.
- _____, 1998, “The Integral Transform Method in Thermal & Fluids Sciences & Engineering”. Begell House Inc., New York.
- Cotta, R. M. e Mikhailov, M.D., 1990, “The Integral Transform Method”. J. Braz. Assoc. Mech. Sciences, RBCM (Invited Paper), 12, pp. 301-310.
- _____, 1997, Heat Conduction: Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation, Wiley, New York.
- Crank, J. , 1984, “Free and moving boundary problems”. Oxford: Clarendon Press.
- Diniz, A. J.; Maia, C.R. e Zapparoli, E.L., 1996, “Solução analítica para problemas de transferência de calor com mudança de fase em geometria axi-simétrica”. In: ENCIT – Encontro Nacional de Ciências Térmicas,, Florianópolis-SC.
- Fukusako, S. e Seki, N., 1987, “Fundamental aspects of analytical and numerical methods on freezing and melting heat-transfer problems”. In: Chawla TC editor. Annual Review of Numerical Fluid Mechanics and Heat Transfer, Washington DC: Hemisphere. pp.351-402.
- Gear, C.W., 1971, “Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations”, New Jersey: Prentice-Hall.
- ISML Library, 1989, Mathematical/Library, Houston, TX.
- Luikov, A. V. , 1973, “Heat and Mass Transfer”, Mir Publishers, Moscow.
- Marco, F.C.G.; Silva, J.B.C. e Diniz, A.J., 1999, “Transferência de calor com mudança de fase em geometria axi-simétrica de sólidos finitos”. In: COBEM – Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 15, Águas de Lindóia-SP.
- Mikhailov, M.D. e Özisik, M. N. ,1984, “ Unified analysis and solutions of heat and mass diffusion”. New York: John Wiley & Sons.
- Mikhailov, M.D. e Cotta, R. M. “Unified Integral Transform Method”. Appl. Math. Modelling, 17, pp. 156-161, 1993.

- Özisik, M. N.; Murray, R. L., 1980, "On the solution of linear diffusion problems with variable boundary condition parameters", *J. Heat Transfer*. v. 96, p. 48-51, 1974, M. N. Heat conduction. New York: Wiley-Interscience.
- Özisik, M. N., 1980, "Heat conduction". New York: Wiley-Interscience.
- _____, 1980, "Boundary value problems of heat conduction", Scranton, Penn: International Tex book.
- Rao, P. e Sastri, V.M.K., 1984, "Efficient numerical method for two-dimensional phase change problems", *J. Heat Mass Transfer*, vol. 27, pp. 2077-2084.
- Rathjen, K.A. e Jiji, L.M., 1971, "Heat conduction with melting or freezing in a corner". *J. Heat Trans, ASME*, vol. 93, pp. 101-109.
- Rupert Jr., N. J.; Cotta, R. M., 1991, "Heat conduction with ablation in multilayered media". In: COBEM – Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 11., São Paulo.
- Rupert Jr., N. J.; Gobin, D. e Cotta, R. M., 1998, "Co validation of integral transform and finite volume solutions in phase-change problems". In: ENCIT – Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro: ABCM, pp. 659-664.
- Schneider, E., 2005, "Estudo da Influência da Condição Inicial no Problema de Stefan com Solução Via Técnica de Transformada Integral Generalizada", Vitória, 91p. Tese de Mestrado - Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Espírito Santo.
- Stefan, J., 1891, "On the theory of ice formation, especially on ice formation in polar seas", *Ann. Phys. Chem.*, vol. 42, pp. 269-286, 1891.
- Tamma, K.K. e Namburu, R.R., 1990, "Recent advances, trends and new perspectives via enthalpy-based finite element formulations for applications to solidification problems", *J. Numer. Methods Engrg.*, vol. 30, pp. 903-920.
- Tewkesbury, H.; Stapley, A.G.F e Fryer, P.J. , 2000, "Modeling temperature distributions in cooling chocolate moulds", *J. Chemical Engineering Science*, vol. 50, pp. 3123-3132.
- Tien, R.H. e Geiger, G.E., 1967, "A heat-transfer analysis of solidification of a binary eutectic system". *J. Heat Trans, ASME*, vol. 89, pp. 230-234.

COMPARATIVE STUDY OF THE INFLUENCE OF INITIAL CONDITIONS IN THE PROBLEM OF STEFAN WITH SOLUTION VIA GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORM TECHNIQUE

Rogério Ramos

Departamento de Engenharia Mecânica – UFES – Av. Fernando Ferrari, 514 – Goiabeiras – 29.075-910 – Vitória/ES, Brazil
ramosrogerio@hotmail.com

Edgar Schneider

Petróleo Brasileiro S.A. – Av. Nossa Senhora da Penha, 714 – sala 1101 – Praia do Canto – 29.055-918 – VitóriaES, Brazil
edgarschneider@petrobras.com.br

Abstract

The processes related to the solidification (or fusion) are important in many areas of engineering and have been object of numerous studies whose applications are extended to the problems such as the food freezing, ice production, welding, casting of metallic leagues, preservation of human blood, storage of energy and many others. In these problems, the interface that separates the involved phases moves in accordance with the absorption or release of latent heat.

The problems of phase change are nonlinear due to presence of an interface in movement, whose position has to be determined as part of the solution. On the other hand, the one-dimensional case of problem of phase change is particularly well adjusted for the co variation of methods, since in this situation it has available solutions of reference. The called solution of Neumann for the problem of Stefan is an analytical expression of easy computational implementation, that can be used to test the exactness of alternative procedures, that later could be used in the solution of more complex problems.

The objective of the present work is to evaluate the influence of the choice among distinct types of initial conditions for the attainment of the temperature profiles of the solidification process. Three different initial conditions are analyzed and compared to the Neumann solution using the Technique of the General Integral Transform Technique - GITT.

Keywords: phase change, solidification, Stefan problem, integral transforms

MODELING RADIATIVE TRANSFER IN A MIXTURE OF NON-GRAY GASES USING FAST APPROXIMATE TECHNIQUE FOR THE CW MODEL

Carlos T. Salinas

Department of Mechanical Engineering – University of Taubaté. Rua Daniel Danelli s/n – Taubaté (SP) 12060-440 – Brazil.
csalinas_99@yahoo.com; csalinas@unitau.br

Abstract. Determination of radiative fluxes in media containing real gases such as combustion products, atmospheric gases among others is usually a difficult task due to the strong dependence of the absorption coefficient on the wavenumber. In the CW model, we should solve the RTE in every spectral subinterval D_{ij} , for $j = 1, \dots, n$ and $i = 1, 2, \dots, p$, then it is necessary to solve $n \times p$ times the spectral form of the RTE for complete spectral integration. In this work the CW model is used with one numerical approximation technique based on additive properties of radiative intensity to reduce the solution of RTE to n new fractional gray gas D_j for complete spectral integration. The accuracy of the simplified technique and the algorithm was first examined for one-dimensional homogeneous media; the results are compared with line-by-line calculations and it is found that the CW model with the simplified technique is exact for the homogeneous media examined. The CW model is implemented in bi-dimensional enclosure containing real gases in isothermal cases too. The results obtained using the acceleration technique in CW model are the same as the results of original CW model. With this acceleration technique the CPU time decreases p times.

Keywords. Radiative transfer, Non-gray gases, Cumulative wavenumber, Discrete ordinates

1. Introduction

Calculating radiative transport through non-gray gases at high temperature is extremely difficult due to the strong dependence of the absorption coefficient on the wavenumber and it is necessary to use some real gas model for the spectral integration of the intensity field. Research activities directed towards modeling the radiative transport of non-gray molecular gases using global methods dedicate special attention to the solution of the radiative transport problems in a high temperature gas medium (Taine and Soufiani, 1999).

The method of the weighted sum of gray gases WSGG, proposed by Hottel and Sarofim (1967), was taken as the basis for the development of methods based upon the distribution functions of the global absorption coefficient. The WSGG model (Modest, 1991) was used for the first time to solve the radiative transport equation for the case of uniform medium and for the treatment with black frontiers. The full-spectrum correlated- K (FSCK) model (Modest and Zhang, 2000) was introduced for treating non-homogeneous medium and later extended to include non-homogeneous gas mixtures (Modest and Zhang, 2002; Zhang and Modest, 2002). This approach was recently extended for treatment of non-homogeneous gas mixtures with absorbing particles (Modest and Riazzi, 2005). The spectral line weighted (SLW) model (Denison and Webb, 1993) is based upon detailed spectral line data. Solovjov and Webb (2000) extended the SLW method to handle non-homogeneous gas mixtures by using one cumulative distribution function of the absorption coefficient calculated over the total spectrum and weighted by the Planck function. The methods ADF, (Riviere *et al.*, 1996) and ADFFG (Pierrot *et al.*, 1999) are similar to the SLW method and fictitious gas weights are calculated.

Solovjov and Webb (2002) developed the CW model, which is a local spectrum correlated model. It was formulated to solve the equation of radiative transport in a medium of high temperature non-uniform gas. The spectral integration of the radiative transport equation is done by means of a new distribution function of the spectrum of gas absorption, called cumulative wavenumber. This new concept represents a local rather than the global correlation of the gas spectrum traditionally used. A local correction factor is introduced to take into account the spatial variations of the concentrations of species and the temperature of the gas that is calculated independently in each spectral interval. Later, Ismail and Salinas (2005) applied the CW model in a 2D enclosure filled with homogeneous, non-uniform and non-isothermal gases coupled with the discrete ordinates method. Recently, Solovjov and Webb (2005) presented enhancements of the CW model, formalizing a mathematical definition and extending it to handle non-homogeneous mixture of gases with non-gray particles.

It is true that the CW model is relatively simple in comparison with other models with respect to obtaining the model parameters. Still, some difficulties are found in fast and accurate numerical calculation. The present study presents an approach based on additive properties of the radiative intensity field to reduce the set of the transformed spectral radiative transfer equations generated by applying the CW model.

2. CW model

For any fixed value of the absorption cross-section C and wavenumber η , the cumulative wavenumber function for a gas in the interval (η_o, η_f) is defined by the relation (Solovjov and Webb, 2002):

$$w(C, \eta) = \begin{cases} \sum_{i=1}^L (\beta_i - \alpha_i) + (\eta - \eta^*) & \text{If } C_\eta < C \\ \sum_{i=1}^L (\beta_i - \alpha_i) & \text{If } C_\eta \geq C \end{cases} \quad (1)$$

where, C_η is the absorption cross-section (cm²/molecule) and C_j is the supplementary cross-section (cm²/molecule) and α_i and β_i are the subinterval limits used in cumulative wavenumber function construction.

The intervals (α_i, β_i) are obtained from the intersection of the absorption cross-section C_η with the $C_\eta = C$. η^* is the largest wavenumber of the intersection for the case when, for the wavenumber variable η , the absorption cross-section C_η is less than the value C . L is the number of intervals where $w(C, \eta)$ is creasing. Also, according to the definition, the cumulative wavenumber is a continuous non-decreasing function of η . More formally speaking the cumulative wavenumber function can be defined by (Solovjov and Webb, 2005):

$$w(C, \eta) = \int_0^\eta H(C - C_\eta) d\eta \quad (2)$$

where $H(C - C_\eta)$ is the Heaviside step-function. If one differentiates Eq. (2) one has.

$$\frac{dw(C, \eta)}{d\eta} = H(C - C_\eta) = \begin{cases} 1 & \text{if } C_\eta < C \\ 0 & \text{if } C_\eta > C \end{cases} \quad (3)$$

This formula permits changing the integration with respect to an independent variable η over the spectral region defined by the molecule absorption spectrum to integration with respect to a cumulative wavenumber.

$$\int_{\eta: C_\eta < C} d\eta = \int H(C - C_\eta) d\eta = \int_{\eta=0}^\infty \frac{\partial w(C, \eta)}{\partial \eta} d\eta = \int_{\eta=0}^\infty dw(C, \eta) \quad (4)$$

As is shown in fig (1), in the CW model the total range of the absorption cross-section C_η is subdivided into supplementary absorption cross-section of gray gases $C_j, j = 1, \dots, n$, where n is the number of gray gases; and the range of the number of waves is subdivided in subintervals $\Delta_i = [\eta_{i-1}, \eta_i]$, $i = 1, 2, \dots, p$, where p is the number of subintervals. Also, it is considered that H_j as the sum of all the spectral subintervals for which the real coefficient of absorption cross-section C_η lies between the supplementary absorption cross-section C_j and C_{j-1} ; then it can be written as $H_j = \{\eta: C_{j-1} \leq C_\eta \leq C_j\}$, for $J= 1, \dots, n$. The intersection of the two spectral subdivisions is used to define the modeling of the fractional gray gas $D_{ij} = \Delta_i \cap H_j$. The sum of the fractional gray gases establishes the complete range of number of wave. In CW model, we should solve the RTE in every subinterval D_{ij} ; then it is necessary to solve $n \times p$ times the spectral form of the RTE for complete spectral integration.

The consideration of local spectral correlation establishes that

$$W(C_j, s, \eta) - W(C_{j-1}, s, \eta) = u_{i,j}(s) v_{i,j}(\eta) \quad \text{for } \eta \in \Delta_i \quad (5)$$

The integration of the spectral radiation intensity over the fraction D_{ij} of a real gas by using the accumulated wavenumber concept described by Eq. (5) yields

$$\int_{D_{i,j}} I_\eta d\eta = \int_{\{\eta: C_{j-1} < C_\eta < C_j\} \cap \Delta_i} I_\eta d\eta = u_{i,j}(s) \int_{\Delta_i} I_\eta d[\nu_{ij}(\eta)] = u_{i,j}(s) J_{i,j}(s) \quad (6)$$

Where $J_{i,j}$ is considered as a fraction of the real gas intensity and $u_{i,j}(s)$ as a local correction factor for the real gas fractional intensity. The total radiation intensity is determined from the sum of all intensities of gases with the correction factor $u_{i,j}(s)$ as a weight

$$I(s) = \int_0^\infty I_\eta(s) d\eta = \sum_{i,j} u_{i,j}(s) J_{i,j}(s) \quad (7)$$

where $u_{i,j}(s)$ is defined by Eq. (5).

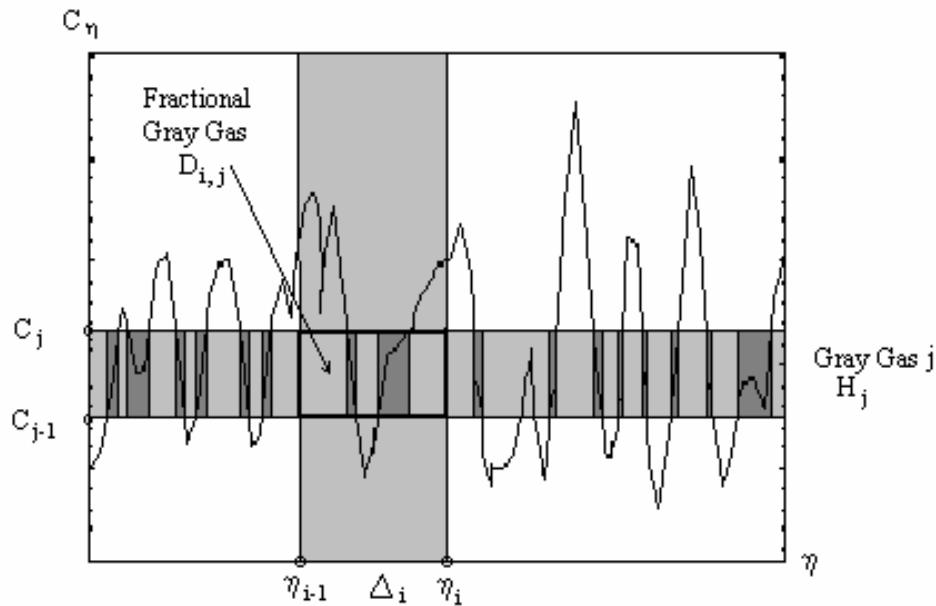


Figure 1. CW modeling by fractional gray gases.

3. The radiative transport equation (RTE)

3.1 The radiative transport equation (RTE) in gray media

The radiative transport equation for an absorbing, emitting gray gas medium can be written as (Siegel and Howell, 1992)

$$(\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{I}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = -\kappa \mathbf{I}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \kappa \mathbf{I}_b(\mathbf{r}) \quad (8)$$

where $\mathbf{I}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ is the radiation intensity in \mathbf{r} , and in the direction $\boldsymbol{\Omega}$, $\mathbf{I}_b(\mathbf{r})$, is the radiation intensity of the blackbody in the position \mathbf{r} and at the temperature of the medium; κ is the gray medium absorption coefficient. For diffusely black surfaces the radiative boundary condition for Eq. (8) can be written as

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \mathbf{I}_{bwall}(\mathbf{r}) \quad (9)$$

where \mathbf{r} lies on the boundary surface Γ , and the Eq. (9) is valid for $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\Omega} > 0$. $\mathbf{I}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ is the radiation intensity leaving the surface at the boundary condition.

3.2 Additive properties consideration

For an absorbing, emitting gray gas medium a set of radiative intensity fields can be described by the following equations:

$$(\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{I}_A(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = -\kappa \mathbf{I}_A(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \kappa \mathbf{I}_{Ab}(\mathbf{r}) \quad (10.a)$$

$$(\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{I}_B(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = -\kappa \mathbf{I}_B(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \kappa \mathbf{I}_{Bb}(\mathbf{r}) \quad (10.b)$$

$$(\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{I}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = -\kappa \mathbf{I}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \kappa (\mathbf{I}_{Ab}(\mathbf{r}) + \mathbf{I}_{Bb}(\mathbf{r})) \quad (10.c)$$

With the correspondent radiative black boundary conditions

$$\mathbf{I}_{Awall}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \mathbf{I}_{Abwall}(\mathbf{r}) \quad (11.a)$$

$$\mathbf{I}_{Bwall}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \mathbf{I}_{Bbwall}(\mathbf{r}) \quad (11.b)$$

$$\mathbf{I}_{wall}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \mathbf{I}_{Abwall}(\mathbf{r}) + \mathbf{I}_{Bbwall}(\mathbf{r}) \quad (11.c)$$

It can be demonstrated that

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \mathbf{I}_A(\mathbf{r}) + \mathbf{I}_B(\mathbf{r}) \quad (12)$$

This additive property is easily verified invoking the superposition principle for non-homogeneous linear equations. Also, it can be easily extended to the mixture of homogeneous gases. This additive property is the key for utilizing a fast approximation technique to reduce the number of transformed spectral radiative transport equations that is generated by application of CW model for the complete integration of the radiative transport in real gas media. Also, if one can reduce the number of transformed spectral RTEs using the additive property, one can reduce the amplitude of the subintervals Δ_i .

3.3 The RTE in the fast CW model approximation

The radiative transport in an absorbing and emitting medium along trajectory s in the direction $\boldsymbol{\Omega}$ is given by Siegel and Howell (1992)

$$\frac{\partial \mathbf{I}_\eta}{\partial s} = -\kappa_\eta \mathbf{I}_\eta + \kappa_\eta \mathbf{I}_{b\eta} \quad (13)$$

According to the CW spectral model, the spectral RTE, Eq. (13), is integrated over fractional gray gas wavenumbers $D_{ij} = \{ \eta: C_{j-1} < C_\eta < C_j \} \cap \Delta_i$

In a similar manner as Eq. (13) the RTE in the CW model (Solovjov and Webb, 2002)

$$\frac{\partial \mathbf{J}_{i,j}}{\partial s} = -\kappa_j \mathbf{J}_{i,j} + \kappa_j \mathbf{J}_{bi,j} \quad (14)$$

where κ_j is the absorption coefficient of gray gas determine as in Denison and Webb (1993).

The term $\mathbf{J}_{bi,j}$ in Eq. (14) is the radiative source term at the black body fractional intensity which by using Eq. (4) can be written as (Ismail and Salinas, 2005)

$$\mathbf{J}_{bi,j}(s) = \frac{(W(C_j, s^*, \eta_i) - W(C_j, s^*, \eta_{i-1})) - (W(C_{j-1}, s^*, \eta_i) - W(C_{j-1}, s^*, \eta_{i-1}))}{\eta_i - \eta_{i-1}} \int_{\eta_{i-1}}^{\eta_i} \mathbf{I}_{b\eta}(T(s), \eta) d\eta \quad (15)$$

Or finally by putting

$$\mathbf{f}_{wi,j} = \frac{(W(C_j, s^*, \eta_i) - W(C_j, s^*, \eta_{i-1})) - (W(C_{j-1}, s^*, \eta_i) - W(C_{j-1}, s^*, \eta_{i-1}))}{\eta_i - \eta_{i-1}} \quad (16)$$

One has

$$\frac{\partial \mathbf{J}_{i,j}}{\partial s} = -\kappa_j \mathbf{J}_{i,j} + \kappa_j \mathbf{f}_{wi,j} \int_{\eta_{i-1}}^{\eta_i} \mathbf{I}_{b\eta}(T(s), \eta) d\eta \quad (17)$$

Examining the last equation, one notices that the last term in right side work as one source term for $\mathbf{J}_{i,j}$ where the factor $\mathbf{f}_{wi,j}$ is a weight factor which depends on wavenumber interval Δ_i .

Also, for homogeneous media (Solovjov and Webb, 2002), $u_{i,j}(s) = 1$, one can to write

$$\mathbf{I}(s) = \sum_{i,j} \mathbf{J}_{i,j}(s) = \sum_j \left(\sum_i \mathbf{J}_i(s) \right)_j = \sum_j \mathbf{J}_j(s) \quad (18)$$

The radiation Planck function in Eq. (17) is evaluated at the local temperature. The sum of the $\mathbf{J}_{bi,j}(s)$ for all the fractional gray gases is equal to

$$\mathbf{I}_b = \sum_{i,j} \mathbf{J}_{bi,j} = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (19)$$

One can rewrite the Eq. (19) as

$$\mathbf{I}_b = \sum_j \left(\sum_i \mathbf{J}_{bi} \right)_j = \sum_j \mathbf{J}_{bj} = \frac{\sigma T^4}{\pi}$$

and

$$\mathbf{J}_{bj} = \sum_i \mathbf{J}_{bi} = \sum_i f_{wi} \int_{\eta_{i-1}}^{\eta_i} \mathbf{I}_{b\eta}(T(s), \eta) d\eta \quad (20)$$

By analogy with Eq. (10.c), one can calculate J_j by

$$\frac{\partial \mathbf{J}_j}{\partial s} = -\kappa_j \mathbf{J}_j + \kappa_j \left(\sum_i f_{wi} \int_{\eta_{i-1}}^{\eta_i} \mathbf{I}_{b\eta}(T(s), \eta) d\eta \right)_j \quad (21)$$

This should be solved with the appropriate boundary condition in analogy with Eq. (11.c).

The boundary condition for non-gray walls, diffusively emitting can be written as (Siegel and Howell, 1992)

$$\mathbf{I}_\eta(s_w, \hat{\boldsymbol{\Omega}}) = \varepsilon_{\eta w} \mathbf{I}_{b\eta}(T_w) \quad (22)$$

where $\boldsymbol{\Omega}$ is the direction vector along s , S_w define the point on the frontier surface and the subscript w refers to the quantity evaluated at the frontiers. $\varepsilon_{\eta w}$ is the spectral emissivity of the frontier. Integration of Eq. (22) yields

$$\mathbf{J}_{i,j}(s_w, \hat{\boldsymbol{\Omega}}) = \varepsilon_{iw} \mathbf{J}_{bi,j}(T_w)$$

and

$$\mathbf{J}_j(s_w, \hat{\boldsymbol{\Omega}}) = \left(\sum_i \varepsilon_{iw} \mathbf{J}_{bi}(T_w) \right)_j \quad (23)$$

Discretization of the spectral radiative transport equation in the CW model in every gray gas (j) in discrete ordinates is made as in Ismail and Salinas (2005). When the equation of radiative transport, Eq. (21) together with the boundary condition Eq. (22) are solved for all the gray gases \mathbf{J}_j , the total radiation intensity can be calculated in Eq. (18). The radiative source term for the gray gas j is determined in the discrete ordinates method from equation

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_{r,j} = 4\pi \kappa_j \sum_i \mathbf{J}_{bi,j} - \sum_{m=1}^M \mathbf{w}_m \kappa_j \mathbf{I}_j^m \quad (24)$$

where \mathbf{w}_m is the weight of the angular quadrature and

$$\mathbf{I}_j^m = \sum_i \mathbf{J}_{i,j}^m \quad (25)$$

And the total source term is

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = \sum_j \nabla \cdot \mathbf{q}_{r,j} \quad (26)$$

3.4 Spectral approximation

To solve numerically the RTE in the CW model it is necessary to chose Δ_i in the wavenumber range, and by using the cumulative wavenumber functions the parameters $f_{w ij}$ and u_{ij} should be calculated. Actually, when one calculates the cumulative wavenumber functions by application of the definition in Eq. (1), one obtains a set of discrete characteristic points and it is necessary to use step wise interpolating functions along the set of points. As can be seen in Fig. (2), within one subinterval Δ_i there are a set of fractional gray gases subintervals D_{ij} . As Δ_i increases, the interpolating function is less accurate with the cumulative wavenumber function and the values of $f_{w ij}$ and u_{ij} will be less accurate and one loose precision in the calculations. Previously, the use of large Δ_i as for example 100 cm^{-1} (Solovjov and Webb, 2002; Ismail and Salinas, 2005) was justified because of the large computational time of original procedure necessary to solve the set of transformed spectral RTE in CW model. For example, if one has $n=20$ gray gases C_j and $p=100$ subintervals Δ_i one needs to solve 2000 simultaneous transformed spectral RTEs, and if $p=400$ (for $\Delta_i = 25 \text{ cm}^{-1}$) it will be necessary to solve 8000 simultaneous RTEs in every iteration, and so on. But using the additive property in the radiative intensity field in this case, one can select the smallest subinterval Δ_i and use more accurate interpolating functions to obtain more representative values of $f_{w ij}$ and u_{ij} for the CW model without an increase of the computational time. Figure (2) shows the calculated cumulative wavenumber function $C_j = C_{14}$, calculated for H_2O at 2000 K for absorption cross-section coefficients in the range $10^{-25} < C < 10^{-17} \text{ cm}^2/\text{molecule}$, between the subinterval $\Delta_i = [4300 \text{ to } 4400 \text{ cm}^{-1}]$. The upper curve corresponds to $C_1 = 10^{-17} \text{ cm}^2/\text{molecule}$ while the bottom curve corresponds to $C_{20} = 10^{-25} \text{ cm}^2/\text{molecule}$ in logarithm half decade increments.

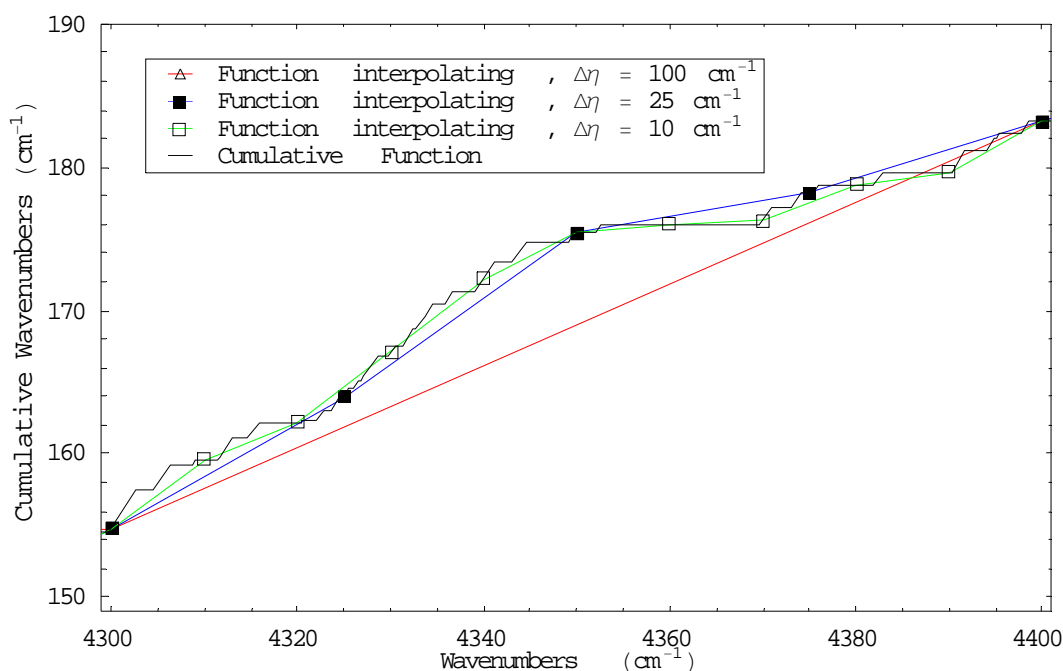


Figure 2. Comparison of Interpolating functions of CW functions distribution gray gas $C_j = C_{14}$, H_2O at 2000 K.

4. Results and discussion

4.1 Validation 1D

Two problems presented in Solovjov and Webb (2000) are solved to test the new fast approach for the CW model.

Problem 1. Consider the radiative heat exchange of a mixture of three combustion gases, H_2O , CO_2 and CO . The mixture is homogeneous and isothermal at 1000 K and 1 atm of total pressure occupying 1 m. wide space between two parallel plates. The molar fractions of H_2O , CO_2 and CO in the mixture are 0.2, 0.1 and 0.03 respectively. The frontiers are black and non-emitting. The distribution function of the black body absorption lines for H_2O , CO_2 and CO and its mixture are calculated by using the spectral database HITEMP (Hitran, 2005) at 1000 K. The solution of the radiative transport equation for the local spectral correlation is obtained by using the method of discrete ordinates with 20 gray gases, three different uniform spectral intervals: $\Delta_i = 10 \text{ cm}^{-1}$, $\Delta_i = 25 \text{ cm}^{-1}$, $\Delta_i = 100 \text{ cm}^{-1}$, over a 0-10,000 cm^{-1} range of wavenumber, angular quadrature $T_n 6$, spatial grid of 250 volumes and the CLAM scheme for interpolating the intensity of radiation over the faces. Using the calculated intensities of the gray gases, one can determine the radiative source term for the mixture of real gases. Figure (3) shows the calculated radiative source term against distance for different Δ_i compared with the obtained by the Line-by-Line method (Solovjov and Webb, 2000). One observes that as Δ_i decreases,

the solution is more accurate compared to the Line-by-Line solution; and for $\Delta_i = 10 \text{ cm}^{-1}$ the numerical solution of CW model and the Line-by-Line shows good agreement.

Problem 2. Consider the same case as above but where the distance between plates is 5 m. Figure (4) shows the calculated radiative source term against distance for 20 gray gases, spectral intervals: $\Delta_i = 10 \text{ cm}^{-1}$, $\Delta_i = 25 \text{ cm}^{-1}$, $\Delta_i = 100 \text{ cm}^{-1}$; angular quadrature $T_n 6$, spatial grid of 1250 volumes and the CLAM scheme for interpolating the radiation intensities. The results for different Δ_i are compared with the results of Solovjov and Webb (2000) and again one can observe that for smallest Δ_i the numerical solution of the CW model is accurate as the Line-by-Line solution.

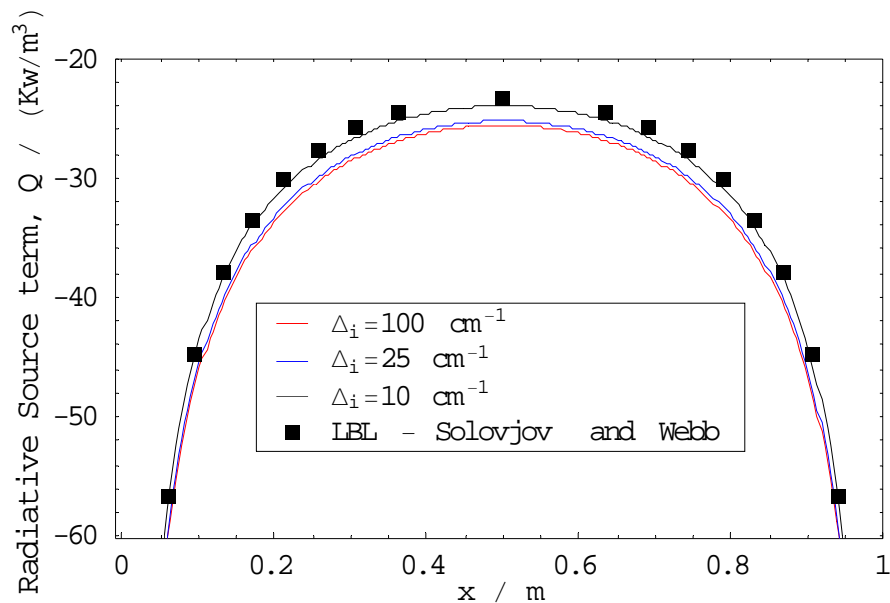


Figure 3. Comparison of the radiative dissipation source in isothermal gas mixture for 1 m separated parallel plates for different Δ_i with Line-by-Line solution (Solovjov and Webb, 2000)

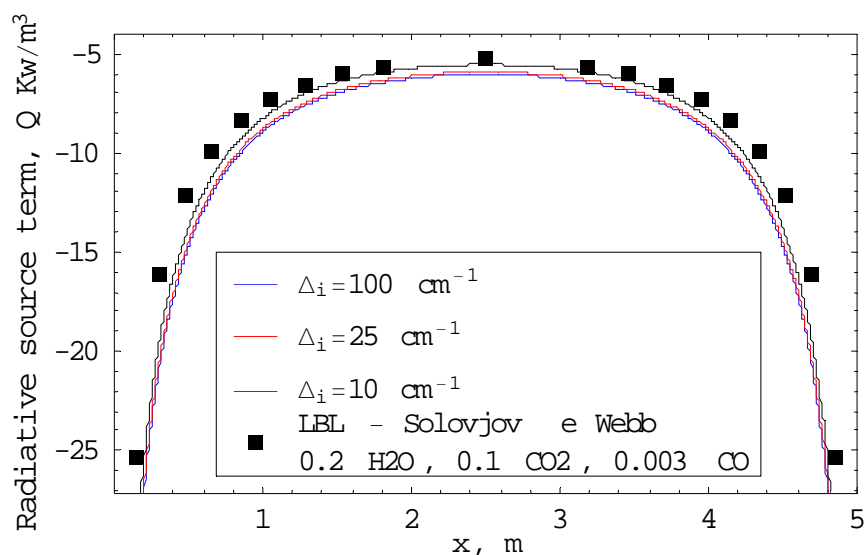


Figure 4. Comparison of the radiative dissipation source in isothermal gas mixture for 5 m separated parallel plates for different Δ_i with Line-by-Line solution (Solovjov and Webb, 2000)

4.2 Application in 2D

Problem 3. This problem involves the radiative heat transport of a mixture of three gases of combustion. The mixture is homogeneous and isothermal at 1000 K and 1 atm total pressure occupying a two-dimensional square cavity of a side equal to 1 m. The molar fractions of H₂O, CO₂ and CO are 0.2, 0.1 and 0.03, respectively. The frontiers are black and non-emitting. The problem is solved using the spectral HITEMP database (Hitran, 2005) at 1000 K. Some numerical simulations were performed to investigate the convergence of the solution and the influence of refining the angular quadrature on the convergence of the solution, which is not shown here. It is found that for T_n 6 and higher or LC11 quadratures the solution does not change. Similarly, the effect of the size of the computational grid was investigated. As a result of the numerical tests, the investigation uses the angular LC11 quadrature with a grid of 20 x 20. The solution of the radiative transport equation for the local spectral correlation is obtained by using the method of discrete ordinates with 20 gray gases. Three different uniform spectral intervals: $\Delta_i = 10 \text{ cm}^{-1}$, $\Delta_i = 25 \text{ cm}^{-1}$, $\Delta_i = 100 \text{ cm}^{-1}$, over a 0-10,000 cm^{-1} range of wavenumber are used.

Figure (5) shows the comparison of the predicted radiative source at the middle cross section for different spectral intervals Δ_i and compares the results with the result obtained by standard method for solving the CW model for $\Delta_i = 100 \text{ cm}^{-1}$. For the fast approach only 20 transformed spectral RTEs in every iteration are solved; and for the standard method it is necessary to solve 20 x 100 transformed spectral RTEs. It can be observed that, as the spectral interval Δ_i decreases, the solution converges smoothly and the solution for $\Delta_i = 100 \text{ cm}^{-1}$ is still far from converged solution. Also, it is found that the numerical results for the fast approach and for the standard method are closed. Notice that, if one uses the standard method of solution for CW method for $\Delta_i = 10 \text{ cm}^{-1}$ and 20 gray gases one will need to solve 20,000 transformed spectral RTEs instead of 20 for fast approach in every iteration. Using the fast approach for solving the CW model, the computation time in this case is reduced approximately 1000 times.

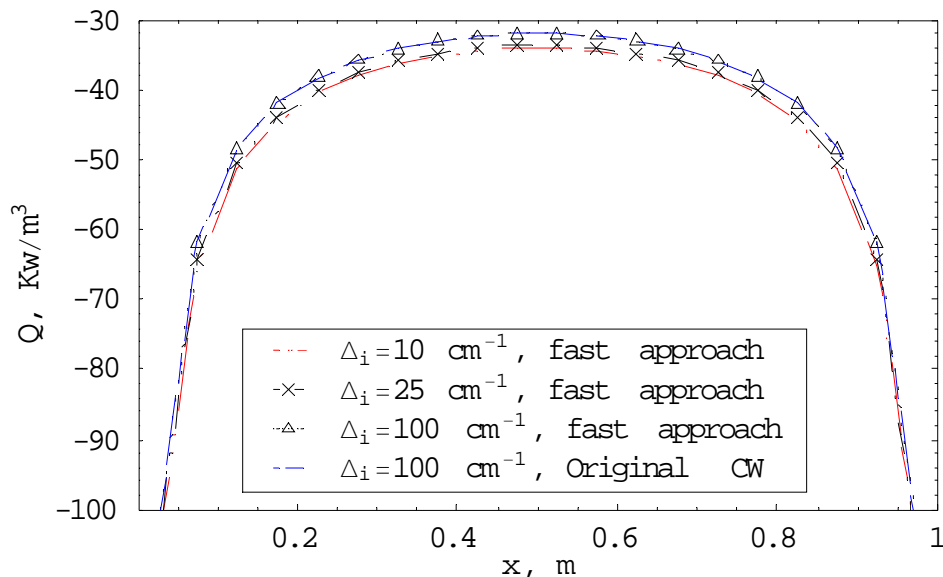


Figure 5. Radiative source term surface in two-dimensional cavity with an isothermal gas mixture at 1000 K, cold black walls. Comparison for different Δ_i with the original CW method of solution.

5. Conclusions

A fast numerical approach to solve the transformed spectral RTE generated by application of the local spectrum model and the cumulative wavenumber distribution function is applied to a mixture of real gases, first in one-dimensional geometry to validate the numerical procedure; the results agree very well with LBL solutions. Then it is applied to the two-dimensional cavity space with black boundaries in the isothermal case. Use of the fast approach for the CW model presented in this work permits reducing 100, 400 or 1000 times the computational time when used respectively in $\Delta_i = 10 \text{ cm}^{-1}$, $\Delta_i = 25 \text{ cm}^{-1}$, $\Delta_i = 100 \text{ cm}^{-1}$ over a 0-10,000 cm^{-1} range of wavenumber in comparison with the standard method of solution for the CW model for the same spectral interval Δ_i . In the fast approach, the selection of small spectral intervals Δ_i permit more accurate results and do not affect computational time. A study to extend this approach for non uniform media is in work.

6. Acknowledgements

The author wishes to thank FAPESP for financial support of the young researcher in process 03/12456-7.

7. REFERENCES

- Denison M. K. and Webb B.W., 1993, "A spectral-line based weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary RTE solvers", ASME J. Heat Transfer, vol. 115, pp. 1004-1012.
- Hitran-Hitemp, 2005, www.hitran.com.
- Hottel H.C. and Sarofim A.F., 1967, "Radiative transfer". Ed. McGraw-Hill, New York.
- Ismail K.A.R. and Salinas C., 2005, "Application of a local-spectrum correlated model to modeling radiative transfer in a mixture of real gas media in bidimensional enclosures", Numerical Heat Transfer – Part A, vol. 47, pp. 183-207.
- Modest M.F., 1991, "The weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary solution methods in radiative transfer". ASME J. Heat Transfer, vol. 113, pp. 650-656.
- Modest M.F. and Zhang H., 2000, "The full-spectrum correlated- k distribution and its relationship to the weighted-sum-of-gray-gases method". In Proceedings of the 2000 IMECE, vol. HTD-366-1, pp. 75-84 ASME, Orlando, FL.
- Modest M.F. and Zhang H., 2002, "The full-spectrum correlated- k distribution for thermal radiation from molecular gas-particulate mixtures", ASME J. Heat Transfer, vol. 124, pp. 30-38.
- Modest M.F. and Riazzi R., 2005, "Assembly of full-spectrum k -distribution from a narrow-band database; effects of mixing gases, gases and non gray absorbing particles, and mixtures with non gray scattering in non gray enclosures", Journal of Quant. Spect. Radiative Transfer, vol. 90, pp. 169-189.
- Pierrot L., Riviere P., Soufiani A. and Taine J., 1999, "A fictitious-gas-based absorption distribution function global models for radiative transfer in H₂O, CO₂ and H₂O-CO₂ mixtures at high temperatures", Journal of Quant. Spect. Radiative Transfer, vol. 62, pp. 609-624.
- Riviere P., Soufiani A., Perrin M.Y., Raid H. and Gleizes A., 1996, "Air mixture radiative property modeling in the temperature range 10000-4000 K", Journal of Quant. Spect. Radiative Transfer, vol. 56, pp. 29-45.
- Siegel R. and Howell J.R., 1992, "Thermal Radiation Heat Transfer", 3^a ed.. Taylor & Francis, Washington.
- Solovjov V.P. and Webb B.W., 2000, "SLW modeling of radiative transfer in multi-component gas mixtures", Journal of Quant. Spect. Radiative Transfer, vol. 65, pp. 655-672.
- Solovjov V.P. and Webb B.W., 2002, "A local-spectrum correlated model for radiative transfer in non-uniform gas media", Journal of Quant. Spect. Radiative Transfer, vol. 73, pp. 361-373.
- Solovjov V.P. and Webb B.W., 2005, "The cumulative wavenumber method for modeling radiative transfer in gas mixtures with soot", Journal of Quant. Spect. Radiative Transfer, vol. 93, pp. 273-387.
- Taine J. and Soufiani A., 1999, "Gas IR radiative properties: from spectroscopic data to approximate models", in Hartnett J.P., Irvine Jr. T.F., Cho Y.I. and Greene G.N. (eds.), Advances in Heat Transfer, vol. 33, pp. 295-414. Academic Press, San Diego, CA.
- Zhang H. and Modest M. F., 2002, "A multi-level full-spectrum correlated- k distribution for radiative heat transfer in inhomogeneous gas mixtures", Journal of Quant. Spect. Radiative Transfer, vol. 73, pp. 349-360.

ANÁLISE DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO RESFRIAMENTO/CONGELAMENTO DO MORANGO

Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP: 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
viviana.mariani@pucpr.br

Adriano da Silva

Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais - PPGCA
Universidade Comunitária Regional de Chapecó – UNOCHAPECÓ
Rua Senador Atilio Fontana, 591 E, CEP: 89809-000, Chapecó, SC, Brasil
adriano@unochapeco.edu.br

Resumo. Este trabalho analisa o campo transiente de temperatura presente no processo de resfriamento rápido e congelamento do morango por convecção. As propriedades termofísicas do morango, em um primeiro momento são mantidas constantes, para o processo de resfriamento e são variáveis com a temperatura, para o processo de congelamento. A equação que governa o fenômeno de transferência de calor transiente durante o processo de resfriamento do morango baseia-se na lei de Fourier em coordenadas esféricas unidimensional. Tal equação juntamente com as condições iniciais e de contorno é resolvida através do método de diferenças finitas. A modelagem matemática e numérica do processo de congelamento foi feita através de um modelo entálpico. A influência da modificação do coeficiente de transferência de calor é avaliada através dos perfis de temperatura no centro e na superfície do morango. A transferência de calor na superfície do morango é significativamente afetada pela modificação do coeficiente de transferência de calor, principalmente para o processo de congelamento. Os resultados mostram que a equação modificada de transferência de calor em regime transiente utilizadas neste trabalho permitem prever com razoável precisão a evolução da temperatura no interior de um alimento submetido ao processo de resfriamento ou congelamento.

Palavras chave: resfriamento, congelamento, coeficiente de transferência de calor, diferenças finitas, morango.

1. Introdução

A modelagem e simulação do resfriamento ou congelamento de um alimento é de extrema importância para o projeto, adaptação e otimização de congeladores industriais. Alguns métodos simples de modelagem, para geometrias regulares e para condições de contorno fixas e uniformes são encontrados na bibliografia. No entanto, o centro térmico dos produtos alimentícios é muito sensível à variação dos coeficientes de transferência de calor. Isto faz que o tempo de resfriamento ou congelamento dos alimentos submetidos a campos não uniformes de coeficientes de troca térmica possa sofrer acréscimos significativos.

Logo, como o tempo de resfriamento ou congelamento tem um impacto preponderante no dimensionamento de um sistema de resfriamento/congelamento, a simulação levando em conta a geometria do produto e a variabilidade dos coeficientes de transferência de calor poderá fornecer informações valiosas para o desenho e adaptação destes sistemas. Ademais, tempos estendidos de resfriamento/congelamento podem comprometer a segurança do alimento (elevados tempos de exposição a temperaturas propícias para o crescimento de microrganismos) e a qualidade do produto (crescimento de cristais de gelo de tamanho maior e/ou desidratação do produto).

Os campos variáveis de coeficientes de transferência de calor (variação do coeficiente local de transferência de calor) são encontrados principalmente em produtos processados na forma de produtos de grandes dimensões, o que não será considerado ainda neste trabalho. Assim, no presente trabalho primeiramente será desenvolvido um método de modelagem e simulação numérica do congelamento/resfriamento de um produto alimentício de pequenas dimensões e geometria regular, submetido a campo uniforme de coeficiente de troca térmica a fim de validar tal metodologia.

O morango foi escolhido porque no Brasil a produção do morango é voltada basicamente ao mercado interno, tanto para o consumo in natura como para a industrialização, cujos principais produtores são os estados de São Paulo, Minas Gerais e Rio Grande do Sul. Apesar da produção e do consumo serem relativamente escassos Binotti (2000) observou que as perdas pós-colheita são grandes, indicando que o período entre a colheita e o início do resfriamento rápido do morango deve ser o mais breve possível, evitando a perda de qualidade e desperdícios. Devido a grande fragilidade do morango após a colheita e durante o período de comercialização e pela característica da planta apresentar um período de produção restrito, de junho a outubro, juntamente com a necessidade da preservação de suas qualidades nutritivas, torna-se necessário o desenvolvimento de tecnologias para a produção e conservação de produtos de boa qualidade

tanto no aspecto sensorial como nutritivo e econômico dentre os quais o resfriamento rápido é uma alternativa viável e vantajosa, tanto para a extensão da vida útil quanto para a manutenção da qualidade do produto *in natura*.

O resfriamento e o congelamento reduzem a taxa de respiração dos morangos, retardando a ação dos agentes deteriorantes e o amadurecimento após a colheita. Para melhorar ou propor novas tecnologias de resfriamento e congelamento é necessário o conhecimento dos processos físicos envolvidos o que pode ser feito experimentalmente ou com o auxílio de ferramentas matemáticas. O presente trabalho, visando estudar o processo de transferência de calor, baseado na lei de Fourier, utiliza a segunda abordagem alterando algumas propriedades térmicas do morango.

A validação do modelo matemático (unidimensional, em coordenadas esféricas) se dá através da comparação com resultados experimentais de resfriamento do morango (Binotti, 2000) extraídos do trabalho de (Pirozzi, 2002). Em um primeiro momento o coeficiente de transferência de calor por convecção, h , foi otimizado e as demais propriedades termofísicas do morango foram mantidas constantes. Em um segundo momento o processo de congelamento do morango é modelado com as propriedades termofísicas variáveis com a temperatura. Os resultados numéricos obtidos para o resfriamento do morango acompanham a solução experimental. A simulação computacional é menos dispendiosa que o experimento, mostrando-se uma promissora ferramenta para o desenvolvimento de equipamentos na área de resfriamento.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma. Na próxima seção é descrito o modelo matemático e físico para resolver a transferência de calor durante o resfriamento/congelamento do morango. Na seção 3 apresenta-se a discretização numérica via método das diferenças finitas da equação de Fourier e do modelo entálpico. Na quarta seção os principais resultados numéricos obtidos na realização deste trabalho são expostos, mostrando uma boa concordância com os resultados experimentais. A última seção é destinada as principais conclusões e trabalhos futuros.

2. Modelo Matemático e Físico

Através da lei de Fourier, a equação diferencial parcial é obtida fazendo um balanço de calor sobre uma região (volume elementar) do morango, a forma desta região depende do sistema de coordenadas adotado. Assim, o problema de condução de calor não linear, em coordenadas esféricas, sem geração interna de calor, considerando a condutividade térmica, o calor específico e a densidade do morango, constantes, pode ser descrito em um domínio espacial Ω pela Eq. (1),

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] \quad (1)$$

tal equação será usada para modelar o resfriamento do morango, onde $\alpha (= k/\rho c_p, \text{ m}^2/\text{s})$ é a difusividade térmica do morango, ρ (kg/m^3) é a densidade do morango, c_p ($\text{J}/\text{kg}^\circ\text{C}$) é o calor específico aparente do morango, k ($\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$) é a condutividade térmica do morango, T ($^\circ\text{C}$) é a temperatura no interior do morango e t (s) é o tempo.

No presente trabalho é considerada uma geometria unidimensional no sistema esférico de coordenadas, conforme ilustrado na Fig. 1, onde a condição inicial associada a Eq. (1) é:

$$T(r, t) = T_0 \quad \text{em } t = t_0, r \in [0, R] \quad (2)$$

onde T_0 ($^\circ\text{C}$) é a temperatura conhecida no tempo inicial obtida geralmente através de dados experimentais, t_0 (s) é o tempo inicial e R (m) é o raio do morango.

Considerou-se neste trabalho uma temperatura inicial constante em todos os pontos nodais do domínio e utilizando o valor 17°C conforme extraído do trabalho de Binotti (2000), contudo naquele trabalho a temperatura inicial dos morangos foi medida apenas no centro (em $r = 0$) e estas ficaram no intervalo [$13,82^\circ\text{C}$; $17,20^\circ\text{C}$].

Na superfície do morango ($r = R$) a condição de contorno convectiva é considerada, onde apenas o coeficiente de transferência de calor é considerado porque segundo Pirozzi e Amendola (2002) o coeficiente de transferência de massa é muito pequeno não interferindo na simulação,

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = h(T_R - T_\infty) \quad \text{em } r = R; t \geq 0 \quad (3)$$

onde $T_\infty = 0$ ($^\circ\text{C}$) é a temperatura ambiente na câmara de resfriamento, T_R ($^\circ\text{C}$) é a temperatura na superfície do morango e h ($\text{W}/\text{m}^2\text{C}$) é o coeficiente de transferência de calor na superfície do morango.

Considerou-se no centro do morango a condição de simetria ou fluxo de calor nulo,

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = 0, t \geq 0 \quad (4)$$

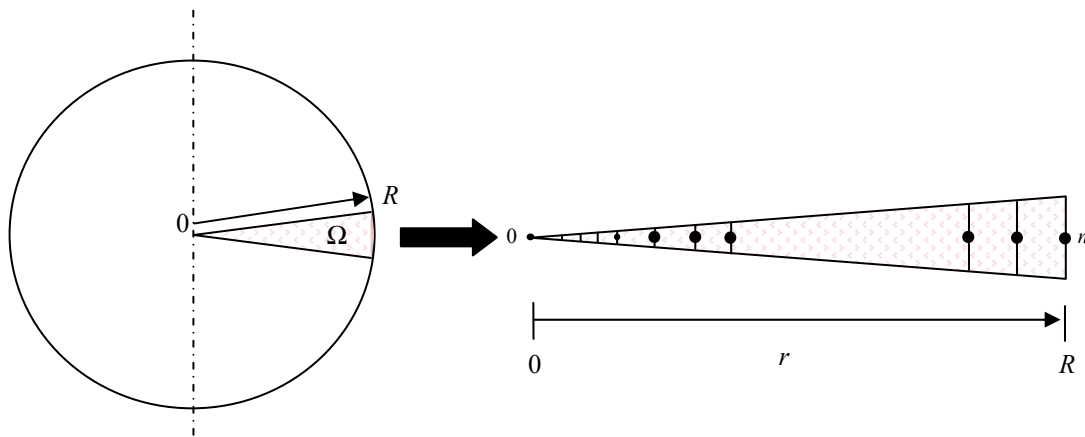


Figura 1 - Domínio computacional.

3. Discretização Numérica

O método das diferenças finitas explícito foi utilizado para resolver numericamente a equação (1) que governa o fenômeno de transferência de calor no morango. Esquemas implícito e de Crank-Nicolson não foram utilizados na solução numérica, tal análise poderá ser feita em outro trabalho. Acredita-se porém que a precisão da solução numérica não foi prejudicada pela adoção do método explícito apenas o tempo computacional poderia ter sido menos dispendioso, contudo em tais simulações numéricas o tempo computacional não é grande.

Fez-se uso do balanço de energia nos nós da malha uniforme elementar finita. Uma região representativa da geometria do morango, aproximada por uma esfera de raio R (m) utilizada neste trabalho é apresentada na Fig. 1, onde o espaço entre a superfície do morango ($r = R, i = n$) e o centro ($r = 0, i = 0$) está igualmente dividido, onde o índice i indica a localização dos pontos nodais na direção radial e n é o último ponto nodal na direção radial.

O balanço de energia, na Eq. (1), para um elemento i localizado no interior da malha numérica entre os níveis de tempo j a $j+1$ pode ser escrito conforme apresentado em Smith (1985),

$$T_i^{j+1} = FT_{i-1}^{j+1} + \left[1 - 2F - 2\frac{F\Delta r}{r}\right]T_i^j + \left[F + 2\frac{F\Delta r}{r}\right]T_{i+1}^j, \quad (5)$$

onde $F = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta r^2}$ é o número de Fourier.

Para obter a temperatura no elemento nodal “0” utiliza-se a condição de simetria expressa na Eq. (4) surgindo,

$$T_0^{j+1} = T_1^{j+1}, \quad (6)$$

Um procedimento semelhante aos pontos nodais internos é executado para o elemento nodal 1. Assim, a Eq. (6) é substituída na Eq. (5) surgindo,

$$T_i^{j+1} = \left[1 - F - 2\frac{F\Delta r}{r}\right]T_i^j + \left[F + 2\frac{F\Delta r}{r}\right]T_{i+1}^j; i = 1. \quad (7)$$

A temperatura no ponto nodal n ($r = R$) é obtida a partir da condição de contorno da Eq. (3), tal como segue,

$$T_i^{j+1} = \frac{\left[T_{i-1}^{j+1} + \frac{h\Delta r}{k}T_\infty\right]}{\left[1 + \frac{h\Delta r}{k}\right]}. \quad (8)$$

Para obter a temperatura no ponto nodal $n-1$ substitui-se a Eq. (8) na Eq. (5) resultando em,

$$T_i^{j+1} = FT_{i-1}^{j+1} + \left[1 - 2F - 2\frac{F\Delta r}{r}\right]T_i^j + \left[F + 2\frac{F\Delta r}{r}\right] \frac{\left[T_{i-1}^{j+1} + \frac{h\Delta r}{k}T_\infty\right]}{\left[1 + \frac{h\Delta r}{k}\right]} \quad (9)$$

Após a discretização da Eq. (1), para o resfriamento do morango, é necessário escolher os valores apropriados aos parâmetros geométricos (Δr , n) e temporal (Δt , nt), onde nt é o último passo no tempo, bem como as propriedades térmicas do morango (k , α) e o coeficiente de transferência de calor h . Assim, na próxima seção tais parâmetros são especificados juntamente com os resultados numéricos obtidos.

No congelamento do morango existe uma contínua modificação das propriedades termofísicas do produto em função da temperatura. Em função destas modificações no presente trabalho será utilizado um modelo entálpico (Scheerlinck *et al.*, 2001; Agnelli e Mascheroni, 2001).

Executando uma mudança de variável na Eq. (1) a densidade e o calor específico dependentes da temperatura podem ser removidos através da introdução da entalpia específica volumétrica, H (J/m^3),

$$H(T(r,t)) = \int_{T^*}^T \rho(T(r,t))c_p(T(r,t))dT. \text{ Assim, para o congelamento do morango obtém-se após a discretização da}$$

Eq. (1) com o modelo entálpico as seguintes equações para os nós no centro, meio e superfície do morango, respectivamente (Mannapperuma e Singh, 1988),

$$H_0^{j+1} = H_0^j + \frac{6\Delta t}{\Delta r^2}k_{1/2}(T_1^j - T_0^j) \quad (10)$$

$$H_i^{j+1} = H_i^j + \frac{\Delta t}{(i^2 + 1/12)\Delta r^2} \left[(i + 1/2)^2 k_{i+1/2} (T_{i+1}^j - T_i^j) - (i - 1/2)^2 k_{i-1/2} (T_i^j - T_{i-1}^j) \right] \quad (11)$$

$$H_n^{j+1} = H_n^j + \frac{2\Delta t}{(n^2 - n/2 + 1/12)\Delta r^2} \left[n^2 h \Delta r (T_\infty - T_n^j) - (n - 1/2)^2 k_{i-1/2} (T_1^j - T_0^j) \right] \quad (12)$$

4. Resultados Numéricos

Os dados experimentais para o resfriamento do morango utilizados neste trabalho foram extraídos do trabalho de Pirozzi (2002) que apresentam os dados do experimento realizado por Binotti (2000), onde morangos são resfriados rapidamente com ar forçado. Binotti (2002) mediu a temperatura inicial no centro de 12 morangos, nos quais a temperatura variou entre [13,8; 17,2] °C enquanto a temperatura do ar de resfriamento, T_∞ , assumiu o valor de 0 °C; as temperaturas no centro dos 12 morangos, T_{exp} , foram medidas ao longo do resfriamento e são utilizadas no presente trabalho.

Neste trabalho considerou-se que o diâmetro da esfera (morango) equivale ao maior diâmetro do morango, que é o seu diâmetro longitudinal. Assim, utilizou-se o valor médio do maior diâmetro entre 60 morangos medidos experimentalmente por Binotti (2000), para dois testes efetuados. Logo foi utilizado para o raio $R = 0,024526$ (m). Os valores utilizados para a condutividade térmica e a difusividade térmica do morango são, respectivamente, 0,54 ($W/m^{\circ}C$) e $1,72 \cdot 10^{-7}$ (m^2/s) (Miles *et al.*, 1983). A temperatura inicial utilizada em todos os pontos nodais do morango é apresentada na Tab. 1 para 6 casos investigados em Binotti (2000) onde iniciou-se o processo de convecção forçada duas horas após a colheita da fruta.

Tabela 1. Temperatura inicial dos morangos.

Casos	Temperatura inicial (°C)
1	16,21
2	14,74
3	16,13
4	14,87
5	15,76
6	15,06

O coeficiente de transferência de calor, h , a priori foi obtido através do número de Nusselt, Nu , conforme segue,

$$h = \frac{k_a Nu}{d}, \quad (13)$$

onde $k_a (= 0,0241 \text{ W/m}^\circ\text{C})$ é a condutividade térmica do ar de resfriamento (Incropera e DeWitt, 1998), $d (= 2R \text{ m})$ é o diâmetro do morango e o número de Nusselt é calculado a seguir,

$$Nu = 0,97 + 0,68(Re^{0,52})(Pr^{0,3}), \quad (14)$$

onde $Pr (= 0,72)$ é o número de Prandtl (Incropera e DeWitt, 1998) e Re é o número de Reynolds calculado conforme segue,

$$Re = \frac{\rho_a U d}{\mu}, \quad (15)$$

onde $\rho_a (= 1,251 \text{ kg/m}^3)$ é a densidade do ar de resfriamento, $U (= 0,8 \text{ m/s})$ é a velocidade do ar de resfriamento (Binotti, 2000), $\mu (= 176.10^{-7} \text{ Ns/m}^2)$ é a viscosidade dinâmica do ar de resfriamento.

A partir das curvas experimentais de dispersão utilizou-se curvas de ajuste para a avaliação da influência do refino da malha nos resultados numéricos. Para determinar um ajuste adequado aos dados experimentais, foram utilizados o ajuste polinomial e exponencial e estes foram comparados com a curva experimental do primeiro caso. A curva que será utilizada para ajustar os dados experimentais foi selecionada tanto pela representatividade do fenômeno físico em questão quanto pelo valor do coeficiente de correlação múltipla (ou coeficiente de Pearson),

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (T(i) - T_{aj}(i))^2}{\sum (T(i) - \bar{T})^2} \quad (16)$$

onde k é o total de medidas para cada um dos casos analisados, $T_{aj}(i)$ é a temperatura obtida pela curva de ajuste e \bar{T} é a média das temperaturas experimentais ou numéricas, conforme apresentado a seguir.

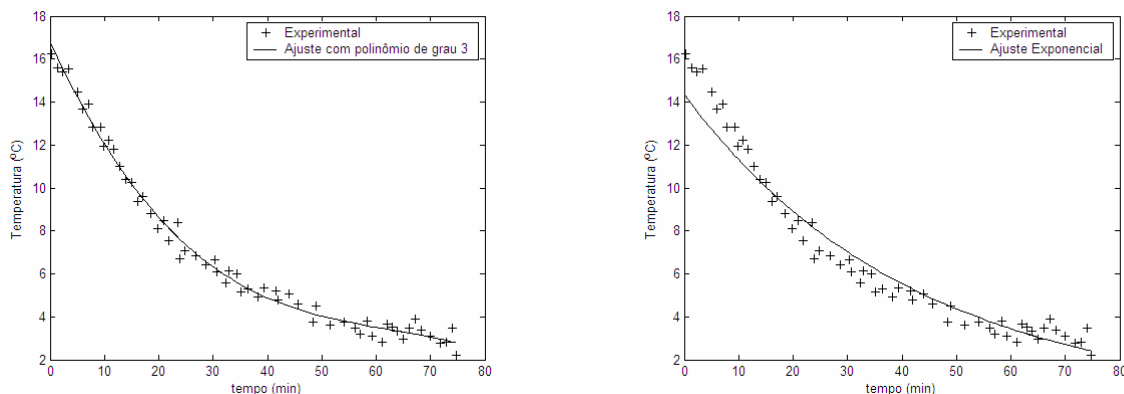


Figura 2 - Ajustes polinomial e exponencial para o caso 1.

Observando a Fig. 2 não é possível identificar diferenças significativas entre as curvas ajustadas, contudo os valores obtidos para o coeficiente de correlação múltipla são 0,991 e 0,9526, respectivamente. Analisando o coeficiente de correlação múltipla percebe-se que o ajuste com o polinômio de 3º grau fornece um valor mais próximo de 1 que o ajuste exponencial, porém este último ajuste será utilizado para cada um dos 6 casos investigados pela representatividade do fenômeno físico, já que a função é decrescente.

Na Fig. 3 apresenta-se o ajuste exponencial para cada um dos 6 casos investigados. Na Tab. 2 são apresentados os coeficientes obtidos para cada uma das funções exponenciais indicadas na Fig. 3 e o coeficiente de correlação múltipla. Nota-se que tais valores estão próximos de 1 exceto o segundo caso que obteve um resultado pouco inferior.

A estabilidade numérica da Eq. (1) é conseguida considerando o coeficiente do termo que acompanha T_i^j positivo. Como este coeficiente é dependente de α (fixo), Δt e Δr é necessário escolher Δt e Δr de tal forma que esta condição seja satisfeita, isto é,

$$\Delta t < \frac{(i-1)\Delta r^2}{2i\alpha}; i = 1, \dots, n \quad (17)$$

obtendo um valor de Δt para cada ponto da malha e escolhendo o menor valor que satisfaça a Eq. (17) para todos os pontos nodais da malha. A escolha da malha numérica mais adequada foi feita através do cálculo do coeficiente de correlação múltipla entre a simulação numérica e a temperatura obtida pelo ajuste exponencial para o Caso 1.

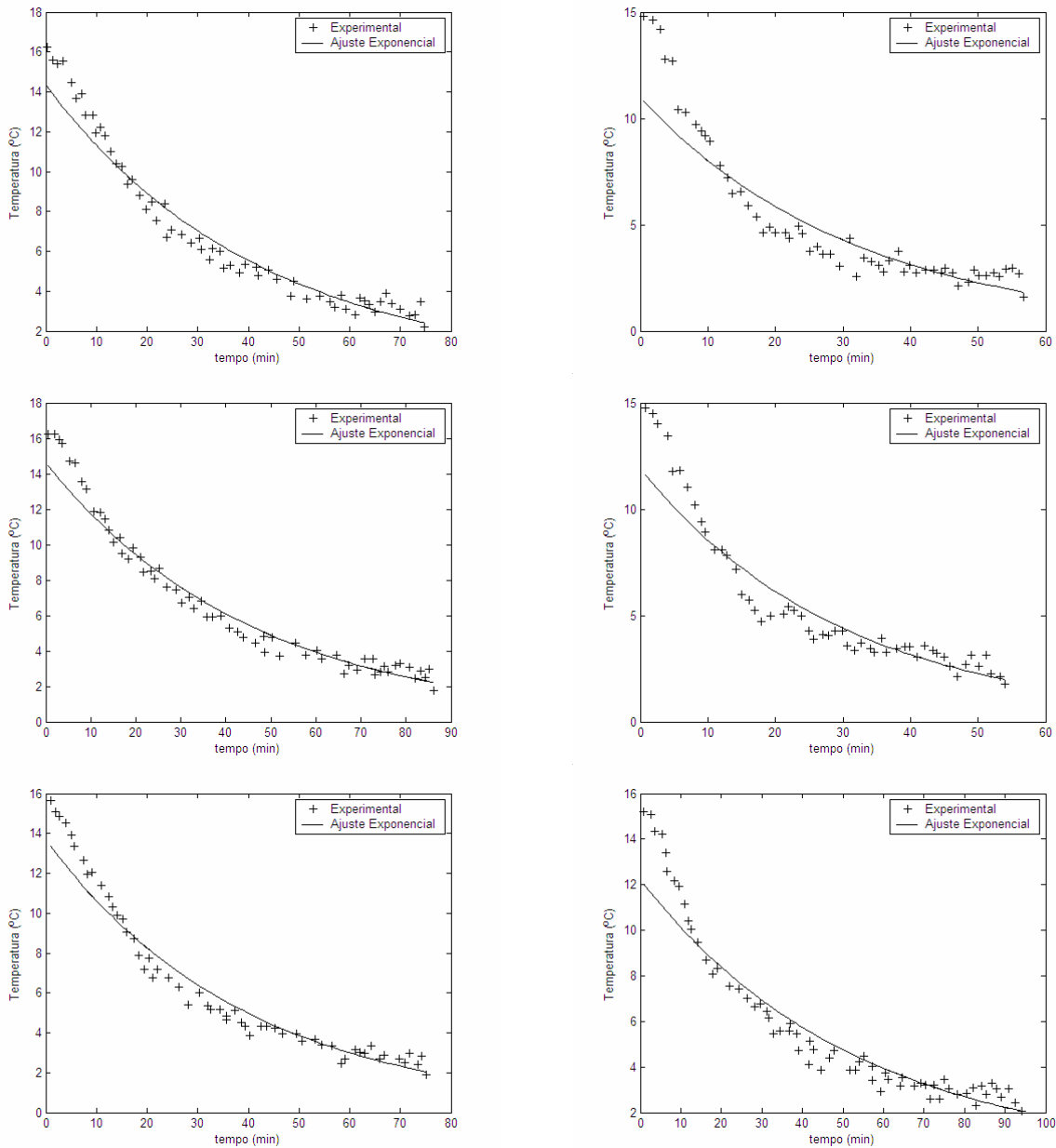


Figura 3. Ajuste exponencial para os 6 casos analisados.

Na Tab. 3 são apresentados os resultados obtidos para o refino da malha utilizando o Caso 1 para $h = 21 \text{ W/m}^2\text{°C}$. A simulação numérica foi executada em um computador Intel Celeron, 1.20 GHz com 248 MB de RAM e o tempo (s) representa o tempo de processamento numérico obtido através do uso das funções *clock* e *etime* do Matlab. Observa-se nesta tabela que o refino da malha não garante o melhor coeficiente de correlação múltipla, valor 1. Para o Caso 1 a malha formada por 32 pontos nodais é a que produz o melhor R^2 entre as temperaturas experimentais ajustadas pela função exponencial e as temperaturas numéricas, logo esta será a malha adotada para os demais casos investigados. Todas as malhas utilizadas para avaliar o Caso 1 tiveram um tempo de processamento considerado pequeno (tempo em segundos) se comparado com o tempo utilizado no experimento que durou aproximadamente 80 minutos para obter 7/8 do resfriamento do morango.

Na Fig. 4 estão ilustrados os perfis de temperatura experimental, ajustado e numérico para o Caso 1 com 4 diferentes malhas numéricas, onde nota-se que a malha formada por 32 pontos nodais é a mais adequada.

Tabela 2. Coeficientes do ajuste exponencial, $T_{aj} = ae^{bt}$

Casos	a	b	R^2
Caso 1	14,346	-0,0238	0,9526
Caso 2	10,987	-0,0315	0,8714
Caso 3	14,613	-0,0219	0,9590
Caso 4	11,904	-0,0332	0,9147
Caso 5	13,684	-0,0253	0,9562
Caso 6	12,226	-0,0189	0,9214

Tabela 3. Análise do refino da malha (Δr) e do tempo (Δt) para o Caso 1 com $h = 21 \text{ (W/m}^2\text{C)}$.

n	$\Delta r(m)$	$\Delta t(s)$	nt	tempo (s)	R^2
8	0,00350	31	155	0,001	0,255
16	0,00163	6	800	0,01	0,584
32	0,00079	1	4800	0,08	0,895
64	0,00039	0,4	12000	0,21	0,653
128	0,00019	0,108	44624	1,782	0,668

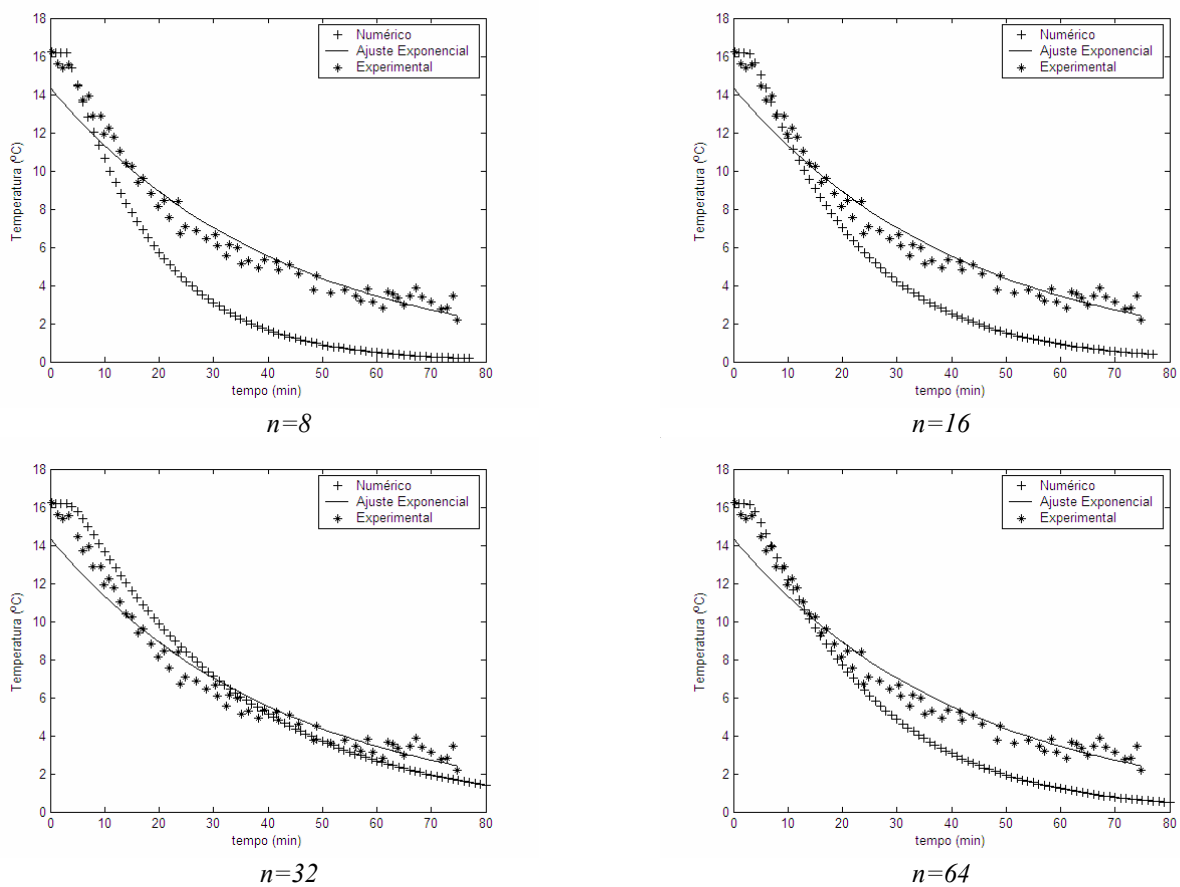


Figura 4. Comparação do refino da malha para o Caso 1.

Na Tab. 4 são indicados os valores obtidos para o coeficiente de correlação múltipla calculado pela Eq. (17) e os respectivos valores de h . Na Fig. 5 ilustra-se a solução gráfica obtida para cada valor de h , respectivamente, notando que o resultado numérico mais ajustado aos valores experimentais é obtido usando $h = 21 \text{ (W/m}^2\text{C)}$ proposto por Binotti (2000).

Tabela 4. Avaliação do coeficiente de transferência de calor para o Caso 1, h , e R^2

$h \text{ (W/m}^2\text{C)}$	R^2
16,5039 fornecendo $Re = 2789$; $Nu = 39$	0,852
19,8238 (Binotti, 2000)	0,899
21 (Pirozzi, 2002)	0,895
22	0,885

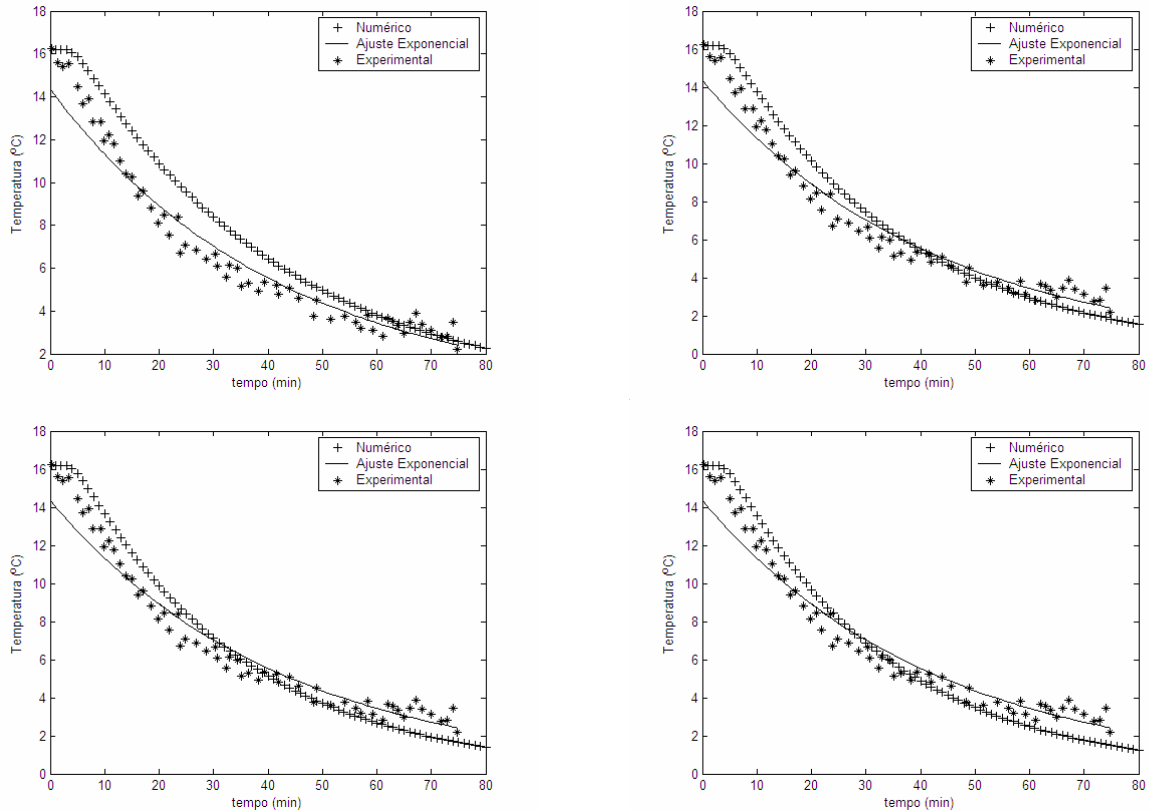


Figura 5. Perfil de temperatura para o Caso 1 para diferentes valores de h .

Na Tab. 5 são apresentados os valores de h ($W/m^2\text{°C}$) obtidos para os demais casos investigados no presente trabalho, tais valores representam o R^2 mais próximo de 1 obtido entre as temperaturas experimentais e numéricas. Nota-se nesta tabela que o coeficiente de transferência de calor tem uma variação acentuada de um morango para o outro e tal parâmetro é dependente, por exemplo, da temperatura inicial da amostra, da área superficial etc.

Tabela 5. Valores do coeficiente de transferência de calor para os casos 2 a 6.

Casos	2	3	4	5	6
h ($W/m^2\text{°C}$)	40	18	39	23	18

Após a investigação do resfriamento do morango decidiu-se investigar o processo de congelamento, porém as propriedades termofísicas não são constantes durante o congelamento. Assim optou-se pelo uso de equações de predição das propriedades termofísicas baseadas exclusivamente na composição do morango e tais equações foram testadas no âmbito deste trabalho (Choi e Okos, 1986; Murakami e Okos, 1989). Estas propriedades foram desenvolvidas na forma de funções tendo por variável dependente a temperatura.

Assim, a Fig. 6(a) ilustra o comportamento da condutividade térmica do morango (91% de água) com a variação da temperatura durante o congelamento, notando que há uma queda abrupta da condutividade térmica em um intervalo bem definido de temperaturas. Já a Fig. 6(b) ilustra o comportamento da temperatura com a variação da entalpia. A Fig. 7(a) ilustra o comportamento da entalpia volumétrica (H) em função da temperatura onde nota-se que a entalpia é representada por uma curva contínua, o mesmo não ocorrendo para o calor específico que apresenta uma descontinuidade próxima da temperatura crítica de congelamento conforme Fig. 7(b). Assim, neste trabalho optou-se pelo uso da entalpia que substitui a descontinuidade presente na curva do calor específico.

A Fig. 8 ilustra os perfis de temperatura no centro e superfície do morango durante o processo de congelamento para diferentes coeficientes de transferência de calor, onde nota-se que quanto maior o coeficiente de transferência de calor mais rápido será o congelamento do produto. Na Fig. 9 ilustra-se o comportamento da temperatura em 10 pontos distintos durante o processo de resfriamento e congelamento do morango, respectivamente, onde percebe-se que o resfriamento é um processo mais lento que o congelamento e tem um comportamento quase linear.

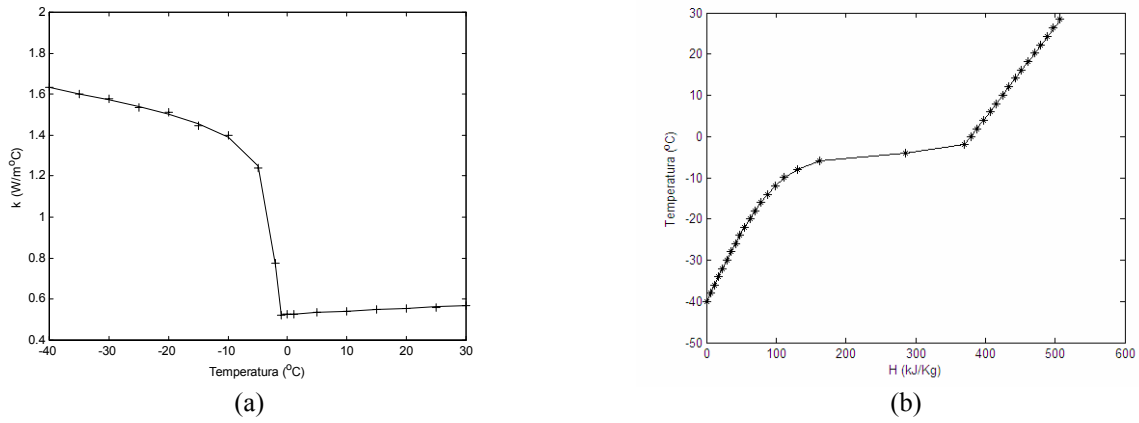


Figura 6 – Perfis da (a) condutividade térmica e (b) temperatura do morango.

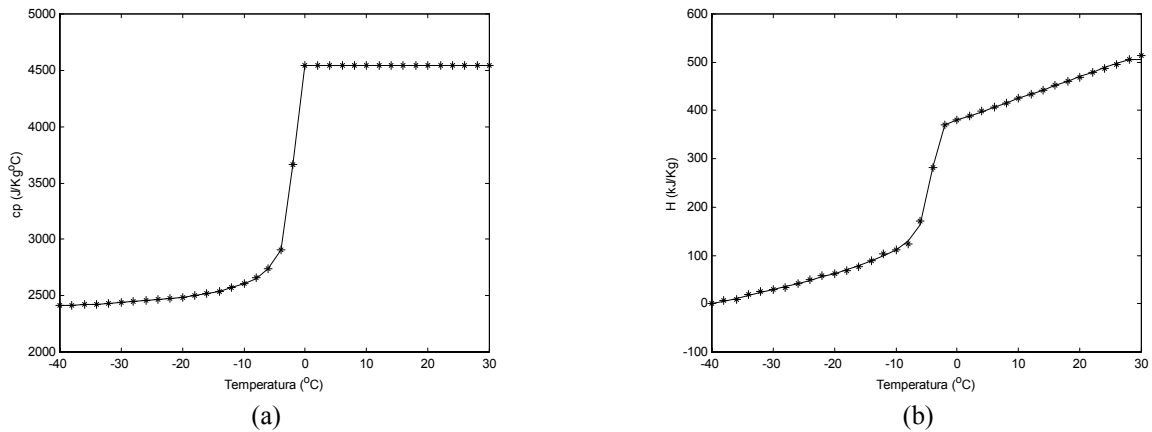


Figura 7 – Perfis do (a) calor específico e (b) entalpia para o morango.

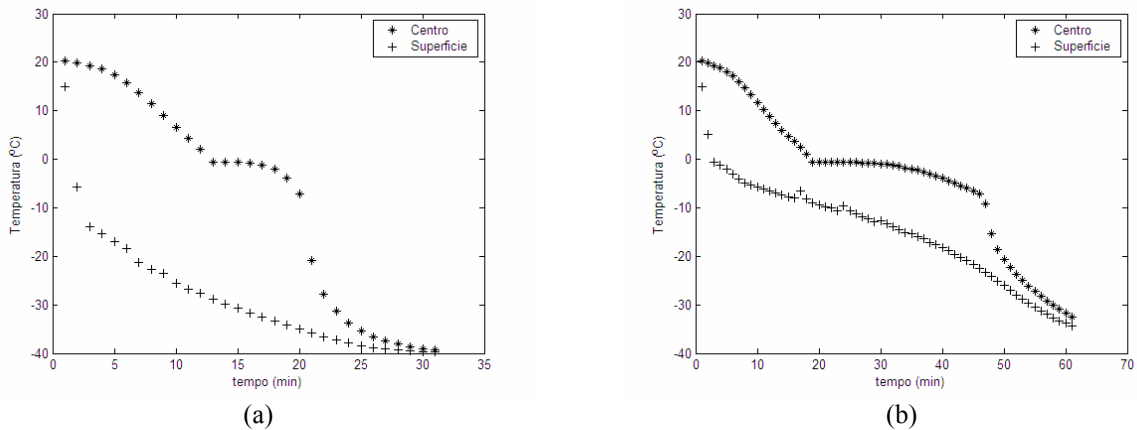


Figura 8 - Temperatura para (a) $h = 190 \text{ W/m}^2\text{°C}$ e $T_\infty = -40^\circ\text{C}$ e (b) $h = 40 \text{ W/m}^2\text{°C}$ e $T_\infty = -40^\circ\text{C}$.

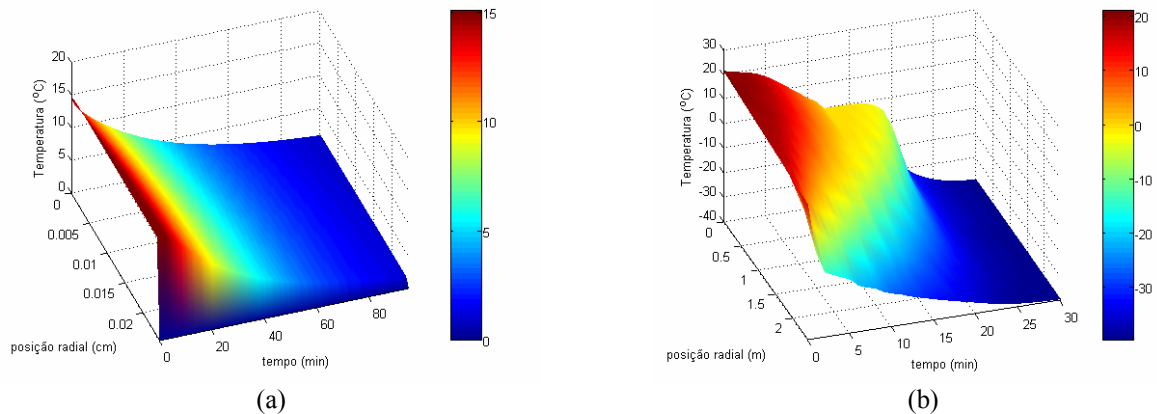


Figura 9 - Temperatura durante o (a) resfriamento e (b) congelamento na direção radial do morango.

5. Conclusões

A metodologia numérica utilizada neste trabalho mostrou-se promissora predizendo com razoável precisão a evolução da temperatura em regime transiente com mudança de fase em um alimento submetido ao processo de resfriamento ou congelamento. Tal metodologia poderá ser usada no projeto de equipamentos cada vez mais otimizados para resfriar ou congelar alimentos. O uso de equações de predição das propriedades termofísicas baseadas exclusivamente na composição de um alimento foi testado no âmbito deste trabalho e estas propriedades foram desenvolvidas na forma de funções tendo por variável dependente a temperatura, contudo não foi possível obter experimentalmente tais valores, o que será feito logo a seguir, em um futuro trabalho. Através dos valores experimentais do resfriamento do morango percebeu-se que o coeficiente de transferência de calor é bastante variável. A alteração deste coeficiente altera o tempo de congelamento do morango.

6. Referências

- Agnelli, M. E. e Mascheroni, R. H., 2001, Cryomechanical freezing. A model for the heat transfer process, *Journal of Food Engineering*, Vol. 47, p. 263-270.
- Binotti, C. S., 2000, Avaliação Quantitativa do Método de Resfriamento Rápido com Ar Forçado para Morangos (*Fragaria x ananassa Duch.*), in *Natura*, Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas.
- Choi Y., Okos, M.R., 1986, Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods. In: Le Maguer, M., Jelen, P. (Eds). *Food Engineering and Process Applications*, Elsevier Applied Science Publishers, London, p. 93-101.
- Incropera, F. P.; Dewitt, D. P., 1998, *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa*. 4ª Edição, Editora LTC, Rio de Janeiro, Brasil.
- Mannapperuma, J. D., Singh, R. P., 1988, Prediction of freezing and thawing times of foods using a numerical method based on enthalpy formulation, *Journal of Food Science*, Vol. 53, nº 2, p. 626-630.
- Miles, C. A., Beek, G. V., Veerkamp, C. H., Calculation of thermophysical properties, 1983. In: JANCZÓK, P.I.; SCHEERLINCK, N.; VERBOVEN, P.; NICOLAI, B.M.; DEBAERDEMAEKER, J. Shape modeling for stochastic FE computation of cooling processes of agricultural products. <<http://ageng2002.szie.hu/programme>> Acesso em: ago. 2002.
- Murakami, E. G., Okos M. R., 1989, Measurement and prediction of thermal properties of foods. In: Singh, R. P. e Medina, A.G. (Eds). *Food Properties and Computer Aided Engineering of Food Processing Systems*, Academic Press, New York, p. 3-48.
- Pirozzi, D. C. Z. e Amendola, M., 2005, Modelagem Matemática e Simulação Numérica do Resfriamento Rápido de Morango com Ar Forçado. *Eng. Agríc., Jaboticabal*, Vol. 25, nº 1, p. 222-230.
- Pirozzi, D. C. Z., 2002, Modelagem Matemática e Simulação Numérica do Resfriamento Rápido com Ar Forçado de Morango, Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas.
- Scheerlinck, N., Verboven, P., Fikiin, K. A., 2001, De Baerdemaeker, J., Nicolai, B. M., Finite element computation of unsteady phase change heat transfer during freezing or thawing of food using a combined enthalpy and Kirchhoff transform method, *Transactions of the ASAE*, Vol. 44, nº 2, p. 429-438.

ANALYSIS OF THE HEAT TRANSFER COEFFICIENT IN THE COOLING AND FREEZING OF THE STRAWBERRY

Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP: 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
viviana.mariani@pucpr.br

Adriano da Silva

Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais - PPGCA
Universidade Comunitária Regional de Chapecó – UNOCHAPECÓ
Rua Senador Atilio Fontana, 591 E, CEP: 89809-000, Chapecó, SC, Brasil
adriano@unochapeco.edu.br

Abstract

The present work analyzes the temperature transient field present in the process of convection cooling fast and freezing of the strawberry. The strawberry thermal properties at a first moment are kept constant, for the cooling process, and are changeable with the temperature, for the freezing process. Heat transfer modeling is accomplished by Fourier's equation of transient heat conduction during the process of cooling of the strawberry. Such equation with the boundary and initial conditions is solved through of the finite differences method. A numerical method based on enthalpy formulation was used to simulate the freezing of strawberry spherical. The influence of the modification of the heat transfer coefficients is evaluated through of the center and surface temperature profiles of the strawberry. The heat transfer in the interior of the strawberry is significantly affected by the modification of this coefficient,

mainly for the freezing process. This work is important because heat transfer zones were accurately detected, providing information for equipment optimization.

Key-words: cooling, freezing, heat transfer coefficient, finite differences, strawberry.

ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO CONGELAMENTO DO PURÊ DE CENOURA

Antônio Augusto Sartori

Programa de Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil

Álvaro Cesar Camargo do Amarante

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
alvaro.amarante@pucpr.br

Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
viviana.mariani @pucpr.br

Resumo. No presente trabalho um método numérico usando a entalpia e a função de Kirchhoff é descrito e aplicado na solução da equação da condução de calor transiente. Este problema envolvendo mudança de fase, sem geração interna de calor geralmente, é apresentado em função da variável dependente temperatura, porém neste trabalho executa-se uma mudança de variável. Por exemplo, a temperatura depende da densidade (ρ) e do calor específico (c), esta dependência pode ser removida pela introdução da entalpia específica volumétrica (H). De forma análoga a dependência entre a condutividade térmica (k) e a temperatura pode ser removida através da integração da condutividade térmica surgindo a função de Kirchhoff (E). Com o objetivo de ilustrar e validar o código computacional, para simular o processo de transferência de calor em alimentos congelados foi usado dados experimentais do congelamento de um purê de cenoura. O método numérico de diferenças finitas usando um esquema explícito foi empregado. Os resultados numéricos e experimentais do perfil de temperatura e do fluxo de calor na superfície do alimento, em função do tempo e da variação do coeficiente convectivo de calor (h) são apresentados com e sem o uso da função de Kirchhoff mostrando as vantagens do uso desta função principalmente na superfície do alimento. Percebe-se que as equações utilizadas neste trabalho prevêm com razoável precisão a evolução da temperatura no interior de um alimento submetido ao processo de congelamento.

Palavras chave: função de Kirchhoff, entalpia, congelamento, purê de cenoura, transferência de calor

1. Introdução

A simulação numérica da transferência de calor transiente durante a mudança de fase, no congelamento ou descongelamento de um alimento, tem se tornado uma ferramenta poderosa para o próprio gerenciamento da cadeia de resfriamento dos alimentos. A predição precisa e instantânea da distribuição de temperatura nos alimentos é um passo indispensável para estratégias de controle e projeto de ótimos sistemas de refrigeração melhorando a segurança e qualidade do produto. Devido à importância prática destes problemas de transferência de calor, altamente não lineares, muitas pesquisas têm sido dedicadas para desenvolver modelos físicos apropriados para descrever tais fenômenos de transferência de calor e buscando técnicas numéricas avançadas para resolvê-los.

Ao se considerar os processos de congelamento e descongelamento de alimentos o mecanismo dominante na transferência de calor é a condução. Os problemas de condução envolvendo mudança de fase, chamados problemas de Stefan, pertencem a uma classe mais geral de problemas de fronteira livre. Um primeiro grupo de métodos numéricos para resolver tais problemas é baseado no tratamento da fronteira livre na mudança de fase usando técnicas complicadas para localização da posição da interface a cada novo passo de tempo (Crank, 1984). Geralmente estes métodos têm uma baixa taxa de convergência levando à complicações adicionais quando geometrias multidimensionais são consideradas.

Um segundo grupo de métodos numéricos, mais flexível, não aborda diretamente a posição exata da fronteira livre durante a mudança de fase. A mudança de fase é incorporada nas características termofísicas dependentes da temperatura, assim as equações governantes são resolvidas em um domínio fixo. Esta será a abordagem adotada neste trabalho.

A mudança de fase nos alimentos sólido/líquido ocorre progressivamente em um finito e aproximadamente bem definido intervalo de temperaturas. As duas fases não são claramente separadas e ambas coexistem em uma parte finita do alimento em um dado instante. Neste intervalo as propriedades térmicas como condutividade térmica (k) e calor específico (c) podem ser aproximadas por funções contínuas por partes e dependentes da temperatura, T . Geralmente o calor específico exibe uma forma aguda na temperatura de mudança de fase, temperatura crítica, já a condutividade térmica tem uma variação mais regular. Expressões algébricas para as propriedades térmicas de alguns alimentos são frequentemente encontradas na literatura no formato de tabelas (Alhama e Fernández, 2002; Zueco *et al.*, 2004).

As dependências citadas no parágrafo anterior bem como as condições de contorno, de convecção ou radiação, fazem com que estes problemas sejam não-lineares. Alguns métodos numéricos baseados geralmente nas técnicas de diferenças finitas e elementos finitos obtêm a solução usando apenas uma equação governante para ambas as fases. Cada um destes métodos tem suas vantagens e desvantagens o que não será citado neste trabalho. O uso da temperatura como variável dependente é limitada pelo critério de estabilidade desde que o incremento no tempo deve ser maior para evitar oscilações causadas pela forma aguda do calor específico. Por outro lado o uso da variável entalpia (H), conhecida como formulação entálpica, necessita do conhecimento da dependência da entalpia com a condutividade e temperatura (Mannapperuma e Singh, 1988; Amarante e Lanoisellé, 2005).

Outra opção é o uso da função de Kirchhoff (E) obtida através da integração da condutividade térmica dependente da temperatura. Notou-se durante as simulações numéricas que os resultados numéricos da temperatura sem o uso da função de Kirchhoff oscilam bastante no início do processo de congelamento, principalmente próximo da superfície do alimento, já com o uso da função de Kirchhoff esta oscilação é suavizada.

Assim, o presente trabalho tem como objetivo principal validar o código computacional para simular o processo de transferência de calor em alimentos congelados. Tal metodologia foi testada usando os dados experimentais do congelamento de um purê de cenoura. O método numérico de diferenças finitas usando um esquema explícito foi empregado. Os resultados numéricos e experimentais do perfil de temperatura em função do tempo em vários pontos são apresentados com e sem o uso da função de Kirchhoff mostrando as vantagens do uso desta função.

2. Modelo Matemático,

Através da lei de Fourier, a equação diferencial parcial para ambas as fases é obtida fazendo um balanço de calor sobre uma região pequena (volume elementar) do alimento, a forma desta região depende do sistema de coordenadas adotado. Assim, o problema de condução de calor não linear, envolvendo mudança de fase, sem geração interna de calor, pode ser descrito em um domínio espacial Ω pela equação:

$$\rho(T)c(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot [k(T)\vec{\nabla} T] \quad (1)$$

onde ρ (kg/m^3) é a densidade, c ($\text{J/kg}^\circ\text{C}$) é o calor específico aparente, k ($\text{W/m}^\circ\text{C}$) é a condutividade térmica, T ($^\circ\text{C}$) é a temperatura e t (s) é o tempo.

No presente trabalho considera-se uma geometria unidimensional no sistema cartesiano de coordenadas, uma placa plana infinita, conforme ilustrado na Figura 1, onde a condição inicial associada a Eq. (1) é:

$$T(x, t) = T_0(x); t = t_0, x \in [0, L] \quad (2)$$

onde T_0 ($^\circ\text{C}$) é a temperatura conhecida no tempo inicial obtida através do experimento, t_0 (s) é o tempo inicial. Na superfície do alimento ($x = L$) a condição de contorno convectiva é considerada,

$$-k(T)\frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_\infty); x = L, t \geq 0 \quad (3)$$

onde T_∞ ($^\circ\text{C}$) é a temperatura ambiente, h ($\text{W/m}^2\text{C}$) é o coeficiente de transferência de calor na superfície, L é a metade do comprimento na direção x .

Considerou-se no centro do alimento a condição de simetria ou fluxo de calor nulo,

$$k(T)\frac{\partial T}{\partial x} = 0; x = 0, t \geq 0 \quad (4)$$

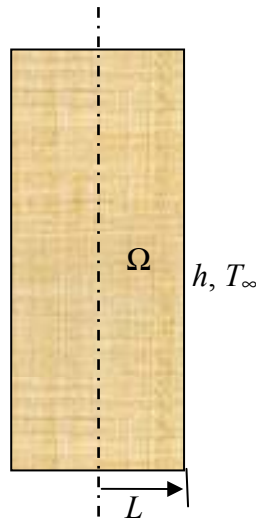


Figura 1 - Domínio computacional.

Executando uma mudança de variável na Eq. (1) a densidade e calor específico dependentes da temperatura podem ser removidos através da introdução da entalpia específica volumétrica (H),

$$H(T) = \int_{T^*}^T \rho(T)c(T)dT \quad (5)$$

onde T^* ($^{\circ}\text{C}$) é a temperatura de referência que corresponde ao valor nulo de H .

Com a introdução da entalpia tem-se a formulação entálpica e a Eq. (1) fica,

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot [k(T)\bar{\nabla}T] \quad (6)$$

De forma semelhante, a condutividade térmica dependente da temperatura pode ser removida usando a transformação de Kirchhoff (Fikiin, 1996),

$$E(T) = \int_{T^*}^T k(T)dT \quad (7)$$

Usando as Eqs. (5) e (7) na Eq. (1) tem-se,

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla^2 E \quad (8)$$

Note que seis relações entre as variáveis H , E e T são determinadas pelas Eqs. (5) e (7): $H(T)$, $E(T)$, $T(H)$, $T(E)$, $H(E)$ e $E(H)$. Todas essas funções são monotônicas decrescentes e contínuas porque ρ , c e k são positivas e limitadas (Scheerlinck *et al.*, 2001).

No presente trabalho utilizou-se primeiramente a Eq. (6) juntamente com as condições inicial e de contorno, Eqs. (2), (3) e (4), após utilizou-se a Eq. (8) juntamente com as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$H(x, t) = H_0(x); t = t_0, x \in [0, L] \quad (9)$$

onde H_0 (J/m^3) é a entalpia conhecida no tempo inicial obtida através do experimento, t_0 (s) é o tempo inicial. Na superfície do alimento ($x = L$) a condição de contorno convectiva é considerada e no centro do alimento ($x = 0$) a condição de simetria,

$$-\frac{\partial E}{\partial x} = h(T - T_{\infty}); x = L, t \geq 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 0; x = 0, t \geq 0 \quad (11)$$

3. Resultados Numéricos e Experimentais

O purê de cenoura foi congelado em um congelador a placas (Samifi Babcock, Alemanha), o qual é constituído de uma série de placas verticais de 500 x 500 mm e espaçadas de 90 mm, conforme ilustrado na Fig. 2. Vale destacar que a capacidade térmica desta placa não influencia a transferência de calor no purê. O equipamento trabalha em ciclos intermitentes, nos quais o produto é alimentado a 77°C e descarregado quando a temperatura no centro térmico atinge -15°C. O fluido refrigerante utilizado no interior das placas é a amônia a -38,5°C. Quatro termopares (tipo T, diâmetro 1 mm) foram inseridos no produto, um à meia espessura do bloco e os três outros respectivamente a 10, 20 e 30 mm do centro. Um termopar de superfície (N. 20117, RdF Corp., USA) e um fluxímetro (27036-3, RdF Corp., USA) foram instalados na interface placa-produto. Estes instrumentos permitiram a medição do coeficiente de transferência de calor constante de [400; 2000] W/m²°C. Tal coeficiente é obtido através do balanço de energia na superfície do produto usando para isto as medidas do fluxo de calor obtido através do fluxímetro, de T_∞ = -38,5°C e da temperatura na superfície do produto obtida através de termopar de superfície. O tempo medido de congelamento médio foi de 120 minutos.

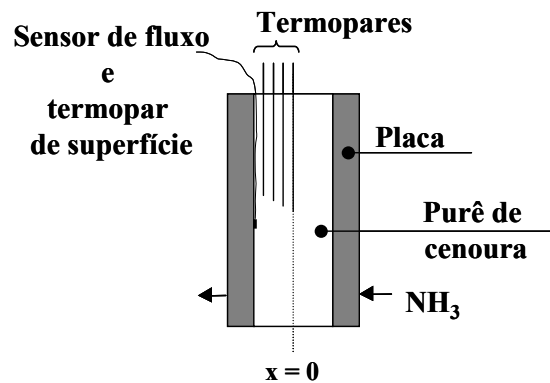


Figura 2 – Diagrama esquemático do congelador de placas com instrumentação.

A solução numérica foi obtida utilizando o método de diferenças finitas explícito. Uma malha numérica formada por 10 pontos nodais, estes armazenados nas faces, foi utilizada. O objetivo principal deste trabalho é validar os resultados experimentais através dos resultados numéricos. Assim, em um primeiro momento não foram feitos estudos do refino da malha (Δr) e da variação do tempo (Δt), bem como os esquemas: implícito e de Crank-Nicolson não foram utilizados na solução numérica. Acredita-se que a precisão da solução numérica não foi prejudicada pela adoção do método explícito, conforme verificado no trabalho de Cleland e Earle (1984). Ao usar um esquema explícito deve-se ter cuidado para o mesmo não violar o critério de estabilidade, e este critério não foi violado.

A Fig. 3 ilustra o comportamento da condutividade térmica do purê de cenoura com a variação da temperatura notando que há uma queda abrupta da condutividade térmica em um intervalo bem definido de temperaturas. Assim ao usar a formulação numérica dependente da condutividade térmica tal oscilação pode não ser percebida dependendo do passo de tempo que é utilizado na simulação. Para evitar a obtenção de soluções não realísticas ou com muitas oscilações opta-se então pelo uso da função de Kirchhoff representada pela Eq. (7).

A Fig. 4 apresenta a relação da função de Kirchhoff para o purê de cenoura com a variação da temperatura, tal função foi obtida através da integração da condutividade térmica variando com a temperatura, onde percebe-se que a função é contínua e monotônica.

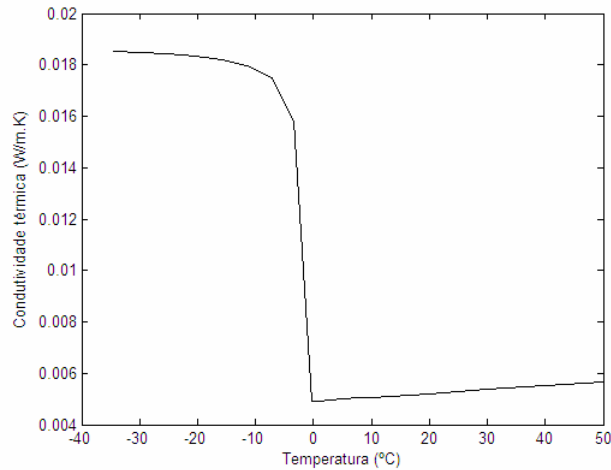


Figura 3 - Condutividade térmica (k) do purê de cenoura.

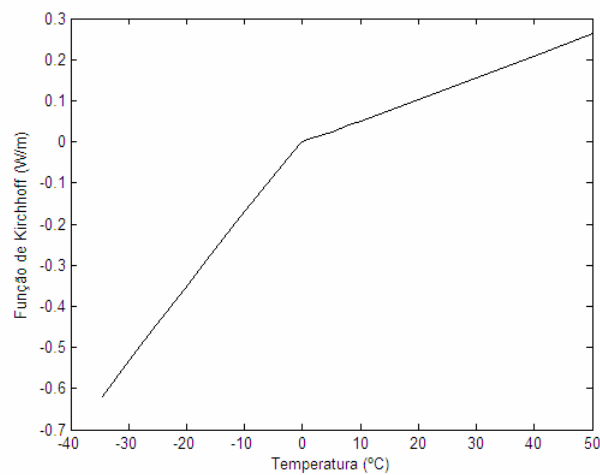


Figura 4 - Função de Kirchhoff (E) para o purê de cenoura.

A Fig. 5 ilustra o comportamento da entalpia volumétrica (H) em função da temperatura onde nota-se que a entalpia é representada por uma curva contínua, o mesmo não ocorrendo para o calor específico que apresenta uma descontinuidade próxima da temperatura crítica de congelamento. Assim, optou-se pelo uso da entalpia que substitui a descontinuidade presente na curva do calor específico.

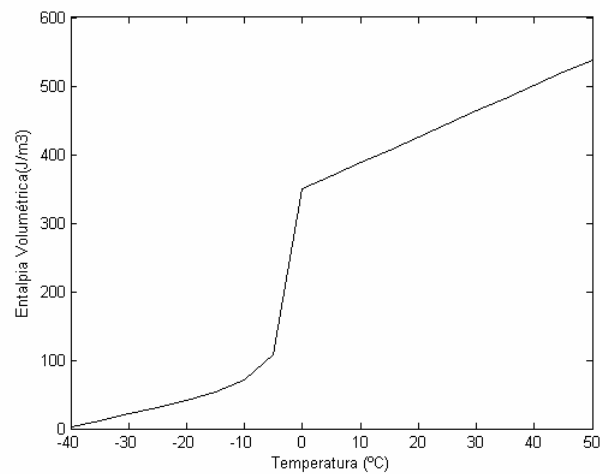


Figura 5 - Entalpia (H) para o purê de cenoura.

Na Fig. 6a ilustra-se o comportamento da temperatura experimental e numérica no centro e na superfície do domínio de cálculo. As oscilações verificadas na temperatura numérica simulada na superfície do produto (instantes iniciais do congelamento) decorrem das descontinuidades das funções $k(T)$ e $H(T)$, enquanto que as oscilações na

temperatura experimental na superfície do produto (instantes finais do congelamento) são originadas pela injeção de vapor d'água no interior das placas para promover o descolamento do produto.

Na Fig. 6b nota-se que as oscilações numéricas para a temperatura na superfície são eliminadas com o uso da função de Kirchhoff, o que torna esta função bastante promissora para a simulação numérica na superfície, contudo no centro do produto o uso da função de Kirchhoff não consegue prever com a mesma precisão o comportamento experimental do congelamento. Nas Figs. 7a e 7b ilustra-se o fluxo de calor na superfície do purê de cenoura experimental e numérico aplicando ou não a função de Kirchhoff, respectivamente. Nota-se pequenas diferenças entre ambas as curvas numéricas principalmente para o intervalo de [0, 30] minutos onde o fluxo de calor numérico obtido sem o uso da função de Kirchhoff oscila com maior intensidade. Percebe-se também que os resultados numéricos não coincidem com os resultados experimentais, isto deve-se ao fato de utilizar a temperatura do ambiente fixa, $T_{\infty} = -38,5$ °C, enquanto que no experimento esta variável é medida e se altera durante a coleta dos dados, isto é, durante o congelamento.

A Fig 8 ilustra o comportamento dos perfis de temperatura na superfície e no centro, respectivamente, do purê de cenoura durante o congelamento para diferentes coeficientes de transferência de calor, onde nota-se que quanto maior o coeficiente de transferência de calor mais rápido será o congelamento do produto, contudo não há uma mudança significativa com o aumento deste coeficiente.

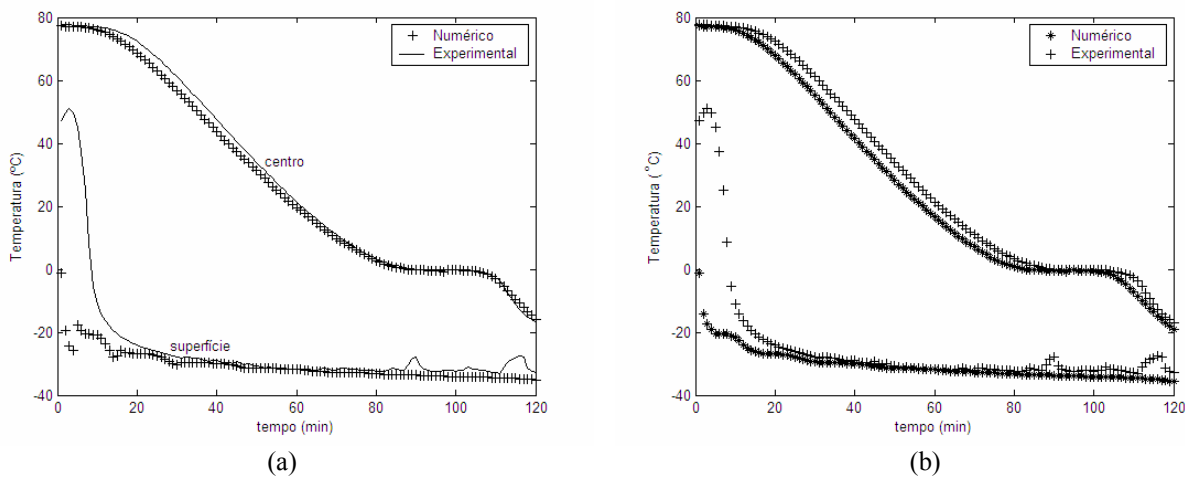


Figura 6 - Perfis de temperatura no purê de cenoura para $T_{\infty} = -38,5$ °C, $h = 400$ W/m²°C, (a) sem o uso da função de Kirchhoff e (b) usando a função de Kirchhoff.

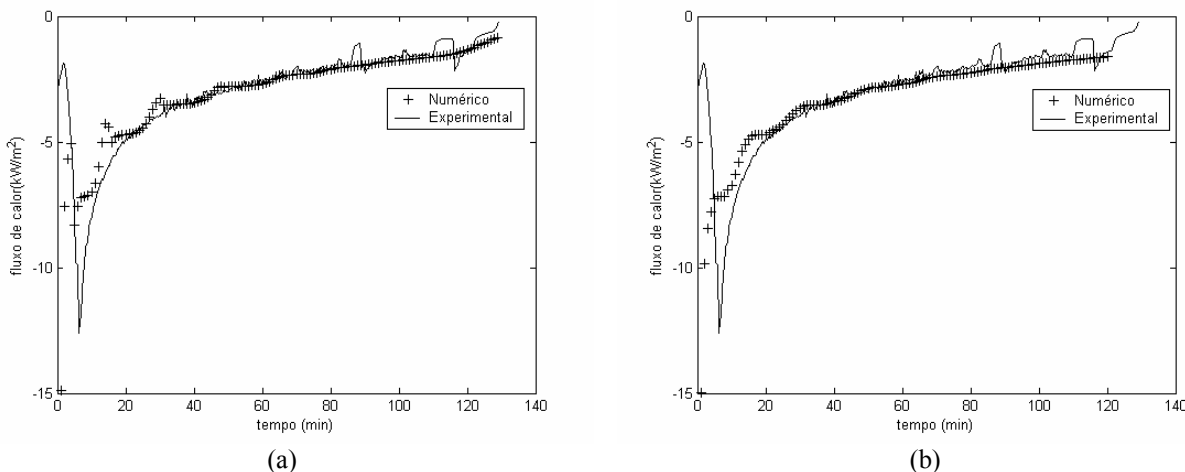


Figura 7 – Fluxo de calor na superfície do purê de cenoura para $T_{\infty} = -38,5$ °C, $h = 400$ W/m²°C, (a) sem o uso da função de Kirchhoff e (b) usando a função de Kirchhoff.

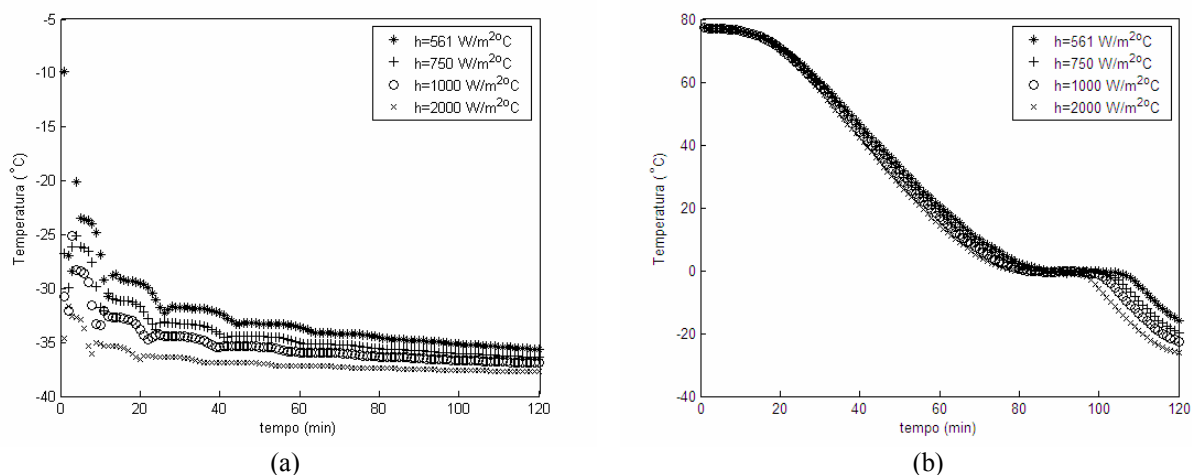


Figura 8 - Perfis de temperatura (a) na superfície e (b) no centro do purê de cenoura para diferentes h , com $T_{\infty} = -38.5^{\circ}\text{C}$.

4. Conclusões

Com a efetivação deste trabalho nota-se que o uso da função H e E é atrativo devido ao fato delas serem monotônicas, crescentes e contínuas porque ρ , c e K são positivas e limitadas. Além do que os resultados numéricos da temperatura sem o uso da função de Kirchhoff oscilam bastante no início do processo de congelamento, principalmente próximo da superfície do alimento, já com o uso da função de Kirchhoff esta oscilação é suavizada e os resultados numéricos aproximam-se dos resultados experimentais, porém no centro do produto o uso da função de Kirchhoff provoca pequenas distorções na solução numérica quando comparada com a solução experimental, tal fato ainda está sendo analisado. O aumento do coeficiente de transferência de calor, h , faz com que o produto congele mais rapidamente, contudo não foi feita uma análise química e nem sensorial do produto obtido com os diferentes coeficientes de transferência de calor. Neste trabalho em um primeiro momento usou-se uma geometria unidimensional pretende-se em uma próxima etapa utilizar esta modelagem em uma geometria bidimensional e após tridimensional construindo assim um código computacional robusto que possa ser utilizado para obter resultados numéricos para alimentos que passem pelos processos de congelamento, resfriamento e/ou secagem.

5. Agradecimentos

O primeiro autor agradece o suporte financeiro recebido através de uma bolsa PIBIC da Fundação Araucária.

6. Referências

- Alhama, F., Fernández, C. F. G., 2002, "Transient thermal behaviour of phase-change processes in solid foods with variable thermal properties", *Journal of Food Engineering*, Vol. 54, p. 331-336.
- Amarante, A., Lanoisellé, J-L., 2005, "Heat transfer coefficients measurement in industrial freezing equipment by using heat flux sensors", *Journal of Food Engineering*, Vol. 66, pp. 377-386.
- Cleland, A. C., Earle, R. L., "Assessment of Freezing Time Prediction Methods", *Journal of Food Science*, Vol. 49, pp. 1034-1042.
- Fikiin, K. A., 1996, "Generalized numerical modelling of unsteady heat transfer during cooling and freezing using an improved enthalpy method and quasi-one-dimensional formulation", *Int. J. Refrig.*, Vol. 19, nº 2, pp. 132-140.
- Mannapperuma, J. D., Singh, R. P., 1988, "Prediction of freezing and thawing times of foods using a numerical method based on entalpy formulation", *Journal of Food Science*, Vol. 53, nº 2, pp. 626-630.
- Scheerlinck, N., Verboven, P., Fikiin, K. A., de Baerdemacker, J., Nicolai, B. M., 2001, "Finite element computation of unsteady phase change heat transfer during freezing or thawing of food using a combined enthalpy and kirchhoff transform method", *Transactions of the ASAE*, Vol. 44, nº 2, pp. 429-438.
- Smith, G. D., 1985, "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods", 3th ed., Oxford.
- Zueco, J., Alhama, F., Fernández, C. F. G., 2004, "Inverse determination of the specific heat of foods", *Journal of Food Engineering*, Vol. 64, pp. 347-353.

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF THE HEAT TRANSFER IN THE FREEZING PURÉE CARROT

Antônio Augusto Sartori

Programa de Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil

Álvaro Cesar Camargo do Amarante

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
alvaro.amarante@pucpr.br

Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
viviana.mariani @pucpr.br

Abstract

In this work a numerical method using the enthalpy and the Kirchhoff function was described and applied to solve the transient heat conduction equation. Non-linear heat conduction problems involving phase changes without internal heat generation, generally are presented in function of the temperature, however in this work a variable change is executed. For example, by performing a change of variables, the temperature dependent density and apparent specific heat capacity can be removed through the introduction of the volumetric specific enthalpy, likewise, the temperature dependent thermal conductivity can be removed through the thermal conductivity integral by using the Kirchhoff transformation. With the objective to illustrate and to validate the application of the computational code had been used experimental data of the freezing purée carrot. The numerical explicit finite difference method was used. The numerical and experimental results of temperature profile and heat flow (in the surface of the food) x time in some points are presented with and without the use of the function Kirchhoff showing the advantages of the use of this function. The variation of the heat convective coefficient in the heat transfer is evaluated. A good agreement between measurements and model predictions was obtained.

Keywords: Kirchhoff function, enthalpy, freezing, purée carrot, heat transfer

MODELAGEM DAS PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS E ESTUDO DO PROCESSO DE CONGELAMENTO POR CONVECÇÃO DE UM ALIMENTO

Fernando Strapasson

Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP: 80215-901, Curitiba, PR, Brasil

Álvaro Cesar Camargo do Amarante

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP: 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
alvaro.amarante@pucpr.br

Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP: 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
viviana.mariani@pucpr.br

Resumo. No presente trabalho foram pesquisadas equações clássicas para, em função da composição de um alimento, prever a temperatura inicial de congelamento e os parâmetros condutividade térmica e calor específico em função da temperatura. Aliando estas equações ao método de Tehigeov, que permite determinar a fração de gelo formada em temperaturas abaixo do ponto de congelamento inicial de um alimento, foi possível estabelecer as relações entalpia (H) em função da temperatura e a função de Kirchhoff (E) para o alimento em questão, por integração numérica da condutividade térmica variável com a temperatura. Após um código computacional unidimensional, em diferenças finitas explícita foi desenvolvido e implementado para resolver a equação da condução de calor em geometrias cilíndricas infinitas, em regime transiente, transformada pela introdução da entalpia e da função de Kirchhoff. Com o objetivo de validar o código computacional e ilustrar a utilização das equações de predição das propriedades termofísicas, associadas ao método numérico de simulação dos campos de temperatura durante o congelamento, foram empregados dados experimentais do congelamento de vagem exposta a diferentes velocidades de ar. O conhecimento prévio dos coeficientes de convecção, medidos por fluximetria, permitiram ter como incógnitas somente as propriedades termofísicas da vagem. Os resultados mostram que a associação do método de predição das propriedades termofísicas e a equação modificada de transferência de calor em regime transiente utilizadas neste trabalho permitem prever com razoável precisão a evolução da temperatura no interior de um alimento submetido ao processo de congelamento.

Palavras chave: congelamento, função de Kirchhoff, entalpia, convecção, alimentos

1. Introdução

A temperatura é um dos fatores importantes para conservação dos frutos e vegetais após a colheita. Quando a temperatura é elevada acelera o metabolismo do alimento levando-os a uma deterioração mais rápida, promovendo a transpiração mais intensa e propiciando um ambiente ideal para o desenvolvimento de microorganismos patogênicos. Assim, a investigação, tanto experimental como numérica, da refrigeração ou congelamento de alimentos após a colheita é primordial para a melhor conservação dos alimentos, reduzindo o metabolismo do produto, diminuindo a perda de água e controlando o crescimento de microorganismos.

A simulação numérica da transferência de calor transiente durante a mudança de fase, no congelamento ou descongelamento de um alimento, tem se tornado uma ferramenta poderosa para o próprio gerenciamento da cadeia de resfriamento dos alimentos. A predição precisa e instantânea da distribuição de temperatura nos alimentos é um passo indispensável para estratégias de controle e projeto de ótimos sistemas de refrigeração melhorando a segurança e qualidade do produto. Devido à importância prática destes problemas de transferência de calor, altamente não lineares, muitas pesquisas têm sido dedicadas para desenvolver modelos físicos apropriados descrevendo tais fenômenos de transferência de calor e buscando técnicas numéricas avançadas para resolvê-los.

Ao se considerar os processos de congelamento e descongelamento de alimentos o mecanismo dominante na transferência de calor é a condução. Os problemas de condução envolvendo mudança de fase, chamados problemas de Stefan, pertencem a uma classe mais geral de problemas de fronteira livre. Um primeiro grupo de métodos numéricos para resolver tais problemas é baseado no tratamento da fronteira livre na mudança de fase usando técnicas complicadas para localização da posição da interface a cada novo passo de tempo (Crank, 2004). Geralmente estes métodos têm uma baixa taxa de convergência levando a complicações adicionais quando geometrias multidimensionais são consideradas.

Um segundo grupo de métodos numéricos, mais flexível, não aborda diretamente a posição exata da fronteira livre durante a mudança de fase. A mudança de fase é incorporada nas características termofísicas dependentes da temperatura, assim as equações governantes são resolvidas em um domínio fixo. Esta será a abordagem adotada neste trabalho.

A mudança de fase nos alimentos sólido/líquido ocorre progressivamente em um finito e aproximadamente bem definido intervalo de temperaturas. As duas fases não são claramente separadas e ambas coexistem em uma parte finita do alimento em um dado instante. Neste intervalo as propriedades térmicas como condutividade térmica (k) e calor específico (c) podem ser aproximadas por funções contínuas por partes e dependentes da temperatura, T . Geralmente o calor específico exibe uma forma aguda na temperatura de mudança de fase, temperatura crítica, já a condutividade térmica tem uma variação mais regular. Expressões algébricas para o calor específico e condutividade térmica, respectivamente, $c(T)$ e $k(T)$, para alimentos específicos são frequentemente encontradas na literatura no formato de tabelas (Alhama e Fernández, 2002; Zueco *et al.*, 2004).

As dependências citadas no parágrafo anterior bem como as condições de contorno, de convecção ou radiação, fazem com que estes problemas sejam não-lineares. Alguns métodos numéricos baseados geralmente nas técnicas de diferenças finitas, elementos finitos ou volumes finitos obtém a solução usando apenas uma equação governante para ambas as fases. Cada um destes métodos tem suas vantagens e desvantagens o que não será citado neste trabalho.

O uso da temperatura como variável dependente é limitada pelo critério de estabilidade desde que o incremento no tempo deve ser maior para evitar oscilações causadas pela forma aguda da curva do calor específico. Por outro lado o uso da variável entalpia (H), conhecida como formulação entálpica, necessita do conhecimento da dependência da entalpia com a condutividade térmica e a temperatura (Mannapperuma e Singh, 1988; Amarante e Lanoisellé, 2005). Outra opção é o uso da função de Kirchhoff obtida através da integração da condutividade térmica em função da temperatura. Assim no presente trabalho será utilizada a função entalpia juntamente com a função de Kirchhoff.

O uso da entalpia volumétrica em substituição à relação de dependência entre calor específico e temperatura e o uso da função de Kirchhoff em substituição à relação de dependência entre a condutividade térmica e a temperatura são inovações interessantes na modelagem numérica da mudança de fase em um alimento. Elas permitem reduzir as oscilações dos resultados computacionais, principalmente em regiões próximas à superfície do produto.

Assim, neste trabalho com o objetivo de validar e ilustrar o emprego das equações de predição das propriedades termofísicas, associadas ao método numérico de simulação dos campos de temperatura durante o congelamento, foram empregados dados experimentais do congelamento da vagem exposta a diferentes velocidades de ar.

O conhecimento prévio dos coeficientes de convecção para as condições de escoamento nos experimentos, medidos por fluximetria, permitiram ter como incógnitas somente as propriedades termofísicas da vagem. Os resultados numéricos permitiram prever com razoável precisão a evolução da temperatura no interior da vagem submetida ao processo de congelamento.

2. Modelagem Matemática

Para formulação do modelo que governa o fenômeno de transferência de calor na vagem as seguintes hipóteses foram assumidas:

1. A condução ou difusão de calor é o mecanismo predominante;
2. A vagem é representada por um cilindro infinito com comprimento L [m] e raio R [m] definido entre $[0; 0,0295]$, onde $R \ll L$, assim a transferência de calor longitudinal é desprezada e a simetria axial é considerada, devido à existência de gradientes de temperatura no interior da vagem;
3. A temperatura do produto na superfície está em equilíbrio com a temperatura do ar de congelamento;
4. O coeficiente de difusividade térmica é variável com a temperatura durante o processo de congelamento;
5. A vagem é considerada homogênea, isto é, a temperatura inicial é uniformemente distribuída no seu interior;

O processo de difusão de temperatura na vagem pode ser modelado pela equação diferencial parcial da condução de calor baseada na lei de Fourier (Incropera e DeWitt, 1998) juntamente com as condições de contorno e inicial, presentes no fenômeno em estudo. De acordo com as hipóteses anteriores a equação geral da condução de calor, em coordenadas cilíndricas, que rege o fenômeno de transferência de calor no interior da vagem, para $0 \leq r \leq R$ e $t > 0$ é descrita como,

$$\rho(T(r,t))c_p(T(r,t))\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk(T(r,t))\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right), \quad (1)$$

onde r é a componente radial [m], t é o tempo [s], $T(r,t)$ é a temperatura [°C], $\rho(T(r,t))$ [kg/m³] é a densidade, $c_p(T(r,t))$ [J/kg°C] é o calor específico a pressão constante, $k(T(r,t))$ [W/m°C] é a condutividade térmica. As seguintes condições inicial e de contorno são adotadas:

$$T(r,t) = 26^\circ\text{C}, \quad r > 0 \text{ e } t = 0, \quad (2)$$

$$k(T(r,t)) \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = 0, r = 0 \text{ e } t > 0, \quad (3)$$

$$k(T(r,t)) \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = h(T_\infty - T_s(r,t)), r = R \text{ e } t > 0, \quad (4)$$

onde T_∞ [°C] é a temperatura ambiente, T_s [°C] é a temperatura na superfície da vagem, h [W/m²C] é o coeficiente de transferência de calor na superfície.

Executando uma mudança de variável na Eq. (1) a densidade e o calor específico dependentes da temperatura podem ser removidos através da introdução da entalpia específica volumétrica, H [J/m³],

$$H(T(r,t)) = \int_{T^*}^T \rho(T(r,t)) c_p(T(r,t)) dT, \quad (5)$$

onde T^* [°C] é a temperatura de referência que corresponde ao valor nulo de H (Scheerlinck *et al.*, 2001). Com a introdução da entalpia tem-se a formulação entálpica. De forma semelhante, a condutividade térmica dependente da temperatura pode ser removida usando a transformação de Kirchhoff, E [W/m], (Fikiin, 1996),

$$E(T(r,t)) = \int_{T^*}^T k(T(r,t)) dT. \quad (6)$$

Usando as Eqs. (5) e (6) na Eq. (1) tem-se,

$$\frac{\partial H(T(r,t))}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E(T(r,t))}{\partial r} \right). \quad (7)$$

No presente trabalho utilizou-se na simulação numérica a Eq. (7) juntamente com as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$H(T(r,t)) = H_0; r > 0 \text{ e } t = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial E(T(r,t))}{\partial r} = 0; r = 0, t \geq 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial E(T(r,t))}{\partial r} = h(T_\infty - T_s(r,t)); r=R, t \geq 0, \quad (10)$$

onde H_0 [J/m³] é a entalpia conhecida no tempo inicial obtida através do experimento.

3. Metodologia Numérica

O método das diferenças finitas foi utilizado para resolver numericamente a equação que governa o fenômeno de condução de calor na vagem. Fez-se uso do balanço de energia nos nós da malha uniforme elementar finita. Uma região representativa da geometria da vagem, aproximada por um cilindro infinito, $L \gg r$, utilizada neste trabalho é apresentada na Fig. 1.

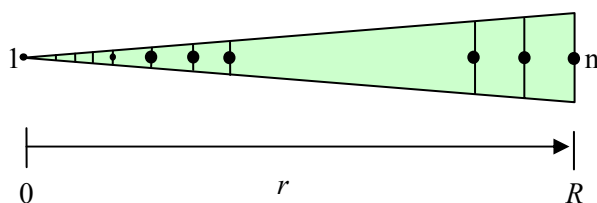


Figura 1 - Representação radial na vagem.

O balanço de energia, na Eq. (7), para cada um dos elementos i localizados no interior da malha numérica entre os níveis de tempo j a $j+1$ pode ser escrito conforme (Smith, 1985) e a solução é apresentada a seguir.

Para o ponto nodal $i = 1$ (no centro da vagem) tem-se a condição de simetria, Eq. (9) juntamente com o uso da série de Maclaurin obtém-se,

$$\frac{H^{j+1} - H^j}{\Delta t} = \frac{4}{\Delta r^2} (E_{i+1} - E_i). \quad (11)$$

Para o ponto nodal $i = n$ (na superfície externa da vagem) tem-se a condição de convecção, Eq. (10), que resulta em,

$$\frac{H^{j+1} - H^j}{\Delta t} = \frac{1}{r_i \Delta r^2} \left[r_{i+1/2} \Delta r h (T_\infty - T_S) - r_{i-1/2} (E_i - E_{i-1}) \right]. \quad (12)$$

Para os demais pontos nodais internos ($i = 2$ a $n-1$) tem-se,

$$\frac{H^{j+1} - H^j}{\Delta t} = \frac{1}{r_i \Delta r^2} \left[r_{i+1/2} (E_{i+1} - E_i) - r_{i-1/2} (E_i - E_{i-1}) \right]. \quad (13)$$

4. Predição das Propriedades Térmicas

As propriedades termofísicas são significativamente dependentes da fração de gelo formado em uma determinada temperatura. Para prever a fração de gelo formado abaixo da temperatura de início de congelamento da vagem foi utilizada a Eq. (14), estabelecida empiricamente por Tchigeov (1979), a qual é geralmente aceita e recomendada pela ASHRAE (2002).

$$X_{gelo} = \frac{1,105 \cdot X_{wtot}}{1 + \frac{0,8765}{\ln(T_{cc} - T + 1)}} \quad (14)$$

onde X_{gelo} é a fração mássica de gelo formada na temperatura T [°C], X_{wtot} é a fração mássica total de água do produto no estado não congelado e T_{cc} [°C] é a temperatura de início de congelamento.

As predições das propriedades calor específico $c(T)$ e condutividade térmica $k(T)$ foram baseadas nas equações destas propriedades para os componentes isolados do produto (proteínas, lipídios, carboidratos, fibras, cinzas, água e gelo), obtidas do trabalho de compilação destas equações elaborado por Choi e Okos (1986). A propriedade $k(T)$ foi obtida usando-se a média aritmética entre a condutividade do produto calculada usando-se os modelos série e paralelo segundo a metodologia apresentada por Murakami e Okos (1989). Para a obtenção de $c(T)$ foi usado um modelo aditivo das propriedades isoladas, tomando em consideração a participação em massa de cada componente no produto. Conhecendo-se a função $c(T)$, foi possível estabelecer a função entalpia $H(T)$ empregando-se a Eq. (15) (Fikiin e Fikkin, 1999),

$$H(T) = m_{MS} \int_{-40}^T c_{MS} dT + m_{wnc} \int_{T_{cc}}^T c_w dT + \int_{-40}^{T_{cc}} m_{wnc}(T) c_w(T) dT + m_{gelo}(T) H_L + \int_{-40}^{T_{cc}} m_{gelo}(T) c_{gelo}(T) dT. \quad (15)$$

onde m [kg/kg] é a fração mássica do componente, e os índices MS representam a matéria seca, wnc a água não congelada, w relativo à água, e $gelo$ à fração de gelo formada após a temperatura de início de congelamento T_{cc} .

Assim, a entalpia, $H(T)$, conforme Eq. (15), é variável com a temperatura e o mesmo pode-se afirmar sobre a temperatura, $T(H)$, que é variável com a entalpia, logo as seguintes expressões algébricas foram utilizadas no presente trabalho para a entalpia e a temperatura, respectivamente,

$$H(T) = \begin{cases} 70,93 + 2,01T - 314,33/T; & se \ T \in [-40; -0,8] \\ 384,775 + 4,33T; & se \ T \in [-0,8; 80] \end{cases} \quad (16)$$

$$T(H) = \begin{cases} -0,0022H^2 + 0,5823H - 42,383; & \text{se } H \in [0; 84,6) \\ 0,1428H - 21,315; & \text{se } H \in [84,6; 107,22) \\ 0,0518H - 11,549; & \text{se } H \in [107,22; 165,19) \\ 0,0093H - 4,5391; & \text{se } H \in [165,19; 384,78) \\ 0,2387H - 92,847; & \text{se } H \in [384,78; 1000) \end{cases} \quad (17)$$

A Fig. 2 ilustra o comportamento da condutividade térmica da vagem com a variação da temperatura notando que há uma queda abrupta da condutividade térmica em um intervalo bem definido de temperaturas. Assim, ao usar a formulação numérica dependente da condutividade térmica tal oscilação pode não ser percebida dependendo do passo de tempo que é utilizado na simulação. Para evitar a obtenção de soluções não realísticas ou com muitas oscilações opta-se então pelo uso da função de Kirchhoff apresentada pela Eq. (6).

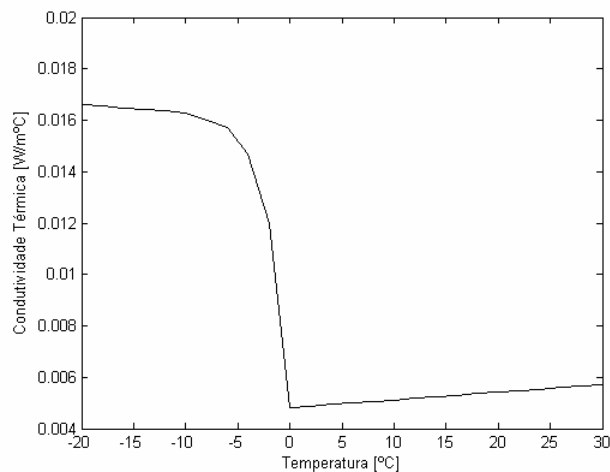


Figura 2 – Condutividade térmica da vagem.

A Fig. 3 ilustra o comportamento da entalpia em função da temperatura onde nota-se que a entalpia é representada por uma curva contínua, o mesmo não ocorrendo para o calor específico que apresenta uma descontinuidade próxima da temperatura crítica de congelamento. Assim, optou-se pelo uso da entalpia que substitui a descontinuidade presente na curva do calor específico. A Fig. 4 apresenta a relação da função de Kirchhoff para a vagem com a variação da temperatura, tal função foi obtida através da integração da condutividade térmica variando com a temperatura, onde percebe-se que a função é contínua e monotônica.

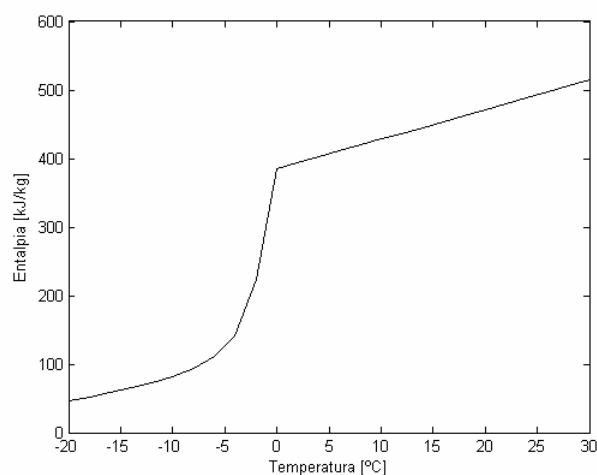


Figura 3 – Entalpia da vagem.

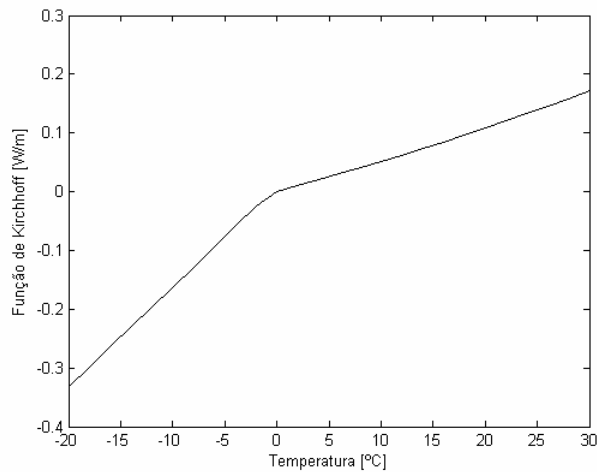


Figura 4 – Função de Kirchhoff para a vagem.

5. Resultados Numéricos

Com o objetivo de validar e ilustrar o emprego das equações de predição das propriedades termofísicas, associadas ao método numérico de simulação dos campos de temperatura durante o congelamento, foram empregados dados experimentais do congelamento da vagem exposta a diferentes velocidades de ar. De acordo com a velocidade do ar obteve-se experimentalmente, através do uso de fluxímetro, o coeficiente de transferência de calor (h) na superfície da vagem, alguns destes dados para a vagem são indicados na Tabela 1.

Tabela 1. Coeficiente de transferência de calor na superfície da vagem durante o congelamento.

Velocidade [m/s]	h [W/m ² °C]
0	17,44 ± 2,52
1	39,36 ± 4,64
3	84,19 ± 9,62
5	106,64 ± 16,08
7	127,49 ± 10,66

O conhecimento prévio dos coeficientes de convecção para as condições de escoamento nos experimentos, medidos por fluximetria, permitiram neste trabalho ter como incógnitas as propriedades termofísicas da vagem que foram obtidas através de equações de predição disponíveis na literatura e descritas na seção anterior.

A solução numérica foi obtida utilizando o método de diferenças finitas explícito. Uma malha numérica formada por 10 pontos nodais, estes armazenados nas faces, foi utilizada. O objetivo principal deste trabalho é validar os resultados experimentais através dos resultados numéricos. Assim, em um primeiro momento não foram feitos estudos do refino da malha (Δr) e da variação do tempo (Δt), bem como os esquemas: implícito e de Crank-Nicolson não foram utilizados na solução numérica. Acredita-se que a precisão da solução numérica não foi prejudicada pela adoção do método explícito, conforme verificado no trabalho de Cleland e Earle (1984). Ao usar um esquema explícito deve-se ter cuidado para o mesmo não violar o critério de estabilidade, e este critério não foi violado.

A Fig. 5 ilustra o comportamento numérico e experimental do congelamento da vagem usando a velocidade 1[m/s], conforme apresentado na Tabela 1. Nota-se na Fig. 5 que os resultados obtidos usando a função de Kirchhoff, Eq. (8), se aproximam mais dos resultados experimentais que os resultados numéricos sem o uso da função de Kirchhoff, Eq. (6), apesar das soluções numéricas serem semelhantes.

Acredita-se que a semelhança entre as soluções numéricas aconteceu porque o passo de tempo, Δt , utilizado nas simulações numéricas é pequeno (0,025 [s]) e o tempo de congelamento da vagem também é rápido, contudo este tempo é altamente dependente da velocidade e conseqüentemente do coeficiente de transferência de calor por convecção o que será ilustrado na Fig. 6, para os dados apresentados na Tabela 1. No restante do trabalho optou-se pelo uso da função de Kirchhoff já que a solução numérica aproxima-se mais da experimental. Sabe-se que tal função é vantajosa principalmente próxima à superfície do alimento onde as oscilações são maiores, contudo devido à vagem ter um diâmetro pequeno tal temperatura não foi possível de ser obtida experimentalmente, apenas no centro do produto obteve-se os dados experimentais da temperatura.

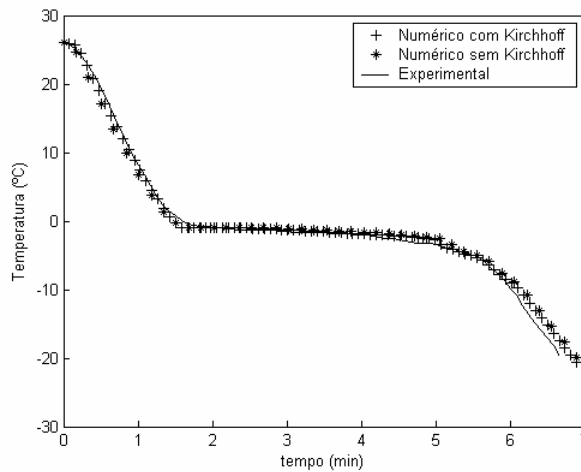


Figura 5 – Simulação numérica com e sem o uso da função de Kirchhoff para o congelamento da vagem.

Percebe-se na Fig. 6 que a formulação usando a função de Kirchhoff consegue prever satisfatoriamente os resultados experimentais para a maior parte das velocidades utilizadas. A mudança de fase nos alimentos sólido/líquido ocorre progressivamente em um finito e aproximadamente bem definido intervalo de temperaturas, o que pode ser observado na Fig. 7. Neste intervalo as duas fases não são claramente separadas e ambas coexistem em uma parte finita do alimento em um dado instante, após este platô a temperatura volta a cair até o completo congelamento do produto. A Fig. 7 ilustra o comportamento da temperatura no interior do produto para a velocidade do ar de congelamento nula.

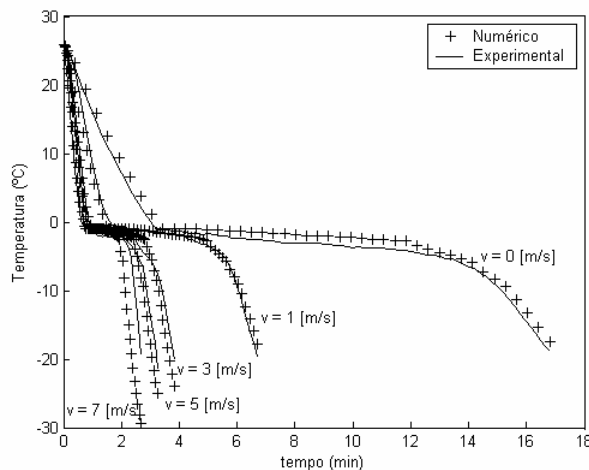


Figura 6 – Perfis de temperatura durante o congelamento da vagem para diferentes velocidades do ar de resfriamento.

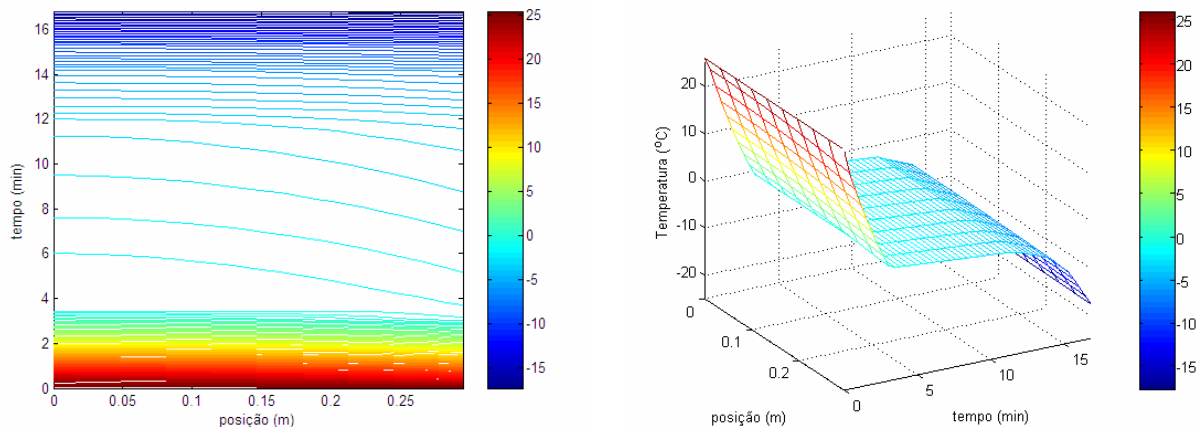


Figura 7. Perfis de temperatura durante o congelamento ao longo do raio da vagem para v = 0 [m/s].

6. Conclusões

O uso de equações de predição das propriedades termofísicas baseadas exclusivamente na composição de um alimento foi testado no âmbito deste trabalho. Estas propriedades foram desenvolvidas na forma de funções tendo por variável dependente a temperatura. O uso da entalpia e da função de Kirchhoff são inovações interessantes na modelagem numérica da mudança de fase em um alimento, permitindo reduzir as oscilações dos resultados computacionais, principalmente em regiões próximas à superfície do produto. Tal efeito não foi observado neste trabalho porque a vagem possui diâmetro pequeno e assim a temperatura experimental foi obtida apenas no centro do alimento. O emprego destas funções associadas a um código computacional numérico para resolver a equação de condução de calor em regime transiente com mudança de fase mostrou ser possível prever com razoável precisão a evolução da temperatura em um alimento sendo submetido ao processo de congelamento. Também percebeu-se que com o aumento da velocidade do ar de congelamento há um aumento considerável no coeficiente de transferência de calor por convecção, h , possibilitando que o alimento seja congelado mais rapidamente.

7. Agradecimentos

O primeiro autor agradece o suporte financeiro recebido através de uma bolsa PIBIC do CNPq.

8. Referências

- Alhama, F., Fernández, C. F. G., 2002, "Transient thermal behavior of phase-change processes in solid foods with variable thermal properties", *Journal of Food Engineering*, Vol. 54, p. 331-336.
- Amarante, A., Lanoisellé, J-L., 2005, "Heat transfer coefficients measurement in industrial freezing equipment by using heat flux sensors", *Journal of Food Engineering*, Vol. 66, pp. 377-386.
- ASHRAE, 2002, "Ashrae Handbook: Refrigeration". Ashrae, Atlanta.
- Choi Y., Okos, M.R., 1986, "Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods". In: Le Maguer, M., Jelen, P. (Eds). *Food Engineering and Process Applications*, Elsevier Applied Science Publishers, London, pp. 93-101.
- Cleland, A. C., Earle, R. L., "Assessment of Freezing Time Prediction Methods", *Journal of Food Science*, Vol. 49, pp. 1034-1042.
- Crank, J., 2004, "The Mathematics of Diffusion", 2th ed., Oxford.
- Fikiin, K. A., 1996, "Generalized numerical modelling of unsteady heat transfer during cooling and freezing using an improved enthalpy *method* and quasi-one-dimensional formulation", *Int. J. Refrig.*, Vol. 19, nº 2, pp. 132-140.
- Fikiin, K.A., Fikkin A.G., 1999, "Predictive equations for thermophysical properties and enthalpy during cooling and freezing of food materials", *Journal of Food Engineering*, Vol. 40, pp. 1-6.
- Incropera, F. P., DeWitt, D.P., 1998, "Fundamentos de Transmissão de Calor e de Massa", tradução da 4a. edição americana, Ed. Guanabara Koogan S.A, RJ, 1998.
- Mannapperuma, J. D., Singh, R. P., 1988, "Prediction of freezing and thawing times of foods using a numerical method based on enthalpy formulation", *Journal of Food Science*, Vol. 53, nº 2, pp. 626-630.
- Murakami, E. G., Okos M. R., 1989, "Measurement and prediction of thermal properties of foods". In: Singh, R. P. e Medina, A.G. (Eds). *Food Properties and Computer Aided Engineering of Food Processing Systems*, Academic Press, New York, pp. 3-48.
- Scheerlinck, N., Verboven, P., Fikiin, K. A., de Baerdemacker, J., Nicolaï, B. M., 2001, "Finite element computation of unsteady phase change heat transfer during freezing or thawing of food using a combined enthalpy and Kirchhoff transform method", *Transactions of the ASAE*, Vol. 44, nº 2, pp. 429-438.
- Smith, G. D., 1985, "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods", 3th ed., Oxford.
- Zueco, J., Alhama, F., Fernández, C. F. G., 2004, "Inverse determination of the specific heat of foods", *Journal of Food Engineering*, Vol. 64, pp. 347-353.

MODELING OF THE THERMAL PROPERTIES AND STUDIES OF FREEZING PROCESS BY CONVECTION OF A FOOD

Fernando Strapasson

Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP: 80215-901, Curitiba, PR, Brasil

Álvaro Cesar Camargo do Amarante

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP: 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
alvaro.amarante@pucpr.br

Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP: 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
viviana.mariani@pucpr.br

Abstract

In the present work classical equations were found in the literature, which were reported to predict the initial freezing temperature, the thermal conductivity and specific heat of a food product in function of its composition and temperature. These equations were coupled to the Tchigeov's method, which predicts the ice fraction formed below the freezing point for a food material. This procedure enabled the development of the functions enthalpy and Kirchhoff with respect to the temperature for the studied product by numerical integration. After was developed and implemented a computational code in finite differences to solve the transient heat transfer equation, transformed by the introduction of the enthalpy and Kirchhoff functions. With the objective to validate the code computational and to illustrate the use of the thermal properties prediction equations had been used surface heat transfer coefficients measured with fluxmeters. The previous knowledge of the heat transfer coefficients for convection mechanisms determined by using heat flux sensors coupled to temperature measurement devices had allowed to only have as variable the food thermal properties. The results show that the association of classical equations for predicting the thermophysical properties of a food material with the numerical solution of the modified transient heat transfer equation results in a useful method to predict the temperature evolution within a food product subjected to a freezing process.

Key-words: freezing, Kirchhoff function, enthalpy, convection, foods

PROBLEMA INVERSO PARA ESTIMAR PROPRIEDADES TÉRMICAS DE BANANAS DURANTE O PROCESSO DE SECAGEM

Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, Prado Velho, CEP: 81215-901, Curitiba, PR
viviana.mariani@pucpr.br

Leandro dos Santos Coelho

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - PPGEPS
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, Prado Velho, CEP: 81215-901, Curitiba, PR
leandro.coelho@pucpr.br

Resumo. Neste trabalho, o método de Evolução Diferencial é usado para estimar a difusividade térmica, variável com a temperatura, da banana (durante o processo de secagem), resolvendo assim o problema inverso de transferência de calor por condução. Na modelagem numérica dos fenômenos de secagem por simplificação, as propriedades físicas geralmente permanecem constantes. Entretanto, muitas vezes, os resultados numéricos quando comparados com os resultados experimentais são insatisfatórios. Outras vezes estas propriedades são apresentadas como função da umidade exigindo o cálculo de outra equação diferencial para a obtenção destas propriedades. Assim, no presente trabalho optou-se pela análise e uso de problemas inversos para estimar a difusividade térmica da banana variável com a temperatura durante o processo de secagem. Os resultados experimentais da secagem foram obtidos da literatura e as estimativas para a difusividade térmica fornecidas pelo método de otimização têm uma excelente concordância com os resultados experimentais. Tal abordagem é vantajosa pelo fato de não necessitar da solução da equação da conservação da massa para obter a difusividade térmica assim como apenas o modelo unidimensional foi utilizado para resolver a transferência de calor através da metodologia de Diferenças Finitas.

Palavras chave: Evolução diferencial, difusividade térmica, processo de secagem, problema inverso de condução de calor

1. Introdução

O interesse dos problemas de condução de calor diretos é a estimação do campo de temperaturas no interior do corpo, conhecida as condições de contorno e inicial, as propriedades termofísicas e as taxas de geração de calor. Diferentemente, problemas inversos requerem a determinação das temperaturas na superfície, taxas de fonte de geração de calor e propriedades termofísicas, utilizando temperaturas medidas no interior do corpo. De acordo com Engl *et al.*, (1996): *Resolver um problema inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados.* A partir desta definição pode-se inferir como causas as condições iniciais, condições de contorno, termo de fontes ou sumidouros e as propriedades do material, enquanto efeitos são as propriedades calculadas através da solução direta de um modelo matemático como campos de temperatura, corrente elétrica, entre outros. Deste modo o tipo de causa a ser determinado pelo problema inverso é usado para classificá-lo.

No presente trabalho a causa (na definição do problema inverso) são as propriedades térmicas da fruta (banana), ou seja, deseja-se estimar parâmetros, em específico estimar a difusividade térmica, α , da banana durante o processo de secagem. A difusividade térmica é a propriedade de transporte que controla o processo de transferência de calor por condução em regime transiente. Durante o processo de secagem da banana tal propriedade é variável com a temperatura.

Recentemente tem se observado um crescente interesse na análise e solução de problemas inversos de transferência de calor. Em muitos trabalhos da literatura, envolvendo problemas inversos, os métodos determinísticos (baseados em gradientes) são usados para minimizar a função objetivo (Carvalho e Silva Neto, 1999; Khachf e Jarny, 2002). Tais métodos podem obter um mínimo local e não global, contudo a principal vantagem é a boa taxa de convergência.

Porém novas metodologias estão sendo utilizadas na solução dos problemas inversos, em especial são citados os métodos estocásticos, fornecendo geralmente um ótimo global, porém geralmente o tempo computacional é maior que o obtido com os métodos determinísticos (Wood, 1996; Suram *et al.*, 2005). Outras técnicas, baseadas em inteligência artificial, tais como algoritmos genéticos e redes neurais artificiais têm sido utilizadas para a solução de problemas inversos (Raudenský *et al.*, 1995; Mikki *et al.*, 1999; Ayhan *et al.*, 2004; Sablani *et al.*, 2004; Soeiro *et al.*, 2004).

Existem outros trabalhos que usam uma combinação de métodos determinísticos e estocásticos, onde os métodos estocásticos são usados para fornecer uma estimativa melhorada para os métodos determinísticos (Sila Neto e Soeiro, 2003). No presente trabalho adota-se o método de Evolução Diferencial para obtenção da difusividade térmica variável com a temperatura. A Evolução Diferencial é um paradigma da computação evolutiva (ou evolucionária) desenvolvido

por Rainer Storn e Kenneth Price (Storn e Price, 1995; Storn, 1997) para problemas de otimização não-linear contínua. Basicamente, a ED realiza mutações nos vetores pela adição ponderada de diferenças aleatórias entre eles.

O objetivo deste trabalho é apresentar um procedimento simples para estimar a difusividade térmica (dependente da temperatura) a partir de um campo de temperatura numérico/experimental usando o método de Evolução Diferencial.

O problema considerado neste trabalho tem relevância em operações de processamento de alimentos tal como: a análise transiente da transferência de calor durante a secagem, resfriamento ou congelamento de frutas e vegetais em sistemas contínuos, as quais requerem o conhecimento das propriedades térmicas dos produtos.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma. Na próxima seção são descritas as simplificações adotadas para resolver o problema de transferência de calor por condução, os 6 testes de secagem investigados e a solução numérica obtida utilizando a difusividade térmica constante, contudo tal solução é insatisfatória mostrando que a difusividade térmica apresenta variação com a temperatura. Assim, na seção 3 apresenta-se o problema inverso para estimar a difusividade térmica variável e o método de otimização utilizado. Na quarta seção os principais resultados numéricos obtidos na realização deste trabalho são expostos, mostrando uma boa concordância com os resultados experimentais. A última seção é destinada as principais conclusões e os trabalhos futuros.

2. Modelagem Matemática

O modelo de transferência de calor por condução foi desenvolvido explorando os mecanismos de transferência de calor no interior da fruta e em sua superfície durante a secagem. Para descrever o modelo matemático as seguintes hipóteses foram consideradas:

- (i) a condução ou difusão de calor é o mecanismo controlador;
- (ii) a banana é representada pela forma geométrica de um cilindro infinito com comprimento $L[m]$ e raio $R[m]$ definido entre $[0; R]$, onde $R \ll L$, assim a transferência de calor longitudinal é desprezada e a simetria axial é considerada;
- (iii) a temperatura na superfície está em equilíbrio com a temperatura do ar de secagem e é igual à temperatura de bulbo seco do ar;
- (iv) o coeficiente de difusividade térmica em um primeiro momento é considerado constante e homogêneo durante o período de secagem, após este coeficiente é considerado variável com a temperatura.
- (v) a banana é considerada homogênea;
- (vi) o encolhimento durante a secagem é considerado desprezível.

Através da lei de Fourier, a equação diferencial parcial é obtida fazendo um balanço de calor sobre uma região (volume elementar) da banana, a forma desta região depende do sistema de coordenadas adotado. Assim, o problema de condução de calor não linear, em coordenadas cilíndricas, sem geração interna de calor, considerando primeiramente a condutividade térmica, o calor específico e a densidade constantes, após considerando a difusividade térmica variável com a temperatura ou variável com o tempo, pode ser descrito em um domínio espacial unidimensional como,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (1)$$

onde $\alpha (= k/\rho c_p \text{ m}^2/\text{s})$ é a difusividade térmica da banana, $\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$ é a densidade da banana, $c_p \text{ (J/kg}^\circ\text{C)}$ é o calor específico da banana, $k \text{ (W/m}^\circ\text{C)}$ é a condutividade térmica da banana, $T \text{ (}^\circ\text{C)}$ é a temperatura no interior da banana e $t \text{ (s)}$ é o tempo.

No presente trabalho é considerada uma geometria unidimensional no sistema cilíndrico de coordenadas, conforme ilustrado na Fig. 1, onde a condição inicial associada a Eq. (1) é:

$$T(r, t) = T_0 \quad \text{em } t = t_0, r \in [0, R] \quad (2)$$

onde $T_0 \text{ (}^\circ\text{C)}$ é a temperatura conhecida no tempo inicial obtida geralmente através de dados experimentais, $t_0 \text{ (s)}$ é o tempo inicial e $R \text{ (m)}$ é o raio da banana.

Na superfície da banana ($r = R$) a condição de contorno de temperatura fixa é considerada

$$T(r, t) = T_e \quad \text{em } r = R; t \geq 0 \quad (3)$$

onde $T_e \text{ (}^\circ\text{C)}$ é a temperatura de bulbo seco, isto é, é a temperatura de secagem. Considerou-se no centro da banana a condição de simetria ou fluxo de calor nulo,

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = 0, t \geq 0 \quad (4)$$

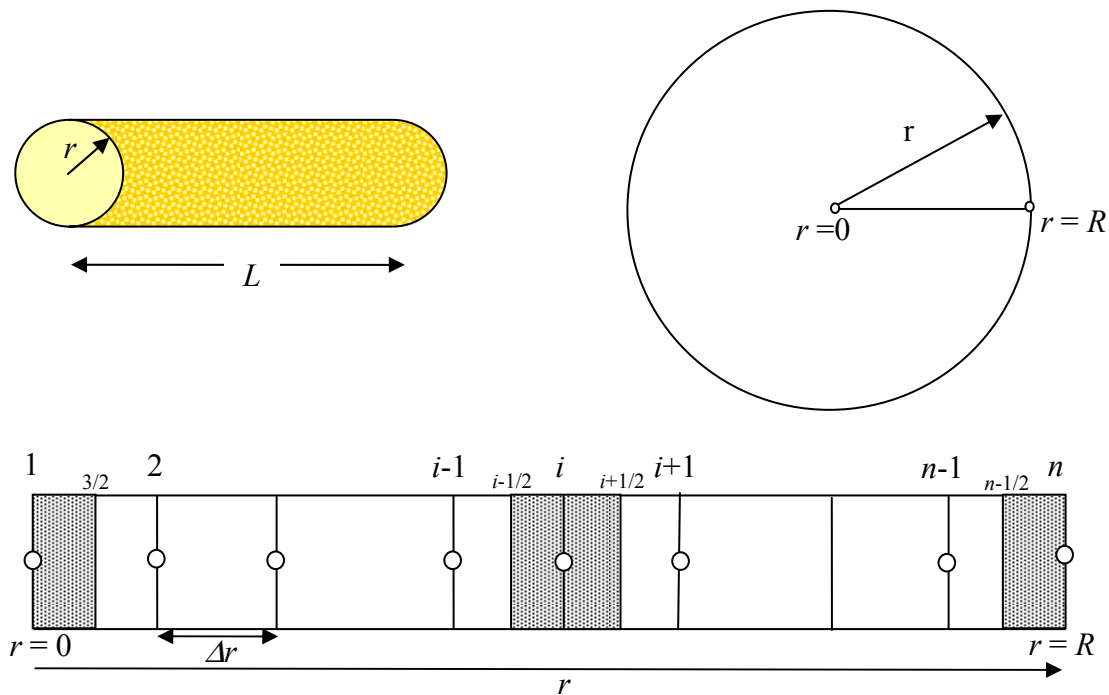


Figura 1 - Representação radial da banana.

Os resultados experimentais utilizados no presente trabalho foram obtidos de Pérez (1998). Naquele trabalho são apresentados resultados para 6 testes de secagem em diferentes condições de temperatura e umidade relativa do ar. A Tab. 1 apresenta alguns dados e características do ar e da banana, sob os quais foram realizados os testes, e são utilizados no presente trabalho.

Tabela 1. Características do ar e da banana nos testes de secagem.

Teste	T_e (°C)	R (m)	Tempo (h)
1	29,9	0,01613	121,85
2	39,9	0,01569	74,3
3	49,9	0,01522	40,8
4	60,2	0,01530	35,3
5	60,5	0,01506	27,8
6	68,4	0,01545	25,13

As Eqs. (1) a (4) são resolvidas no presente trabalho pelo método de Diferenças Finitas explícito. Observa-se na Eq. (1) que a difusividade térmica permanece constante por todo o processo de secagem. Esta é uma simplificação comum nas modelagens de muitos meios isotrópicos, cujas propriedades físicas permanecem quase constantes em determinados valores de temperaturas. Com esta suposição, Pérez (1998) obteve resultados insatisfatórios principalmente no início do processo de secagem, em que os valores calculados pelo modelo numérico diferiram dos valores obtidos experimentalmente, o mesmo ocorreu neste trabalho, cuja Fig. 2 apresenta tal situação para o teste 6 usando o coeficiente de difusão constante ($\alpha = 1,429 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$).

A Fig. 2 indica a incapacidade do modelo unidimensional de aproximar-se dos resultados experimentais, principalmente no início do processo de secagem. Em todos os testes observou-se o mesmo comportamento, ou seja, ocorreram desvios entre a curva experimental e numérica, indicando a necessidade de modificar o modelo atual utilizado ou acrescentar outros efeitos. No trabalho de Pérez adotou-se duas alternativas (i) utilizou uma geometria finita juntamente com o método de elementos finitos de segunda ordem combinado com Crank-Nicolson, variando a difusividade térmica com a temperatura e (ii) cilindro infinito e difusividade térmica variável com a temperatura da banana.

A primeira abordagem (mais sofisticada) apresentou resultados adequados, já na segunda abordagem os resultados mostraram um comportamento similar ao primeiro modelo investigado naquele e neste trabalho, e os resultados numéricos obtidos com a segunda abordagem não foram apresentados naquele trabalho.

Com vista nos resultados obtidos em Pérez (1998) no presente trabalho optou-se pelo uso da geometria unidimensional infinita e o método das diferenças finitas explícita, enfocando o problema inverso de transferência de calor por condução, para obter o coeficiente de difusão de calor variável com a temperatura.

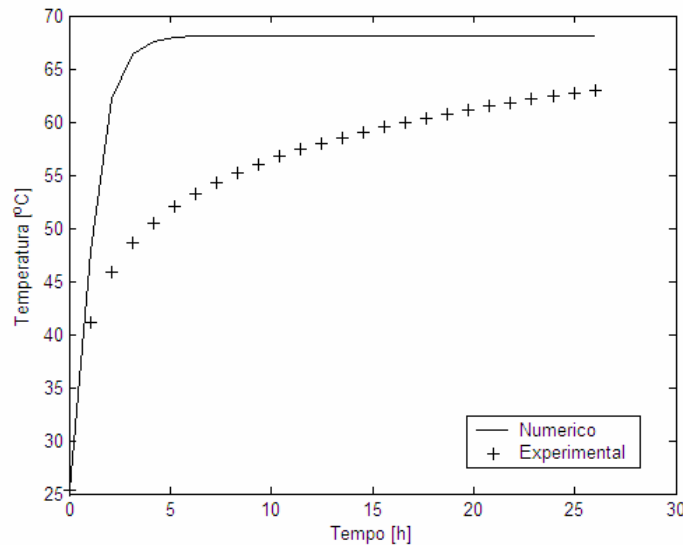


Figura 2 - Cinética de temperatura no centro da banana para o teste 6 com α constante.

3. Problema Inverso

Quando a geometria, as propriedades físicas da fruta, as condições de contorno e inicial são conhecidas as Eqs. (1) a (4) podem ser resolvidas, determinando-se, então a distribuição transiente de temperaturas na fruta. Um problema deste tipo é chamado direto. Se alguma destas grandezas, ou uma combinação das mesmas, não é conhecida, contudo dados experimentais da temperatura medida no interior e/ou contorno da fruta estão disponíveis, tem-se um problema inverso, o qual permite a determinação das grandezas desconhecidas, desde que estes dados conttenham informação suficiente (Silva Neto e Moura Neto, 2005).

O interesse do presente trabalho é estimar o coeficiente de difusão de calor, α , representado por um vetor α_i para $i=1, \dots, 4$; usando dados experimentais da temperatura adquirida no centro da banana durante um intervalo de tempo.

Neste trabalho são $M = 4$ os parâmetros estimados e como o número de dados medidos experimentalmente é superior então o problema é resolvido por um método de otimização dimensional finito em que se pretende minimizar a função objetivo,

$$f = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (T_k(\vec{\alpha}) - T_{\text{exp},k})^2 \quad (5)$$

onde $T_1^{i+1} = [(1-F)T_1^i + FT_2^i + FT_2^{i+1}](1+F)$ é a temperatura calculada numericamente através do método de diferenças finitas explícito no centro da banana, enquanto $F (= \alpha\Delta t/\Delta r^2)$ é o número de Fourier e T_{exp} é a temperatura experimental obtida no centro da banana durante todo o processo de secagem. O índice k representa a discretização do intervalo de tempo em que as temperaturas experimentais são medidas. A variável α é limitada por $[10^{-10}; 10^{-7}]$. O número de parâmetros ($M = 4$) foi escolhido após a realização de diversos experimentos numéricos aumentando-se gradativamente o número de parâmetros. O uso de 4 parâmetros mostrou-se adequado prevendo o comportamento experimental. A análise de sensibilidade dos coeficientes não foi feita neste trabalho, contudo deve ser feita em uma futura pesquisa.

Na maioria das técnicas desenvolvidas para resolver problemas inversos é necessário que o modelo numérico seja capaz de solucionar o problema direto com valores arbitrados para as grandezas que se deseja determinar. Como, geralmente, os procedimentos para solução são iterativos, o problema direto terá de ser resolvido várias vezes. Assim, é desejável que se tenha um método para a solução do problema direto que seja preciso e que demande um tempo computacional relativamente pequeno (Silva Neto e Moura Neto, 2005). No presente trabalho a metodologia de diferenças finitas explícita será utilizada e o sistema de equações lineares será resolvido através da decomposição LU.

4. Método de Otimização

A Evolução Diferencial (ED) é um paradigma da computação evolutiva e, basicamente, realiza mutações nos vetores pela adição ponderada de diferenças aleatórias entre eles. A escolha da ED para problemas de otimização é baseada nas características de que a ED:

- é um algoritmo de busca estocástica que é motivado pelos mecanismos de seleção natural;
- é menos susceptível a mínimos (ou máximos) locais, pois busca a solução ótima global pela manipulação de uma população de soluções candidatas, ou seja, busca um número de diferentes áreas simultaneamente no espaço de busca;
- não requer informação de derivadas para o cálculo da função de aptidão;
- manipula diretamente os números de ponto flutuante (fenótipo), diferente dos algoritmos genéticos canônicos ou binários que manipulam cadeias de bits (genótipo), o que diminui o custo computacional necessário para transformação de uma representação genotípica em fenotípica;
- geralmente não necessita de populações grandes para funcionar eficientemente.

Na ED clássica, cada variável (indivíduo) é representada por um valor real (ponto flutuante). A variante implementada neste trabalho foi a ED/rand/1/bin, que é regida pelas seguintes etapas:

Etapa 1: *Iniciar os parâmetros de controle da evolução diferencial*: O projetista deve escolher os parâmetros de controle da ED, tais como tamanho da população (M), limites (máximos e mínimos) das variáveis de otimização, taxa de mutação ($f_m(t)$), taxa de cruzamento (CR) e o critério de parada do procedimento de otimização.

Os parâmetros do algoritmo ED são sensíveis no processo de minimização contudo uma análise de sensibilidade de tais parâmetros não foi executada neste trabalho, por não ser este o objetivo principal do mesmo.

Etapa 2: *Iniciar o contador de gerações*: Atribuir geração inicial, $t=1$.

Etapa 3: *Iniciar a população inicial de indivíduos (soluções)*: Gerar uma população inicial aleatória, com distribuição uniforme, de soluções factíveis à resolução do problema em questão, onde as regras de “reparo” garantem que os valores atribuídos as variáveis estão intrnas as fronteiras delimitadas pelo projetista. No presente trabalho utilizou-se 8 indivíduos da população.

Etapa 4: *Avaliar os indivíduos da população*: Avaliar a função objetivo (custo) de cada um dos indivíduos da população.

Etapa 5: *Aplicar a operação de mutação (ou operação diferença)*: A mutação é uma operação que adiciona um vetor diferencial para o vetor dos indivíduos da população, de acordo com a equação:

$$z_i(t+1) = x_{i,r_1}(t) + f_m(t)[x_{i,r_2}(t) - x_{i,r_3}(t)] \quad (6)$$

onde $i=1,2,\dots,M$ é o índice do indivíduo da população; $j=1,2,\dots,n$ é a posição do indivíduo em um espaço n -dimensional; t é a geração (tempo); $x_i(t) = [x_{i_1}(t), x_{i_2}(t), \dots, x_{i_n}(t)]^T$ consiste da posição do i -ésimo indivíduo de uma população de M vetores n -dimensional; $z_i(t) = [z_{i_1}(t), z_{i_2}(t), \dots, z_{i_n}(t)]^T$ é responsável pela posição do i -ésimo indivíduo de um vetor que sofrerá mutação; r_1, r_2 e r_3 são valores inteiros mutuamente diferentes, selecionados aleatoriamente com distribuição uniforme do conjunto $\{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, N\}$; $f_m(t) > 0$ é um parâmetro real denominado de taxa de mutação, que controla a amplificação da diferença entre os dois indivíduos de índices r_2 e r_3 para evitar a estagnação da busca e é usualmente projetado com valores no intervalo $[0,4; 1,0]$.

Etapa 6: *Aplicar a operação de cruzamento*: Após a operação de mutação, o cruzamento (ou recombinação) é aplicado a população. O cruzamento é empregado para gerar um novo vetor tentativa ou vetor doador (*trial vector*) pela substituição de certos parâmetros do vetor destino (*target vector*) pelos seus parâmetros correspondentes ao vetor doador, estes gerados aleatoriamente.

Nesta operação, para cada vetor, $z_i(t+1)$, um índice $rnbr(i) \in \{1, 2, \dots, n\}$ é escolhido aleatoriamente usando uma função densidade de probabilidade uniforme, e um vetor denominado de vetor tentativa, $u_i(t+1) = [u_{i_1}(t+1), u_{i_2}(t+1), \dots, u_{i_n}(t+1)]^T$. Neste caso é gerado um novo vetor tal que,

$$u_{i_j}(t+1) = \begin{cases} z_{i_j}(t+1), & \text{se } (randb(j) \leq CR) \text{ ou } (j = rnbr(i)), \\ x_{i_j}(t), & \text{se } (randb(j) > CR) \text{ ou } (j \neq rnbr(i)) \end{cases} \quad (7)$$

onde $randb(j)$ é a j -ésima avaliação da geração de um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$; e CR é a taxa de cruzamento (ou recombinação) no intervalo $[0, 1]$. Geralmente, o desempenho do algoritmo de ED depende do projeto de três variáveis: o tamanho da população, M , a taxa de mutação, $f_m(t)$, e a taxa de cruzamento, CR .

Etapa 7: *Aplicar a operação de seleção*: A seleção é um procedimento em que os “melhores” descendentes (indivíduos filhos) são produzidos. Para decidir se o vetor $u_i(t+1)$ será (ou não) um membro da população na próxima geração, ele é comparado com o vetor $x_i(t)$. Assim considerando que F denota a função objetivo sob minimização, então:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} u_i(t+1), & \text{if } F(u_i(t+1)) < F(x_i(t)), \\ x_i(t), & \text{outros} \end{cases} \quad (8)$$

Neste caso, o custo de cada vetor tentativa $u_i(t+1)$ é comparado com seu vetor destino $x_i(t)$. Se o custo, F , do vetor destino $x_i(t)$ é tem valor menor que o custo do vetor tentativa, é permitido ao vetor destino continuar na próxima geração. Caso contrário, o vetor destino é substituído pelo vetor tentativa na próxima geração.

Etapa 8: *Verificar se o critério de parada foi atendido*: Atribuir à geração $t = t + 1$. Retornar para a Etapa 4 até que o critério de parada seja atendido, usualmente o número de gerações, t_{max} .

5. Resultados e Discussões

Para a caracterização da variação da difusividade térmica com a temperatura algumas análises preliminares foram feitas, onde constatou-se que por a temperatura ser variável com o tempo então a difusividade durante o processo de secagem é variável com o tempo. Assim, os resultados obtidos numericamente utilizando o método de Evolução Diferencial com 300 iterações são indicados na Tabela 2 para cada intervalo de tempo e todos os testes. As figuras 3 a 8 ilustram o comportamento numérico e experimental para cada teste onde se nota a excelente concordância obtida entre os valores numéricos obtidos pelo problema inverso e os resultados experimentais disponíveis em Pérez (1998).

Observando os valores dispostos na Tab. 2 é possível verificar que a variação da difusividade térmica para um mesmo intervalo de tempo (ou seja um intervalo específico de temperatura) não varia acentuadamente de um teste para o outro. Com vistas nesta observação calculou-se a média deste coeficiente em cada intervalo de tempo obtendo $\alpha_1 = 9,49804 \cdot 10^{-9}$, $\alpha_2 = 1,857415 \cdot 10^{-9}$, $\alpha_3 = 9,176283 \cdot 10^{-10}$ e $\alpha_4 = 4,571483 \cdot 10^{-10}$ e os resultados dos perfis de cinética de temperatura no centro da banana, para todos os testes de secagem, usando esta difusividade são ilustrados na figura 9, onde percebe-se que a difusividade média variável consegue prever com relativa precisão os resultados obtidos experimentalmente, exceto os testes 5 e 6 que apresentam um desvio maior.

A evolução diferencial foi pouco afetada pelo número reduzido de parâmetros testados.

Tabela 2. Difusividade térmica variável ao longo do processo de secagem.

Tempo (h)	$t \leq 1$	$1 < t \leq 3$	$3 < t \leq 8$	$t > 8$
Teste	$\alpha_1 \cdot 10^8$	$\alpha_2 \cdot 10^8$	$\alpha_3 \cdot 10^8$	$\alpha_4 \cdot 10^8$
1	0,698108	0,180429	0,096375	0,026047
2	0,912378	0,181264	0,091087	0,038398
3	1,063360	0,178066	0,087470	0,045389
4	0,953818	0,173195	0,083225	0,039904
5	0,982839	0,197417	0,094497	0,061569
6	1,088321	0,204078	0,097923	0,062982

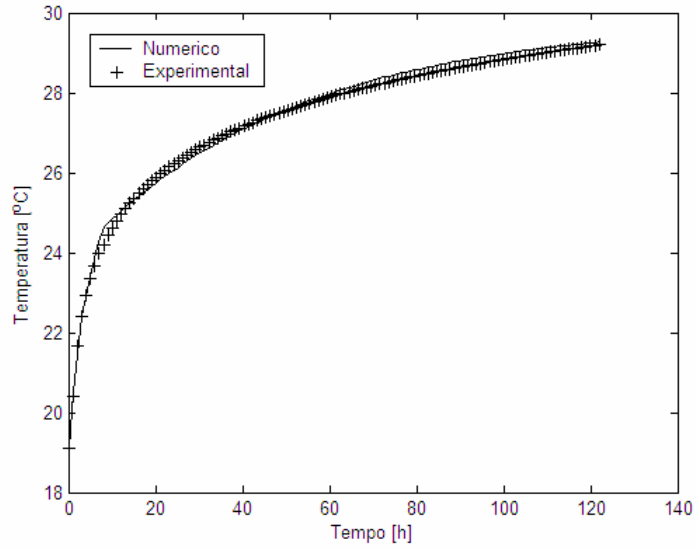


Figura 3 - Perfil de temperatura no centro da banana para o teste 1 com α variável.

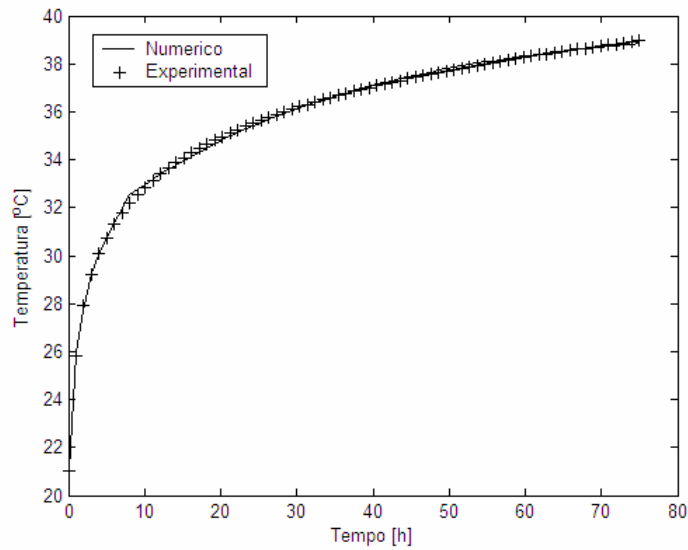


Figura 4 - Perfil de temperatura no centro da banana para o teste 2 com α variável.

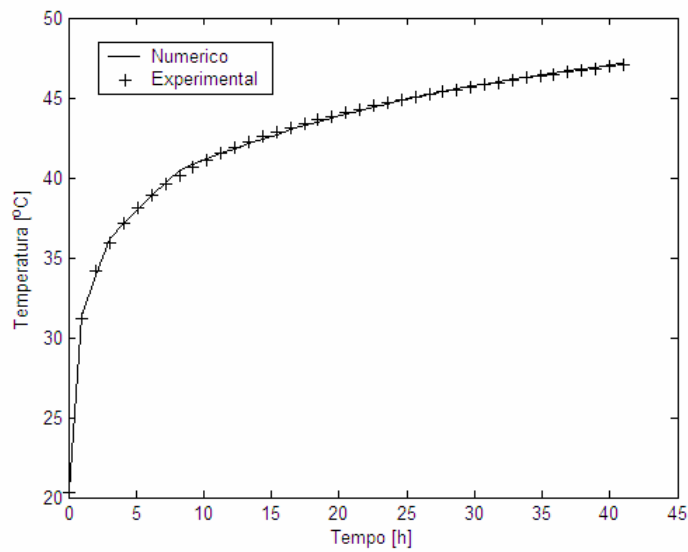


Figura 5 - Perfil de temperatura no centro da banana para o teste 3 com α variável.

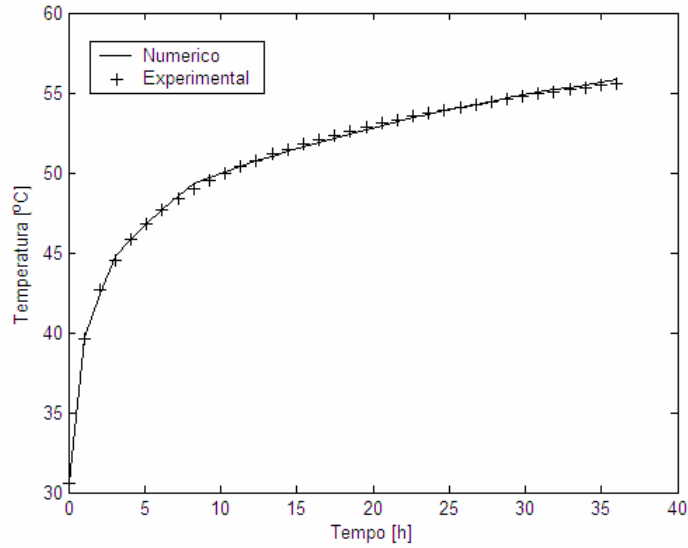


Figura 6 – Perfil de temperatura no centro da banana para o teste 4 com α variável.

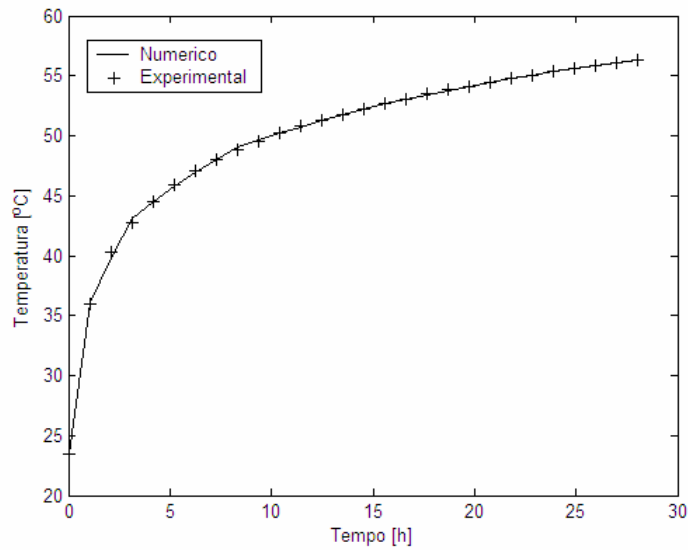


Figura 7 - Perfil de temperatura no centro da banana para o teste 5 com α variável.

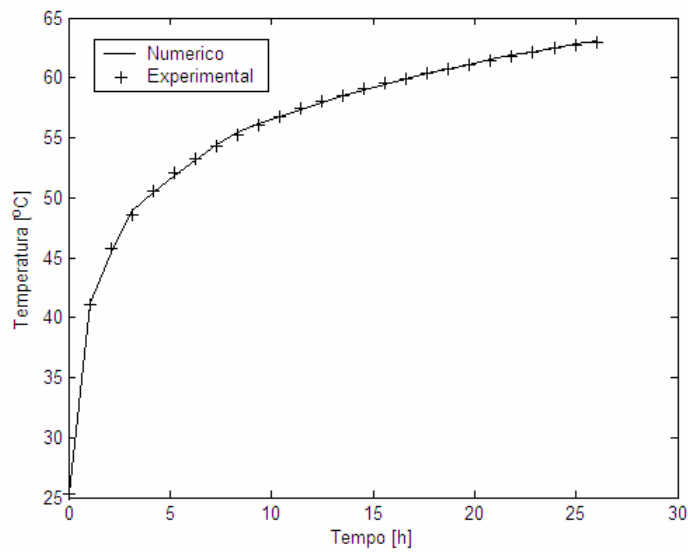


Figura 8 – Perfil de temperatura no centro da banana para o teste 6 com α variável.

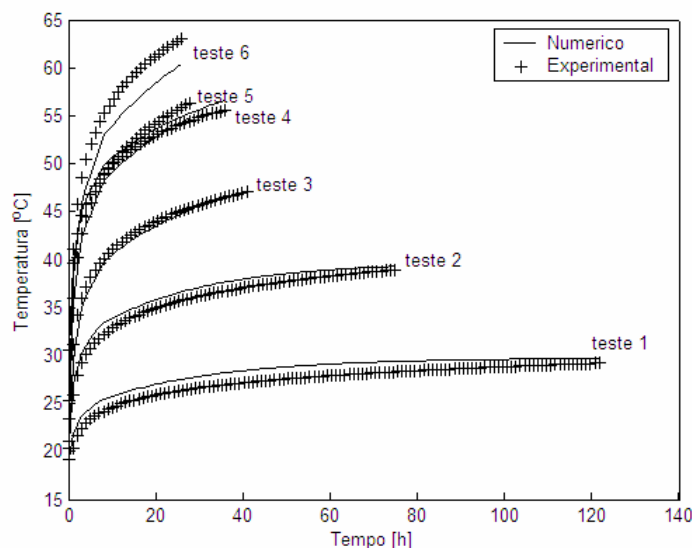


Figura 9 – Perfis de temperatura no centro da banana para todos os testes com α médio variável.

6. Conclusões

Neste trabalho o método de Evolução Diferencial foi usado para obter estimativas para a difusividade térmica da banana variável com a temperatura durante o processo de secagem. Este método mostrou-se eficiente resolvendo o problema proposto, mostrando-se promissor quando o problema é complexo, contudo o custo computacional ainda não é o ideal, já que todos os testes tiveram convergência com aproximadamente 300 iterações. Com a efetivação do trabalho obteve-se um coeficiente de difusividade térmica médio variável que se mostrou eficaz na predição dos resultados experimentais dos 6 testes utilizados neste trabalho. A contribuição deste trabalho está na obtenção do coeficiente de difusividade térmica variável utilizando a geometria simplificada do modelo, uma geometria unidimensional resolvendo apenas a equação da transferência de calor sem a necessidade de resolver a equação da transferência de massa.

Referências

- Ayhan, T., Karlik, B., Tandiroglu, A., 2003, "Flow Geometry Optimization of Channels with Baffles Using Neural Networks and Second Law of Thermodynamics", *Computational Mechanics*, Vol. 33, p. 139-143.
- Carvalho, G., Silva Neto, A. J., 1999, "An Inverse Analysis for Polymers Thermal Properties Estimation", *Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, 3rd Int. Conference on Inverse Problems in Engineering, Port Ludlow, WA, USA, p. 1 - 6.
- Engl, H. W., Hanke, M., Neubauer, A., 1996, "Regularization of Inverse Problems: Mathematics and its Applications", Ed. Kluwer.
- Khachfe, R. A., Bailleut, J. L., Jarny, Y., 2002, "The Simultaneous Determination of Thermal Conductivity and Heat Capacity within a Composite Medium by Using Conjugate Gradient Algorithm", *IMACS Congress on Scientific Computation, Applied Mathematics, and Simulation*, Lausanne, Switzerland, p. 1-8.
- Mikki, F. T., Issamoto, E., Luz, J. I., Oliveira, P. P. B., Campos Velho, H. F., Silva, J. D. D., 1999, "A Neural Network Approach in a Backward Heat Conduction Problem", *Proceedings of the IV Brazilian Conference on Neural Networks*, São José dos Campos, SP, Brasil, p. 19-24.
- Pérez, V. H., 1998, "Estudo do Comportamento da Temperatura de Bananas durante o Processo de Secagem, Dissertação de Mestrado", Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil.
- Raudenský, M., Horský, J., Krejsa, J., 1995, "Usage of Neural Network for Coupled Parameter and Function Specification Inverse Heat Conduction Problem", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 22, nº 5, p. 661-670.
- Sablani, S. S., Kacimov, A., Perret, J., Mujumdar, A. S., Campo, A., 2004, "Non-Iterative Estimation of Heat Transfer Coefficients using Artificial Neural Network Models, *International Journal of Heat and Mass Transfer*", Vol. 48, nº 3, p. 665-679.
- Silva Neto, A. J., Moura Neto, F. D., 2005, "Problemas Inversos: Conceitos Fundamentais e Aplicações", Ed. UERJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Silva Neto, A. J., Soeiro, F. J. C. P., 2003, "Solution of Implicitly Formulated Inverse Heat Transfer Problems with Hybrid Methods", *Mini-Symposium Inverse Problems from Thermal Fluids and Solid Mechanics Applications*, 2th MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics, Cambridge, EUA.

- Soeiro, F. J. C., Campos Velho, H. F., Soares, P. O., Silva Neto, A. J., 2004, "Using Neural Networks to Obtain Initial Estimates for the Solution of Inverse Heat Transfer Problems". Inverse Problems, Design and Optimization Symposium, Rio de Janeiro, Brasil, p 1-6.
- Storn, R., Price, K., 1995, "Differential Evolution: a Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces". *Technical Report TR-95-012*, International Computer Science Institute, Berkeley, USA.
- Storn, R., 1997, "Differential Evolution — a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces". *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, nº 4, p. 341-359.
- Suram, S., Bryden, K. M., Ashlock, D. A., 2005, "An Evolutionary Algorithm to Estimate Unknown Heat Flux in a One-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem", Proceedings of the 5th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice, Cambridge, UK.
- Wood, R. L., 1996, "Genetic Algorithm Behaviour in the Solution of an Inverse Thermal Field Problem", *Engineering Computation*, Vol. 13, nº 5, p. 38-56.

INVERSE PROBLEM TO ESTIMATE THERMAL PROPERTIES OF BANANAS DURING THE DRYING PROCESS

Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, Prado Velho, CEP: 81215-901, Curitiba, PR
viviana.mariani@pucpr.br

Leandro dos Santos Coelho

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - PPGEPS
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, Prado Velho, CEP: 81215-901, Curitiba, PR
leandro.coelho@pucpr.br

Abstract

In this work, the Differential Evolution optimization method is used to estimate the thermal diffusivity, variable with the banana temperature (during the drying process), thus solving the inverse problem of heat transfer by conduction. In the numerical modeling of the drying phenomena for simplification the physical properties generally remains constant. However, many times, the numerical results when compared with the experimental results are unsatisfactory. Other times these properties are presented as function of the humidity demanding the calculation of other equation for obtain these properties. Thus, in the present work deals the analysis and utilizing of inverse problems to estimate the thermal diffusivity of banana variable with the temperature during the drying process. Experimental results of the drying had been obtained of literature and the estimates of the thermal diffusivity by the optimization method have an excellent agreement with the results experimental. Such approach are advantageous for the fact not to need the solution of the mass equation to get the thermal diffusivity so as only the 1-D model were used to decide the heat transfer by Finite Difference method.

Keywords: Differential Evolution, thermal diffusivity, drying process, Inverse heat conduction problem.

ESTUDO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM RESERVATÓRIOS TÉRMICOS CILÍNDRICOS HORIZONTAIS

Darci Luiz Savicki

PROMECC – Progr. de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – UFRGS. Rua Sarmento Leite 425, 90050-170 Porto Alegre, RS
darcilus@mecanica.ufrgs.br

Horácio A. Vielmo

Departamento de Engenharia Mecânica – UFRGS. Rua Sarmento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS
vielmo@mecanica.ufrgs.br

Arno Krenzinger

PROMECC – Progr. de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – UFRGS. Rua Sarmento Leite 425, 90050-170 Porto Alegre, RS
arno@mecanica.ufrgs.br

Resumo: Apresenta-se uma investigação numérica tridimensional da convecção natural laminar em reservatórios térmicos cilíndricos, via simulação numérica através do Método dos Volumes Finitos em malha estruturada. A validação do código numérico 3D desenvolvido é feita a partir de dados experimentais próprios para o caso de um reservatório cilíndrico horizontal. Verifica-se a formação das camadas limite térmica e hidrodinâmica e a consequente formação do perfil estratificado de temperatura. A solução transiente do campo de velocidade mostrou a formação de “franjas” junto à parede radial, sendo mais acentuada na parte superior do reservatório. Através da experimentação numérica obtém-se uma correlação para o coeficiente de convecção natural no interior do reservatório, assim como um parâmetro para o cálculo da resistência térmica do isolamento, que possibilita determinar com precisão o coeficiente global de perdas térmicas.

Palavras-chave: Convecção natural, Método dos Volumes Finitos, investigação numérica tridimensional.

1. Introdução

Muitos trabalhos teóricos e experimentais abordam o problema da convecção natural em cavidades retangulares ou cilíndricas. Na modelagem matemática, a grande maioria considera algum tipo de simetria que permite que a simulação numérica seja feita em apenas duas dimensões. Um exemplo recente é o trabalho apresentado por Oliveski *et al* (2003), que apresenta uma investigação experimental e uma simulação numérica bidimensional dos campos de temperatura e velocidade no interior de reservatórios térmicos cilíndricos verticais, com condições de contorno de terceira espécie.

Quando considera-se o reservatório térmico cilíndrico horizontal, uma descrição satisfatória da convecção natural requer a consideração das três dimensões físicas. Apenas um reduzido número de estudos numéricos sobre convecção natural considera geometrias que exigem soluções tridimensionais. Um dos motivos é o aumento do tamanho do sistema de equações a ser resolvido e o conseqüente aumento do tempo computacional, que até bem pouco tempo tornavam tais simulações impraticáveis.

Um exemplo de investigação numérica tridimensional é descrito em Schneider e Straub (1992), que consideraram o problema da convecção natural laminar em cilindro inclinado com diferentes temperaturas nas paredes axial e isolado lateralmente. Naquele trabalho a malha utilizada é bastante grosseira, talvez decorrente da limitação computacional da época. Os autores concluíram que, para as condições de fronteira estudadas, com $Pr=0,7$ e $H/D=1$, a máxima transferência de calor ocorre para ângulos $\theta \approx 45^\circ-60^\circ$. Mais tarde, usando o software CFX-F3D, Xia *et al* (1998) simularam o escoamento laminar e turbulento e a transferência de calor em um cilindro horizontal com fluxo de calor prescrito nas paredes, e validaram seus resultados com dados experimentais próprios. Os autores mostraram que, após atingir o regime estável, ocorre a estratificação da temperatura em planos verticais e concluíram que é a camada limite hidrodinâmica junto às paredes que dirige esta estratificação. Rubinov *et al*. (2004) estudaram numericamente a ocorrência de instabilidades tridimensionais do fluxo convectivo natural em cilindro vertical com parede lateral parcialmente aquecida. Verificaram a ocorrência de diferentes modos de perturbações tridimensionais que alternam-se com a variação da razão de aspecto.

A quase totalidade dos trabalhos encontrados na literatura tem assumido condições de contorno de primeira e segunda espécie nas paredes e espessura das paredes nula. Existe carência de estudos que considerem a transferência de calor através de condição de contorno de terceira espécie, e incluam no domínio de cálculo as paredes do reservatório. Para complementar as investigações mencionadas, o presente trabalho apresenta um estudo numérico dos campos de temperatura e velocidade em reservatório térmico cilíndrico horizontal sujeito à perda de calor para o ambiente por

condição de contorno de terceira espécie. Situação esta que aparece, por exemplo, em reservatórios utilizados em sistemas de aquecimento de água por energia solar. A fim de validar os resultados numéricos, construiu-se um aparato experimental que consiste no sistema formado por um reservatório térmico, um aquecedor de passagem, uma bomba e uma sonda de termopares. É possível determinar o perfil de temperatura ao longo do diâmetro vertical do reservatório, e assim confrontar com o perfil obtido via simulação numérica.

2. Modelo físico e matemático

Para a realização do estudo experimental utiliza-se as instalações do Laboratório de Energia Solar da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. A Fig. 1 apresenta a geometria e as dimensões do reservatório utilizado no estudo experimental.

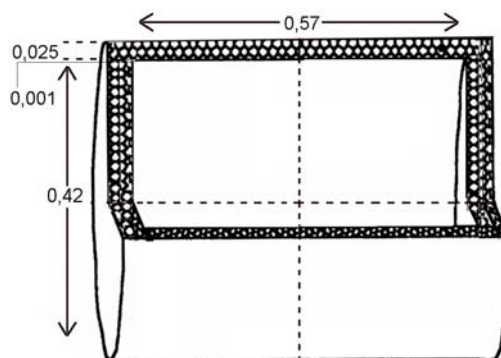


Figura 1 – Dimensões do reservatório cilíndrico horizontal, medidas em [m].

O reservatório cilindro utilizado é de aço inoxidável, de 0,57m de comprimento e 0,21m de raio interno. Considera-se que as camadas da parede metálica interna e de isolamento tem valores iguais nas direções radial e axial, sendo respectivamente $e_{pm}=0,001m$, $e_{iso}=0,025m$. A parede metálica interna é de aço inoxidável e o isolamento de poliuretano. Interligado ao reservatório estão a bomba e o aquecedor elétrico de passagem, conforme mostra o esquema na Fig. 2. Nos experimentos, o reservatório é totalmente preenchido com água a uma temperatura uniforme (T_{int}). Após, deixa-se o reservatório resfriar por convecção natural enquanto a temperatura ao longo do diâmetro vertical e a temperatura ambiente (T_{ext}) são monitorada de 5 em 5 minutos.

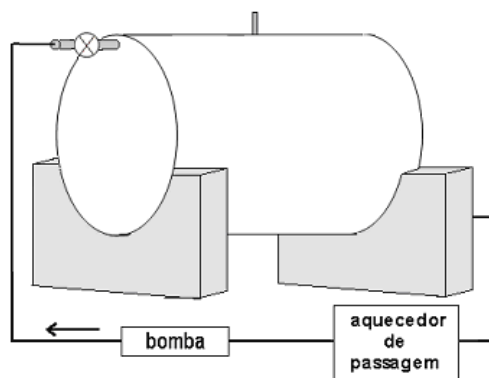


Figura 2 – Esquema da ligação da bomba e do aquecedor elétrico com o reservatório térmico.

O orifício localizado no meio do tanque, na parte mais alta do reservatório serve tanto como válvula de alívio durante o processo de enchimento do tanque quanto como ponto de inserção da sonda de termopares. Esta sonda utiliza 20 termopares fixos em um tubo Aquatherm CPVC (15 mm de diâmetro). Considerando que os principais gradientes térmicos ocorrem na base do reservatório e apontam na direção vertical, colocou-se um número maior de pontos de medição na parte inferior da sonda. Fez-se a medição da temperatura ao longo de uma linha vertical, na intersecção dos planos de simetria verticais.

A distribuição dos termopares na sonda foi escolhida a partir da normalização dos perfis de temperatura obtidos previamente por simulação numérica. A Fig. 3a mostra os perfis de temperatura normalizados na forma $\frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}$.

T_{max} é a temperatura máxima (que ocorre no topo) e T_{min} é a temperatura mínima (que ocorre na base). Observa-se que o comportamento do perfil das temperaturas normalizadas, para as 10 horas simuladas, segue uma mesma tendência, a

qual pode ser representada por um polinômio de quarto grau de variável h/H , onde H é a altura (diâmetro interno) do reservatório e h é uma altura intermediária ao longo do diâmetro.

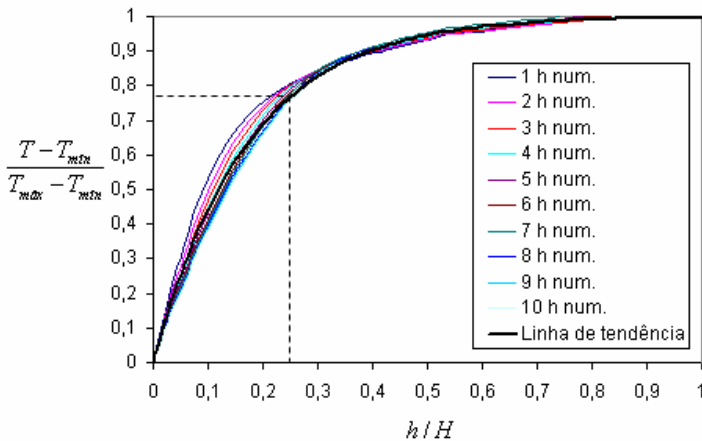


Figura 3a -Perfis de temperatura normalizados obtidos previamente por simulação numérica.

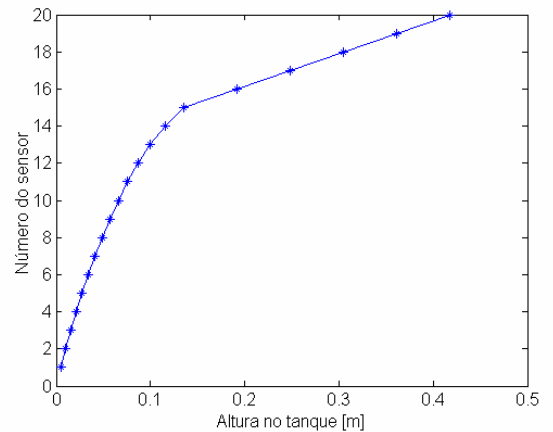


Figura 3b – Distribuição dos sensores na sonda, com base nos perfis de temperatura normalizados.

Observa-se também que aproximadamente três quartos da faixa de variação de temperatura normalizada ocorre numa região correspondente a aproximadamente um quarto do diâmetro, na parte inferior do reservatório. Por isto nesta região foram tomados 15 pontos com base nesta linha de tendência, enquanto que nos três quartos restantes foram tomados linearmente outros 5 pontos, totalizando assim 20 pontos de medição de temperatura, conforme mostra a Fig. 3b.

Considerando dois planos de simetria verticais, sendo um (r, θ) passando pelo ponto médio do comprimento z e outro plano (r, z) passando pelo seu diâmetro, o domínio de cálculo se reduz à região mostrada na Fig. 4.

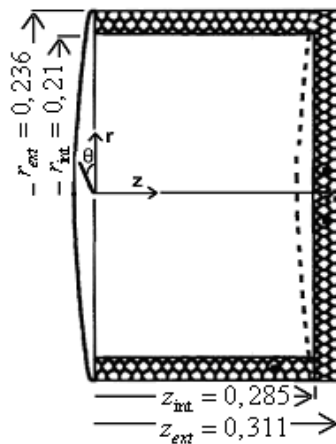


Figura 4 – Domínio de cálculo a ser simulado.

Em coordenadas cilíndricas, usando a aproximação de Boussinesq, o problema pode ser descrito pelo seguinte sistema de equações.

Equação de continuidade:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rV_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

Equações do movimento:

Na direção radial r:

$$\rho_\infty \left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta^2}{r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_H}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rV_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right] + \rho_\infty \beta (T - T_\infty) g \cos \theta \tag{2}$$

Na direção angular θ :

$$\rho_{\infty} \left(\frac{\partial V_{\theta}}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_{\theta}}{\partial r} + \frac{V_{\theta}}{r} \frac{\partial V_{\theta}}{\partial \theta} - \frac{V_r V_{\theta}}{r} + V_z \frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p_H}{\partial \theta} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r V_{\theta})}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_{\theta}}{\partial z^2} \right] - \rho_{\infty} \beta (T - T_{\infty}) g \sin \theta \quad (3)$$

Na direção axial z:

$$\rho_{\infty} \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_{\theta}}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p_H}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

Condições iniciais:

Para todo domínio: $V_r = V_{\theta} = V_z = 0$

Condições de contorno:

Em toda região do isolamento e parede metálica: $V_{\theta} = V_r = V_z = 0$

Na linha $r=0$: $V_{\theta} = V_r = 0, \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$

No plano de simetria (r, z), onde $\theta=0$ e $\theta=\pi$: $\frac{\partial V_r}{\partial \theta} = \frac{\partial V_z}{\partial \theta} = V_{\theta} = 0$

No plano de simetria (r, θ), onde $z=0$: $\frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} = \frac{\partial V_r}{\partial z} = V_z = 0$

Equação da energia:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_{\theta}}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + S^T \quad (5)$$

Condições iniciais:

Na região interior : $T = T_{\text{int}}$

E na região do isolamento térmico e parede metálica: perfil linear

Condições de contorno:

Na linha $r=0$: $\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$

No plano de simetria (r, z), onde $\theta=0$ e $\theta=\pi$: $\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$

No plano de simetria (r, θ), onde $z=0$: $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$

Nas fronteiras $r=r_{\text{ext}}$ e $z=z_{\text{ext}}$: h e T_{ext} prescritos.

Como condição inicial na região sólida, parede metálica e isolamento térmico, é admitida uma distribuição linear da temperatura, com $T = T_{\text{int}}$ na parede interna e $T = T_{\text{ext}}$ na parede externa. O coeficiente de transferência de calor adotado do lado externo (ar) é $h_{\text{ext}} = 8 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$. Nos termos correspondentes a aproximação de Boussinesq, T_{∞} é a temperatura média no interior do reservatório e ρ_{∞} é a densidade do fluido calculada para esta temperatura.

2.1. Método de solução

O acoplamento pressão-velocidade utilizado é o SIMPLE (Patankar, 1972) e para a solução do sistema de equações algébricas resultante o TDMA, com correção em bloco. Como função de interpolação utiliza-se o esquema QUICK. O código desenvolvido foi extensivamente testado para outras situações-problema e verificado que produz soluções que estão de acordo com resultados teóricos e experimentais encontrados na literatura. Para o caso estudado neste trabalho os autores desconhecem a existência de dados numéricos ou experimentais, fato este que motivou o desenvolvimento de um estudo experimental em paralelo, a fim de obter os dados para comparação com a solução numérica.

Na discretização do domínio de cálculo, para a região fluida, nas direções radial e axial, foi aplicado refinamento não-uniforme. Foram concentrados mais volumes nas proximidades das paredes, de modo a capturar informações das camadas limite térmica e hidrodinâmica. A malha utilizada no domínio fluido é de $40 \times 40 \times 40$ volumes. Utilizou-se ainda nas direções radial e axial um volume para a parede metálica e dois volumes para a camada de isolamento térmico. Na direção angular é adotada uma discretização com espaçamento uniforme. A Fig. 5 mostra uma vista do domínio de cálculo discretizado.

A integração no tempo é realizada de forma totalmente implícita, em passos de 1 segundo, a atingir os critérios de convergência $\left| \frac{T^{n+1} - T^n}{T^n} \right| \leq 10^{-6}$ para o campo térmico e resíduo máximo de massa $S_{\text{max}} \leq 10^{-6}$ para o campo hidrodinâmico.

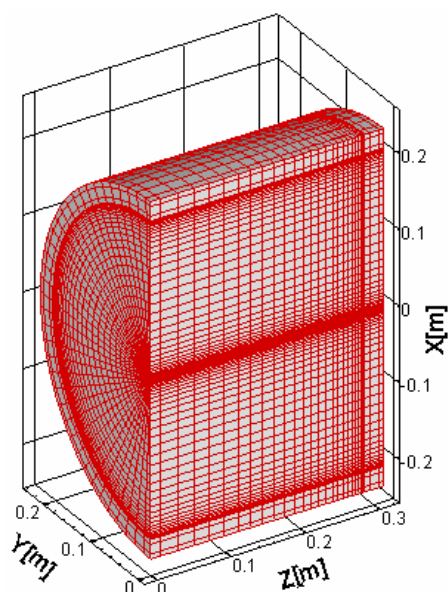


Figura 5 – Domínio de cálculo discretizado.

3. Resultados Numéricos

A Fig. 6a mostra o campo de temperatura na fronteira do fluido com a parede metálica, enquanto que a Figura 6b mostra o campo de temperatura nos planos de simetria, ambas após 1 hora de resfriamento.

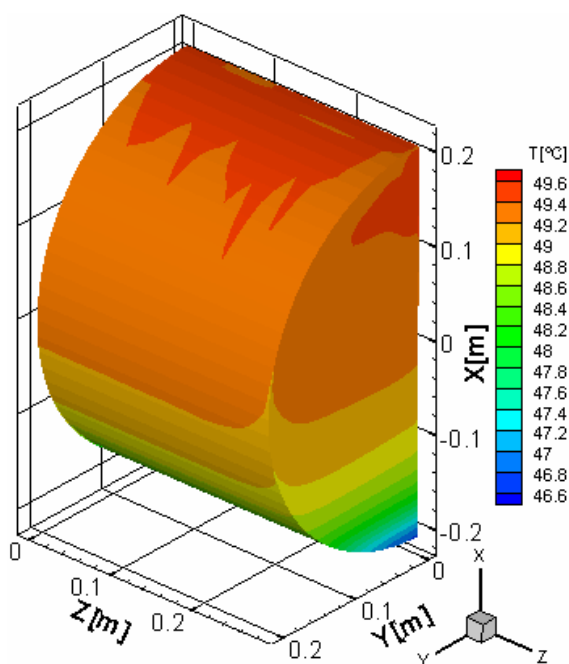


Figura 6a – Vista lateral da região interna fluida

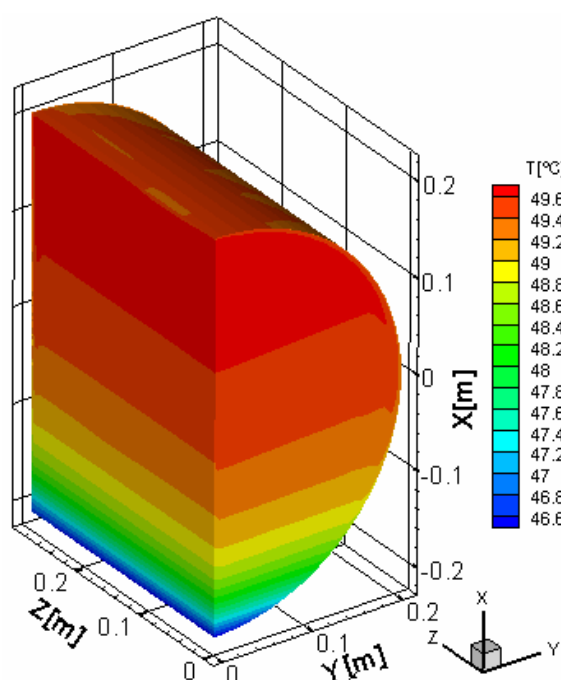


Figura 6b – Vista dos planos de simetria.

Observa-se que o campo de temperatura está fortemente estratificado no fundo do reservatório, enquanto que na parte superior a temperatura é praticamente constante. Na vista lateral (Fig. 6a) observa-se, para um dado plano horizontal próximo às paredes, a formação de uma fina camada de fluido a uma temperatura mais baixa que a temperatura média neste plano, em decorrência da perda de calor para o exterior. Ou seja, observa-se a formação da camada limite térmica. Nos planos de simetria mostrados na Fig. 6b os perfis de temperatura numa mesma altura são praticamente constantes, exceto nas proximidades das paredes, onde entra em cena a camada limite térmica. Ainda com relação à Fig. 6a observam-se pequenas flutuações no campo de temperatura, especialmente na parte mais alta do reservatório, decorrentes de instabilidades hidrodinâmicas. Nota-se ainda que ocorre um maior resfriamento do fluido

na região próxima ao encontro das paredes radial e axial (Fig. 6a). Este fato ocorre em virtude da maior área de troca de calor com o exterior que existe nesta região, dado que a camada fluida faz vizinhança com duas paredes (radial e axial).

No início do processo de resfriamento percebe-se a formação das camadas limites térmica e hidrodinâmica, que são as responsáveis pela formação do perfil estratificado de temperatura em planos verticais. Nos primeiros instantes observa-se que a camada limite hidrodinâmica se estende até a base do reservatório. Neste momento, todo o fluido resfriado junto às paredes deposita-se na região inferior. Com o passar do tempo e o desenvolvimento do perfil estratificado de temperaturas, o fluido que se resfria junto às paredes na região superior já não irá se depositar na base do reservatório, mas sim numa posição intermediária. Esta posição corresponde a um ponto onde a temperatura do fluido resfriado e a temperatura média do fluido num plano horizontal são equivalentes.

A Fig. 7 mostra a comparação numérico versus experimental dos perfis verticais de temperatura ao longo do diâmetro, na interseção dos planos de simetria, para um tempo de 10 horas de simulação. Neste caso, aproveita-se o próprio perfil experimental da temperatura medido no tempo $t=0h$ para gerar a condição inicial do campo de temperatura da simulação numérica. Para os pontos experimentais, a análise das incertezas mostrou que o erro máximo associado as estas medidas é de $0,3^{\circ}C$.

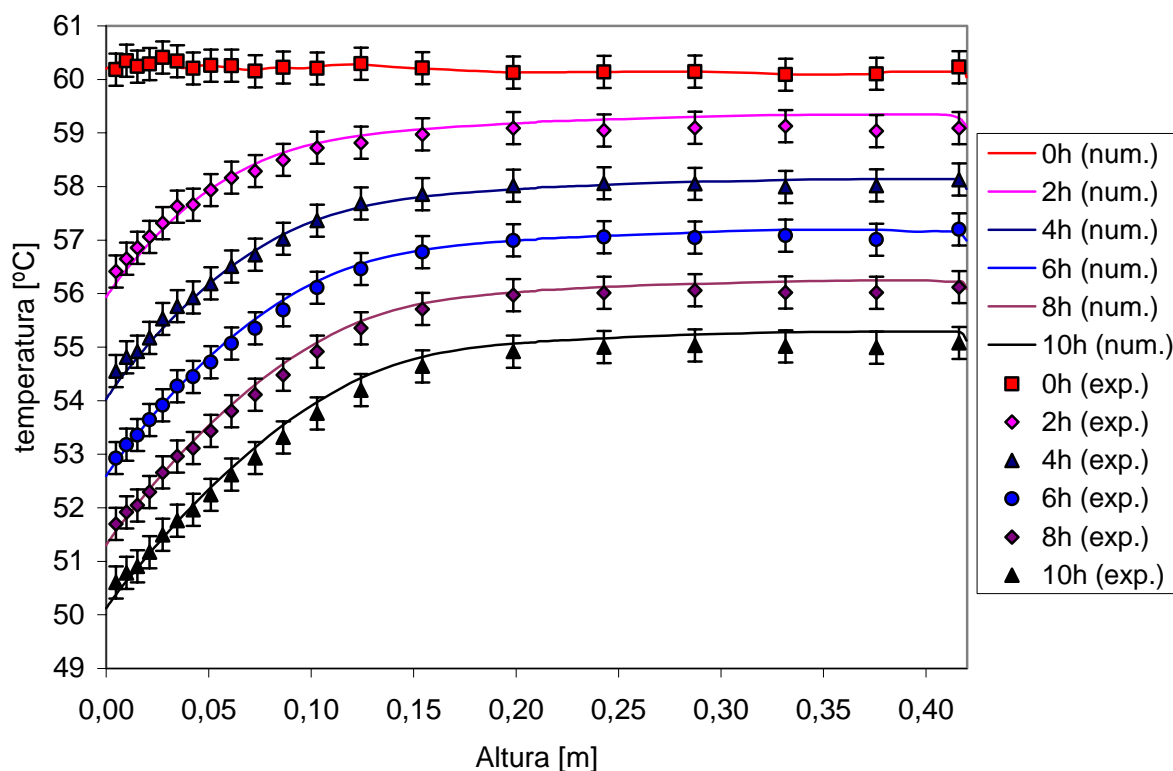


Figura 7 – Perfis de temperatura ao longo do diâmetro vertical. Comparação dos perfis obtidos via simulação numérica com os dados experimentais.

Observa-se que os maiores gradientes de temperatura ocorrem na base do reservatório e uma reprodução fiel destes perfis através da simulação numérica, o que demonstra a validade do presente algoritmo. Nas simulações realizadas, o número de Rayleigh é da ordem de 10^5 , o que mostra que o movimento do fluido no interior do reservatório decorrente da convecção natural fica na faixa dos escoamentos laminares.

Nas Fig. 8a e 8b são apresentados dois cortes no plano (r, θ) , mostrando as respectivas componentes de velocidade (V_r, V_θ) através de vetores. A Fig. 8a corresponde a um corte próximo à parede axial enquanto que a Fig. 8b corresponde a um corte no meio do reservatório.

Na Fig. 8a mostra-se um corte localizado a 5mm da parede axial e dentro da camada limite hidrodinâmica onde observa-se que fluido resfriado escoava verticalmente. Além disso, na borda radial observa-se que o movimento de fluido descendente é ainda mais intenso. Esta região está próxima tanto da parede radial quanto axial, por isto perde calor para ambas, e assim sofre um resfriamento mais acentuado que implica num movimento mais intenso de fluido descendente. Na Fig. 8b, que corresponde a um corte longe das tampas axiais, observa-se que o fluido é resfriado somente através da parede radial, de modo escoava num movimento que acompanha o contorno desta parede. Observa-se ainda a formação de uma recirculação secundária na parte mais alta do reservatório. A análise mostrou que tais recirculações desenvolvem-se de modo transiente em toda a região interior do reservatório.

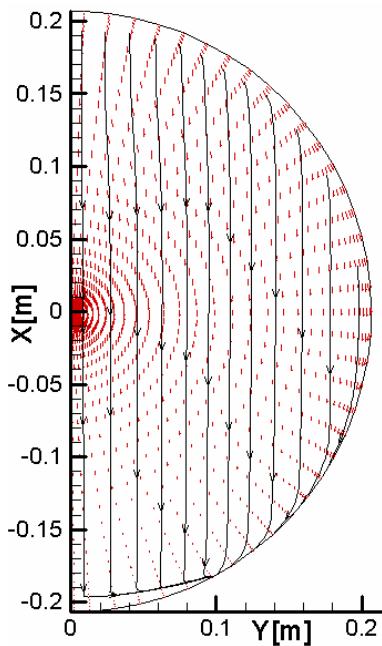


Figura 8a – Perfil das componentes de velocidades radial e angular próximo a parede axial.

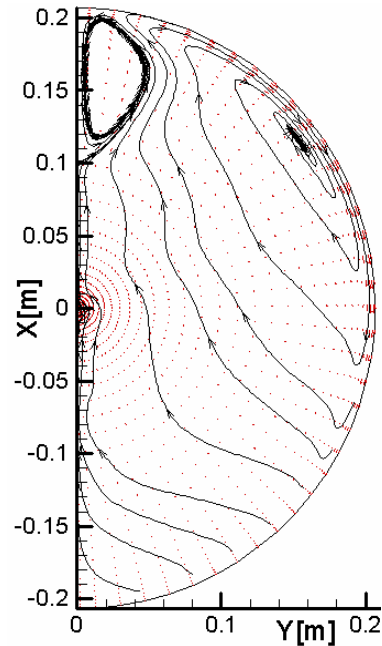


Figura 8b – Perfil das componentes de velocidades radial e angular no plano de simetria (r, θ).

Na análise transiente do campo tridimensional de velocidade observa-se ainda a formação de caminhos preferenciais que fazem com que ocorram “franjas” no perfil da velocidade junto à parede radial. Tal fato pode ser visto na Fig. 9a, que mostra cortes no campo de velocidade para algumas alturas fixas. Na Fig. 9b apresenta-se cortes do campo de velocidade para alguns ângulos. Mais uma vez observa-se a formação da camada limite térmica junto às paredes radial e axial, bem como a formação de recirculações junto ao topo do reservatório.

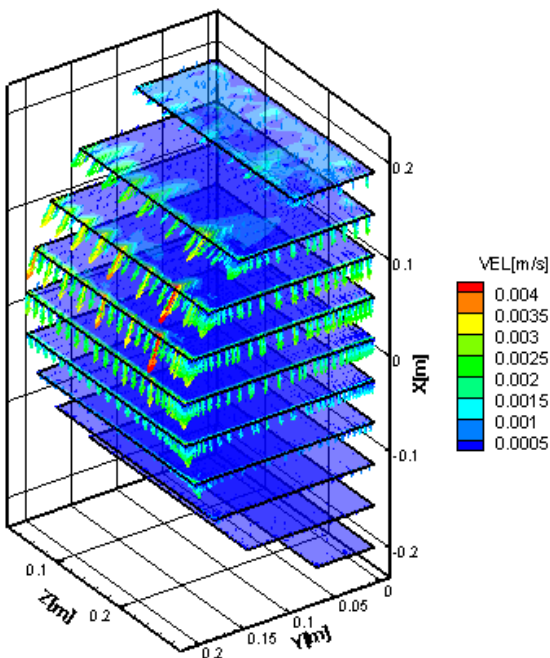


Figura 9a – Cortes do campo de velocidades para alguns planos de altura fixa.

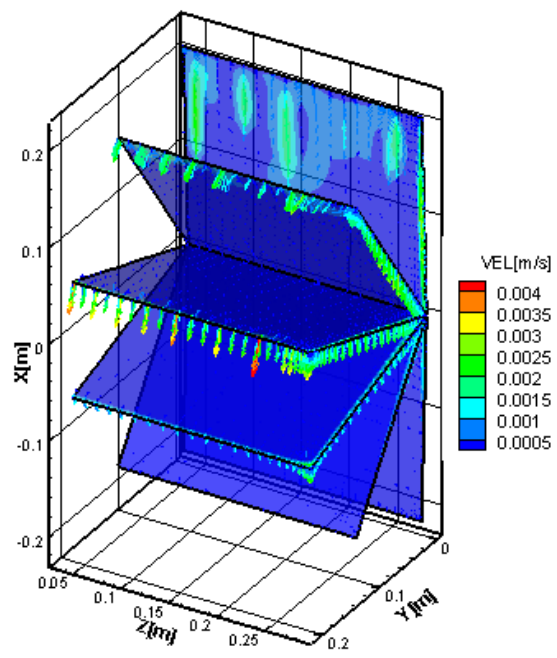


Figura 9b – Cortes do campo de velocidade para alguns planos de ângulo fixo.

Tais comportamentos foram observados também em outros trabalhos. Por exemplo, em investigação experimental da convecção natural em reservatório cilíndrico horizontal, Brooks e Ostrach (1969) verificaram que o fluxo mássico ocorre principalmente nas regiões mais próximas das paredes. Xia *et al* (1998), numa investigação numérica e experimental, concluíram que é este fluxo junto à parede que dirige a estratificação da temperatura.

Um dos parâmetros de interesse em reservatórios térmicos é o coeficiente global de transferência de calor (UA). Numerando as resistências da seguinte forma $R_1 = \frac{1}{A_{int} h_{int}}$, $R_2 = R_{iso}$ e $R_3 = \frac{1}{A_{ext} h_{ext}}$, onde A_{int} e A_{ext} são as áreas das paredes, respectivamente internas e externas, h_{int} e h_{ext} são os coeficientes de transferência de calor internos e externos, respectivamente e R_{iso} é a resistência térmica do isolamento térmico, pode-se estabelecer as seguintes igualdades para o fluxo de calor

$$Q = \frac{T_{int} - T_{w0}}{R_1} = \frac{T_{w0} - T_{w1}}{R_2} = \frac{T_{w1} - T_{ext}}{R_3} \tag{6}$$

onde T_{w0} é a temperatura média na parede metálica interna e T_{w1} é a temperatura média na parede externa.

Após determinar o valor destas três resistências, pode-se reformular a equação (6) usando o coeficiente global de transferência de calor ($UA = \left(\sum_{i=1}^3 R_i\right)^{-1}$), na forma

$$Q = UA \Delta T \tag{7}$$

onde $\Delta T = T_{int} - T_{ext}$. A resistência R_3 é imediatamente calculada a partir do conhecimento do coeficiente de convecção exterior (neste trabalho $h_{ext} = 8Wm^{-2}K^{-1}$) e da área das faces das paredes externas.

A resistência R_2 é composta pelas resistências térmicas nas direções radial (R_r) e axial (R_a) que podem ser combinadas na forma

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_a} = \frac{1}{\frac{R_r R_a}{R_r + R_a}} \tag{8}$$

Vamos escrever as resistências radial e axial na forma

$$R_r = \frac{\ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)}{2k_{iso} \pi (C_{int} + 2ae_{iso})} \tag{9}$$

$$R_a = 2 \frac{e}{k_{iso} \pi (D_{int} + 2ae_{iso})^2} \tag{10}$$

onde o parâmetro “a” é desconhecido. O termo C_{int} é o comprimento interno, D_{int} é o diâmetro interno, e_{iso} e k_{iso} são a espessura e a condutividade térmica do isolamento, respectivamente. A fim de encontrar o valor do parâmetro “a”, determinou-se numericamente o valor das grandezas T_{w0} , T_{w1} e Q e após resolveu-se a equação

$$\frac{T_{w0} - T_{w1}}{R_2} - Q = 0 \tag{11}$$

para R_2 . Uma vez conhecida o valor desta resistência, encontra-se numericamente a raiz da equação

$$\frac{R_r R_a}{R_r + R_a} - R_2 = 0 \tag{12}$$

para a variável “a”, onde o primeiro termo é expresso introduzindo as relações (9) e (10) em (8). A repetição deste procedimento variando parâmetros como diâmetro do reservatório e espessura da camada de isolamento permitiu mostrar que o valor de “a” se mantém constante e igual a 0,25. Este valor, aplicado em (9) e (10) permite determinar corretamente o valor da resistência R_2 .

Resta ainda por determinar a resistência R_1 . Considerando que no interior do reservatório as temperaturas da parede e do fluido variam com a altura, torna-se necessário definir um valor de referência para cada uma destas temperaturas. Foram adotadas as seguintes relações, aplicadas ao domínio de cálculo para estabelecer a temperatura média da parede metálica (T_{w0}) e a temperatura média do fluido (T_{int})

$$T_{w0} = \frac{\sum_{i=2}^{L-1} \sum_{k=2}^{N^*-1} T(\theta_i, r_{M^*}, z_k) \cdot \Delta z_k \cdot r_{M^*} \cdot \Delta \theta_i + \sum_{i=2}^{L-1} \sum_{j=2}^{M^*-1} T(\theta_i, r_j, z_{N^*}) \cdot \Delta r_j \cdot r_j \Delta \theta_i}{\sum_{i=2}^{L-1} \sum_{k=2}^{N^*-1} \Delta z_k \cdot r_{M^*} \cdot \Delta \theta_i + \sum_{i=2}^{L-1} \sum_{j=2}^{M^*-1} \Delta r_j \cdot r_j \Delta \theta_i} \tag{13}$$

$$T_{int} = \sum_{i=2}^{L-1} \sum_{j=2}^{M^*-1} \sum_{k=2}^{N^*-1} T(\theta_i, r_j, z_k) \cdot r \Delta\theta_i \cdot \Delta r_j \cdot \Delta z_k \quad (14)$$

A taxa de transferência de calor, para o domínio de cálculo considerado, é

$$Q_{tot} = k_{iso} \sum_{j=2}^{L-1} \sum_{k=2}^{N-1} \frac{T(\theta_i, r_M, z_k) - T(\theta_i, r_{M-1}, z_k)}{r_M - r_{M-1}} \cdot \Delta z_k \cdot r_M \cdot \Delta\theta_i + k_{iso} \sum_{k=2}^{N-1} \sum_{j=2}^{M-1} \frac{T(\theta_i, r, z_N) - T(\theta_i, r, z_{N-1})}{z_N - z_{N-1}} \cdot \Delta r_j \cdot r_j \cdot \Delta\theta_i \quad (15)$$

Os números L-1, M-1 e N-1 são respectivamente o número total de volumes nas direções angular, radial e axial enquanto que M*-1 e N*-1 indica o numero de volumes no interior do reservatório.

Com estas definições para T_{int} e T_{w0} a resistência interna R_1 é calculada na forma

$$R_1 = \frac{(T_{int} - T_{w0})}{Q_{tot}} \quad (16)$$

A partir de diversas simulações numéricas onde foram variados os parâmetros como a temperatura inicial de resfriamento, a camada de isolamento térmico, raio interno e a razão de aspecto do reservatório, obteve-se uma correlação para a resistência interna para reservatórios térmicos preenchidos com água quente, na forma

$$R_1 = [0,002617 \cdot (R_2 + R_3) + 0,008163] \cdot [-0,0048(\Delta T) + 1,1210] \cdot \left\{ 0,079466 \cdot \tan \left[2,922037 \left(T_{mod} - \frac{1}{2} \right) \right] + 1,118018 \right\} \cdot \left(\frac{0,25}{r_{int} \cdot ra} \right)^{\frac{0,4}{ra}} \quad (17)$$

onde $T_{mod} = 1 - \frac{T_{int} - T_{ext}}{T_{ini} - T_{ext}}$, $\Delta T = (T_{ini} - T_{ext})$ e $ra = \frac{C_{int}}{D_{int}}$.

Evidentemente, uma vez conhecida a correlação para R_1 , a correlação para o coeficiente de convecção interna é decorrência direta da igualdade

$$h_{int} = \frac{1}{R_1 A_{int}} \quad (18)$$

Para testar a validade da equação acima, a Fig. 10 mostra o perfil fornecido pela correlação comparados com os dados originais da simulação. Além disso estende-se o perfil da correlação para faixas não simuladas. Os dados se referem a um caso onde o diâmetro interno do reservatório é $D_{int} = 0,5m$, o comprimento interno do reservatório $C_{int} = 0,5m$. O isolamento é poliuretano com espessura de 75mm. A temperatura exterior é admitida como constante em 20°C.

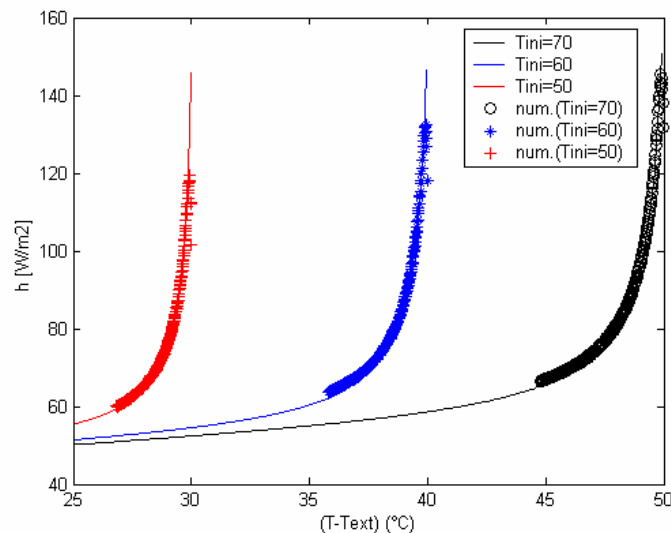


Figura 10 – Comparação entre os valores de h_{int} obtidos com a simulação e o perfil fornecido pela correlação proposta, para diferentes temperaturas iniciais de resfriamento.

Os pontos obtidos através da simulação numérica correspondem a um período de resfriamento de 24h. A Fig. 10 mostra que a correlação apresentada está em excelente concordância com os resultados da simulação numérica.

Na Fig. 11a utiliza-se a correlação para calcular R_1 e compara-se o seu valor (em percentual) com as resistências R_2 e R_3 . A Fig. 11b mostra uma ampliação da faixa de variação da resistência R_1 . O caso aqui considerado é um reservatório com 30 mm de isolamento de poliuretano, raio interno de 0,25m, razão de aspecto 2 e temperatura uniforme inicial de 70°C, em um ambiente a 20°C com coeficiente de convecção externa de $h_{ext} = 8Wm^{-2}K^{-1}$.

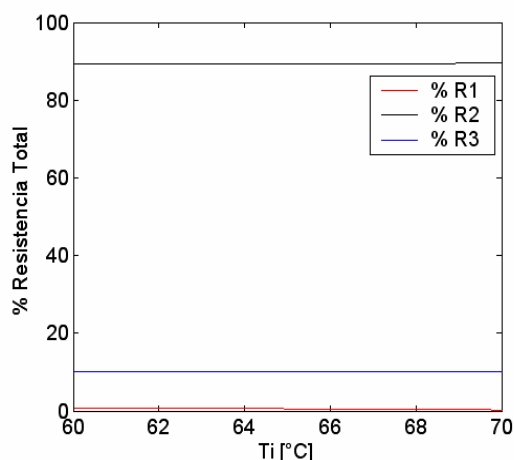


Figura 11a – Variação percentual das resistências R_1, R_2 e R_3 .

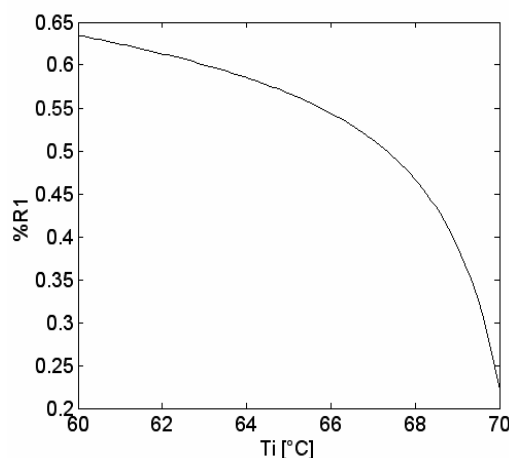


Figura 11b – Variação percentual da resistência interna (R_1).

Para este caso, observa-se que durante o resfriamento de 10°C, a contribuição da resistência R_1 é menor que 1% da resistência total, enquanto que a contribuição da resistência R_2 é próxima de 90% e a contribuição da resistência R_3 é próxima de 10%. Isso mostra que, mesmo que o valor da espessura da camada de isolamento seja de apenas 30 mm de poliuretano, o valor da resistência interna pode ser desprezado para fins de cálculos de engenharia.

Para expressar a variação da temperatura média no interior do reservatório h_{int} , como função do tempo, é necessário resolver a equação diferencial

$$\frac{(T_{int} - T_{ext})}{R_t} dt = -m c_p dT_{int} \quad (19)$$

onde $R_t = R_1 + R_2 + R_3$. Se a resistência R_1 for desprezada, então a solução analítica da equação diferencial (19) é

$$T_{int} = (T_{ini} - T_{ext}) e^{-\frac{t}{m c_p (R_2 + R_3)}} + T_{ext} \quad (20)$$

A equação (20) fornece a temperatura média da água no interior do reservatório, informação essa que permite determinar também a variação de R_1 em função do tempo, através da Eq. (17). Entretanto, para levar em conta a resistência R_1 no cálculo de T_{int} , torna-se necessário resolver numericamente a Eq. (19), visto que $R_t = f(T_{int})$. Devido à complexidade da correlação para R_1 agora torna-se difícil obter a solução analítica da Eq. (19). Entretanto, se for do interesse, pode-se resolvê-la numericamente e então usar esta solução para calcular h_{int} em função do tempo.

As Figuras 12a e 12b mostram o quanto é importante calcular corretamente a resistência R_2 . Para exemplificar, na Fig. 12a utiliza-se nas equações (9) e (10) o fator “a” igual a 0,5 enquanto que na Fig. 12b utiliza-se o fator “a” igual a 1,0 para o cálculo da resistência R_2 e após utiliza-se a Eq. 20 para obter gerar a curva de resfriamento. Em comparação com a solução numérica, o uso do fator 0,5 determinou um erro de aproximadamente 0,5°C no valor da temperatura média do fluido, enquanto o uso do fator 1,0 determinou um erro de aproximadamente 1,5°C. Quando o fator é 0,25, o perfil calculado pelo uso da Eq. 20 e o perfil numérico são idênticos. Para ampliar a análise, as curvas geradas com o uso da Eq. 20 são calculadas de duas formas: incluindo a resistência R_1 (legenda $T = f(R_1 + R_2 + R_3)$) e desprezando-a (legenda $T = f(R_2 + R_3)$). Verifica-se que é insignificante a inclusão da resistência R_1 no cálculo da resistência total para fins de cálculo da temperatura média do fluido e que, mais importante do que incluir a resistência R_1 na resistência total é a correta determinação da resistência R_2 , através do uso do fator $a=0,25$ nas Eq. (8) e (9).

Tomando por base a discussão acima, conclui-se que no cálculo do coeficiente global de perdas térmicas pode-se desprezar a resistência interna R_1 e calcular UA considerando apenas as resistências R_2 e R_3 , ou seja,

$UA = \frac{1}{R_2 + R_3}$. A partir de UA pode-se calcular o fluxo de calor que deixa o reservatório conhecendo apenas a temperatura média no seu interior e a temperatura ambiente pela Eq. (7).

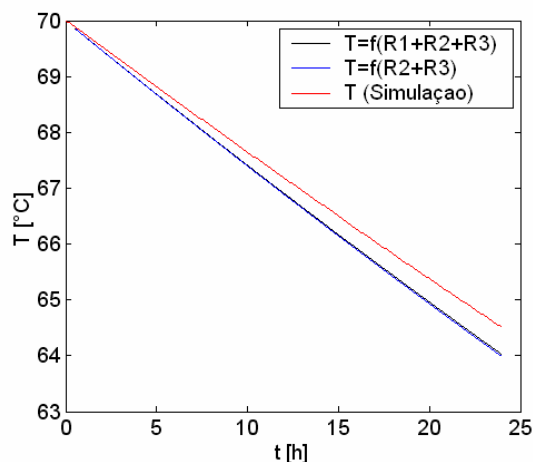


Figura 12a – Cálculo da temperatura média da água com a resistência R_2 sendo calculada com $a=0,5$ em comparação com perfil obtido via simulação numérica.

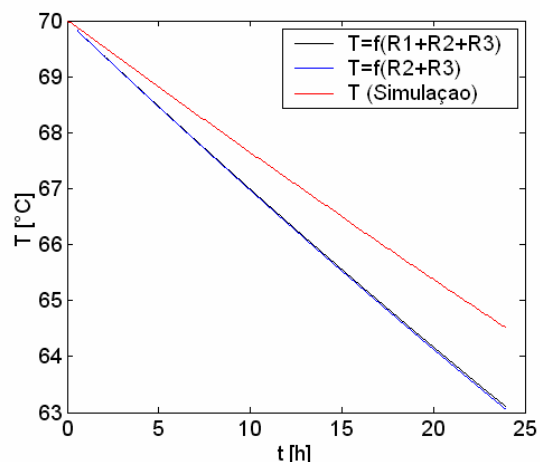


Figura 12b – Cálculo da temperatura média da água com a resistência R_2 sendo calculada com $a=1,0$ em comparação com perfil obtido via simulação numérica.

4. Conclusão

Neste trabalho utiliza-se um código computacional para simulação tridimensional da convecção natural laminar em reservatório térmico cilíndrico horizontal. Através da comparação com dados experimentais próprios é mostrada a sua validade. Verifica-se que as camadas limite térmica e hidrodinâmica apresentam instabilidades tridimensionais do tipo “franjas”, especialmente junto à sua parede radial. De modo semelhante ao que ocorre em reservatórios cilíndricos verticais, observa-se que também para o reservatório cilíndrico horizontal ocorre a estratificação da temperatura ao longo do processo de resfriamento. Através de experimentação numérica, é obtida uma correlação para o coeficiente de convecção natural no interior do reservatório, e verifica-se que a resistência térmica relativa a este termo contribui muito pouco para a resistência total, e portanto pode ser desprezada. Por outro lado, demonstra-se que para a determinação do coeficiente global de perdas térmicas, se faz necessária a correta determinação da resistência do isolamento, sendo sugerida uma forma adequada para seu cálculo.

5. Referências

- Brooks, I., Ostrach, S., 1970. “An Experimental Investigation of Natural Convection in a Horizontal Cylinder”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 44, pp. 545-561.
- Li Y. , Rudmam M., 1995, “Assessment of Higher-Order Upwind Schemes Incorporating FCT for Linear and Nonlinear Convection-Dominated Problems”, *Numer. Heat Transfer*, B 27, 1-21.
- Oliveski R.C., Vielmo H.A., Krenzinger, A., 2003. “Cooling of Cylindrical Vertical Tanks Submitted to Natural Internal Convection”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp 2015-2026.
- Patankar, S.V., 1975, “Numerical Prediction of Three-Dimensional Flows”, B.E. Launder (ed.), *Studies in Convection: Theory, Measurement and Applications*, Vol. 1, Academic, New York.
- Rubinov A. et al, 2004. “Three-Dimensional Instabilities of Natural Convection Flow in a Vertical Cylinder With Partially Heated Sidewall”, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 126, pp 586-599.
- Schneider S., Straub, J., 1992. “Laminar Natural convection in a Cylindrical Enclosure with Different End Temperatures”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 35, pp 545-557.
- Xia J. L. et al, 1998. “Numerical and Experimental Study of Transient Turbulent Natural Convection in a Horizontal Cylindrical Container”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 41, pp 3635-3645.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, entidade governamental brasileira promotora do desenvolvimento científico e tecnológico, pelo apoio financeiro dado a este trabalho.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE HEAT TRANSFER IN THERMAL HORIZONTAL CYLINDRICAL STORAGE TANKS

Darci Luiz Savicki

Mechanical Engineering Graduate Program – UFRGS. Rua Sarmiento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil.
darcilus@mecanica.ufrgs.br

Horácio A. Vielmo

Department of Mechanical Engineering – UFRGS. Rua Sarmiento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil.
vielmo@mecanica.ufrgs.br

Arno Krenzinger

Mechanical Engineering Graduate Program – UFRGS. Rua Sarmiento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil.
arno@mecanica.ufrgs.br

Abstract: *A three-dimensional numerical simulation of laminar natural convection in horizontal cylindrical thermal storage tanks is presented. It is applied the Finite Volume Method in structured mesh. The validation of the developed 3D code is made through own experimental data for the case of a horizontal cylindrical storage tank. The thermal and hydrodynamical boundary layers as well as the resulting formation of the temperature stratified profile are well captured. The transient solution of the velocity field showed the presence of fringe-type instabilities close to the radial wall, which are more intense on the top of the reservoir. Through numerical experimentation it is developed a correlation for the natural convection coefficient in the interior of the reservoir, as well as a parameter for the calculation of the insulation thermal resistance. This enables the determination of the overall heat transfer coefficient of the tank with good precision.*

Keywords: Natural convection, Finite Volume Method, Three-dimensional numerical study

NUMERICAL SIMULATION OF POLYMER MELT FLOW IN SUDDEN EXPANSIONS

P.S.B. ZDANSKI

Department of Mechanical Engineering
State University of Santa Catarina
89223-000 – Joinville – SC - Brasil
zdanski@joinville.udesc.br

M. VAZ Jr.

Department of Mechanical Engineering
State University of Santa Catarina
89223-000 – Joinville – SC - Brasil
m.vaz@joinville.udesc.br

Abstract. Sudden expansion is a typical geometry found at the entrance of a mould cavity and is generally known in industrie as gate. Flow simulation of this class of problems poses some difficulties owing to coupling of momentum and energy laws, existence of re-circulation and steep pressure variations. This work focuses on the physical analysis of the laminar and incompressible polymer melt flow inside channels with sudden expansions. The mathematical model comprises the mass, momentum and energy conservation laws. The pressure-velocity coupling is treated on solving a Poisson equation for pressure. The Cross constitutive model is adopted to describe the non-Newtonian behaviour of the flow. The governing equations are discretized using the finite difference method based on central, second order accurate formulas for both convective and diffusive terms. Artificial dissipation terms are added to control the odd-even decoupling problem. The results demonstrate that flow parameters, such as pressure drop and viscosity distribution, are strongly affected by heat transfer features. It has been found that, in such problems, any reliable solution must account for the non-isothermal effects.

Keywords. Non-Newtonian flows, numerical analysis, sudden expansions

1. Introduction

Polymer melt flow is frequently found in many industrial applications such as injection molding processes. The numerical simulation of this class of problems has gained widespread attention in the last years. New mathematical models, realistic rheological descriptions and numerical schemes are ongoing research topics pursued by the scientific community.

In injection molding, a narrow channel is placed between the feeding channel and the mould cavity, as illustrated at fig. (1). Such contraction is usually known in industry as gate and has, among others, the purpose of heating the melt to best fit the cavity. The heating effect is believed (empirically) to be attained due to high viscous dissipation of polymer melts. In this context, the present work aims at analyzing flow features of polymer melts inside channels with sudden expansions, specially the non-isothermal effects.

The literature in this subject is recent but still scarce, being specially devoted on studying isothermal flows. New numerical methodologies to solve the problem are proposed in Bao (2002) and Missirlis et al. (1998). The former work adopts finite elements whereas the latter uses the finite volume method, both of which within a framework of a generalized Newtonian formulation. Physical analysis of the flow bifurcation phenomenon was discussed by Manica and De Bortoli (2004), Neofytou and Drikakis (2003) and Ternik et al. (2006). The references adopt the generalized Newtonian formulation with an isothermal power-law model to describe the non-Newtonian flow behavior. Pressure drop and vortex length in sudden expansions are flow features studied in Pinho et al. (2003). The authors discuss the effects of the power-law index in isothermal flows. Nitin and Chhabra (2005) present a parametric analysis of non-isothermal power-law fluid flow past a rectangular obstacle. The drag coefficient and Nusselt number are obtained as functions of Reynolds number, power law-index and Peclet number. The solution obtained by the authors corresponds to Reynolds number ranging from 5 to 40, which are typical values for polymeric aqueous solution, but too high for polymer melts.

The present work discusses physical aspects of polymer melt flow in sudden expansions. The analysis assesses the influence of temperature on flow parameters such as pressure drop and viscosity distribution. The numerical scheme is based on the techniques originally conceived to solve Newtonian flows (Zdanski et al., 2004). The capability of the scheme to handle non-Newtonian flows inside plane channels was demonstrated in Zdanski and Vaz Jr. (2006a; 2006b), being its extension to solve sudden expansion flows straightforward. The results obtained show strong dependence of flow parameters with respect to temperature so that any reliable solution, in this class of problems, must account for the non-isothermal effects.

2. Theoretical formulation

2.1. Governig equations

The fully coupled Navier-Stokes and energy equations, within a framework of generalized Newtonian formulation, is the mathematical model adopted, i.e.

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta(T, \dot{\gamma}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_p u_i T)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \eta(T, \dot{\gamma}) \dot{\gamma}^2, \quad (2)$$

where η is the apparent viscosity, which is function of the temperature and equivalent shear rate ($\dot{\gamma}$). All the symbols appearing in the preceding equations are completely standardized in literature. The simulations performed in this work are for a commercial polymer Polyacetal POM-M90-44, whose non-Newtonian behavior is accounted for the Cross constitutive model as

$$\eta(T, \dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{1.0 + [\lambda(T) \dot{\gamma}]^{1.0-n(T)}}, \quad (3)$$

in which η_0 is the Newtonian viscosity, n is the power-law index and λ is a material parameter, whose temperature dependence is expressed by the Arrhenius law. For more details about the governing equations and constitutive model the reader is referred to Zdanski and Vaz Jr. (2006a, 2006b). The incompressible flow approach employed to derive the numerical approximation requires use of a pressure-velocity coupling scheme. The method used in this work follows the same route presented in Zdanski et al. (2004), where a Poisson equation for pressure is solved to assure divergence-free velocity field.

2.2. Numerical method

As the emphasis of the present work is the physical analyses of important aspects of polymer melt flow in sudden expansions, only a brief discussion on the numerical method is given. Central finite difference formulae were used to discretize both convection and diffusion terms of the governing equations. The variables are arranged in a co-located mesh, and artificial viscosity terms are added externally to control the odd-even decoupling problem. The method is implicit and follows a pseudo-transient march in time, aiming at achieving the steady state solution. The present methodology was originally proposed to solve Newtonian flows (Zdanski et al., 2004), and has been successfully applied to non-Newtonian flows by Zdanski and Vaz Jr. (2006a, 2006b).

3. Results and discussions

The non-Newtonian flow in sudden expansions, despite the simplicity of the geometry, exhibits some complex fluid flow behavior. The presence of re-circulation regions and steep property variations impose difficulties leading to a demanding computational case. In the practical sense, a flow expansion is typically found at the ‘gate’ and its physical understanding is important in industrial injection molding processes. Figure (1) represents a typical ‘gate’ located at the entrance of a mould cavity. The expansion section can be clearly seen and the problem under discussion is of great interest in the practical sense as well as in a scientific ground.

The geometry simulated in the present work is the 1:2 asymmetric expansion, being the channel length $3h$ and $20h$ upstream and downstream of the expansion section respectively (h is the channel thickness for the entrance section and is assumed $h = 4\text{mm}$). The geometry, with its main dimensions, is represented at Fig. (2). The computational mesh adopted is non-uniform with points clustering in the regions near the corner and solid walls. A total of 41×81 and 151×161 grid points are used for mapping the channel regions upstream and downstream of the expansion section respectively. The boundary conditions used in the simulations are the following: no-slip condition for velocity components and prescribed temperature at solid walls; uniform velocity and temperature profile at the entrance and parabolic extrapolation (non-reflexive) at the exit section; for pressure, a linear variation is imposed at the entrance section whereas the parabolic condition is enforced at both solid walls and exit section.

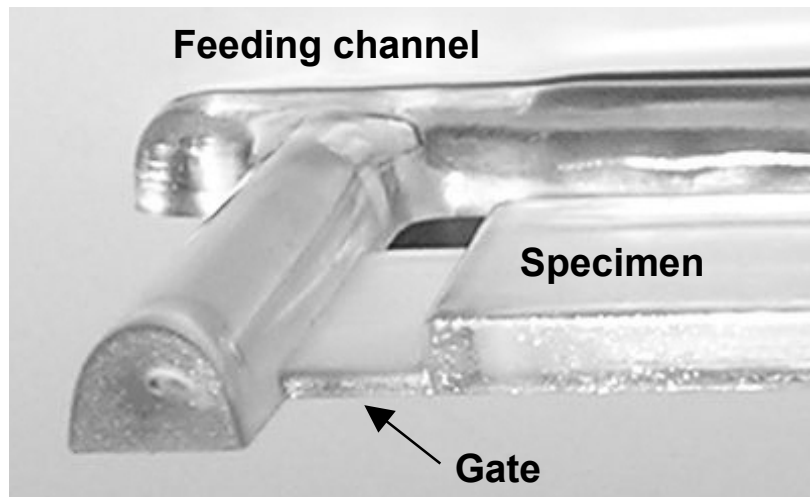


Figure 1. Typical gate as it appears in a mould cavity.

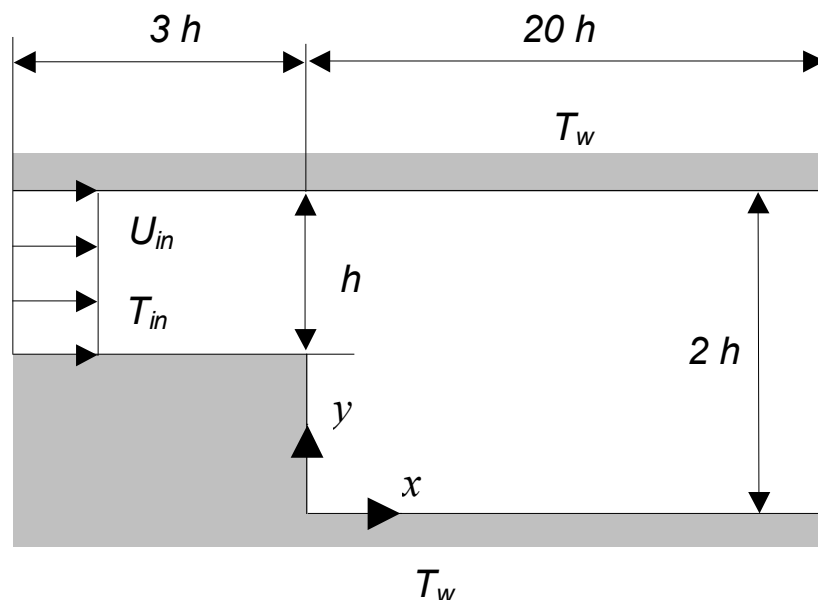


Figure 2. Sudden expansion geometry with its main dimensions.

The aim of the present work is to investigate the influence of temperature on expansion flows. The inlet velocity is assumed constant, $u_{in} = 6\text{cm/s}$, a typical value found in injection molding processes. This velocity renders a Reynolds number around 10^{-4} . The following thermal problems are simulated: (i) both the inlet and wall temperatures are kept at the same value $T_{in} = T_w$, and the role played by viscous heating is assessed; (ii) the wall temperature applied is lower than the inlet value, e.g., $T_w = 423.0$ and $T_{in} = 443.0$, and the cooling effect of the channel walls is evaluated.

Results for $T_w = T_{in} = 423.0\text{K}$ are presented in fig. (3) – (5). Streamlines at the neighborhood of the step are represented at fig. (3), in which, a small vortex zone appears in the region at the corner. The bubble is extremely confined at the concave corner due to high fluid viscosity of polymer melts. This flow topology is qualitatively in accordance with Bao's results for isothermal flows (Bao, 2003). The re-circulation length measured is approximately $x/h = 0.25$. It is interesting to mention that the flow topology was very similar for other temperatures, being the differences in the vortex length virtually undetectable.

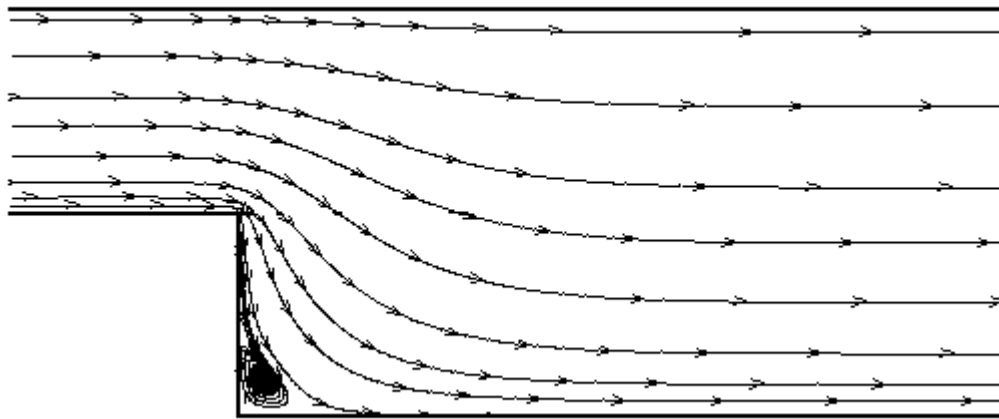


Figure 3. Streamlines at the expansion region for $T_{in} = 423.0K$.

The temperature field is shown in fig. (4) whereas viscosity distribution is represented in fig. (5). It has been found that viscous heating promotes a maximum temperature rise of 1.0K for the conditions simulated. Otherwise, the higher viscosity zone is attained at the vortex region as well as near the channel center where the shear rate is lower. The region near the channel walls, at the upstream of the expansion section, presents very low viscosities due to local high shear rate values. Besides, from fig. (4) one can realize that there is a core region at the center of the channel unaffected by viscous heating. Obviously, the heat generated near the walls is transported by convection and diffusion mechanisms. As the thermal conductivity of the Polymer is very low (practically a thermal isolator), it takes a very long distance downstream for the channel center to sense the heating effect. This interesting aspect was fully explored by Zdanski and Vaz Jr. (2006a, 2006b) for Polymer melts in plane channels.

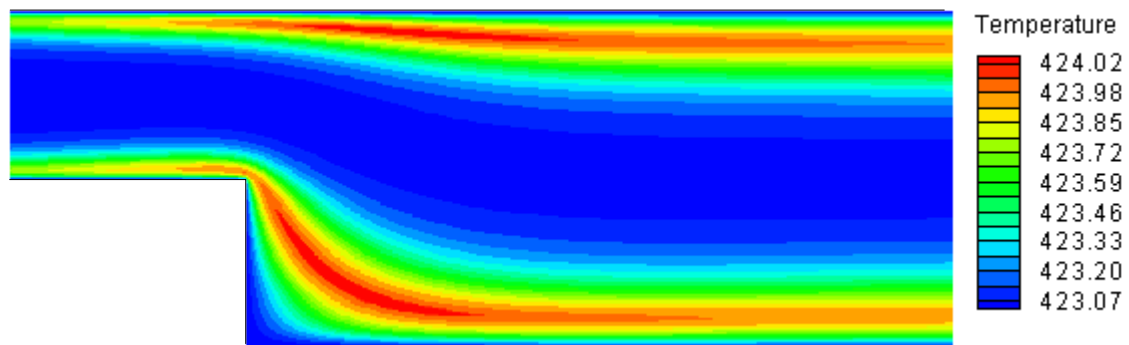


Figure 4. Temperature distribution for $T_{in} = 423.0K$.

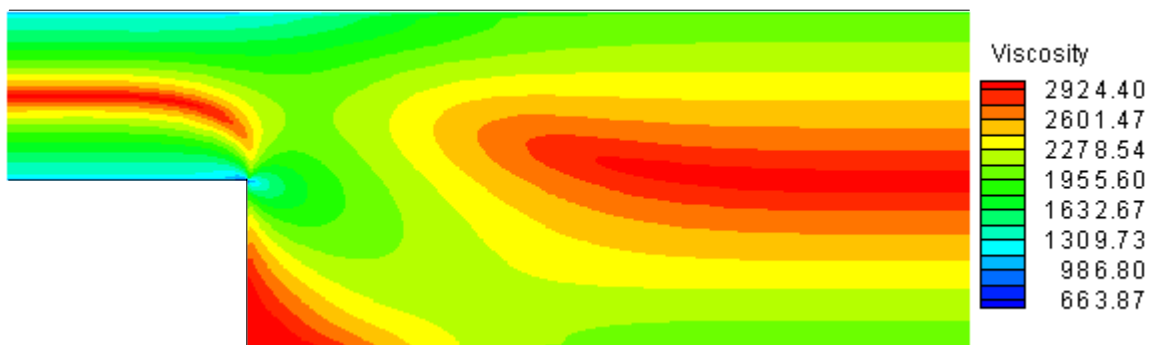


Figure 5. Viscosity distribution for $T_{in} = 423.0K$.

The mean pressure drop from inlet to exit channel sections for different inlet temperatures is shown in fig. (6). The temperatures simulated are $T_{in} = T_w = 423.0, 438.0, 453.0, 468.0$ and 483.0 . Clearly, the effect of temperature is evinced when an increase of 60K leads to a pressure drop decrease of around 68%. This result demonstrates the great influence of temperature on pressure variations and consequently on power required to pump the polymer inside a mould cavity. A third order polynomial curve fits the data with the determination coefficient $R = 0.999$ in the temperature range studied.

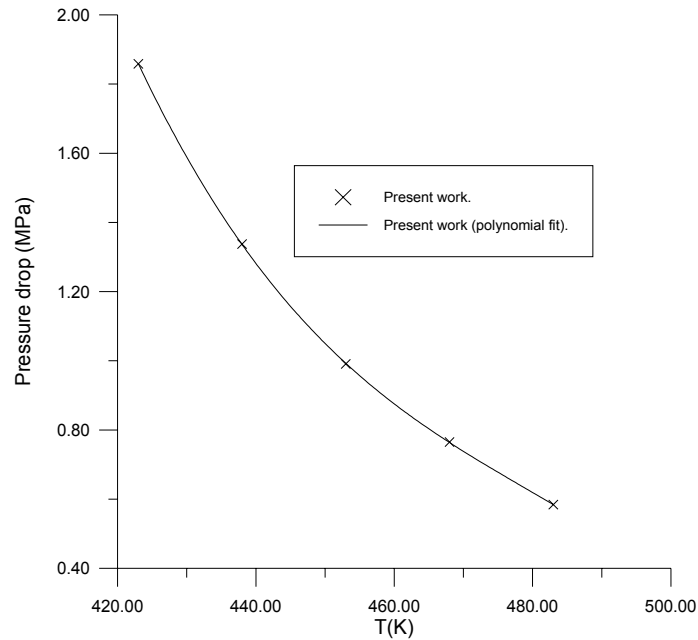


Figure 6. Mean pressure drop from inlet to exit channel sections for $T_{in} = T_w$.

The results presented in figs. (7) to (12) compare the preceding solution ($T_{in} = T_w = 423.0$) with the one obtained by applying higher inlet temperature, e.g., $T_{in} = 443.0$ K and $T_w = 423.0$ K. Having in mind that, in industrial applications, the mould cavity is always maintained at lower wall temperature due to cooling system, the problem $T_w < T_{in}$ is more realistic than $T_w = T_{in}$. Temperature, velocity and viscosity distributions at selected stations x/h (where x is measured from the expansion section) are plotted in order to evaluate the differences between two solutions. The attention is focused on the neighborhood of the expansion section, e.g., $x/h = 0.052; 0.32; 1.76$.

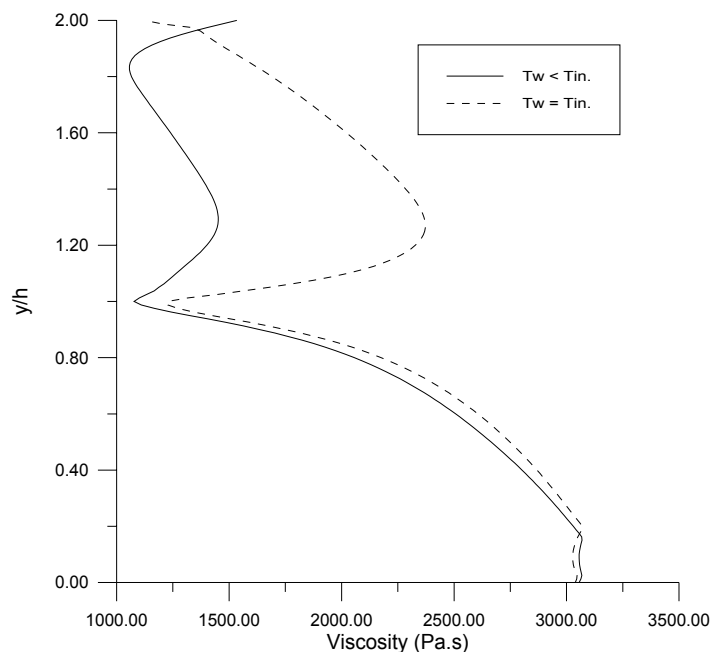


Figure 7. Viscosity distribution from $y = 0$ (lower wall) to $y = 2h$ (upper wall) for $x/h = 0.052$.

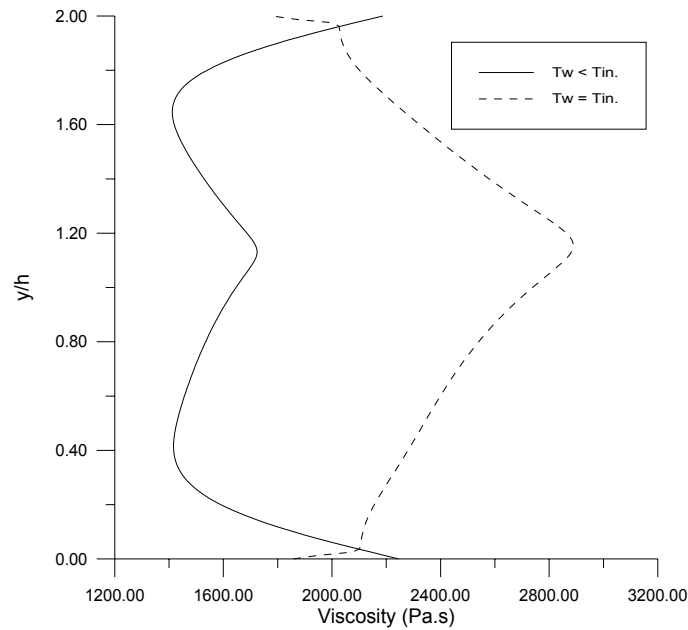


Figure 8. Viscosity distribution from $y = 0$ (lower wall) to $y = 2h$ (upper wall) for $x/h = 1.76$.

Figures (7) and (8) present viscosity distribution for the problems analyzed. It can be observed that there are drastic differences in the two solutions. Viscosities are lower all over the cross-stream section for $T_w < T_{in}$, except near the wall where an opposite behavior is identified. Noticeably, the viscosity is strongly affected by polymer temperature. What has happened in the near wall region, where an odd behavior was observed (see fig. (8))? The answer is related to the higher shear rate characteristic of near wall regions, which depends on velocity gradient. Indeed, the problem is strongly coupled because viscous heating grows with both increasing viscosity and shear rate. Otherwise, the viscosity reduces with both increasing temperatures and shear rate thereby rendering lower viscous heating.

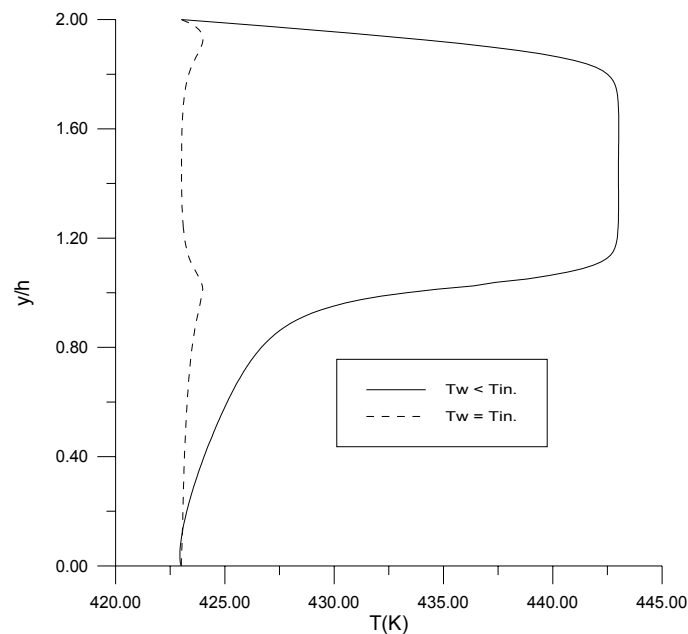


Figure 9. Temperature distribution from $y = 0$ (lower wall) to $y = 2h$ (upper wall) for $x/h = 0.052$.

Figures (9), (10) and (11) show the temperature profiles for cross-stream sections $x/h = 0.052$; 0.32 ; 1.76 . Noticeably, for $T_w = T_{in}$, the viscous heating effect may be fully appreciated at Fig. (9) where two bumps ($y/s \approx 1.0$ and $y/s \approx 1.95$) in the curve are identified. Otherwise, for $T_w < T_{in}$, the viscous heating effect is overwhelmed by the strong temperature gradient that exists between the flow core and the channel walls. This observation is in agreement with the

work of Koh et al. (2003) for a plane channel. Furthermore, it is interesting to note that temperature distribution plotted in fig. (11) is very similar to the one for plane channels at the entry region (Zdanski and Vaz Jr., 2006a). Therefore, the effect of expansion is very much restricted to its neighborhood. Besides, from viscosity and temperature distributions one can realize that higher temperatures lead to lower viscosities, an observation that obviously agrees with the constitutive law used to model the non-Newtonian behavior of the flow.

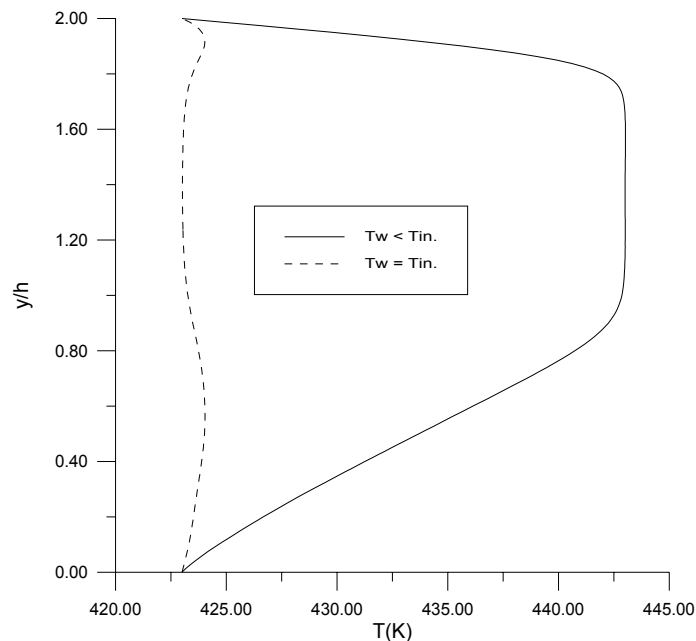


Figure 10. Temperature distribution from $y = 0$ (lower wall) to $y = 2h$ (upper wall) for $x/h = 0.32$.

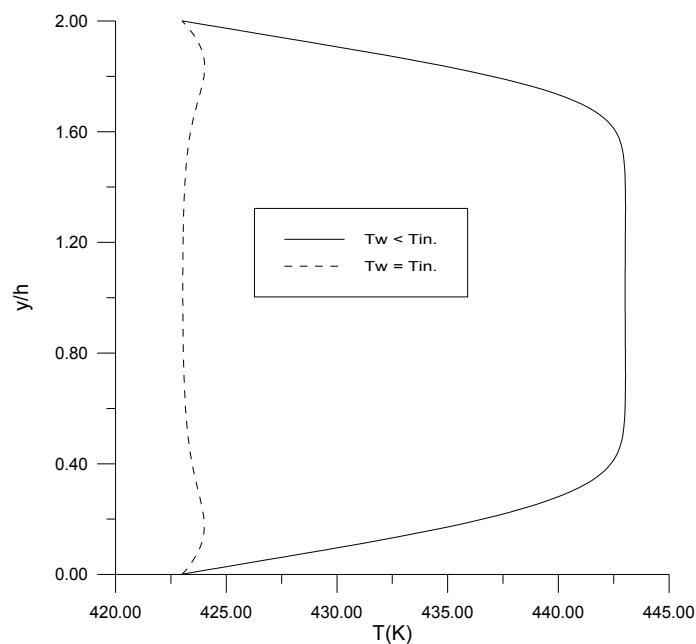


Figure 11. Temperature distribution from $y = 0$ (lower wall) to $y = 2h$ (upper wall) for $x/h = 1.76$.

Figure (12) presents the velocity profiles for the cross-stream sections analyzed. The differences between the two thermal problems are remarkably clear. The main conclusion that one can draw from results is as follows: if $T_w = T_{in}$, the velocity gradient near the wall is higher with consequent higher shear rates. Therefore, such behavior may explain the odd variation of viscosities detected near the wall regions shown in figs. (7) and (8), i.e., higher shear rates near walls leads to lower viscosities. The findings may be summarized as follows: in the center of the channel the temperature is more important (shear rate is low) so that high temperature values lead to lower viscosities (see figs (7)

and (8)). At the neighborhood of walls, in spite of the higher temperatures for $T_w < T_{in}$, the shear rate is higher for the case $T_w = T_{in}$, overwhelming the effect of temperature and rendering a low viscosity.

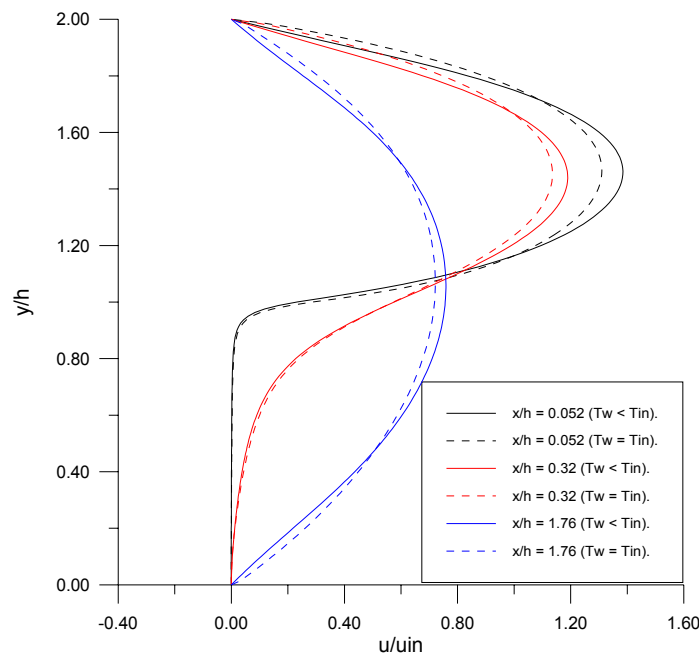


Figure 12. Velocity profiles from $y = 0$ (lower wall) to $y = 2h$ (upper wall).

4. Conclusions

The Polymer melt flow in sudden expansions is studied numerically. The generalized Newtonian formulation is adopted being the non-Newtonian behavior of the flow described by the Cross constitutive relation. The numerical method was able to handle successfully the strong non-linearity and coupled character of the problem. The results obtained clearly show that, in such problems, any reliable solution must account for the thermal effects. The findings may be summarized as follows: (i) when $T_w = T_{in}$, viscous heating leads to a maximum temperature rise of 1K in the range studied; otherwise, if $T_w < T_{in}$ the steep temperature gradient between mean core and channel walls inhibits viscous heating effects at the expansion section; (ii) pressure drop in the channel is strongly affected by temperature; in the range studied, a temperature rise of 60K leads to a reduction in the mean pressure drop of around 68%; (iii) near the walls, the shear rate dominates the physical scenario thereby eclipsing the temperature effects upon viscosity distribution; this fact basically explains the odd behavior verified at figs. (7) and (8) in the region near the channel walls.

5. References

- Bao, W., 2003, "An economical finite element approximation of generalized Newtonian flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.191, pp. 3637-3648.
- Koh, Y. H., Ong, N. S., Chen, X. Y., Lam, Y. C., Chai, J.C., 2004, "Effect of temperature and inlet velocity on the flow of a nonnewtonian fluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.31 (7), pp. 1005-1013.
- Neofytou, P. and Drikakis, D., 2003, "Non-Newtonian flow instability in a channel with a sudden expansion", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol.111, pp. 127-150.
- Nitin, S. and Chhabra, R. P., 2005, "Non-isothermal flow of a power law fluid past a rectangular obstacle (of aspect ratio 1 x 2) in a channel: Drag and heat transfer", *International Journal of Engineering Science*, Vol.43, pp. 707-720.
- Manica, R., and De Bortoli, A.L., 2004, "Simulation of sudden expansion flows for power law fluids", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol.121, pp. 35-40.
- Missirlis, K. A., Assimacopoulos, D., Mitsoulis E., 1998, "A finite volume approach in the simulation of viscoelastic expansion flows", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol.78, pp. 91-118.
- Pinho, F. T., Oliveira, P. J., Miranda, J. P., 2003, "Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.24, pp. 747-761.
- Ternik, P., Marn, J., Zunik, Z., 2006, "Non-Newtonian fluid flow through a planar symmetric expansion: Shear-thickening fluids", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol.135, pp. 136-148.
- Zdanski, P. S. B. and Vaz Jr., M., 2006a, "Polymer melt flow in plane channels: effects of the viscous dissipation and axial heat conduction", *Numerical Heat Transfer Part A: Applications*, Vol.49 (2), pp. 159-174.

- Zdanski, P. S. B. and Vaz Jr., M., 2006b, "Polymer melt flow in plane channels: hydrodynamic and thermal boundary layers", *Journal of Materials Processing Technology*, (in press).
- Zdanski, P. S. B., Ortega, M. A., Fico Jr., N. G. C. R., 2004, "Numerical simulation of the incompressible Navier-Stokes equations", *Numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals*, Vol.46 (6), pp. 549-579.

6. Copyright Notice

The authors P.S.B. Zdanski and M. Vaz Jr. are the only responsible for the printed material included in this paper.

EXPERIMENTAL THERMAL-HYDRAULIC ANALYSIS OF THE IPR-R1 TRIGA NUCLEAR REACTOR

Amir Zacarias Mesquita

Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear – CDTN/CNEN
Campus da UFMG – Pampulha. CEP: 30.123-970 - Belo Horizonte/MG
amir@cdtn.br

Hugo César Rezende

Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear – CDTN/CNEN
Campus da UFMG – Pampulha. CEP: 30.123-970 - Belo Horizonte/MG
hcr@cdtn.br

Abstract. The heat generated by nuclear fission in the IPR-R1 nuclear reactor is transferred from fuel elements to the cooling system through the fuel/cladding (gap) and the cladding to coolant interfaces. The fuel thermal conductivity and the heat transfer coefficient from the cladding to the coolant were evaluated experimentally. A correlation for the gap conductance between the fuel and the cladding was also presented. As the reactor core power increases, the heat transfer regime from the fuel cladding to the coolant changes from single-phase natural convection to subcooled nucleate boiling. Results indicated that subcooled boiling occurs at the cladding surface in the reactor core central channels at power levels in excess of 60 kW.

Keywords. TRIGA Nuclear Reactor, heat transfer, subcooled boiling

1. Introduction

The IPR-R1 TRIGA Nuclear Research Reactor, of the Nuclear Technology Development Center (CDTN), is a pool type reactor cooled by natural circulation and having as fuel an alloy of zirconium hydride and uranium enriched at 20% in ²³⁵U. Figure (1) shows a photo of the reactor core and Fig. (2) shows a drawing of the reactor pool. The reactor has 59 aluminum-clad fuel elements and 5 stainless steel-clad fuel elements. One of these steel-clad fuel elements is instrumented with three chromel/alumel thermocouples along its center. Figure (3) shows the diagram and design of the instrumented fuel element (Gulf General Atomic, 1972). The fuel element data used in the calculations are found in the Table (1) (Mesquita, 2005).

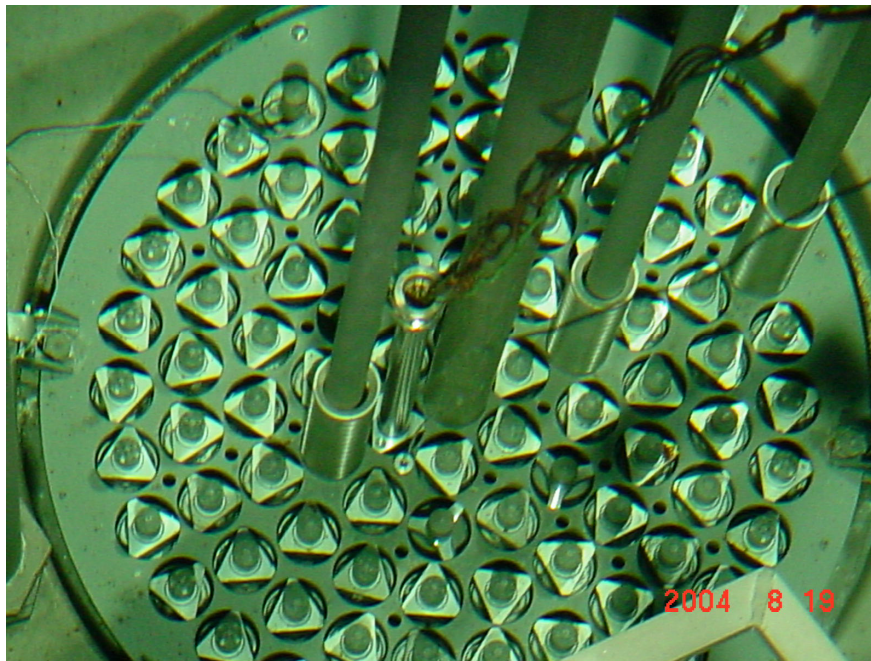


Figure 1. Core upper view with the instrumented fuel element in ring B.

The heat generated by fissions is transferred from fuel elements to the cooling system through a fuel/cladding interface (gap) and from the cladding to the coolant. The objective of the thermal and hydrodynamic projects of the reactors is to remove the heat safely, without producing excessive temperature in the fuels. The regions of the reactor core where boiling occurs can be determined from the heat transfer coefficient data at various power levels.

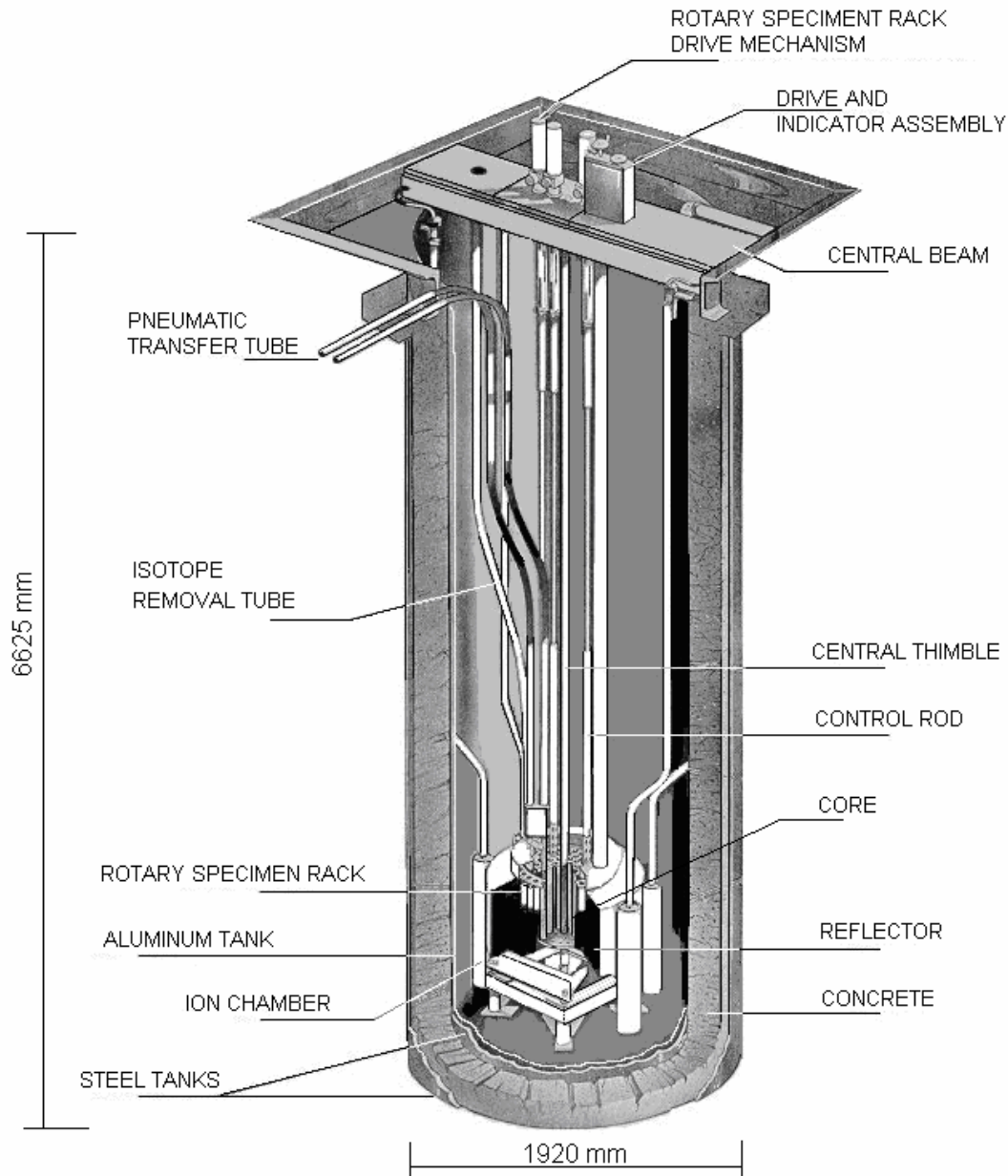


Figure 2: The TRIGA IPR-R1 Research Nuclear Reactor

The thermal conductivity (k) of the metallic alloys depends on several factors like temperature. In nuclear fuels, this is more complicated because k also becomes a function of irradiation as a result of change in the chemical and physical composition (porosity changes due to temperature and fission products). The major factors that affect the fuel thermal conductivity are temperature, porosity, oxygen to metal atom ratio, PuO_2 content, pellet cracking, and burnup. After the fuel alloy, the second largest resistance to heat conduction in the fuel rod is due to the gap. Several correlations exist (Todreas, 1990) to evaluate its value in power reactors fuels, which use mainly uranium oxide. The only reference found to TRIGA reactor's fuel is General Atomic (1970), that recommends the use of three hypotheses for the heat

transfer coefficient in the gap. The heat transfer coefficient (h) is not only a property of the system but also depends on the fluid properties. The determination of h is a complex process that depends on the thermal conductivity, density, viscosity, velocity, dimensions and specific heat. All these parameters are temperature dependent and change while wall transfer heat to the fluid. An operational computer program and a data acquisition and signal processing system were developed as part of this research project (Mesquita, 2005) to allow on line monitoring of the operational parameters.

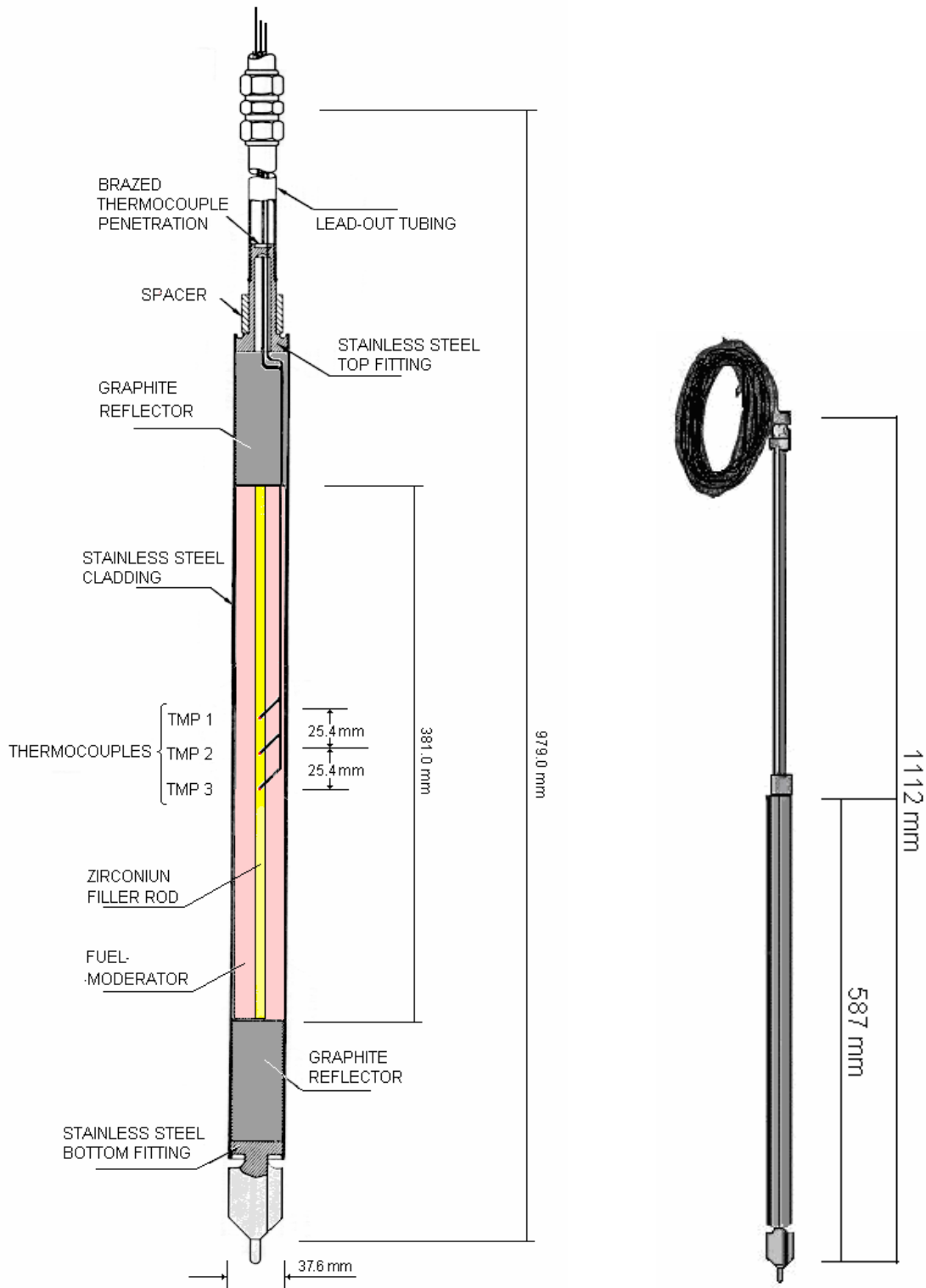


Figure 3. Instrumented fuel element.

Table 1. Instrumented fuel element data (Mesquita, 2005)

Parameter	Value
Heated length	38.1 cm
External diameter	3.76 cm
External fuel element active area	450.05 cm ²
External fuel area (U-ZrH _{1.6})	434.49 cm ²
Fuel element active volume	423.05 cm ³
Fuel volume (U-ZrH _{1.6})	394.30 cm ³
Power (total in the core = 265 kW)	4.518 kW

2. Overall thermal conductivity of the fuel elements

The expression below, for the overall thermal conductivity (k_g) for cylindrical fuel elements, in [W/mK], was obtained from Fourier equation (Lamarsh, 2001) (Duderstadt and Hamilton, 1976):

$$k_g = \frac{q''' r^2}{4(T_o - T_{sur})} \quad (1)$$

where, q''' is the volumetric rate of heat generation [W/m³], T_o and T_{sur} are the central temperature and the fuel surface temperature [°C] and r is the fuel element radius [m].

The temperature at the center of the fuel was measured. At the power of 265 kW, the heat transfer regime is the subcooled nucleate boiling in all of the fuel elements. The cladding outside temperature is the water saturation temperature (T_{sat}) at the pressure of 1.5 bar (atmospheric pressure added up of the water column of ~ 5.2 m), increased of the wall superheat (ΔT_{sat}). The superficial temperature (T_{sur}), in [°C], is found by using the expression below, where T_{sat} is equal to 111.37 °C (Wagner and Kruse, 1998).

$$T_{sur} = T_{sat} + \Delta T_{sat} \quad (2)$$

The wall superheat is obtained by using the correlation proposed by McAdams (Tong and Weisman, 1996),

$$\Delta T_{sat} = 0.8I(q'')^{0.259} \quad (3)$$

with q'' in [W/m²] and T_{sat} in [°C].

A fuel element was introduced in position B1, which was instrumented with three type K thermocouples as shown in Fig. (1). Two thermocouples were also placed in two core channels the closest as possible to position B1.

3. Heat transfer in the reactor core

3.1. Single-phase region

The heat transfer coefficient in single-phase region (h_{sp}) was calculated with the Dittus-Boelter correlation (Glasstone and Sesonske, 2001), valid for turbulent flow in narrow channels, given for:

$$h_{sp} = 0.023 \frac{k}{D_w} \left(\frac{GD_w}{\mu} \right)^{0.8} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{0.4} \quad (4)$$

where: $D_w = 4A/P_w$ is the hydraulic diameter of the channel based on the wet perimeter; A is the flow area [m²]; P_w is the wet perimeter [m]; G is the mass flow [kg/m²s]; c_p is the isobaric specific heat [J/kgK]; k is the thermal conductivity [W/mK]; and, μ is the fluid dynamic viscosity [kg/ms]. The fluid properties for the IPR-R1 TRIGA core are calculated for the sub-saturated bulk water temperature at 1.5 bar.

The two hottest channels in the core are the Channel 0 and the Channel 1', shown in Fig. (4). The heat transfer coefficient was estimated by using the Dittus-Boelter correlation. The inlet and outlet temperatures in Channel 0 were considered as being the same of Channel 1'. The geometric data of Channel 0 and Channel 1' and the percent contributions of each fuel to the heat power transferred to the water along the two channels are given in Table (2).

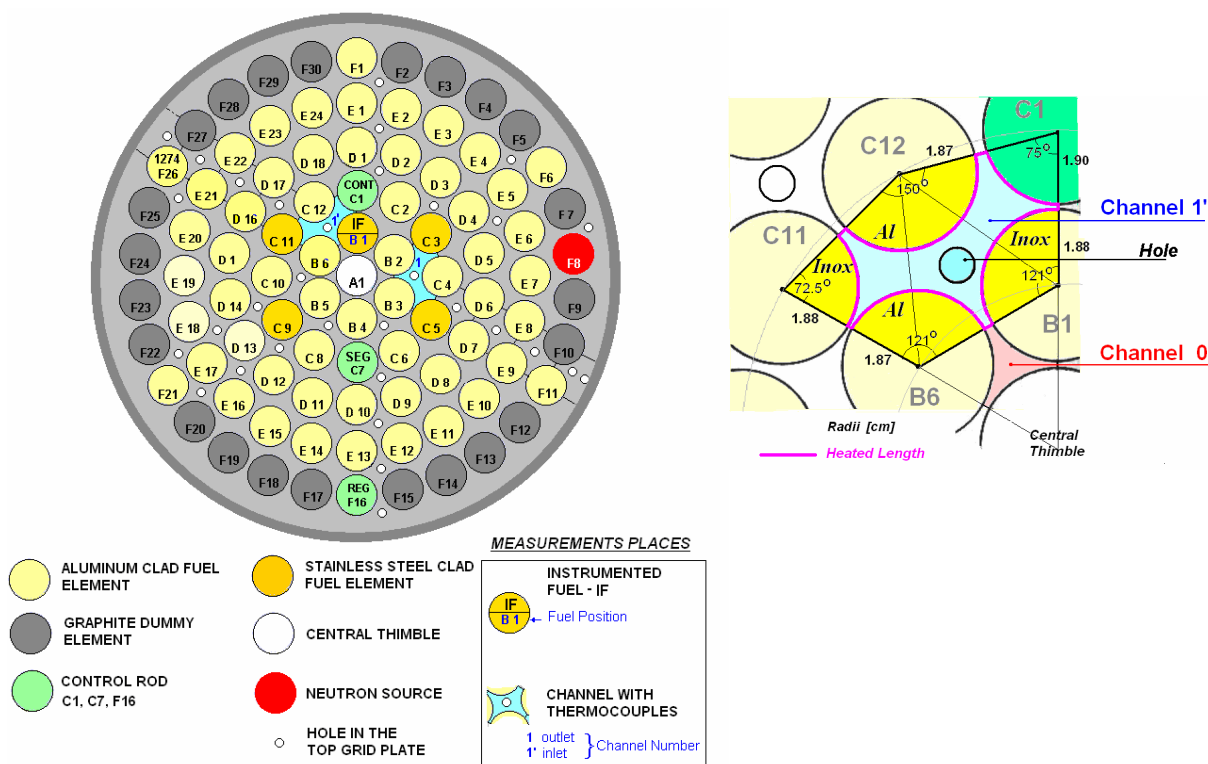


Figure 4. The IPR-R1 core configuration and the two hottest coolant channels.

Table 2. Channel 0 and Channel 1' characteristics (Mesquita, 2005).

	Channel 0	Channel 1'	Unit
Area (A)	1.574	8.214	cm ²
Wet perimeter (P _w)	5.901	17.643	cm
Heated Perimeter (P _h)	3.906	15.156	cm
Hydraulic diameter (D _w)	1.067	1.862	cm
B1 and C1 Fuel Diameter (inox)	3.76	3.76	cm
B6 and C12 Fuel Diameter (Al)	3.73	3.73	cm
C1 Control Rod Diameter	3.80	3.80	cm
Central Thimble Diameter	3.81	3,81	cm
Core Total Power (265 kW)	100	100	%
B1 Fuel Contribution	0.54	1.11	%
B6 Fuel Contribution	0.46	0.94	%
C11 Fuel Contribution	-	0.57	%
C12 Fuel Contribution	-	1.08	%
Total Power of the Channel	1.00	3.70	%

The mass flux is given indirectly from the thermal balance across the channel using measurements of the water inlet and outlet temperatures:

$$q = \dot{m}c_p\Delta T, \tag{5}$$

where: q is the power supplied to the channel [kW]; \dot{m} is the mass flow rate in the channel [kg/s]; c_p is the isobaric specific heat of the water [J/kgK]; and, ΔT is the temperature difference across the channel [°C].

The reactor was operated on steps of about 50 kW until 265 kW and data were collected as function of the power supplied to Channel 1' and Channel 0. The water thermodynamic properties at a pressure of 1.5 bar were obtained from Wagner and Kruse (1998) as a function of the bulk water temperature in the channel. The curves of single-phase heat transfer are presented in the Fig. (5) as function of ΔT_{sat} . The curve for heat transfer coefficient (h_{sur}) in the single-phase region is shown in Fig. (6) as function of the power.

3.2. Subcooled nucleate boiling region

The expression used for the subcooled nucleate boiling region is shown below (Kreith and Bohn, 2001), (Tong and Tang, 1997):

$$h_{sur} = q'' / \Delta T_{sat} \tag{6}$$

where: h_{sur} is the convective heat-transfer coefficient from the fuel cladding outer surface to the water [kW/m²K]; q'' is the fuel surface heat flux [kW/m²]; and, ΔT_{sat} is the surface superheat in contact with the water [°C], given by McAdams correlation (Eq. 3).

Figure (5) presents the fuel element surface heat transfer coefficient for the coolant as a function of the superheat, in both regimes. This curve is specific for the fuel in position B1 at IPR-R1 TRIGA reactor conditions. The correlation used for subcooled nucleate boiling is not valid for single-phase convection region as well as the Dittus-Boelter correlation is not valid for the boiling region. The transition point between single-phase convection regime (Channel 1) to subcooled nucleate boiling regime (onset of nucleate boiling) is approximately 60 kW as shown in the graph by the two pink line intersection.

Figure (6) presents the curves for the heat transfer coefficient (h_{sur}) on the fuel element surface and for the overall thermal conductivity (k_g) in fuel element as function of the power, obtained for the instrumented fuel at B1 core position.

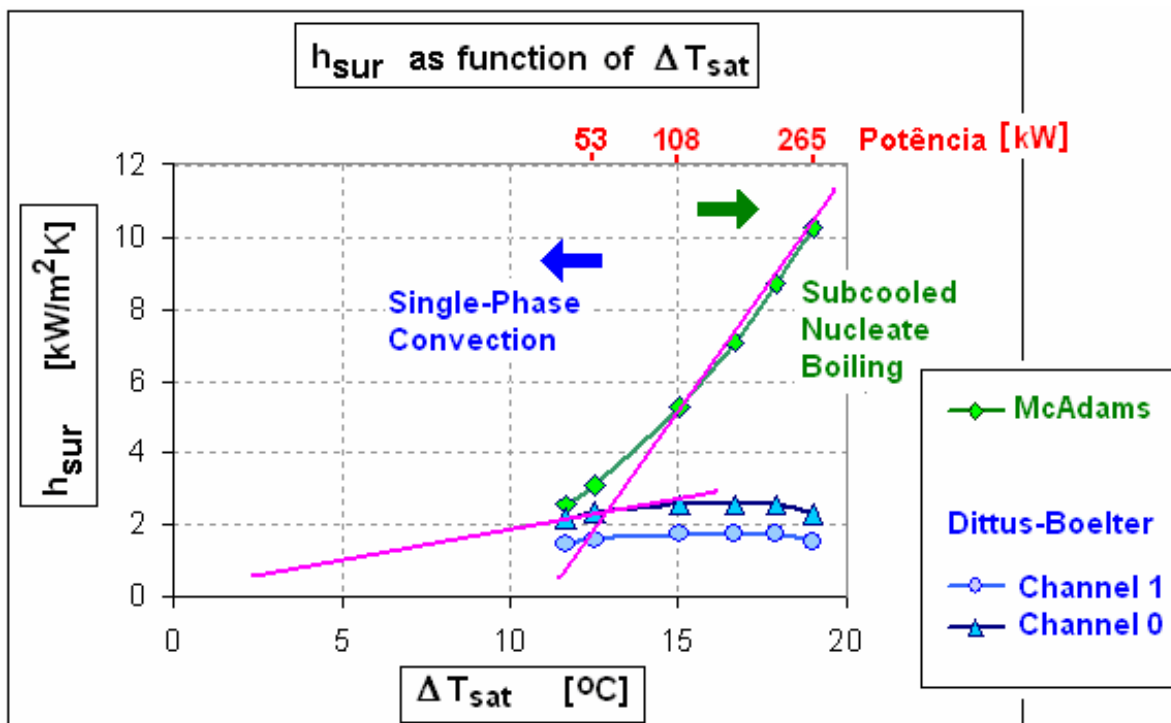


Figure 5. Heat-transfer regimes in the fuel element surface.

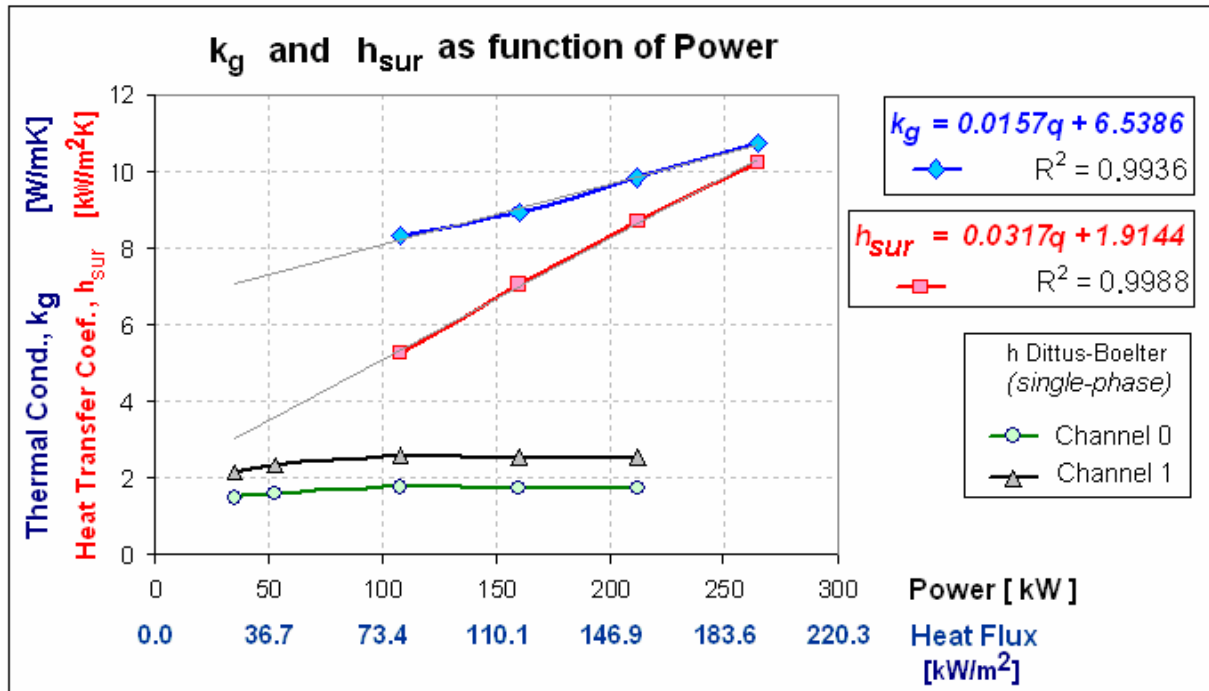


Figure 6. Overall fuel element thermal conductivity and cladding heat transfer coefficient to the coolant.

4. Heat transfer coefficient in the fuel gap

The instrumented fuel element is composed of a central zirconium filler rod with 6.25 mm in diameter, the active part of the fuel, which is formed by uranium zirconium hydride alloy (U-ZrH_{1.6}), an interface (gap) between the fuel and the cladding and, finally, the 304 stainless steel cladding. The thermocouples are fixed in the central rod. It is supposed that all heat flux is in the radial direction. Using the analogy with electric circuits, the resistance to the heat conduction from the fuel center to the coolant (R_g) is given by the sum of the resistances of the fuel components.

The fuel element configuration is shown in the Fig. (7). The axial heat conduction and the presence of the central pin of zirconium were not considered. The thermal conductivity (k_{rev}) equations for the fuel components, in [W/mK], are given in the Table (3) as function of temperature (T) in [°C]. Three expressions for the uranium/zirconium alloy were found in the technical literature. It was used the equation of Simnad et al. (1976).

Table 3. Thermal conductivity as function of temperature

Material	$k(T)$	Reference
Zirconium (Zr)	$4.0 \times 10^{-3} T + 21.23$	Glasstone and Sesonske (1994)
	$1.11 \times 10^{-3} T + 18.5$	General Atomic (1969)
Uranium zirconium hydride (U-ZrH _{1.6})	$0.0075 T + 17.58$	Simnad et al. (1976)
	$0.00415 T + 18.94$	Ahad et al. (1992)
Steel AISI 304	$3.17 \times 10^{-9} T^3 - 6.67 \times 10^{-6} T^2 + 1.81 \times 10^{-2} T + 14.46$	ASME (1992)

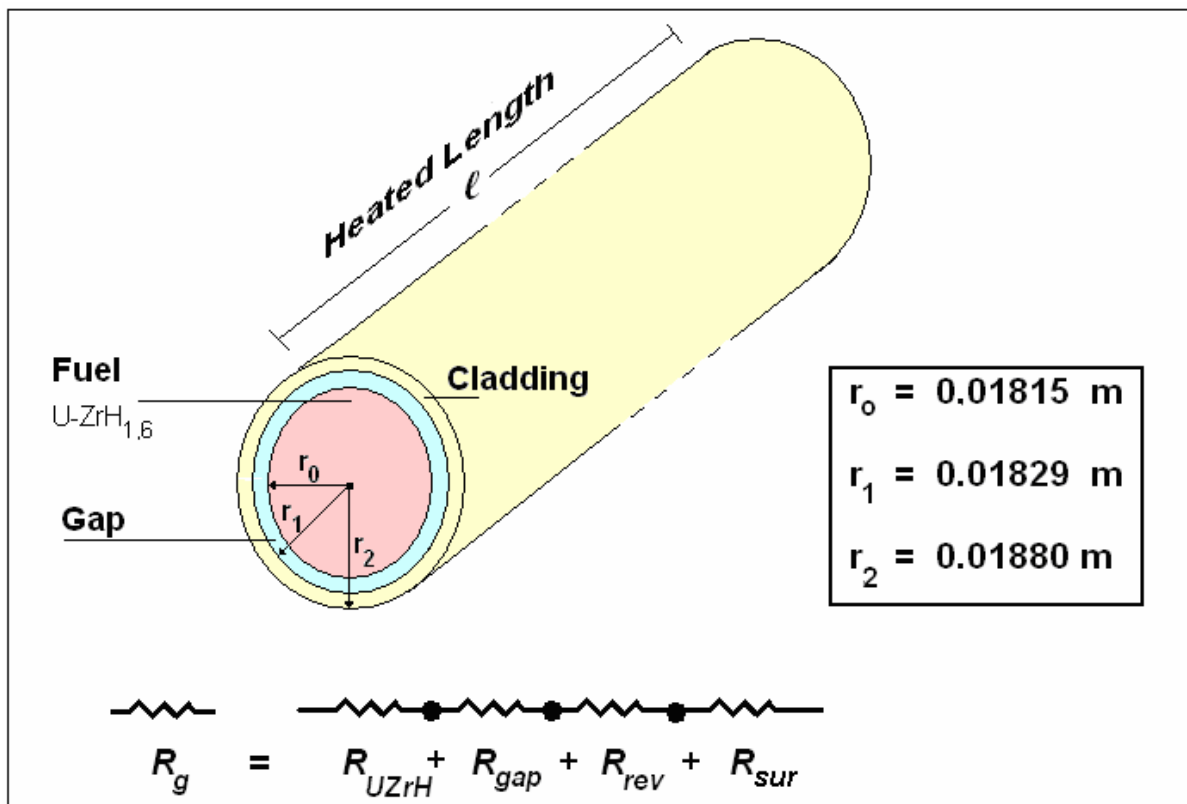


Figure 7. Fuel element configuration

The value of R_{gap} is the value of the overall resistance of the fuel element (R_g) less the values of the others components resistance. It was found from the values of k_g and h_{sur} obtained previously and from the values of k for the fuel alloy and for the cladding, both corrected in function of temperature. The heat transfer coefficient in the gap is:

$$h_{gap} = \frac{2}{r_o} \left(\frac{k_g k_{UZrH} k_{rev}}{k_{UZrH} k_{rev} - k_g k_{rev} - 2k_g k_{UZrH} \ln(r_2 / r_1)} \right) \quad (7)$$

The graph of the heat transfer coefficient through the gap is shown in the Fig. (8) as a function of the reactor power. This figure also shows three theoretical values for the heat transfer coefficient recommended by General Atomic (1970).

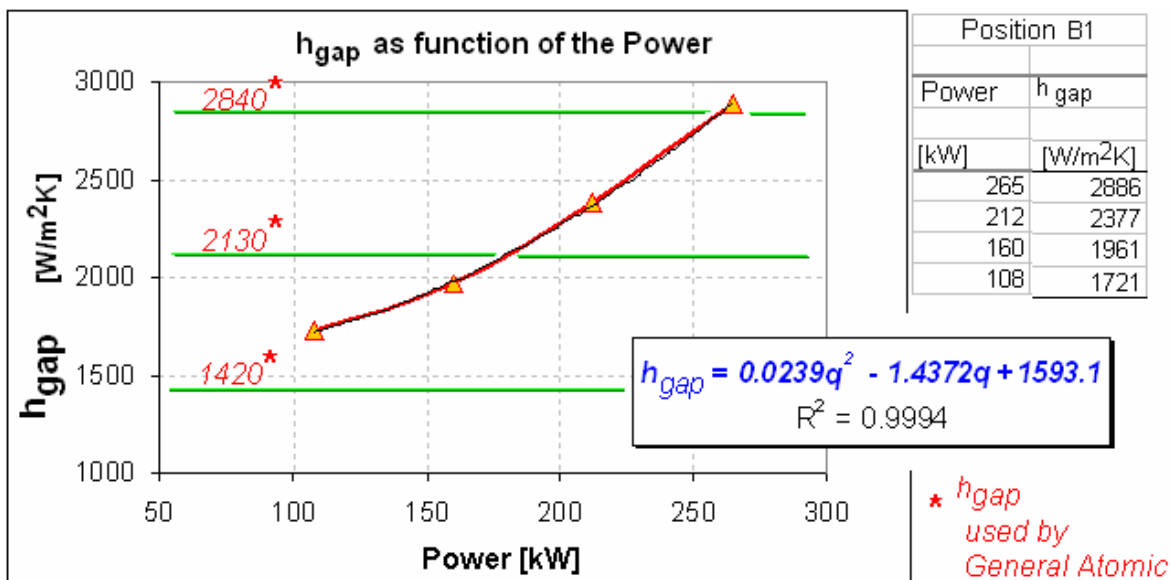


Figure 8. Heat transfer coefficient through the gap as a function of the power.

5. Fuel rod temperature profile

It is possible to obtain the radial temperature distribution in the fuel element from the temperature in the center of the fuel and using the conduction equations for the fuel element geometry. Figure (9) shows the experimental radial profile of maximum fuel temperature in position B1 and compares it with the results of PANTERA code (Veloso, 2005). The instrumented fuel element was used to measure the fuel temperature at many reactor powers. The results are shown in Fig. (10) and Table (4).

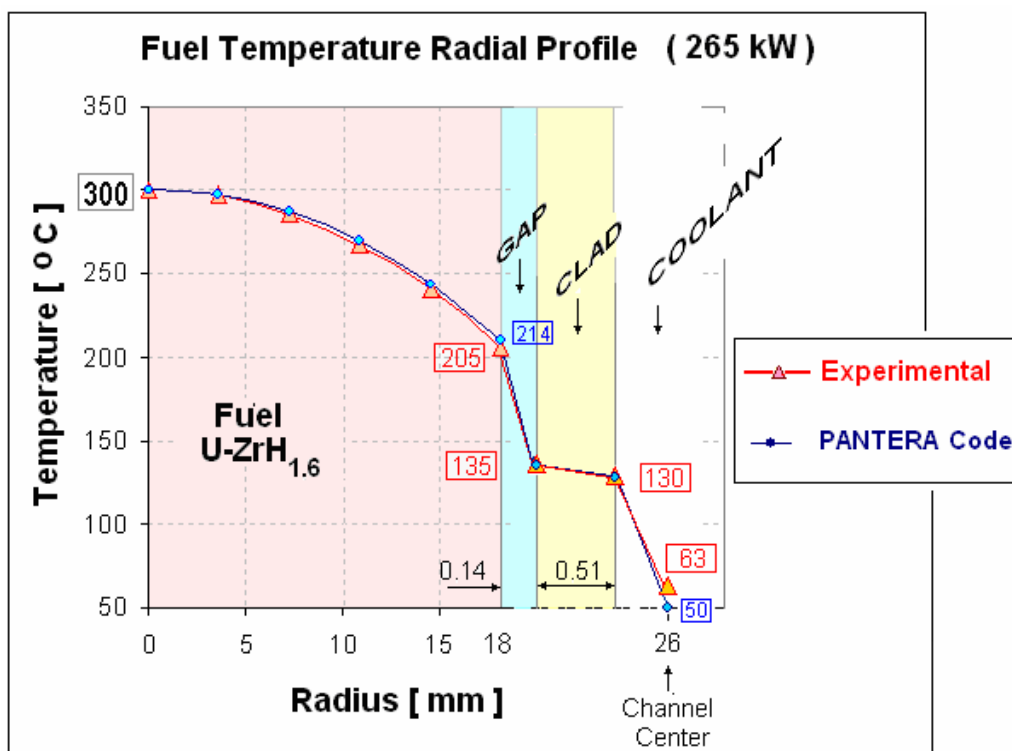


Figure 9. Experimental results of radial temperature profile for the fuel rod in position B1 at 265 kW.

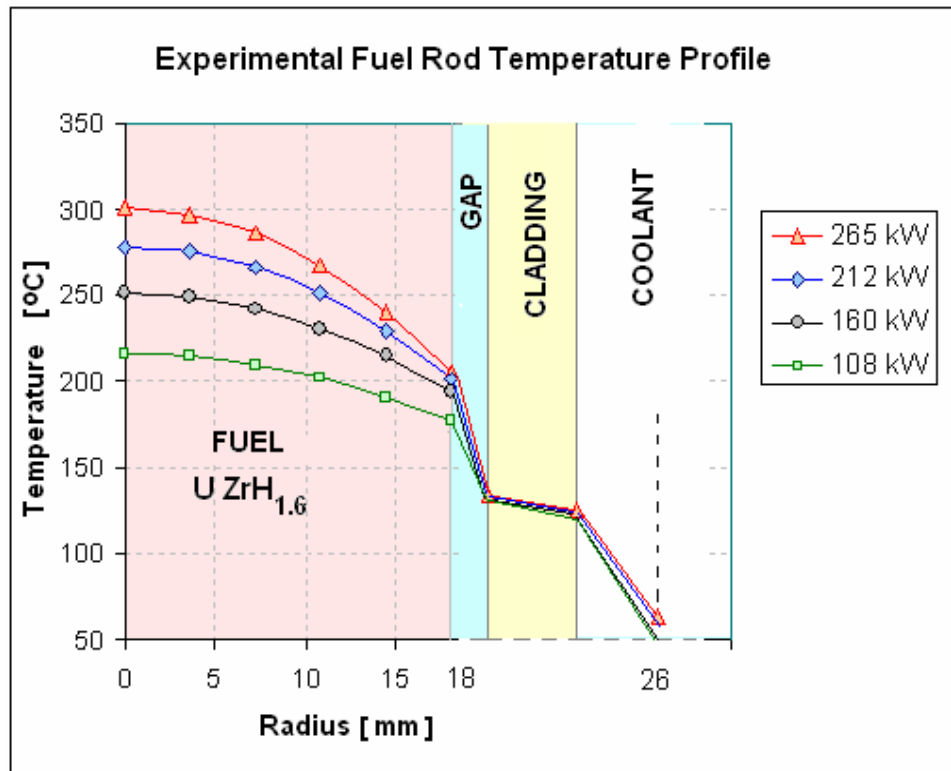


Figure 10. Experimental fuel rod radial temperature profile in position B1 at another reactor powers.

Table 4. Fuel rod temperature profile in the position B1.

Reactor Power [kW]	Temperatures				
	Fuel Center [°C]	Fuel Surface [°C]	Clad Inner [°C]	Clad Outside [°C]	Channel 1 Center [°C]
265	301	205	135	130	63
212	278	201	134	129	57
160	252	194	132	128	46
108	216	177	129	126	43

6. Conclusion

Subcooled pool boiling occurs at above approximately 60 kW on the cladding surface in the central channels of the IPR-R1 TRIGA core. However, the high heat transfer coefficient due to subcooled boiling causes the cladding temperature be quite uniform along most of the active fuel rod region and do not increase very much with the reactor power. The IPR-R1 TRIGA Reactor normally operates in the range from 100 kW until a maximum of 250 kW. On these power levels the heat transfer regime between the clad surface and the coolant is subcooled nucleate boiling. Boiling heat transfer is usually the most efficient heat transfer pattern in nuclear reactors core (Duderstadt and Hamilton, 1998). Another important aspect of the reactor operation safety is that it is far from the occurrence of the departure of nucleate boiling and critical heat flux (Rezende and Mesquita, 2006).

7. Acknowledgments

The authors thank the operation staff of the IPR-R1 TRIGA Reactor for their help during the experiments.

8. References

- Ahad, A.O.M.A.; Ahmed, K.; Ahmed, K.F., 1992, “Final Safety Analysis Reporter for the 3MW TRIGA Mark II Research Reactor at AERE”. Savar, Dhaka, Bangladesh.
- ASME, 1992, “ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section II – Materials, Part D, Properties”, The American Society of Mechanical Engineers, New York.
- Dalle H.M., 1999, “Neutronic Calculations of the IPR-R1 TRIGA Reactor with WIMSD4 e CITATION”. M. Sc dissertation, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, (in Portuguese), 183 p.
- Dalle H.M., 2003, “Neutronic Analyses of the IPR-R1 TRIGA Reactor with 63 Fuel Elements Configuration and Regulating Control Rod in Position F16”, CDTN/CNEN, NI-EC3-01/03, Belo Horizonte, (in Portuguese), 23 p.
- Duderstadt J.J and Hamilton L.J., 1976, “Nuclear Reactor Analysis”, John Wiley & Sons, Inc. New York, 650 p.
- General Atomic, 1969, “Safeguards Analysis Report”. (GA-9867). San Diego, CA.
- General Atomic, 1970, “Safeguards Summary Report for the New York University TRIGA Mark I Reactor”. (GA-9864). San Diego. 172 p.
- Glasstone S. and Sesonske A., 1994, “Nuclear Reactor Engineering”, 4 ed., Chapman and Hall, New York, NY.
- Kreith F. and Bohn M. S., 2001, “Principles of Heat Transfer”, 6th ed., Brooks/Cole, New York, 805 p.
- Gulf General Atomic, 1972, 15” SST Fuel Element Assembly Instrumented Core. San Diego, CA.. Drawing Number TOS210J220.
- Lamarsh J.R. and Baratta A.J., 2001, “Introduction to Nuclear Engineering”, 3^o ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 783 p.
- Mesquita A. Z., 2005, “Experimental Investigation on Temperatures Distributions in a Research Nuclear Reactor TRIGA IPR-R1”, Ph.D thesis, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, (in Portuguese), 190 p.
- Rezende, H.C. and Mesquita, A.Z., 2006, “Experimental Prediction of Departure From Nucleate Boiling on the IPR-R1”. Proceedings of the 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering -- ENCIT 2006, Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering - ABCM, Curitiba, Brazil,- Dec. 5-8.
- Simnad M.T., Foushee F.C. and West G.B., 1976, “Fuel Elements for Pulsed TRIGA Research Reactors”, Nuclear Technology, 28:31-56.
- Todreas N.E. and Kazimi M.S., 1990, “Nuclear Systems I: Thermal Hydraulic Fundaments”, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 705 p.
- Tong L. S. and Tang Y.S, 1997, “Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow”, 2nd. Ed. Taylor & Francis, Washington.
- Tong L.S. and Weisman J., 1996, “Thermal Analysis of Pressurized Water Reactors”, Third Edition, American Nuclear Society. Illinois, 748 p.
- Veloso M.A., 2005, “Thermal-hydraulic Analyses of the IPR-R1 TRIGA Reactor on 250 kW”, CDTN/CNEN, NI-EC3-05/05, Belo Horizonte, (in Portuguese), 166 p.
- Wagner W. and Kruse A., 1998, “Properties of Water and Steam – The Industrial Standard IAPWS-IF97 for the Thermodynamics Properties”, Springer, Berlin, 354 p.

9. Copyright Notice

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.

TOPOLOGY OPTIMIZATION AND BOUNDARY ELEMENTS: APPLICATION OF TOPOLOGICAL DERIVATIVES TO SOLVE POTENTIAL PROBLEMS IN ORTHOTROPIC MATERIALS

Carla Tatiana Mota Anflor

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Sarmento Leite 425, 90050-170, Porto Alegre – RS – Brasil
anflor@mecanica.ufrgs.br

Rogério José Marczak

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Sarmento Leite 425, 90050-170, Porto Alegre – RS – Brasil
rato@mecanica.ufrgs

***Abstract:** A numerical approach for topology optimization of orthotropic potential problems using the boundary element methods (BEM) is introduced. The method is based on the evaluation of topological derivative, adopting the total potential energy as the cost function. This procedure is an alternative to the traditional homogenization technique, avoiding solution designs with intermediary material density. In this work, solids with orthotropic behavior are studied under Robin, Neumann and Dirichlet boundary conditions. A well known linear coordinate transformation is used map the original problem and boundary conditions to a new isotropic one, where the optimization procedure is carried out. The optimized solution is then transformed back to the original domain. The proposed approach was found to be particularly suitable to solve this class of problems since in BEM there is no domain mesh to be mapped, reducing significantly the computational cost of the analysis. Some results obtained with this technique are compared and discussed with those available in the literature.*

***Keywords:** Topology Optimization, Boundary Element Methods, Heat Transfer, Orthotropic Materials, Potential Problems.*

1. Introduction

Current modern technologies have produced a great demand increase for non conventional materials. These materials commonly present orthotropic or anisotropic behavior, and special attention must be devoted to the correct characterization of their constitutive properties. As a consequence, the interest in the development of methods and algorithms for optimization of such problems has also increased.

Most of the researches on topology optimization are focused on elasticity problem, while on thermal conduction problems are still very scarce in spite of its importance (Li et al., 1999; Q.Li et al., 2004). Many techniques applied to optimization have been developed in the last decades and are well established in the literature. Certainly one of the most used approaches for topology optimization is the well known homogenization method originally proposed by Bendsøe and Kikuchi (1988). This technique has been successfully employed in many structural problems. Two drawbacks of the homogenization methods are the need to deal with intermediary densities and the possible manifestation of check-board instabilities, which must be controlled. Recently, a new family of methods based on topological derivative (DT) estimates or topological-shape sensibility (Sokolowski and Zochowski, 1997; Feijóo et al. 2003) have been proposed as an alternative to the homogenization methods. The main advantage of DT methods lies in the use of a constant density (avoiding intermediary materials) and easy implementation. On the other hand, it is rather difficult to be extended to more general cost functions and to include problem dependent restrictions (Garreau et al., 1998; Cea et al., 2000; Sokolowski and Zochowski, 2001; Feijóo, 2002; Novotny et al., 2003). The fact that the BEM does not need domain meshes can be used to reduce significantly the computational cost of iterative processes like optimization. So far, the BEM has been used mostly for shape optimization problems. Marczak (2005) introduced the application of a DT method using the boundary element method (BEM) applied to the topological optimization of linear isotropic potential problems. The objective of the present work is to extend that work to solids with orthotropic or anisotropic behavior. Firstly, the DT formulation focused on the Poisson equation is presented. Next, the basic theory of coordinate transformation method used to solve the anisotropic problem is reviewed. The use of this technique allows the application of DT and the BEM to materials with anisotropic behavior, making this formulation more general, at the cost of very little changes in a standard BEM code. A number of linear heat transfer examples are solved with the proposed formulation and the results are compared with those available in the literature.

2. A view for Topological Derivative

A topological derivative for Poisson Equation is applied in this work. A simple example of applicability consists in a case where a small hole of radius (ε) is open inside the domain. The concept of topological derivative consists in to determine the sensitivity of a given function cost (ψ) when this small hole is increased or decreased. The local value of D_T at a point (\hat{x}) inside the domain for this case is evaluated by:

$$D_T^*(\hat{x}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\psi(\Omega_\varepsilon) - \psi(\Omega)}{f(\varepsilon)} \quad (1)$$

Where $\psi(\Omega)$ and $\psi(\varepsilon)$ are the cost function evaluated for the original and the perturbed domain, respectively, and f is a regularizing function. With equation (1) was not possible to establish an isomorphism between domains with different topologies. Feijóo et al. (2002) modified the equation introducing a mathematical idea that the creation of hole can be accomplished by single perturbing an existing one whose radius tends to zero. With this new way to state the problem it is possible to establish a mapping between each other (Novotny, 2003).

$$D_T^*(\hat{x}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\psi(\Omega_{\varepsilon+\delta\varepsilon}) - \psi(\Omega_\varepsilon)}{f(\Omega_{\varepsilon+\delta\varepsilon}) - f(\Omega_\varepsilon)} \quad (2)$$

Where $\delta\varepsilon$ is a small perturbation on the holes's radius.
In the case of linear heat transfer, the direct problem is stated as:

$$\text{Solve } \{u_\varepsilon \mid -k\Delta u_\varepsilon = b\} \quad \text{on} \quad \Omega_\varepsilon \quad (3)$$

$$\text{Subjected to } \begin{cases} u_\varepsilon = \bar{u} & \text{on} \quad \Gamma_D \\ k \frac{u_\varepsilon}{n} = \bar{q} & \text{on} \quad \Gamma_N \\ k \frac{u_\varepsilon}{n} = h_c (u_\varepsilon - u_\infty) & \text{on} \quad \Gamma_R \end{cases} \quad (4)$$

where:

$$h(\alpha, \beta, \gamma) = \underbrace{\alpha (u_\varepsilon - \bar{u}^\varepsilon)}_{Dirichlet} + \underbrace{\beta \left(k \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n} + \bar{q}^\varepsilon \right)}_{Neumann} + \underbrace{\gamma \left(k \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n} + h_c^\varepsilon (u_\varepsilon - u_\infty^\varepsilon) \right)}_{Robin} = 0 \quad (5)$$

is a function which taken into account the type of boundary condition on the holes to be created ($u_\varepsilon, \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n}$ are the temperature and flux on the hole boundary, while u_∞ and h_c^ε are the hole's internal convection parameters, respectively).

After an intensive analytical work, Feijóo et al. (2002) have developed explicit expressions for DT for problems governed by Eq.(3). These expressions are presented in the next section considering the three classical cases of boundary conditions on the holes.

2.1 Neumann Boundary condition

In this case the eq.(5) is particularized with ($\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 0$) and the D_T is obtained by taking the limit:

$$DT(\hat{x}) = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2f'(\varepsilon)} \int_{\partial\Omega_\varepsilon} \left[k \left(\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} \right) - k \left(\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n} \right) - 2bu_\varepsilon - \frac{2}{\varepsilon} \bar{q}_\varepsilon u_\varepsilon \right] d\Omega_\varepsilon \quad (6)$$

And both cases of Neumann boundary conditions must considered:

$$\bar{q}_\varepsilon = \left. \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n} \right|_{\partial\Omega_\varepsilon} = 0 \quad \text{with} \quad f'(\varepsilon) = -\pi\varepsilon^2 \quad (7)$$

$$\bar{q}_\varepsilon = \left. \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n} \right|_{\partial\Omega_\varepsilon} \neq 0 \quad \text{with} \quad f'(\varepsilon) = -2\pi\varepsilon \quad (8)$$

For the homogeneous and non-homogeneous cases, respectively. The corresponding expressions for the topological derivatives are (Feijó et al., 2002; Novotny et al., 2003):

$$D_T(\hat{x}) = k\nabla u \nabla u - bu \quad (9)$$

$$D_T(\hat{x}) = -q_\varepsilon u \quad (10)$$

It is worth to note that both eqs. (9) and (10) are valid for interior and boundary points as well, that is $\hat{x} \in \Omega \cup \Gamma$.

2.2 Dirichlet boundary conditions

The boundary conditions for this case is obtained with $(\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 0)$ and the D_T is obtained by taking the limit as :

$$DT(\hat{x}) = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2f'(\varepsilon)} \int_{\partial\Omega_\varepsilon} \left[k \left(\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} \right)^2 - k \left(\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n} \right)^2 - 2bu_\varepsilon \right] d\Omega_\varepsilon \quad (11)$$

The conditions:

$$u_\varepsilon = \bar{u}_\varepsilon \quad \left. \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} \right|_{\partial\Omega_\varepsilon} \neq 0$$

are used along with $f'(t) = \frac{2\pi}{\ln \varepsilon}$, resulting (Feijó et al. 2002 e Novotny et al. 2003):

$$D_T(\hat{x}) = -\frac{1}{2}k(u - \bar{u}_\varepsilon) \quad \text{for} \quad \hat{x} \in \Omega \quad (12)$$

$$D_T(\hat{x}) = k\nabla u \nabla u - b\bar{u}_\varepsilon \quad \text{for} \quad \hat{x} \in \Gamma \quad (13)$$

Note that D_T is evaluated by different expressions for interior and boundary points, revealing a jump term in its behavior.

2.3 Robin boundary conditions

For this case one has $(\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 1)$ e a D_T is obtained by taking the limit:

$$D_T(\hat{x}) = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2f'(\varepsilon)} \int_{\partial\Omega_\varepsilon} \left[k \left(\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} \right)^2 - k \left(\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n} \right)^2 - 2bu_\varepsilon - \frac{2}{\varepsilon} h_c^\varepsilon (u_\varepsilon - 2u_{\infty}) \right] d\Omega_\varepsilon \quad (14)$$

The regularizing the function is found to be $f' = -2\pi\varepsilon$, which results (Feijó et al. 2002 e Novotny et al. 2003):

$$D_T(\hat{x}) = h_c^\varepsilon (u_\varepsilon - 2u_{\infty}) \quad \text{for} \quad \hat{x} \in \Omega \cup \Gamma \quad (15)$$

which is valid for any point, as in the Newmann boundary conditions.

3. Basic theory of linear coordinate transformation method

Using conformal mapping techniques, a steady-state orthotropic field problem can be reduced to an isotropic one in the mapped domain. The advantage of this method relies in the fact that the coordinate system of the mapped domain remains orthogonal. The application of numerical methods like the FEM and the BEM to solve steady state field problems governed by the Poisson's equation is well reported in the literature. Poon (1978) investigated the heat conduction problems in layered composites with orthotropic materials. In another publication, Poon et al. (1979) extended the same coordinate transformation for heat conduction for anisotropic media. Shiah and Tan (1997) applied the coordinate transformation to map an initial anisotropic to an equivalent isotropic domain. Two examples were solved by using boundary element method and compared with analytical solutions. Hsieh and Ma (2002) introduced in their study a linear coordinate transformation method to solve the heat conduction on a thin layer of anisotropic medium subjected to arbitrary thermal loadings applied inside the domain or on the boundary surfaces. Ma and Chang (2003) studied two-dimensional steady-state thermal conduction problems on anisotropic multi-layered media. They have used the linear coordinate transformation to simplify the governing equation without complicating the boundary and interface conditions. Shiah and Tan (2004) continued their research (Shiah and Tan, 1997) by extending an earlier work to three-dimensional anisotropic field problems.

The differential equation for two dimensional heat conduction in a Cartesian coordinate system (Carslaw and Jaeger, 1959 and Arpaci et al., 1990) is given by:

$$k_{11} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + 2k_{12} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + k_{22} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (16)$$

where k_{11} , k_{12} and k_{22} are the thermal conductivity coefficients, while T represents the temperature field. The corresponding heat fluxes are expressed as:

$$\begin{aligned} q_x &= -k_{11} \frac{\partial T}{\partial x} - k_{12} \frac{\partial T}{\partial y} \\ q_y &= -k_{12} \frac{\partial T}{\partial x} - k_{22} \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned} \quad (17)$$

A scheme of the mapping is show in figure (1), it is possible to understand that the initial geometry (x) established in an anisotropic media is converted into an equivalent isotropic problem (\hat{x}) by using the coordinate transformation.

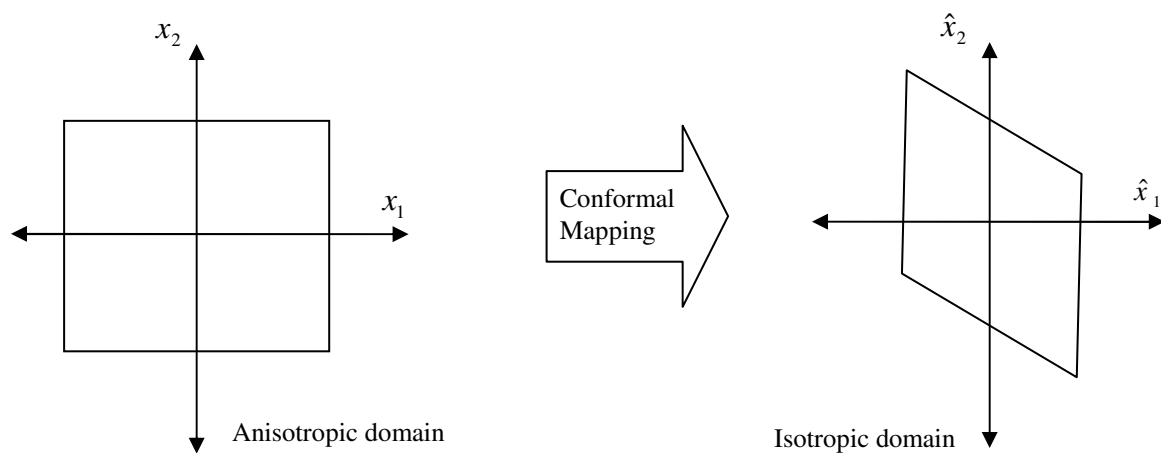


Figure 1. Domain mapping scheme.

Introducing a special linear coordinate transformation to transform the partial differential equation into the Laplace equation as:

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{where } \alpha = \frac{-k_{12}}{k_{22}}, \beta = \frac{k}{k_{22}}, \quad k = \sqrt{k_{11}k_{22} - k_{12}^2} \quad (19)$$

Figure 1 illustrates the transformation provided by the mapping of Eq.(18). The originally orthotropic problem on the (x_1, x_2) domain has been converted to an isotropic one defined on the (\hat{x}_1, \hat{x}_2) domain.

Now the governing equation in the transformed domain reads:

$$k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) = 0 \quad (20)$$

where k is the equivalent thermal conductivity given by Eq.(19). It is important to note that the crossed derivative has been eliminated from Eq.(16). Therefore, the transformation (18) resembles the rotation of the constitutive equation to its principal axis. Neumann boundary conditions must be also transformed accordingly:

$$\begin{aligned} q_y &= -k \frac{\partial T}{\partial y} = q_{\hat{y}} \\ q_x &= \beta \quad q_{\hat{x}} - \alpha \quad q_{\hat{y}} \end{aligned} \quad (21)$$

Inverting the Eq.(21), the Neumann boundary conditions are recovered as a function of the original domain boundary conditions.

$$\begin{aligned} q_{\hat{y}} &= q_y \\ q_{\hat{x}} &= \frac{q_x + \alpha \quad q_y}{\beta} \end{aligned} \quad (22)$$

The mapped domain geometry is evaluated through Eq.(18).

4.Numerical Methodology

A heat transfer BEM code developed to isotropic materials was modified to accommodate the linear coordinate transformation (18). This simple approach allows the solution of anisotropic heat transfer problems with very few changes in the original BEM code or further manipulations of the DT formulas. In addition, in the BEM only the boundary nodes have to be transformed, while domain methods like FEM or volume control methods would require the transformation of the domain mesh as well. Another advantage of the BEM is its characteristic good accuracy for boundary variables (both temperature and heat flux) in comparison to other methods, which results in better estimates for DT (Marczak, 2005).

The implemented algorithm encompasses six basic steps:

- Step 1: Transform an orthotropic domain into an equivalent isotropic domain by the linear coordinate transformation expressed in equation (18). The heat flux is transformed by equation (21).
- Step 2: Solve the problems by the BEM code developed to isotropic materials.
- Step 3: Apply the inverse of the mapping domain using equation to the geometry and to the heat flux.
- Step 4: The variables are evaluated on a suitable grid of interior points. The points with the lowest values of TD are selected.
- Step 5: Holes are created by *punching out* disks of material centered on the previously selected points.
- Step 6: Check stopping criteria, rebuilt the mesh, return to step 1.

When the process is halted, the desired topology is expected.

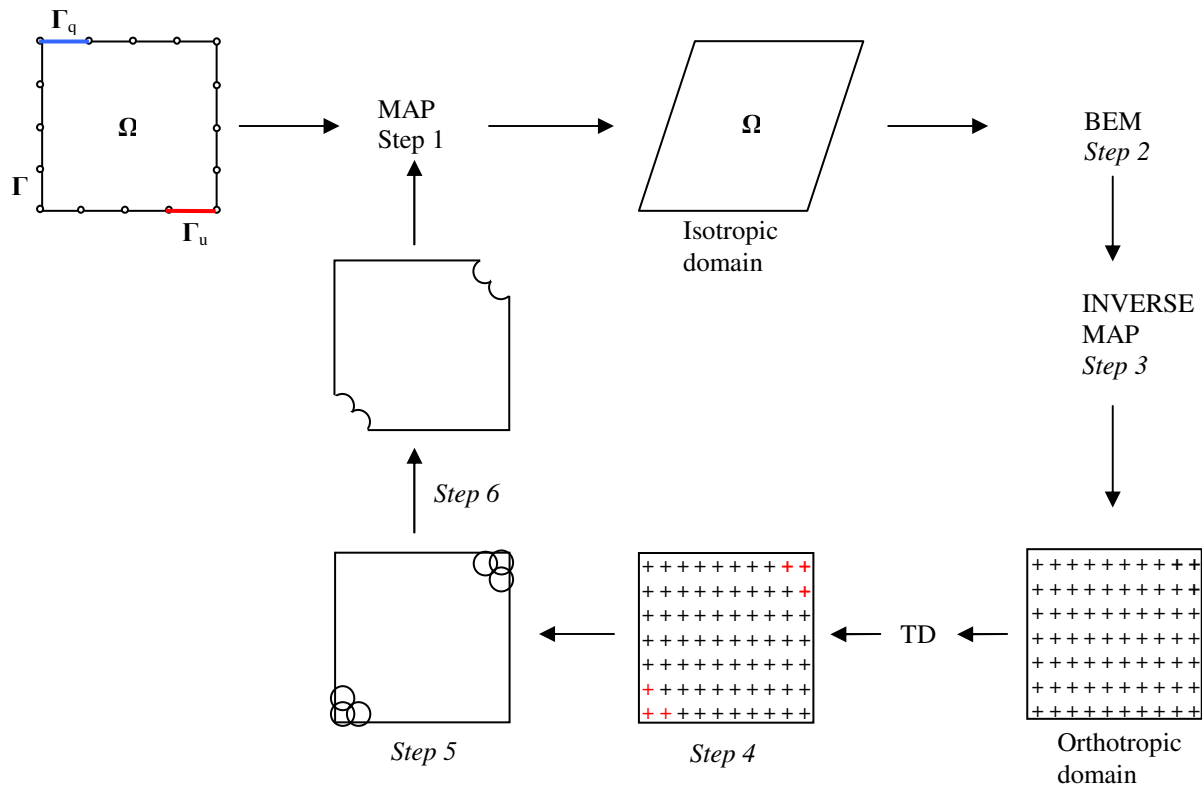


Figure 2. Numerical methodology scheme.

5. Numerical Results

This section presents three examples to demonstrate the application of the proposed method. The main objective of this numerical examples is to extend the topological derivative theory to materials with non isotropic behavior. The benchmarks studied herein are used to verify the material removal history in some simple cases, as well as the final geometries obtained. The results obtained for the first and the second one are compared to those obtained by Novotny et al.(2003) and Marczak (2005, 2006) for isotropic materials. The third example consists of a square domain under high and low temperature boundary conditions where the constitutive relation was varied to simulate all possible behaviors: isotropic, orthotropic and anisotropic.

The material removal history is analyzed and illustrated for each case. The iterative process was stopped when a given amount of material is removed from the original domain, regardless the type of material medium.

In all cases the total potential energy was used as the cost function. A regularly spaced grid of internal points was generated automatically, taking into account the radius of the holes created during each iteration. The radius was taken as a fraction of a reference dimension of the domain ($r = \alpha l_{ref}$). Usually $l_{ref} = \min(\text{height}, \text{width})$ was adopted. The objective in all cases is to minimize the material volume. The current area of the domain (A_f) was checked at the end of each iteration until a reference value is achieved ($A_f = \beta A_0$, where A_0 represents the initial area). Linear discontinuous boundary elements integrated with 4 Gauss points were used in all cases.

5.1 Example 1 – Asymmetric heat conductor

A square (10×10 mm) domain is subjected to the high (373K) and low (273K) prescribed temperatures on opposite corners. The remaining boundaries (including the cavities that will be open) are insulated. The material to be removed is set with $r = 0.04l_{ref}$ and the thermal conductivities were defined by $k_x/k_y = 2$. The evolution of the process is shown in Fig. 3. The process was halted when $A_f = 0.8A_0$ was reached. Figure 4 illustrates a comparison between the orthotropic topology obtained with the present approach and the isotropic BEM solution obtained by Marczak (2005) and the FEM solution of Novotny et al. (2003).

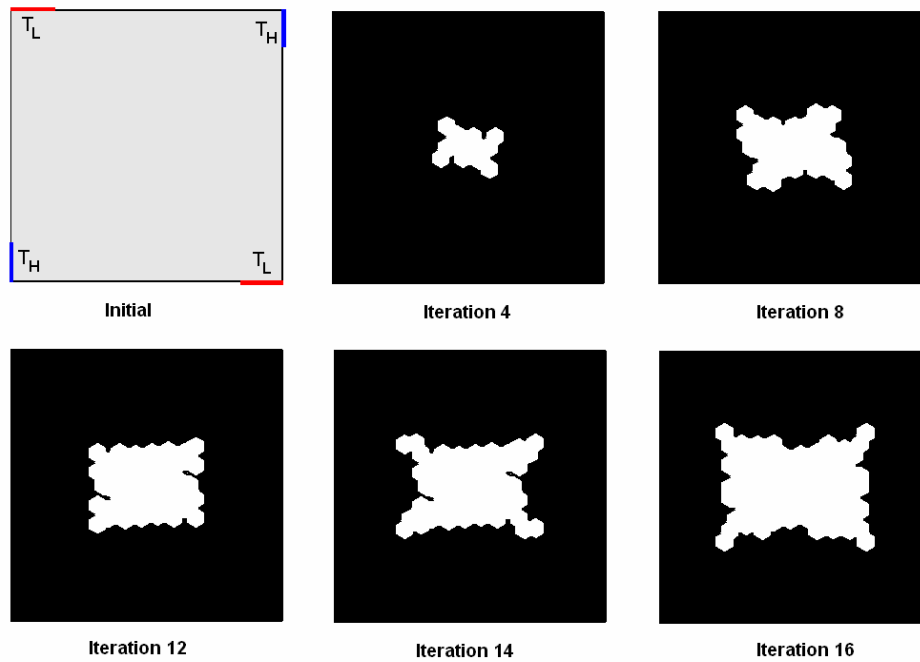


Figure 3. Evolution history to eliminate 20% of material in case 2.

Figure 4 shows how the orthotropic solution differs from the isotropic one. As shown in Fig.8, the algorithm tries to remove more material in the x direction, in such a way that the heat flux is more easily transferred between two adjacent corners.

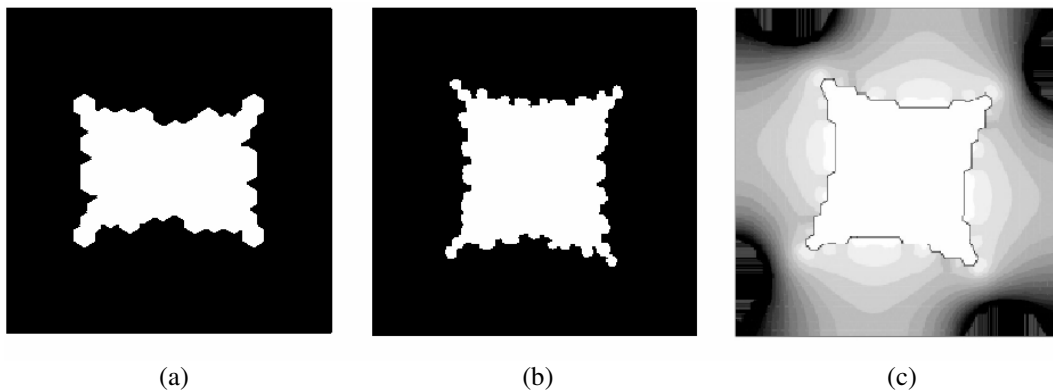


Figure 4 - Final topologies for the asymmetric conductor: (a) Present result, $k_x/k_y = 2$; (b) BEM solution for $k_x/k_y = 1$ (Marczak, 2005); (c) FEM solution for $k_x/k_y = 1$ (Novotny et al., 2003).

5.2 Example 2 – Inverted V heat conductor

This example consists in a square domain with high temperature (373 K) prescribed on its lower corners, while a low temperature (273 K) is prescribed at the mid top edge. The remaining boundaries are insulated. The cavities were created with $r = 0.04l_{ref}$ and the process was halted when $A_f = 0.6 A_0$ is attained. In order to illustrate and compare the final topologies obtained, three variations of the present example are studied as:

- Case A: $k_{xx} = 1; k_{yy} = 1$
- Case B: $k_{xx} = 2; k_{yy} = 1$
- Case C: $k_{xx} = 3; k_{yy} = 1$

Figure 5 shows the results for the isotropic case (case A) which will be used to compare the final design with the orthotropic cases (cases B and C). Figures 6 and 7 present the optimization evolution for the orthotropic case and their final topology when the stop criteria was achieved. Now, it is possible to compare the three cases. There are visible differences in the material removal evolution for each case, although the final designs are slightly different in this case.

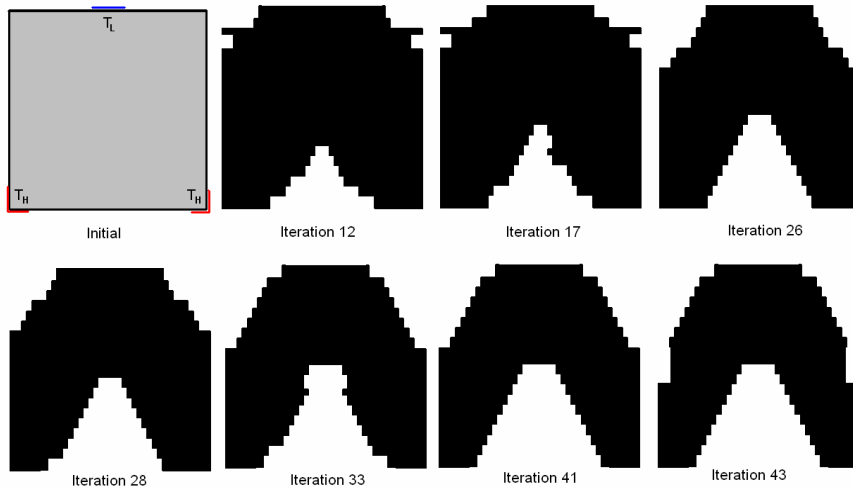


Figure 4. Evolution history for isotropic material – Case A.

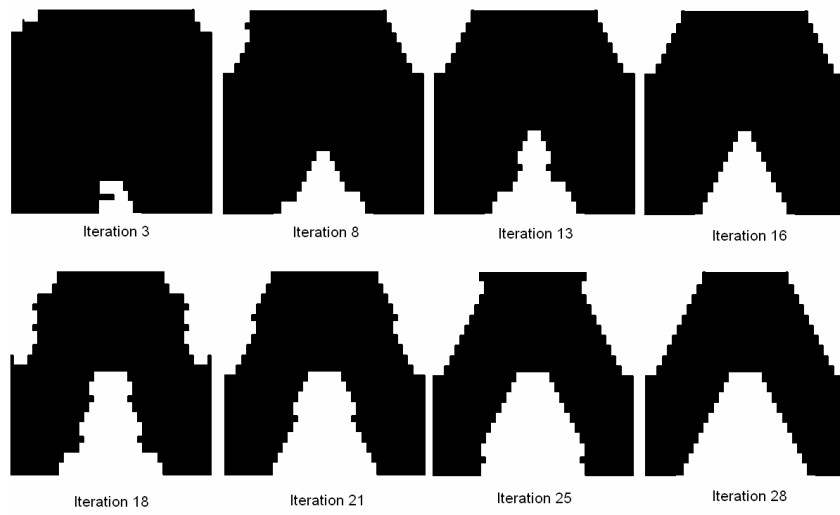


Figure 5. Evolution history for orthotropic material – Case B.

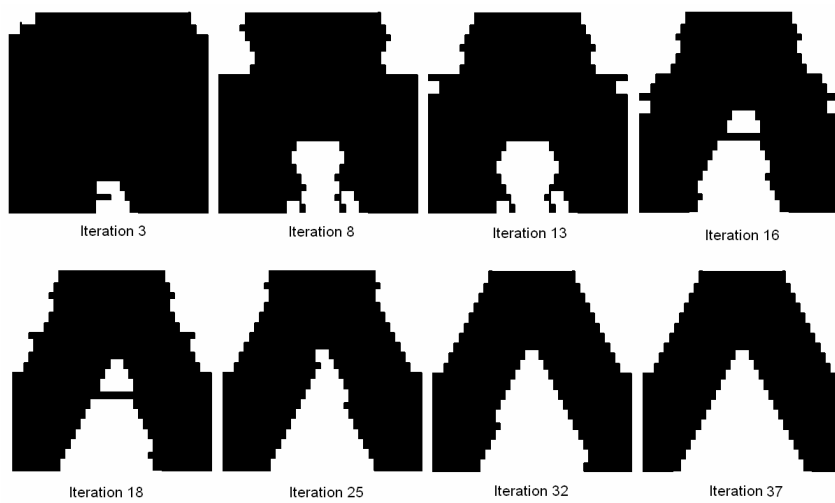


Figure 6. Evolution history for orthotropic material – Case C.

Figure 8 presents the evolution of the material removal for all cases. It was found that highly orthotropic cases result higher values of the topological sensitivity, in comparison to its isotropic solution. Consequently, a larger material removal rate is expected for orthotropic problems, in general, but this is a very problem dependent assertion.

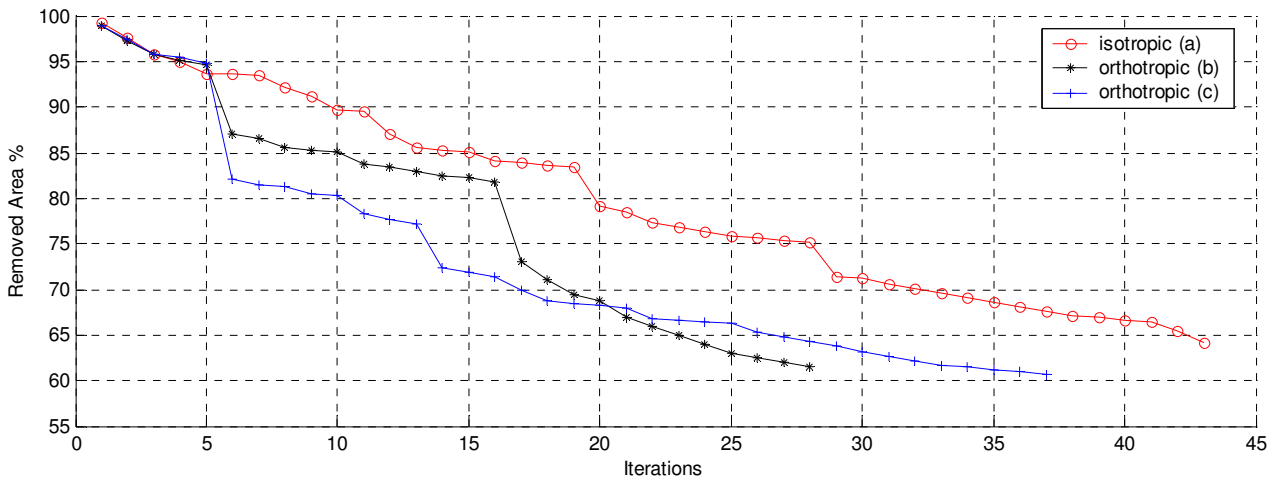


Figure 7. Material removal history for example 2.

5.3 Example 3 – Cross heat conductor

This example refers to a square domain subjected to low and high temperature boundary conditions on the middle of opposite sides. The problem is depicted in Figure 8, where T_H is the high temperature (373 K) and T_L is the low temperature (273 K). The remaining boundaries are insulated. All possible cases will be studied: isotropic, orthotropic and anisotropic materials. All cases are to be optimized until $A_f \approx 0.4 A_0$ is achieved.

Initially an isotropic case was analyzed with $k_{11} = k_{22} = 1$. Symmetry was not used to provide a direct comparison to the subsequent anisotropic cases (which cannot use symmetry). Figure 8 shows the evolution of material removal for $r = 0.02l_{ref}$. It is important to note that the algorithm delivered fairly symmetric solutions throughout the process. The condition $A_f \approx 0.4 A_0$ was achieved after 34 iterations.

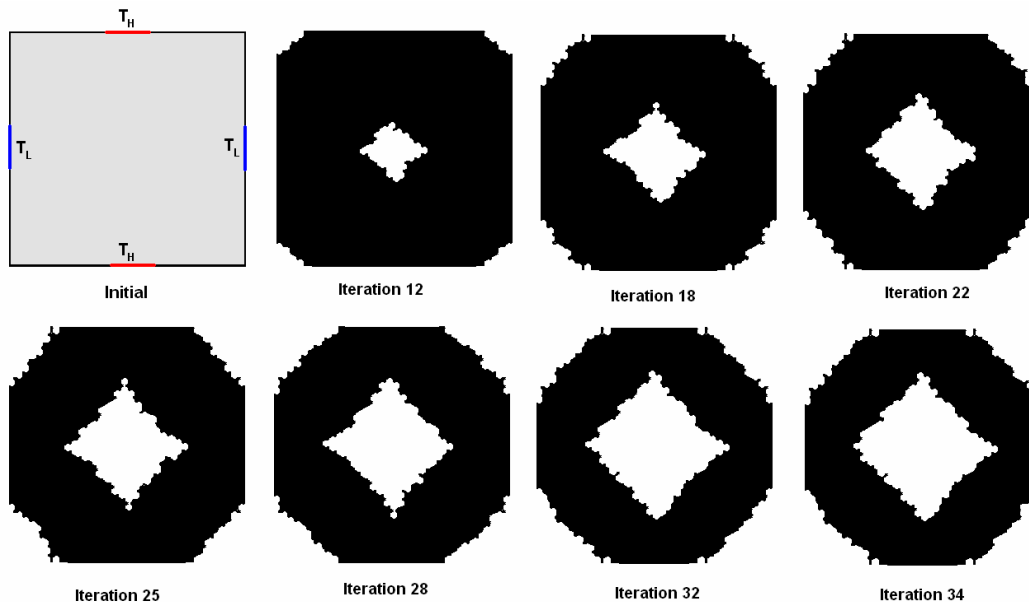


Figure 8. Evolution history for example 3 – isotropic case.

The second case represents a highly orthotropic material, with the conductivities set to $k_{xx} = 5$ and $k_{yy} = 1$. As expected, material is selectively removed so that the heat flux along the x direction is majored. The stop criteria $A_f \approx 0.4 A_0$ was achieved after 30 iterations.

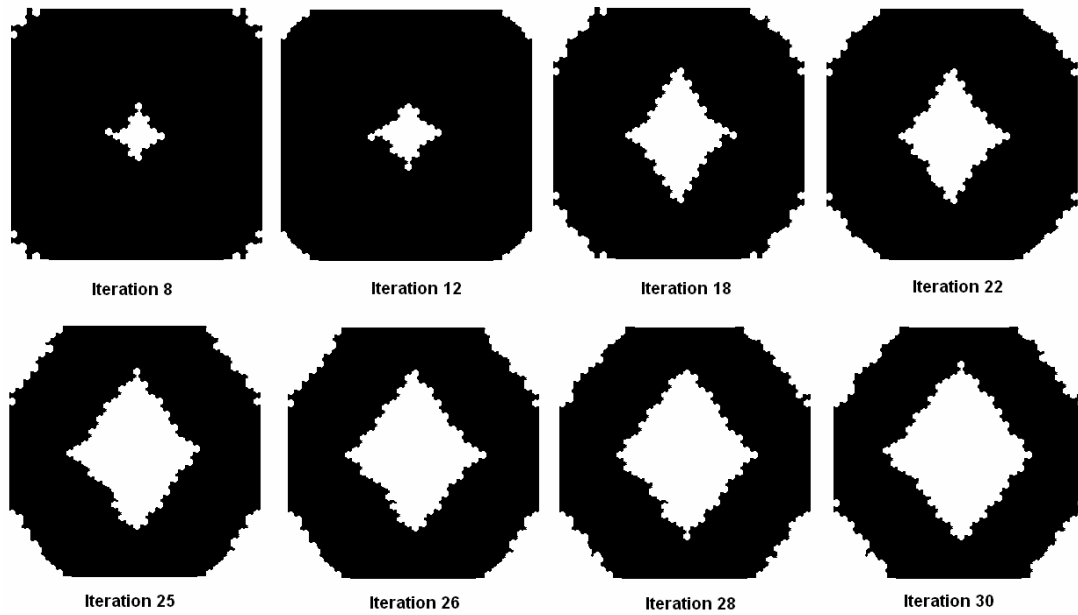


Figure 9. Evolution history for example 3 – orthotropic case.

The third case considers an anisotropic material with $k_{xx} = 1$, $k_{yy} = 1$ and $k_{xy} = 0.5$. The evolution history is presented in Fig.11, showing that the initial symmetry is lost after the first iterations, as expected. Contrary to the previous cases, the internal cavity resulted in a rhombic shape, since the Cartesian axes are not parallel to the principal axes of the constitutive matrix.

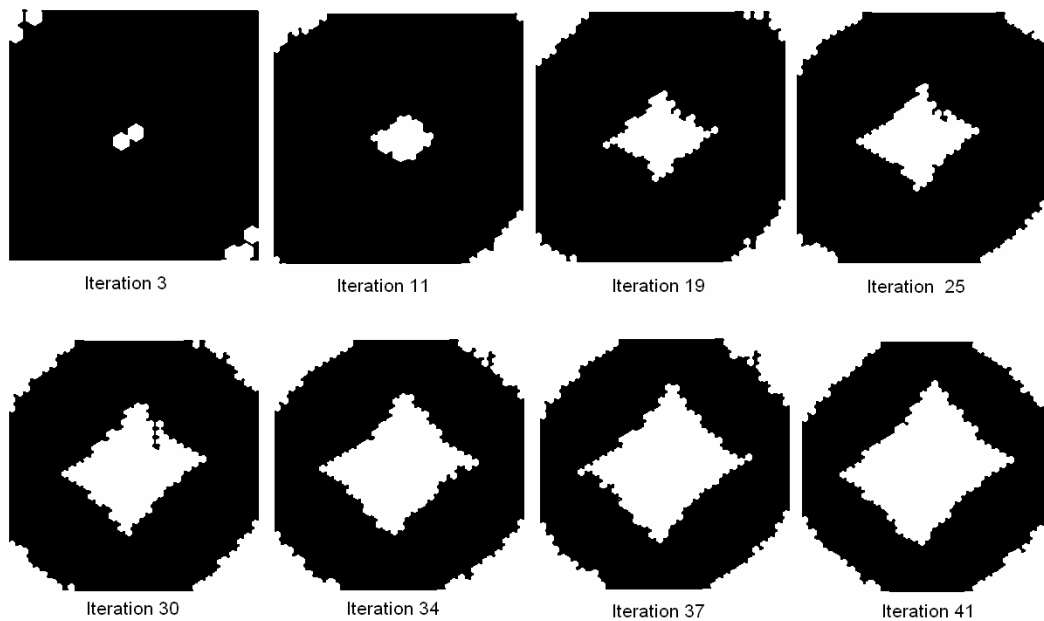


Figure 10. Evolution history for example 3 – anisotropic case.

Figure 11 shows the percentage of material removed versus the number of iterations for each case studied in example 3. All cases were stopped when about 40% of material was removed. These cases were analyzed without the aid of symmetry, for comparison purposes. Obviously, anisotropic cases cannot use symmetry in general, but in many practical situations it is possible (or even desirable) to align the axes of the component with the principal directions of the constitutive matrix. In such cases, more smooth designs can be obtained.

In order to provide a further benchmark, example 3 was re-analyzed for the isotropic and orthotropic cases using only one quadrant of the original geometry. Figure 13 show the final topologies obtained for both cases. The material was removed initially with $r = 0.04 l_{ref}$ and $r = 0.02 l_{ref}$ for the remaining iterations. This simple expenditure helps to generate smoother boundaries in the final design.

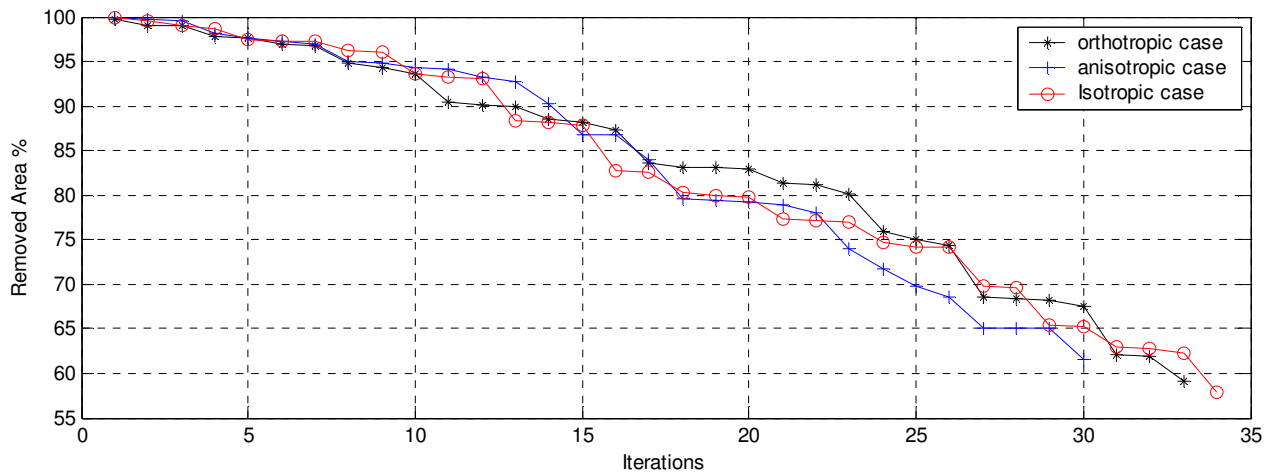


Figure 11. Material removal history for example 3.

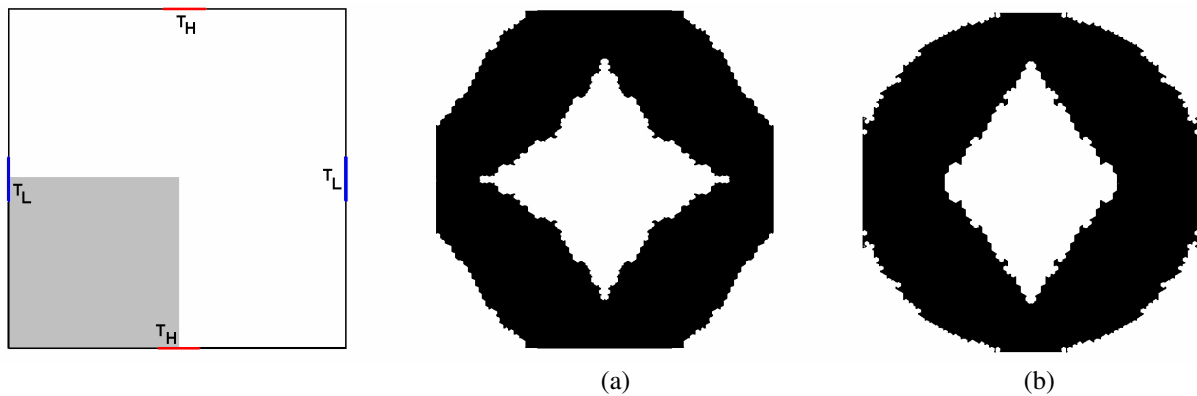


Figure 12 – Final topologies for: (a) isotropic and (b) orthotropic examples.

6. Conclusions

The objective of this paper is to extend a previous 2D heat transfer BEM topology optimization implementation (Marczak, 2005) to anisotropic constitutive behavior. A linear coordinate transformation method was implemented in order to allow the use of DT, since this formulation was deduced only for isotropic materials. The cost function (potential energy density) is not explicitly given, and extensions of the formulation for other types of cost function will demand elaborate analytical derivations. Some BEM and DT characteristics were preserved as: no domain mesh, absence of intermediary material densities, unnecessary application of filters in the pos-processing, and low computational cost. The methodology developed in this paper is an elegant way to extend the DT approach to non-isotropic materials, avoiding new analytical derivations. Some cases of linear heat transfer were solved showing the feasibility of the proposed procedure and good agreement with other solutions.

7. Acknowledgements

Carla T.M. Anflor thanks CNPq for a fellowship grant. Rogério J. Marczak wishes to acknowledge the financial support provided by FAPERGS, through grant 02/1288-9.

8. References

- Arpaci, V. S., Kao, S., Selamet, A., 1990, "Introduction to heat transfer", Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Bendsøe, M. P. & Kikuchi N., 1988, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 71, pp. 197-224.

- Carlsaw, H.S., Jaeger, J.C., 1959, "Conduction of heat in solids", 2nd ed. Oxford: Clarendon
- Céa J., Garreau, S., Guillaume P., Masmoudi, M., 2000, "The shape and topological optimizations connection", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* vol.188, pp. 713-726.
- Feijóo, R., Novotny, A., Taroco, E., & Padra, C. 2003. "The topological derivative for the poisson's problem", *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, vol.13, pp. 1825-1844.
- Feijóo, R., Novotny, A., Padra, C & Taroco, E., 2002, "The topological-shape sensitivity analysis and its applications in optimal design", In Idelsohn, S., Sonzogni, V., & Cardona, A., eds. *Mecánica Computacional*, volume XXI, pp. 2687-2711, Santa-Fé-Paraná, Argentina.
- Garreau, S., Guillaume, P. & Masmoudi, M., 1998, "The topological gradient. Research report", Université Paul Sabatier, Toulouse 3, France.
- Hsieh, M., Ma, C., 2002, "Analytical investigations for heat conduction problems in anisotropic thin-layer media with embedded heat sources", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, pp. 4117-4132.
- Li, Q., Steven, G., Querin, O., & Xie, Y., 1999, "Shape and topology design for heat conduction by evolutionary structural optimization", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 42, pp. 3361-3371.
- Li, Q., Steven, G., Xie, Y., & Querin, O., 2004, "Evolutionary topology optimization for temperature reduction of heat conduction fields", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 5071-5083.
- Ma, C., Chang, S., 2004, "Analytical exact solutions of heat conduction problems for anisotropic multi-layered media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 1643-1655.
- Marczak, R.J., 2005, "Topology Optimization and Boundary Elements – A Preliminary Implementation for Linear Heat Transfer", XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE 2005, Brazilian Assoc. for Comp. Mechanics & Latin American Assoc. of Comp. Methods in Engineering, Guarapari - ES, Brazil.
- Marczak, R.J., 2006, "Topology Optimization and Boundary Elements – A Preliminary Implementation for Linear Heat Transfer", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, accepted for publication.
- Novotny, A., Feijóo, R., Taroco, E., & Padra, C., 2003, "Topological-shape sensitivity analysis", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 192, pp. 803-829.
- Park Youn K, 1995, "Extensions of optimal layout design using the homogenization method", University of Michigan.
- Poon, K.C., Tsou R.C.H., Chang Y.P., 1979, "Solution of anisotropic problems of first class by coordinate-transformation", *J. Heat Transfer*, vol. 101, pp. 340-345.
- Poon, K.C., 1979, "Transformation of heat conduction problems in layered composites from anisotropic to orthotropic", *Lett. Heat Mass Transfer*, vol. 6, pp. 503-511.
- Shiah Y.C., and Tan C.L., 1997, "BEM treatment of two-dimensional anisotropic field problems by direct domain mapping", *Engineering Analysis with boundary elements*, vol. 20, pp. 347-351.
- Shiah Y.C., Tan C.L., 2004, "BEM treatment of three-dimensional anisotropic field problems by direct domain mapping", *Engineering Analysis with boundary elements*, vol. 28, pp. 43-52.
- Sokolowski, J. & Zochowski, A., 1997, "On topological derivative in shape optimization", Research Report 3170, INRIA-Lorraine, France.
- Sokolowski and Zochowski, 2001, "Topological derivatives of shape functional for elasticity systems", *Mech. Struct. Mach.*, vol. 29, pp. 331-349.

ESTUDO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA VARIÁVEL EM CILINDROS VAZADOS COM CONDIÇÕES DE CONTORNO DUPLAMENTE CONVECTIVAS

Valesca Alves Corrêa

Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de São Paulo, UNESP – Guaratinguetá – SP
valesca@mec.unitau.br

Luiz Roberto Carrocci

Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de São Paulo, UNESP – Guaratinguetá – SP
carrocci@feg.unesp.br

Carlos Alberto Chaves

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Taubaté, UNITAU – Taubaté – SP
carlosachaves@yahoo.com.br

Marcio Abud Marcelino

Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de São Paulo, UNESP – Guaratinguetá – SP
abud@feg.unesp.br

Resumo. Problemas na área de Transferência de Calor, envolvendo tanto condução quanto convecção sujeitos a condições de contorno clássicas tem sido resolvidos por simulação numérica através de softwares disponíveis atualmente. Entretanto, a forma clássica de se encontrar soluções analíticas é ainda um recurso extremamente útil na validação de soluções numéricas obtidas através destes softwares. Este trabalho apresenta soluções analíticas para o problema da condutividade térmica variável em um cilindro vazado com condições de contorno duplamente convectivas. São resolvidas analiticamente as equações da condução de calor em regime permanente nas coordenadas cilíndricas utilizando o software de computação simbólica Maple. Serão apresentadas as análises do comportamento do problema em função dos diversos parâmetros inerentes à solução.

Palavras chave: condução de calor, computação simbólica, Maple.

1. Introdução

A condução de calor no regime permanente em geometrias cilíndricas ocorre em inúmeras aplicações na engenharia e tem sido objeto de muitos estudos nos últimos anos (Arpaci, 1966, Özişik, 1976 e Burmeister, 2002).

O avanço tecnológico dos computadores tem permitido uma vasta variedade de aplicações em simulações numéricas na área de transferência de calor (Özişik, 1994).

A resolução analítica em problemas de transferência de calor ainda é de grande importância, inclusive na validação das soluções numéricas (Carslaw e Jaeger, 1956).

O estudo analítico da transferência de calor no regime permanente em geometrias cilíndricas leva a um equacionamento complexo e desgastante que pode ser minimizado com o auxílio da computação simbólica. Vários trabalhos (Barton, 1997; Yang, 1998 e Subramanian et al, 2000) apresentam o uso da computação simbólica na resolução de problemas térmicos conseguindo também resultados satisfatórios.

Devido a sua grande potencialidade, o software Maple pode ser utilizado nas diversas ciências, como matemática, física, química, estatística e em especial, na engenharia, pois possibilita trabalhar com informações na forma algébrica, ou seja, realiza manipulação de expressões que envolvem símbolos, variáveis e operações formais. Possui também ferramentas gráficas para visualização dos resultados, linguagem de programação própria e permite a criação de documentos de texto em diversos formatos (Mariani, 2005).

Neste estudo, o software Maple será utilizado na resolução das equações diferenciais, na aplicação de métodos analíticos no problema de um cilindro vazado com condições de contorno duplamente convectivas e condutividade térmica variável em regime permanente.

2. Formulação do Problema

O software Maple será utilizado para o desenvolvimento analítico unidimensional de um cilindro vazado longo de raio $a \leq r \leq b$, sem geração interna de calor com condições de contorno duplamente convectivas. A superfície de contorno dissipa calor por convecção em $r = a$ e $r = b$, como ilustra a Fig. 1.

O problema físico é mostrado matematicamente por:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \cdot k \cdot \frac{dT(r)}{dr} \right) = 0 \quad a < r < b \quad (1)$$

sendo r a coordenada radial, a o raio interno, b o raio externo do cilindro e k a condutividade térmica do material considerada variável e definida por:

$$k = k_o \cdot (1 + \beta \cdot T(r)) \quad (2)$$

onde k_o representa a condutividade térmica do material na temperatura de referência T_o e β uma constante com unidade [$1/^\circ\text{C}$]. O problema apresenta as seguintes condições de contorno:

$$-k \frac{dT}{dr} + h_1 T(r) = h_1 T_{\infty_1} \quad \text{em } r = a \quad (3)$$

e

$$-k \frac{dT}{dr} + h_2 T(r) = h_2 T_{\infty_2} \quad \text{em } r = b \quad (4)$$

sendo h_1 o coeficiente de transferência de calor no fluido interno, h_2 o coeficiente de transferência de calor do fluido externo, T_{∞_1} é a temperatura do fluido interno e T_{∞_2} é a temperatura do fluido externo:

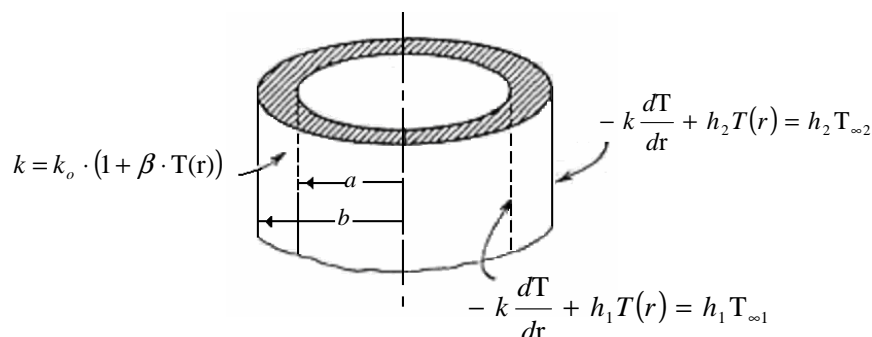


Figura 1 Cilindro vazado típico com condições de contorno convectivas.

3. Solução Analítica do Problema

Para a condição de condutividade térmica variável é definida a condição de variação para este parâmetro no software Maple da seguinte forma:

```
> k:=ko*(1+beta*T(r));
```

$$k := k_o (1 + \beta T(r)) \quad (5)$$

A equação da condução para o problema descrito na Eq. (1) é representado no software Maple por:

```
> heat:= 1/r*diff(r*k*diff(T(r),r),r)=0;
```

$$heat := \frac{ko (1 + \beta T(r)) \left(\frac{d}{dr} T(r) \right) + r ko \beta \left(\frac{d}{dr} T(r) \right)^2 + r ko (1 + \beta T(r)) \left(\frac{d^2}{dr^2} T(r) \right)}{r} = 0 \quad (6)$$

Através do comando *dsolve*, o software Maple apresenta as seguintes soluções:

> **heat:=dsolve(heat,T(r));**

$$heat := T(r) = -\frac{1}{\beta}, T(r) = \frac{1}{2} \frac{-2 + 2 \sqrt{1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2}}}{\beta},$$

$$T(r) = \frac{1}{2} \frac{-2 - 2 \sqrt{1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2}}}{\beta} \quad (7)$$

Uma das soluções deve ser escolhida para a continuidade da solução, sendo então atribuída a variável *heat*.

> **heat := 1/2*1/beta*(-2+2*(1+2*beta*_C1*ln(r)+2*beta*_C2)^(1/2));**

$$heat := \frac{1}{2} \frac{-2 + 2 \sqrt{1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2}}}{\beta} \quad (8)$$

A equação pode ser simplificada pelo comando *simplify* como mostrado abaixo:

> **heat:= simplify(%);**

$$heat := \frac{-1 + \sqrt{1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2}}}{\beta} \quad (9)$$

Para obter-se $-k \frac{dT}{dr}$ integra-se uma vez a Eq. (1) em relação à *r* e atribui-se a variável *cond* tendo:

> **cond:= -_C1/r;**

$$cond := -\frac{CI}{r} \quad (10)$$

Substituindo a variável *cond* na Eq. (2) e atribuindo o resultado a variável *cc1*, define-se a primeira condição de contorno.

> **cc1:= cond=h1*(heat-T1);**

$$cc1 := -\frac{CI}{r} = h1 \left(\frac{-1 + \sqrt{1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2}}}{\beta} - T1 \right) \quad (11)$$

A seguir foi usada uma seqüência de comandos do Maple necessária para se chegar a solução da Eq. (2) em função da solução analítica obtida:

> **termol:=solve(cc1,(1+2*beta*_C1*ln(r)+2*beta*_C2)^(1/2));**

$$\text{termol} := -\frac{\beta_{CI} - hI r - hI r TI \beta}{hI r} \quad (12)$$

> **termol := expand(%);**

$$\text{termol} := -\frac{\beta_{CI}}{hI r} + 1 + TI \beta \quad (13)$$

> **termol := termol^2;**

$$\text{termol} := \left(-\frac{\beta_{CI}}{hI r} + 1 + TI \beta \right)^2 \quad (14)$$

> **termol := expand(%);**

$$\text{termol} := \frac{\beta_{CI}^2}{hI^2 r^2} - \frac{2 \beta_{CI}}{hI r} - \frac{2 \beta_{CI}^2 TI}{hI r} + 1 + 2 TI \beta + TI^2 \beta^2 \quad (15)$$

> **termoraiz := (1+2*beta*_C1*ln(r)+2*beta*_C2)^(1/2);**

$$\text{termoraiz} := \sqrt{1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2}} \quad (16)$$

> **pot1 := termoraiz^2;**

$$\text{pot1} := 1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2} \quad (17)$$

> **termofim1 := termol - pot1;**

$$\text{termofim1} := \frac{\beta_{CI}^2}{hI^2 r^2} - \frac{2 \beta_{CI}}{hI r} - \frac{2 \beta_{CI}^2 TI}{hI r} + 2 TI \beta + TI^2 \beta^2 - 2 \beta_{CI} \ln(r) - 2 \beta_{C2} \quad (18)$$

> **termofim1 := subs(r=a, termofim1);**

$$\text{termofim1} := \frac{\beta_{CI}^2}{hI^2 a^2} - \frac{2 \beta_{CI}}{hI a} - \frac{2 \beta_{CI}^2 TI}{hI a} + 2 TI \beta + TI^2 \beta^2 - 2 \beta_{CI} \ln(a) - 2 \beta_{C2} \quad (19)$$

De maneira similar o mesmo procedimento é realizado para a segunda condição de contorno:

> **cc2 := cond=h2*(T2-heat);**

$$cc2 := -\frac{CI}{r} = h2 \left(T2 - \frac{-1 + \sqrt{1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2}}}{\beta} \right) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} > \text{termo2} := \text{solve}(cc2, (1 + 2 * \beta_{CI} * \ln(r) + 2 * \beta_{C2})^{(1/2)}); \\ \text{termo2} := \frac{\beta_{CI} + h2 r T2 \beta + h2 r}{h2 r} \end{aligned} \quad (21)$$

> termo2 := expand(%);

$$\text{termo2} := \frac{\beta_{CI}}{h2 r} + T2 \beta + 1 \quad (22)$$

> termo2 := termo2^2;

$$\text{termo2} := \left(\frac{\beta_{CI}}{h2 r} + T2 \beta + 1 \right)^2 \quad (23)$$

> termo2 := expand(%);

$$\text{termo2} := \frac{\beta_{CI}^2}{h2^2 r^2} + \frac{2 \beta_{CI} T2}{h2 r} + \frac{2 \beta_{CI}}{h2 r} + T2^2 \beta^2 + 2 T2 \beta + 1 \quad (24)$$

> termoraiz := (1 + 2 * beta_{CI} * ln(r) + 2 * beta_{C2})^{(1/2)};

$$\text{termoraiz} := \sqrt{1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2}} \quad (25)$$

> pot2 := termoraiz^2;

$$\text{pot2} := 1 + 2 \beta_{CI} \ln(r) + 2 \beta_{C2} \quad (26)$$

> termofim2 := termo2 - pot2;

$$\begin{aligned} \text{termofim2} := \\ \frac{\beta_{CI}^2}{h2^2 r^2} + \frac{2 \beta_{CI} T2}{h2 r} + \frac{2 \beta_{CI}}{h2 r} + T2^2 \beta^2 + 2 T2 \beta - 2 \beta_{CI} \ln(r) - 2 \beta_{C2} \end{aligned} \quad (27)$$

> termofim2 := subs(r=b, termofim2);

$$\begin{aligned} \text{termofim2} := \\ \frac{\beta_{CI}^2}{h2^2 b^2} + \frac{2 \beta_{CI} T2}{h2 b} + \frac{2 \beta_{CI}}{h2 b} + T2^2 \beta^2 + 2 T2 \beta - 2 \beta_{CI} \ln(b) - 2 \beta_{C2} \end{aligned} \quad (28)$$

Valores numéricos típicos são atribuídos para os parâmetros do problema como mostra a Tab. 1.

Tabela 1. Valores atribuídos ao problema

Propriedade	Sibologia	Valor	Unidade	Propriedade	Sibologia	Valor	Unidade
Condutividade térmica na temperatura T_0	k_0	0.05	W/m °C	Temperatura do fluido externo	$T_{\infty 2}$	23	°C
Constante	β	1	1/°C	Raio interno	a	0.3	m
Temperatura do fluido interno	$T_{\infty 1}$	100	°C	Raio externo	b	0.5	m
Coefficiente de convecção interno	h_1	100	W/m ² °C	Coefficiente de convecção externo	h_2	23	W/m ² °C

Com os valores numéricos atribuídos a variável $eq1$ do Maple recebe a solução da primeira condição de contorno.

```
> eq1:= solve(termofim1,_C2);
```

$$eq1 := 0.00005555555555555555 _CI^2 + 0.8373061370 _CI + 600. \quad (29)$$

Analogamente ocorre com a segunda condição de contorno:

```
> eq2:= solve(termofim2,_C2);
```

$$eq2 := 0.00200000000000 _CI^2 + 1.353147180 _CI + 49.45000000 \quad (30)$$

A resolução da constante de integração $_CI$ é então encontrada como demonstra as linhas de comando do Maple abaixo:

```
> eq:= eq2-eq1;
```

$$eq := 0.00194444444444 _CI^2 + 0.5158410430 _CI - 550.55000000 \quad (31)$$

```
> _C1:= [solve(eq,_C1)];
```

$$_CI := [415.7479516, -681.0376310] \quad (32)$$

A escolha do segundo valor da constante $_CI$ é feita em função de apresentar o resultado mais realístico para o problema.

```
> _C1:= _C1[2];
```

$$_CI := -681.0376310 \quad (33)$$

Automaticamente o valor da constante $_C2$ é mostrado pelo software Maple.

```
> _C2:=eq2;
```

$$_C2 := 55.53035970 \quad (34)$$

A solução da Eq. (1) então é mostrado abaixo.

```
> heat;
```

$$-10.00000000 + 10.00000000 \sqrt{12.10607194 - 136.2075262 \ln(r)} \quad (35)$$

4. Resultados

Simulações foram realizadas onde os valores de alguns parâmetros foram alternados e suas influências mostradas.

Para a primeira simulação foram usados os valores contidos na Tab. 1 para a distribuição da temperatura para dois valores distintos do parâmetro β :

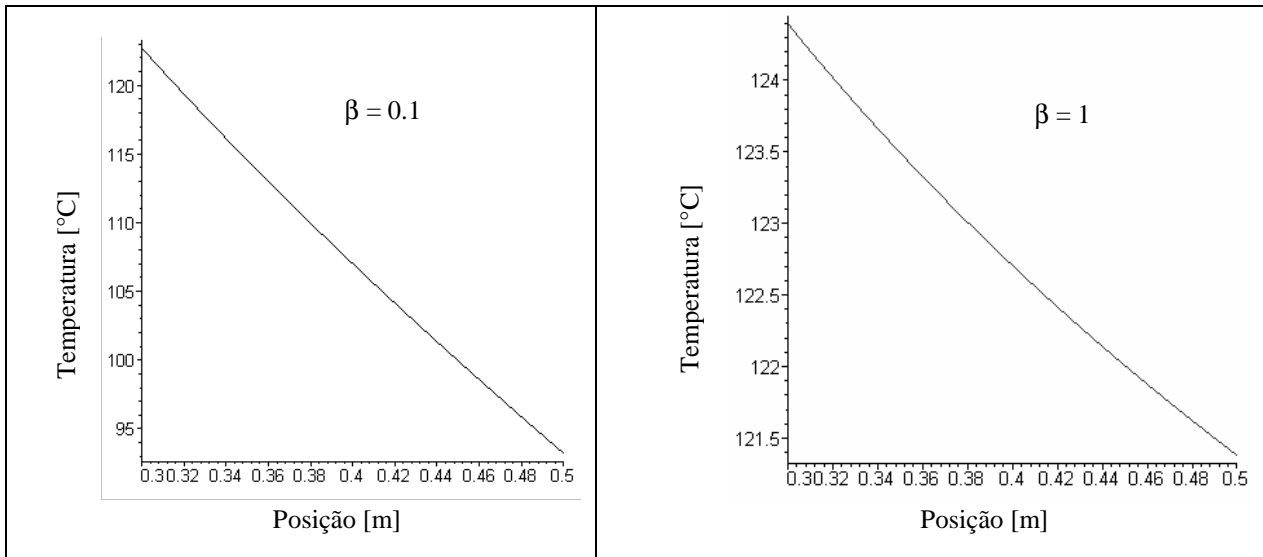


Figura 2. Distribuição de Temperatura.

Valores do parâmetro β acima de 1 não apresentaram variação relevante na distribuição de temperatura.

Para a segunda simulação os valores do coeficiente de transferência de calor interno variaram conforme Fig. 3, sendo 50 o valor limite possível de ser calculado.

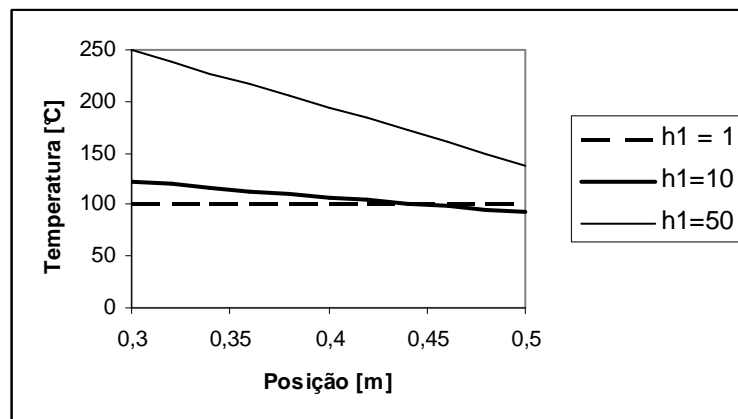


Figura 3. Distribuição de Temperatura.

4. Conclusões

O trabalho de obtenção de soluções analíticas de problemas envolvendo transferência de calor com condições de fronteira complexas é muitas vezes uma tarefa árdua e desgastante em função do desenvolvimento da formulação definida.

Neste trabalho foi possível obter uma solução analítica com o uso do software de computação simbólica, Maple, na resolução do problema permanente de condução de calor com condutividade térmica variável. Para entender o problema foram realizadas simulações onde os resultados foram possíveis de serem alcançados em função de uma faixa significativa dos diversos fatores apresentados. Os resultados encontrados se apresentaram consistentes, portanto o uso do software na resolução de problemas de condução é uma metodologia viável na obtenção de soluções analíticas.

5. Referências

- Arpaci, V. S., "Conduction Heat Transfer", Addison-Wesley Publishing Company, 1966.
- Barton, S., 1997, "Use of the program maple for solving Fourier's equation", *Nonlinear Analysis, Methods & Applications*, Vol. 30, No. 8, pp. 4859-4862.
- Burmeister, L. C., 2002, "The Effect of Space-Dependent Thermal Conductivity on the Steady Central Temperature of a Cylinder", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 124, pp. 195-213.
- Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., "Conduction of Heat in Solids", (2nd Edn), Oxford Science Publications, Oxford (1956) (reprinted 1976).
- Mariani, V. C., *Maple: Fundamentos e Aplicações*, Ed. LTC, 2005.
- Özişik, M. N., "Finite Difference Methods in Heat Transfer", CRC Press, 1976.
- Özişik, M. N., "Heat Conduction.", A Wiley-Interscience Publication, John Wiley and Sons, 1976.
- Subramanian, V. R., and White, R. E., 2000, "Symbolic solutions for boundary value problems using Maple", *Elsevier, Computer and Chemical Engineering*, 24, pp 2405-2416.
- Yang, C., 1998, "A sequential method to estimate the strength of the heat source based on symbolic computation", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, No. 14, pp 2245-2252.

STUDY OF VARIABLE THERMAL CONDUCTIVITY IN HOLLOW CYLINDERS WITH DOUBLE CONVECTIVE BOUNDARY CONDITIONS

Valesca Alves Corrêa

Department of Mechanical Engineering, São Paulo State University, UNESP - Guaratinguetá - SP – Brazil
valesca@mec.unitau.br

Luiz Roberto Carrocci

Department of Mechanical Engineering, São Paulo State University, UNESP - Guaratinguetá - SP – Brazil
carrocci@feg.unesp.br

Carlos Alberto Chaves

Department of Mechanical Engineering, University of Taubaté, UNITAU - Taubaté - SP – Brazil
carlosachaves@yahoo.com.br

Marcio Abud Marcelino

Department of Mechanical Engineering, São Paulo State University, UNESP - Guaratinguetá - SP – Brazil
abud@feg.unesp.br

Abstract

Heat transfers problems, involving conduction and convection with classical boundary conditions has been resolved for numerical simulation through available softwares. However, the classical way to find analytical solutions are extremely useful resource in the validation of these numerical solutions. This work presents an unpublished analytical solutions for the classical problem of the hollow cylinder with double convective boundary conditions with variable thermal conductivity . The equations of the conduction heat transfer in cylindrical coordinates are solved analytically using the software of symbolic computation Maple. Will be presented the analyses of the problem behaviors in function of the some parameters of the solution.

Keywords: Heat conduction, double convection, symbolic computation.

EFFECT OF THERMAL RADIATION IN THE HEAT TRANSFER IN SMOKETUBE STEAM GENERATORS

Marcelo M. Galarça

Department of Mechanical Engineering
Federal University of Rio Grande do Sul
Porto Alegre, RS, Brazil
mgalarca@mecanica.ufrgs.br

Francis H. R. França

Department of Mechanical Engineering
Federal University of Rio Grande do Sul
Porto Alegre, RS, Brazil
frfranca@mecanica.ufrgs.br

Abstract. *This work presents a numerical analysis of the heat transfer combining convection and thermal radiation in the turbulent flow of participating gases inside circular tubes of smoketube steam generators. Two gaseous mixtures are considered, being a typical products of the combustion of methane and fuel oil. The gases temperature profiles and the heat transfer are solved by the numerical solution of the energy conservation equation. The diffusive and the convective terms are treated by the Flux-Spline control volume method, while the thermal radiation is dealt with the zonal formulation. The gases radiative properties are modeled by the weighted-sum-of-gray-gases. The results are presented for typical conditions found in smoketube steam generators, and include the effect of thermal radiation on the convective, radiative and total Nusselt numbers, on the gases bulk temperature and on the heat transfer. The analysis shows that thermal radiation can have an importance in the thermal process, especially for tubes with larger diameters.*

Keywords: smoketube steam generators, participating gases, combined heat transfer mode, zonal method, control volumes

1. Introduction

The solution of the heat transfer combining convection and thermal radiation is of great importance in many engineering applications. Examples include steam generators, furnaces for materials processing, combustors and boilers of power plants. In such processes, heat transfer from the high temperature combustion gaseous products to the system surface results from both the convective and radiative mechanisms.

Viskanta (1998) discusses a number of fundamental difficulties that are related to the inclusion of thermal radiation in the analysis. The first one is related to the treatment of the complex dependence of the gases radiative properties, more specifically the absorption coefficient, on the wavelength. The second difficulty concerns its nature of propagation, which is not only limited to the vicinity of a point but involves the entire space around the point, and so it requires the integration of the radiation intensity arriving from all directions in the space. A third difficulty is predicting the effect of fluctuations in turbulent flows temperatures. These difficulties have given rise to a number of specific methods for the solution of the radiative transfer equation. Selection of the appropriate methods depends on the problem considered.

Several works dealing with the combined heat transfer by convection and thermal radiation are available in the literature. Einstein (1963), Echigo et al. (1975), Smith et al. (1985), França and Goldstein (1995) considered the propagation of thermal radiation in both the radial and axial direction inside the tube. With the exception of the second work, which employed finite difference approximation, the other three works used a zonal-type formulation. Smith et al. (1986) and Alturki and Smith (1987) employed the zonal method with weighted-sum-of-gray-gases to account for the presence of particles in the participating medium. Campo and Schuler (1988), Schuler and Campo (1988), and Seo et al. (1994) used the $p-1$ approximation to simplify the integral formulation of the radiation exchange to a first-order differential equation, and considered only the heat transfer in the radial direction. More recently, Sediki et al. (2002) solved the combined radiation-convection heat transfer in a circular tube employing more advanced gas models, the CK-Correlated-k and the ADF-Absorption Distribution Function.

In this work, it is considered the combined heat transfer by convection and thermal radiation in the flow of combustion gases in the interior of circular tubes of smoketube steam generators. The results include the gases bulk temperature distributions and the heat transfer by radiation and convection for typical engineering applications. While it is common practice to consider only convection heat transfer in such systems, this work shows that thermal radiation can be of significance, especially for tubes with larger diameters. The analysis is based on the numerical solution of the energy conservation, where the diffusive-advective terms are treated by the Flux-Spline control volume, and the radiation terms are solved with the zonal method, considering radiation transfer in both the radial and axial directions.

The dependence of the gas absorption coefficient on the wavelength is taken into account with the weighted-sum-of-gray-gases model. Two gaseous mixtures at a total pressure of 1.0 atm are considered. The first one, named gas mixture 1, is composed of water vapor (0.2 atm), carbon dioxide (0.1 atm), and nitrogen (0.7 atm), and is a typical product of stoichiometric combustion of methane. The second one, gas mixture 2, is composed of water vapor (0.1 atm), carbon dioxide (0.1 atm), and nitrogen (0.8 atm), and is a typical product of stoichiometric combustion of fuel oil. The tube walls are diffusive, gray emitters and absorbers. The gases physical properties are computed at the average bulk temperature, that is, the arithmetic mean between the gas inlet and outlet temperatures. The fluid flow is turbulent and developed in the entrance, while the temperature inlet is assumed uniform, so that the thermal entrance region is considered. The inlet and outlet reservoirs are treated as black surfaces at the temperature of the reservoirs.

2. Problem analysis

Figure 1 presents a schematic view of the system. The tube inner diameter and length are indicated by D and L , respectively. The internal surface is indicated by ϵ . The gas inlet and outlet temperatures are indicated by T_{g1} and T_{g2} , and the surface temperature is uniform and indicated by T_s . The condition of uniform temperature in the tube is a satisfactory approximation for tubes where vapor is formed in its outside surface, due to the very high heat transfer coefficients that typically occur in nucleate boiling. Thus, the surface temperature can be approximated by the water liquid-vapor saturation temperature at the operation pressure of the vapor line. The internal flow is turbulent and developed at the entrance, but the gas inlet temperature is assumed uniform. As it occurs in steam generators, the gas temperature is higher than the tube temperature, so that heat is transferred from the gas to the tube surface. Both the radiative and the convective mechanisms are included in the analysis.

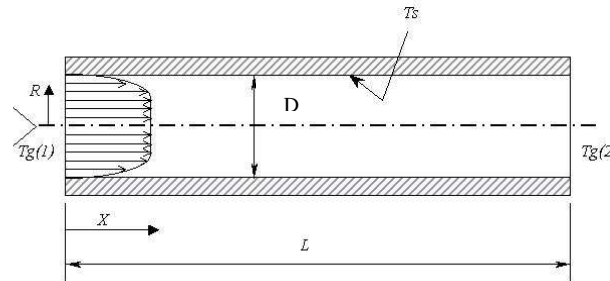


Figure 1. Problem geometry.

To determine the heat transfer, it is necessary to determine the gas temperature distribution, which in turn requires the solution of the energy conservation equation. In dimensionless form, this equation is given by:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(ut - \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{\partial t}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{1}{\text{Re Pr}} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\epsilon_H}{\nu} \right) \frac{\partial t}{\partial r} \right] = - \frac{1}{\text{Re Pr } N_{CR}} q_R^* \quad (1)$$

where t is the gas dimensionless temperature, \bar{T}/T_g ; x and r are the dimensionless coordinates, X/D and R/D , respectively; N_{CR} is the conduction-radiation parameter, given by $k/(D\sigma T_g^3)$, in which T_g is the gas inlet temperature; Re and Pr are the Reynolds and Prandtl number, and ϵ_H is the thermal eddy diffusivity to account for the thermal turbulent transport. The thermophysical properties of the gas, such as the density ρ , the kinematic viscosity ν and the thermal conductivity k are assumed constant and evaluated at the gas average bulk temperature. In this solution, the velocity profile is assumed as developed, and is given by the equation proposed by Reichardt (1951), as presented in Kays e Crawford (1980), while the thermal eddy diffusivity ϵ_H is computed from the model proposed by Kays and Crawford (1980) for ducts with circular cross section.

The term q_R^* is the dimensionless net volumetric radiative heat rate, given by $q_R D/(\sigma T_g^4)$, where σ is the Stefan-Boltzman constant, equal to $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$. In the energy equation, q_R^* corresponds to the radiative energy emitted minus the energy absorbed per unit of volume in the gas element, and is evaluated by the application of the zonal method combined to the weighted-sum-of-gray-gases (WSGG) model. The zonal method involves the division of the enclosure into surface and volume zones, in which all radiative quantities (emissive power, radiosity and irradiation) are assumed uniform. Figure 2 shows the volume and surface zones in the tube, which are coincident to the control volumes used for the discretization of the diffusive-advective terms. According to the zonal method and the WSGG model, the net volumetric radiative heat rate for volume zone V_γ is given by:

$$q_{R_\gamma} = \frac{1}{V_\gamma} \left[4V_\gamma \sum_{i=0}^I (C_{e,i}(T_\gamma) a_i) \overrightarrow{\sigma T_\gamma^4} - \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \overrightarrow{g_{\gamma^*} g_\gamma \sigma T_{\gamma^*}^4} - \sum_{j=1}^J \overrightarrow{s_j g_\gamma q_{o,j}} \right] \quad (2)$$

On the right-hand side of the above equation, in the bracket, the first term accounts for the radiation emitted by the volume zone V_γ , while the second and the third accounts for the absorption of radiation from the other volume zones V_γ and surface zones A_j , respectively. The gas-to-gas and the surface-to-gas directed-flux areas, $\overrightarrow{g_{\gamma^*} g_\gamma}$ e $\overrightarrow{s_j g_\gamma}$, are obtained from:

$$\overrightarrow{g_{\gamma^*} g_\gamma} = \sum_{i=0}^I \left[C_{e,i}(T_{\gamma^*}) (\overrightarrow{g_{\gamma^*} g_\gamma})_i \right] \quad (3)$$

$$\overrightarrow{s_j g_\gamma} = \sum_{i=0}^I \left[C_{e,i}(T_j) (\overrightarrow{s_j g_\gamma})_i \right] \quad (4)$$

The coefficients $C_{e,i}$ are polynomial functions that are solely dependent on the radiation source temperatures, a_i is the absorption coefficient of each gray gas of the WSGG model. For the two gas mixtures considered in this work, the values of $C_{e,i}$ and a_i are obtained from Smith *et al.* (1982).

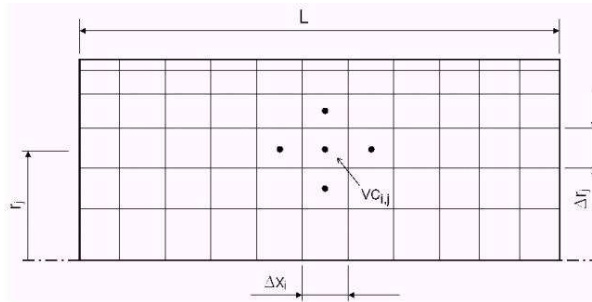


Figure 2. Surface and volume zones in the interior of a circular tube.

The gas-to-gas and the surface-to-gas direct-exchange areas, $\overrightarrow{g_{\gamma^*} g_\gamma}$ and $\overrightarrow{s_j g_\gamma}$, respectively, for each absorption coefficient a_i are given by Sika (1991). The radiosity, $q_{o,j}$, corresponds to the sum of the emission and the reflection from surface A_j , and is given by:

$$q_{o,j} = \epsilon_j \sigma T_j^4 + (1 - \epsilon_j) q_{i,j} \quad (5)$$

where $q_{i,j}$ is the irradiation on surface zone A_j and T_j is its temperature.

The radiative heat flux on surface zone A_j is:

$$q_{R,j} = (q_{i,j} - q_{o,j}) \quad (6)$$

where, according to the zonal method, the irradiation $q_{i,j}$ is computed by:

$$q_{i,j} = \frac{1}{A_j} \left(\sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \overrightarrow{g_\gamma s_j \sigma T_\gamma^4} + \sum_{k=1}^K \overrightarrow{s_k s_j q_{o,k}} \right) \quad (7)$$

The gas-to-surface and the surface-to-surface, $\overrightarrow{(g_\gamma s_j)}$ e $\overrightarrow{(s_k s_j)}$ are given by:

$$\overrightarrow{(g_\gamma s_j)} = \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T_\gamma) (\overrightarrow{(g_\gamma s_j)})_i \quad (8)$$

$$\overrightarrow{s_k s_j} = \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T_k) (\overline{s_k s_j})_i \quad (9)$$

where $(\overline{g_\gamma s_j})$ and $(\overline{s_k s_j})$ are the gas-to-surface and the surface-to-surface direct-exchange areas for a gray gas with absorption coefficient of a_i .

An important relation for the direct-exchange areas for each gray gas a_i is given by:

$$4V_\gamma a_i = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} (\overline{g_\gamma g_{\gamma^*}})_i + \sum_{j=1}^J (\overline{g_\gamma s_j})_i \quad (10)$$

$$A_j = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} (\overline{s_j g_{\gamma^*}})_i + \sum_{k=1}^K (\overline{s_j s_k})_i \quad (11)$$

The above relation guarantees global conservation of the radiative energy in the enclosure. Since the computation of the direct-exchange areas involves the numerical calculation of integral terms, the above relations will be only approximately obeyed. For most of the pairs of zones, the error was as low as 0.1 %. Even so, for convergence of the numerical solution, it was necessary to multiply all the direct-exchange areas by a factor that forced the equality in Eqs. (10) and (11).

For the solution of the gas temperature from the energy conservation in Eq. (1) the following boundary conditions are adopted: at the tube entrance, $x = 0$, $r \geq 0$, the gas dimensionless temperature is uniform and equal to $t = 1.0$; at the tube wall, $x \geq 0$, $r = 1.0$, the gas dimensionless temperature corresponds to the tube wall dimensionless temperature, $t_s = T_s/T_g$. Taking advantage of the axis-symmetry, for $x \geq 0$, $r = 1.0$, the gas temperature gradient at is null, $\partial t/\partial r = 0$.

The global energy balance must be verified for each solution, as given by:

$$\dot{m} c_p (T_s - T_e) = \int_A q_T dA \quad (12)$$

where $q_T = q_R + q_C$, is the total heat flux on the tube wall, obtained by the sum for the radiative and convective heat fluxes, q_R and q_C , respectively. Since the gas enters with a temperature above the tube wall temperature, its temperature will decrease as it flows in the tube. The global energy conservation states that the decrease in the gas enthalpy is given by integration of the heat flux on the tube wall.

3. Smoketube steam generators

This type of steam generator can be divided into two types: vertical and horizontal. This work is focused on small and medium size, horizontal steam generators having a bank of tubes that are mounted on the headers. Gaseous combustion products flow in the interior of the tubes and transfer heat to the tube, where water in the outside is vaporized to form vapor. The tubes of medium and medium size steam generators have diameters ranging from 2 to 3 inches, while large size units can have diameter of 4 inches. The gases flow velocities range from 10 to 40 m/s to allow operation in the turbulent regime, where the heat transfer coefficient is more elevated (Shields, 1961). There is nowadays a large variety of sizes and configurations of steam generators to cover the different applications. Table 1 presents some general specifications of typical steam generators.

Table 1. Typical specification of industrial steam generators (Shields, 1961; Babcock and Wilcox, 1972).

Steam Generators			
Size	Small	Medium	Large
Load (kg of vapor per hour)	200 - 3500	3500 - 20000	20000 - 75000
Heating surface (m ²)	6 - 85	85 - 500	500 - 2000
Work pressure (atm)	1 - 10		10 - 25

In this work, tubes having diameters ranging from 2 to 3½ inches were considered, according to ASTM Standards (ref. A178, A179, A192, A210 and A214). The length of the tubes depends on the specified vapor generation capacity. The length of the tubes was kept at the value of 5.0 m for all cases presented in this work.

4. Numerical solution

The determination of the gas temperature distribution depends on the solution of Eq. (1). The coupling between the convection and radiation mechanisms adds considerable complexity to the problem. An iterative numerical procedure is proposed in this work. The diffusive-advective terms of Eq. (1) are tackled with the Flux-Spline control volume (Varejão, 1979). The method is a development of the conventional control volume method, in the sense that the diffusive and advective fluxes are assumed to vary linearly between two grid points instead of being constant (Patankar, 1980). The choice of the method aimed at allowing a less refined grid resolution for the diffusive-advective terms, still keeping an adequate accuracy, so that each control volume and radiative zone could be coincident. If a much refined grid for the diffusive-advective terms were used, it could make the computation time of the zonal method excessively expensive. In addition, the grid mesh in the x direction was set as uniform, that is Δx constant, for it allows the reduction of the time to compute all pairs of direct-exchange areas by symmetry. In the radial direction, the grid was non-uniform to observe the steep variations on the gas temperature and velocity close to the tube wall.

In all cases, the domain in the radial direction, within the interval $0 \leq r \leq 0.5$, was divided into $M = 10$ elements, being more refined in the region close to the surface. The closest element to the tube wall was set to have the same dimension of the laminar sublayer, $\Delta r = 5y^+$, and the size of the other elements followed an exponential increase. Since different dimensional lengths were considered, different numbers of elements in the axial direction were employed, so that $\Delta x = 1.0$. That is, for $L/D = 60$, $N = 60$; for $L/D = 100$, $N = 100$; and so on. With this grid choice, the solution proved to be grid independent.

5. Results and discussion

Results for the heat transfer are presented in terms of the convective, radiative and total Nusselt number, indicated by Nu_C , Nu_R and Nu_T , respectively. The convective Nusselt number is given by:

$$Nu_C(x) = - \left. \frac{1}{t_m(x) - t_s} \frac{\partial t(x,r)}{\partial r} \right)_{r=0.5} \quad (13)$$

where $t_m(x)$ is the gas dimensionless bulk temperature at position x ; t_s is the tube wall dimensionless temperature, and is uniform in this problem. The radiative Nusselt number is given by:

$$Nu_R(x) = - \frac{1}{N_{CR}} \frac{1}{t_m(x) - t_s} \frac{q_o(x) - q_i(x)}{\sigma T_o^4} \quad (14)$$

The radiative Nusselt number $Nu_R(x)$ takes into account the radiation exchanges between the surface element with all the gas elements, with the other surface elements and with the inlet and outlet reservoirs. The total Nusselt number, Nu_T , considers both mechanisms, radiation and convection. Thus,

$$Nu_T(x) = Nu_R(x) + Nu_C(x) \quad (15)$$

For pure convective heat transfer, the total and the convective Nusselt numbers are the same.

5.1 Thermal radiation effect

For a study case, it is considered that the gas inlet and the surface temperatures are $T_g = 1500$ K and $T_s = 500$ K, the tube length and diameter are $L = 5.0$ m and $D = 8.336$ cm, so that the dimensionless length is $L/D = 60$, and the Reynolds number is $Re = 10000$. These conditions are typical of smoketube steam generators. Two gaseous mixtures at a total pressure of 1.0 atm are considered: gas mixture 1 ($p_{H_2O} = 0.2$ atm, $p_{CO_2} = 0.1$ atm, and $p_{N_2} = 0.7$ atm) and gas mixture 2 ($p_{H_2O} = 0.2$ atm, $p_{CO_2} = 0.1$ atm, and $p_{N_2} = 0.8$ atm).

Figures 3 and 4 presents the total Nusselt number for the pure convective and the combined mode heat transfer for gas mixtures 1 and 2, respectively. The figures show that for both gas mixtures, the inclusion of the radiation mechanism causes a considerable elevation on the total Nusselt number. Figures 3 and 4 also present the radiative Nusselt number for both cases. In opposition to the convective Nusselt number, the radiative Nusselt number Nu_R does not reach a constant value characterizing a radiative thermal development. In fact, it decays along the tube length until the proximity of the tube end, where the outlet reservoir, modeled as a blackbody surface at the gas outlet temperature, emits considerable amount of energy to the surface. The same elevation on the radiative Nusselt number is observed in the proximity of the inlet reservoir. As a consequence, the total Nusselt number also did not reach a constant, and so one no longer observes a thermal development when thermal radiation is present.

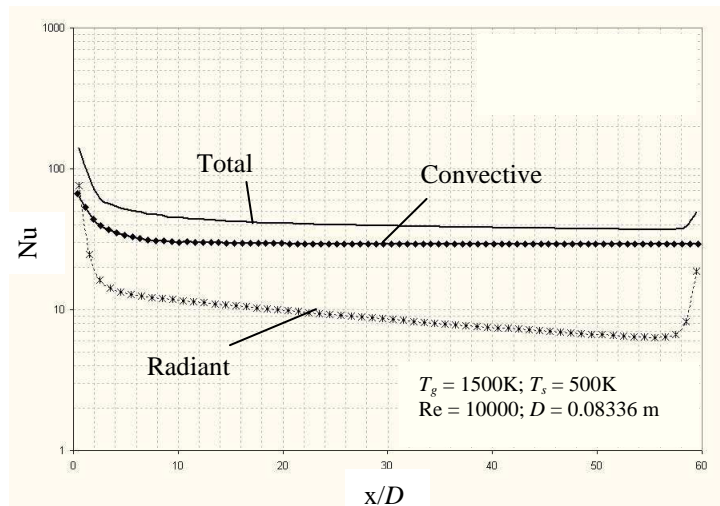


Figure 3. Total, convective and radiative Nusselt numbers. Gas mixture 1.

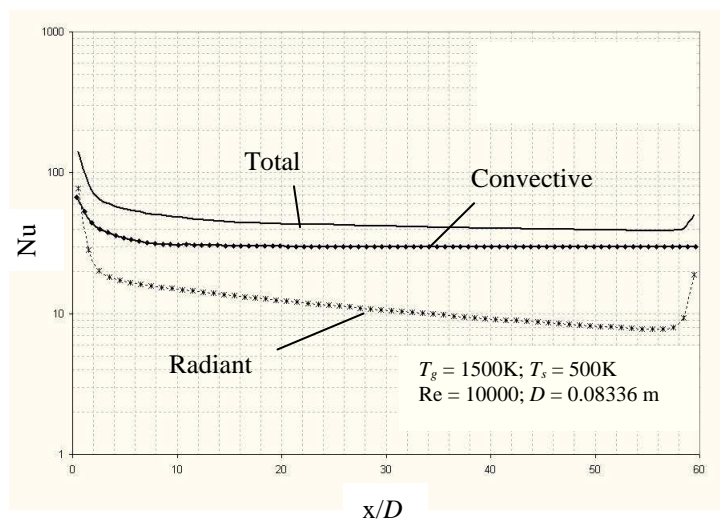


Figure 4. Total, convective and radiative Nusselt numbers. Gas mixture 2.

Figures 5 and 6 present the gas bulk temperature for the pure convection and for the combined mode heat transfer for gas mixtures 1 and 2, respectively. As it can be observed, the gas bulk temperature decreases with the inclusion of the thermal radiation into the solution, since it adds another mechanism to transfer energy to the tube wall surface. When thermal radiation is taken into account, the computed heat transferred increased in about % 15 and % 20 in comparison to the pure convective heat transfer case for gas mixtures 1 and 2, respectively. As it will be seen, the increase can be much more relevant for tubes with larger diameters, when thermal radiation can be the dominant mechanism in the heat transfer process.

Figures 7 and 8 present the local convective Nusselt numbers for gas mixture 1 and gas mixture 2. The figures present the convective Nusselt number when thermal radiation is included and when it is neglected. It can be observed that for both mixtures the effect of thermal radiation on Nu_C was small. As seen, the convective Nusselt number suffered only a small increase. Another interesting result shown in the figures is that the local convective Nusselt in the presence of thermal radiation also reached a constant value, so the thermal development of the convective heat transfer in internal flow continues valid. One difference, though, is that the thermal development was somewhat retarded when thermal radiation was included in the analysis. For pure convection heat transfer, the thermal development was reached in about ten diameters, $x/D \cong 10$, a result commonly presented in the literature (Kays and Crawford, 1980). In the presence of thermal radiation, the convective thermal development is delayed to about eighteen diameters, $x/D \cong 18$. Although this solution considered the flow to be developed in the entrance of the tube, it can be inferred from the results in Figs. 7 and 8 that the convective Nusselt numbers including or not the thermal radiation would also be close when considering the development of the fluid flow in the tube.

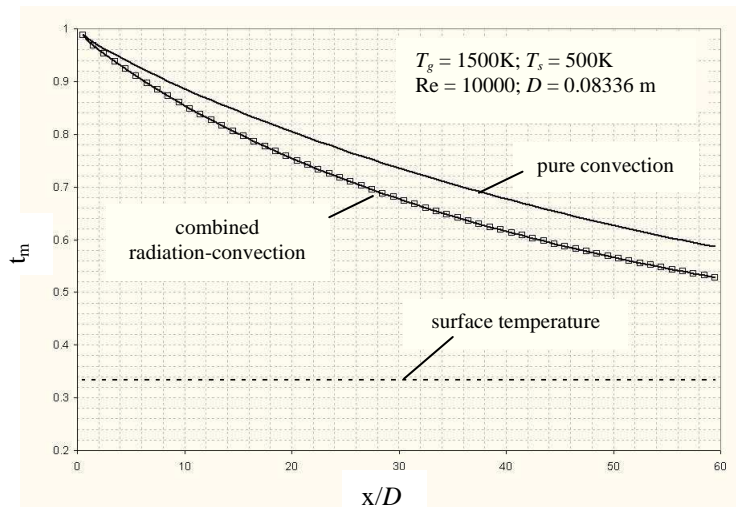


Figure 5. Gas bulk temperature for pure convection and combined radiation-convection heat transfer. Gas mixture 1.

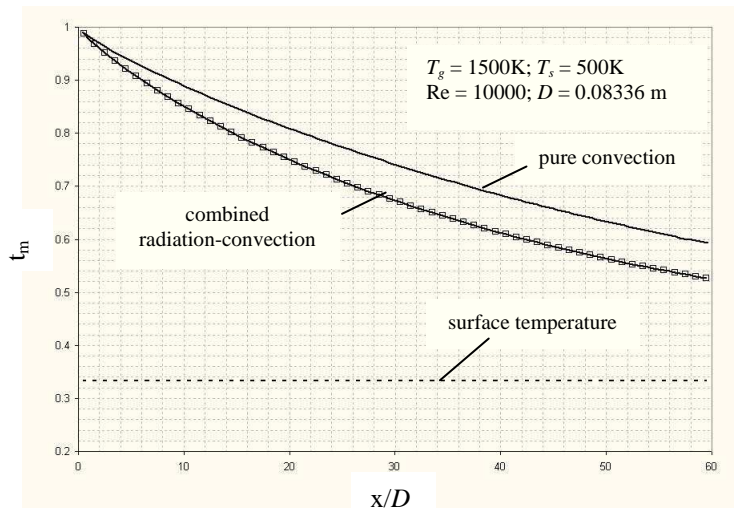


Figure 6. Gas bulk temperature for pure convection and combined radiation-convection heat transfer. Gas mixture 2.

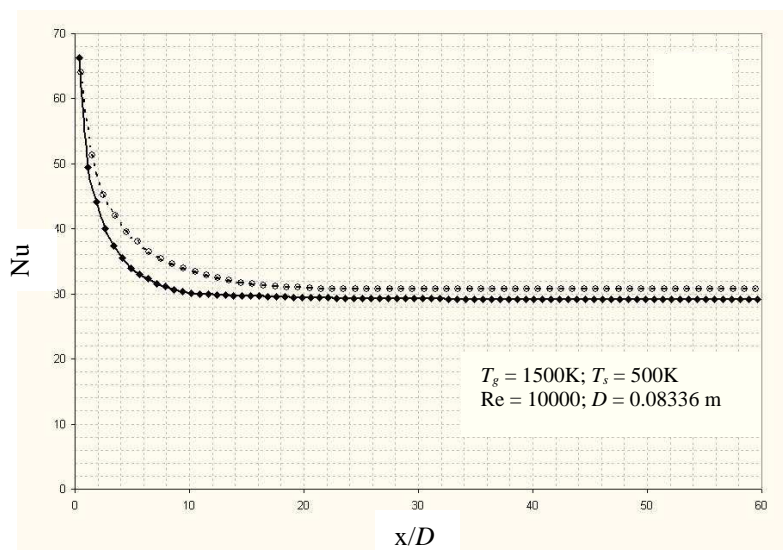


Figure 7. Local convective Nusselt numbers for pure convection and combined radiation-convection heat transfer. Gas mixture 1.

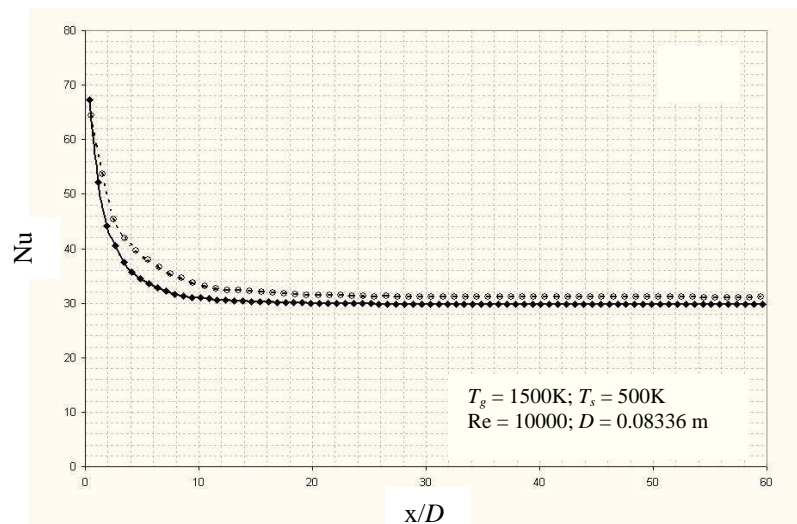


Figure 8. Local convective Nusselt numbers for pure convection and combined radiation-convection heat transfer. Gas mixture 2.

In many engineering applications, such as the sizing of the steam generator, it is of more interest for the engineer to determine the average Nusselt number, \overline{Nu}_C , which is given by the integration of the local Nusselt number Nu_C along the tube length. Table 2 presents the average convective Nusselt number \overline{Nu}_C for pure convection and combined radiation-convection heat transfer. Values of the Reynolds numbers and of the dimensionless lengths L/D are typical of smoketube steam generators. As seen in the table, the change in the value of \overline{Nu}_C is very small when thermal radiation is included and not included in the analysis.

Table 2. Comparison of the average convective Nusselt numbers for pure convection and combined radiation-convection heat transfer. Gas mixtures 1 and 2.

	T_g (K)	T_s (K)	L/D	Re_D	Pure convection heat transfer \overline{Nu}_C	Combined heat transfer \overline{Nu}_C	Deviation (%)
Gas mixture 1	1000	500	60	10000	31.35	31.28	0.22
	1200	600	110.5	25000	62.49	62.34	0.24
	1500	500	77.6	30000	74.31	73.71	0.81
	2000	500	77.6	20000	54.66	53.96	1.28
Gas mixture 2	1000	500	60	10000	32.15	31.56	1.87
	1200	600	110.5	25000	63.84	63.42	0.66
	1500	500	77.6	30000	76.29	75.31	1.28
	2000	500	77.6	20000	57.05	55.94	1.94

5.2 Effect of the diameter

Table 3 presents the average convective and the radiative Nusselt numbers for six different values of diameters for gas mixtures 1 and 2. In all cases that are shown, the tube length was kept the same, $L = 10$ m. To keep a basis of comparison for the heat transfer in a bundle of tubes having different diameters, it is considered the same total area for all the chosen diameters. So, for the tube having a diameter $D = 2.0$ m, one single tube was considered, $N = 1$; for $D = 1.0$ m, $N = 2$; and so on up to the tube having diameter $D = 0.0625$ m, $N = 32$ tubes were considered. In all cases, the total gas mass flow rate is 2 kg/s. Considering that the flow rate is equally distributed in the tubes of the bundle, the same Reynolds number will be obtained in each tube.

As seen in Table 3, for the largest diameters, radiation is the dominant heat transfer mechanism, while the trend is the opposite for the smallest diameters: heat transfer is mainly governed by convection. This results from the strong dependence of the gas radiation with the system optical thickness, which is given by the product of the gas absorption coefficient a and the system characteristic length, which in this case is the diameter D . Since the gas is non-gray, the absorption coefficient can be taken as an average of the gray gases from the WSGG model. Since for the different tubes, the Reynolds number was kept approximately the same, the convective Nusselt number should be kept approximately

constant, except for the effect of thermal radiation. Table 3 shows that, while the effect of thermal radiation on the convective Nusselt number for smaller tubes is of minor importance, as discussed in the previous section, it becomes more important for larger diameters. Since the total Nusselt number increases with the diameter, it is interesting to verify whether using tubes with larger diameter increases the heat transfer. Figures 9 and 10 present the heat transfer in the bundle of tubes as a function of the number of tubes (and indirectly on the tubes diameters), considering gas mixtures 1 and 2, respectively. As seen, the heat transfer is larger for bundles with larger number of tubes, or tubes with smaller diameters. This is explained by the fact that the average heat transfer coefficient, computed by $\overline{h_T} = \overline{Nu_T}k/D$, decreases with the diameter. That is, the increase of $\overline{Nu_T}$ with the diameter D is not enough to compensate D in the denominator. The results shown in Figs. 9 and 10 indicate that the choice of small diameter tubes is more interesting from the sole point of view of heat transfer. The optimum choice needs to account for other costs involved with the choice of a smoketube generator having a large number of tubes.

Table 3. Average convective and radiative heat transfer for different numbers of tubes.

Number of ducts	D_i (m)	Gas Mixture 1		Gas Mixture 2	
		$\overline{Nu_C}$	$\overline{Nu_R}$	$\overline{Nu_C}$	$\overline{Nu_R}$
1	2.0000	113.61	750.17	122.01	831.20
2	1.0000	94.70	293.21	98.17	347.77
4	0.5000	87.69	105.64	89.52	132.26
8	0.2500	84.04	37.02	85.86	47.95
16	0.1250	84.61	13.51	82.79	17.11
32	0.0625	87.52	5.09	91.08	6.37

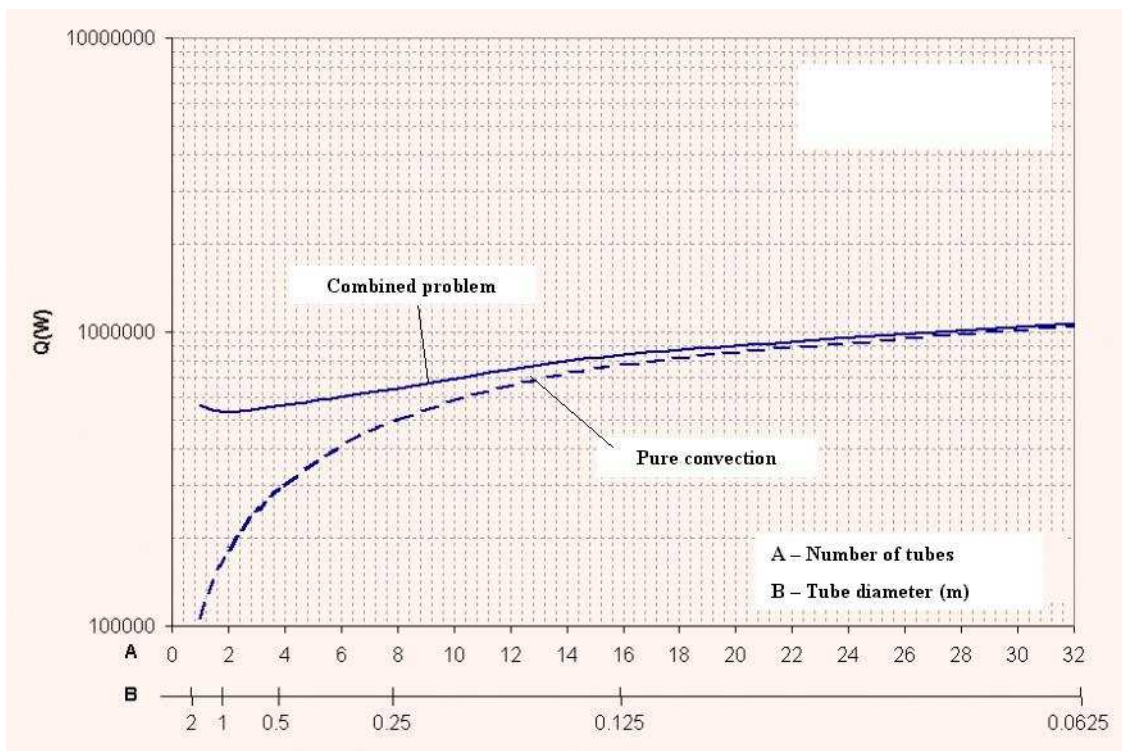


Figure 9. Heat transfer rate for different number of tubes in the bundle. Gas mixture 1. $T_g/T_s = 2$.

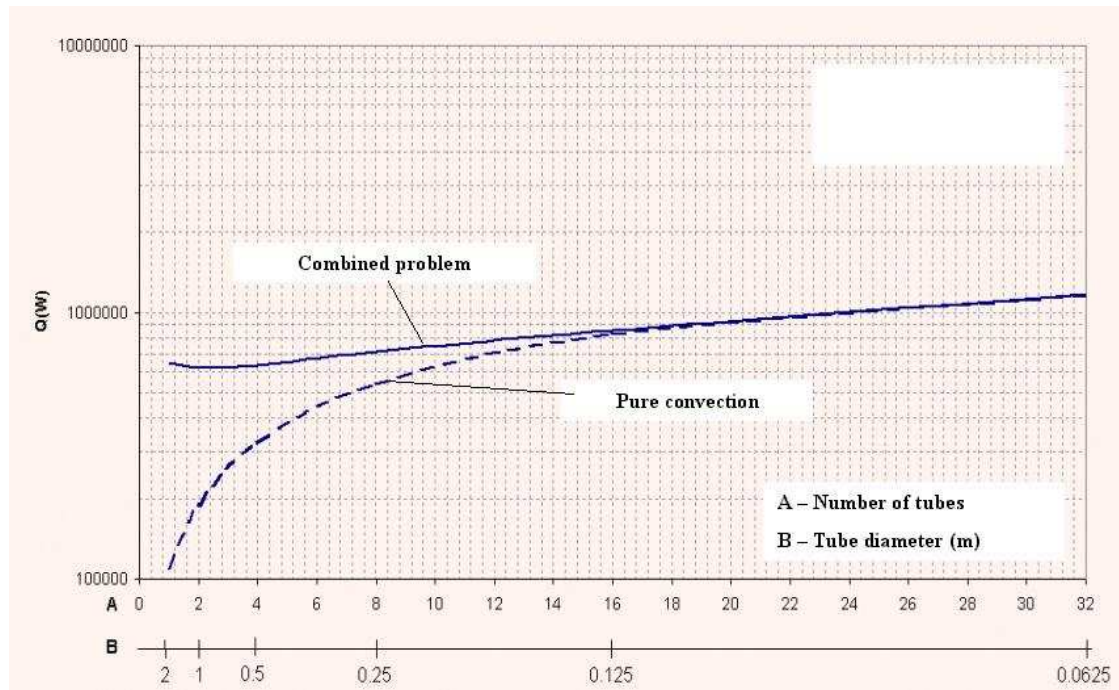


Figure 10. Heat transfer rate for different number of tubes in the bundle. Gas mixture 2. $T_g/T_s = 2$.

6. Conclusions

This paper presented a numerical analysis of the thermal radiation on the heat transfer of turbulent flow of participating gases in the interior of circular tubes. The analysis was mostly focused on the conditions found in smoketube steam generators. In this case, the tube wall temperature can be assumed uniform and equal to the vapor saturation temperature at a given operational pressure. The diffusive-advective and the radiative terms of the energy equation were treated by the Flux-Spline control volume and by the zonal methods, respectively. Two gaseous mixtures were considered, being typical products of the combustion of methane and fuel oil. Their radiative properties were modeled by the weighted-sum-of-gray-gases.

Results were presented for the total Nusselt number, which is given by the sum of the convective and the radiative Nusselt numbers, and for the gas bulk temperature. Including thermal radiation into the analysis led to an increase in the total Nusselt number and, therefore, a decrease in the gas outlet bulk temperature in comparison to the case of purely convective heat transfer. The convective Nusselt number was less affected with the inclusion of the thermal radiation for typical diameters that are used in smoketube steam generators. In fact, the convective Nusselt number obtained can be well approximated by the usual correlations available for pure convection heat transfer in tubes. For larger diameters, the analysis showed that thermal radiation can have a considerable effect on the convective heat transfer coefficient and be the dominant heat transfer mechanism. This is explained by the fact that the mechanism is strongly dependent on the optical thickness of the participating medium, which in this case is given by the product of the tube diameter and an average value of the gas absorption coefficient. The numerical analysis was also employed to compare the heat transfer from a bank of tubes with different diameters, but having the same total area and mass flow rate. Although the total Nusselt increased with the diameter, due to the effect of the thermal radiation, the results showed that the heat transfer is more effective for the banks having small tube diameters.

7. Acknowledgments

The authors thank CAPES (Brazil) for the support under a Masters degree scholarship.

8. References

- Alturki, A. M., Smith, T. F., 1987, "Radiative and Convective Transfer in a Cylindrical Enclosure for a Gas/Soot Mixture, J. Heat Transfer, Vol. 109, pp. 259-262.
- ASTM A178 / ASME SA178, Electric Resistance Welded Carbon Steel Boiler Tubes.
- ASTM A179, Seamless Cold Drawn Low Carbon Steel Heat Exchanger and Condenser Tubes.
- ASTM A192 / ASME SA192, Seamless Carbon Steel Boiler Tubes for High Pressure Service.
- ASTM A210 / ASME SA210, Seamless Medium Carbon Steel Boiler and Superheater Tubes.
- ASTM A214 / ASME SA214, Electric Resistance Welded Carbon Steel Heat Exchanger and Condenser Tubes.

- Campo, A., e Schuler, C., 1988, "Thermal Radiation and Laminar Forced Convection in a Gas Pipe Flow", *Wärme-und Stoffübertragung* 22, pp. 251-257.
- Echigo, R., Hasegawa, S., e Kamiuto, K., 1975, "Composite Heat Transfer in a Pipe with Thermal Radiation of Two-Dimensional Propagation - in Connection with the Temperature Rise in Flowing Medium Upstream from Heating Section", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1149-1159.
- Einstein, T.H., 1963, "Radiant Heat Transfer to Absorbing Gases Enclosed in a Circular Pipe with Conduction, Gas Flow, and Internal Heat Generation", NASA TR R-156, 28 pp.
- França, F. H. R., e Goldstein Jr., L., 1998, "Effects of Temperature and Geometry on the Heat Transfer from Turbulent Flow of a Participating Gas Through a Duct", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 19, pp. 25-33.
- Khan, Y. U., Lawson, D. A., Tuckers, R. J., 1997, "Simple Models of Spectral Radiative Properties of Carbon Dioxide", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 3581-3593.
- Kays, W. M., e Crawford, M. E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", McGraw Hill Book Company, 2nd edition.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation.
- Reichardt, H., 1951, *Arch. Ges. Warmetechnik*, Vol. 6/7, citado em Kays e Crawford (1980).
- Schuler, C, e Campo, A., 1988b, "Numerical Prediction of Turbulent Heat Transfer in Gas Pipe Flows Subject to Combined Convection and Radiation", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 9, No. 3, pp. 308-315.
- Sediki, E., Soufiani A., Sifaoui, M. S., 2002, "Spectrally Correlated Radiation and Laminar Forced Convection in the Entrance Region of a Circular Duct", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 5069-5081.
- Seo, T., Kaminski, e Jensen, M. K., 1994, "Combined Convection and Radiation in Simultaneously Developing Flow and Heat Transfer with Nongray Gas Mixtures", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 26, pp. 49-66.
- Shields, C. D., 1961, "Boiler: Types, Characteristics and Functions", F. W. Dodge Co. New York.
- Sika, J., 1991, "Evaluation of Direct-Exchange Areas for a Cylindrical Enclosure", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 1040-1044.
- Smith, T. F., Byun, K. H., Ford, M. J., 1986, "Heat Transfer for Flow of an Absorbing, Emitting, and Isotropically Scattering Medium Through a Tube with Reflecting Walls, 8th Int. Heat Transfer Conf., Vol. 2, pp. 803-808.
- Smith, T. F., Shen, Z. F., e Friedman, J. N., 1982, "Evaluation of Coefficients for the Weighted Sum of Gray Gases Model", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 602-608.
- Smith, T. F., Shen, Z. F., e Alturki, A. M., 1985, "Radiative and Convective Transfer in a Cylindrical Enclosure for a Real Gas", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 107, pp. 482-485.
- The Babcock & Wilcox Company, 1972, "Steam: Its Generation and Use". 38th edition. New York.
- Varejão, L. M. C., 1979, "Flux-Spline Method for Heat, Mass, and Momentum Transfer". Minnesota: Faculty of the Graduate School of the University of Minnesota, 235 p. Tese (Doutorado).
- Viskanta, R., 1998, "Overview of Convection and Radiation in High Temperature Gas Flows", *Int. J. Engineering Science*, Vol. 36, pp. 1677-1699.

9. Copyright notice

The authors are the only responsible for the material included in their paper.

INVERSE BOUNDARY DESIGN IN HEAT TRANSFER COMBINING TURBULENT CONVECTION AND THERMAL RADIATION

Anderson C. Mossi

Federal University of Rio Grande do Sul, UFRGS
mossi@mecanica.ufrgs.br

Horácio A. Vielmo

Federal University of Rio Grande do Sul, UFRGS
vielmoh@mecanica.ufrgs.br

Francis H. R. França

Federal University of Rio Grande do Sul, UFRGS
frranca@mecanica.ufrgs.br

Abstract. This work investigates the solutions of an inverse boundary design problem which has multimode (radiation and convection) heat transfer mechanisms. The problem consists of finding the heat flux distribution required on heaters located on the top and side walls of a two-dimensional enclosure that satisfies both the temperature and heat flux distributions prescribed on the design surface of the enclosure. A turbulent air flow is generated by a fan located inside the chamber. The walls are gray, diffuse emitters and absorbers. The combined heat transfer problem is described by a system of non-linear equations, which is expected to be ill-conditioned as an inverse analysis is involved. The system of equations is solved by an iterative procedure: the basic set of equations relates the radiation transferred between the heater and the design surface, while all the other terms involved in the energy exchange are found from the conditions of the previous iteration. This way, the ill-posed part of the problem (which arises from the design surfaces containing two conditions, and the heater elements being unconstrained) is isolated for a more effective treatment. The solution is obtained by regularizing the ill-conditioned system of equations by means of the truncated singular value decomposition (TSVD) method.

Keywords. Inverse Design, Combined Heat Transfer, Turbulent Convection, Thermal Radiation, TSVD Regularization.

1. Introduction

Many industrial processes, such as in the metallurgy field and the rapid thermal processing of silicon wafers, require controlled heating of materials. For instance, in thermal processing of materials, uniformity of temperature is often required to avoid thermal stresses and allow a better control of several manufacturing processes. This can be achieved only by means of a carefully controlled heat flux on the surface of the processed material, as governed by the energy balance, so that both the temperature and heat flux are imposed. The thermal designer aims at finding the thermal conditions of the system such that these two conditions are simultaneously satisfied.

In the inverse design approach, the conditions in the unconstrained elements are found directly from the two specifications on the design surface, avoiding the trial-and-error procedure of the forward design. The mathematical model allows the prescription of two conditions in some boundaries while other regions are left unconstrained. For problems that involve thermal radiation heat transfer, this type of formulation is described by a Fredholm integral equation of the first kind, known to result in ill-posed problems that can be solved only by means of regularization methods (Hansen, 1990). A comprehensive review of steady state inverse design can be found in França et al. (2002), and recent contributions on transient inverse design can be found in Daun et al. (2006) and França and Howell (2006).

This paper considers an inverse boundary design of a two-dimensional rectangular enclosure where the heat transfer is governed by thermal radiation and turbulent convection. The objective is to find the heat input on the heater located on the top and side surfaces of the enclosure so that the temperature and the heat flux imposed on the design surface are both attained. All physical properties are assumed constant and all the surfaces that form the enclosure are gray emitters and absorbers. The energy transport is governed by radiation and turbulent forced convection. The fluid flow and the diffusive-advective terms of the energy equation are treated numerically by the control volume method, with the turbulent transport being described by the $k - \varepsilon$ model. The radiative terms are treated by the discretization of the surfaces into uniform-sized elements. Due to the different characteristics of the radiation and convection mechanisms, different meshes are used for each one. The central part of the inverse analysis relates the radiation transferred between the heater and the design surface, forming an ill-conditioned system of linear equations on the radiosities of the heater elements, which is ill-conditioned and has in general different numbers of equations and unknowns. The other terms of the energy equations are incorporated into the problem by an iterative procedure. The ill-conditioned nature of the system is treated by means of truncated singular value decomposition (TSVD), a regularization method that also permits the solution of problems having unequal number of unknowns and equations.

The proposed methodology is applied to a few example cases to demonstrate some typical characteristics of a radiation-convection combined mode inverse design.

2. Physical and Mathematical Model

Figure 1 presents a schematic view of a two-dimensional enclosure, which is formed by gray-diffuse surfaces. Due to symmetry, only one-half of the enclosure is shown. The space inside the enclosure is filled with air, a non-participating medium. Heat transfer is governed by thermal radiation exchange between the surfaces and by turbulent convective transfer between air and the surfaces. The design surface is located on the bottom, and the heaters are located on the top and/or side of the enclosure. The remainder of the enclosure is formed by walls that are assumed adiabatic. To reduce the computation effort, only one-half of the enclosure is simulated.

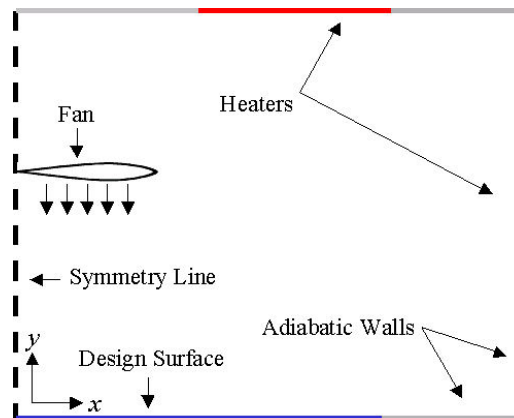


Figure 1. Schematic walls of the enclosure

To perform the numerical simulation, different discretizations of the domain are proposed, as depicted in Fig. 2. The thermal radiation grid mesh is shown in Fig. 2a, where the enclosure walls are divided into uniform-sized elements $\Delta x = \Delta y$, to which the energy balance is applied. Figure 2b shows the convection grid mesh, having non-uniform elements. The need to employ different meshes arises from the fact that turbulent convection requires considerable refinement close to the surfaces, which is not necessary for an accurate computation of thermal radiation and would demand an excessive computational time.

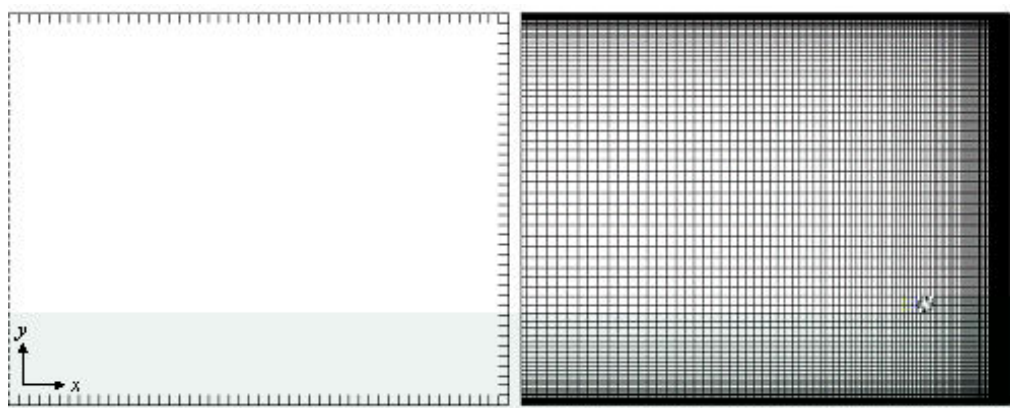


Figure 2. Discretization of the enclosure:
(a) thermal radiation mesh: finite areas; (b) turbulent convection mesh: control volumes.

The mathematical model of the radiation exchanges between the surfaces relies on the relations for enclosures (Siegel and Howell 2002). The problem is formulated by a system of integral equations, which can be solved numerically by the discretization of the domain into finite size elements. The element indices on the design surface, heater and adiabatic walls are designated by jd , jh and jw , while the number of elements on these surfaces are designated by JD , JH and JW , respectively. The radiative heat flux on a design surface element jd is given by a balance between radiosity and irradiation (both in W/m^2):

$$q_{r,jd} = q_{o,jd} - q_{i,jd} \quad (1)$$

The radiosity $q_{o,jd}$ accounts for both emission and reflection from the design surface element. Considering that the temperature and the radiative heat fluxes are specified on the design surface, the radiosity of the design surface element can be readily found from the relation:

$$q_{o,jd} = \sigma T_{jd}^4 - \frac{1 - \varepsilon_d}{\varepsilon_d} q_{r,jd} \quad (2)$$

where T_{jd} is the absolute temperature of design surface element jd , in K, σ is the Stefan-Boltzmann constant, equal to $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ and ε_d is the hemispherical emissivity of the design surface. The irradiation $q_{i,jd}$ accounts for all the incident radiative energy on the design surface element, including both emissions and reflections from the other surfaces of the enclosure, and is given by:

$$q_{i,jd} = \sum_{jh}^{JH} F_{jd-jh} q_{o,jh} + \sum_{jw}^{JW} F_{jd-jw} q_{o,jw} \quad (3)$$

In the above equation, F_{jd-jh} and F_{jd-jw} are respectively the view factors between elements on the design surface and on the heater and between elements on the design surface and on the wall; $q_{o,jh}$ and $q_{o,jw}$ are the radiosities of element jh on the heater and of element jw on the wall, respectively.

As stated before, no thermal condition has been imposed on the heater. At this point, however, it is possible to rearrange Eqs. (1) and (3) to provide an equation for the radiosity of the heater elements:

$$\sum_{jh=1}^{JH} F_{jd-jh} q_{o,jh} = q_{o,jd} - q_{r,jd} - \sum_{jw=1}^{JW} F_{jd-jw} q_{o,jw} \quad (4)$$

A radiative energy balance on the adiabatic wall elements leads to an equation for the radiosities $q_{o,jw}$:

$$q_{o,jw} = \sum_{jd=1}^{JD} F_{jw-jd} q_{o,jd} + \sum_{jh=1}^{JH} F_{jw-jh} q_{o,jh} + \sum_{jw^*=1}^{JW} F_{jw-jw^*} q_{o,jw^*} \quad (5)$$

Finally the radiation formulation is completed by setting a relation for the net radiative heat flux on the heater elements:

$$q_{r,jh} = q_{o,jh} - \sum_{jd=1}^{JD} F_{jh-jd} q_{o,jd} - \sum_{jw=1}^{JW} F_{jh-jw} q_{o,jw} - \sum_{jh^*=1}^{JH} F_{jh-jh^*} q_{o,jh^*} \quad (6)$$

In Eqs. (5), the last term on the right-hand side arises from the fact that an adiabatic wall element jw can “see” another adiabatic wall element jw^* , as shown in Fig. 1. The same applies to the last term of Eq. (6) regarding the heater elements jh and jh^* .

The computation of the heat transfer between the air and the surfaces requires the solution of the fluid flow and temperature field in the air. The fluid flow can be solved by time-averaged continuity and momentum equations in the x and y direction, as given by Bejan (1995) and Launder (1974):

$$\frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \bar{X} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial(\overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = \bar{Y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v'^2})}{\partial y} \right) \quad (9)$$

The momentum transport of the turbulent eddies is modeled by the Boussinesq hypothesis, given by:

$$-\overline{u'v'} = \frac{\mu_t}{\rho} \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \quad (10)$$

In the $\kappa - \varepsilon$ turbulence model, the momentum eddy-viscosity $\nu_t = \mu_t / \rho$ is computed from the relation $c_\mu \kappa^2 / \varepsilon$, where the values of κ and ε come directly from the differential transport equations for the turbulence kinetic energy and turbulence dissipation rate.

$$\overline{u} \frac{\partial \kappa}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \kappa}{\partial y} = \left(\frac{\mu}{\rho} + \frac{\mu_t}{\rho \sigma_\kappa} \right) \left(\frac{\partial^2 \kappa}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \kappa}{\partial y^2} \right) + \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right) - \varepsilon \quad (11)$$

$$\overline{u} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \left(\frac{\mu}{\rho} + \frac{\mu_t}{\rho \sigma_\varepsilon} \right) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} \right) + c_{\varepsilon 1} \frac{\mu_t}{\rho} \frac{\varepsilon}{\kappa} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right) - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \quad (12)$$

where $c_\mu = 0.09$, $c_{\varepsilon 1} = 1.44$, $c_{\varepsilon 2} = 1.92$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$ and $\sigma_\kappa = 1$.

The energy equation can be written as:

$$\overline{u} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} = \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \left(\frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

where Pr_t is the turbulent Prandtl number, which relates the the momentum and the thermal eddy-viscosities, ν_t / α_t , and is taken as equal to 0.9 (Kays and Crawford, 1993).

Boundary conditions are required for all the conservation equations. On the walls, the non-slip and impermeability conditions are imposed, so $u = v = 0$, and the air temperature is set equal to the wall temperature. In the symmetry line, on the left, all gradients in the x -direction are null, $\partial(\) / \partial x = 0$. On the control volumes occupying the position where the fan blades are located, a downward velocity v is prescribed.

3. Solution Procedure

3.1. Regularization of the System of Equations

In inverse analysis of purely radiative heat transfer processes, the prescribed heat flux on the design surface is equal to the radiative heat flux. This is the starting point of the inverse solution, for the radiosity in the design surface can be directly computed from Eq. (2) with the known temperature and radiative heat flux. In combined heat transfer mode, the prescribed heat flux is a combination of the radiation and convection mechanisms:

$$q_{t,jd} = q_{r,jd} + q_{c,jd} \quad (14)$$

Therefore, the radiative heat flux on the design surface is no longer the same as the prescribed heat flux; in fact both the radiative and the convective heat flux are unknown, and need to be found from the solution of the governing equations.

To allow the use of the pure radiative inverse design methodology, it is proposed here to use an iterative procedure in which the convective flux is initially guessed followed by a radiative heat flux computed from Eq. (14). Next, the radiosities of the design surface elements are determined from the application of Eq. (2). The energy balance for the design surface is taken to form a system of linear equations to solve for the unknown radiosities of the heater elements, as given by Eq. (4). This system has two challenging aspects. First, the number of equations is equal to the number of design surface elements, JD, while the number of unknowns is equal to the number of heater elements, JH. Therefore, unless JD and JH are equal, the numbers of equations and of unknowns are not the same. Secondly, the system is expected to be ill-conditioned due to its inverse nature. The application of conventional methods of matrix inversion inevitably leads to a solution vector whose components present steep oscillations between positive and negative numbers, which is not physically acceptable since the radiosities must be positive numbers.

The above two difficulties can be dealt with through the application of so-called regularization methods. Such methods impose additional constraints to the original problem to smooth the solution vector, although at the expense of introducing an error into the solution. Well known methods include techniques based on singular value decomposition (SVD), schemes using Tikhonov regularization, and conjugate gradient regularization methods.

In this work, the truncated singular value decomposition (TSVD) was the selected method. First, matrix \mathbf{A} , corresponding to the set of Eqs. (4), and whose components are the view factors F_{jd-jh} , is singularly decomposed into three matrices:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T \quad (15)$$

where \mathbf{U} and \mathbf{V} are orthogonal matrices, and \mathbf{W} is a diagonal matrix formed by the singular values w_j . The solution vector \mathbf{x} , which is formed by the radiosities of the heater elements, is computed by:

$$\mathbf{x} = \sum_{j=1}^{JH} \left(\frac{b_k \cdot u_{kj}}{w_j} \right) \mathbf{v}_j \quad (16)$$

In ill-posed problems, the singular values w_j decay continuously to very small values. Since they are in the denominator of Eq. (16), this results in components of \mathbf{x} with very large absolute numbers. However, the smaller the singular value w_j is, the closer the corresponding vector \mathbf{v}_j is to the null-space of \mathbf{A} . In other words, the terms related to the smaller singular values can be eliminated from Eq. (16), without introducing a large error to the solution. This is the main idea of the TSVD: only the terms related to the p -th largest singular values are kept on Eq. (16), instead of all JH terms. The solution is the vector \mathbf{x} with the smallest norm subjected to minimum deviation $|\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b}|$. Another important feature of the TSVD method is that it can also be applied to the case where the numbers of unknowns and equations are not the same, as will be discussed in the Results section.

3.2. Solution Strategy

The first step consists of dividing the computational domain into control volumes for the solution of the convection process, and dividing the surfaces into equal-size areas for the solution of the radiation exchange relations. On the design surface, both the temperature and the total heat flux are prescribed. The solution is based on the following steps:

1. The convective heat fluxes on the design surface elements, $q_{c,jd}$, are guessed (starting with $q_{c,jd} = 0$), and the radiative heat fluxes on design surface elements $q_{r,jd}$ are computed from Eq. (14).
2. The radiosities of the adiabatic wall elements, $q_{o,jw}$, are guessed (starting with $q_{o,jw} = 0$).
3. The radiosities of the design surface elements, $q_{o,jd}$, are computed from Eq. (2). Equation (4) is written for all JD design surface elements to solve for the JH radiosities of the heater elements, $q_{o,jh}$. The system of equations is solved for $q_{o,jh}$, and the radiosities $q_{o,jw}$ are recalculated from the application of Eq. (5) to the JW wall elements (forming a well-conditioned system of linear equations with JH unknowns and equations).
4. Step 3 is repeated, redoing the calculations with the new values of $q_{o,jw}$ until the radiosities $q_{o,jh}$ converge with a maximum relative deviation of 10^{-6} between the last two iterations.
5. Equation (6) is applied to the JH heater elements to find the net radiative heat fluxes, $q_{r,jw}$, on the heater elements. The application of the radiative relations also allows the determination of the temperature distribution on the heater and on the adiabatic walls. At this point, the inverse solution is complete for the imposed values of $q_{r,jd}$, which was computed from the guessed values of $q_{c,jd}$ (in Step 1).
6. With the obtained temperature distribution on the enclosure surfaces, the convective governing equations given by Eqs. (7) through (13) provide a means for determining the convective heat fluxes on all surfaces of the enclosure.
7. Step 1 is repeated, redoing the calculations with the new values of $q_{c,jd}$ until $q_{r,jd}$ converges with a maximum relative deviation of 10^{-6} between the last two iterations.

Combined radiation-convection heat transfer problems are known to be generally difficult to converge. To allow convergence of the proposed method, the convective heat fluxes $q_{c,jd}$ were under-relaxed in Step 7 with a factor of 0.05. The adiabatic walls elements radiosities, $q_{o,jw}$, are under-relaxed in Step 3 with a factor of 0.1.

3.3. Verification of the Solution

The application of TSVD regularization inevitably introduces an error to the solution, since only $p < JH$ terms are kept in the series of Eq. (16). Verification of the inverse solution is straightforward. With the obtained total heat fluxes

on the heaters, a forward problem in which the temperatures on the design surface elements and the total heat fluxes on the heaters and adiabatic walls are known is run to find the total heat flux on the design surface, $q_{t,jd}$, which can be compared with the prescribed heat flux, $q_{prescribed}$, by:

$$\gamma_{\max} = \max_{jd} \left| \frac{q_{t,jd} - q_{prescribed}}{q_{prescribed}} \right| \quad (17)$$

4. Results and Discussion

The system considered in this work is the two-dimensional enclosure shown in the schematic of Fig. 1. The total hemispherical emissivities of the design surface, of the heater and of the walls are $\epsilon_d = \epsilon_h = \epsilon_w = 0.8$. Taking advantage of the symmetry, only one-half of the domain is solved. The dimensions of the enclosure in Fig. 1 are $L = 0.70$ m and $H = 0.56$ m. It is specified that the temperature and total heat flux on the design surface be respectively $T_{prescribed} = 673$ K and $q_{prescribed} = -3.220 \times 10^3$ W/m². The negative sign follows from the heat transfer convention that heat going out of a system is positive. The results are presented in dimensionless form: the dimensionless temperature and heat flux are defined by $t = T / T_{ref}$ and $Q = q / \sigma T_{ref}^4$, where the reference temperature is $T_{ref} = 1173$ K. Therefore, for the design surface, the prescribed conditions are $t_{prescribed} = 0.574$ and $q_{prescribed} = -0.3$. A few solutions for the heat flux distribution on the heaters are presented next.

Figure 3 presents Case 1. It is considered that the heater occupies the entire extension of the top surface, while the right-side surface is adiabatic. The design surface is located on the bottom of the enclosure, but is kept at some distance from the right corner; in previous studies (França et al., 2003) it was shown that the portion of the design surface close to the corner is much less affected by the heater than by the adiabatic surface itself. Placing design surfaces on the right side, near the adiabatic wall would makes it much more difficult, if not impossible, to find a satisfactory solution on the heater. As shown in Fig. 2a, the radiation mesh was divided into 50 and 40 uniform-sized elements in the x and y directions, so that the dimensionless sizes of the surface elements were $\Delta x / L = \Delta y / L = 0.02$. For the convection part, shown in Fig. 2b, the mesh was divided into 120 and 90 elements in the x and y directions, respectively. To capture the steeper variation of temperature and fluid velocities close to the surfaces, as observed in turbulent flows, a non-uniform mesh was adopted using the same hyperbolic functions presented in Davidson (1990). For all cases presented in this paper, the solutions proved to be grid independent for these two mesh configurations.

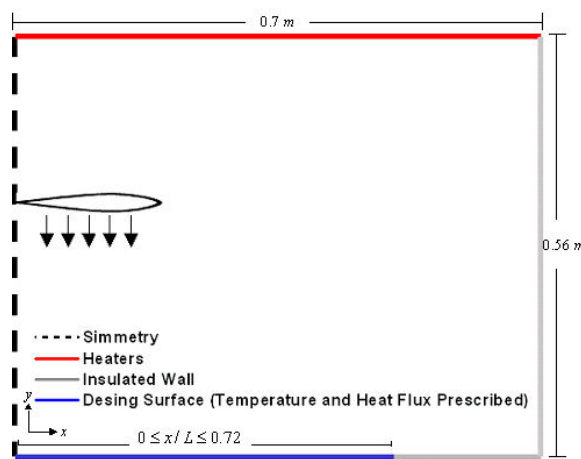


Figure 3: Design surface and heater configurations for Case 1.

For a better understanding of the effect of the convective heat transfer, a purely radiative enclosure is first solved, in which no flow is provided by the fan and free convection is neglected. In this case, the total radiative heat flux is equal to the total heat flux. The problem is modeled by a system of linear equations, as described in Sections 2 and 3. For the pure radiation problem the numbers of computational area elements on the design surface and on the heater are $JD = 36$ and $JH = 50$, respectively. For this choice of design surface and heater elements the number of equations, equal to JD , and the number of unknowns, equal to JH , are not the same as is typical in inverse design problems. The application of the TSVD regularization to the system of equations results in the singular values shown in Fig. 4 with the label Case 1. A total of $JH = 50$ singular values are generated, but only the first 36 values (the same as the number of equations, JD) are non-zero, which are the ones shown in Fig. 4. The steep decay of the singular values indicates the ill-conditioned characteristics of the system of equations. Keeping all the terms of the series of Eq. (16) results in negative values for

the radiosities $q_{o,jh}$, a non-physically acceptable solution. The TSVD regularization eliminates the high-order terms of the series to smooth the solution and recovers positive values for the radiosities $q_{o,jh}$. Figure 5 presents the total heat flux on the heater elements when keeping only two ($p = 2$) and three ($p = 3$) terms of the series. Setting a larger number of terms resulted in negative heat fluxes (a non practical solution) or negative radiosities (a physically unacceptable solution) on the heaters. The resulting heat fluxes on the design surface, computed from the procedure described in Section 3.3, are also shown in the figure for the solutions with $p = 2$ and $p = 3$. As seen, despite eliminating most of the terms of the series of Eq. (16), it was possible to obtain very different solutions for the heater that were capable of satisfying the desired heat flux on the design surface with a small error, as given by Eq. (17): for $p = 2$, $\gamma_{\max} = 0.84 \%$; for $p = 3$, $\gamma_{\max} = 0.10 \%$. Figure 5 also shows the heat flux on the adiabatic surface on the bottom surface, which was set equal to zero.

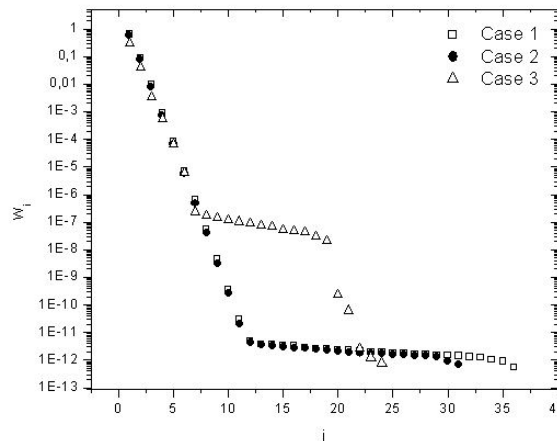


Figure 4: Singular values for different solution cases

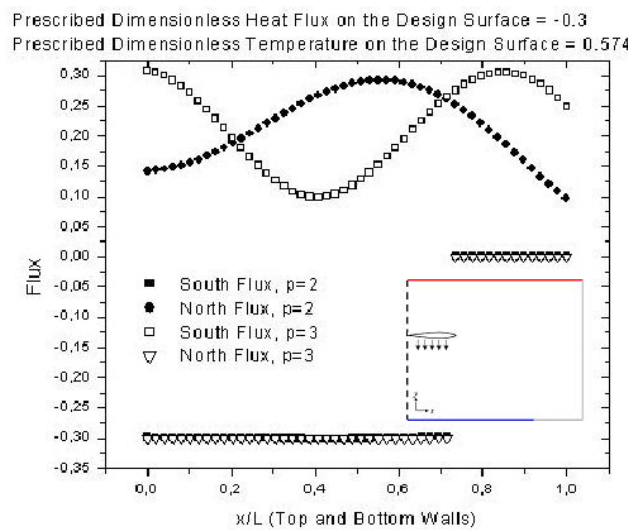


Figure 5: Solution for purely radiative heat transfer (marked with the red line on the top surface of the schematic presented in the figure)

In the above case, the total heat fluxes on the heater and on the design surfaces are solely radiative, since convection was neglected. The more complex case of a coupled radiation convection problem is now discussed. It is assumed that the fan is operated to generate a typical air flow velocity of 4 m/s, normal to the cross-sectional area of the fan. The proposed combined mode inverse solution procedure described in Section 3 was applied. Keeping the same heater and design surface configurations of Fig. 3, the singular values are the same of the purely radiative problem, labeled as Case 1. In the presence of flow, all attempts of recovering a heat flux on the heater for this configuration failed. Even after reducing the number of terms in the Series of Eq. (16), it was not possible to avoid negative values for the radiosities on the heater elements. A close analysis of the problem revealed that a stagnation region exists in the region close to the symmetry line; the convective heat transfer is relatively higher than in the other regions of the design surface. Since the total heat flux is prescribed to be uniform, it follows from Eq. (14) that the radiative heat flux on the

design surface in the region close to the symmetry line must be considerably smaller than in the other regions of the design surface. This restriction made the inverse solution for the heater heat fluxes unviable. This illustrates another characteristic of inverse problems: Just specifying conditions on the design surface does not guarantee that a useful solution exists.

As an attempt to avoid the above difficulty, a new proposition for the design surface was considered, as shown in Fig. 6. In this case, only the temperature condition was prescribed on the portion of design surface close to the symmetry line, while the heat flux was left unconstrained, and will be determined from the specification of the heater that will lead to uniformity of temperature on the design surface. Since the size of the design surface was reduced, keeping the same grid resolution, the number of elements on the design surface was reduced to $JD = 31$, the same as the number of equations of the system of equations. The singular values of the system are shown in Fig. 4 under label Case 2. Only the 31 non-zero singular values (from the total of 50) are shown in the figure. In this case, it was only possible to recover a physically acceptable solution (that is, positive radiosities on the heater elements) keeping two terms in the series of Eq. (16), $p = 2$. The solution for the total heat distribution on the heater is shown in Fig. 7. The figure also presents the radiative and the convective heat flux. As seen, for these conditions, the heat flux on the heater is dominated by thermal radiation, although the convection heat transfer is an important mechanism to be considered. While the solution is physically acceptable, in the sense that the radiosities of the heater elements are positive, it is not practical, since the total heat flux is negative close to the symmetry line, a result that is not acceptable for a heater design.

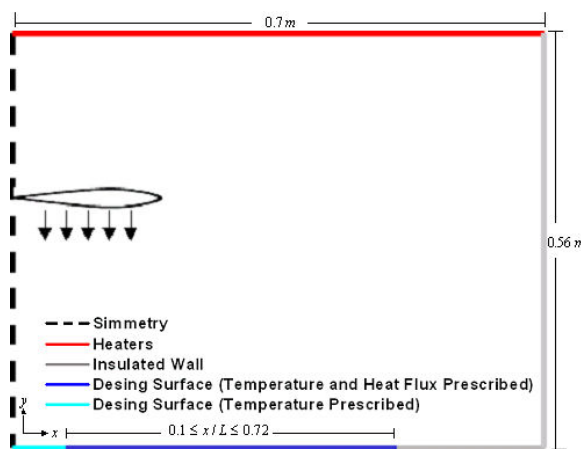


Figure 6: Design surface and heater configurations for Case 2.

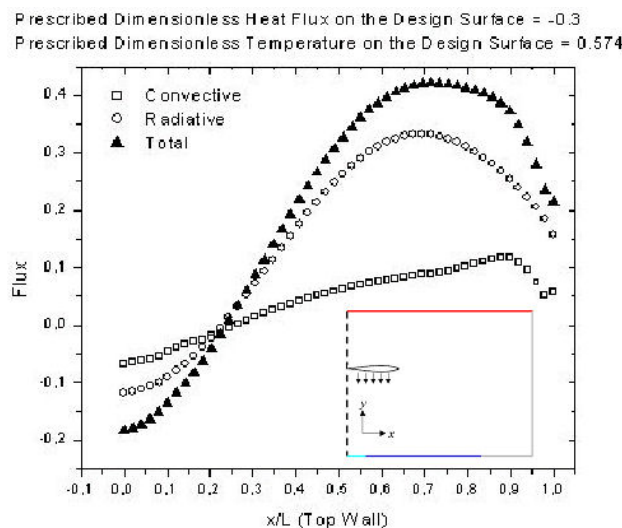


Figure 7: Heat flux on the heater surface. Case 2.
(marked with the red line on the top surface of the schematic presented in the figure)

To eliminate negative heat fluxes on the heater elements, other configurations of the heaters were attempted. One of them is shown in Fig. 8, where the heaters are located on the top and both side surfaces. The heater is placed in the center of the top and side surfaces as well as close to the top corner. All the other conditions were maintained the same

as in the previous case. The number of elements in the design surface is again $JD = 31$, while the number of heating elements is now $JH = 27$. Thus the system of equations is over constrained with $JD = 31$ equations and $JH = 27$ unknowns. The singular values are shown in Fig. 4 under label case 3. For this case, it was possible to recover a physically acceptable solution keeping only the first two terms in the series of Eq. (16). Figures 9 and 10 show the total heat flux, as well as its radiative and convective components, for the heaters on the top and left surfaces, respectively. As seen, in all heater elements the total heat flux is positive, which characterizes a satisfactory solution. The heat transfer is dominated by thermal radiation, although the contribution of the convective mechanism is still important. Figures 9 and 10 also show the radiative and convective heat fluxes on the adiabatic surfaces of the top and left surfaces. Note that the adiabatic condition imposes that the total heat transfer be null, so that the sum of the radiative and convective heat fluxes is zero, as shown in Figs. 9 and 10.

Figure 11 presents the heat transfer on the bottom surface, where the design surface is located. In the region defined by $0.1 < x/L < 0.7$, where the condition of total dimensionless heat flux of $q_{t,jd} = -0.3$ was imposed, the maximum error of the inverse solution, given by Eq. (17), was $\gamma_{max} = 7.26\%$. In the region defined by $x/L < 0.1$, where only the temperature condition of $t_{jd} = 0.574$ was imposed, the total heat flux presents a deviation from the required heat flux, reaching a maximum error of $\gamma_{max} = 10.19\%$. Figure 11 also shows the heat fluxes on the adiabatic surface located in the proximity of the right corner on the bottom. As required, the total heat flux, given by the sum of the radiative and the convective heat fluxes, is zero.

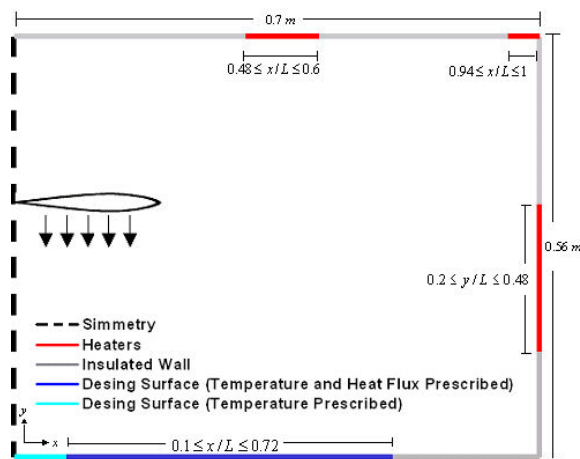


Figure 8: Design surface and heater configurations for Case 3.

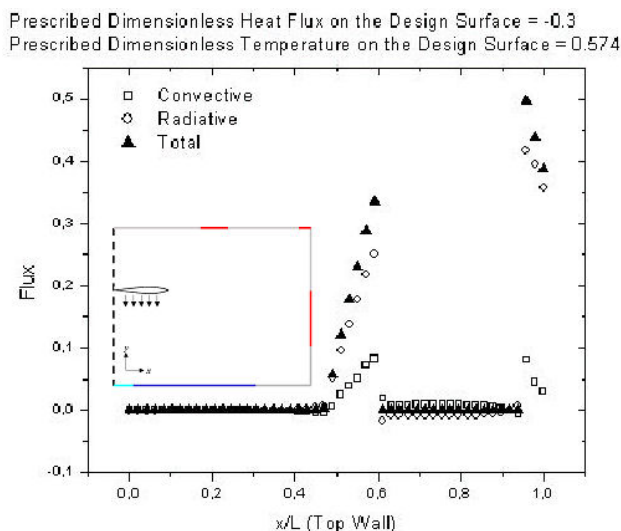


Figure 9: Heat flux on the top surface. Case 3.
(marked with the red line on the top surface of the schematic presented in the figure)

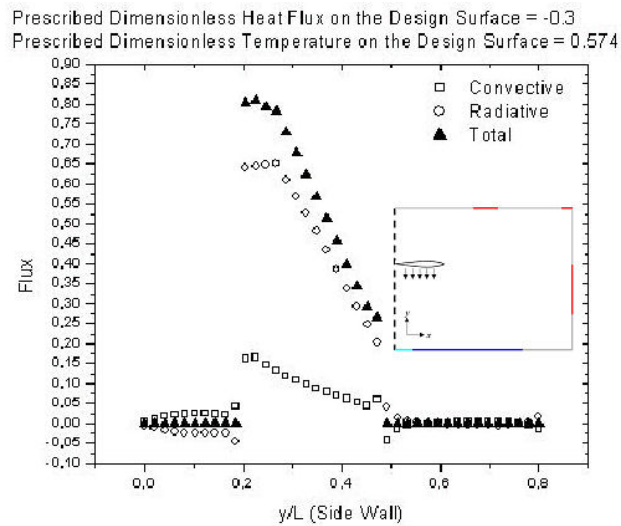


Figure 10: Heat flux on the side surface. Case 3.
 (marked with the red line on the side surface of the schematic presented in the figure)

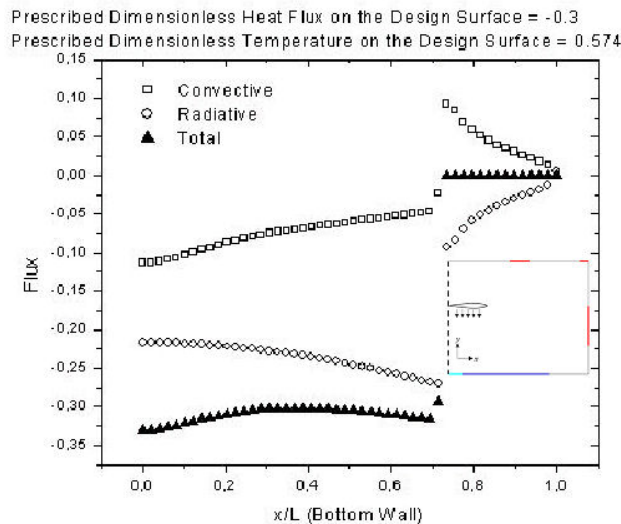


Figure 11: Heat flux on the bottom surface Case 3.
 (marked with the blue line on the bottom surface of the schematic presented in the figure)

Comparing the heat fluxes on the design surface in Figs. 5 and 11 indicates that, for the proposed oven configuration, attaining uniformity of heat flux and temperature on the design surface was much more difficult for the case of combined convection-thermal radiation than for the pure radiative heat transfer case. For the proposed enclosure configuration, the fan axis is in the symmetry line and blows air directly to the design surface. Figures 12 and 13 show the air velocity and temperature fields, respectively, for Case 3. As seen in Fig. 12, air circulates in a counterclockwise rotation, forming a stagnation region near the symmetry line and causing the largest temperature gradients on the design surface. It follows that the convective heat flux, given by Fourier's conduction law in the limit where $y \rightarrow 0$, is also the largest in this region. The detailed view in Fig. 13 shows the isotherms close to the interface between the symmetry line and the design surface. It can be observed that the temperature gradient (and the convective heat flux, as seen in Fig. 11) decreases as one moves away from the symmetry line. For this reason, the convective heat flux is larger in the region close to the symmetry line, and the radiative heat flux is smaller. This non-uniformity of the radiative heat flux proved to be a decisive difficulty for the solution of this problem. To obtain results with smaller errors than are found in this case, it may be necessary to change the location of the fan or impose a different direction for the rotation of the air flow, avoiding the stagnation region in the symmetry line.

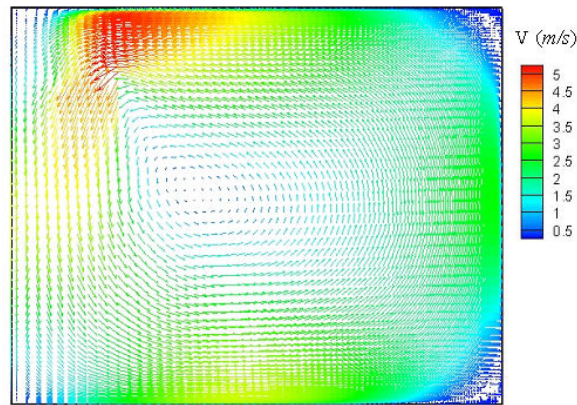


Figure 12: Velocity field in the air flow for Case 3.

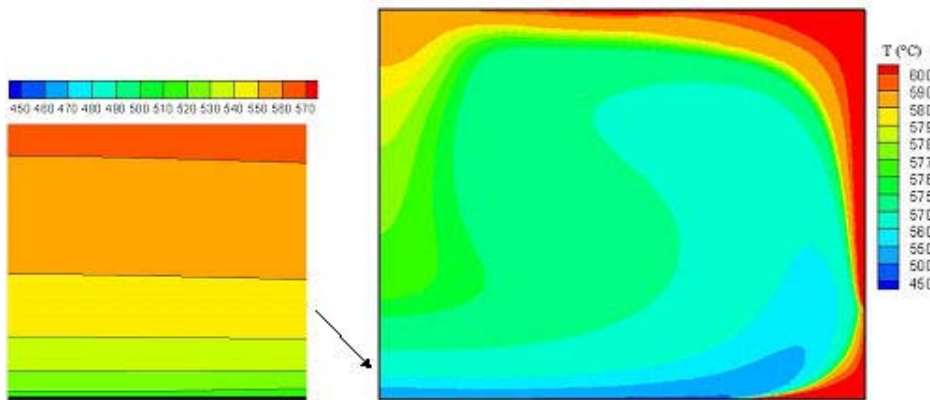


Figure 13: Temperature field in the air flow for Case 3.

5. Conclusions

This paper presented the application of the inverse design technique to determine the power input in the heaters of a two-dimensional convective-radiative oven to attain uniformity of temperature and heat flux on the design surface. The central part of the inverse analysis was assembled to relate the heaters directly to the design surface. This led to an ill-conditioned system of linear equations on the heater elements radiosities. Reflections of radiative energy from the adiabatic walls and the heat transferred from the turbulent air flow were incorporated into the formulation by an iterative procedure. As expected, the resulting system of equations was ill-conditioned. The regularization method chosen was truncated singular value decomposition (TSVD), a method that also permitted the solution of a problem that was characterized by unequal numbers of unknowns and equations.

The proposed methodology was applied to a few example cases to demonstrate some typical characteristics of a combined mode inverse design. The first case consisted of a purely radiative enclosure. In this case, two regularized solutions were obtained that satisfied the prescribed heat flux with an error less than 1.0 %. The cases considering combined radiation-convection heat transfer proved to be more difficult. For the proposed oven configuration, having the fan located in the symmetry line and blowing air directly to the center of the design surface caused the inverse solution to fail, due to the resulting low radiative heat flux required on the center relative to the other positions on the design surface. To obtain an acceptably practical solution, the heat flux on the design surface close to the symmetry line was left unconstrained. For this case, it was possible to obtain an acceptable power input in the heaters, although the maximum error increased to 10 %. For future work, it may be necessary to change the position of the fan and/or the direction of the air flow to avoid the stagnation region on the design surface. The heater positions were determined from observing the points of maximum required heat flux. So another important advance in the research would be establishing a methodology to solve automatically for the heater positions

Even with the difficulty in extracting physically meaningful results for some of the proposed cases, there was clear benefit in formulating this design problem in an inverse sense. There was added insight into the reasons why some problems failed which may not have been evident from a purely forward posed design formulation. The insights that are available in posing design problems in an inverse sense cannot be over-emphasized, in particular for difficult problems where the problem statement and associated physics are inherently uninvertible (i.e., having no physical forward equivalent).

6. Acknowledgments

The authors thank CAPES (Brazil) for the support under the program CAPES/UT-AUSTIN, No. 06/02, and to the contributions of profs. John R. Howell and Ofodike A. Ezekoye, from the University of Texas at Austin, by means of discussion and exchange of ideas during the execution of the work.

7. References

- Bejan, A., and Jones, J. A., 1995, "Convection heat transfer", 2nd Ed, John Wiley and Sons, New York.
- Lauder, B. E., and Spalding, D. B., 1974, "The numerical computation of turbulent flow", Computational Methods for Applied Mechanical Engineering, vol. 3, p. 269.
- Huang, C. J., Yu, C. C., and Shen, S. H., 2000, "Selection of measurement locations for the control of rapid thermal processor", Automatica, vol 36, pp. 705-715.
- França, F., and Howell, J., 2006, "Transient Inverse Design of Radiative Enclosures for Thermal Processing of Materials," Inverse Problems in Science and Engineering, pp. 1-14.
- França, F., Howell, J., Ezekoye, O., and Morales, J. C., 2003, "Inverse design of thermal systems", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 36, pp. 1-110.
- Daun, K., França, F., Larsen, M., Leduc, G., and Howell, J. R., 2006, "Comparison Methods for Inverse Design of radiant Enclosures," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 259, pp. 269-282.
- Davidson, L., 1990, "Second order corrections of the $k - \varepsilon$ model to account for non-isotropic effects due to buoyancy", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 33, pp. 2599-2608.
- Hansen, P. C., 1990, "Truncated SVD solutions to discrete ill-posed problems with ill-determined numerical rank", *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, Vol 11, pp. 503-518.
- Siegel, R., and Howell, P. C., 2002, "Thermal radiation heat transfer", 4th Ed., Taylor and Francis, New York.
- Kays, W. M., and Crawford, M. E., 1993, "Convective heat and mass transfer", McGraw-Hill, New York.

8. Copyright Notice

The authors are the only persons responsible for the printed material included in his paper.

ANALYSIS OF THE EFFECT OF THE CHEMICAL SPECIES CONCENTRATIONS ON THE RADIATION HEAT TRANSFER IN PARTICIPATING GASES USING A MONTE CARLO METHODOLOGY

André Maurente

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Sarmento Leite street, 425, 90050-170 – Porto Alegre, RS, Brazil
maurente@mecanica.ufrgs.br

Francis H. R. França

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Sarmento Leite street, 425, 90050-170 – Porto Alegre, RS, Brazil
frfranca@mecanica.ufrgs.br

Horácio A. Vielmo

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Sarmento Leite street, 425, 90050-170 – Porto Alegre, RS, Brazil
vielmoh@mecanica.ufrgs.br

Abstract. This paper presents the application of the Monte Carlo method to solve the radiation heat transfer in an one-dimensional system formed by a gas mixture contained in a space between two infinite parallel plates. The proposed methodology consists of the application of the Monte Carlo method to the absorption line blackbody (ALB) distribution function, a gas model that allows a detailed evaluation of the dependence of the absorption coefficients of the absorbing species on the wavelength. The methodology allows solving for gaseous mixtures that are non-homogeneous and non-isothermal. In this work, the method is applied to the solution of heat transfer in a gas mixture formed with different concentrations of water vapor and carbon dioxide, two absorbing species, and non-participating species such as air or nitrogen. The results show that the concentration of the species have a strong effect on the heat transfer, and demonstrate the limitation of the conventional weighted-sum-of-gray-gases (WSGG) model, which relies on correlations that are valid for only a few concentrations of the absorbing species concentrations. The cases presented in the paper are related to gaseous mixtures resulting from the combustion of octane and methane.

Participating gases, wavelength dependence, Monte Carlo, absorption-line-blackbody distribution function, thermal radiation

1. Introduction

Radiation heat transfer is an important phenomenon in several processes in physics and engineering. In industrial combustion systems, such as furnaces and engine chambers, thermal radiation in participating media is often the dominant heat transfer mode due to the high temperature of the gases generated in the combustion process. Computing radiation exchange in participating media is in general a complex task, a reason for this being the highly irregular dependence of the radiative media properties with the wavelength.

To simplify the radiation heat transfer computations and so to reduce the computation time, several methods have been proposed. The simplest model is the gray gas medium, which considers the absorption coefficient to be wavelength independent. Despite its strong departure from the behavior of real gases, the model can still be found in the solution of combustion problems in the modern literature (Adams and Smith, 1994; Magel et al., 1996; Xue et al., 2001 and Sijercic et al., 2001). In the Weighted-Sum-of-Gray-Gases (WSGG) model, first proposed by Hottel and Sarofim, (1967) the medium is treated as homogeneous and the entire spectrum is modeled by a few bands. Each band corresponds to a gray gas, in which the absorption coefficient is assumed uniform and temperature independent. The medium temperature dependence is incorporated through the weighted contribution of each gray gas, corresponding to the fraction of blackbody energy in the spectrum region where the absorption coefficient is correspondent to the gray gas. The absorption coefficients and the respective weighting functions are obtained from fitting tabulated data, as those presented by Smith et al. (1982) for two homogeneous media composed of water vapor, carbon dioxide and air. Perhaps the major limitation of the WSGG model is relying on only a few gray gases and its inability to treat non-homogeneous media, but due to its simplicity it achieved wide application in treatment of complex radiation heat transfer processes.

There is, nowadays, database compiling characteristics related to the emission and absorption behavior of molecules, as HITRAN and HITEMP. With the information provided by these databases, radiation heat transfer problems can be accurately solved by line-by-line (LBL) integration, which considers the emission and absorption of each individual spectral line. On the other hand, the LBL integration is difficult to implement and is computationally expensive. To avoid the difficulties related to LBL integration, various band models have been developed in late years. An extensive overview of these models can be found in the Siegel and Howell (2002).

The WSGG model can be applied to the general radiative transfer equation, as demonstrated by Modest (1991), allowing the solution of arbitrary radiation problems by any desired method replacing the spectral medium by a small number of gray gases with constant absorption coefficient. This important development led to the rise of new WSGG models, as the Spectral-Line-Based-Weighted-Sum-of-Gray-Gases (SLWSGG) model, as proposed by Denison and Webb (1993a), which allows one to obtain the weights of the gray gases from detailed spectral database as HITRAN and HITEMP. In later developments, the Absorption-Line Blackbody (ALB) distribution function was defined and applied to the SLWSGG model, and numerical correlations to determine this function were presented for media composed of water vapor and air (Denison and Webb, 1993b) and carbon dioxide and air (Denison and Webb, 1995b). Applying the K -correlated assumption (Goody et al., 1989 and Goody and Yung, 1989), the method was extended to non-isothermal non-homogeneous media (Denison and Webb, 1995a). Finally, Denison and Webb (1995c) proposed an approximated equation for the ALB distribution function for a mixture of two chemical species: water vapor and carbon dioxide. Further improvements in the use of the SLWSGG method may be possible with new information available in recent works (Wang and Modest, 2004, and Modest and Singh, 2004) on spectral band models.

The Monte Carlo method is a powerful technique for the solution of radiation problems Howell (1998), having the important advantage of easily dealing with geometrical complexities and/or directional radiation properties. The computational cost of the method is becoming less prohibitive with the rapid rising of the computer processing power. Thus, the Monte Carlo can be a competitive alternative for the solution of complex spectrally dependent radiation heat transfer problems. The method has already been applied to deal homogenous isothermals media in Modest (1992) and Cherkaoui et al., (1996). In order to consider the effects of the non-uniformities of the media, Maurente et al. (2006) applied the Monte Carlo method to the ALB distribution function. The work demonstrated that the Monte Carlo method and the ALB distribution function can be combined in a relatively simple way, and taking the advantage of incorporating all the late advances of the SLWSGG model.

In this work the Monte Carlo combined to the ALB distribution function is used to solve the radiation heat transfer in a system formed by a homogeneous medium contained between two infinite parallel walls. The medium is a mixture of water vapor, carbon dioxide, two emitting absorbing chemical species, and nitrogen, a transparent medium. Since the conventional WSGG models are based on a few relations that are valid for only a limited number of chemical species concentrations, considering especially the stoichiometric chemical reaction, this work aims at demonstrating the errors that can incur from applying those models to compute radiation heat transfer for mixtures having different concentrations.

2. The used methodology: Monte Carlo-Absorption-Line-Blackbody distribution function

The Absorption-Line Blackbody (ALB) distribution function is defined (Denison and Webb, 1993b) as the fraction of the blackbody energy in the portions of the spectrum where the high-resolution spectral absorption cross-section of the medium, $K_{m, \eta}$, is less than a prescribed value K_m . For a single emitting absorbing species, it is given by:

$$F(K_m, T_b, T_g, P_T, Y_s) = \frac{1}{\sigma T_b^4} \sum_i \int_{\Delta\eta_i} E_{b, \eta}(\eta, T_b) \cdot d\eta \quad (1)$$

where Y_s is the concentration of the single absorbing species s ; T_b is the source radiation temperature at which the blackbody emissive power is evaluated; T_g is the medium local temperature at which the medium radiation properties are evaluated; P_T is the total pressure of the gaseous medium; η is the wavenumber; σ is the Stefan-Boltzmann constant; and the sub-index i refers to the i^{th} spectral segment. The absorption cross-section coefficient, $K_{m, \eta}$, is related with the absorption coefficient by

$$K_{\eta} = M_s K_{m, \eta} \quad (2)$$

where M_s is the molar concentration of the absorbing species s .

When desiring to account for spectral behavior in radiation heat flux calculations the blackbody energy distribution function is used to assist in determining the distribution of emitting absorbing energy along of the spectrum. In the most spectral models the blackbody energy fraction within each considered spectral interval is calculated. However, as demonstrated by Denison and Webb (1993b, 1995b), the ALB distribution function can be used to obtain significant computer time savings by computing at the same time the fraction of blackbody energy in several spectral intervals in which the absorption cross-section coefficient, $K_{m, \eta}$, presents the same value. The fraction of the blackbody energy within spectral intervals corresponding to a high-resolution absorption cross-section interval $K_{m, j}$ and $K_{m, j+1}$ can be obtained by ALB distribution function as

$$\Delta F_j = F[K_{m, j}(T_g, Y_s, P_T), T_b] - F[K_{m, j+1}(T_g, Y_s, P_T), T_b] \quad (3)$$

Different Monte Carlo implementation can be proposed to employ the ALB distribution function for computation of radiative heat transfer in spectrally dependent media, depending for instance on how the number and the energy of the bundles are distributed along the spectrum. Each choice will lead to a different cumulative distribution function. The methodology used in this work was proposed having as guiding factors simplicity of implementation and computational efficiency. According (Maurente et al, 2006), from the definition of the ALB function, the emission rate from a medium volume ΔV in the spectrum portions where the average absorption cross-section is K_m within an certain interval ΔK_m can be approximated by

$$q_{\Delta V, K_m} = 4\Delta V M_s K_m \Delta F(K_m) \sigma T_{\Delta V}^4 \quad (4)$$

where the $\Delta F(K_m)$ is the difference between the ALB distribution functions evaluated at $K_m + \Delta K_m/2$ and $K_m - \Delta K_m/2$ around of a given K_m value and, according Eq. (2), the product $M_s K_m$ corresponds to the local absorption coefficient, where M_s is the molar concentration of the absorption species s .

In the Eq. (4) the ALB distribution function is computed at the local conditions of the medium volume ΔV , so the dependence of ΔF on local temperature, absorbing species concentration and total pressure was dropped.

Considering that the total number of bundles released from volume ΔV is $N_{\Delta V}$, It was proposed that the number of bundles that are released from a spectral portion where the average absorption cross-section is K_m within an interval ΔK_m be proportional to the amount of blackbody energy, at the medium volume temperature, that is contained in that portion:

$$N_{\Delta V, K_m} = \Delta F_{K_m} N_{\Delta V} \quad (5)$$

It follows that the energy of a bundle emitted from the portions where the absorption cross-section is K_m is given by:

$$q_{\Delta V, K_m}^{(b)} = \frac{q_{\Delta V, K_m}}{N_{\Delta V, K_m}} = \frac{4\Delta V M_s K_m \sigma T_{\Delta V}^4}{N_{\Delta V}} \quad (6)$$

which shows that the amount of energy of the bundle depends on the value of the absorption cross-section of the spectral portions from where it is released.

As demonstrated in (Maurente et al, 2006) following the procedure outlined in (Siegel and Howell, 2002), the frequency of the bundles released from the portions where the absorption cross-section is K_m is obtained by:

$$f(K_m) = \lim_{\Delta K_m \rightarrow 0} \frac{N_{\Delta V, K_m}}{\Delta K_m} = \lim_{\Delta K_m \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{K_m} N_{\Delta V}}{\Delta K_m} = F'(K_m) N_{\Delta V} \quad (7)$$

The probability density function is defined as:

$$P(K_m) = \frac{f(K_m)}{\int_{K_m=0}^{K_m, \max} f(\xi) d\xi} = \frac{F'(K_m) N_{\Delta V}}{[F(K_{m, \max}) - F(K_m = 0)] N_{\Delta V}} = F'(K_m) \quad (8)$$

The above result follows from the definition of the ALB distribution functions, in which $F(K_{m, \max}) = 1$ and $F(K_m = 0) = 0$. Finally, the cumulative function becomes:

$$R(K_m) = \int_{-\infty}^{K_m} P(\xi) d\xi = \int_0^{K_m} F'(\xi) d\xi = F(K_m) \quad (9)$$

Equation (9) shows that for the Monte Carlo implementation based on Eq. (5), the cumulative distribution function $R(K_m)$, which governs the number of bundles that are released from all the portions where the absorption cross-section is less than K_m , is equivalent to the ALB distribution function.

Turning to the bundles emitted from the wall boundaries, the energy that is emitted by a gray wall element having area ΔA and total emissivity ε_w can be approximated by:

$$q_{\Delta A, K_m} = \varepsilon_w \Delta A \Delta F_{K_m} \sigma T_{\Delta V}^4 \quad (10)$$

Although there are no medium involved in the wall emission, the fraction of the emitted blackbody energy is given by ALB distribution function which is a function of arbitrary values of K_m . It assists in computing the media absorption of the bundles provided from walls.

As done for the medium emission, it was proposed that the number of wall element bundles that are released from the portions where the absorption cross-section is K_m , within the interval ΔK_m , be proportional to the fraction of blackbody energy (at the wall element temperature, T_{AA}) of these portions, that is:

$$N_{\Delta A, K_m} = \Delta F_{K_m} N_{\Delta A} \quad (11)$$

where $N_{\Delta A}$ is the total number of bundles released from the wall element. It follows that the energy of each bundle is given by:

$$q_{\Delta A, K_m}^{(b)} = \frac{\varepsilon_w \Delta A e_b(T_{AA})}{N_{\Delta A}} \quad (12)$$

Thus, the bundles released from the wall elements have all the same amount energy, and does not depend on the selected portions of spectrum.

As well as for emission from the medium, Eq. (9) can also be applied to the wall elements.

As demonstrated by Denison and Webb (1995c) the ALB distribution function for media composed for tow emitting absorbing species can be obtained by the following adequate approximation:

$$F_{s_1, s_2}(K_{m, s_1}, K_{m, s_2}) \cong F_{s_1}(K_{m, s_1}) \cdot F_{s_2}(K_{m, s_2}) \quad (13)$$

where the sub-index s_1 and s_2 refer to the both emitting absorbing species present in the medium. The absorption coefficient to the medium composed by these both emitting absorbing species is

$$K = M_{s_1} K_{m, s_1} + M_{s_2} K_{m, s_2} \quad (14)$$

For to determine the energy carried out for the bundles emitted from an uniform volume element, ΔV , by Eq. (6), it is necessary to prescribe the number of emitted bundles, $N_{\Delta V}$, and to know the value of absorption cross-section, K_m , related to the spectral interval of bundle energy. Using the Monte Carlo method the K_m is obtained from the cumulative distribution function. For so much, the Eq. (9) is rewritten as

$$K_m = K_m(R) = K_m(F) \quad (15)$$

The final procedure in determining K_m is to generate a random number for the ALB distribution function, F , once it is equivalent to the cumulative distribution function, R , in this case.

According Siegel and Howell (2002), the length traveled, l , before absorption of a bundle in a medium of constant absorption coefficient, $K = M_s K_m$, is

$$l = -\ln(R_l) / (M_s K_m) \quad (16)$$

where R_l is a random number.

The Monte Carlo equations above presented were obtained to local conditions of medium and wall elements whose temperature and properties are uniform, however, these equations can be used to non-isothermal non-homogeneous media. The numerical procedure to compute radiation heat transfer in a medium of non constant absorption coefficient consist basically in to discrete the path length in small segments of uniform properties. For each segment of different properties must be found the respective absorption cross section, K_m , and subsequent absorption coefficient of the medium, K , relative to the spectral interval of the emitted energy. The K_m of the medium in each traveling path segment can be related with spectral interval of emitted energy applying a K-correlated hypothesis, as demonstrated by Denison and Webb (1995a).

Although there are no K_m involved in the gray walls emission, for each bundle emitted from a wall it is necessary to generate a random number for F to relate the spectral interval of the bundle energy with the medium properties and so proceed as well as to compute the medium absorption of the bundles emitted for volume elements.

Finally, the radiation heat exchange in the domain of a given approached problem can be evaluated accounting all the bundles (and its respective carried energy) emitted and absorbed by the medium and the walls.

3. Results and discussion

Thermal radiation in participating gases is in general the dominant heat transfer mode in combustion systems such as furnaces, steam generators and engines. However, modeling of this complex process is not limited to thermal radiation, for it also involves chemical reactions of combustion, turbulent fluid flow and convective heat transfer. The application of the more advanced gas radiation models in this problem is one of the most challenging on-going researches in the field.

Due to its simplicity, the conventional weighted-sum-of-gray-gases (WSGG) model is probably the most commonly applied model to such problems. However a few approximations are necessary to apply this method. It is postulated that the total emittance and absorptance of the gas can be represented by a weighted average of gray gases emittances and absorptances, where the absorption coefficients are constant and the weights are solely dependent on the temperature. In addition, the gas is assumed homogeneous. The data presented in Smith et al. (1982) for the gray gases absorption coefficients and the polynomials weighting functions has been widely employed, but they are valid for only two different gas mixtures having water vapor and carbon dioxide as the emitting absorbing chemical species. Those gas mixtures correspond to the products of the stoichiometric combustion of methane and fuel oil, and they differ only in the water vapor fractions: 20% against 10% for the combustions of the methane and of fuel oil, respectively. In both cases, the concentration of the carbon dioxide is 10%. The remaining species in the mixtures can be either nitrogen or air, which are non-participating species.

In contrast to the homogeneous stoichiometric products of methane and oil combustion, the gaseous products that are present in combustion systems are often non-homogenous and the compositions can differ from those related to stoichiometric chemical reaction. In actual combustion process, it is common practice to use more air than the stoichiometric amount to enhance the possibility of complete combustion or to control the temperature of the combustion chamber. For complete combustion of the hydrocarbon fuels, the gaseous products contain only water vapor, carbon dioxide, which are absorbing species, and inert (non-participating) gases such as nitrogen and oxygen, this last one occurring in the case of combustion with excess of air.

Aiming at investigating the departure of the WSGG model when using the data limited to stoichiometric combustion reactions, as the one presented in Smith et al. (1982), the Monte Carlo combined to the ALB distribution function is used to solve for thermal radiation in gases with different concentrations. As a simple example case, it is considered the radiation heat transfer in a gas mixture contained between two infinite parallel black walls. Gas mixtures originated from the combustion of two different fuels, octane and methane, are considered. The geometry of all the solved cases consists of two parallel black walls that are 1.0 m departed from each other. The system is shown in Fig. 1. The numerical solutions involved the division of the domain into 30 (thirty) equal-sized elements in the x -direction.

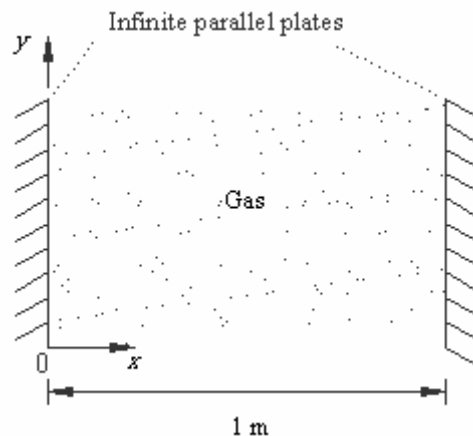


Figure 1. Gas layer between infinite parallel walls.

3.1. Octane fuel

Most familiar fuels consist primarily of hydrogen and carbon. They are called hydrocarbon fuels. For a complete stoichiometric combustion of hydrocarbon fuels, the gaseous product is composed of water vapor, carbon dioxide and nitrogen, and their concentrations are fixed by the chemical reaction balance. The concentrations however are dependent on the many different types hydrocarbon fuels. The available data for the conventional WSGG model is limited to a few hydrocarbon fuels. In the widely cited work of Smith et al., 1982, data is only presented for gas mixtures having 10% H₂O and 10% CO₂ (fuel oil combustion) and 20% H₂O and 10% CO₂ (methane oil combustion), so using this model for different concentrations will probably lead to significant errors.

The octane is the main hydrocarbon found in the gasoline. The stoichiometric combustion of octane leads to a gas mixture that is composed of 14% H₂O and 12.5% CO₂, the remaining species being non-participating. To evaluate the effect of the absorbing species concentration, it is also considered a gas mixture having 10% H₂O and 10% CO₂, the closest concentration that is found in Smith et al., 1982. For the two gas mixtures, the radiative heat transfer in the above referred geometry was computed using the methodology presented in Section 2. The gas temperature was taken as the adiabatic of flame, obtained according the procedure outlined in Çengel and Boles (2002), which is 2304 K. The walls, assumed black, are at the a temperature of 300 K. Figure 2 presents the volumetric radiative heat rate, in kW/m³, in the gas for the two mixtures.

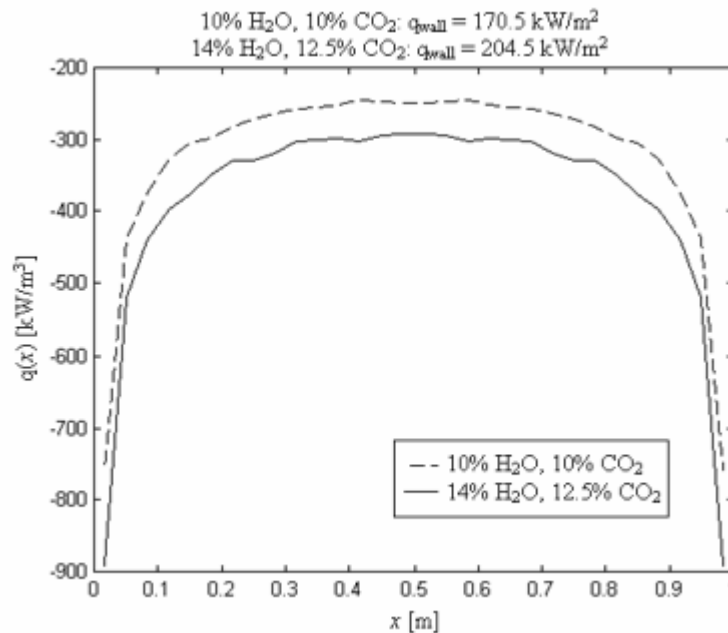


Figure 2. Volumetric radiative heat rate and heat flux on the walls for two different gaseous mixtures. In both cases, the gas temperature is 2304 K, and the remaining species in the mixture is non-participating.

As can be observed in Fig. 2, there is a significant difference between the volumetric radiative heat rate results, which was even greater near the walls. The radiative heat fluxes on the walls are shown on the top of the figure. As indicated in the figure, the heat flux on the wall for the for the gaseous mixture composed of 10% H₂O and 10% CO₂ is 16.6% lower than for the mixture composed of 14% H₂O and 12.5% CO₂, that is 170.5 kW/m² against 204.5 5 kW/m². This result is in agreement with the volumetric radiative heat rate being larger for the later mixture, a straightforward consequence of the energy conservation. Accordingly, the integral of the volumetric radiative heat rate is about 16.6% greater for the second gas mixture than for the first one. According to the adopted convention, negative volumetric radiative heat rate indicates that the zone emits more than absorbs. As seen in the figure, the amount of energy lost by the gas increases with the proximity of the wall. The oscillations that appear in the Fig. 2 are expected from the statistical nature of the Monte Carlo method and can become less important if the number of bundles be increased. A total of eight million (8×10⁶) energy bundles were released from each wall and gas zones for the gaseous mixture composed of 10% H₂O and 10% CO₂; as for the gaseous mixture composed of 14% H₂O and 12.5% CO₂, a total of five million (5×10⁶) energy bundles were released from the wall and gas zones.

3.2. Methane fuel

Different from the octane, there are correlations in Smith at al., 1982, for the weighting factors related to a gaseous mixture resulting from the stoichiometric combustion of methane (20% H₂O and 10% CO₂). However in real combustion systems, the combustion processes usually do not occur following the stoichiometric balance, but with excess of air, leading to different products concentrations. To evaluate its effect on the radiative heat transfer, two combustion reactions differing in the excess of air were considered.

The combustion reaction with 50% of excess of air generates a medium whose emitting absorbing species are 13.1% H₂O and 6.55% CO₂. The radiative heat transfer was computed for this medium at the adiabatic flame temperature, which is 1780 K. The walls, assumed black, are again kept at a temperature of 300 K. The volumetric radiation heat rate and the wall radiative heat fluxes are shown in Fig. 3. For comparison, this figure also shows the results for a gas mixture at the same temperature generated in the stoichiometric combustion of the methane, composed of 20% H₂O and 10% CO₂. For an excess of air of 100%, the gas resulting from the combustion process is composed of

10% H₂O and 5% CO₂. Figure 4 shows the volumetric radiative heat rate for this gas mixture at the adiabatic flame temperature of 1476 K. The figure shows also the result when the concentrations of H₂O and CO₂ are taken at the stoichiometric values of 20% and 10%, respectively.

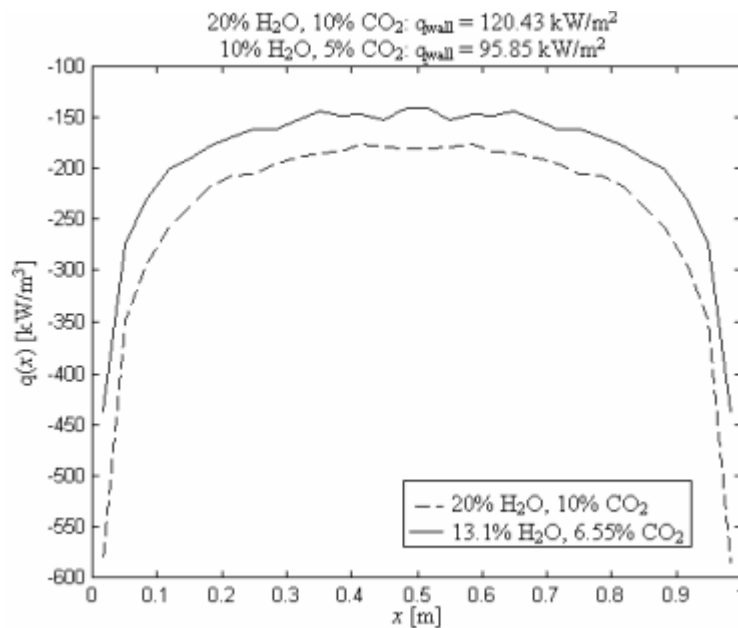


Figure 3. Volumetric radiative heat rate and heat flux on the walls for gas mixtures having concentrations of 20% H₂O and 10% CO₂ and of 13.1% H₂O and 6.55% CO₂. Gas mixtures temperatures of 1780 K.

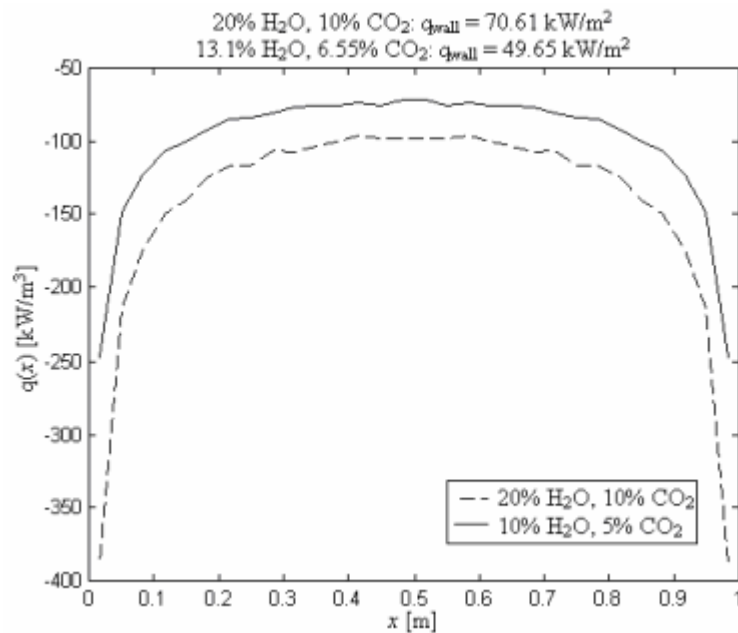


Figure 4. Volumetric radiative heat rate and heat flux on the walls for gas mixtures having concentrations of 10% H₂O and 10% CO₂ and of 10% H₂O and 5% CO₂. Gas mixtures temperatures of 1476 K.

For both cases in Figs. 3 and 4, a total of three million (3×10^6) energy bundles were released from each wall and gas zones. To reduce the statistical oscillations, it was taken an arithmetic average between the values obtained for both sides of symmetry line of the problems.

In real combustion systems, the medium is non-isothermal. To illustrate this situation, the Monte Carlo combined to the ALB distribution function was applied to solve the radiative heat transfer in two non-isothermal gaseous mixtures, differing in the fractions of the emitting absorbing species. For both gases, the temperature varies, according to the below relation, from 1476 K on the walls to 2327 K in the center position between the plates:

$$T(x) = -3404x^2 + 3404x + 1476 \tag{17}$$

These minimum and maximum temperatures are the adiabatic flame temperature in the stoichiometric methane combustion with 100% of excess of air. One of the gas mixtures has the concentration of the methane stoichiometric combustion (20% H₂O and 10% CO₂), while the other has the concentration of a gas mixture resulting from the combustion process with 100% of excess of air: 10% H₂O and 5% CO₂.

Figure 5 presents the volumetric radiative heat rate for the two gaseous mixtures. As seen, the discrepancy in the two cases was the greatest in the middle of the enclosure ($x = 0.5$ m), where temperatures are higher, and near the walls ($x = 0$ m). The heat fluxes on the walls are presented on the top of the figure, showing a considerable difference between the results. The stoichiometric gaseous mixture loses 52% more energy (70.3 kW/m²) to the walls than the gas mixture composed of 10% H₂O and 5% CO₂ (46.2 kW/m²). For this case, the Monte Carlo solution was obtained for a total of four million (4×10^6) bundles being released from each gas and wall zone.

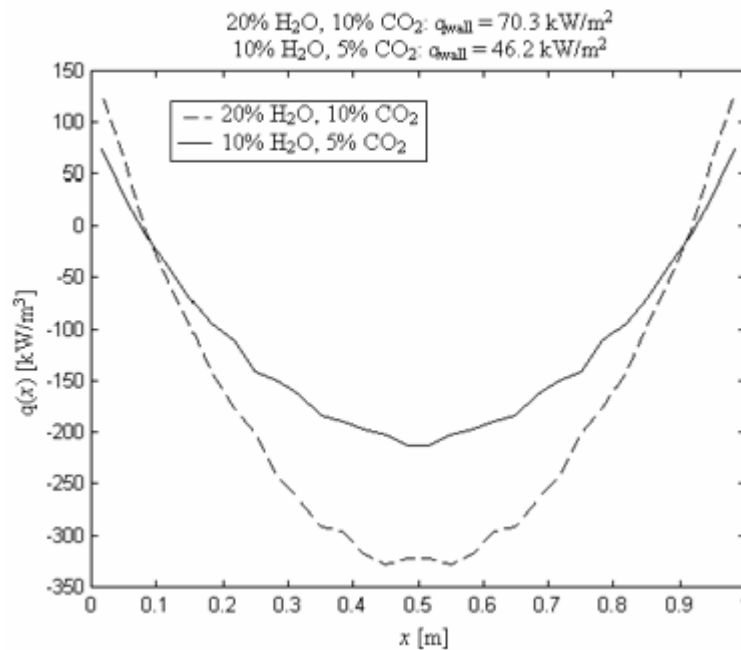


Figure 5. Volumetric radiative heat rate and heat flux on the walls for gas mixture having concentrations of 20% H₂O and 10% CO₂ and of 10% H₂O and 5% CO₂. The gas mixtures temperatures are given by Eq. (17).

4. Conclusions

This work presented the application of the Monte Carlo method to the absorption line blackbody (ALB) distribution function to solve the radiation heat transfer in gas mixtures composed of different concentrations of carbon dioxide and water vapor. The absorption line blackbody (ALB) distribution function is a gas model that allows a detailed evaluation of the dependence of the absorption coefficients of the absorbing species on the wavelength. In addition, it enables the consideration of different concentrations of the absorbing species, an important advance with respect to the WSGG model, which relies on limited data for a few specific concentrations. As shown in the work, the Monte Carlo can be implemented so that its cumulative distribution function becomes equal to the ALB distribution function, which leads to a direct coupling between the methods.

The methodology was applied to a few example cases aiming at demonstrating the effect of the concentrations of water vapor and carbon dioxide on the radiation heat transfer. The system was an one-dimensional gas layer contained between two infinite parallel black walls. The medium composition was chosen to relate to the gas mixtures that can be formed in the combustion of octane and methane. The results for both the volumetric radiative rate in the gas and for the heat flux on the wall demonstrated the importance of the concentrations of the absorbing species on the radiative heat transfer, indicating the need of more advanced gas models than the conventional WSGG model.

5. Acknowledgement

The authors thank the financial support from CAPES-Brazil through a doctorate scholarship grant to the first author.

5. References

- Adams BR, Smith PJ., 1994, "Modeling effects of soot and turbulence-radiation coupling on radiative transfer in an industrial furnace", ASME Radiative Heat Transfer: Current Research, HTD-Vol. 276, pp. 177-190.
- Çengel Y. A., Boles M. A., 2002, "Thermodynamics: An Engineering Approach", Fourth Edition, McGraw-Hill, New York.
- Cherkaoui M., Dufresne J. L., Fournier R, Grandpeix JY, Lahellec, 1996, "A. Monte Carlo simulation of radiation in gases with a narrow-band model and a net-exchange formulation", Journal of Heat Transfer, Vol. 118, pp. 401-407.
- Denison M. K., Webb B. W., 1993, "A spectral line-based weighted sum-of-gray-gases model for arbitrary RTE solvers", Journal of Heat Transfer, 1993, Vol. 115, pp. 1004-1011.
- Denison M. K., Webb B. W., 1993, "An absorption-line blackbody distribution function for efficient calculation of total gas radiative transfer", Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 50, pp. 499-510.
- Denison M. K., Webb B. W., 1995, "Development and application of an absorption-line blackbody distribution function for CO₂", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, pp. 1813-1821.
- Denison M. K., Webb B. W., 1995, "The spectral line-based weighted sum-of-gray-gases model in nonisothermal nonhomogeneous media", Journal of Heat Transfer, Vol. 117, pp. 359-365.
- Denison M. K., Webb B. W., 1995, "The spectral line-based weighted sum-of-gray-gases model for H₂O/CO₂ mixtures", Journal of Heat Transfer, Vol. 117, pp. 788-792.
- Goody R, West R, Chen L, Crisp D., 1989, "The correlated-K method for radiation calculations in nonhomogeneous atmospheres", Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 42, pp. 539-550.
- Goody R. M., Yung Y. L., 1989, "Atmospheric Radiation", New York: Oxford University Press.
- Hottel H. C., Sarofim A. F., 1976, "Radiative Transfer", New York: McGraw-Hill Book Company.
- Howell, J. R. The Monte Carlo in Radiative Heat Transfer. Journal of Heat Transfer, 1998; 120: 547-560.
- Magel HC, Schnell U, Hein KR., 1996, "Simulation of detailed chemistry in a turbulent combustor flow", Twenty-Sixth Symposium (International) on Combustion/The Combustion Institute, pp. 67-74.
- Maurente A., Vielmo H. A., França F. H. R., 2006, "A Monte Carlo Implementation to Solve Radiation Heat Transfer in Non-uniform Media with Spectrally Dependent Properties", Submitted for JQSHT.
- Modest M. F., 1991, "The weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary Solution Methods in Radiative Transfer", Journal of Heat Transfer, Vol. 113, pp. 650-656.
- Modest M. F., 1992, "The Monte Carlo method applied to gases with spectral line structure", Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 22, pp. 273-284.
- Modest M. F., Zhang H., 2002, "The full-spectrum correlated-K distribution for thermal radiation for molecular gas-particulate mixtures", Journal of Heat Transfer, Vol. 124, pp. 30-38.
- Modest M. F., Singh V., 2004, "Engineering correlations for full spectrum K-distribution of H₂O from the HITEMP spectroscopic databank". In Radiation Transfer: Gas Mixtures. Fourth International Symposium on Radiative Transfer, Istanbul Turkey, 2004.
- Siegel R., Howell, J. R., 2002, "Thermal Radiation Heat Transfer", New York: Taylor & Francis.
- Sijerčić M, Stevanović Z, Belošević S., "Modeling of non-confined turbulent flow of two coaxial streams under combustion conditions", Mechanical Engineering, 1, pp. 981-988.
- Smith T. F., Shen Z., Friedman, J. N., 1982, "Evaluation of coefficients for the weighted sum of gray gases model", Journal of Heat Transfer, Vol. 104, pp. 602-608.
- Xue H, Ho JC, Cheng YM, 2001 "Comparison of different combustion models in enclosure fire simulation", Fire Safety Journal, 36, pp. 37-54.
- Wang A., Modest M. F., 2004, "High-accuracy compact database of narrow-band K-distributions for water vapor and carbon dioxide", In: Radiation Transfer: Gas Mixtures. Fourth International Symposium on Radiative Transfer, Istanbul Turkey, 2004.

6. Copyright Notice

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ACOPLAMENTO 3-D DA CONDUÇÃO- CONVECÇÃO PARA ESCOAMENTOS EM DUTOS RETANGULARES

Robson Leal da Silva

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) - Divisão Eng. Mecânica-Aeronáutica (IEM)
Pr. Marechal Eduardo Gomes, 50 - Vila das Acácias CEP 12228-900 – São José dos Campos – SP – Brasil
rlealsilva@hotmail.com

Ezio Castejon Garcia

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) - Divisão Eng. Mecânica-Aeronáutica (IEM)
ezio@ita.br

Resumo. Este trabalho tem como objetivo apresentar um modelo matemático e computacional para o estudo do acoplamento de dois modos de transferência de calor: condução e convecção, com distribuição de temperatura tridimensional (3-D) para escoamentos em dutos retangulares. Este acoplamento resulta dos balanços de energia realizados em elementos infinitesimais da parede do duto e que é estabelecido pela dependência destes modos com a distribuição de temperaturas. Esta distribuição surge devido às condições de contorno livres, ou seja, as temperaturas nas paredes não são prescritas, e ainda variáveis com a posição. Os resultados obtidos por simulação numérica, em código fortran, são avaliados para o caso de escoamento interno totalmente desenvolvido em dutos de seção retangular. A metodologia empregada considera a condução nas paredes do duto associada a convecção interna do fluido de trabalho. Os casos estudados foram para escoamento de ar com paredes construídas em aço-carbono, alumínio puro e cobre puro, cujas aplicações práticas estão associadas a dispositivos de ar condicionado e trocadores de calor. Foi desenvolvido um método numérico de solução iterativa do sistema de equações algébricas, obtido através da discretização por diferenças finitas. A convergência deste sistema de equações é obtida pela 1^a Lei da Termodinâmica (conservação da energia ou balanço global) e as distribuições de temperaturas são então obtidas em todo o domínio de cálculo (paredes e fluido). Considerando a parede de espessura fina, a condução é unidimensional; e, para a convecção são consideradas formulações e métodos de solução para o caso de temperaturas variáveis no perímetro da seção transversal de dutos. Os resultados obtidos para diversos materiais construtivos das paredes de dutos são apresentados e o comportamento de alguns parâmetros ao longo do eixo longitudinal do escoamento são comparados.

Palavras chave: acoplamento térmico, transferência de calor, métodos numéricos, condução, convecção.

1. Introdução

Em diversos sistemas térmicos, a exemplo de trocadores de calor, sistemas de ar condicionado e radiadores automotivos ou em satélites, existem simultaneamente mais de um modo de transferência de calor. Embora seja possível simplificar a análise destes dispositivos, considerando como relevantes apenas um dos modos (condução, convecção ou radiação), em muitas aplicações da engenharia somente o acoplamento de 2 ou 3 modos é capaz de representar fisicamente os parâmetros de controle desejados, além de permitir a análise quantitativa e qualitativa das contribuições de cada modo no fenômeno em estudo. Os resultados assim obtidos permitem entender o processo energético que acontece e maximizar o aproveitamento da energia disponível.

Com o objetivo de estudar situações onde pelo menos 2 modos de transferência de calor são importantes, no presente trabalho é considerado o caso de escoamento laminar em dutos retangulares onde os campos de velocidade e de temperatura estão totalmente desenvolvidos. As condições de contorno nas paredes variam com a posição e não são impostas, ou seja, são deixadas livres. Resultados disponíveis na literatura para dutos de seção retangular (Clark e Kays, 1953) consideram temperaturas constantes nas paredes e são prescritas (Shah e London, 1978). Resultados para temperatura constante na direção longitudinal e variável na direção transversal, foram obtidos por Garcia (1996) para o acoplamento (solução 2-D) da transferência de calor devido à condução, convecção e radiação, simultaneamente.

A condução ocorre nas paredes do duto e a convecção no fluido, em escoamento interno ao duto. A condução de calor é unidimensional (1-D) em uma dada seção, considerando que as paredes são de espessura fina, mas varia longitudinalmente. O escoamento externo entre o ambiente e paredes (superior e inferior) dos dutos dá origem a uma convecção livre e uma convecção forçada é dada pelo fluido que esco internamente ao duto, cuja formulação e método de solução para as configurações deste trabalho foram apresentados por Garcia (1996).

O acoplamento térmico 3-D da condução-convecção é utilizado para modelar um trocador de calor. Trata-se de um dispositivo bastante comum na engenharia térmica, no qual ocorre a troca de calor entre dois fluidos em temperaturas diferentes e separados por uma parede sólida, representada neste trabalho por um duto de formato retangular. As aplicações destes equipamentos são bastante abrangentes, a exemplo de produção de energia, recuperação de calor, aquecimento de ambientes e condicionamento de ar.

Foram estudados os comportamentos do coeficiente de convecção (h), do número de Nusselt (Nu) e das variações de temperaturas adimensionais ao longo do comprimento longitudinal de dutos. Os resultados pretendem demonstrar

que o número de Nusselt não é constante para a condição de temperaturas não-uniformes nas paredes. Conforme soluções analíticas apresentadas na literatura, existem correlações analíticas para o número de Nusselt de escoamentos laminares e turbulentos em dutos circulares e retangulares quando se estabelece condição de temperatura e/ou fluxo de calor constante para as fronteiras (paredes do duto), os quais resultam em valores de $Nu = \text{constantes}$, calculados pela seguinte expressão: $Nu = h.D_h / k_f$ (Moran et al, 2005; Kays e Crawford, 1980; Bejan, 1984).

2. Equações Governantes

Aplicando as hipóteses de escoamento laminar, incompressível, regime permanente, desprezando forças de campo ($\rho.g$), obtêm-se as equações à frente, obtidas da mecânica dos fluidos e transferência de calor, para representar a modelo de interesse. A equação da continuidade é descrita pela Eq. (1a) e (1b), da quantidade de movimento pela Eq. (2a) e (2b) e da energia pela Eq. (3a) e (3b).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (1b)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2a)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2b)$$

$$\rho \cdot c \cdot \left(\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial T_f}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) = +k_f \cdot \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} \right) \quad (3a)$$

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{u}{\alpha} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z} \quad (3b)$$

Onde u , v e w são as componentes cartesianas de velocidades nas direções x , y e z respectivamente, T_f é a temperatura do fluido, p é a pressão interna ao duto, dp/dz é o gradiente de pressão na mesma direção axial/longitudinal, t é o tempo, ρ é a massa específica do fluido, k_f é a condutividade térmica do fluido, c é o calor específico à pressão constante e α a difusividade térmica [$\alpha = k_f / (\rho \cdot c)$].

Para a viscosidade dinâmica (μ) de pequena ordem de grandeza, a exemplo dos fluidos ar e água, pode-se considerar efeito desprezível do atrito viscoso, o que corresponderia às equações de Euler. O escoamento é considerado na região de completamente desenvolvimento para o campo de velocidade (camada limite hidrodinâmica) e para o campo de temperatura (camada limite térmica). Nesta situação, o perfil de velocidade embora seja 2-D possui apenas a componente de velocidade u , ou seja, é unidirecional.

Figura 1 indica os eixos, o sistema de referências adotado e um esboço para o duto de seção retangular considerado para o uso das equações governantes das propriedades do escoamento em análise no trocador de calor modelado. São indicadas também as componentes de velocidade para os eixos x , y e z que são respectivamente w , v e u .

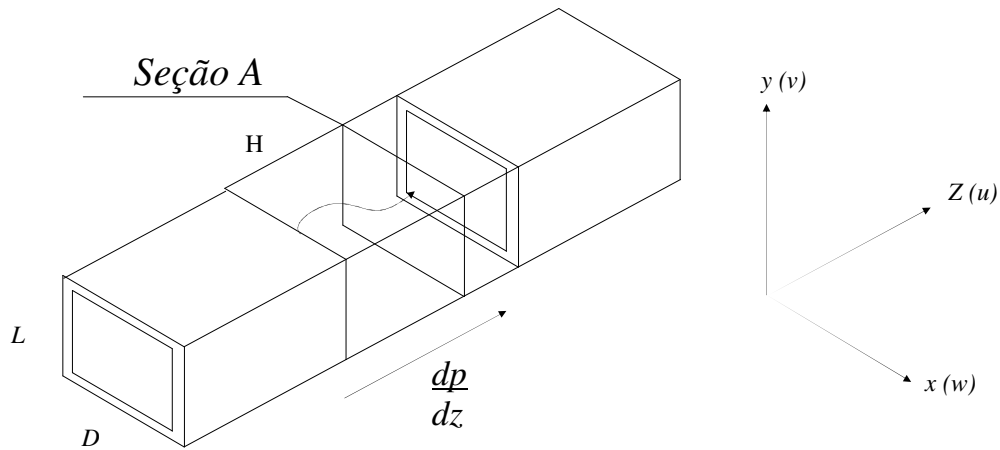


Figura 1. Escoamento em Duto Retangular com Acoplamento 3-D Condução-Convecção (Interna e Externa).

Para uma determinada seção de área A na Fig. 1, pode-se definir parâmetros de velocidade e temperatura de mistura do fluido, indicadas respectivamente por U_b e T_b , conforme indicados nas Eq. (4) e (5). T_b pode também ser referida como temperatura global, de referência, ou de mistura.

$$U_b = \frac{1}{A} \iint u \cdot dx \cdot dy \quad (4)$$

$$T_b = \frac{\int u \cdot T_f \cdot dA}{U_b \cdot A} = \frac{1}{A \cdot U_b} \iint u \cdot T_f \cdot dx \cdot dy \quad (5)$$

A formulação originalmente desenvolvida por Clark e Kays (1953) para dutos de seções retangulares, considera condições de contorno nas paredes com temperaturas prescritas, constantes na seção e na direção do escoamento. Conforme desenvolvido por Garcia (1996), é possível definir um valor para a temperatura média das paredes em uma determinada seção, T_{wm} , Eq. (6). Desta forma é possível desenvolver de maneira análoga à formulação original de Clark e Kays (1953), no qual resulta em uma nova expressão para a equação da energia, que é aqui indicada pela Eq. (7). No presente trabalho é obtido resultados 3-D resolvendo o sistema de equações para uma determinada seção ($z = n$) e em seguida para as seções posteriores ($z = n+1$), nas quais T_{wm} ainda será constante para cada seção “n”, porém variante para seções posteriores.

$$T_{wm} = \frac{\frac{1}{L} \cdot \int_0^L T_1(0, y) \cdot dy + \frac{1}{D} \cdot \int_0^D T_2(x, 0) \cdot dx + \frac{1}{L} \cdot \int_0^L T_3(D, y) \cdot dy + \frac{1}{D} \cdot \int_0^D T_4(x, L) \cdot dx}{4} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{u}{\alpha} \cdot \left(\frac{T_{wm} - T_f}{T_{wm} - T_b} \right) \frac{\partial T_b}{\partial z} \quad (7)$$

Onde T_1 , T_2 , T_3 e T_4 são as temperaturas em um elemento infinitesimal das superfícies das paredes 1, 2, 3 e 4, localizadas respectivamente na parte inferior, lateral direita, superior e lateral esquerda do duto na Fig. 1.

Para adimensionalizar as variáveis da formulação apresentada, serão aplicadas as seguintes considerações:

$$X = \frac{x}{D_h} \quad (8)$$

$$Y = \frac{y}{D_h} \quad (9)$$

$$\phi = \frac{a.(T_{wm} - T_f)}{U_b . D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz} \right)} \quad (10)$$

onde " D_h " é o diâmetro hidráulico para um perímetro " P_e ", sendo que " D_h " é definido como:

$$D_h = \frac{4A}{P_e} = \frac{2.L.D}{L + D} \quad (11)$$

Substituindo as Eq. (8) a (11) na Eq. (7), a equação da energia na forma adimensional fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = - \frac{u}{U_b} \cdot \frac{\phi}{\phi_b} \quad (12)$$

Na Eq. (12) " ϕ_b " é o valor de " ϕ ", definido na Eq. (10), para " T_f " substituído por " T_b ", isto é:

$$\phi_b = \frac{a.(T_{wm} - T_b)}{U_b . D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz} \right)} \quad (13)$$

Equação (12) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{dT_b}{dz} = \frac{a.(T_{wm} - T_b)}{U_b . D_h^2 \cdot \phi_b} \quad (14a)$$

que integrada resulta em:

$$T_b = T_{wm} - \frac{D_h^2 . U_b}{a} \cdot \frac{dT_b}{dz} \cdot \phi_b \quad (14b)$$

Aplicando Eq. (14b) na Eq. (10), resulta em:

$$T_f = T_{wm} - \frac{\phi . U_b . D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz} \right)}{a} \quad (16)$$

Substituindo a Eq. (16) na Eq. (5):

$$T_b = T_{wm} - \frac{D_h^2}{a.A} \cdot \frac{dT_b}{dz} \cdot \iint u . \phi . dx . dy \quad (17)$$

Substituindo Eq. (17) na Eq. (13), juntamente com as Eq. (8) e (9), obtém-se a temperatura de mistura na forma adimensional:

$$\phi_b = \frac{D_h^2}{A.U_b} \cdot \iint u . \phi . dX . dY \quad (18)$$

Pode-se calcular a taxa de calor por unidade de comprimento do dispositivo em função de T_{wm} e do coeficiente médio de convecção pela Eq. (19), à frente, ou então em função da variação de entalpia do fluido, dada pela Eq. (20).

$$q'_f = P_e \cdot \bar{h} \cdot (T_{wm} - T_B) \quad (19)$$

$$q'_f = \rho \cdot U_B \cdot A \cdot c_p \cdot \frac{dT_B}{dz} \quad (20)$$

Ao se igualar as Eq. (19) e (20), pode-se desenvolver a expressão resultante e realizar a integração entre uma seção de entrada (chamada de z_1) e uma de saída (chamada de z_2), que resulta na Eq. (21).

$$T_{b_{z_2}} = T_{wm} - (T_{wm} - T_{b_{z_1}}) e^{-\left(\frac{P_e}{2A}\right)^2 \cdot \frac{a}{U_b} \cdot N_u \cdot (z_1 - z_2)} \quad (21)$$

Pela Eq. (21), pode-se obter a variação de temperatura de mistura “ T_b ” no sentido longitudinal (eixo z) dividindo o duto em segmentos e aplicando o modelo numérico para cada um destes segmentos. Conhecendo-se a temperatura de mistura de entrada do duto (T_{b1}), após uma dada execução, uma temperatura de mistura de saída (T_{b2}) será obtida através desta expressão. Então faz-se $T_{b1} = T_{b2}$; e tem-se uma nova T_{b1} (como dado de entrada) para o próximo segmento, onde teremos uma atualização das condições de contorno, do campo de temperaturas adimensional (ϕ) e da temperatura de mistura adimensional (ϕ_b), conforme indicado nas Eq. (13), (14a) e (14b).

2.1. Condições de Contorno

As condições de contorno nas formas adimensionais são dadas por:

$$\phi(0, Y) = \frac{a \cdot (T_{wm} - T)}{U_b \cdot D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (22)$$

$$\phi(X, 0) = \frac{a \cdot (T_{wm} - T_2)}{U_b \cdot D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (23)$$

$$\phi(D/D_h, Y) = \frac{a \cdot (T_{wm} - T_3)}{U_b \cdot D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (24)$$

$$\phi\left(X, \frac{L}{D_h}\right) = \frac{a \cdot (T_{wm} - T_4)}{U_b \cdot D_h^2 \cdot \left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (25)$$

Para o caso especial de temperaturas constantes nas paredes, as Eq. (22) a Eq. (25) serão iguais a zero, e conseqüentemente as condições de contorno não serão funções de “ dT_b/dz ”, no qual este não é previamente conhecido. Este caso simplificado torna-se igual ao estudado por Patankar (1991).

Equações (12), (13), (14b), juntamente com as condições de contorno, Eq. (22) as (25), formam um conjunto de equações diferenciais para os quais os parâmetros “ ϕ ” e “ T_b ” são as incógnitas. A resolução deste sistema permite o cálculo do campo de temperatura do fluido, “ T_f ”.

Para o escoamento desenvolvido, o campo de velocidades possui valor máximo no centro do tubo e valor zero nas paredes, devido à condição de contorno de não-escorregamento. O gradiente de pressão entre a entrada e a saída do duto dp/dz na Eq. (2b), é uma condição imposta, respeitando a condição de escoamento laminar. A temperatura média do fluido “ T_b ” é definida para a secção de entrada e a variação da mesma ao longo do comprimento do duto é obtida pelo balanço de energia que relaciona as taxas de transferência de calor por condução e convecção em cada elemento longitudinal infinitesimal.

Tabela 1. Parâmetros Estabelecidos na Entrada do Duto ($z = 0$ m) para o fluido interno “ar”

T_b		300 (K)
Meio externo - Ar	$T_{externa}$	350 (K)
	$h_{externo}$	12 (W / m ² . K)
dp/dz		16 (Pa/m)
D		0,01 (m)
L		0,01 (m)
H		20 (m)

Para o cálculo de convecção interna, é necessário obter os coeficientes de convecção locais nas paredes.

2.2. Propriedades Termofísicas Utilizadas

O trocador de calor representado na Fig. 1 é composto paredes sólidas metálicas (Tab. 2), sendo que o escoamento interno pode ser dado por diversos fluidos (Tab. 3).

Tabela 2. Propriedades (a 300 K) para as Paredes dos Trocadores de Calor (Incropera e De Witt, 1998).

	k (W / m.K)
Aço Carbono Não-Ligado (Mn≤1%; Si≤0.1%)	60,5
Alumínio Puro (Al)	237,0
Cobre Puro (Cu)	401,0

Tabela 3. Propriedades dos Fluidos (a 300 K) em Escoamento Interno e Externo (Moran et al, 2005).

	AR
Calor Específico C_p [kJ/kg.K]	1,007
Massa Específica ρ [kg/m ³]	1,1614
Condutividade Térmica K_f [W/m.K]	26,3 x 10 ⁻³
Difusividade Térmica α [m ² /s]	22,5 x 10 ⁻⁶
Viscosidade Dinâmica μ [N.s/m ²]	184,6 x 10 ⁻⁷

2.3. Balanço de Energia

A análise de um elemento infinitesimal localizado nas paredes do duto, conforme demonstrado na Fig. 2, permite realizar o balanço de energia que estabelecerá as relações entre os fluxos de calor devido aos modos de transferência de calor no modelo, ou seja, o acoplamento condução-convecção em função da distribuição de temperaturas nas paredes.

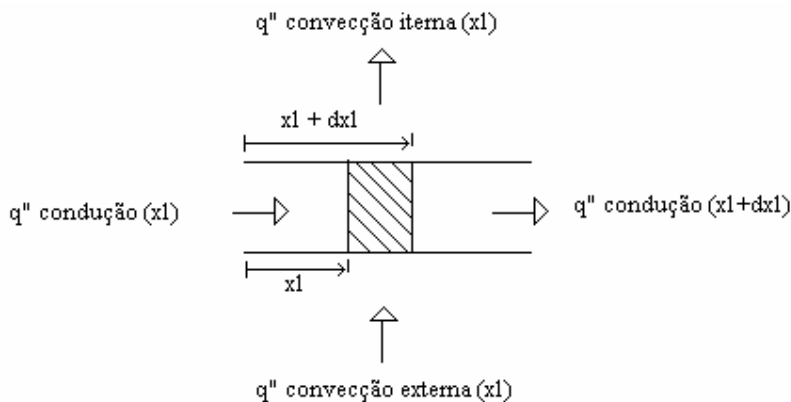


Figura 2. Balanço de Energia devido ao Acoplamento Condução-Convecção.

Assim, pelo princípio da conservação da energia ou 1ª Lei da Termodinâmica, em regime permanente, as quantidades de calor por unidade de comprimento longitudinal que entram no elemento devem ser iguais às quantidades que saem, ou seja, para uma dada parede (parede nº 1), resulta o balanço descrito pela Eq. (26). Balanços e equações semelhantes podem ser obtidas para as outras paredes 2, 3 e 4.

$$q''_{condução}(y_1) \cdot E_1 + q''_{convecção_externa_1} \cdot dy_1 = q''_{condução}(y_1 + dy_1) \cdot E_1 + q''_{convecção_interna_1} \cdot dy_1 \quad (26)$$

Desenvolvendo a Eq. (26), chega-se à seguinte relação:

$$\left[-K_1 \cdot \frac{dT_1}{dy_1} \right] \cdot E_1 + \{h_{externo}(y_1)[T_1(y_1) - T_{externa}]\} \cdot dy_1 = \left[-K_1 \cdot \frac{dT_1}{dy_1} - K_1 \cdot \frac{d^2T_1}{dy_1^2} \cdot dy_1 \right] \cdot E_1 + \{h_1(y_1)[T_1(y_1) - T_{b_interna}]\} \cdot dy_1 \quad (27)$$

e finalmente a:

$$K_1 \cdot \frac{d^2T_1}{dy_1^2} \cdot dy_1 \cdot E_1 = +h_1(y_1)[T_1(y_1) - T_{b_interna}] \cdot dy_1 - h_{externo}(y_1)[T_1(y_1) - T_{externa}] \cdot dy_1 \quad (28)$$

3. Implementação Numérica

Após realizar discretização por diferenças finitas, as equações algébricas obtidas para o campo de velocidade e de temperatura do fluido foram resolvidas pelo método de Gauss-Seidel. As equações discretizadas oriundas dos balanços de energia (acoplamento dos modos de transferência de calor condução-convecção) nas paredes (Fig.2) foram resolvidas pelo método TDMA (Patankar, 1982). Procedimento semelhante foi implementado por Garcia (1996). Figura 3 apresenta um fluxograma do método desenvolvido.

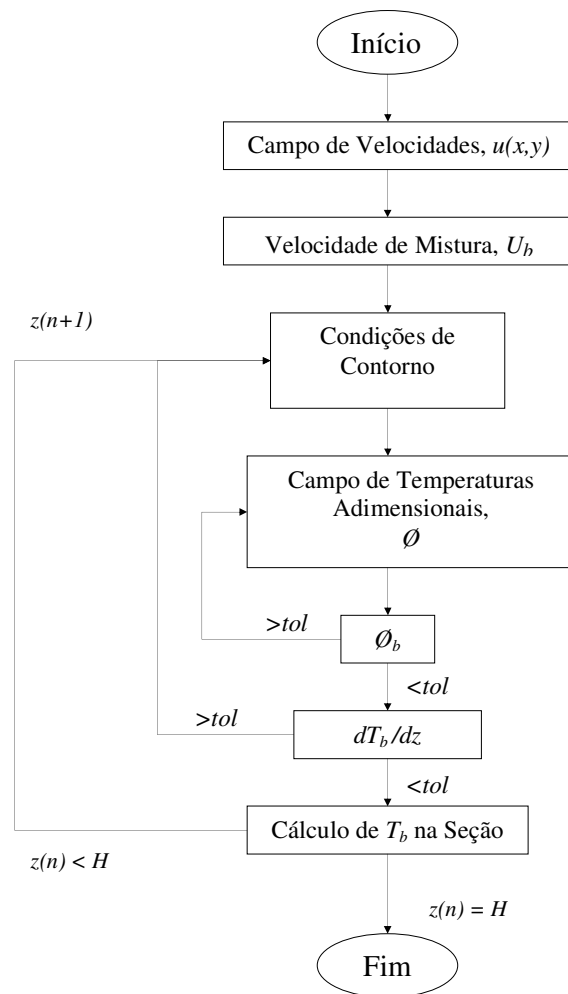


Figura 3. Fluxograma para Solução Iterativa do Modelo.

Após obter-se o campo de velocidade e valores inicialmente estimados para " T_{wm} " e " dT_b/dz ", as equações de contorno são montadas (Eq. 19 a 22). Na seqüência, a equação da energia na forma adimensional, Eq. (12), é resolvida. Uma convergência é obtida para " ϕ_b ", calculada pela Eq. (18), completando o primeiro laço iterativo, conforme indicado na Fig. 3. Após, um valor atualizado de " dT_b/dz " é calculado pela Eq. (14a). As condições de contorno são então recalculadas e uma nova solução para a equação da energia é obtida, completando o segundo laço iterativo.

Quando se obtém convergência numérica, o valor de " T_f " é calculado por meio da Eq. (16). Assim, têm-se as informações necessárias para determinar a variação de temperaturas entre duas seções do duto retangular; assim o valor da temperatura de mistura na seção seguinte, ou seja, $T_b(n+1)$ pode ser obtida. Desta forma obtém-se a variação 3-D da temperatura num intervalo de comprimento " H ". Na figura, " tol " representa o critério de convergência para " dT_b/dz ", para o campo de temperaturas adimensional e também para os coeficientes locais de convecção, tendo sido considerado igual a 10^{-5} .

4. Resultados

Foram obtidos resultados para um dado trocador de calor, conforme parâmetros da Tab. 1, operando com ar (propriedades dadas pela Tab. 3), considerando como materiais de construção das paredes em aço carbono, alumínio e cobre puro (Tab. 2). São apresentadas comparações de escoamentos internos e de materiais construtivos, sob análise quantitativa (desta forma é possível dimensionar o comprimento necessário do dispositivo para o qual se deseja implementar uma dada troca de calor).

4.1 Gradientes Longitudinais

Figura 4 apresenta a variação dos gradientes das temperaturas de mistura do fluido “ T_b ”, e médias das paredes “ T_{wm} ”, para os primeiros dez metros de dispositivo (embora tenham sido obtidos resultados numéricos até vinte metros de comprimento, aqui não apresentados). As mesmas informações contidas na Fig. 4 são visualizadas de outra maneira na Fig. 5, utilizando uma mesma escala adimensional (apresentada na legenda desta) para todas as situações estudadas.

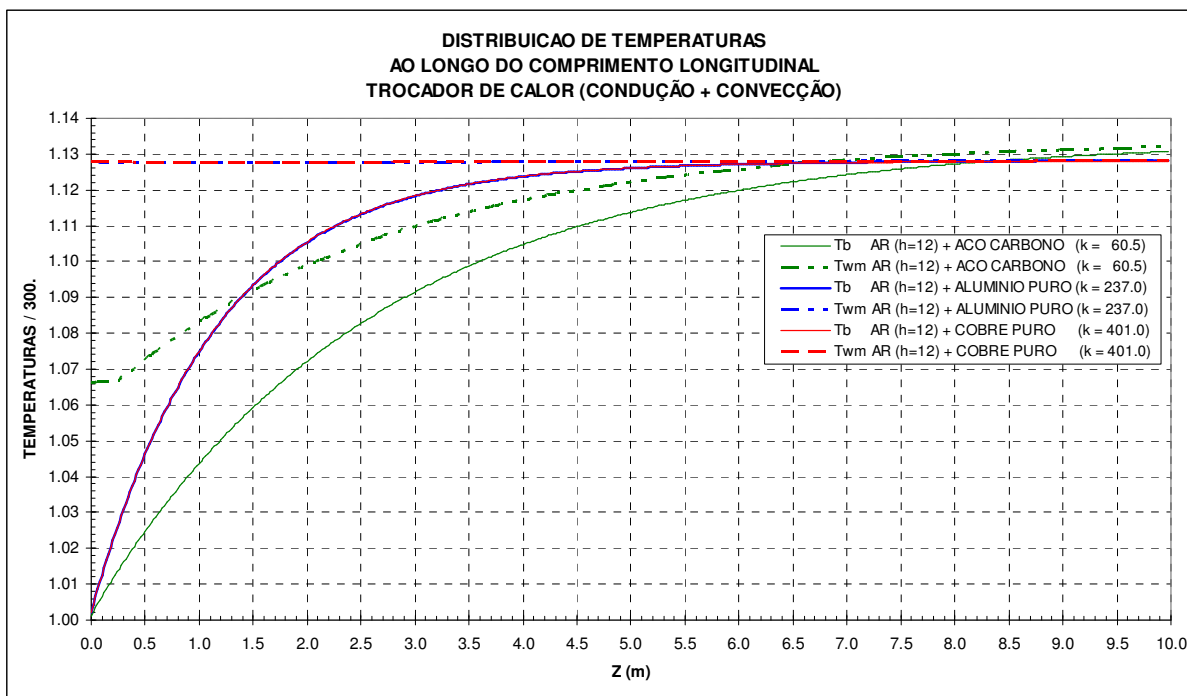


Figura 4. Gradientes de Temperatura de Mistura do Fluido e das Médias das Paredes.

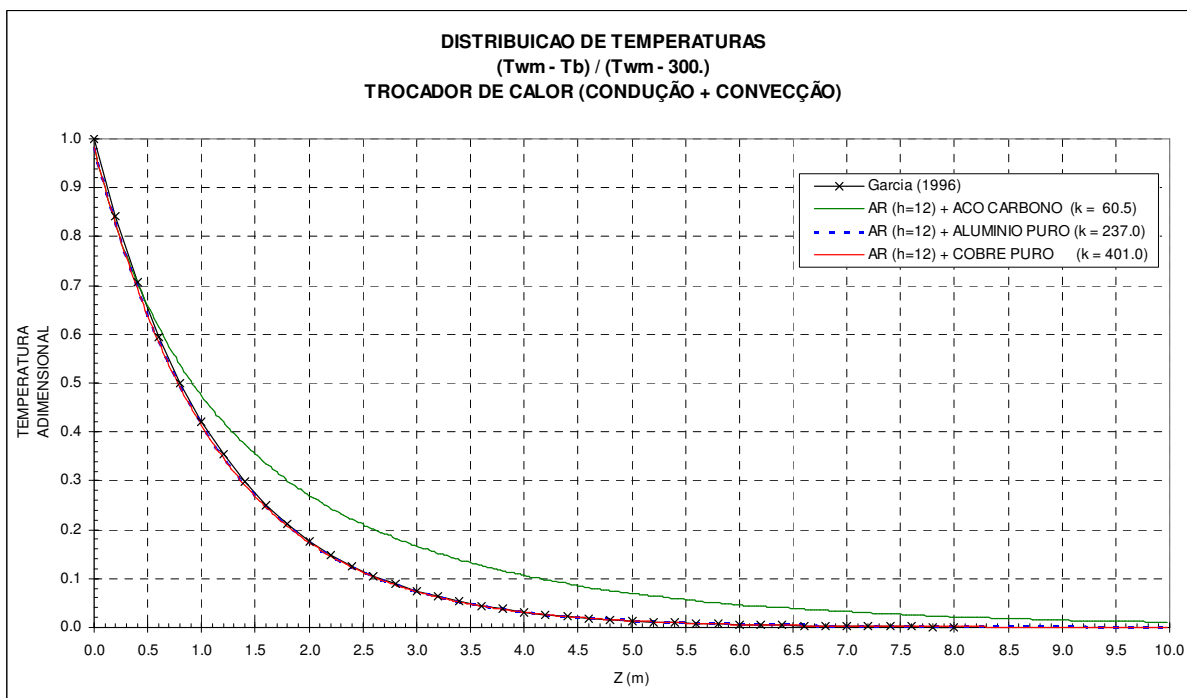


Figura 5. Distribuições das Temperaturas Adimensionalizadas.

Considerando o ar como fluido de trabalho, os resultados de Garcia (1996) indicam que não existe troca de calor significativa após $z = 5$ m, para a condição de acoplamento 2-D da condução-convecção-radiação. Conforme indicado

na Fig. 4 e 5, há troca de calor significativa até $z = 8$ m quando se considera parede do duto em aço-carbono, e até $z = 6$ m quando feitas de alumínio ou cobre puro, para a condição de acoplamento 3-D da condução-convecção. Sem considerar o efeito da transferência de calor por radiação, as diferenças acontecem porque os resultados do modelo atual consideram as temperaturas das paredes e do fluido variantes ao longo do sentido longitudinal (solução 3-D), enquanto que o trabalho de Garcia (1996) faz referência às temperaturas variantes na seção transversal da parede, porém constantes no sentido longitudinal (solução 2-D). Percebe-se que ao se utilizar alumínio ou cobre, a troca de calor condução-convecção é intensificada uma vez que a temperatura de mistura do escoamento rapidamente atinge a temperatura média das paredes.

A temperatura de mistura tem elevação mais acentuada na direção longitudinal (Fig. 5), onde o numerador da expressão $(T_{w_m} - T_b) / (T_{w_m} - 300.)$ é maior na solução apresentada no presente trabalho do que o apresentado por Garcia (1996). A expressão apresentada representa a proximidade entre a temperatura do fluido e paredes, ou seja, a existência de troca de calor dada pela diferença de temperaturas em cada seção. Quanto menor o seu valor, menor será a troca de calor entre o fluido e paredes.

Analisando as trocas de calor apresentadas, trocadores de calor de alumínio e cobre mostram-se adequados para equipamentos compactos. Comprimentos maiores são requeridos quando se utiliza o aço-carbono, sendo este, no entanto, como é sabido, um material de menor custo.

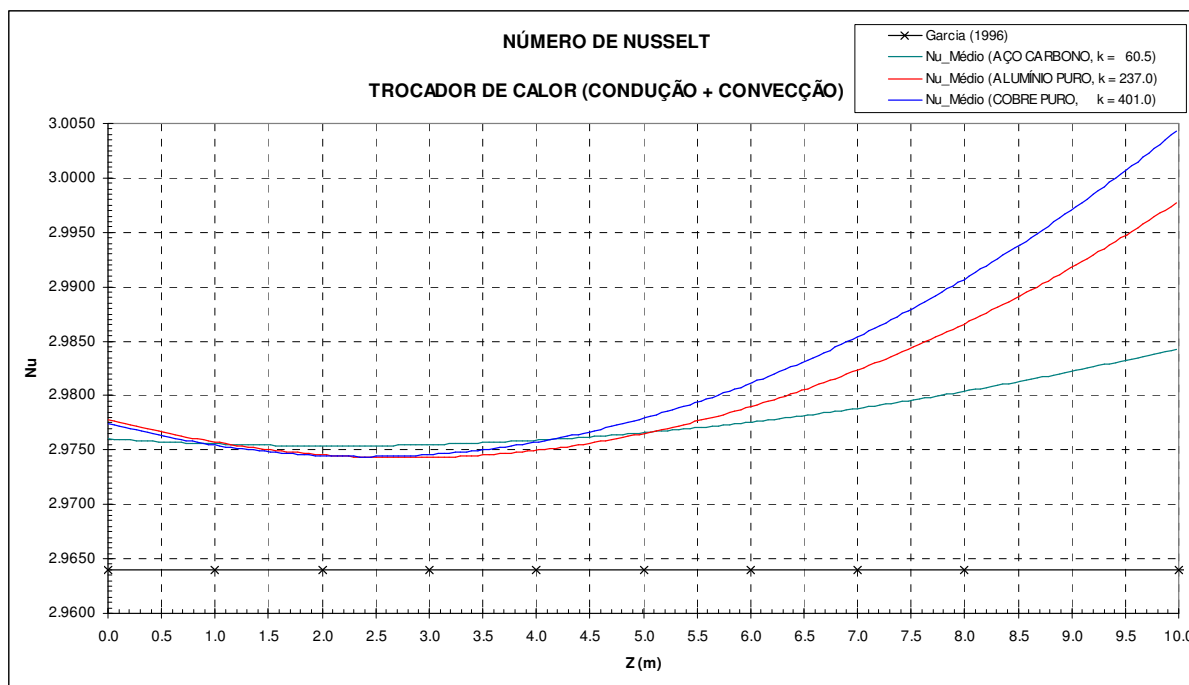


Figura 6. Número de Nusselt – T. C. com AR para Diversos Materiais.

O valor médio do número de Nusselt ($Nu_{médio}$) do escoamento, obtido para cada seção transversal do duto retangular (coordenada Z), com os 3 materiais de trabalho são indicados na Fig. 6. Nota-se de maneira bem definida que os valores encontrados são variáveis para a condição estabelecida de temperaturas nas paredes não-prescritas e variantes. Resultados da literatura (Moran et al, 2005; Kays e Crawford, 1980; Bejan, 1984) indicam valores de Nu constantes, sendo função apenas da razão de aspecto (L/D), quando são estabelecidas condições de contorno de temperatura ou fluxo de calor constante.

4.2 Campo de Temperatura

Uma vez obtidas as temperaturas de mistura, o algoritmo de solução permite calcular o campo de temperaturas em todo o domínio computacional. As soluções obtidas, após convergência numérica, para algumas seções longitudinais ($Z = 0, 2, 4$ e 6 metros) são mostradas nas Fig. 7 e 8.

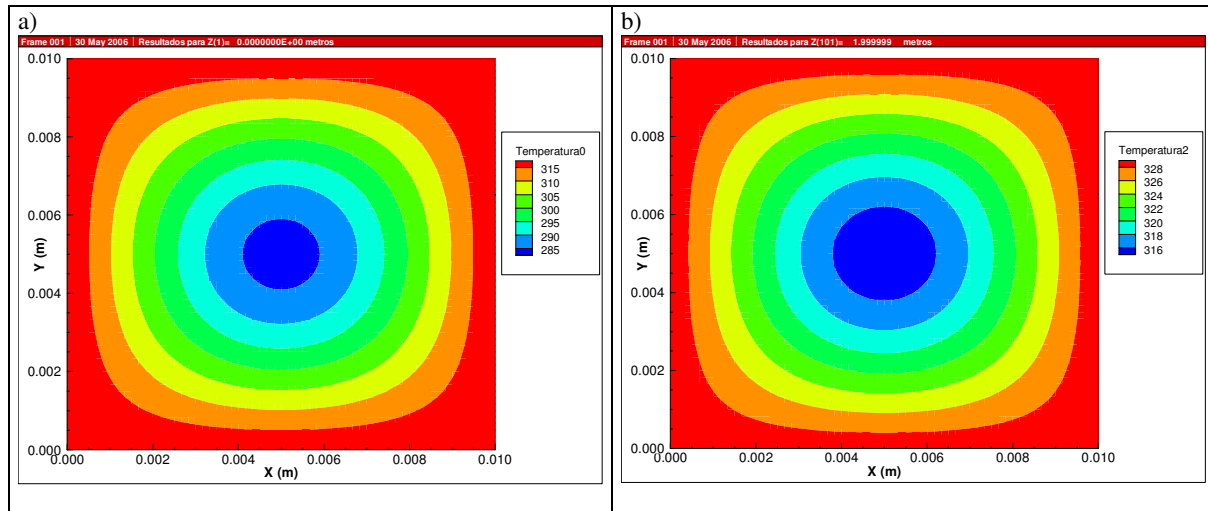


Figura 7. Campo de Temperatura para a seção de entrada, $z = 0$ m (a), e $z = 2$ m (b). Temperatura em K.

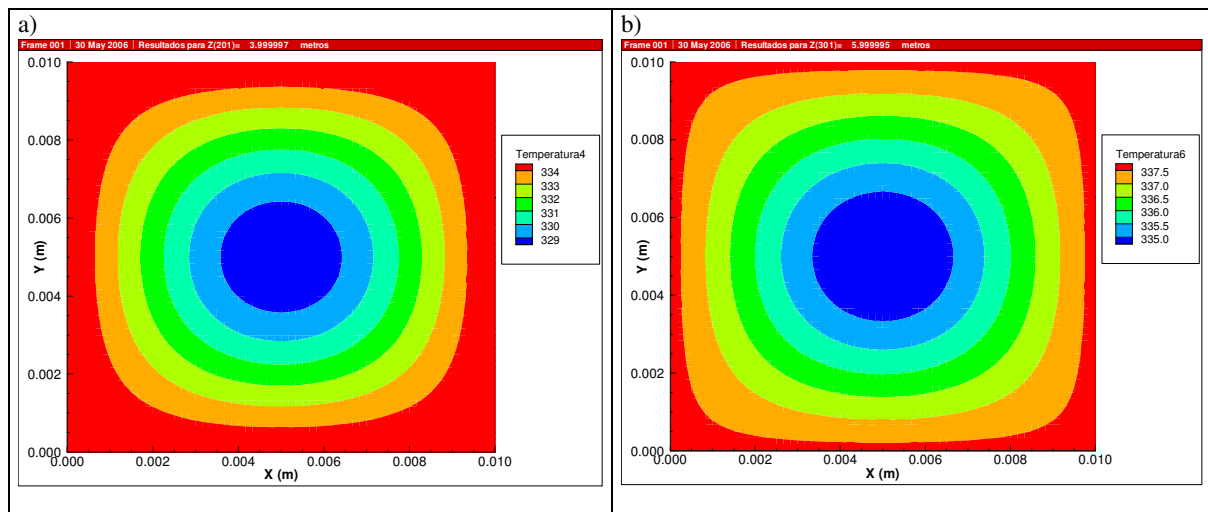


Figura 8. Campo de Temperatura para as seções $z = 4$ m (a) e $z = 6$ m (b). Temperatura em K.

Percebe-se que as escalas de temperaturas são crescentes conforme se avança no comprimento longitudinal $Z(m)$, representando o gradativo aumento das temperaturas do fluido devido ao acoplamento condução-convecção existente. Estes valores estão associados também aos gradientes de temperaturas e “ Nu ” obtidos, representados nas Fig. 4, 5 e 6.

5. Conclusões e Trabalhos Posteriores

Foi desenvolvido um modelo computacional que apresenta um avanço quanto àquele descrito por Garcia (1996), visto que o presente trabalho possibilita a análise 3-D do acoplamento da condução-convecção. Em relação ainda ao trabalho de Garcia (1996), o presente trabalho demonstra uma maior abrangência da metodologia de aproximação para temperaturas das paredes constantes longitudinalmente (Clark e Kays, 1953). Os resultados obtidos para o acoplamento condução-convecção em dutos retangulares são consistentes com o funcionamento e aplicação de trocadores de calor existentes, nos quais o aumento da troca de calor está diretamente relacionado com o tamanho do trocador.

Para trabalhos posteriores, considerando a metodologia aplicada, pretende-se obter resultados para operação do sistema térmico utilizando como fluidos de trabalho água e óleo. Desta maneira, o universo de aplicações possíveis para a ferramenta computacional desenvolvida será ampliado. Outras implementações futuras no atual modelo serão: a) acoplar mais um modo de transferência de calor, a radiação térmica, no sistema de equações; b) estudar o campo de geração de entropia devida às trocas de calor; c) analisar o efeito da dissipação viscosa na equação da energia.

6. Agradecimentos

O primeiro autor agradece ao seu orientador, Ezio Castejon Garcia, pelo suporte dado ao presente trabalho e na atuação sempre presente no contexto do programa de estudos de doutorado que vêm sendo desenvolvido desde agosto de 2005, e também à colaboração de Aletéia Marcelle Primão da Silva nos arranjos deste artigo e apoio recebido na vida conjugal.

7. Referências

- Bejan, A., 1984, "Convection Heat Transfer", Ed. Wiley, New York, USA.
- Clark, S. H., e Kays, W. M., 1953, "Laminar Flow Forced Convection in Rectangular Tubes", Transactions ASME, Vol. 10, pp. 859-866.
- Fox, R. W., McDonald, A. T., 1995, "Introdução à Mecânica dos Fluidos", 4ª Edição, Ed. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, Brazil.
- Garcia, E. C., 1996, "Condução, Convecção e Radiação Acopladas em Coletores e Radiadores Solares", ITA-Tese de Doutorado, São José dos Campos, Brazil.
- Incropera, F. P., De Witt, D. P., 1998, "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa", Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brazil.
- Kays, W. M., e Crawford, M. E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", Ed. McGraw-Hill, New York, USA.
- Moran, M. J. et al, 2005, "Introdução à Engenharia de Sistemas Térmicos: Termodinâmica, Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor", Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brazil.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington, USA.
- Patankar, S. V., 1991, "Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer", Innovative Research, Maple Grove, USA, 354 p.
- Shah, R. K. and London, A. L., 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", Advances in Heat Transfer, Academic Press, New York, USA.

NUMERICAL SIMULATION OF 3-D CONDUCTION-CONVECTION COUPLING IN RECTANGULAR DUCT FLOWS

Robson Leal da Silva

Technological Institute of Aeronautics (ITA) – Mechanical-Aeronautical Engineering (IEM)

Pr. Marechal Eduardo Gomes, 50 - Vila das Acácias CEP 12228-900 – São José dos Campos – SP – Brasil

rlealsilva@hotmail.com

Ezio Castejon Garcia

Technological Institute of Aeronautics (ITA) – Mechanical-Aeronautical Engineering (IEM)

ezio@ita.br

Abstract

The aim of this work is to present a mathematical and computational model for studies in the coupling of the two heat transfer modes that are, conduction and convection, with 3-D temperature distributions in rectangular duct flows. The coupling of equations appears in the energy balancing at finite elements of the duct walls where there are transfer modes and temperature distributions dependencies. That distribution arises as free boundary conditions, i.e., temperatures at boundaries are not prescribed and are also variable according to its position. The results obtained from numerical simulation, FORTRAN code, are evaluated for internal flows fully developed in ducts of rectangular sections. Methodology applied considers conduction at the duct walls associated to internal convection from the working fluid. Cases were analyzed for air flow in carbon-steel, pure aluminum and pure copper, which are applicable to mechanical devices as air-conditioning and heat exchanges. It was developed a numerical method of iterative solution for the systems of algebraic equations obtained, that consists in finite differences discretization. Convergence for the equations system is obtained by the first law of thermodynamics (energy conservation or global balance). Temperature distributions are obtained in the whole computational domain (walls and fluid). Considering the walls of small thickness, the conduction is 1-D; and for the convection are considered formulations and solution methods for variable temperatures on the perimeter of the rectangular duct section. The results obtained for various duct wall materials are presented and the main parameters are compared along the flow longitudinal axis.

Keywords: thermal coupling, heat transfer, numerical methods, conduction, convection

OPTMIZATION OF RADIATIVE HEAT TRANSFER INSIDE GREENHOUSES

Washington Braga

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brazil
wbraga@mec.puc-rio.br

Abstract. This paper presents a multi-objective procedure based on a fully elitist genetic algorithm, GA, able to optimize the radiative heat transfer inside greenhouses used to grow crops. Details of the genetic algorithm used is presented herein but the focus is on the heat transfer. The decision variables are the tube temperature and tube radius, that affects directly the entalphy heating flow, and the tube location. In some studies, the cavity aspect ratio (height to width) is also considered as another decision variable. The influence of the genetic algorithm parameters, such as the size of the initial and following generations, and heat transfer parameters such as cavity aspect ratio and the surface emissivities are discussed herein. A new filter, based on a local gradient, is introduced in order to generate more efficient populations. The results show clearly that with proper consideration, very good results may be obtained with reasonable computational effort.

Keywords. Optimization, multi-objective, genetic algorithm, radiation heat transfer, greenhouses

1. Introduction

Due to the ever increasing fuel and heat production costs coupled to gradually more stringent environmental restrictions, many efficiency analyses in mechanical systems have been developed. Among others, thermal systems have been receiving greater attention lately perhaps due to their widespread applications (e.g. Boehm, 1987). One of the many areas in which Radiative heat transfer is most relevant is on greenhouse thermal designs, in which hot-water circulating inside tubes is used to keep the crop at the desired temperature level and produce the required heating. A preliminary study involving greenhouse efficiency analysis was made by Teitel & Tanny (1998) that analyzed a very simplistic model for the greenhouse thermodynamics and concluded that the heating pipes should be installed as close as possible to the crop. Unfortunately, many simplifications were introduced on their investigation. For instance, their study neglected the blocking effect of radiation coming from one surface (the crop) towards the others surfaces (ground, ceiling and the other crop) due to the presence of the pipe (resulting on a very stringent criteria for the tube radius), the likely solar heating occurring mostly over one of the surfaces, the influence of gas participation on the radiation heat transfer, and the convective heat transfer. Recently, the present author implemented a multi-objective genetic algorithm able to handle the many objetive functions that appear during the optimization study for greenhouses. This allowed a more realistic study that removed some of those restrictions and investigated how to increase greenhouse efficiency using adequate tube sizing and its location (Braga, 2006).

From the literature, only the work developed by Vollebregt & Braak (1995) that modelled the internal greenhouse radiative and convective flows was found, although without any optimization analysis. However, the internal heating configuration (bank of 5 vertical tubes) used in their study was quite different from the one used by Teitel & Tanny (1998) and their results could not be used for comparison. The main objective of the present paper is to describe details not shown previously about the implementation of the genetic algorithm and on the optimization of the radiative heat transfer. The optimization study of the combined Radiative + Convective thermal effects will be made in a subsequent phase of the present investigation.

2. Physical Model

Consider a rectangular greenhouse such as the one displayed on Fig. 1. Following Teitel & Tanny (1998), the aspect ratio $H = L_2 / L_1$ may shift from 1 (for roses) to 3 (for tomatoes). At this stage, the enclosure is considered to be infinitely long. Surfaces 2 (left) and 4 (right) simulate the crop. The heating pipe, of diameter D , is to be located at a position defined as (x_D, y_D) . Results shown here were obtained under the assumption that all plane surfaces have the same emissivity while the tube emissivity is a design parameter, smaller than the others. As it is known from the literature (e.g. Siegel and Howell, 2002), the emissivities for nonconductors are usually higher than for conductors. Results shown herein were obtained considering $T_1 = 293 \text{ K} = T_2 = T_4$ and T_3 (the ambient) = 283 K. The tube temperature, T_{tube} , is considered to be one of the parameters to be estimated following the optimization analysis. External radiation (coming from the Sun, for instance) reaches the greenhouse at a specified angle. For simplicity, in the present work, surface 3 is a virtual one, although it could be modified to be a physical one, such as a glass panel, for instance.

Hot fluid (water, for instance) is pumped throughout the tube to heat the greenhouse walls directly by radiation and indirectly by Convection. As it is known, both the radiative and the convective heat transfer depend on physical parameters such as the temperatures, the thermal properties, but also on the geometry and those are to be optimized herein. As previously mentioned, the present work deals only with Radiation and the geometric aspects are handled using configuration factors for diffuse surfaces (specular surfaces could also be handled but those are simply not feasible for greenhouses). This is discussed next.

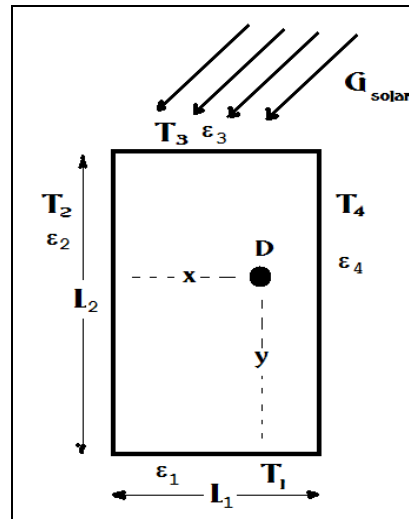


Figure 1. Greenhouse Geometry.

3. Radiative Geometric Configuration Factors

Configuration factors take care of the relative geometry of all surfaces involved in the balance of energy, that is, the First Law of Thermodynamics. In the current situation, a rectangular cavity, most of such factors are easily calculated but not those associated to the tube surface. A careful analysis of Fig. 2 indicates that there are two particular, generically speaking, tube locations to be considered. In the first one, the tube is located to the left of the cavity diagonal linking the corner of surfaces 2 and 3 and the corner of surfaces 1 and 4. This region will be named as region A. In the second, the tube is located to the right of the same diagonal, region B. If the heating tube is located in region A, clearly it will not affect the radiative heat exchange between surfaces 3 and 4, but it will definitely alter the exchange between surfaces 1 and 2. Details of the geometrical considerations involving all such factors are given elsewhere (Bastos & Braga, 2004).

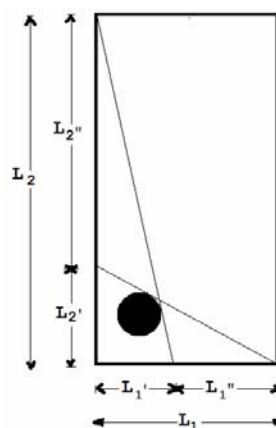


Figure 2. Auxiliary Surfaces for Configuration Factors

4. Mathematical modeling

Defining as usual the radiosity, J , as the total radiant energy leaving a surface, herein considered as a gray diffuse one; E_b as the total, hemispherical emissive power of a black body; ϵ as the total, hemispherical emissivity of a gray

surface; Q as the net radiation transfer from a surface which area is indicated by A ; and H_i is the external (i.e. from the sun) heat transfer reaching the i -surface, the energy equation may be written as (e.g. Braga, 2004):

$$\frac{Q_i}{A_i} + H_i = J_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \quad (1)$$

The above summation goes from 1 to N (including the pipe surface). The radiosities are obtained from:

$$J_i - (1 - \epsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j = \epsilon_i E_{bi} + (1 - \epsilon_i) H_i \quad (2)$$

As it may be noticed, Eq. (2) defines a set of N equations with N unknowns, the radiosities J_i . For the problem under consideration, as all surface temperatures are specified, a set of linear equations are to be solved by standard methods. More interesting situations could be those in which some heat fluxes are considered. However, for a standard greenhouse, such situations have no practical meaning and were, therefore, disregarded.

Once the radiosities are found, the heat flux at all surfaces may be calculated, using Eq (1). In order to evaluate the effectiveness of the proposed thermal system in relation to others, a greenhouse thermal efficiency must be defined. For the present considerations, efficiency is defined as the ratio between the total heat reaching both the left and the right crops and the total heat input into the cavity, that is, the sum of the energy transferred by the pipe to the external heating. Clearly, other definitions are available but the one chosen here avoids larger than unity metric and is directly affected by the thermal participants, if you will. So,

$$\eta = \frac{Q_2 + Q_4}{Q_{\text{tube}} + G_{\text{solar}}} \quad (3)$$

Clearly, for any set of variables (T_{tube} , y_D , D , H), herein called the physical environment (the whole set of these defines the decision or search space), a different solution to the system of equations defined by Eq. (2) will result and a corresponding greenhouse efficiency defined by Eq. (3) will be obtained.

5. Problem Definition

In order to deal with an interesting and realistic situation, the problem to be solved here is stated in terms of finding the optimum for Equation (3) able to satisfy some constraints, both geometric (such as sizes), thermal (such as temperature levels) or specified heat fluxes at both crops and the tube. It may be formulated as:

$$\text{Maximize } f_1 = \eta = f(H, D, y_D, T_{\text{tube}}) \text{ -- the thermal efficiency} \quad (4)$$

$$f_2 = 1 / (T_{\text{tube}} D^2) \text{ -- the heating function} \quad (5)$$

Eventually, it is also considered that the amount of energy reaching the upper region of the crop (vertical walls of the cavity) has to be equal to (or at least less than) some prefixed value Q_{upperS} in order to allow adequate crop growth and to avoid surface burning. This constitutes a restriction, $Q_{\text{upper}} = Q_{\text{upperS}}$ (project specification), implemented as a third objective function as:

$$f_3 = |Q_{\text{upperS}}| / |Q_{\text{upperS}} - Q_{\text{upperC}}| \quad (6)$$

In the above set of equations, the symmetry of the problem was considered (the tube is set in the horizontal center of the cavity) without loss of generality. The second objective function, defined by equation (5), indicates that the heating effect, caused by the Convective flow inside the tube, is a function of the enthalpy flow and must be minimized. For the present purposes, this may be represented as:

$$\dot{m} \Delta h \propto T_{\text{tube}} A_{\text{tube}} \propto T_{\text{tube}} D^2 \quad (7)$$

There are also a set of restrictions specified to reduce the search space (and the computational effort). Unless stated elsewhere, they are:

- H, the cavity aspect ratio: $1 < H < 4$
- R, the radius of the heating tube: $0.02 < R < 0.15$
- T_{tube} , the tube temperature: $293\text{K} < T_{\text{tube}} < 493\text{K}$

A feasible solution is one that will satisfy all imposed limits and restrictions. An optimal environment will achieve maximum performance at minimal cost, without violating the imposed heat transfer limitations. Figure 3 indicates a typical distribution of the objectives functions and the imposed restriction as function of the tube radius. As it may be seen, it is not straight finding the best solution in cases like that.

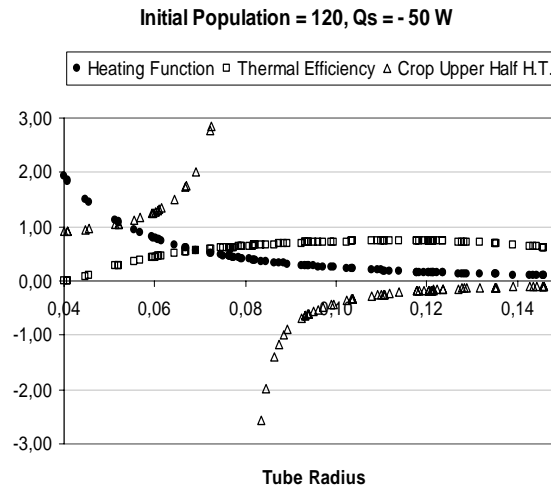


Figure 3. Objective Functions.

The initial attempts to solve this problem involved the search for a single objective function, combined properly scaled the (first) two or the three functions previously mentioned. Several combinations were tried but the results were always poor and were dropped. It was understood that obtaining a suitable combination of weights is not an easy task. The usage of Lagrange multipliers did not work but in a small number of cases, due to a very ill conditioned Hessian matrix. A good candidate for an optimization method should have at least some characteristics, besides being able to handle the problem. It has to be robust, easy and cheap to be implemented, and it should not depend heavily on the numerical aspects, specially considering that the next phase of this project will involve some computational fluid dynamics code. In order to avoid handling ill conditioned matrices, a search algorithm based on evolutionary algorithms (Davalos & Rubinsky, 1996) was implemented. As it is known, such algorithms are adaptive search procedures loosely based on the Darwinian notion of evolution and have a clear advantage over those based on the Hessian matrix as they do not require singular or near singular matrix inversions. In what follows, a very brief general description on the methodology behind such algorithms will be made in order to properly pose the modifications introduced together with the discussion towards the use on such a complex situation.

6. Optimization Method

Evolutionary algorithms (EAs) are being used to allow quick and efficient optimization studies, having already achieved a reference level among other optimization methods. Beginning with an initial, perhaps randomly chosen population of possible solutions, chromosomes in EAs parlance, those set of variables that result on the best, most suitable values for the fitness (or objective) function are selected according to some pre-specified criterion, to breed the next generation. For situations in which a single fitness function is available (for instance, whenever a single function combining all the requirements is obtained), standard EAs procedures involving selection, pairing, crossover and mutation operators take care of the optimization procedure with proven results (Goldberg, 1999). However, in many real world problems, there is more than a single objective function. In the present situation, for instance, one is interested in finding the environment (the set of design or decision variables) that represents a trade off between the quality (highest possible thermal efficiency) and that at the same time, the low cost (or correspondingly, the smallest possible heating condition) among all feasible solutions. That is, often, there are more than one objective functions and they are competing ones (see Fig. 3).

In such problems, in general, there is no more sense to talk about a single, best (optimum) solution. Instead, the goal now is to calculate an assembly of solutions, generically called the Pareto set, hopefully with small (computational) effort, in which no other solution in the search space is superior to those in the Pareto set, when all

objectives are considered. To illustrate this, figure 4 represents three feasible solutions for a situation having two objective functions.

After an analysis of the results, environment 3 may be discarded as environment 2 is clearly a better solution. However, among envs 1 and 2, no elimination is possible. The set of feasible solutions obtained after some generations (the iterative procedure) usually contain some solutions that may be discarded due to the concept of dominance, Deb (1999) that indicates that solution A is said to dominate solution B if all objective components of A is bigger (for a maximization problem) than those of B. In figure 4, environment 2 dominates environment 3. The set of non-dominated solutions is theoretically but not necessarily the optimal set of solutions. Two metrics are available to indicate if the optimal Pareto set is actually obtained: diversity and convergence. As the size of this set may become larger than practical, solution niching is the additional size reduction mechanism used, dropping solutions that are too close to others, according to some criterion.

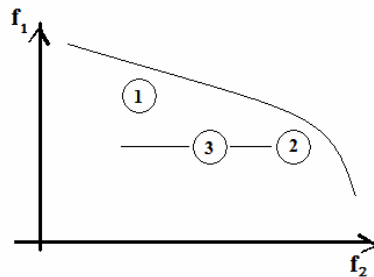


Figure 4. Assembly of Solutions.

7. Solution Procedure and Results Analysis

All results to be shown were obtained following roughly the same routine. Initially, physical parameters (such as emissivities, Solar Radiation, cavity surface temperatures) are set as well as the size of the initial population (from 25 to 120. Subsequent populations could have as few as 26 individuals going up to 110), the crossover and the mutation probabilities. The number of generations was set to 5, considered sufficient for the present purposes assuring convergence in all situations. Table 1 indicates best results for a single run, indicating that 5 generations are sufficient for engineering purposes to allow convergence. Such result is not affected by the number of individuals in each generation.

Table 1. Partial Results for the first 5 generations. Two Objective Functions Case.
Shaded areas indicate the heating function and the thermal efficiency obtained for the best result for each generation.

	Temp Tube [K]	y (tube) [m]	D/2 [m]	H [m]	Heating Function	η
1st gen	440,7	2,295	0,116	3,216	0,1686	73,6%
	433,3	2,112	0,111	3,104	0,1867	73,5%
	428,5	2,000	0,108	3,033	0,1997	73,2%
	422,2	1,856	0,104	2,939	0,2190	72,7%
2nd gen	438,4	2,163	0,114	3,163	0,1768	74,1%
	433,4	1,999	0,108	3,034	0,1973	73,5%
	429,3	1,999	0,108	3,041	0,1982	73,4%
	428,6	1,999	0,108	3,033	0,1998	73,2%
3rd gen	429,3	1,763	0,102	3,040	0,2232	74,4%
	422,8	1,763	0,102	3,034	0,2280	74,0%
	441,6	1,249	0,090	2,715	0,2794	72,7%
	405,0	1,546	0,094	2,696	0,2811	69,9%
4th gen	441,9	1,770	0,103	3,042	0,2145	75,1%
	429,3	1,763	0,102	3,040	0,2232	74,4%
	422,8	1,763	0,102	3,034	0,2280	74,0%
	425,5	1,652	0,100	2,923	0,2359	73,5%
5th gen	441,9	1,770	0,103	3,042	0,2145	75,1%
	438,8	1,510	0,098	2,936	0,2359	74,5%
	434,5	1,510	0,097	2,907	0,2430	74,1%
	425,9	1,510	0,095	2,849	0,2580	73,0%

At each generation, the dominated solutions were filtered and the following population was generated using the individuals that best obeyed the objective function f_3 (the restriction): elitism has been observed to speed up GA performance, Deb *et al* (2002), and it is used whenever necessary. In the following subsection, generically obtained results will be given. After that, some special considerations were implemented slightly altering this routine and the final results were obtained. The general solution procedure is indicated on Fig. 5.

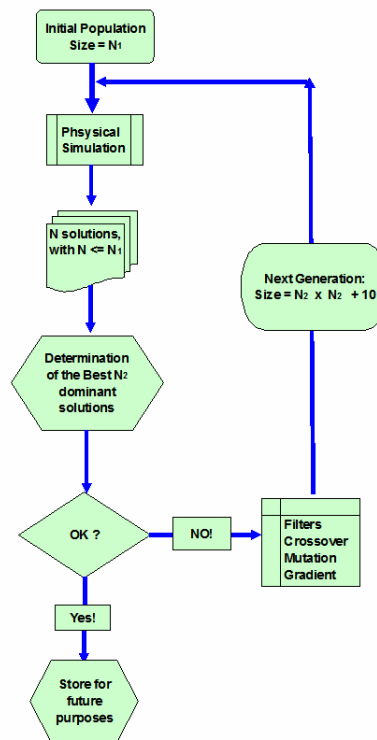


Figure 5. Solution Procedure.

In such figure, N_1 is the size of the initial population, N_2 , a number ranging from 4 to 10, that defines the size of the following generations given by $N_2^2 + N_3$, where N_3 indicates the number of terms introduced by mutation and by the gradient method introduced here, always kept equal to 10. The gradient filter uses local estimatives for the gradients of the three objective functions to generate new individuals for the following generations. For this problem, this filter gave results quite superior to any other.

7.1. Search for the Unique Solution

As it is known, one of the greatest disadvantages of genetic algorithms is the lack of assurance that the global optimum solution was truly found. This situation is worst for the multi-objective problems in which many decision variables are available. In order to minimize this, during the present work, it was decided to repeat the problem N_3 times (using the same genetic algorithm parameters, such as the population size) and after these runs, a final search for the best solution among all best previously found was conducted. This constitutes a final filter for the results. Figure 6 gives the solution after 4, 8, 12, 18 and 24 runs but considering only two objective functions, to help visualize the results. As it may be seen, they do not change if one considers filtering after 12 runs. Before proceeding, it is instructive to recall that the need for such filtering is directly associated to the randomic generation of the first population. Therefore, it was decided to analyse such dependence. Figure 7 gives results similar to those shown on Figure 6 but with a much larger initial population (100 individuals).

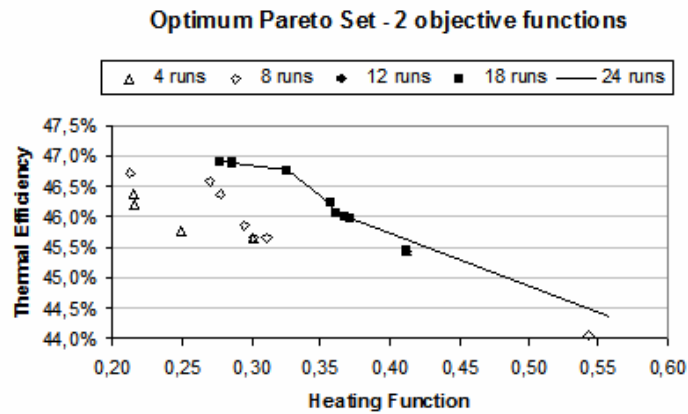


Figure 6. Optimum Pareto Set for 2 Objective Functions.
Population size = 25 individuals

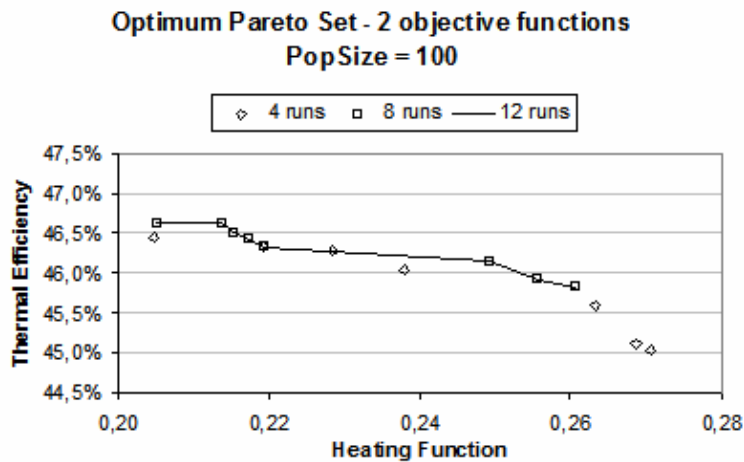


Figure 7. Optimum Pareto Set for 2 Objective Functions.
Population size = 100 individuals

As it may be seen, using a much larger initial population size reduces the fluctuations seen on the previous data. Clearly, this is indicative of the fact that increasing the initial population increases the search space as more solutions are tested during the initial search and this indeed acts like a filter, smoothing the final results profile. It may also be noticed that the final Pareto sets are not significantly different. Another important issue to be considered here is that the random number generator is a matter of facts a pseudo random number generator: a better generator could minimize this undesired effect. Due to the larger diversity (i.e. larger range of heating function values), all further results were obtained using population size equal to 25 individuals (unless whenever stated differently).

8. Heat Transfer Results

Once the genetic procedure was considered to be understood, the radiative heat transfer inside the greenhouse investigation was able to be started. Considering that often the aspect ratio is fixed accordingly to the desired crop, the first study made considered this. Figure 8 next shows the results obtained for two full set of data (filtered accordingly to the previous analysis). Such results were initially obtained for two objective functions, defined by Equations (4) and (5) and later extended to include Equation(6), considering black bodies and (for the three objective functions case) specified upper half crop heat transfer equals to $Q_s = -100 \text{ W/m}$. Figure 8 indicates the filtered (after 12 runs) results for fixed aspect ratios. Increasing the size of the vertical walls implies on more energy reaching the vertical crops, therefore increasing the thermal efficiency. The increase is quite significant from a square cavity to a rectangular cavity but after that, the increase rate reduces significantly, indicating that very tall cavities are in fact not anymore efficient (mainly if one considers costs).

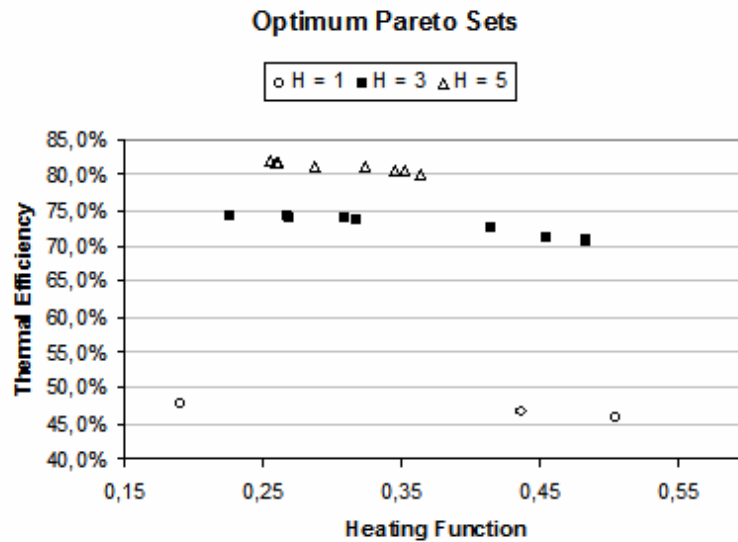


Figure 8. Optimum Pareto Sets for fixed aspect ratios and two objective functions.

After noticing that there seems to have a limit on the cavity aspect ratio effects, it was decided to investigate this optimum aspect ratio. Such results are indicated on Table 2 below.

Table 2. Results obtained for 4 decision variables – Two objective functions
Population Size = 25, filter uses 12 runs

Temp Tube [K]	y (tube) [m]	D/2 [m]	H [m]	Heating Function	η
441,1	1,829	0,108	3,152	0,1938	75,9%
438,4	1,831	0,108	3,155	0,1941	75,8%
435,6	1,671	0,104	3,065	0,2107	75,3%
431,8	1,773	0,104	3,115	0,2150	75,2%
424,4	1,792	0,104	3,126	0,2172	74,8%
422,1	1,573	0,091	3,048	0,2886	73,8%
415,1	1,684	0,089	3,126	0,3043	73,5%
414,0	1,616	0,089	3,126	0,3059	73,4%

The next investigation considered the influence of the third objective function in the whole optimization process. Figure 9 indicates the results. In this figure, for each specified cavity aspect ratio, H, two full tests, each one consisting of 12 runs were made in order to estimate how the filtering process is affected by the extra objective function. As it may be seen, the filtering process being used is still efficient as the results obtained by two runs (for each specified H-value) give essentially the same trend (i.e., optimum Pareto set). The effects of the aspect ratio are again clearly shown.

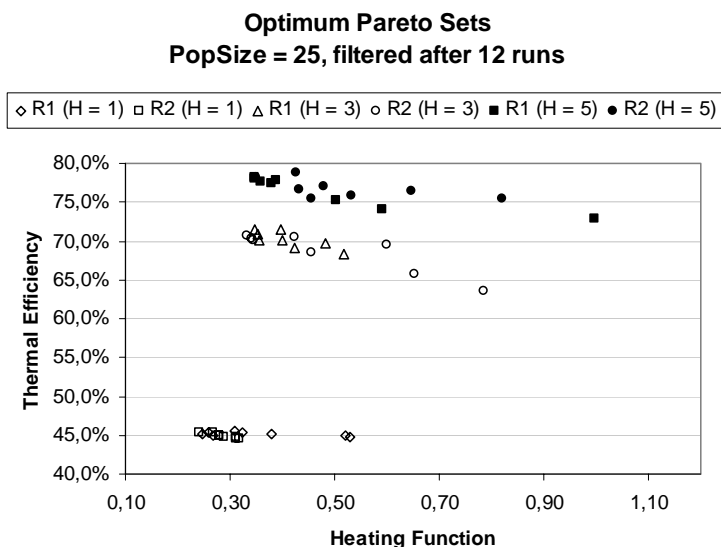


Figure 9. Optimum Pareto Sets for fixed aspect ratios and $Q_s = -100 \text{ W/m}$

Table 3 indicates the results obtained considering the cavity aspect ratio as a fourth decision variable. Similar results may be obtained for other heat transfer values and are shown on Figure 10. If one compares the results shown on Table 2 and 3, one will clearly understand the influence of the third objective function. Similar results are obtained for other values for the upper half crop heat transfer.

Table 3. Results obtained for 4 decision variables and for $Q_s = -100 \text{ W/m}$
Population Size = 25, filter uses 12 runs

Temp Tube [K]	y (tube) [m]	D/2 [m]	H [m]	Heating Function	η
404,7	1,285	0,087	2,551	0,3279	68,6%
403,2	1,279	0,080	2,403	0,3838	66,5%
398,0	1,366	0,084	2,471	0,3601	66,7%
401,3	1,279	0,080	2,403	0,3856	66,3%
400,1	1,263	0,076	2,253	0,4342	64,1%
393,2	1,263	0,076	2,243	0,4410	63,1%
386,8	1,349	0,081	2,433	0,3914	64,5%
388,8	1,300	0,079	2,479	0,4104	65,1%

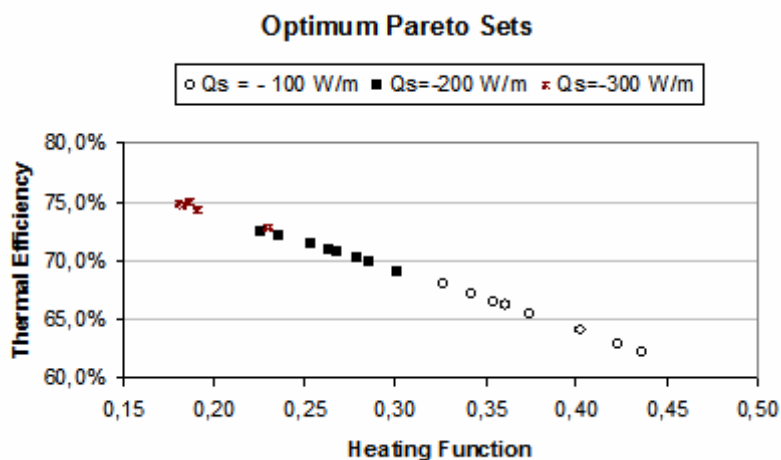


Figure 10. Optimum Pareto Set, obtained considering 4 decision variables

9. Conclusions

The present paper describes the work under development to develop an efficient and not costly, computationally speaking, algorithm to solve the optimization problem associated to the heat transfer inside a greenhouse thermal cavity used to grow different crops. At this stage, a robust multi-objective genetic algorithm has been implemented with good results. The problem dealt herein involved two or three objectives functions, one of them an imposed heat transfer at the upper region of the crop surface treated to work as such, and several geometric and temperature restrictions. The final results are assemblies of solution, usually called the Pareto Set but if desired, a final single solution may be obtained as well, provided a strong weight is allowed for the thermal efficiency (or any other, for that matter). Heat transfer results indicate that following this optimization procedure, significant cost reduction may be achieved.

10. Acknowledgement

The present author would very much thank Mr. Daniel Botelho de Figueiredo, a former student, that first accepted his invitation to a study on genetic algorithms. Mr. Figueiredo's assistance helped much during the initial efforts towards this interesting optimization technique.

11. References

- Bastos, B., & Braga, W., "Increasing Greenhouse Efficiency due to Tube Sizing and Location", Proceedings of ENCIT 2004, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 2004
- Bastos, B., & Braga, W., "Radiative-Convective Interactions inside Greenhouses", Proceedings of COBEM 2005, Ouro Preto, MG, Brazil, 2005
- Bejan, A., "Entropy Generation through Heat and Fluid Flow, Wiley, New York, 1982
- Bejan, A., "Advanced Engineering Thermodynamics", Wiley Interscience, 1988
- Boehm R. F., "Design Analysis of Thermal Systems", John Wiley & Sons, 1987
- Braga, W., "Heat Transfer", in Portuguese, Pioneira Thomson Learning Publishing Co., São Paulo, Brazil, 2004
- Braga, W., "Optimization Analysis Of Radiative Effects Inside Greenhouses", Proceedings of the 2006 ASME-ATI International Congress on Energy, Milan, Italy, 2006
- Davalos, R. & Rubinsky, B., "An Evolutionary-Genetic Approach to Heat Transfer Analysis", Journal of Heat Transfer, 118, pp 528-531, 1996;
- Deb, K., Pratap A., Agarwal S. & Meyarivan T., "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 6, No. 2, April 2002, pp 182-197
- Siegel, R. & Howell, J., "Thermal Radiation Heat Transfer", 4th edition, Taylor & Francis, New York, 2002
- Teitel, M. & Tanny, J., "Radiative Heat Transfer From Heating Tubes in a Greenhouse", J. Agric. Engng. Res (1998), vol 69, pp 185-188
- Vollebregt, H.J.M. & van de Braak, N.J., "Analysis of Radiative and Convective Heat Exchange at Greenhouse Walls", J. Agric. Engng. Res. Vol. 60, pp 99-106, 1995
- Zitzler E. & Thiele L., "Multiobjective Evolutionary Algorithms: a comparative case study and the Strength Pareto Approach"; IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 3, No. 4, November 1999, pp 257,271

12. Copyright Notice

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.

CIRCUITO EXPERIMENTAL COM ESCOAMENTO BIFÁSICO E COM ALTA CONCENTRAÇÃO DE NÃO-CONDENSÁVEIS PARA PESQUISA E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS DE RESFRIAMENTO DE EMERGÊNCIA DE REATORES NUCLEARES AVANÇADOS

Luiz Alberto Macedo

Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP – Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 – São Paulo – SP
lamacedo@ipen.br

Benedito Dias Baptista Filho

Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP – Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 – São Paulo – SP
bdbfilho@ipen.br

Resumo. *O desenvolvimento de sistemas passivos de resfriamento de emergência de reatores nucleares avançados requer a pesquisa de alguns processos relativos à circulação natural, em condições de escoamento bifásico envolvendo processos de condensação na presença de gases não-condensáveis. Este trabalho descreve as principais características do circuito experimental denominado Bancada de Circulação Natural (BCN), projetado para a realização de experimentos termo-hidráulicos em um sistema com uma fonte quente, aquecedor elétrico; uma fonte fria, trocador de calor, operando com escoamento bifásico e com alta concentração de não-condensáveis, ar. Os testes operacionais, o desenvolvimento do sistema de aquisição de dados e os primeiros resultados experimentais em circulação natural são apresentados. Os experimentos são realizados pela aplicação de transitórios em circulação natural considerando degraus de potência. A distribuição de temperaturas e o comportamento da vazão e pressão são analisados. O conjunto circuito experimental, instrumentação e aquisição de dados demonstrou ser adequado para os propósitos da pesquisa de sistemas passivos de resfriamento de emergência, operando em escoamento bifásico e com alta concentração de não-condensáveis.*

Palavras chave: circulação natural, escoamento bifásico, condensação na presença de não-condensáveis, reatores avançados.

1. Introdução

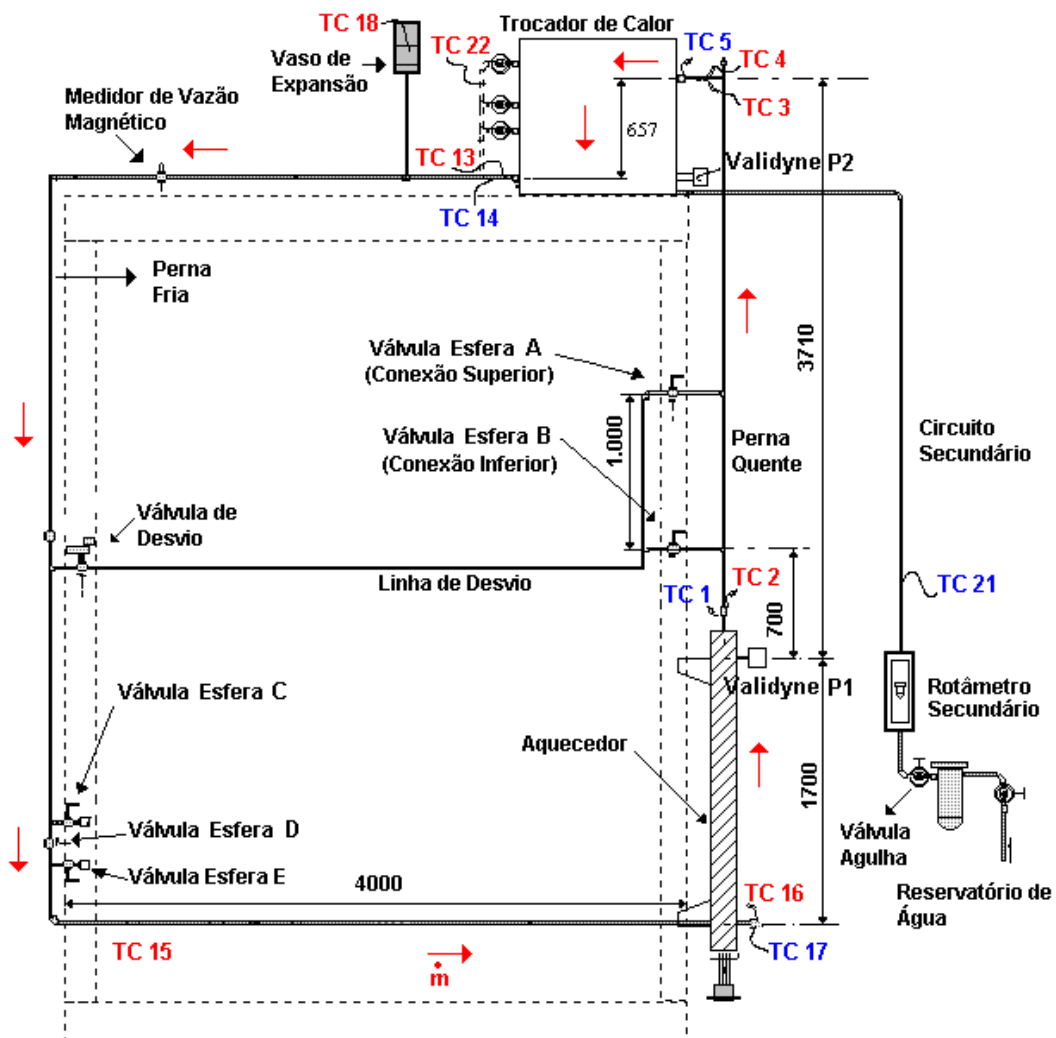
A indústria nuclear motivada pelos aspectos econômicos e de segurança desenvolveram novos conceitos de reatores nucleares e de sistemas de segurança. Em 2001, o Departamento de Energia (DOE) dos Estados Unidos liderou um projeto denominado “Fórum Internacional Geração IV – GIF”, onde foram definidos requisitos, objetivos e metas para o setor nuclear, sendo selecionadas as tecnologias de reatores mais promissoras para o período posterior a 2030 (Uranium Information Center, 2002). As principais metas para os reatores de IV geração são: melhor utilização e aproveitamento do combustível nuclear, minimização dos rejeitos, resistência à proliferação, maior segurança e confiabilidade para os trabalhadores e população, drástica redução na probabilidade de ocorrência de acidentes, aumento na segurança da usina, aumento da eficiência da geração da planta e maior atratividade para o investidor (Aranha, 2001). O GIF reconheceu outros tipos de reatores conceituais para aplicação a médio prazo (NTD – Near Term Deployment) para estarem disponíveis até 2015 (Uranium Information Center, 2003). Observando as metas estabelecidas e, entre os vários projetos conceituais, os reatores integrais de pequeno e médio porte estão ganhando a atenção da comunidade nuclear internacional, pois eles diversificam o uso pacífico da energia nuclear na área de desalinização da água do mar, geração de energia e propulsão naval (Chung, 2004).

Nesse sentido, o reator integrado IRIS (reator internacional inovador e seguro) está sendo desenvolvido por um consórcio internacional de indústrias, laboratórios e universidades (19 participantes de 9 países), liderados pela Westinghouse (Polimi, 2003). O reator tem um projeto integrado, significando que os geradores de vapor, bombas, pressurizador, mecanismos de acionamento de barras e a blindagem do núcleo se encontram dentro do vaso do reator. Adota-se sistemas de resfriamento de emergência com características de segurança passiva, utilizando o fenômeno da circulação natural. Na indústria nuclear, o efeito do gás não-condensável é importante na área de Análise de Acidentes. Os reatores avançados prevêm a utilização de sistemas passivos de remoção de calor de emergência do núcleo por meio de circulação natural. O gás não-condensável se aloja, por gravidade, na parte superior do circuito (trocador de calor). Há um crescente interesse nos efeitos causados pela presença de gases não-condensáveis nesses circuitos de resfriamento. Cada vez há mais necessidade de uma correta avaliação do comportamento do escoamento de fluidos na presença de duas ou mais fases, pois estes afetam significativamente o desempenho de trocadores de calor, como acontece no sistema passivo de resfriamento de emergência do reator integrado IRIS. Para atender esse objetivo, um circuito experimental denominado Bancada de Circulação Natural (BCN) foi alterado para permitir a investigação e análise do comportamento de sistemas passivos de resfriamento de emergência em condições de escoamento bifásico envolvendo condensação na presença de gases não-condensáveis.

O trabalho apresenta a descrição desse circuito, fornecendo suas principais características. Em seguida são descritos o sistema de controle de potência e o sistema de aquisição de dados implementados para sua operação e obtenção das medidas experimentais. Em outro segmento são apresentados os resultados da calibração de potência e a verificação da calibração do medidor de vazão magnético, instalado na BCN. Finalizando são apresentados os primeiros resultados experimentais em circulação natural e na presença de gases não-condensáveis. São analisados a distribuição de temperaturas, o comportamento da vazão e da pressão. Os experimentos foram realizados pela aplicação de transitórios considerando um degrau de potência.

2. Descrição do circuito experimental

O arranjo mostrado na Fig. 1 representa a BCN que foi projetada nos moldes de um sistema de remoção de calor residual de um reator PWR avançado, contendo um aquecedor elétrico que é a fonte quente do sistema, um trocador de calor constituído por dois tubulões horizontais com um feixe vertical de tubos imersos em um tanque de água que é alimentado por gravidade a partir de um grande reservatório elevado e uma linha de desvio (não utilizada nesse trabalho). A tubulação utilizada é de cobre tendo 22 mm de diâmetro externo e 0,6 mm de espessura. O circuito foi montado com conexões soldadas e uniões roscadas de 3/4 pol. compatíveis com as válvulas, instrumentos, e com os bocais dos equipamentos. O aquecedor e todas as tubulações foram isolados termicamente com calhas de lã de vidro de 25 mm de espessura, encamisadas com chapas de alumínio corrugado. Para redução das restrições ao escoamento são utilizadas válvulas tipo esfera nas linhas principais do circuito. Para controle da vazão de resfriamento (secundário) do trocador de calor foi instalada uma válvula globo e um rotâmetro.



TC : termopar tipo T de 1,5 mm
 TC : termopar tipo K de 0,5 mm

Figura 1. Esquema da Bancada de Circulação Natural – BCN.

O aquecedor elétrico é do tipo passagem direta, com tubos e conexões de aço inoxidável e é equipado com três resistências de imersão em “U” com flange, elementos tubulares blindados em aço inoxidável e um termostato de segurança. Inicialmente, o aquecedor elétrico, embora projetado para 10 kW, teve sua potência fornecida ao sistema limitada a 2.400 W com escoamento monofásico (Macedo, 2001). Para operar a BCN em regime bifásico, foi implementada uma alteração na potência do aquecedor elétrico de 2.400 W (3 resistências x 110 V) para 4.200 W (2 resistências x 220 V), para garantir um aumento na produção de vapor na perna quente.

O trocador de calor foi projetado com base em resfriadores de aplicação naval e em conceitos considerados no projeto do reator avançado AP-600 (Westinghouse, 2002). Foi totalmente construído em cobre, com dois tubulões de 1 3/4 pol. , interligados por 18 tubos de 3/8 pol. imersos em um reservatório com volume de 0,202 m³.

Quando a BCN era operada com escoamento monofásico (até 2.400 W), utilizava-se na linha principal do circuito um medidor de vazão tipo magnético, marca Sparling TIGERMAG, modelo FM 625, diâmetro 1/2 pol., ajustado para a faixa de vazão máxima de 0,1 kg/s e com transmissor com sinal de saída de 4 a 20 mA (Baptista Filho, 2002). Devido a observação sistemática do “zero” do medidor de vazão magnético depender da temperatura da bobina do sensor, induzindo a um erro de medida, o medidor de vazão magnético foi substituído por um de marca Krohne Conaut, também tipo magnético, modelo IFS4000W/6, diâmetro 10 mm e calibrado para uma faixa de vazão máxima de 300 l/h e com transmissor com sinal de saída de 4 a 20 mA. O vaso de expansão tem por finalidade acomodar as variações de volume da água no trecho primário da BCN devido as variações de temperatura. Ao longo do circuito foram instalados 24 termopares, sendo 5 do tipo T de 1,5 mm e 19 do tipo K (12 de 1,5 mm de diâmetro e 7 de 0,5 mm de diâmetro).

Para se medir a pressão em locais determinados na BCN, foram instalados dois sensores de pressão da marca Validyne, modelo DP 15. O sinal de saída varia de ±10 V. Os sensores de pressão Validyne caracterizam-se por apresentar excelente qualidade para trabalhos em laboratórios e, principalmente pela resposta extremamente rápida, justificando sua utilização na BCN com escoamento bifásico (Validyne, 2005). O sensor P1 (calibrado para uma faixa de pressão de 5.000 mm de coluna de água) está instalado na saída do aquecedor elétrico e medirá a flutuação de pressão na base da perna quente. O sensor P2 (calibrado para uma faixa de pressão de 2.000 mm de coluna de água) está instalado no nível do tubulão inferior do trocador de calor e medirá a pressão no tubulão superior do trocador de calor (ver Fig. 4).

Um sistema de aquisição de dados foi preparado em uma plataforma PC, utilizando-se uma placa de aquisição de dados da National Instruments e um programa baseado no ambiente de programação LabVIEW (Bertolace, 2003). Esse sistema exibe e registra os dados de temperatura, medidor de vazão magnético, pressão e potência do aquecedor.

Com a BCN operando em escoamento bifásico e com a presença de gás não-condensável no trocador de calor, algumas alterações físicas foram necessárias, além do aumento da potência no aquecedor elétrico e da substituição do medidor de vazão magnético. As mudanças efetuadas são descritas a seguir.

2.1. Instrumentação

Para se obter a variação e o comportamento das temperaturas no interior (primário e secundário) do trocador de calor, foi projetado um dispositivo para fixação de termopares (DFT). Os termopares são fixados na superfície do tubulão superior (diâmetro de 1 3/4 pol.) do trocador de calor por meio de grampos de fixação, que fazem com que anéis O’ring apropriados se comprimam em um conector de latão e impeçam o vazamento de fluido. Os termopares a serem utilizados são da marca IOPE, tipo K, diâmetro 1,5 mm e são calibrados para uma faixa de trabalho de 20 °C a 95 °C. Testes preliminares realizados em um “protótipo” de DFT, indicaram que suportam uma pressão absoluta da ordem de 133 kPa. O esquema do DFT é mostrado na Fig. 2.

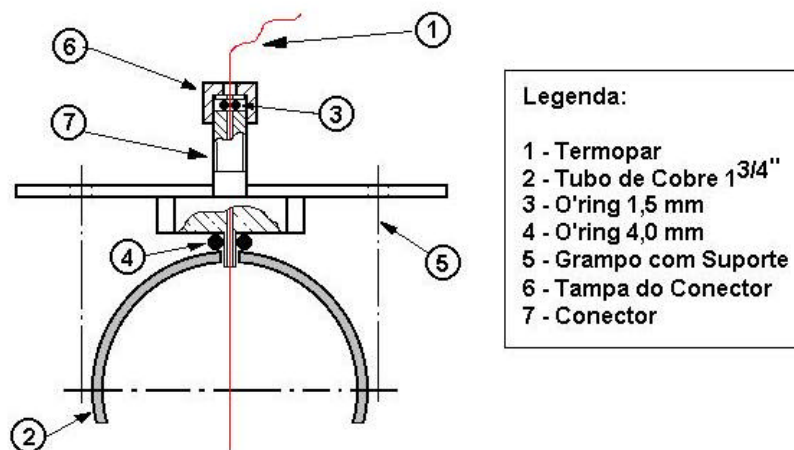


Figura 2. Esquema do DFT.

Os locais adotados para a colocação dos DFT's no tubulão superior do trocador de calor são mostrados na Fig. 3. No total serão 8 DFT's. Para o primário do trocador de calor foram escolhidas 7 posições para uso de termopares e uma será utilizada para respiro de ar no tubulão ("sangrar" o ar contido no tubulão – DFT 2). Os DFT's 1, 3, 5 e 8 permitem posicionar os termopares na superfície interna inferior do tubulão superior. Os DFT's 4 e 6 posicionam os termopares na região central dos tubos de diâmetro 3/8 pol.. O DFT 7 permite posicionar o termopar na saída do trocador de calor (tubulão inferior). Para se medir as temperaturas no secundário do trocador de calor, foram utilizados 3 termopares (TC23, TC24 e TC25), que estão imersos no fluido e suas posições em relação à altura, comprimento e largura do trocador de calor, poderão ser modificadas.

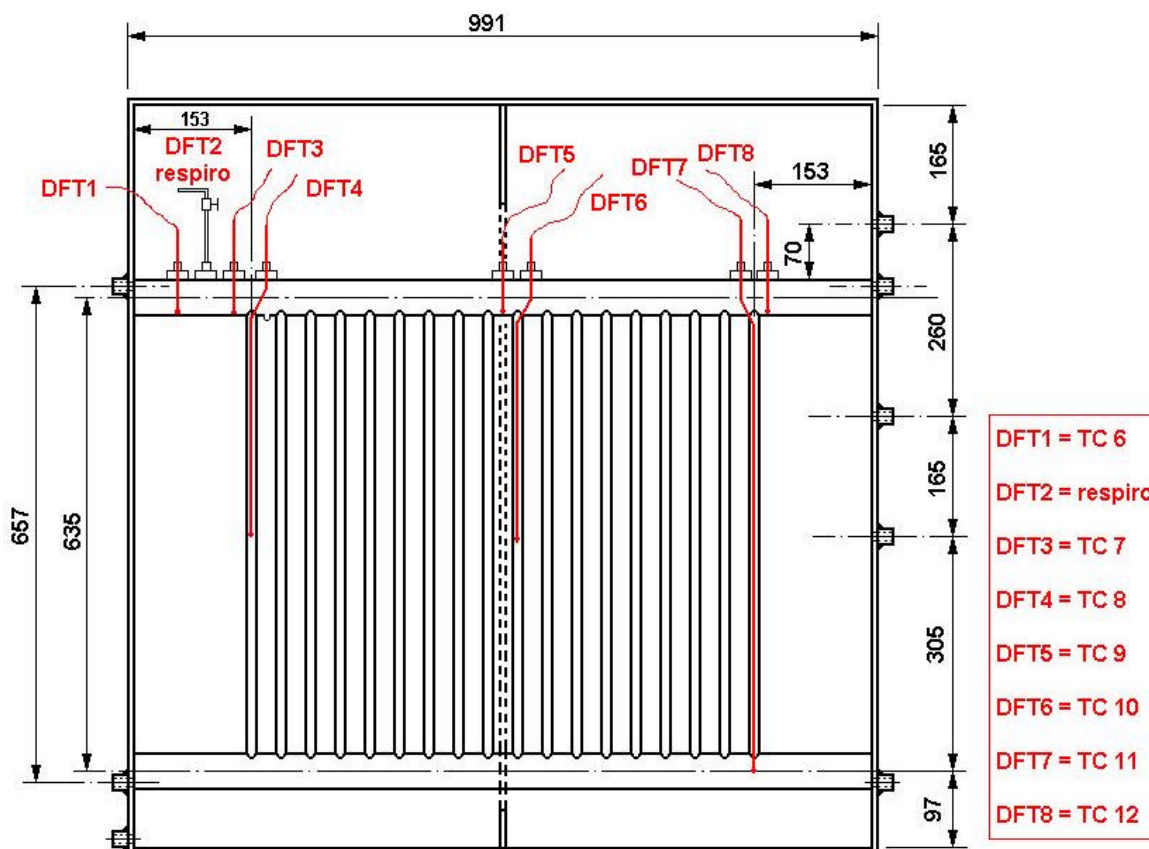


Figura 3. Localização dos DFT's com termopares no trocador de calor.

2.2. Dispositivos experimentais

Esse sistema possibilitará a reprodução na BCN dos fenômenos esperados na atuação de um sistema passivo de resfriamento de emergência do reator integrado IRIS ou de qualquer outro reator avançado refrigerado com água leve, após um acidente de perda de refrigerante que provoque o ingresso de não-condensáveis no circuito. A esse sistema estão associados o nível inicial de ar e a medida da pressão no trocador de calor, permitindo a caracterização do escoamento na presença de gás não-condensável (ar) por intermédio da vazão (medidor de vazão magnético), temperatura (termopares) e da pressão (sensor de pressão diferencial). A Figura 4 indica a posição do sistema de injeção de ar, do nível e do sensor de pressão diferencial (P2) na parte superior da BCN e a rotina experimental para a medição do nível inicial de ar no trocador de calor e da pressão inicial no tubulão superior do trocador de calor. O princípio utilizado para a determinação do nível inicial de ar no trocador de calor é o de "vasos comunicantes".

A medição do nível deve observar os procedimentos detalhados a seguir. As válvulas A (DFT2), B e C encontram-se abertas, conforme mostrado na Fig. 4 (A). O vaso de expansão é preenchido com água e a correspondente altura de água será indicada no nível (ver Fig. 4 (B)). Para se efetuar a medida da pressão diferencial (P2) em relação ao tubulão superior do trocador de calor, nivela-se a coluna de água negativa (-) do sensor de pressão com a linha de centro do tubulão superior do trocador de calor, por intermédio do "sangrador" do sensor de pressão. Em seguida, por intermédio das válvulas B ou C, permite-se que a água escoe para fora da tubulação, fazendo com que a altura da coluna de água seja o mesmo no vaso de expansão, no trocador de calor e na régua de nível (ver Fig. 4 (C)). As válvulas B e C são fechadas. A mangueira da coluna positiva (+) do sensor de pressão deve ser conectada à válvula A (DFT2) e, o vaso será novamente completado com água no nível desejado, estabelecendo uma pressão diferencial (ΔP) a ser medida no sensor P2 (ver Fig. 4 (D)). A altura de água que for medida na régua de nível, será a mesma que no tubulão superior do

trocador de calor. Os volumes iniciais de água e de ar podem ser calculados, uma vez que a geometria do trocador de calor é conhecida.

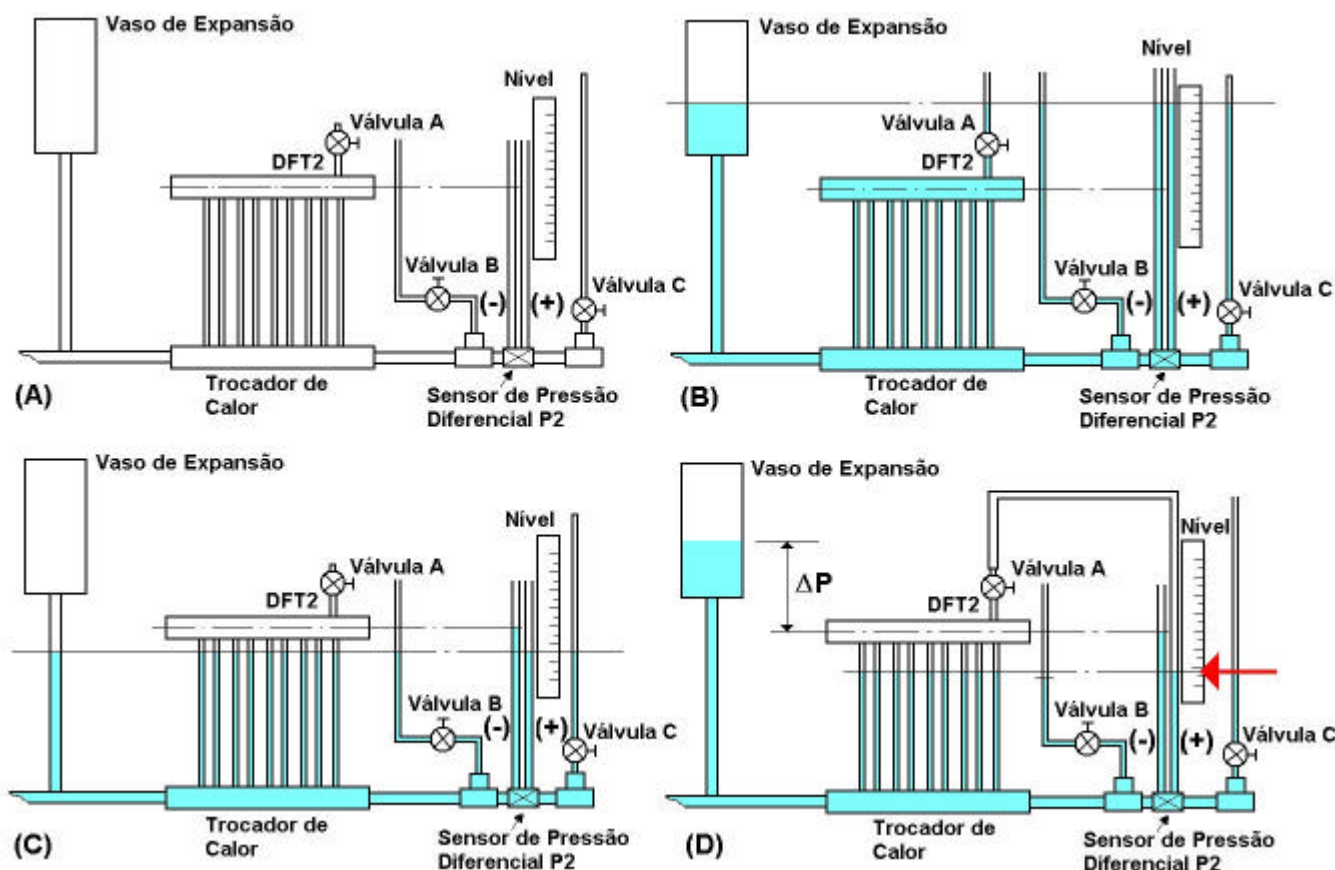


Figura 4. Sistema de injeção de ar no trocador de calor – nível inicial e pressão no trocador de calor.

2.3. Controle e aquisição de dados

Diferente dos modelos industriais, o controlador de potência foi especialmente projetado visando aplicações experimentais nas quais a contínua informação da potência fornecida é necessária para registro ou para ações de controle. Foi considerado ainda uma maior preocupação com a segurança dos pesquisadores envolvidos no trabalho.

A variação de potência é feita por meio de um sinal de tensão gerado na interface gráfica (LabVIEW) e enviado ao controlador pela placa de aquisição de dados. Esse sinal pode ser modulado de 0 a 7,5 V. O ajuste de potência é tiristorizado com o controle dos disparos feito por um circuito integrado desenvolvido para essa aplicação. A isolação da rede para o aquecedor é feita por um transformador isolador de potência especificado para 5 kVA. O sistema de proteção é baseado no intertravamento com contatos em série ao comando de um contator que ativa a alimentação 220VAC monofásica. As condições consideradas para desligamento da alimentação de potência foram a temperatura da água acima de 110 °C e a abertura da porta do controlador de potência. O controlador desenvolvido pode trabalhar com cargas resistivas tanto em 110 V como em 220 V, devendo ser respeitada apenas a potência máxima.

O controlador de potência recebe o sinal de controle de uma saída do sistema de aquisição de dados que é constituído por uma placa de aquisição de dados da National Instruments, AT-MIO-16E (National, 1995), um computador (PC), um bloco terminal isolado SCXI, um módulo condicionador de sinais SCXI e um bastidor SCXI.

A placa de aquisição de dados possui 8 entradas diferenciais analógicas (16 entradas com terra comum), sinal de entrada de -10 a +10V, selecionável por software, 8 entradas/saídas digitais, taxa de amostragem 100 kS/s, 2 saídas analógicas no intervalo de -10 a +10V configurável via software, resolução (I/O) menor ou igual a 12 bits, com contador/temporizador disponível para acesso a leitura.

O bloco SCXI é formado pelo bloco terminal, por um módulo condicionador de sinais e um bastidor. A fiação da instrumentação é montada no bloco terminal isolado, que é conectado diretamente na parte frontal do módulo condicionador de sinais. Este é acondicionado no bastidor SCXI, e multiplexa todos os sinais em um canal, tal que apenas um cabo é usado para conectar o sistema SCXI à placa de aquisição de dados.

A atuação do condicionador de sinais é controlada via software. Para isso foi utilizado o programa LabVIEW 6.1 (National, 2000), que é um ambiente de programação que permite o desenvolvimento de aplicações de instrumentação e

controle, aplicações em testes automatizados e aquisição de dados. Suas bibliotecas contêm funções de alto nível para aquisição, análise e apresentação de dados.

O esquema do sistema de aquisição de dados configurado para os experimentos é mostrado na Fig. 5. Com o LabVIEW 6.1 foi desenvolvido um programa para aquisição, apresentação e armazenamento dos dados da seguinte instrumentação da BCN: 19 termopares tipo K – sinal em mV, 5 termopares tipo T – sinal em mV, medidor de vazão magnético – sinal de 4 a 20 mA, potência do aquecedor – sinal de 0 a 7,5 V e 2 sensores de pressão diferencial – sinal de 0 a 10 V. A tela de interface para utilização do programa pelo usuário é indicada na Fig. 6. A tela de interface foi feita de tal modo que as posições de indicação das temperaturas correspondam aos locais de instalação dos termopares no circuito, na forma de um quadro sinóptico, de forma a facilitar a visualização do comportamento do circuito durante sua operação. Antes de iniciar a aquisição de dados, o usuário fornece o valor da escala de vazão que está sendo utilizado no medidor de vazão do circuito, o sinal de tensão (V_a) gerado na interface e enviado ao controlador pela placa de aquisição de dados (0 a 7,5 V) para a determinação da potência aplicada na BCN, a taxa de aquisição, a média desejada de pontos na aquisição e seleciona dois termopares para serem acompanhados de forma gráfica.

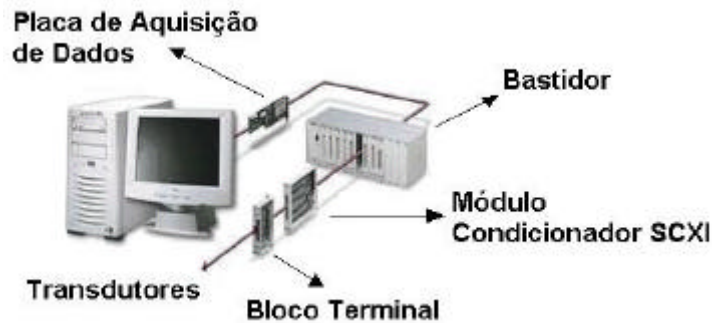


Figura 5. Sistema de aquisição de dados.

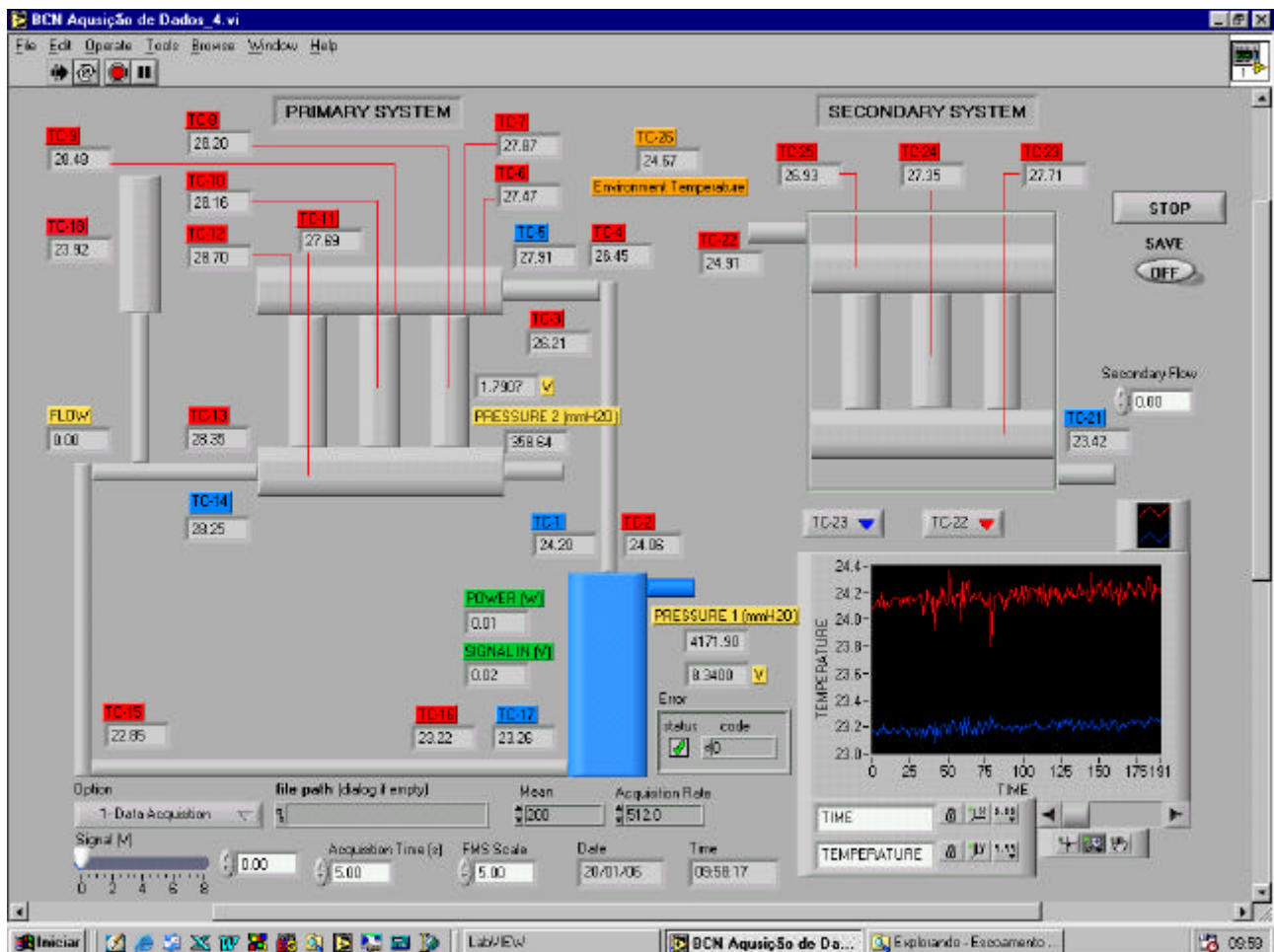


Figura 6. Tela de interface.

O programa permite a operação e acompanhamento dos experimentos sem gravação dos dados ou com a opção de armazenamento em um arquivo definido durante a sua execução. Deve ser fornecido o nome e a localização do arquivo onde serão armazenados os dados e acionar o botão ON (SAVE). O arquivo de saída registra a data, hora de início e fim da gravação, temperaturas em graus Celsius, vazão em l/min., potência do aquecedor em W e pressão em mm de coluna de água. Dessa forma, ao terminar o experimento, os dados poderão ser analisados utilizando-se programas adequados.

2.4. Calibração da potência

Para se medir a potência aplicada na BCN, utiliza-se um sinal de tensão V_a (gerado por meio da interface LabVIEW 6.1 no PC), que é enviado ao controlador de potência através da placa de aquisição de dados. Esse sinal não é linear e deve ser calibrado. A calibração foi realizada de duas formas distintas. A primeira consistiu de balanço térmico no aquecedor elétrico em regime permanente. A segunda foi feita pela verificação do sinal da saída no transformador (entrada das resistências elétricas) com um multímetro digital em relação a um sinal gerado no PC (interface LabView 6.1). A curva de potência fornecida (determinada de forma elétrica e térmica) em função do sinal aplicado (V_a) é mostrada na Fig. 7. Com boa precisão, adotou-se a curva de potência elétrica para representar a calibração do sinal aplicado, que é representada pela Eq. (1).

$$P_{\text{fornecida}} = 0,0454V_a^5 - 3,984V_a^4 + 40,056V_a^3 - 21,34V_a^2 + 7,102V_a + 0,015 \quad (1)$$

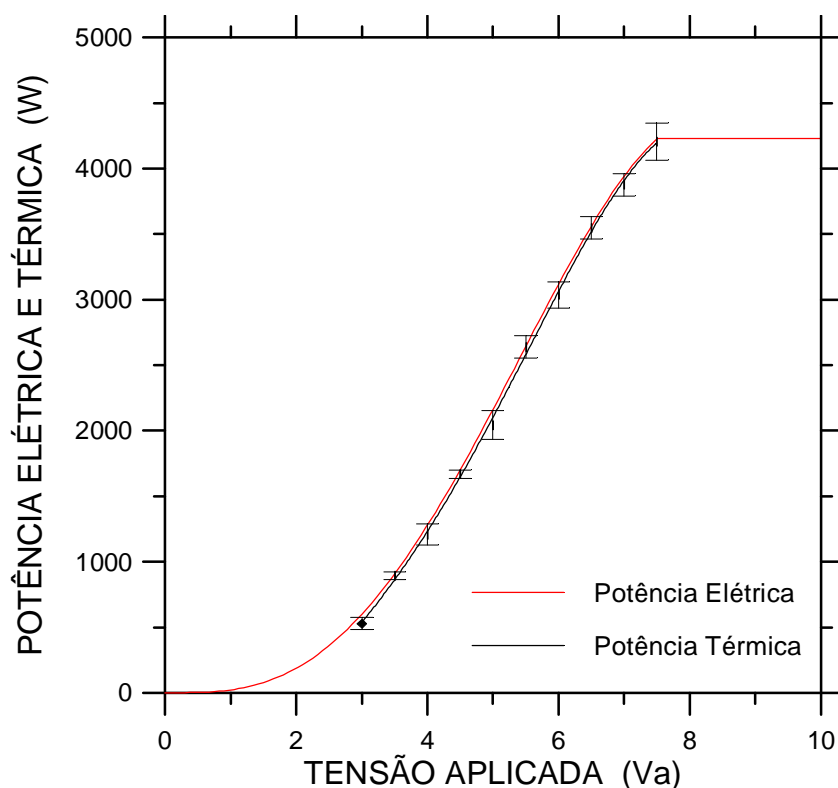


Figura 8. Potência fornecida ao sistema x tensão aplicada.

Observa-se que para um sinal superior a 7,5 V, ocorre “saturação” da potência, devido às limitações do controlador.

2.5. Calibração do medidor de vazão magnético

A BCN tinha instalado em sua linha principal, um medidor de vazão magnético marca Sparling TIGERMAG, modelo FM 625, com diâmetro ½ pol. e ajustado para a faixa de vazão máxima de 0,1 kg/s. Observou-se que o “zero” do medidor de vazão magnético dependia da temperatura da bobina do sensor. Apesar de pequena, essa variação é importante na faixa de vazão obtida em circulação natural. Para a correção desse problema, foi adquirido um medidor de vazão magnético marca Krohne Conaut, modelo IFS4000W/6 (com conversor de sinal IFC090K – sinal de saída de 4 a 20 mA), com diâmetro 10 mm e calibrado para uma faixa de vazão máxima de 300 l/h. A precisão do medidor de vazão magnético é $\pm 0,33$ l/h (Krohne-Conaut, 2003). Após a instalação no circuito, foram realizadas duas aferições da calibração do medidor de vazão magnético, uma feita com fluido frio (temperatura = 25 °C) e a outra com o fluido quente (temperatura = 42 °C). A temperatura média do fluido foi medida pelo termopar TC11 (ver Fig. 9). O esquema da BCN para a realização da aferição é indicado na Fig. 9. A vazão medida no rotâmetro calibrado foi comparada com a

vazão registrada no medidor de vazão magnético. As vazões utilizadas foram: 26, 51, 70, 110, 132, 171, e 188 l/h. Os resultados obtidos são muito bons, mesmo não considerando a correção da densidade do fluido na medida do medidor de vazão magnético. A aferição do medidor de vazão magnético para o fluido quente é indicada na Fig. 10.

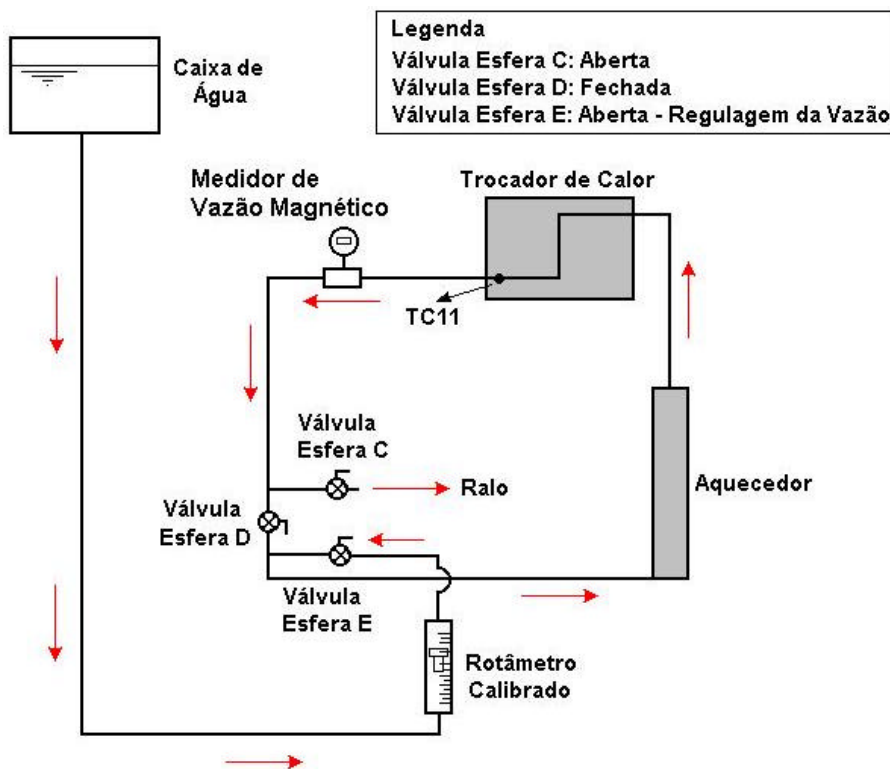


Figura 9. Esquema da BCN para aferição do medidor de vazão magnético.

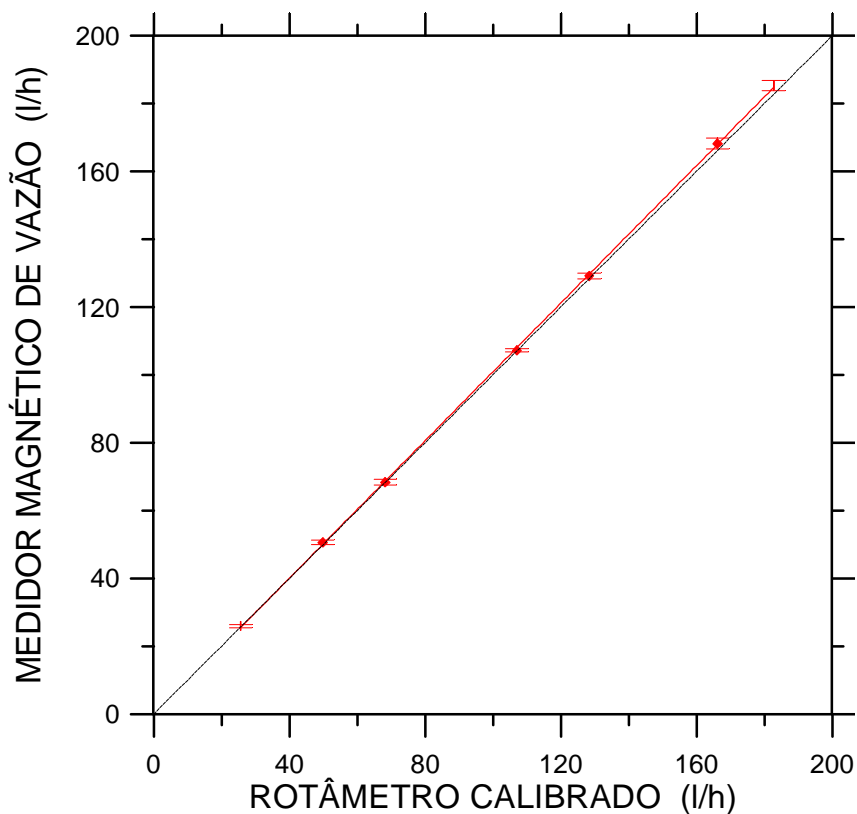


Figura 10. Aferição do medidor de vazão magnético com fluido quente (42 °C).

3. Resultados experimentais

O primeiro teste em circulação natural, na presença de gás não-condensável (ar), consistiu de um transitório de aumento de potência, partindo-se da condição inicial de fluido estacionário na temperatura ambiente. O experimento apresentado indica o período inicial do transitório (até 2.000 s). O esquema para a medida do nível inicial de ar no tubulão superior do trocador de calor da BCN é mostrado na Fig. 11. O nível de ar e a pressão (P2) iniciais foram respectivamente, 29 mm e 398 mm de coluna de água. Observou-se que a pressão medida pelo sensor P2 é bem próxima da medida geométrica entre a linha de centro do tubulão superior do trocador de calor e o nível de água no vaso de expansão (498 mm). Há um erro relativo de apenas 2,5 %. A precisão do sensor P2 é de ± 5 mm (0,25 % do fundo de escala). Se considerarmos a medida inicial registrada pelo sensor P2 (398mm) mais ou menos a incerteza do instrumento (± 5 mm), teremos uma faixa de valores para a pressão que varia de 393 mm a 403 mm. A diferença entre a medida geométrica e a medida registrada pelo sensor P2, considerando a incerteza do instrumento, varia de 5 mm a 15 mm. Esses valores são bem aceitáveis, levando-se em conta, possíveis desníveis de alinhamento na montagem dos componentes da BCN. A equação dos gases perfeitos (Van Wylen, 1976), indicada pela Eq. (2), foi utilizada para o cálculo da massa inicial de ar (considerando o ar como um gás de baixa densidade).

$$P_i = \rho_i R T_i \tag{2}$$

onde P_i é a pressão absoluta (Pa), ρ_i é a densidade (kg/m^3), R é a constante do gás ($\text{ar} = 286,9 \text{ J/kg.K}$) e T_i é a temperatura (K). Como as medidas geométricas do trocador de calor são conhecidas, pode-se determinar a massa inicial de ar, que é igual a $1,145 \times 10^{-3} \text{ kg}$.

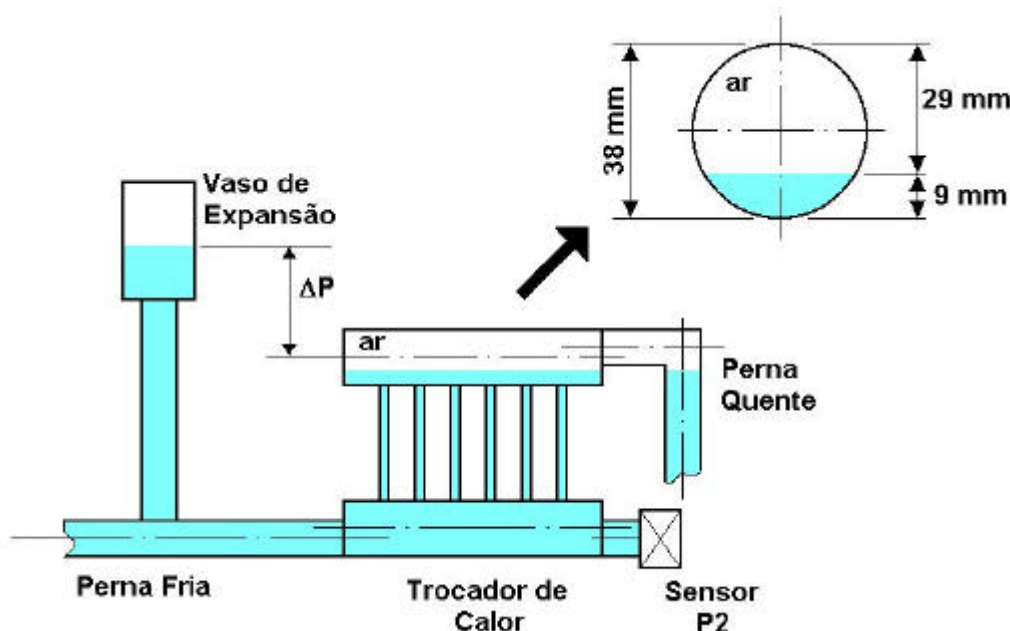


Figura 11. Nível inicial de ar no trocador de calor da BCN.

O degrau de potência foi de aproximadamente 1.400 W e foi aplicado no instante 154 s. A temperatura ambiente (TC26) ao longo do transitório foi de 15,6 °C. A vazão de resfriamento no trocador de calor foi de 78 l/h. A temperatura de saída do aquecedor elétrico (TC1), a vazão e a pressão no tubulão superior do trocador de calor (P2) são mostradas na Fig. 12. Com a aplicação da potência, a temperatura de saída do aquecedor elétrico (TC1) aumenta, variando de 16,4°C até 96,3°C. Do instante 154 s até aproximadamente 1.300 s, a temperatura TC1 apresenta um comportamento típico de “convecção natural”, com linhas de escoamento ascendentes (líquido quente) e descendentes (líquido frio) próximas às resistências do aquecedor elétrico. Nesse intervalo de tempo, com a ausência de vazão, há um pequeno acréscimo de 3,8 °C na temperatura de entrada do aquecedor elétrico (TC17), em função da transmissão de calor por condução na tubulação (região inferior do aquecedor elétrico). No intervalo de 1.300 s a 1.550 s, a temperatura TC1 apresenta uma taxa de aumento inferior ao período anterior, indicando um comportamento inicial de circulação natural. Estabelece-se um valor extremamente pequeno de vazão, não registrado pelo medidor de vazão magnético, mas suficiente para acontecer circulação de água na BCN. A queda na temperatura TC17 confirma o estabelecimento de uma pequena vazão, com a entrada de líquido frio no aquecedor elétrico. Essa pequena vazão inicial ocorre, pois existem oscilações no escoamento de água na parte superior do circuito (final da perna quente e entrada do trocador de calor), devido a mudanças de volume de fluido na perna quente da BCN, que são causadas por variações de

temperatura. O comportamento da temperatura TC17 mantém-se inalterado até o fim do transitório. A partir de 1.550 s, a temperatura TC1 aumenta até atingir o valor máximo de 96,3 °C, apresentando uma taxa de aumento menos acentuada, em função da vazão no circuito. O registro de vazão indica um valor máximo de 0,0118 kg/s no instante 1.690 s. A partir desse momento, os valores de vazão ficam progressivamente menores ao longo do transitório, até o instante 1.850 s, quando a vazão tende a aumentar novamente. Com o estabelecimento de circulação natural, a vazão segue o comportamento esperado, ou seja, existe uma maior aceleração no início, enquanto a perna quente está sendo preenchida com água aquecida e a perna fria ainda está totalmente preenchida com água mais fria. Há uma estabilização decorrente no trecho horizontal da parte superior da BCN e em seguida, um declínio na vazão quando a perna fria começa a receber água mais quente, o que diminui o potencial para circulação.

Observa-se que a pressão P2 aumenta quase que linearmente, de 398 mm para 418 mm de coluna de água, a partir o início do experimento até o instante 1.650 s. Com o aumento da vazão no circuito, a taxa de aumento da pressão P2 é maior, atingindo um valor de 417 mm de coluna de água. Com a diminuição da vazão, a taxa de aumento da pressão é menor, alcançando um valor máximo de 422 mm de coluna de água, no instante 2.000 s. A medida da pressão P2 indica a variação do volume de água e do ar no sistema, causado pela mudança de temperatura.

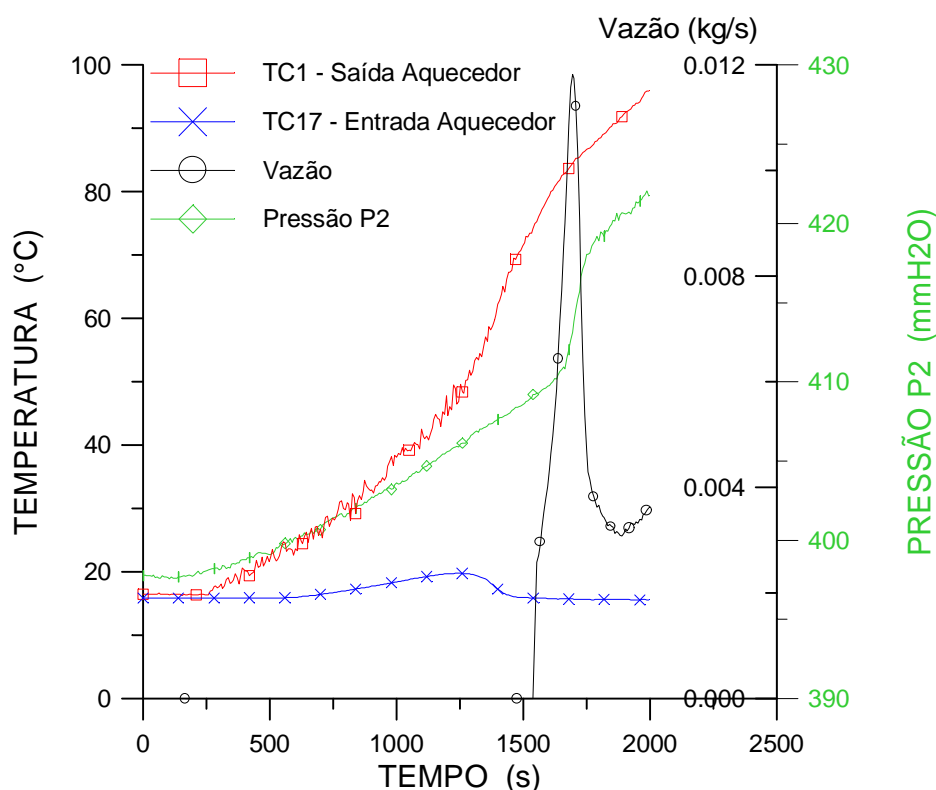


Figura 12. Temperatura TC1, vazão e pressão P2 ao longo do transitório.

4. Conclusões

Os resultados obtidos no teste realizado na BCN foram suficientes para demonstrar que o circuito é adequado para os propósitos experimentais a que foi projetado, considerando que a potência do aquecedor em conjunto com a altura total do circuito e o diâmetro da tubulação, são adequados para a obtenção de vazões facilmente mensuráveis na faixa especificada para o medidor de vazão magnético e para garantir um aumento da fração de vazão na perna quente (operação com escoamento bifásico).

O sistema de controle de potência e o sistema de aquisição de dados operaram adequadamente dentro do esperado, demonstrando estabilidade e precisão.

Apesar do experimento não ter atingido o regime permanente, mas considerando o fato de ter sido utilizada uma vazão de resfriamento bem inferior que a máxima possível para o trocador de calor, pode ser previsto que tanto a capacidade quanto a eficácia térmica do trocador de calor são adequados para a realização dos testes como idealizados.

Esta fase inicial demonstrou que a utilização de transdutores de pressão com relutância variável (Validyne) são adequados para instalações experimentais em circulação natural, desde que tomadas precauções adicionais como a correta e cuidadosa montagem do instrumento no circuito.

As próximas atividades na BCN prevêem a realização de diversos experimentos, considerando-se três níveis de potência a serem aplicados: baixo (1.500 W), médio (2.500 W) e alto (3.500 W). A quantidade inicial de ar no trocador de calor será variada para cada nível de potência.

5. Referências

- Aranha, F., "IRIS: O futuro é agora", Revista Brasil Nuclear n° 23, Abril-Set., 2001.
- Baptista Filho, B. D., Macedo, L. A., "Controle de Sistemas Passivos em Circulação Natural Por Meio de Linhas de Desvio", XIII ENFIR – National Meeting of Reactors Physics and Thermal Hydraulics, Rio de Janeiro, RJ, 2002.
- Bertolace, A. L. C., Baptista Filho, B. D., Implementação de Programa de Redes Neurais, em LabView, para Controle de Potência do Aquecedor da Bancada de Circulação Natural, XI Simpósio Internacional de Iniciação Científica da USP (SIICUSP), São Carlos, SP, 2003.
- Chung, Y. J., Yang, S. H., Kim, H. C., Zee, S. Q., "Thermal Hydraulic Calculation in a Passive Residual Heat Removal System of the SMART-P Plant for Forced and Natural Convection Conditions", Nuclear Engineering and Design, Vol. 232, pp. 277-288, 2004.
- Krohne – Conaut, "Manual de Medidores Magnéticos Indutivos de Vazão", Ver. 03/02, 24 p., São Paulo, SP, 2003.
- Macedo, L. A., "Controle de Sistemas Passivos de Resfriamento de Emergência de Reatores Nucleares por Meio de Linhas de Desvio", Dissertação de Mestrado, IPEN-CNEN/SP, São Paulo, 2001.
- National Instruments, "Instrumentation Reference and Catalogue - Test and Measurement Process Monitoring and Control", May Edition, USA, 1995.
- National Instruments, "LabVIEW User Manual", July Edition, USA, 2000.
- Polimi – Universidade Politécnica de Milão, "Projeto IRIS", disponível em <http://www.hulk.cesnef.polimi.it>, Itália, Abril, 2003.
- Uranium Information Centre – UIC, "Generation IV Nuclear Reactors", New Reactor Technology, UIC Briefing Paper # 77, Melbourne, Australia, disponível em <http://www.uic.com.au/nip77.htm>, 2002.
- Uranium Information Centre – UIC, "Small Nuclear Power Reactors", New Reactor Technology, UIC Briefing Paper # 60, Melbourne, Australia, disponível em <http://www.uic.com.au/nip60.htm>, 2003.
- Westinghouse Electric Company, "Nuclear Reactor AP600 – 600 MW", disponível em: <http://www.ap600.westinghousenuclear.com>, USA, 2002.
- Validyne Engineering, "DP15 Pressure Measurement System", disponível em: <http://www.validyne.com>, USA, 2005.
- Van Wylen, G. J., Sonntag, R. E., "Fundamentos da Termodinâmica Clássica", tradução da 2.^a edição americana, Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, SP, 1976.

EXPERIMENTAL FACILITY WITH TWO-PHASE FLOW AND WITH HIGH CONCENTRATION OF NON-CONDENSABLE GASES FOR RESEARCH AND DEVELOPMENT OF EMERGENCY COOLING SYSTEM OF ADVANCED NUCLEAR REACTORS

Luiz Alberto Macedo

Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP – Av. Prof. Lineu Prestes, 2242, São Paulo - SP
lamacedo@ipen.br

Benedito Dias Baptista Filho

Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP – Av. Prof. Lineu Prestes, 2242, São Paulo - SP
bdbfilho@ipen.br

Abstract

The development of emergency cooling passive systems of advanced nuclear reactors requires the research of some relative processes to natural circulation, in two-phase flow conditions involving condensation processes in the presence of non-condensable gases. This work describes the main characteristics of the experimental facility called Bancada de Circulação Natural (BCN), designed for natural circulation experiments in a system with a hot source, electric heater, a cold source, heat exchanger, operating with two-phase flow and with high concentration of non-condensable gas, air. The operational tests, the data acquisition system and the first experimental results in natural circulation are presented. The experiments are transitory in natural circulation considering power steps. The distribution of temperatures and the behavior of the flow and of the pressure are analyzed. The experimental facility, the instrumentation and the data acquisition system demonstrated to be adapted for the purposes of research of emergency cooling passive systems, operating with two-phase flow and with high concentration of non-condensable gases.

Keywords: natural circulation, two-phase flow, condensation with non-condensable gases, advanced reactors.

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF ALUMINUM BAFFLE IN THE HEAT FLUX FROM INFRARED LAMP ARRAY.

Herbert Paula de Vasconcelos

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - Div. de Engenharia Mecânica-Aeronáutica
Pça Marechal Eduardo Gomes, 50 - 12228-900 - São José dos Campos, SP, Brasil
herbertpv@hotmail.com

Ezio Castejon Garcia

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - Div. de Engenharia Mecânica-Aeronáutica
ezio@ita.br

Eduardo de Oliveira Pontes

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) - Lab. de Integração e Testes (LIT)
Av. Astronautas, 1758 - 12227-010 - São José dos Campos, SP, Brasil
eduardo@lit.inpe.br

Denio Lemos Panissi

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) - Lab. de Integração e Testes (LIT)
denio@lit.inpe.br

Abstract: This paper deals with a method to obtain a uniform heat flux on a surface. The work is composed of a numerical method, which was refined by an experimental test. The test was carried out in a 1 x 1 m thermal vacuum chamber using a setup of four tungsten filament lamps, radiometers, power supplies, controllers and aluminum baffles. These radiometers are made by aluminum in cylinder format with a copper black sensor, which they are isolated from the main bodies. The lamp behavior was previously known by another test, which the main goal was to quantify the intensity lamp radiation on a given surface. Based in the results obtained, it was made a numerical method to simulate the heat flux from two or more lamps. Using extrapolation and theoretic behavior obtained from the lamp manufacturer, a numerical method to obtain uniformity heat fluxes on a larger surface was developed. Only in the borders, the uniformity values were different from the average. To increase the uniformity and refine the method, an experimental test was fulfilled to verify the influence of the aluminum baffles (reflect surfaces). The final result was the qualification of a model to simulate the behavior of the heat flux from many lamps. The same setup is hoped to be used in a Thermal Balance Test of CBERS-2B Satellite, to simulate the space conditions that this satellite will be suffer. This test will be necessary to qualify the satellite to flight.

Keywords: tungsten filament lamp, aluminum baffles, space simulation, radiometers.

1. Introduction

The basic aim of Space Simulation (SS) is to qualify the satellite, or a given spacecraft device so that these may operate reliably in space. The simulation techniques differ from one another basically according to the experimental arrangement used in the imposition of the heat source and the space background. The main techniques are: Solar Simulation (the use of a simulator equipped with Xenon lamps), as described by Nuss (1987); Tungsten Filament Lamps (TFL), which operate in the near infrared range (Messidoro et al., 1983); Heating Plates (Cardoso and Garcia, 1989); Skin Heaters (Ramos et al., 1988); A combination of techniques, as presented by Braig et al., (1988). The skin heater and heating plate techniques are applied in the far infrared radiation spectrum, which is out of the solar spectrum range, to which a given satellite is exposed to during its orbital life. The use of solar simulation is the most adequate because of the closeness of the solar spectrum; however, the high cost of a simulator is not viable in the light of the present Brazilian economic situation. For this reason, Tungsten Filament Lamp (TFL) simulation, where the high tungsten filament temperature (2500 K) produces a spectrum closer to that the solar spectrum (Messidoro et al., 1983), has become an attractive alternative. In order to develop this space simulation technique, which uses tungsten filament lamps as a source of thermal radiation, thermal-vacuum test group of the Integration and Testing Laboratory (LIT) has projected and manufactured an experimental apparatus, which consists of a some radiometer, aluminum baffles and an array of four Tungsten Filament Lamps (model 500T3/CL) from the Research Inc. The behavior of the lamp is known through an experiment in LIT (Santos e Garcia, 2005) in which was that the greater the height of the lamp in relation the area, the more uniform behavior, as well as the lesser the power of the lamp. Using the numerical results of this experiment, it was found a setup to get a heat flux uniform. It was observed that the edges of the simulated area presented an inferior value of flux to central parts. In order to increase the value of the flux in the deficient region, the idea was to use reflecting surfaces, called baffles. The energy radiated by lamps, which did not arrive at the area in study, is reflected for itself. The objective of this work is to show the importance of these baffles to get a uniform flow in a determined area. The apparatus uses aluminum plates as baffles, radiometers, four lamps with support and power

suppliers. Preliminary tests were carried out at Laboratory atmospheric pressure conditions. The principal results were obtained in a high vacuum environment ($\cong 10^{-7}$ Torr) in a 1x1 m thermal vacuum chamber. In order to guarantee that the thermal loads emanated only from the lamp, the chamber was kept at a temperature of -180°C . Several tests were carried out altering the wattage of the lamps. In order to measure the temperature data from each radiometer, the LIT data acquisition system, which handles 500 measuring channels with acquisition at 30 seconds intervals, was used. From this information the heat fluxes are calculated and presented in the form of graphs. From the results obtained, it was possible to analyze the influence of baffles in the rise of the flux in the borders, as in the remaining of the area reached for the radiation. The next step of this study would be to simulate new setup with the lamps in order to confirm the results obtained in this experiment. With this, we would have conditions to create a model of simulation for any requirement, as much of area as of heat flow.

2. Experimental apparatus

In order to analyze the influences of the baffles in the heat flux in a determined area, it was used an apparatus described below (Fig. 1):

- Four aluminum plates with black paint in external surface and covered internally with aluminum leaf, in order to increase the reflector effect of this surface, and settled in order to form a box without upper and downer surfaces.
- Fifty radiometers constituted of a copper plate (sensors) with black paint in external surface and a thermocouple in internal surface. These sensors are fixed in the aluminum body through small supports of Teflon with rip. To isolate the internal part of the radiometer body an isolating blanket (Multilayer Insulation – MLI) was glued in the inferior part.
- The lamp had been fixed in a steel support that is only supported in the box of baffles for possible changes. The symmetry of setup helped in the making of these supports.



Figure 1: Experimental apparatus.

2.1. The radiometer arrangement

The radiometer arrangement (Fig. 2) is constituted of 50 units, having been each one formed by four parts: aluminum body, isolating parts, sensor and thermocouple (Fig. 2 – top/left). The aluminum body (Fig. 2 – top/center), is a cylinder with holes to put the Teflon isolate parts, fix radiometer on a plate, to make vacuum inside and to facilitate the passage of the electrical wires and thermocouple. The sensor is thermal radiation isolated from the inferior body base by MLI (which is adhered in this base). The sensor is a circular copper plate (\varnothing 35 mm, thickness = 0,6mm), black paint on the superior face (space qualified paint, model PU1 MAP with 50 μm thickness, $\epsilon=0.865$ and $\alpha=0.898$). On the sensor opposite side, to make measurements, a thermocouple was installed on each one (Fig. 2 – center part). These radiometers were thermally isolated from the aluminium body by three Teflon points, which were fixed in the aluminum body (Fig. 2 – right top). The radiometers were produced in LIT/INPE, which has specialized tools to fabricate MLI, machines, to measurement of thermo-optical properties and to perform contamination analysis. This laboratory has painting facilities, too.

The main steps in the radiometer production process are the following (Fig. 2 – middle and top parts): a) manufacturing of the copper circular plates (radiometer sensors); b) black painting on sensors (carried out at the LIT Painting Laboratory, which guarantees the same conditions and characteristics as satellite surfaces); c) production of MLI; d) manufacturing of aluminum body with Teflon isolating putting; e) MLI adhering; f) attachment of the thermocouples to the back sensor (the same technique is employed when satellites are tested in Space Simulation); g) precision assembly of the

sensors in the Teflon cylinder isolations (precision bonding of the sensor to the Teflon isolating because they have to have a minimum contact between them, consequently minimizing heat losses).

After preparing all 50 radiometers (as described above), the setup preparation was fulfilled. The radiometers were placed over a plate protected by an adhered kapton film (size 1x1m).

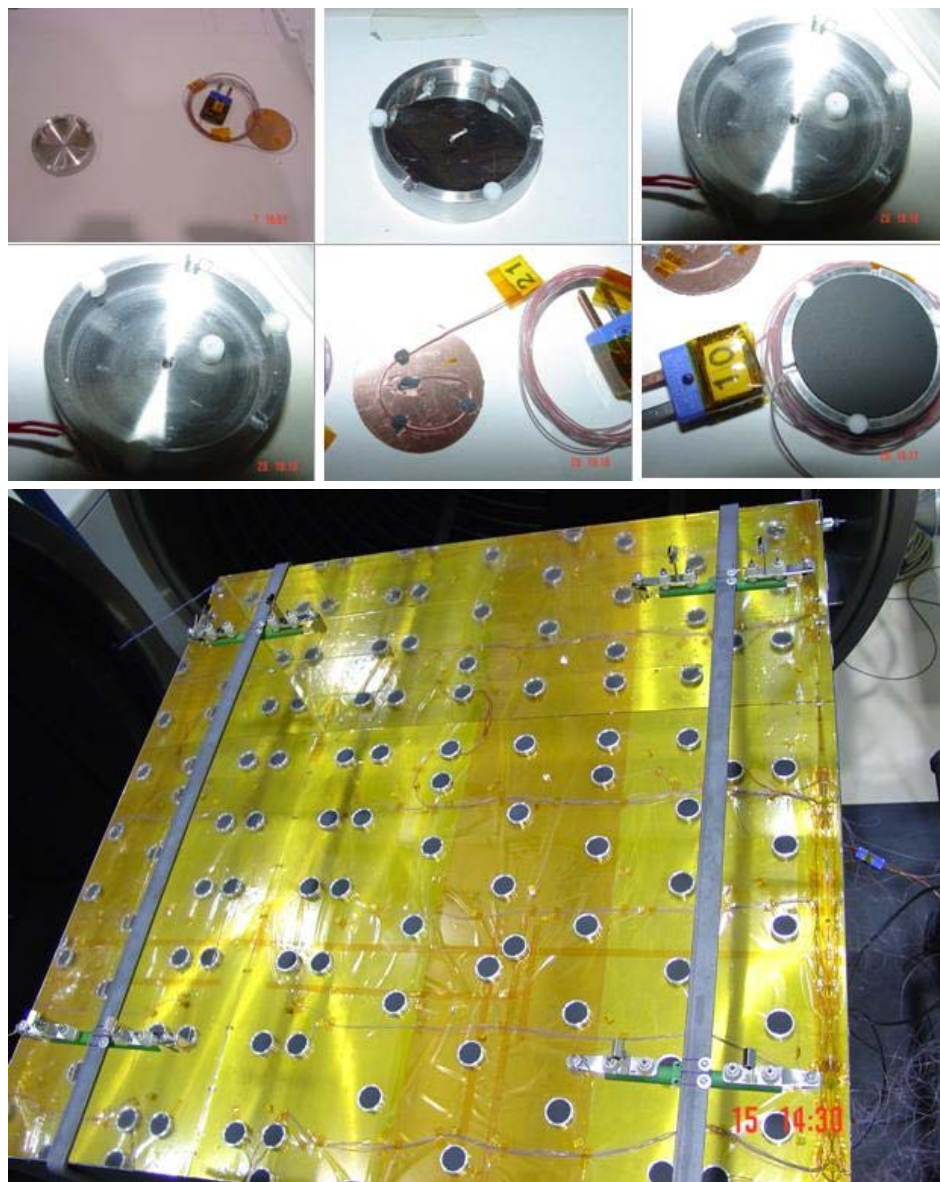


Figure 2: Bottom: view of the setup: radiometers, base plate, lamps and support. Top and middle: phases of the radiometer manufacturing process.

2.2. Tungsten filament lamp

In order to establish an exact position for the lamp and reflector (5236.5 golded reflector) set in relation the radiometer plate, a mechanical device for positioning the lamp was devised (Fig. 3). This device is made up of: a vertical circular rod with an articulation joint soldered to the center of one of the extremities of the aluminium plate; and a articulated arm with two (2) degrees of freedom (x and y), composed of circular rods, spheres and articulation joints. The third degree of freedom of the device (z) is performed by the attachment of the arm to the articulation joint of the vertical rod. In this way it was possible to vary and guarantee the position of the lamp. Figure 4 shows the positioning of the lamp in relation to the radiometer.

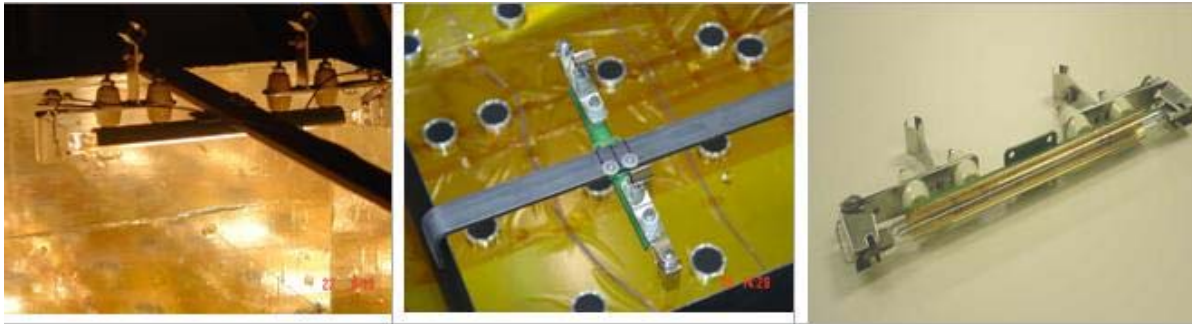


Figure 3: Lamp arrangement device.

Specification of the lamp used in the apparatus and experimental test is as follows (Simulate IR Serie, 1998):

Type	500T3/CL Research Inc, Tungsten Filament Wire, T3 Quartz Lamp
Overall Length	224(mm)- 8.81 (inches)
Lighted Length	127(mm) 5 (inches)
Rated Voltage	120 V
Current at Rated Voltage	4.17Amps
Total Power Dissipated at Rated Voltage	500W
Average Life	5000 hours
Color Temperature	2500 K
Possible Corona Region in Dry Air	None
Brightness	Bright White
Usual Size, Inches (mm)	0.375 or Dia. Tube(9.525)
Usual Range of Peak Energy Wavelength	0.89 to 1.5 Microns
Radiation	72 to 86%
Relative Response to Heat-up	Seconds
Relative Response to Cool-down	Seconds
Mechanical Shock	Good
Thermal Shock	Excellent

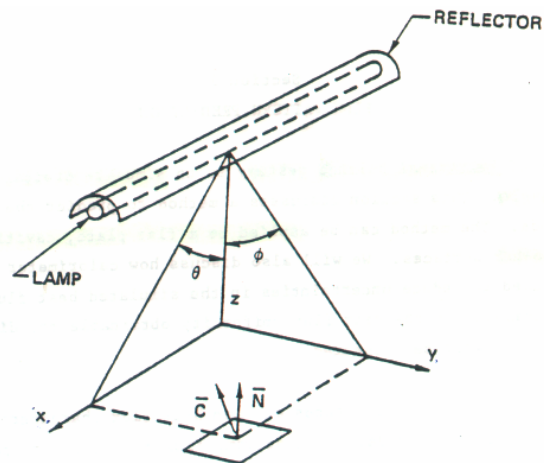


Figure 4: Positioning of the lamp.

3. Experimental test

In order to analyze how the baffles influences the heat flux from an array of lamps as a source of thermal radiation in terms of uniformity some experimental tests were carried out using the 1x1m LIT thermal vacuum chamber. The apparatus was fixed, not needing to be modified during the some carried through experiments. The unique necessary changes are the tension and the chain that the sources (one for each lamp) yield to the lamps. It is considered that all electric energy is absorbed by lamps, in order to be able to calculate the value of the power of lamp through the values of measured chain and tension in the proper source.

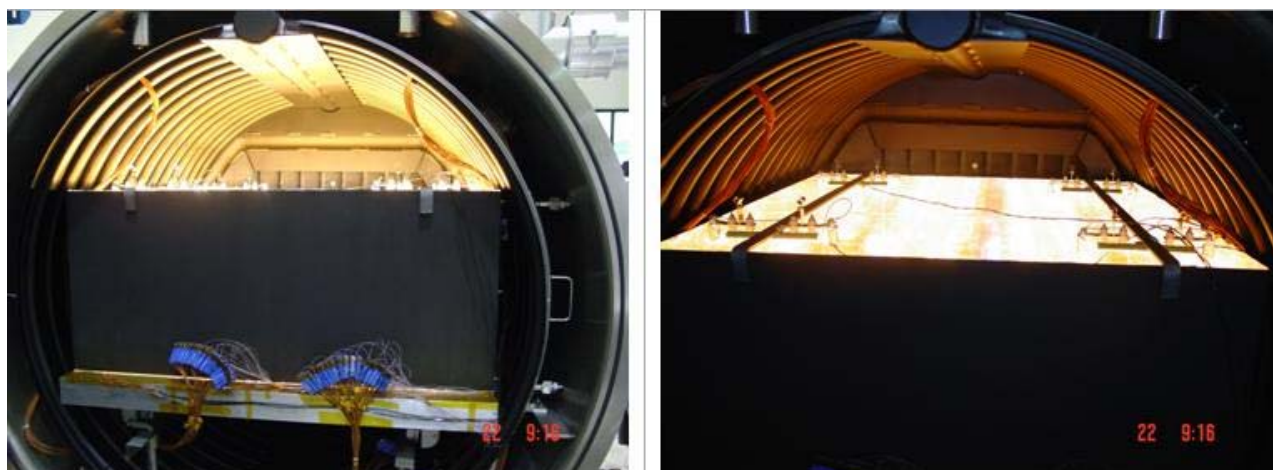


Figure 5: Experimental arrangement.

During tests, the thermal vacuum chamber was kept at high vacuum ($\cong 10^{-7}$ Torr), and to guarantee that the thermal loads originated only from the lamps the chamber was kept at a temperature of -180°C . Several tests were carried out varying equally the wattage of the lamps. A Tectrol DC power source of 500W, Fig 6, was used to control the wattage, and 56 thermocouples TT-T-30, HP 3054 scanner and a Pentium 166MMX computer were used to obtain temperature data from each of the radiometers. The LIT data acquisition system handles 500 measuring channels with acquisition at 30 seconds intervals.



Figure 6: Power supplies (four sources to four lamps).

4. Results

Values of absorbed heat radiation field (measured by radiometers and radiation sources from tungsten filament lamps) were obtained by carrying out experimental tests. Positions of the lamps were in agreement with Fig. 6. The distance of the lamps from the radiometer base plates (height) was fixed in 400 mm. The tests are carried out using the following lamp powers (P): 497, 317, 168, 88 and 30 Watts.

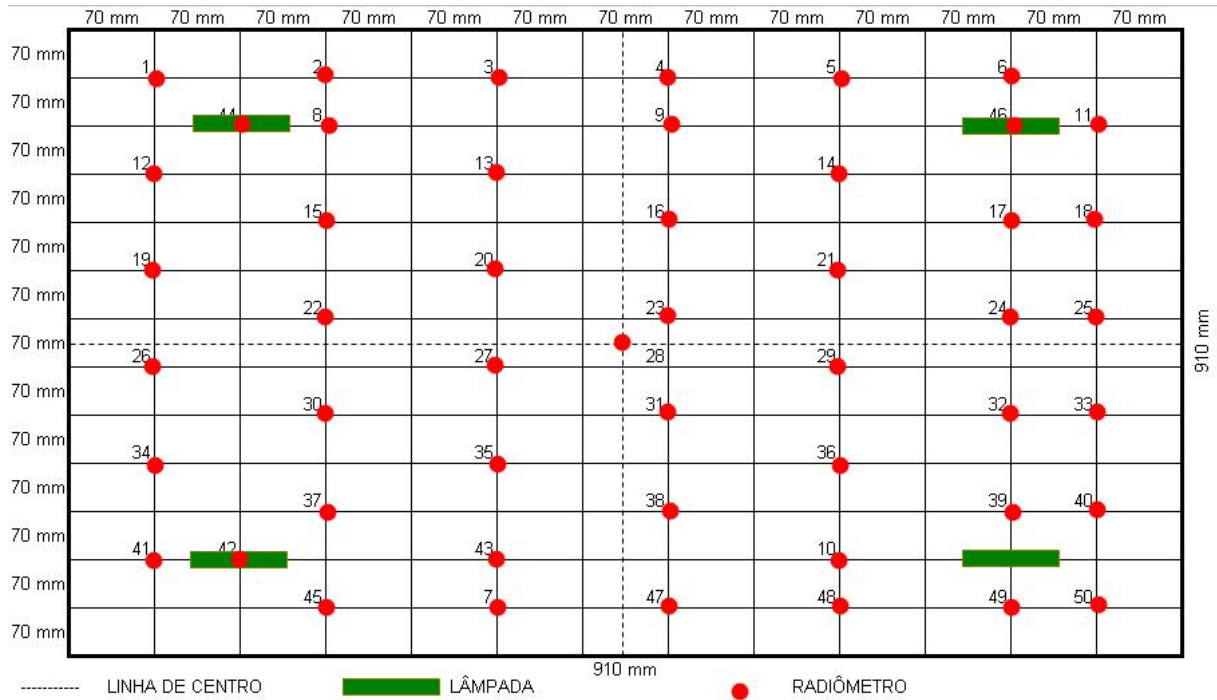


Figure 7: Positioning of the radiometers (green color: position of lamps; red: positions of radiometers).

Once the temperatures were obtained (emissivity of each radiometer was previously measured), it was possible to calculate the absorbed heat flux using Eq. (1). It considers that the radiometer emits a heat flux (to cryogenic thermal-vacuum chamber shroud) equal to absorbed heat radiation from the lamps. This consideration implied to say that the heat losses are negligible.

$$Q = \alpha I = \varepsilon \sigma T^4 \quad (1)$$

4.1. Uncertainty analysis

With the obtained data from the experiment, it was fulfilled an uncertainty analysis to give more confidence to the results. The measurement temperature (T) was obtained by thermocouples. Then, the heat flux (Q) was evaluated from Eq. (1), which are: σ is a Stefan – Boltzmann constant; ε is the sensor emissivity, which was obtained experimentally; T is the temperature in each radiometer.

The total uncertainty of each variable was composed by combination of random and bias uncertainties as describe by Coleman and Steele (1999). Method of Kline and McClintock (1953) was employed for propagation of primary variable uncertainties, for a level of confidence of 95% (or 20:1), as described ahead.

- For a given primary variable:

$$U_X^2 = U_{X,bias}^2 + U_{X,random}^2 \quad (2)$$

Where:

$$U_{X,random} = \frac{tS_x}{\sqrt{N}} \quad (3)$$

Where S_x is standard deviation of a finite sample for a given number of measurements N and t is t-student variable.

- For propagation of primary variable uncertainties:

$$\left(\frac{U_Q}{Q}\right)^2 = \left(\frac{\varepsilon}{Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial \varepsilon}\right)^2 \cdot \left(\frac{U_\varepsilon}{\varepsilon}\right)^2 + \left(\frac{T}{Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial T}\right)^2 \cdot \left(\frac{U_T}{T}\right)^2 \quad (4)$$

or

$$\left(\frac{U_Q}{Q}\right)^2 = \left(\frac{U_\varepsilon}{\varepsilon}\right)^2 + 16 \cdot \left(\frac{U_T}{T}\right)^2 \quad (5)$$

4.2. Results

Figures 7, 8, 9, 10 and 11 show the results of Absorbed Heat Radiation Flux by each radiometer for a given wattage (P).

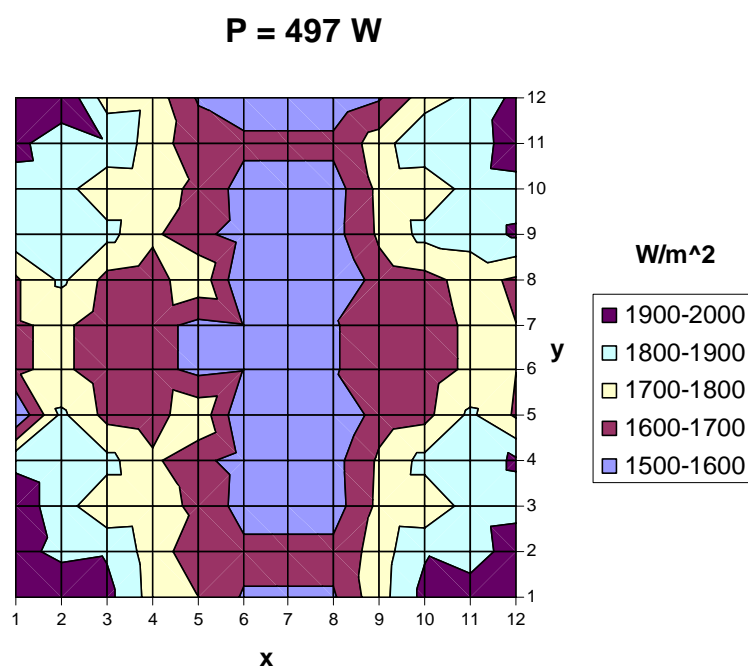


Figure 8: Absorbed Heat Radiation (W/m^2) in the radiometer plate for an uncertainty of ± 177 (20:1), for lamp power $P = 497W$.

P = 317 W

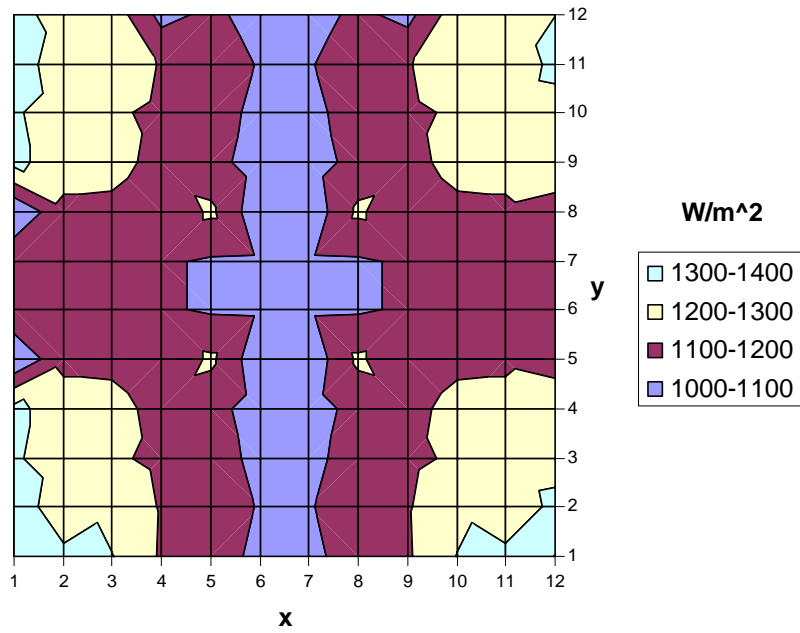


Figure 9: Absorbed Heat Radiation (W/m²) in the radiometer plate for an uncertainty of ± 119 (20:1), for lamp power P = 317W.

P = 168 W

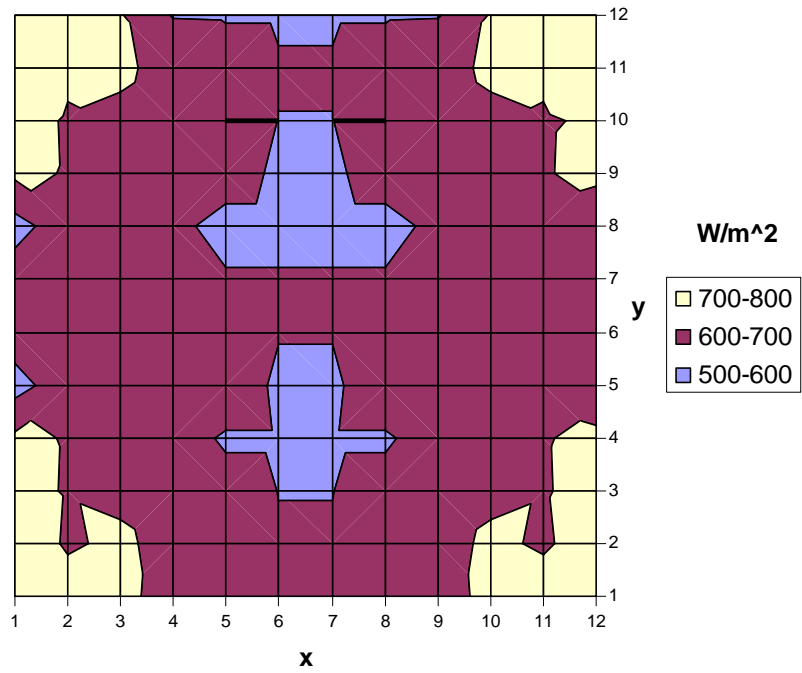


Figure 10: Absorbed Heat Radiation (W/m²) in the radiometer plate for an uncertainty of ± 83 (20:1), for lamp power P = 168W.

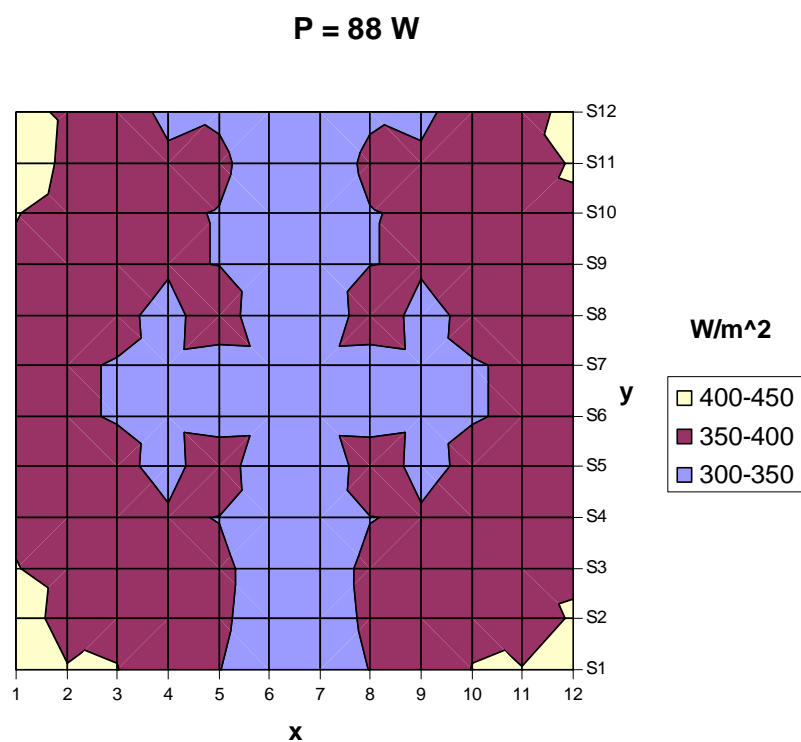


Figure 11: Absorbed Heat Radiation (W/m^2) in the radiometer plate for an uncertainty of ± 42 (20:1), for lamp power $P = 88$ W.

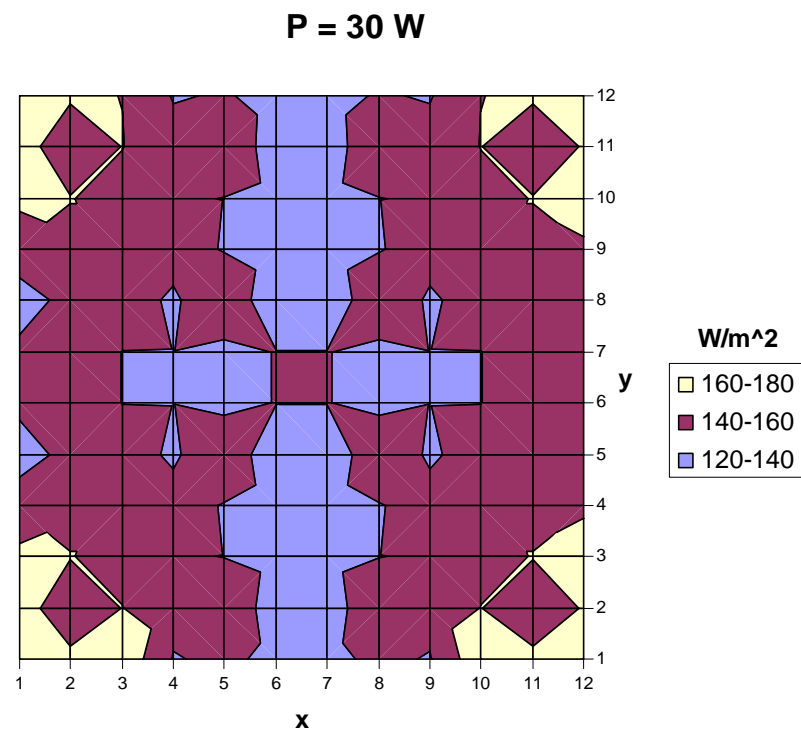


Figure 12: Absorbed Heat Radiation (W/m^2) in the radiometer plate for an uncertainty of ± 19 (20:1), for lamp power $P = 30$ W

5. Conclusions

The principal effect of this work was to analyze the real influence of the baffles over the absorption of the heat radiation. It was verified that the heat flux was really increased, thought more than necessary under the point of view of the uniformity. The conclusion of these results drive us to fulfill the next steps: a) we have to change of the setup, in order to put lamps closer of the center positions; b) analyze the influence of base plate thermal emission to baffles, which can reflect to radiometers again; c) identify theoretical correlations to develop a computation model which could be useful for development of space simulation of satellites.

6. Acknowledgements

We would like to thank the CNPq/RHAE and INPE/LIT for their support in helping us carry out this research and also LIT Thermal Vacuum group for their help in manufacturing the experimental apparatus and carrying out of the tests.

7. References

- Braig, A.; Schaefer, T.; Pawlowski, P., 1988, "Lessons Learnt from Rosat Thermal Balance Test – A Combined Solar Simulation/Infrared Test", Proceedings of the 3rd European Symposium on Space Thermal Control & Life Support Systems, Noordwijk, the Netherlands, 3-6 Oct., ESA-SP 288, pp. 443-448.
- Cardoso, P. H.; Garcia, E. C., 1989, "Simulação do Ambiente Espacial do Satélite SCD-01 por Placas Aquecedoras", X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Anais, Rio de Janeiro, RJ, pp. 581-584.
- Kline, S.J. and McClintock, F.A., 1953, "Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments", Mechanical Engineering Science, 75(1), pp. 3-8.
- Messidoro, P.; Boggiatto, D.; Pataccia, M.; Buratti, P., 1983, "Development of a S/C Infrared Test Technique as an Alternative to Solar Simulation – First Steps on L-SAT Thermal Model", Proceedings of the International Symposium on Environmental and Thermal Systems for Space Vehicles, Toulouse, France, 4-7 Oct., ESA-SP 200, pp. 11-17.
- Nuss, H. E., 1987, "Space Simulation Facilities and Recent Experience in Satellite Thermal Testing", Vacuum, Vol. 37, numbers 3/4, Printed in Great Britain, pp. 297-302.
- Ramos, F. M., Garcia, E. C., Almeida, J. S., 1988, "Descrição e Análise do Ensaio do Modelo Térmico do Satélite de Coleta de Dados", II Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT), Anais, 06-08 Dez., Águas de Lindóia, SP, pp. 381-384.
- Santos, M.B., Garcia, E.C, First Steps of The Infrared Simulation Development By Tungsten Filament Lamps, Cobem2005, Ouro Preto, 2005.
- SimulateIR Series – Product data sheet. SimulateIR-D-01-A Model 5236. Research INC, USA, 1998.
- Colemann, H. W.; Steele, W. G., 1999, "Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers", John Wiley & Sons, 274p.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO E RADIAÇÃO EM ISOLANTES TÉRMICOS UTILIZADOS EM EDIFICAÇÕES

Romulo Ruiz Gasparini

Companhia de Saneamento do Paraná
romulorg@sanepar.com.br

Luís Mauro Moura

Pontifícia Universidade Católica do Paraná
luis.moura@pucpr.br

Resumo. Com objetivo de se verificar o desempenho térmico de um material isolante do tipo lã de vidro, localizado no interior de um ático residencial, descreve-se neste trabalho, um modelo numérico para a análise da transferência de calor por condução, acoplada com a radiação. O código numérico desenvolvido, em linguagem FORTRAN, considera que o fluxo de calor, através do meio, ocorre em um espaço unidimensional e em regime transiente. A equação de transporte radiativo é desenvolvida através do método de ordenadas discretas e a equação de difusão de calor é discretizada através do método de volumes finitos e a solução ocorre através da técnica TDMA. Para a simulação, consideram-se dois dias distintos: o primeiro com temperaturas elevadas e o segundo com temperaturas amenas. Neste trabalho verifica-se a variação das propriedades radiativas com relação a transferência total de calor através da lã de vidro. Os resultados do modelo numérico deste problema são comparados com simulações já existentes na literatura e também são comparados com alguns materiais utilizados na indústria da construção civil, com o intuito de demonstrar a viabilidade de seu uso em edificações.

Palavras chave: condução, radiação, materiais isolantes.

1. Introdução

No Brasil, o setor governamental tem investido em pesquisa, normalização e legislação para que o consumo energético no País seja reduzido sem prejudicar nosso conforto, evitando assim grandes investimentos em geração de energia elétrica. É o caso do PROCEL (Programa Nacional de Combate ao Desperdício de Energia Elétrica), com atuação em diferentes áreas da sociedade, inclusive a residencial, visando o uso racional de energia. (Lamberts *et al.* (1997))

Segundo o PROCEL, cerca de 20% da produção nacional de energia elétrica é utilizada em edifícios comerciais e públicos e 29% em edifícios residenciais. Alguns trabalhos apontam o alto consumo de energia elétrica em condicionamento de ar no Brasil, mostrando que esse consumo é da ordem de 48% do total em edifícios comerciais e que em edifícios comerciais com fachadas envidraçadas podem chegar a 70% do total durante o verão. No setor residencial, o consumo de energia para o condicionamento de ar é da ordem de 7% do total, sendo considerado um valor baixo, mas cresce significativamente com o aumento do poder aquisitivo da população. (Lamberts *et al.* (1997))

Cabe salientar que no condicionamento o desperdício de energia é grande e as maneiras de reduzir o consumo são fáceis e sem grandes investimentos. O emprego de materiais com maior resistência térmica poderia representar, em muitos casos, uma grande redução no consumo de energia elétrica em edificações com ambientes climatizados e também representar um maior conforto dos ocupantes de edificações sem condicionamento de ar, já que estes materiais proporcionam maior isolamento térmico do ambiente a ser ocupado, diminuindo as trocas de calor com o meio externo.

Uma das principais deficiências em isolamento térmico das edificações está nas coberturas. São inúmeros os galpões industriais e comerciais sem qualquer tipo de isolamento térmico. Nas edificações residenciais, o desconforto com elevadas temperaturas em ambientes cobertos com lajes e telhados são frequentes, principalmente no verão, ou então um consumo muito elevado na climatização destes ambientes.

Por isso, analisar a transferência de calor por condução e radiação em edificações, principalmente através de sua cobertura, já que a maior parte da radiação solar incide diretamente sobre essa parte da construção, apresenta-se como uma ferramenta para se obter o uso racional de energia elétrica em ambientes climatizados e melhorar o conforto térmico de ambientes não climatizados. O uso de materiais isolantes em edificações tende-se a ser normalizado devido aos benefícios alcançados.

O acoplamento de condução e radiação para a determinação da transferência de calor em edificações com uso de isolamento térmico se faz necessário devido aos materiais isolantes em muitos casos serem considerados como um meio semitransparente, ou seja, permite a passagem dos dois tipos de transferência de calor.

1.1 O uso de isolamento térmico em edificações

A radiação solar é um dos mais importantes contribuintes para o ganho térmico em edifícios, sendo que, o uso de

materiais isolantes é de fundamental importância para obtenção do conforto térmico em uma edificação.

Entre os materiais isolantes utilizados na construção civil, pode-se destacar a lã de vidro. A lã de vidro é um material fibroso fabricado em alto forno a partir de sílica e sódio, aglomerados por resinas sintéticas. Sua visualização em escala microscópica é apresentada pela figura 1.



Figura 1. Lã de vidro, Moura (1998).

A lã de vidro, por ser um material com elevada porosidade, conforme pode ser observado na figura 1, possui um baixo valor de condutividade térmica, principalmente quando comparado com os demais materiais comumente utilizados na construção civil, conforme a tabela 1. Como o fluxo de calor por condução é proporcional ao valor da condutividade térmica do material, a utilização de isolantes térmicos como a lã de vidro diminui o fluxo de calor por condução entre o meio externo e o interior da edificação.

Entretanto, a condutividade térmica de materiais com elevada porosidade, como no caso da lã de vidro, só permanece baixa se este material estiver seco, ou seja, sem a presença de umidade.

Tabela 1. Condutividade térmica (k) de alguns materiais de construção, segundo Lamberts *et al.* (1997).

Material	Condutividade Térmica (W/m.K)
Concreto	1,500
Gesso Cartonado	0,500
Madeira	0,140
Telha de Barro	0,700
Tijolo	0,700
Vidro Comum	5,500
Lã de Vidro	0,045

O desempenho de um isolante térmico é avaliado de acordo com a resistência térmica que ela propicia à passagem de calor. É um valor que pode ser medido em laboratório através de ensaios adequados, forma mais usual para a especificação dos isolantes em projetos.

1.2 Revisão da literatura

Alguns trabalhos sobre análise da transferência de calor por condução e radiação através de materiais isolantes do tipo lã de vidro são encontrados na literatura.

Houston e Korpela (1982) analisaram a transferência de calor por condução e radiação através de isolantes de fibra de vidro localizado entre duas superfícies opacas e isotérmicas. Para a resolução do acoplamento da condução e radiação foi utilizada uma solução iterativa para a equação de balanço de energia e o método de ordenadas discretas para a solução da equação de transferência radiativa. Os resultados obtidos para o fluxo total de calor através da solução numérica foram validados através de medidas experimentais.

Winiarski e O'Neal (1996) verificaram a transferência de calor por condução e radiação, através de um ático residencial com a utilização de materiais isolantes em diferentes pontos no interior deste ático, utilizando um modelo

numérico, em regime permanente, resolvido para cada passe de hora e com a validação dos resultados através de um modelo experimental. Os resultados comprovaram que o menor fluxo de calor obtido no ático foi através do posicionamento do material isolante na parte inferior do ático residencial, ou seja, sobre a laje ou forro da residência.

Harris *et al.* (2003) analisaram a transferência de calor através de um material isolante de fibra de vidro, sobre a laje da residência. A lâ de vidro foi revestida por uma resina fenólica. Esta resina tem por finalidade a absorção da umidade dispersa dentro do material. Os resultados foram apresentados para um dia típico de verão e para um dia típico de inverno, sendo que, com o aumento do peso do revestimento da resina sobre o material isolante, houve uma diminuição do fluxo de calor através do meio. As equações básicas de espécie, difusão de calor e transporte radiativo, foram resolvidas simultaneamente em regime transiente aplicando um volume de controle unidimensional no material isolante.

1.3 Proposta do trabalho

A proposta deste trabalho é verificar numericamente a transferência de calor através de um material isolante localizado no interior de uma edificação, mais especificamente em um ático residencial. Nesta formulação, as paredes e a base junto ao solo da residência são consideradas como sendo superfícies adiabáticas.

2. Formulação

Para um meio semitransparente, com geometria unidimensional cartesiana, absorvente, difuso, com propriedades radiativas constantes, em equilíbrio termodinâmico local e com simetria azimutal, a equação da transferência radiativa (ETR) pode ser expressa da seguinte maneira, segundo Moura (2002):

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = (1 - \omega) I^o(T) + \frac{\omega}{2} \left[\int_0^1 I(\tau, \mu') p(\mu', \mu) d\mu' + \int_0^1 I(\tau, -\mu') p(\mu', -\mu) d\mu' \right] \quad (1)$$

Onde τ é a espessura ótica do meio, sendo que este termo representa a distancia a qual a intensidade radiativa percorre ao longo do meio, $I^o(T)$ é a intensidade de radiação emitida pelo corpo negro à temperatura do meio, ω é o albedo, p é a função de fase e os dois termos integrais representam o ganho por difusão. A ETR se divide em quatro termos, conforme a equação 1. O primeiro termo expressa a variação da intensidade radiativa no meio, sendo este termo a determinar. O segundo termo expressa a radiação absorvida pelo meio, sendo que essa parcela auxilia no aumento da temperatura do meio. O terceiro termo expressa a radiação emitida em todas as direções pelas faces do meio e o quarto termo expressa a intensidade radiativa espalhada em todas as direções, sendo que este espalhamento é devido à difusão e a retrodifusão da intensidade radiativa no meio.

Considerando como condições de contorno as faces do material isolante, tem-se que as intensidades radiativas nas faces podem ser dadas por, segundo Harris (2003):

$$\tau = 0 \rightarrow I(0, \mu) = \rho_{fw} I(0, -\mu) + (1 - \rho_{fw}) n^2 I^o(T_{fw}) \Rightarrow \mu > 0 \quad (2)$$

$$\tau = \tau_0 \rightarrow I(\tau_0, \mu) = \rho_{fe} I(\tau_0, \mu) + (1 - \rho_{fe}) n^2 I^o(T_{fe}) \Rightarrow \mu < 0 \quad (3)$$

Onde ρ_{fw} é a refletividade da superfície a oeste, ρ_{fe} é a refletividade da superfície a leste, T_{fw} e T_{fe} são respectivamente as temperaturas nas superfícies a oeste e a leste. As condições de contorno, de ambas as faces, são divididas em dois termos, conforme pode ser visto nas equações 2 e 3. O primeiro termo refere-se a intensidade radiativa que chega na face e sofre reflexão especular, ou seja, em apenas uma direção. O segundo termo refere-se a intensidade radiativa emitida pela face, sendo que essa emissão tem intensidade igual em todas as direções, ou seja, é uma emissão isotrópica.

A passagem de calor ou fluxo de calor por radiação q_{rad}'' através de uma seção de um meio semitransparente é definida pela equação 4:

$$q_{rad}'' = 2\pi \int_{-1}^1 I(\tau, \mu) \mu d\mu \quad (4)$$

Onde a equação 4 representa a integração da intensidade radiativa $I(\tau, \mu)$ em um determinado volume.

A passagem da radiação no interior de um meio semitransparente gera calor dentro deste material, sendo que esta parcela contribui para a alteração da temperatura interna deste material. O calor gerado internamente \dot{q}_{rad} é definido pela equação 5:

$$\dot{q}_{rad} = \kappa [4\pi I^o(T) - G] \quad (5)$$

2.1. Equação de balanço de energia

A equação de balanço de energia ou difusão de calor, para um volume de controle em sistemas de coordenadas cartesianas em um espaço unidimensional, considerando o acoplamento de condução e radiação, é dada, pela equação 6:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k_p \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial q_{rad}}{\partial x} \quad (6)$$

Onde ρ é a densidade do volume de controle, c é o calor específico do volume de controle, k a condutividade térmica do volume de controle, k_p é a condutividade térmica do volume de controle e ΔT é variação da temperatura do volume de controle. O termo $\frac{\partial q_{rad}}{\partial x}$ representa o calor gerado internamente devido à passagem da radiação no meio, sendo este termo considerado como um termo fonte da equação de difusão de calor. A equação 6 foi proposta por Harris *et al.* (2003), para a solução da transferência de calor por condução e radiação através de um isolante térmico utilizado em lajes residenciais. A equação 6 não tem solução analítica, sendo necessário à utilização de métodos numéricos para se determinar o fluxo de calor através deste meio. Uma técnica bastante utilizada na solução deste tipo de problema, segundo Maliska (1995), é o método de volumes finitos que consiste subdividir o meio em vários volumes, conforme a figura 2.

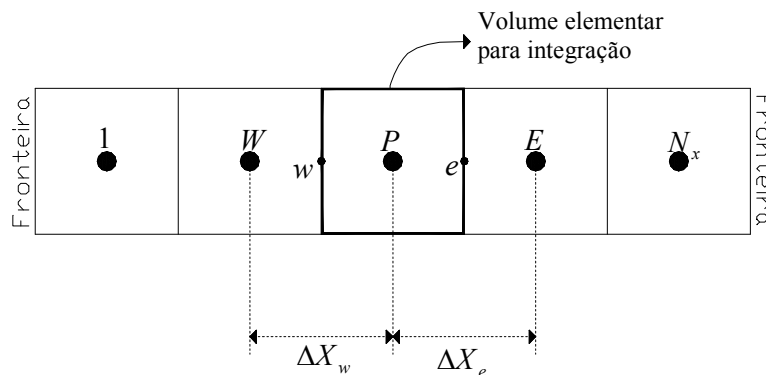


Figura 2. Malha para o problema unidimensional de difusão de calor.

Integrando a equação 6 no tempo e espaço, sendo que para a temperatura usou-se uma função linear para a interpolação e para o tempo usou-se uma formulação explícita para a interpolação, obtém-se a seguinte equação para a solução numérica do perfil de temperatura através do meio:

$$T_{P(t+\Delta t)} = Fo_E T_{E(t)} + Fo_W T_{W(t)} + (1 - 2Fo_P) T_{P(t)} + \dot{q}_{rad,P} \frac{\Delta x}{\rho c} \quad (7)$$

Onde Fo é o número de Fourier do volume de integração, $T_{P(t+\Delta t)}$ é a temperatura no centro do volume de integração no tempo $t + \Delta t$, $T_{P(t)}$ é a temperatura no centro do volume de integração no tempo t e $T_{E(t)}$ e $T_{W(t)}$ são as temperaturas no centro do volume a leste e oeste do volume de integração no tempo t , respectivamente.

Após conhecer os valores do perfil de temperatura no volumes internos, pode-se determinar o fluxo de calor por condução $q''_{cond,P}$ através do volumes internos P , conforme a figura 2, bastando apenas aplicar a lei de Fourier neste ponto, conforme a equação 8 abaixo:

$$q''_{cond,P} = -\frac{k_P(T_E - T_W)}{2\Delta x} \quad (8)$$

O fluxo total de calor nas interfaces dos volumes de controle é a soma dos fluxos por radiação e condução, conforme a equação 9:

$$q''_{total,P} = q''_{rad,P} + q''_{cond,P} \quad (9)$$

3. Resultados

Antes da demonstração dos resultados da simulação, analisou-se a confiabilidade de ambos os códigos computacionais desenvolvidos para este problema, os erros dos resultados obtidos para uma simulação com grande intervalo de tempo e o tempo de simulação, em função do número de volumes, do número de direções do espalhamento da radiação, do tipo de quadratura e da função de fase.

3.1. Análise de erros no método numérico

A análise de erros do método numérico foi realizada variando-se a função de fase, a quadratura, o número de volumes e o número de direções do espalhamento da radiação. Os tipos de função de fase utilizados nesta análise foram a de Henyey-Greenstein com a ponderação de Nicolau (1994) e a isotrópica; as quadraturas utilizadas foram a de Radau e Nicolau, conforme Moura (1998); o número de volumes foi variado em 3, 5, 7, 11, 41, 101, 301 e 501; e o número de direções do espalhamento da radiação, tanto na região de difusão, quanto na região de retrodifusão foi variado em 6, 12, 16, 24, 72 e 150.

O erro, nesta análise, é considerado como sendo a variação da temperatura no volume $x = 0,5 \cdot L$, em relação a uma temperatura de referência, feita para um grande intervalo de tempo, com o objetivo de se atingir o regime permanente, conforme a seção 4.1. A análise do erro é verificada desta maneira em virtude de não ter sido encontrado uma solução analítica para esta condição. Esta temperatura de referência T_{ref} foi estabelecida para função de fase de Henyey-Greenstein com a ponderação de Nicolau (1994), para quadratura de Radau, para 501 volumes e 150 direções de espalhamento da radiação. O cálculo do erro é feito conforme a equação 10:

$$Erro(\%) = \left| \frac{T_{ref} - T_{cal}}{T_{ref}} \right| \cdot 100 \quad (10)$$

Onde T_{cal} é a temperatura calculada pelo o método numérico variando-se a função de fase, quadratura número de volumes e direções. As propriedades termofísicas e radiativas utilizadas nesta verificação estão listadas nas tabelas 3.1 e 3.2, respectivamente e as temperaturas nas fronteiras utilizadas foram: $T_{fw} = 350 K$ e $T_{fe} = 200 K$.

Na figura 3 são mostrados os resultados das 192 simulações realizadas. Pode-se verificar que para 501 volumes, variando-se a função de fase, a quadratura e as direções do espalhamento da radiação, a variação dos erros é insignificante, sendo os valores próximos a zero, em relação à temperatura de referência T_{ref} . Para este número de volumes, o erro máximo observado na simulação foi de 0,05 %, que ocorreu para a função de fase isotrópica, a quadratura de Radau e 6 direções do espalhamento da radiação.

Para 301, 101 e 41 volumes, a variação do erro é pequena, sendo que, seus valores, estão próximos de zero, conforme ocorre para 501 volumes. Com a simulação numérica utilizando 301, 101 e 41 volumes, os erros máximos observados foram de 0,12 %, 0,14 % e 0,17 %, respectivamente, sendo que, para estes casos, os erros máximos ocorreram para a função de fase isotrópica, a quadratura de Radau e 6 direções do espalhamento da radiação.

Para 11 volumes, o valor do erro determinado através da simulação, passa a ser significativo, sendo que, a variação do erro entre as diversas combinações, para este número de volumes é grande, conforme mostra a figura 4.12. Neste caso, o erro máximo observado foi de 2,4 %, que ocorreu para a função de fase isotrópica, a quadratura de Nicolau e 6 direções do espalhamento da radiação. O mesmo comportamento foi observado para 7, 5 e 3 volumes, sendo que os erros máximos observados para estes casos foram respectivamente de 3,6 %, 4,2 % e 4,2 %.

Com essa simulação, observou-se que, para o método numérico desenvolvido para este problema,

independentemente do tipo da função de fase, do tipo da quadratura e do número de direções do espalhamento da radiação, a utilização de um número de volumes pequeno, influencia na ocorrência de erros, conforme pode ser observado na figura 4.12. Para que o erro das simulações seja pequeno, conforme observações desta simulação, o número mínimo de volumes a ser utilizados é de 41, já que para esse número de volumes, o erro máximo observado foi de 0,17%.

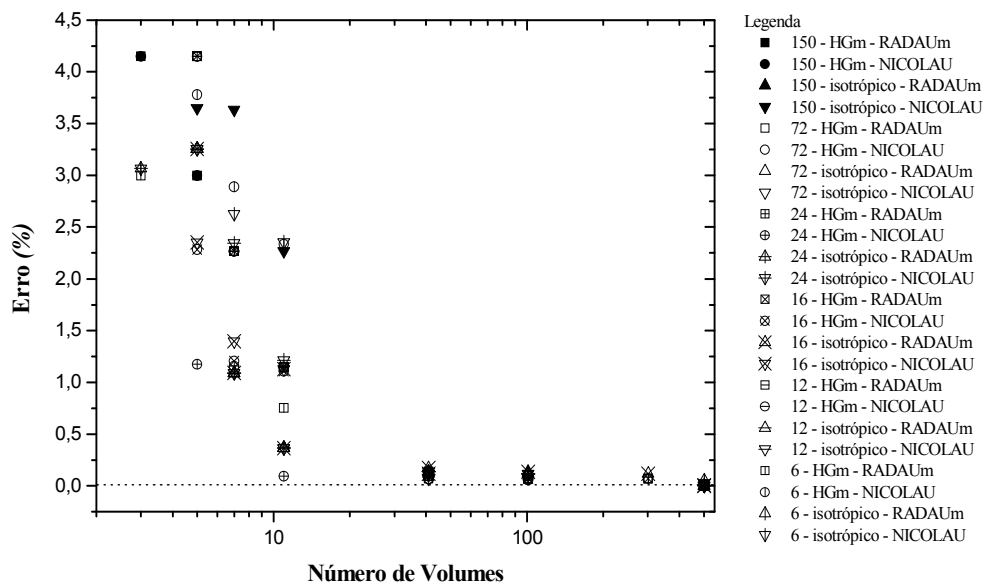


Figura 3. Erro no método numérico em função da função de fase, do tipo de quadratura, do número de volumes e do número de direções do espalhamento da radiação, considerando $\tau_0 = 37$ e $\omega = 0,201$.

3.2. Análise da simulação numérica

A figura 4 apresenta o fluxo total de calor adimensional, em função, da variação da espessura ótica em $\tau_0 = 0,1$ e $\tau_0 = 1$ e da variação da emissividade das faces do material isolante em $\varepsilon = 1$, $\varepsilon = 0,8$ e $\varepsilon = 0,2$, para diferentes valores do parâmetro adimensional condução-radiação N . Este parâmetro mede a relação entre a condução e a radiação no fluxo total de calor, sendo que é definido segundo a equação 11:

$$N = \frac{k\beta}{4\sigma T_{fw}^3} \tag{11}$$

Onde o β é o coeficiente de extinção do meio, que representa o quanto de radiação está sendo extinta devido a difusão de radiação no interior e a absorção do meio. Pode ser observado que, para $N = 0,01$ e $N = 0,1$, condição onde a radiação tem maior influência no fluxo total de calor, a variação da emissividade ε influencia no fluxo total de calor, sendo que, quanto maior é a emissividade, maior é o fluxo. No caso de $N = 0,01$ e $\tau_0 = 0,1$, a redução do fluxo total de calor adimensional, comparando com o caso onde a emissividade das faces é $\varepsilon = 1$, foi de 17,5 % para $\varepsilon = 0,8$ e foi de 70,1 % para $\varepsilon = 0,2$. No caso de $N = 0,01$ e $\tau_0 = 1$, a redução do fluxo total de calor, comparando-se com o caso onde a emissividade das faces é $\varepsilon = 1$, foi de 32,2 % para $\varepsilon = 0,8$ e foi de 64,8 % para $\varepsilon = 0,2$. Com o aumento de N , a condução passa a ter maior predominância. Com isso, a diferença no fluxo total de calor, devido à variação da emissividade ε das faces, diminui, sendo que, para o caso de $N = 10$ e $\tau_0 = 0,1$, a

redução do fluxo de calor foi de 0,1 % para $\varepsilon = 0,8$ e foi de 0,4 % para $\varepsilon = 0,2$ e no caso de $N = 10$ e $\tau_0 = 1$, a redução do fluxo de calor foi de 0,9 % para $\varepsilon = 0,8$ e foi de 1,8 % para $\varepsilon = 0,2$.

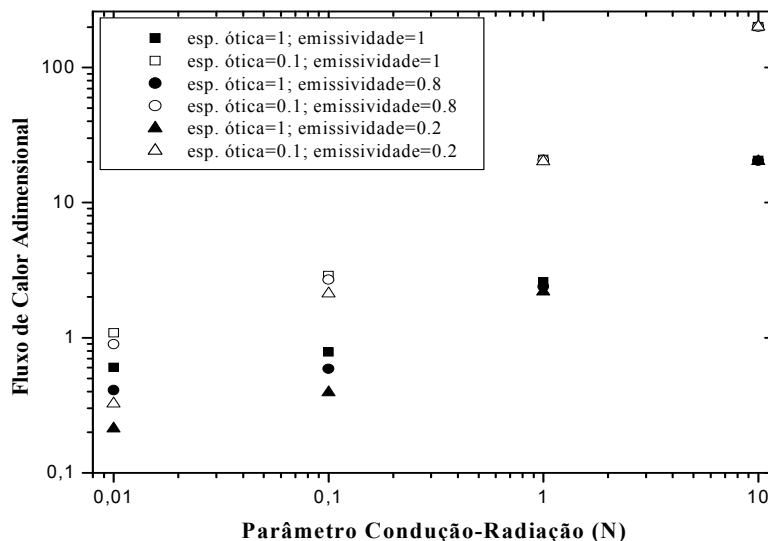


Figura 4. Verificação do fluxo total de calor, considerando a variação da espessura ótica e da emissividade das faces do material isolante.

As figuras 5 e 6 demonstram os fluxos de calor por condução, por radiação e fluxo total de calor, ao longo do dia típico de verão e ao longo do dia típico de inverno, com as propriedades da lã de vidro segundo Moura (1998). Pode ser observado que, para o dia típico de verão, a maior parte do fluxo total de calor é devido à condução, sendo que a radiação pouco influencia no fluxo total de calor. A energia acumulada no interior da residência, com a transferência de calor através da lã de vidro, ficou distribuída em 7,5 % devido à radiação e em 92,5 % devido à condução. Através das propriedades da lã de vidro, o parâmetro adimensional condução-radiação N ao longo do dia típico de verão é próximo a 10.

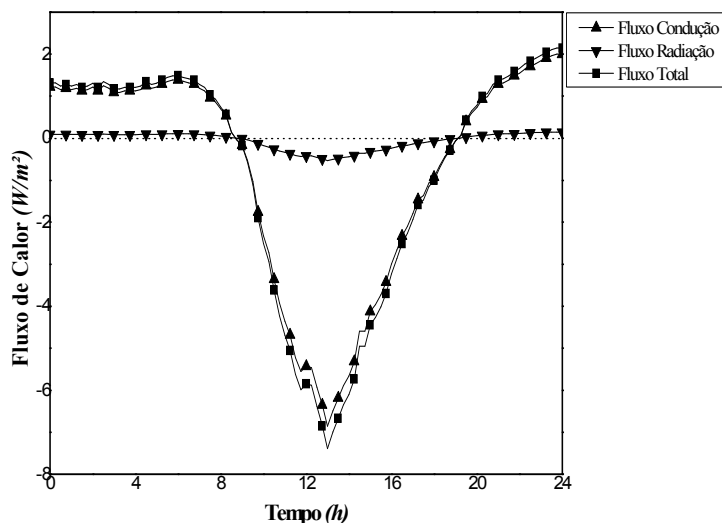


Figura 5. Fluxo de calor por condução, por radiação e fluxo total de calor para o dia típico de verão, com as propriedades da lã de vidro segundo Moura (1998).

Para o dia típico de inverno, a energia perdida pela residência, com a transferência de calor através da lã de vidro, ficou distribuída em 6,3 % devido à radiação e em 93,7 % devido à condução. O parâmetro adimensional condução-radiação N é próximo a 10, como no caso do dia típico de verão. Através destas análises, pode-se dizer que a variação da emissividade na envoltória da lã de vidro exerce pouca influência na transferência de calor.

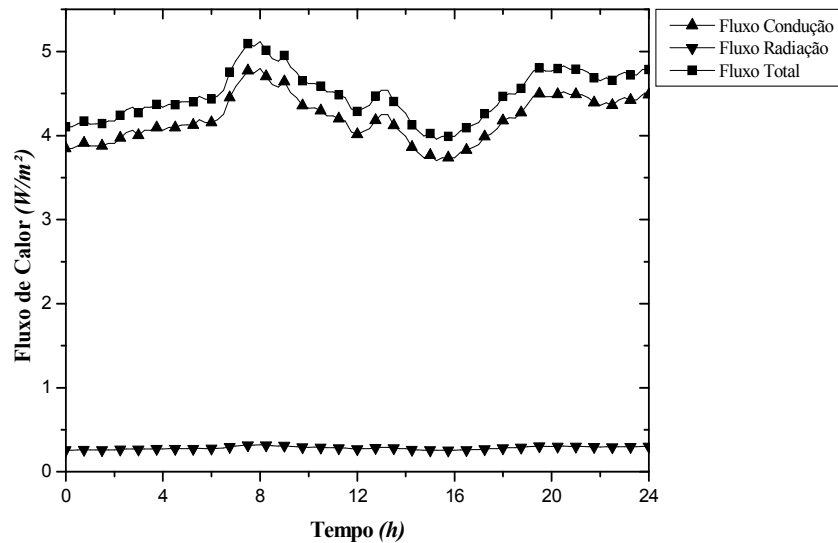


Figura 6. Fluxo de calor por condução, por radiação e fluxo total de calor para o dia típico de inverno, com as propriedades da lã de vidro segundo Moura (1998).

A tabela 2 mostra a energia acumulada no interior da residência, para o dia típico de verão e a energia perdida para o ático, para o dia típico de inverno, da lã de vidro, em comparação a alguns materiais comumente utilizados na construção civil. Para ambos os dias, a utilização da lã de vidro se mostrou mais eficiente, em relação aos demais materiais, sendo que, em uma residência a qual o usuário deseje utilizar um sistema de ar condicionado, a carga térmica através deste material é menor, o que favorece em um sistema de refrigeração menor. No caso de uma residência sem um sistema de ar condicionado, pode-se dizer que a utilização da lã de vidro favorece um maior conforto térmico dos usuários, pois em ambos os dias, a residência tem menores trocas térmicas com o ático residencial. Na construção civil, a lã de vidro normalmente é executada com um outro material, como por exemplo, o concreto, mas esta comparação considerou o material individualmente.

Tabela 2. Comparativo da energia acumulada devido à transferência de calor, para alguns materiais utilizados na construção civil.

Período	Material	Aumento (%)
dia típico de verão	Lã de Vidro	
	Isopor	10,2
	Madeira Compensada	230,6
	Madeira de Lei	230,6
	Gesso	368,3
	Concreto	3756,8
dia típico de inverno	Lã de Vidro	
	Isopor	16,8
	Madeira Compensada	250,5
	Madeira de Lei	250,5
	Gesso	396,5
	Concreto	3988,8

O Custo Unitário Base da construção civil, segundo o Sindicato da Indústria da Construção Civil do Estado do Paraná, em consulta ao site: <http://www.sinduscon-pr.com.br/>, no dia 06/08/2005, é de R\$ 842,22/m². O custo unitário da lâ de vidro, considerando espessura de 10 cm, segundo a Empresa Tecnotermo Isolantes Térmicos Ltda., em consulta ao site: <http://www.tecnotermo.com.br/>, no dia 09/08/2005, é de R\$ 10,82/m², sendo este preço referência para São Paulo – SP. Fazendo uma analogia entre os custos unitários da construção civil e da lâ de vidro, chega-se a conclusão que, em uma nova construção residencial, o custo de implantação deste material isolante representaria aproximadamente 1,3% a mais do preço final por m², o que demonstra a viabilidade do uso deste material, principalmente em edificações climatizadas. Um outro ponto importante a ser analisado seria as trocas térmicas através das paredes laterais.

4. Conclusão

Neste artigo, foi verificada a transferência de calor por condução e radiação, através da lâ de vidro, comumente utilizado como isolante térmico, para dois dias distintos: dia típico de verão e dia típico de inverno.

Com o intuito de aperfeiçoar a simulação dos casos, foi analisado o erro devido ao método numérico, para que, com base nestes resultados pudesse se ter uma simulação com resultados coerentes.

A emissividade das faces exerce influência no valor do fluxo total de calor para casos onde a radiação tem predominância sobre a condução, onde se observou uma diferença de 70,1% entre os casos. Para os casos onde a condução tem predominância sobre a radiação, caso típico da lâ de vidro, a variação da emissividade das faces exerce pouca influência o valor a transferência total de calor, sendo que esta diferença diminui para 1,8%.

A lâ de vidro se mostrou eficiente, com relação à transferência de calor, em comparação aos materiais de utilizados na construção civil, sendo que, pode-se afirmar que a lâ de vidro favorece um melhor conforto térmico dos usuários de uma residência que utilize este material e para ambientes climatizados o seu auxílio é em um menor dimensionamento do sistema de climatização.

5. Referências

- HARRIS, K. T.; ROUX, J. A. and McCARTY, T. A. **Phenolic Binder Content Impact on Total Heat Transfer for Fibrous Insulation Batts**. Journal of Thermal Envelope and Building Science, V. 26, N. 4, p. 237-257, 2003.
- HOUSTON, R. L. and KORPELA, S. A. **Heat Transfer Through Fiberglass Insulation**. Proceedings of Seventh International Heat Transfer Conference, München, V. 2, p. 499-504, 1982.
- LAMBERTS, R. **Eficiência Energética na Arquitetura**. Roberto Lamberts, Luciano Dutra e Fernando Oscar Ruttkay Pereira. São Paulo: PW Editores, 1997. 192p.
- MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 1995. 424p.
- MOURA, L. M. **Identification des Propriétés Radiatives des Matériaux Semi-Transparents Diffusants en Situation de Non-Symétrie Azimutale du Camp Radiatif**. Thèse de Doctorat, 98ISAL0059, INSA Lyon, France, 1998.
- NICOLAU, V. P. **Identification des Propriétés Radiatives des Matériaux Semi-Transparents Diffusants**. Thèse de Doctorat, 94ISAL0001, INSA Lyon, France, 1994.
- WINIARSKI, W. W. and O'NEAL, D. L. **A Quasi-Steady-State Model of Attic Heat Transfer with Radiant Barriers**. Energy and Buildings, V. 24, p 183-194, 1996.

HEAT TRANSFER BY CONDUCTION AND RADIATION IN THERMAL INSULATORS USED IN BUILDINGS

Romulo Ruiz Gasparini

Institution: Companhia de Saneamento do Paraná

Address: Rua XV de Novembro, 1456 – Centro, CEP 80060-000, Curitiba – Paraná – Brasil

e-mail: romulorg@sanepar.com.br

Luis Mauro Moura

Institution: Pontificia Universidade Católica do Paraná

Address: Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, CEP 80215-901, Curitiba – Paraná – Brasil.

e-mail: luis.moura@pucpr.br

Abstract

New insulation materials are being used in building industry to reduce electric energy consumption due to presence of HVAC (Heating, Ventilation and Air Conditioning) systems or to improve the thermal comfort of non-conditioned

environments. An insulation material used in ceilings is the glass wool. The glass wool is considered as a semitransparent material, because the heat transfer process will occur by conduction and radiation. Thus, in this work, a numerical model to analyze the coupling of conduction heat transfer with the radiation heat transfer through the glass wool is developed. The numerical model considers unsteady one-dimensional heat transfer through the glass wool, in the one-dimensional space and transient state. The radiation heat transfer equation is solved by the Discrete Ordinates Method and the conduction heat transfer equation is solved by the finite volumes method with the TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) technique. Two test cases are considered for two distinct days: first one, with high temperatures, representing a summer day; second one, with low temperatures, representing a winter day. The heat transfer is compared for some materials used in building industry, showing the viability of using the glass wool in buildings.

Keywords: conduction, radiation, insulation material.

ESTUDO NUMÉRICO DA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADES TRIDIMENSIONAIS COM DUAS PAREDES ISOTÉRMICAS

Elie Luis M. Padilla
epadilla@mecanica.ufu.br

José Eduardo S. Oliveira
jesoliveira@gmail.com

Aristeu da Silveira Neto
Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Mecânica
aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo. *Convecção natural no interior de cavidades fechadas têm diversas aplicações em engenharia, entre as quais pode-se mencionar o armazenamento de energia e o resfriamento de componentes eletrônicos. No presente trabalho, apresentam-se os resultados do estudo numérico tridimensional da convecção natural no interior de cavidades cúbicas fechadas, foram impostas temperaturas prescritas nas paredes da direção horizontal e condição adiabática nas outras paredes. As equações de Navier-Stokes e de conservação de energia são resolvidas em coordenadas cartesianas pelo método dos volumes finitos com malhas deslocadas e esquemas temporal e espacial de segunda ordem. Apresenta-se o comportamento padrão dos escoamentos para diferentes números de Rayleigh (Ra) dentro da faixa $10^3 \leq Ra \leq 10^8$ e número de Prandtl igual a 0,71. O escoamento apresenta os primeiros sinais de desestabilização para maiores Ra . É mostrada também uma análise do coeficiente de transferência de calor local e global. Comparações com dados experimentais mostram uma boa concordância.*

Palavras chave: convecção natural, cavidade cúbica.

1. Introdução

O estudo da convecção natural em cavidades é de inegável importância na representação simplificada de inúmeros problemas práticos, com aplicações em resfriamento de componentes eletrônicos, painéis solares, reatores nucleares, sistemas de troca e recuperação de calor, refrigeração industrial, solidificação de metais. Nesta classe de problemas, um escoamento de características complexas é gerado pela diferença de temperatura entre as paredes ou mesmo regiões da cavidade, fazendo com que o fluido experimente diferentes regimes do estável ao turbulento dependendo do número de Rayleigh.

De fato, trata-se de uma configuração bastante estudada, que no início da década de 1980 foi resolvido por diferentes grupos de pesquisa, como se pode constatar no trabalho de Vahl Davis e Jones (1983). Contudo, o avanço dos métodos computacionais, tem permitido o estudo de configurações bem mais complexas e portanto mais próximas de casos reais. Como exemplo podemos citar trabalhos relativamente recentes encontrados na literatura que apresentam configurações mais complexas de aquecimento, gerando assim escoamentos de diferentes características (Fusegi et. al., 1992; Pallares, 1996 e Frederick, 2001).

Entretanto a configuração clássica como a apresentada no trabalho pioneiro de Vahl Davis e Jones (1983), talvez pela já extensiva literatura e dados disponíveis, fazem da mesma um caso teste padrão na avaliação de esquemas numéricos para resolução das equações de energia e movimento. O que pode ser constatado em recentes trabalhos como o de Fusegi et al. (1991) que tinha por objetivo evidenciar o caráter tridimensional das estruturas formadas no escoamento induzido pela convecção natural em uma cavidade cúbica para números de Rayleigh entre 10^3 e 10^6 . Estes autores utilizaram um esquema de diferenças finitas com precisão de terceira ordem, os resultados das simulações foram comparados a trabalhos experimentais e numéricos, tendo sido verificado um bom ajuste. É também ressaltada neste trabalho a boa precisão dos resultados numéricos bidimensionais, mesmo tendo sido verificada a existência da componente de velocidade transversal, esta é de pequena magnitude e por isso com baixa influência nos resultados globais.

Barakos et al. (1994) utilizaram a mesma configuração para o estudo de escoamento laminar e turbulento. O objetivo do trabalho era investigar a influência de funções de parede logarítmicas implementadas em modelo de turbulência κ - ϵ padrão. Simulações bidimensionais foram realizadas para números de Rayleigh até 10^{10} . As funções de parede logarítmicas mostraram-se inapropriadas e levaram a uma superpredição do Nusselt. Os autores recomendam o uso de funções de parede baseadas em esquemas *power-law*. Wan et al. (2001) também utilizou esta mesma configuração para testar um novo método numérico de alta ordem de precisão, simulações bidimensionais foram realizadas no regime laminar dentro da faixa de convecção natural. Uma vez que o método possui uma alta ordem de

precisão, um objetivo secundário foi gerar numericamente uma base de dados para servir como referência neste tipo de problema.

No presente trabalho apresentam-se os resultados do estudo de escoamentos em convecção natural laminar no interior de cavidades fechadas em uma ótica mais realista, considerando a terceira dimensão. São mostradas as estruturas presentes nos diversos escoamentos considerados e a sua influência sobre o transporte de calor. Apresentam-se também algumas características do escoamento instável para número de Rayleigh igual a 10^8 . É pertinente mencionar que em um trabalho prévio, Padilla et al. (2006), foi realizada uma análise dos resultados preliminares do presente trabalho, na qual mostram-se algumas características para escoamentos com $Ra \leq 10^6$.

2. Modelagem Matemática e Método Numérico

O problema estudado foca o escoamento no interior de uma cavidade cúbica de altura L , como mostra na Fig. 1. As paredes na direção x são isotérmicas, enquanto que nas outras direções são consideradas adiabáticas. A parede em $x=0$, denominada de parede quente, encontra-se a temperatura T_h ; a outra parede, em $x=L$ denominada parede fria, encontra-se a temperatura T_c . O número de Prandtl do fluido de trabalho é fixado no valor de 0,71 e suas propriedades são constantes.

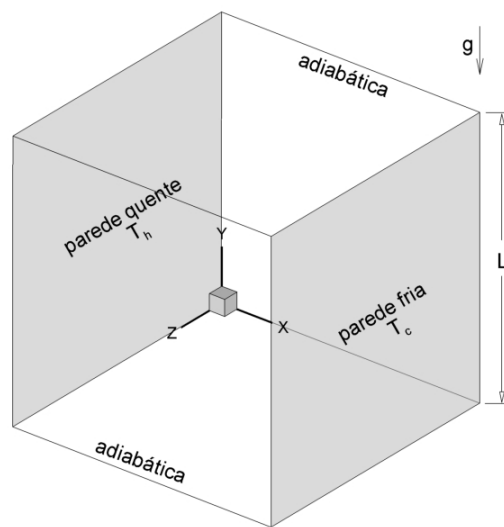


Figura 1. Modelo físico do problema.

As equações de Navier-Stokes e conservação de energia são usadas para representar a dinâmica de escoamentos com transferência de calor, considerando o fluido incompressível e newtoniano. O termo da força de empuxo é modelado pela aproximação de Boussinesq. As escalas de referência para o comprimento, velocidade, temperatura, pressão e tempo são L , $\mu/\rho L$, $T_h - T_c$, $\rho L^2/\mu$ e $\mu^2/\rho L^2$, respectivamente; onde ρ é a massa específica do fluido e μ é a viscosidade dinâmica. As equações governantes adimensionalizadas tomam a forma:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \vec{u} \vec{u}] = -\nabla \vec{p} + \frac{Ra}{Pr} T + \mu \nabla \cdot [\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T], \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{u} T] = \alpha \nabla^2 T, \quad (3)$$

onde Ra é o número de Rayleigh, Pr é o número de Prandtl e α é o coeficiente de expansão térmica.

As Eqs. (1-3), na sua forma tridimensional e em coordenadas cartesianas, são discretizadas usando o método dos volumes finitos (Patankar, 1980). As aproximações das variáveis, assim como suas derivadas são realizadas através do esquema de diferenças centradas. A discretização temporal é realizada usando o esquema de Adams-Bashforth. A equação de Poisson para pressão é resolvida usando o procedimento fortemente implícito (SIP) proposto por Stone (1968). Finalmente, o método dos passos fracionados (Kim e Moin, 1985) é usado para acoplar os campos de pressão e velocidade.

Como condições de contorno são empregadas as seguintes expressões:

velocidade,

$$(u, v, w)_{paredes} = 0, \quad (4)$$

temperatura,

$$T_{x=0} = 1, \quad (5)$$

$$T_{x=1} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial(y, z)} \Big|_{paredesadiabaticas} = 0. \quad (7)$$

Com o objetivo de reduzir o custo computacional das simulações, foram utilizadas malhas não uniformes, com refinamento nas regiões próximas das paredes. Os passos de tempos foram calculados com o critério CFL, implementados segundo Padilla (2004).

3. Resultados e Discussão

Simulações de escoamentos no interior de cavidades cúbicas para diversos números de Rayleigh compreendidos na faixa $10^3 \leq Ra \leq 10^8$ e número de Prandtl igual a 0,71, foram realizadas. Malhas não uniformes de $30 \times 30 \times 30$ volumes foram usadas. As simulações foram realizadas em uma máquina Pentium® IV de 1,6 GHz. O custo computacional aumenta em função do Ra , como exemplo pode-se mencionar que para caso de $Ra = 10^4$ o custo foi de 6,98 minutos por cada segundo físico de simulação, sendo necessário aproximadamente um total de 170 segundos físicos para atingir regime permanente.

Segundo Koseff e Street (1984) e Migeon et al. (2000), entre outros, os escoamentos no interior de cavidades são de natureza tridimensional. Especificamente escoamentos originados devido à diferença de temperatura entre paredes, também apresentam esta característica, como pode ser observado nas Figs. 2, 4 e 5, inclusive para baixos números de Rayleigh. Iso-superfícies das componentes da velocidade nas direções horizontal (u) e vertical (w) para dois valores de número de Rayleigh, são mostrados na Fig. 2. Para $Ra = 10^3$ (Fig. 2a) tem-se iso-superfícies de $u = \pm 3$ e $w = \pm 0,2$. A componente u da velocidade está concentrada a ambos os lados da cavidades na direção vertical, próximos das paredes na direção vertical, $y=0$ e 1. De forma similar, a componente v da velocidade (não mostrado) concentra-se nas proximidades das paredes na direção horizontal, em $x=0$ e 1. É interessante destacar que as componentes u e v da velocidade possuem a mesma ordem de grandeza, quando comparadas com a componente transversal (w), são uma ordem de grandeza maior. Para $Ra = 10^6$ (Fig. 2b) tem-se iso-superfícies de $u = \pm 100$ e $w = \pm 20$. Ambas as componentes da velocidade se concentram bem mais próximo das paredes, regiões nas quais estão presentes os maiores gradientes (ver Fig. 3). O escoamento é simétrico respeito do plano médio em $z=0,5$ em todos os caso considerados, exceto para $Ra = 10^8$, que apresenta uma leve assimetria por ser instável.

Como evidenciado através das iso-superfícies, as velocidades para $Ra = 10^3$ são baixas, incrementando-se consideravelmente à medida que o Ra aumenta, tais mudanças são mostradas no plano de simetria (Fig. 3), ao longo das direções vertical ($x=0,5$) e horizontal ($y=0,5$) para as componentes u e v , respectivamente. Gradientes de velocidade mais elevados são formados nas proximidades das paredes da cavidade para escoamentos com maiores Ra , no entanto, os gradientes formados nas proximidades das paredes isotérmicas ($x=0$ e 1) são maiores que nas proximidades das outras paredes (Fig. 3b). Observa-se também que para os maiores Ra a componente vertical da velocidade passa a ser mais importante que as outras componentes.

O padrão do escoamento para quatro valores de Ra são visualizados na Fig. 4, através da projeção das linhas de corrente sobre o plano de simetria ($z=0,5$) e linhas de corrente no domínio tridimensional. Para $Ra = 10^4$, observa-se no plano de simetria um grande vórtice (vórtice primário) cujo centro de recirculação se encontra na região central da cavidade. Dentro do vórtice primário, existem linhas correntes ao longo da envergadura entrando e saindo, a ambos os lados do plano de simetria. Para $Ra = 10^5$, dois vórtices secundários aparecem em ambos os lados da cavidade, na direção horizontal, sendo que o centro do vórtice próximo da parede aquecida está acima de $y=0,5$. Neste caso observam-se duas linhas de correntes entrando, que precisamente constituem os vórtices secundários. À medida que o número de Rayleigh aumenta, na região central da cavidade, as linhas de corrente se apresentam cada vez mais paralelas ao plano horizontal (x, z). Os vórtices secundários se apresentam com formas alongadas e são confinados nas regiões próximas das paredes isotérmicas, sendo que para $Ra = 10^7$ o alongamento chega até às proximidades das paredes superior e inferior. Para os maiores números de Rayleigh da Fig. 4, as linhas de corrente nas regiões próximas das paredes adiabáticas apresentam maior distorção.

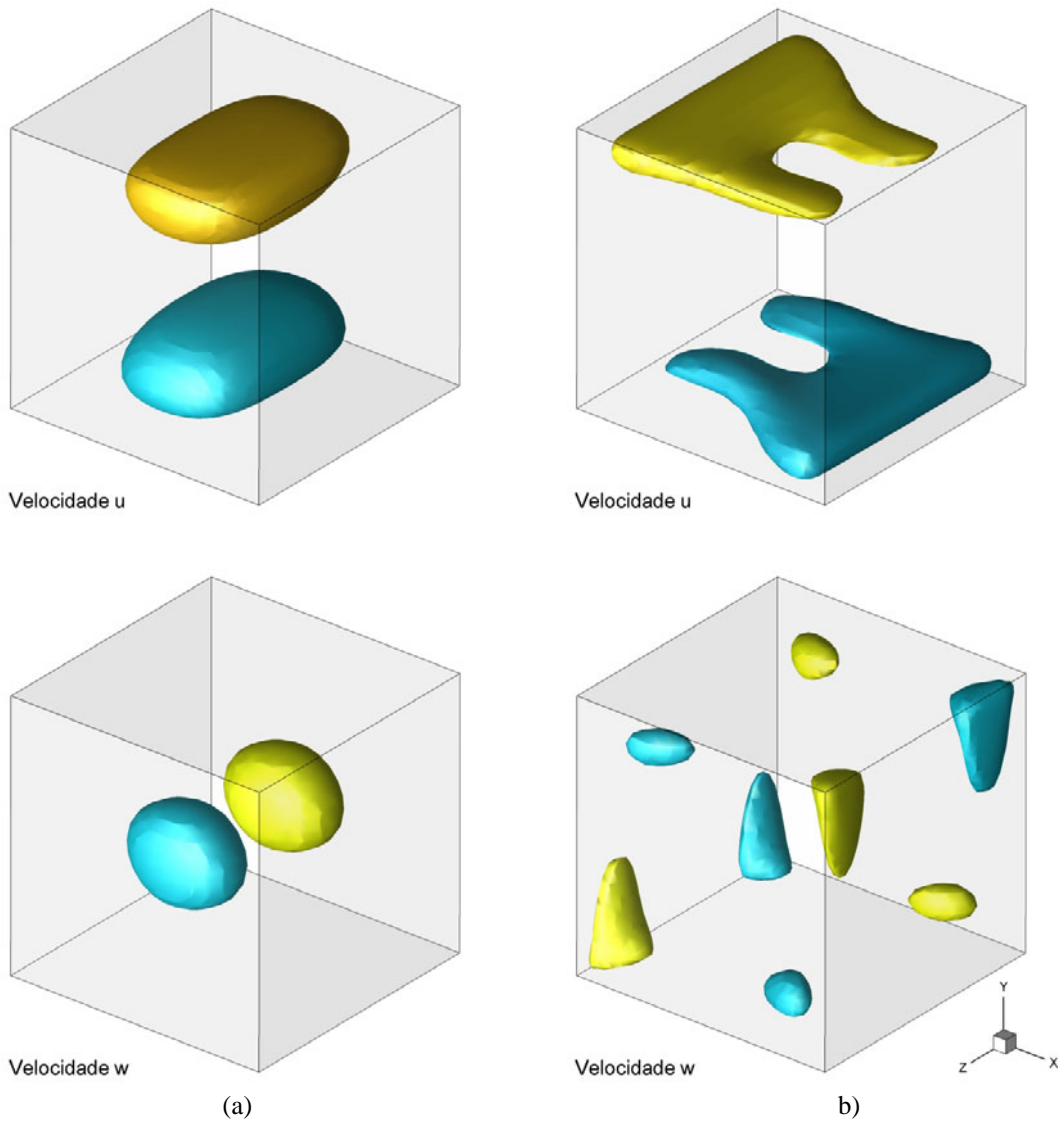


Figura 2. Iso-superfícies das componentes x e z da velocidade adimensional; (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^6$.

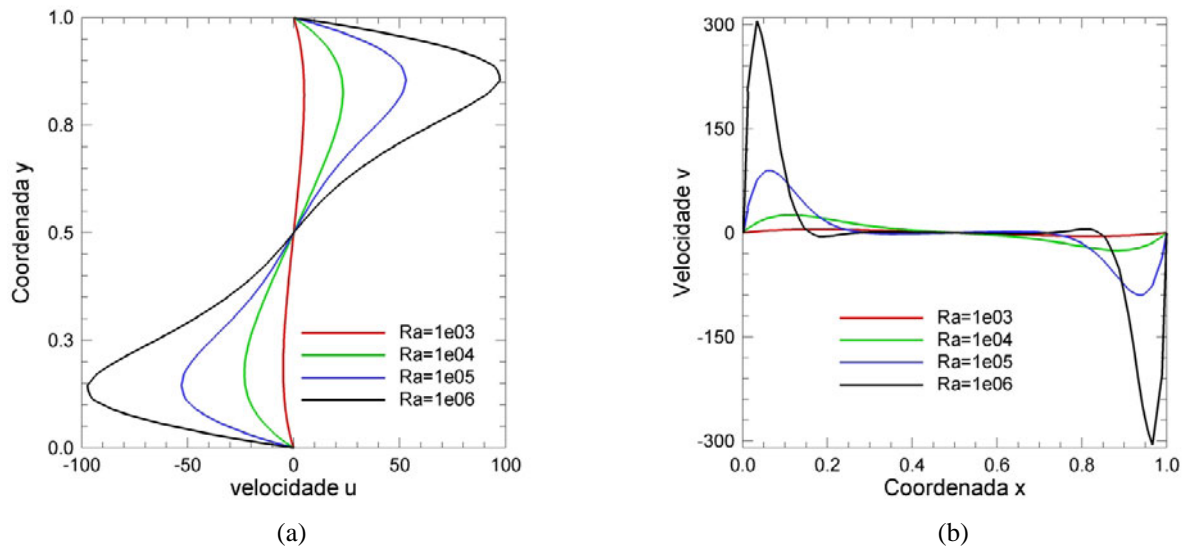


Figura 3. Perfis de velocidade adimensional no plano $z = 0,5$ para diversos Ra ; (a) componente horizontal em $x = 0,5$, (b) componente vertical em $y = 0,5$.

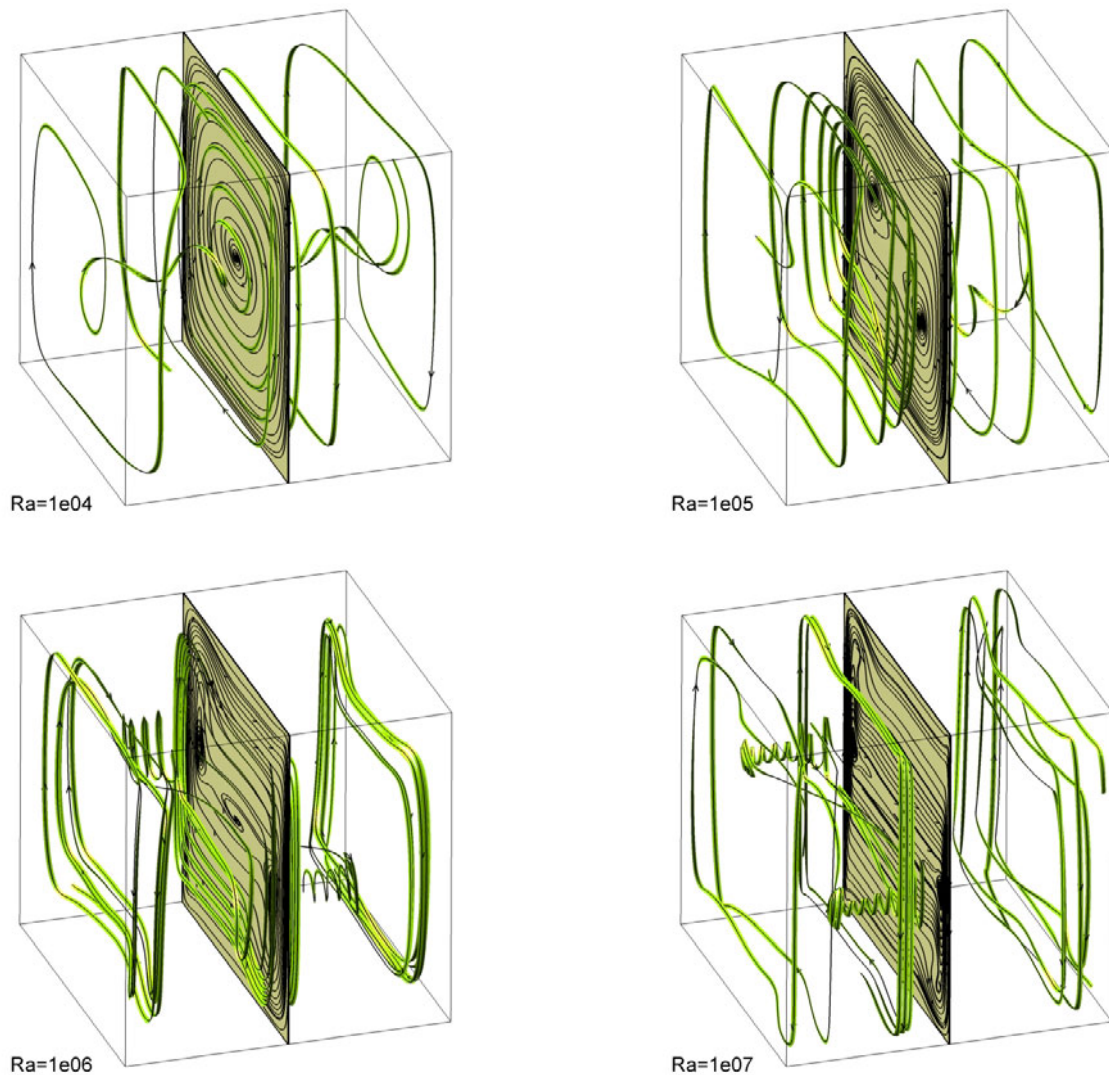


Figura 4. Linhas de corrente no plano médio e no volume da cavidade.

A transferência de calor para baixos números de Rayleigh se dá essencialmente através do processo de condução, onde as isotermas resultantes estão alinhadas na vertical, quase paralelas ao plano transversal. Para $Ra > 10^3$ o processo convectivo passa tomar importância, como conseqüência do aumento da força de empuxo, que gera maiores velocidades nas regiões próximas das paredes isotérmicas. As distribuições de temperatura relacionadas à dinâmica dos escoamentos dos casos apresentados, são visualizadas na Fig. 5. A distribuição de temperatura nos planos xy são similares aos obtidos em simulações bidimensionais por Vahl Davis (1983) e Wan et al. (2001), porém apresentam variações ao longo da direção transversal (z), caracterizando o campo como tridimensional. As características tridimensionais se intensificam para os casos com maiores números de Rayleigh, porém ficam mais evidentes perto das regiões parietais. As camadas limites térmicas se apresentam mais finas para os escoamentos com maiores números de Rayleigh. Para $Ra > 10^5$, a região central da cavidade apresenta estratificação dos campos de temperatura, fato que resulta da presença de velocidades horizontal e vertical muito baixas, como pode-se ver na Fig. 3b (componente vertical).

Comparações com dados experimentais de Krane e Jessee (1983), no plano de simetria, são mostradas na Fig. 6. Nesta figura tem-se as distribuições de temperatura adimensional ao longo da direção x para três posições verticais (Fig. 6a) e distribuição ao longo da direção y na posição $x=0,5$ (Fig. 6b). O perfil em $y=0,5$ apresenta boa concordância com os dados experimentais, porém para $y=0,3$ e $0,7$ observam-se diferenças que chegam a 20%. Tais diferenças, encontradas também no trabalho de Fusegi et al. (1991), são atribuídas a um imperfeito isolamento das paredes laterais durante a realização dos experimentos. Um perfeito isolamento das paredes laterais apresenta distribuição perpendicular à superfície adiabática, como mostra o resultado da simulação na Fig. 6(b); no entanto, o resultado experimental não mostra esse comportamento.

A quantificação local da transferência de calor é realizada através do número de Nusselt local e o número de Nusselt global, expressados como:

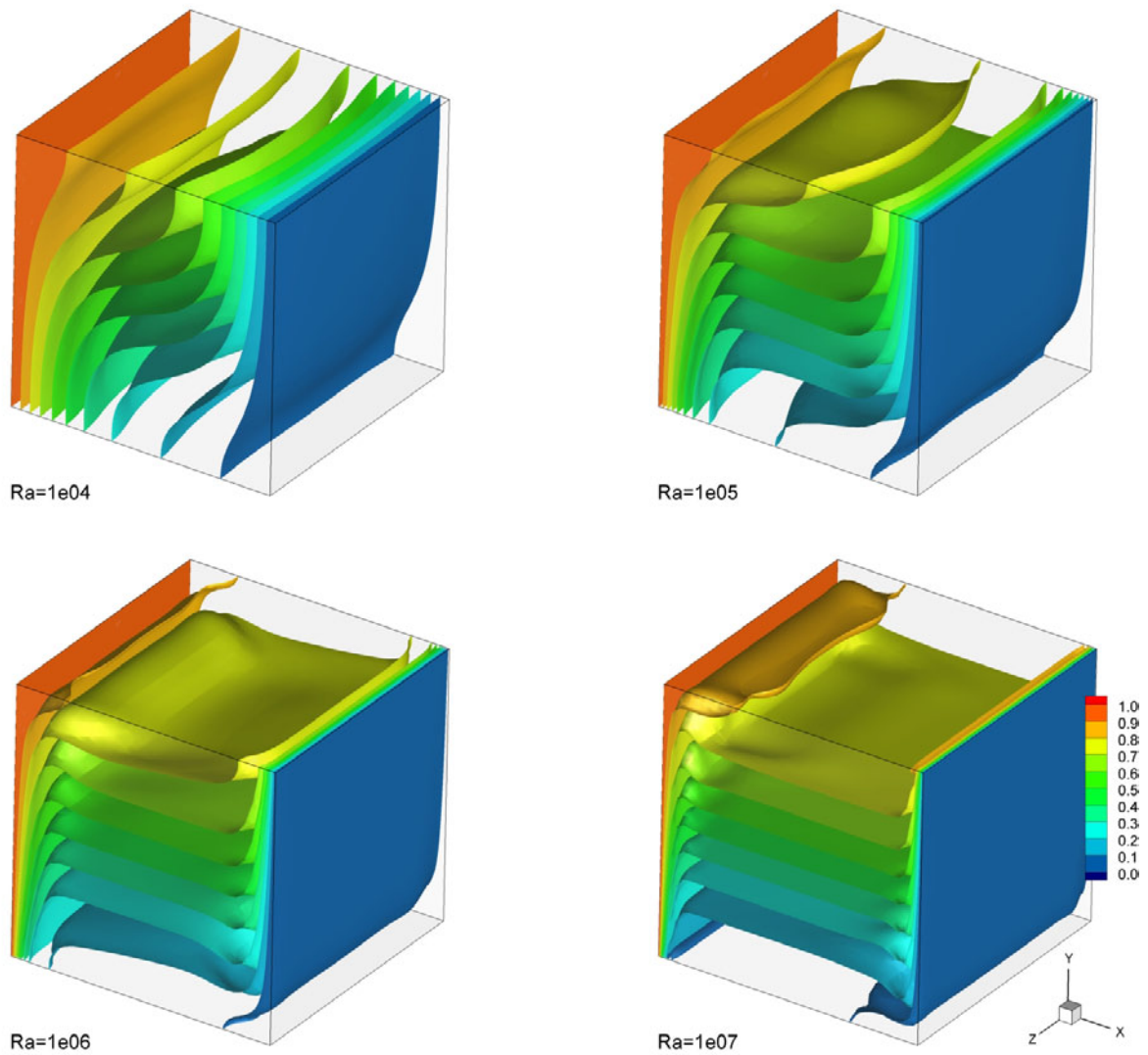


Figura 5. Iso-superfícies de temperatura adimensional

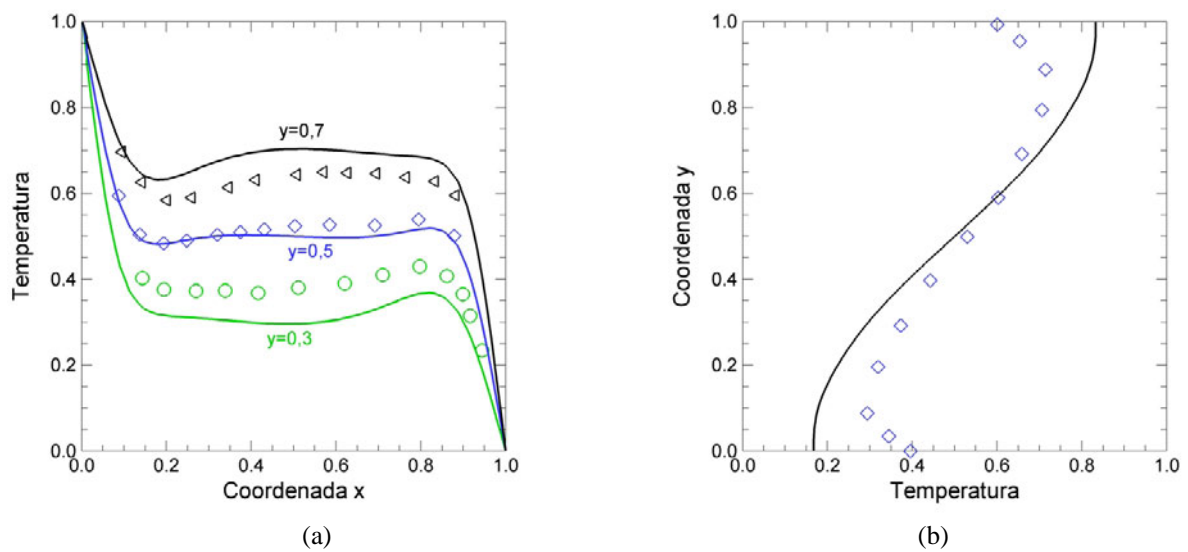


Figura 6. Perfis de temperatura adimensional no plano $z=0,5$ para $Ra=1,89 \times 10^5$, comparação com dados experimentais; (a) ao longo de x (b) $y=0,5$.

$$Nu = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{parede}, \tag{8}$$

$$Nu_g = \int_{y=0}^1 \int_{z=0}^1 Nu \, dydz, \tag{9}$$

A distribuição do número de Nusselt local em ambas às paredes é oposta, porém quantitativamente iguais. Isovalores de número de Nusselt local na paredes quente é apresentado na Fig. 7, para quatro valores de Ra . Todos os casos são simétricos com relação a $x=0,5$. A distribuição varia rapidamente na direção vertical, onde os maiores valores se encontram na parte inferior. Para $Ra > 10^6$ as variações na direção horizontal são quase nulas, exceto nas proximidades das paredes adiabáticas. Para os maiores Ra os efeitos convectivos são predominantes e a predominância destes efeitos incrementa consideravelmente o processo de transferência de calor, esta influência, quantificada através da expressão das Eq. (9) é tabelada na Tabela 1. A tabela mostra também valores numéricos de Fusegi et al. (1991), assim como aproximações bidimensionais de Vahl Davis (1983) e Wan et al. (2001). Para todos os casos $Ra < 10^6$ os cálculos bidimensionais superestimam o valor do número de Nusselt global. Para $Ra = 10^6$, essa característica não é mais verificada. Existe também diferença para $Ra = 10^6$ (de aproximadamente 4,5%) com relação aos resultados de Fusegi et al. (1991). É possível que devido à grande predominância dos efeitos convectivos, em que se apresentam altos gradientes de velocidade e temperatura nas regiões próximas das paredes, a resolução da malha não seja suficiente para capturar adequadamente esse processo; por tanto é de importância esclarecer essas diferenças, inicialmente, com o uso de malhas mais densas. A procura de novos dados, se possíveis experimentais, é mais outra tarefa a ser considerada para dar seguimento ao presente trabalho.

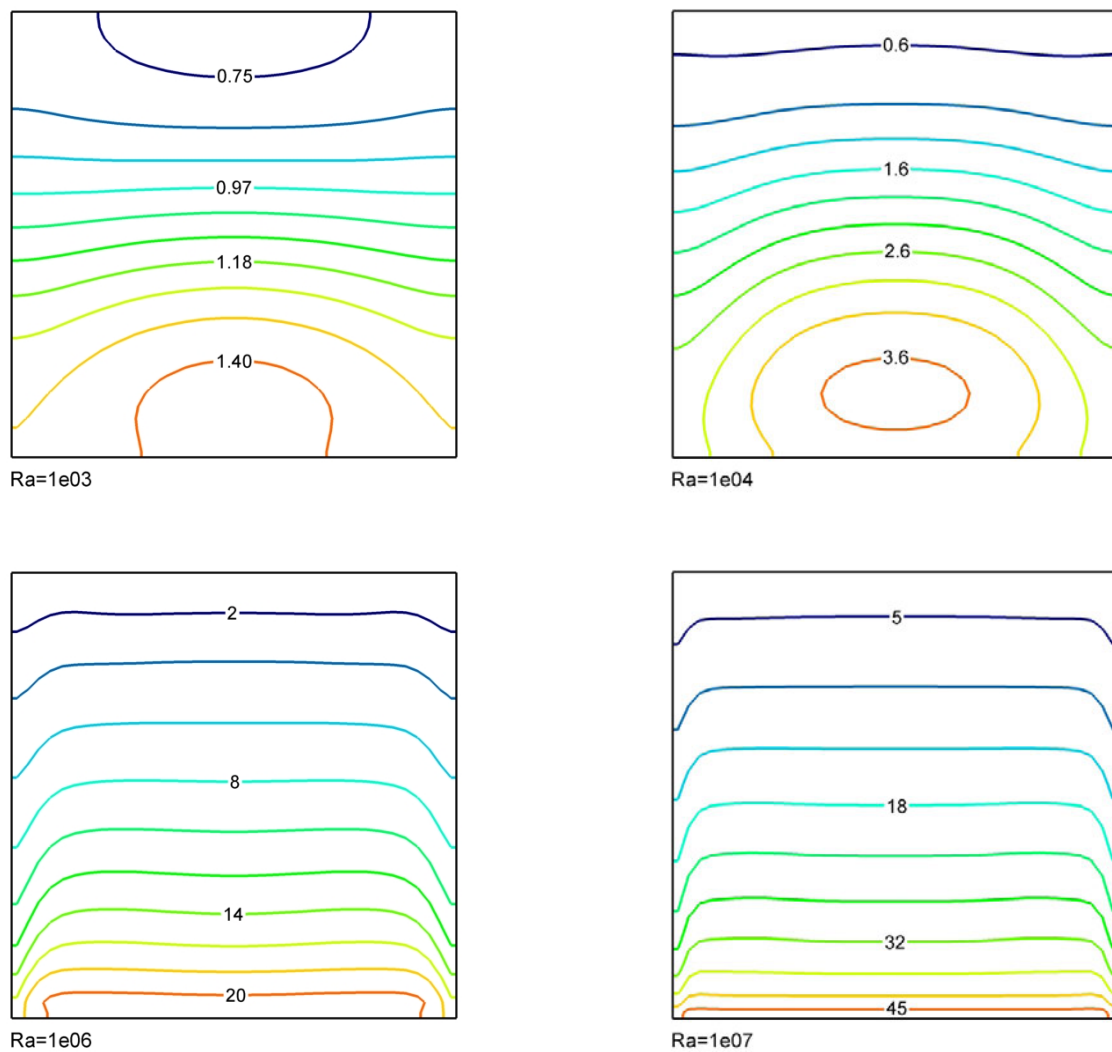


Figura 7. Distribuição do número de Nusselt local sobre na parede quente.

Tabela 1. Número de Nusselt global.

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
Presente	1,070	1,990	4,273	9,178	19.273
Fusegi et al.	1,085	2,100	4,361	8,770	
Fusegi et al.-2D	1.134	2,274	4,568	8,935	
Vahl Davis - 2D	1,120	2,243	4,520	8,800	
Wan et al. - 2D	1,117	2,254	4,598	8,976	

3.1. Escoamento para $Ra = 10^8$

Como observado na Fig. 7(a), os sinais temporais da temperatura em duas posições em $x=0,5$, no plano médio z , têm comportamento oscilatório, de aparência periódica e de pequena amplitude. Por outro lado, observando o padrão do escoamento instantâneo da Fig. 7(b), dois novos vórtices secundários aparecem na região superior e inferior da cavidade. Segundo a literatura, o número de Rayleigh crítico em escoamentos de ar em cavidades cúbicas está na faixa de $10^8 < Ra \leq 10^9$, Paolucci e Chenoweth (1989), por exemplo, através da metodologia de simulação numérica direta, encontraram o número de Rayleigh crítico entre 10^8 e 2×10^8 . Como comentado anteriormente, em que se coloca a hipótese da malha não ser adequada para os maiores Ra , estes resultados devem ser tratados com cuidado antes de afirmar que trata-se de o número de Rayleigh crítico.

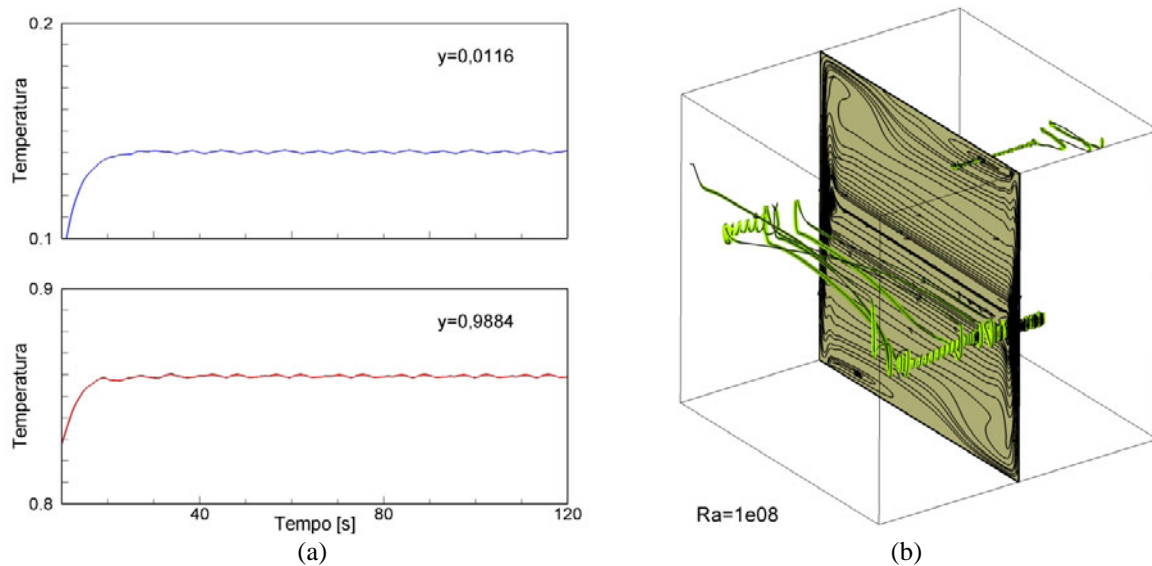


Figura 7. Resultados para $Ra = 10^8$; (a) comportamento temporal, (b) linhas de corrente.

4. Conclusões

Os resultados das simulações tridimensionais da convecção natural no interior de cavidades cúbicas para números de Rayleigh na faixa $10^3 \leq Ra \leq 10^8$, permitiram caracterizar este tipo de escoamentos em função das estruturas presentes e da sua influência sobre o processo de transferência de calor. Os escoamentos são de natureza tridimensional, mesmo para baixos números de Rayleigh em que o processo de difusão é dominante. Um vórtice primário caracteriza todos os casos apresentados, com presença de vórtices secundários para escoamentos com números de Rayleigh acima ou iguais a 10^5 . Grandes mudanças são observadas nos escoamentos quando o processo advectivo predomina, destacando a estratificação do escoamento na região central da cavidade e o aumento do número de vórtices secundários. A influência da dinâmica do escoamento sobre o processo de transferência de calor mostra um acelerado incremento do coeficiente de transferência de calor à medida que o número de Rayleigh aumenta. Para Ra menores que 10^6 , os resultados apresentam boa coerência com dados experimentais e numéricos; porém para os outros valores, é necessário atender às recomendações discutidas a fim de esclarecer as diferenças encontradas e confirmar os resultados apresentados no último item.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG, CNPq e ao CENPES-PETROBRAS pelo apoio financeiro.

5. Referências

- Barakos, G., Mitsoulis, E., Assimacopoulos, D., 1994. Natural Convection Flow in a Square Cavity Revisited: Laminar and Turbulent Models with Wall Functions. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol. 18, pp. 695-719.
- Fusegi, T., Hyun, H., Kuwahara, K., Farouk, B., 1991. A Numerical Study of Three-dimensional Natural Convection in a Differentially Heated Cubical Enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 34, n. 6, pp. 1543-1557.
- Fusegi, T., Hyun, J. H., Kuwahara, K., 1992. Numerical Simulations of Natural Convection in a Differential Heated Cubical Enclosure with a Partition, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, vol. 13(2), pp. 176-183.
- Frederick, R. L., Quiroz, F., 2001, On the Transition from Conduction to Convection Regime in a Cubical Enclosure with a Partial Heated Wall, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 44, pp. 1699-1709.
- Koseff, J.R., Street R.L., 1984, Visualization of a Shear Driven Three-Dimensional Recirculation Flow, *J. Fluids Eng.*, 106, pp. 21-29.
- Krane, R. J., Jessee, J., 1983, Some Detailed Field Measurements for a Natural Convection Flow in a Vertical Square Enclosure, *Proc. 1st ASME-JSME Thermal Engng Joint Conf.*, vol. I, pp. 323-329.
- Kim, J., Moin, P., 1985, Application of a Fractional Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations, *J. Comp. Phys.*, vol. 59, pp. 308-323.
- Médium, C., Texier, A., Pineau, G., 2000, Effects of Lid-Driven Cavity Shape on the Flow Establishment Phase, *J. of Fluid and Structures*, vol. 17, pp. 717-738.
- Padilla, E. L. M., 2004, *Simulação de Grandes Escalas da Transição à Turbulência em Sistemas Rotativos com Transferência de Calor*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- Padilla, E. L. M.; Oliveira, J. E. S., Silveira Neto, A., 2006, Resultados Preliminares do Estudo da Convecção Natural Tridimensional em Cavidades Fechadas. *Anais do VII Simpósio de Mecânica Computacional*, v. 1, p. 1-10.
- Pallares, J. Cuesta, I., Grau, F. X., Giralt, F., 1996, Natural Convection in a Cubical Cavity Heated from Below at Low Rayleigh Numbers, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 39(15), pp. 3233-3247.
- Paolucci, S., Chenoweth, D.R. (1989), Transition to Chaos in a Differentially Heated Vertical Cavity, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 201, pp.379-410.
- Patankar, S. V., (1980), *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere.
- Stone, H. L., (1968), Iterative solutions of implicit approximations of multidimensional partial differential equations, *SIAMJ Num. Anal.*, vol. 5, pp 530-558.
- Vhal Davis, D., 1983, Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution, *Int. J. Meth. Fluids*, vol. 3, pp. 249- 264.
- Wan, D. C., Patnaik, B. S. V., Wei, G. W., 2001. A New Benchmark Quality Solution for the Bouyancy-Driven Cavity by Discrete Singular Convolution. *Num. Heat Transfer, Part B.*, vol. 40, pp. 199-228.

NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTION IN THREE-DIMENTIONAL CAVITIES WITH TWO ISOTHERMAL WALL

Elie L. M. Padilla
epadilla@mecanica.ufu.br

José Eduardo S. Oliveira
jesoliveira@gmail.com

Aristeu da Silveira Neto
Federal University of Uberlândia
School of Mechanical Engineering
aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract

Natural convection flows in a cubical enclosure originated by temperature difference or heat flux has many engineering applications, such as energy storage systems and cooling of electronic devices. In the present work, results of 3D numerical simulation of the natural convection flows in cubical enclosure are presented. Two vertical wall, in the x direction was set a prescribed temperature and adiabatic condition at other walls. The Navier-Stokes and energy equations was solved in a Cartesian staggered grid by the finite volume method, the code is second order accurate for time-marching and spatial discretization. The numerical analysis of the flow have been carried out in the range of Rayleigh numbers $10^3 < Ra < 10^8$ and a Boussinesq fluid of $Pr=0,71$. The flow starts to show an instable behavior for higher Rayleigh numbers. The results were compared with the experimental numerical results available from literature, and a good physical coherence was obtained.

Keywords: natural convection, cubical cavity.

EXPERIMENTAL PREDICTION OF DEPARTURE FROM NUCLEATE BOILING ON THE IPR-R1 TRIGA NUCLEAR REACTOR CORE

Hugo César Rezende

Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear – CDTN/CNEN
Campus da UFMG – Pampulha. CEP: 30.123-970 - Belo Horizonte/MG
hcr@cdtn.br

Amir Zacarias Mesquita

Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear – CDTN/CNEN
Campus da UFMG – Pampulha. CEP: 30.123-970 - Belo Horizonte/MG
amir@cdtn.br

Abstract. *Experimental and analytical studies have been performed in the IPR-R1 TRIGA Mark-1 Reactor at Technology Development Center (CDTN), Brazil, to find out the temperature distribution as a function of reactor power under steady-state conditions. Initially some studies were made on flow distribution in the coolant channels and heat transfer coefficient on the heated surface (Mesquita, 2005). These results were used for the prediction of departure from nucleate boiling, which defines the limit of fuel heat removal. This paper describes the methodology used and presents the experimental results. The data show the efficiency of the natural circulation to remove the heat generated in by the fissions the IPR-R1 TRIGA core.*

Keywords. *TRIGA Nuclear Reactor, boiling, heat transfer, critical heat flux (CHF).*

1. Introduction

The 250 kW IPR-R1 TRIGA Research Reactor core has a cylindrical configuration with an annular graphite reflector, arranged in a concentric hexagonal array. Figure (1) presents the top view of the reactor core. There are 91 locations in the light-water moderated core, which can be filled either by fuel elements or other components like control rods, a neutron source, irradiation channels, etc. The reactor core has 59 aluminum-clad fuel elements and 5 stainless steel-clad fuel elements, 16 graphite elements, 3 control rods, 2 irradiation channels and a neutron source. Both the kinds of fuel elements use 8.5 wt % uranium at 20 % enrichment. The core configuration and the two hottest coolant channels are presented in Fig. (2). The 5 stainless steel-clad fuel elements contain a pure zirconium rod of 0.635 cm diameter at their center. One of these steel-clad fuel elements, shown in Fig. (3), is instrumented with three thermocouples positioned along its center (Gulf General Atomic, 1972). A graphite reflector enclosed in an aluminum casing surrounds the reactor core. The TRIGA fuel is characterized by inherent safety and high fission product retention.

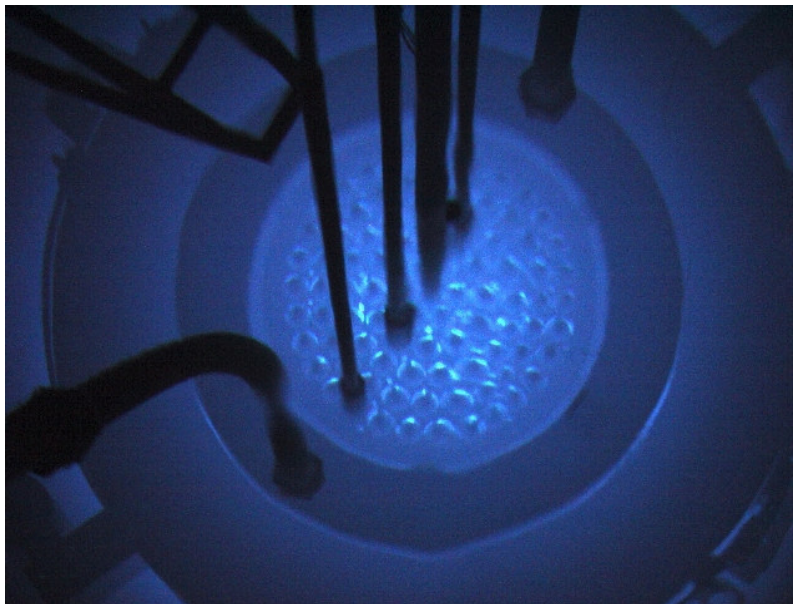


Figure 1. Top View of the TRIGA IPR-R1 core

The forced cooling system of the TRIGA reactor pool is shown in Fig. (4). Like other TRIGA type reactors, the core is cooled by natural circulation. A passage for the cooling water through the top plate is provided by the differential area between a spacer block on the fuel element top and the round hole in the grid. The design accommodates sufficient natural convective flow to maintain continuous bulk subcooled water throughout the core, which thereby avoids significant vapor formation and restricts possible steam bubbles to the vicinity of the fuel element surface. The spacing between adjoining fuel elements, and hence the water fraction in the core, was selected not only from neutronic considerations but also from the thermohydrodynamic considerations.

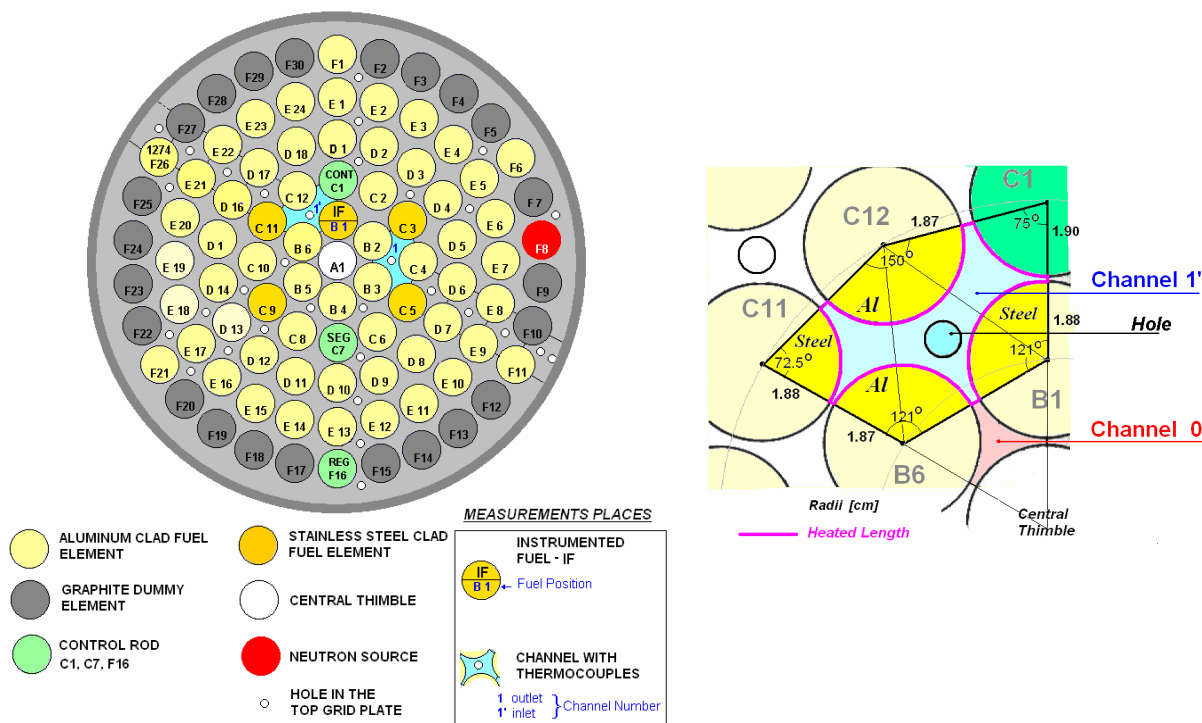


Figure 2. The IPR-R1 core configuration and the two hottest coolant channels

The heat generation by fission in the fuel material is conducted to the coolant through the fuel, through the fuel-cladding interface and through the cladding. The TRIGA reactor power output is limited by three dependent thermal and hydrodynamic variables: the maximum fuel temperature, the departure from nucleate boiling ratio (DNBR) and the core pressure drop. The thermal and hydrodynamic objective of the design is to safely remove the heat generated in the fuel without producing excessive fuel temperatures or steam void formations and without closely approaching the hydrodynamic critical heat flux (CHF) under either steady-state or transient operating conditions. The CHF is the conditions at which the heat transfer coefficient to the two-phase flow coolant deteriorates substantially. For the given flow conditions, it occurs at a sufficiently high heat flux or wall temperature.

The variations in the heat transfer coefficient can be determined by investigating the fuel temperature and the coolant mass flow rate as a function of reactor power. This should provide an accurate prediction about when and where boiling does occur. Certain critical temperatures must not be exceeded within a fuel element to prevent unwanted phase changes. Melting of fuel or cladding must not occur in reactor designs. The heat flux at the cladding surface must not exceed a critical value in order to prevent departure from nucleate boiling. Predictions about when boiling will occur can be made by examining the heat transfer coefficient. The regions of the reactor core where boiling occurs can be determined from the heat transfer coefficient data, at various power levels.

When the heat flux become sufficiently large, the small bubble formed in nucleate boiling coalesce into a vapour film that covers the surface. Since then the heat-transfer efficiency drops dramatically and makes the clad surface temperature to rise by several hundred degrees. The departure from nucleate boiling ratio (DNBR) is used to indicate how close the heat flux is to this critical value. It is defined as the ratio of the critical flux to the actual heat flux in the core. For example, a DNBR of 1.3 implies a safety margin of 30%.

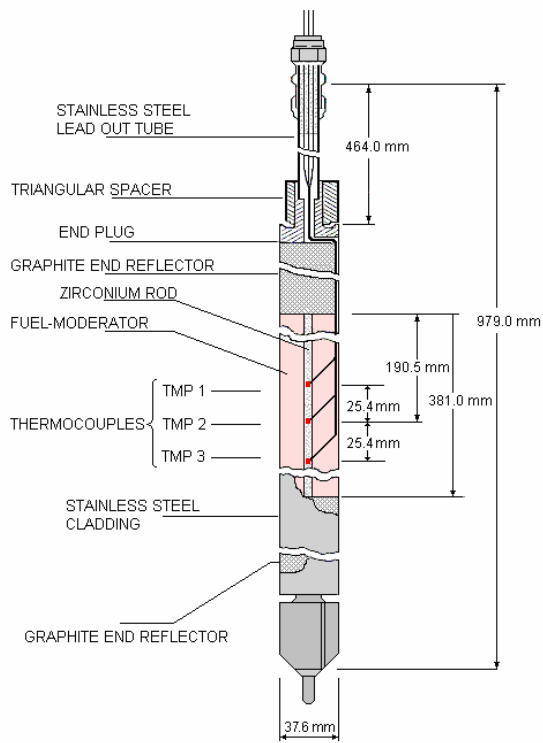


Figure 3. Instrumented fuel element

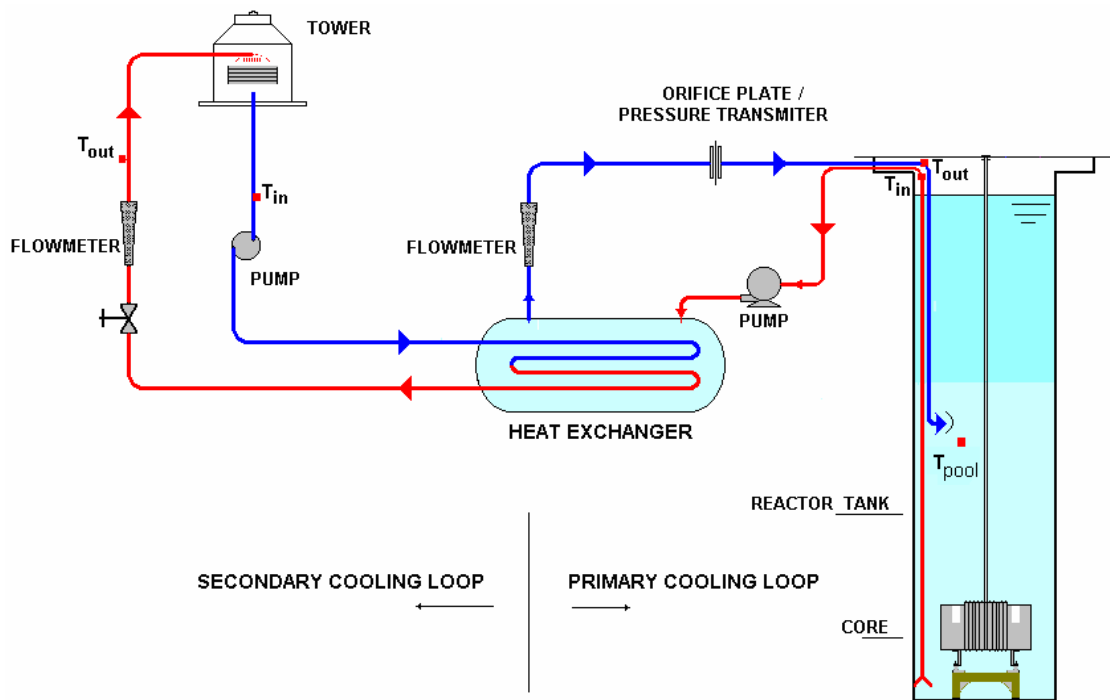


Figure 4. Instrumented fuel element and the reactor cooling system

1. Methodology

Experimental studies have been performed in the IPR-R1 TRIGA Reactor to find out the temperature distribution under steady-state conditions, as a function of reactor power (Mesquita, 2005). The fuel temperature was measured with an instrumented fuel element (Fig. 3), which contains three chromel-alumel (type K) thermocouples. The thermocouples are embedded in the zirconium centerline pin with one thermocouple located at the midplane of the element and the other two 25.5 mm above and below the midplane. Temperature measurements were taken with the instrumented element at location B1 (Fig. 2). This is the hottest fuel element position, predict by the neutronic calculation (Dalle, 1999). Two thermocouples were inserted into the core through some holes in the top grid plate. These thermocouples were placed near position B1 and measure the inlet and outlet temperatures in the channel.

Data are obtained from the console and from a data acquisition system computer that was developed and tested as part of this research project (Mesquita *et al*, 2004). Some of the data collected are power, fuel temperatures, forced water flow and control rod insertion position.

2. Heat transfer regimes from cladding to coolant

Figure (5) presents the typical pool boiling curve on a log-log plot of heat flux versus wall superheat ($T_{sur} - T_{sat}$). At low values of ΔT_{sat} the curve is fairly linear, hence h is relatively constant. There is no bubble formation. Heat transfer is by liquid natural convection. At about ten to twenty degrees above saturation the heat flux increases rapidly with increasing wall temperature. The increase in heat transfer is due to nucleate boiling. The formation of vapor bubbles increases the turbulence near the heated surface and allows mixing of the coolant fluid in the film region, thus enhancing the heat transfer rate. It can be seen from the shape of the curve, that the heat transfer coefficient increases dramatically in the boiling regime. Whenever a solid surface temperature exceeds the saturation, local boiling may occur even if the bulk water temperature is below the saturation temperature. The boundary layer of water on the heated surface can become sufficiently heated so that subcooled pool boiling takes place. The bubbles will condense upon leaving the film region because the bulk water temperature is below the saturation.

By increasing the surface temperature, the heat flux reaches the critical value, where film boiling occurs. In this point the bubbles become so numerous that they form an insulating layer of steam around the fuel element and the heat flux is significantly reduced.

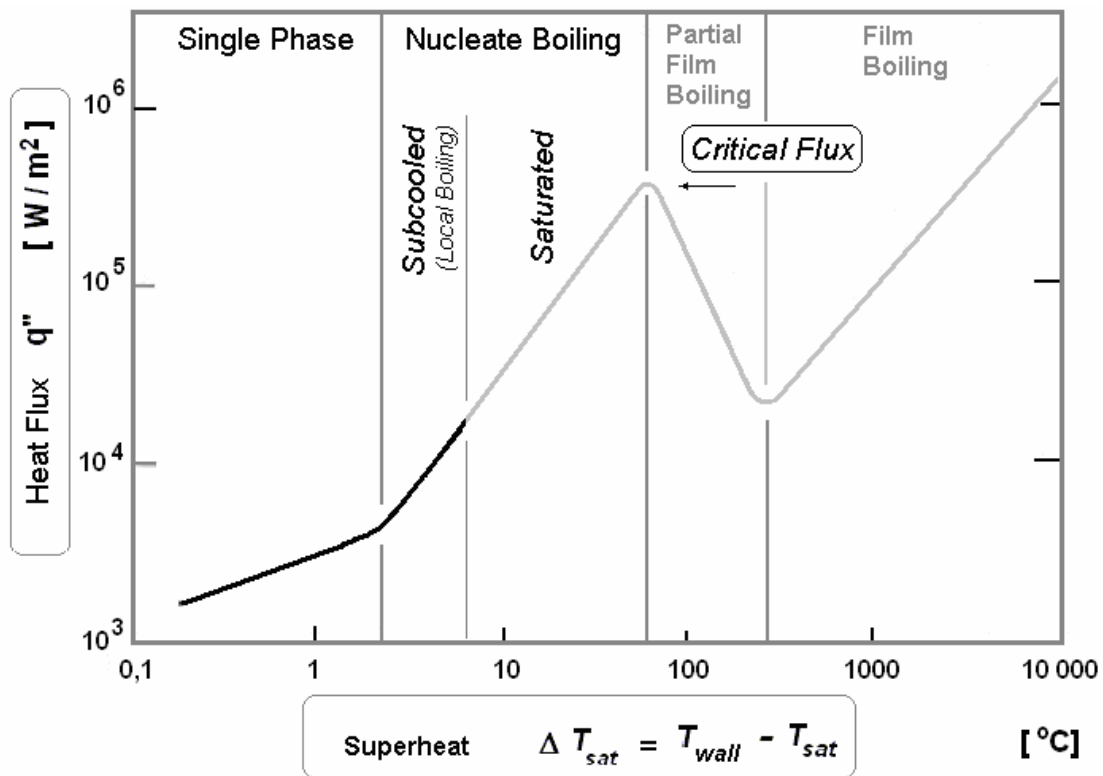


Figure 5. Typical pool boiling curve for water under atmospheric pressure

2.1. Heat transfer coefficient in turbulent single phase flow

Dittus-Boelter (Glasstone and Sesonske, 1994) and (Collier and Thome, 1994) proposed the following correlation to predict heat transfer coefficient (h_{sp}) for turbulent single phase flow in long straight channels in the fully developed region:

$$h_{sp} = \frac{0.023k Re^{0.8} Pr^{0.4}}{D_w}, \quad \text{or} \quad h_{sp} = 0.023 \frac{k}{D_w} \left(\frac{GD_w}{\mu} \right)^{0.8} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{0.4} \quad (1)$$

Where: Re is the Reynolds number and Pr the Prandtl number, $D_w = 4A/P_w$ is the hydraulic diameter of the channel based on the wet perimeter, A is the flow area in [m²]; P_w is the wet perimeter in [m]. G is the mass flow in [kg/m²s], c_p is the isobaric specific heat in [J/kgK], k is the thermal conductivity in [W/mK] and μ is the fluid dynamic viscosity in [kg/ms]. The TRIGA IPR-R1 fluid properties are calculated at the bulk water temperature on the sub-saturated region at 1.5 bar.

2.2. Heat transfer coefficient in subcooled nucleate boiling

For local boiling the Newton Equation of cooling is modified to the form:

$$h_b = \frac{q''}{T_{sur} - T_f}, \quad (3)$$

where: h_b is the coefficient for nucleate boiling heat transfer; q'' is the heat transfer rate per unit of surface area [W/m²]; T_f is the bulk fluid temperature [°C]; T_{sur} is the surface temperature, [°C], given by:

$$T_{sur} = T_{sat} + \Delta T_{sat} \quad (4)$$

The surface superheat was calculated by the McAdams correlation (Tong and Weisman, 1996), (Huda and Rahman, 2004), (Collier and Thome, 1994):

$$\Delta T_{sat} = 0.81(q'')^{0.259}, \quad (5)$$

with q'' in [W/m²] e ΔT_{sat} in [°C]. This correlation reproduces experimental data for subcooled water from the temperature of 11 to 83 °C, from the pressure of 2 to 6 bar; from the velocity of 0.3 to 11 m/s and from the hydraulic diameter of 0.43 cm to 1.22 cm.

3. Critical heat flux and DNBR

In the fully developed nucleate boiling regime it is possible to increase the heat flux without appreciable change in the surface temperature until the point when the bubble motion on the surface becomes so violent that a hydrodynamic crisis occurs. This is the critical heat flux (CHF) with the point of the formation of a continuous vapor film on the surface. In subcooled boiling CHF is a function of the coolant velocity, the degree of subcooling and the pressure. There are a lot of correlations to predict the CHF, the equation used is given by Bernath (Lamarsh and Baratta, 2001). This correlation predicts CHF in the subcooled boiling region and it is based on the critical wall superheat condition at burnout and turbulent mixing convective heat transfer. Bernath's equation gives the minimum results (Obenchain, 1969) so it is the most conservative. It is given by:

$$q''_{crit} = h_{crit} (T_{crit} - T_f) \quad (6)$$

where,

$$h_{crit} = 61.84 \frac{D_w}{D_w + D_i} + 0.01863 \frac{23.53}{D_w^{0.6}} u \quad (7)$$

and,

$$T_{crit} = 57 \ln(p - 54) \frac{p}{p + 0.1034} + 283.7 - \frac{u}{1.219} \quad , \quad (8)$$

q''_{crit} is the critical heat flux [W/m²], h_{crit} is the critical coefficient of heat transfer [W/m²K], T_{crit} is the critical surface temperature [°C], T_f is the bulk fluid temperature [°C], p is the pressure [MPa], u is the fluid velocity [m/s], D_w is the wet hydraulic diameter [m], D_i is the diameter of heat source [m]. This correlation is for circular, rectangular and annular channels, pressure of 0.1 to 20.6 MPa, velocity between 1 to 16 m/s and hydraulic diameter of 0.36 to 1.7 cm.

4. Experimental results

As the IPR-R1 TRIGA reactor core power increases, the heat transfer regime from the fuel cladding to the coolant changes from single phase natural convection regime to subcooled nucleate boiling. The hottest measured temperature in the core channel was of 65 °C (Channel 1'), far below from 111.4 °C that is the water saturation temperature at 1.5 bar. Therefore the saturated nucleate boiling regime is not reached.

4.1 Heat transfer coefficient

4.1.1. Single-phase

The Dittus-Boelter correlation was used for single phase flow heat transfer (Eq. 1). The analysis was carried out for the two most representative channels. Channel 0 is the hottest channel, located close to the core center, where there is the largest density of neutron flux. It also is the channel around the hottest element in the core (position B1 in Fig. 2), but there is no hole in the top plate in the direction of this channel; so it was not possible to measure its temperature. The temperature in Channel 1' was monitored and the heat transfer coefficients in both channels were estimated using the Dittus-Boelter correlation. The inlet and outlet temperatures in Channel 0 were considered as being the same of Channel 1'. The geometric data of Channel 0 and Channel 1' are given in the Table (1). This table also gives the percentage of power contribution for each fuel for the water temperature increasing along the two hottest channels.

Table 1. Channel 0 and Channel 1' data (Mesquita, 2005)

	Channel 0	Channel 1'	Unit
Area (A)	1.574	8.214	cm ²
Wet perimeter (P _w)	5.901	17.643	cm
Heated Perimeter (P _h)	3.906	15.156	cm
Hydraulic diameter (D _w)	1.067	1.862	cm
B1 and C1 Fuel Diameter (inox)	3.76	3.76	cm
B6 and C12 Fuel Diameter (Al)	3.73	3.73	cm
C1 Control Rod Diameter	3.80	3.80	cm
Central Thimble	3.81	3,81	cm
Core Total Power (265 kW)	100	100	%
B1 Fuel Contribution	0.54	1.11	%
B6 Fuel Contribution	0.46	0.94	%
C11 Fuel Contribution	-	0.57	%
C12 Fuel Contribution	-	1.08	%
Total Power of the Channel	1.00	3.70	%

Direct measurement of the flow rate in a coolant channel is very difficult because of the bulky size and low accuracy of flow meters. Moreover, it can occur disturbance of velocity profiles, making unwise the extrapolation of the results to other coolant channels. Instead, the flow rate through the core may be determined indirectly from the heat balance across the core using measurements of the water inlet and outlet temperatures. The mass flow rate in the channel is given by the mass flux divided by the channel area. The mass flux is given by thermal balance in the channel:

$$q = \dot{m}c_p\Delta T, \quad (6)$$

where: q is the power supplied to the channel in [kW], \dot{m} is the mass flow rate in the channel in [kg/s], c_p is the isobaric specific heat of the water in [J/kgK] and ΔT is the temperature difference between the channel inlet and the outlet in [°C].

Table (2) shows the coolant properties as function of power for the Channels 1' and 0. In the table, G is the mass flux given by $G = \dot{m} / \text{channel area}$; u is the velocity given by $u = G/\rho$, where ρ is the water density (995 kg/m³). The water thermodynamic properties to the IPR-R1 TRIGA are calculated at the bulk water temperature on the sub-saturated at 1.5 bars (Wagner and Kruse, 1998). Table (2) shows in the last column the heat transfer coefficient in single phase flow (h_{sur}), calculated by the Dittus-Boelter correlation.

Table 2. Coolant properties and the single-phase heat transfer coefficient

q Core [kW]	q Channel [kW]	ΔT [°C]	c_p [kJ/kgK]	\dot{m} [kg/s]	G [kg/m ² s]	u [m/s]	μ [10 ⁻³ kg/ms]	k [W/mK]	Re	Pr	h_{sur} [kW/m ² /K]
Canal 1'											
265	9.81	13.9	4.1809	0.169	205.40	0.21	0.549	0.639	6968	3.6	1.562
212	7.84	9.6	4.1800	0.195	237.98	0.24	0.575	0.638	7708	3.8	1.724
160	5.92	7.0	4.1795	0.202	246.35	0.25	0.596	0.636	7697	3.9	1.743
108	4.00	4.6	4.1793	0.208	253.05	0.25	0.620	0.634	7601	4.1	1.750
53	1.96	2.5	4.1789	0.188	228.52	0.23	0.638	0.632	6670	4.2	1.591
35	1.30	1.8	4.1780	0.172	209.64	0.21	0.642	0.630	6081	4.3	1.479
Canal 0											
265	2.65	13.9	4.1809	0.046	289.71	0.29	0.549	0.639	5630	3.6	2.300
212	2.12	9.6	4.1800	0.053	335.65	0.34	0.575	0.638	6228	3.8	2.537
160	1.6	7.0	4.1795	0.055	347.45	0.35	0.596	0.636	6220	3.9	2.566
108	1.08	4.6	4.1793	0.056	356.91	0.36	0.620	0.634	6142	4.1	2.576
53	0.53	2.5	4.1789	0.051	322.31	0.32	0.638	0.632	5390	4.2	2.342
35	0.35	1.8	4.1780	0.047	295.68	0.30	0.642	0.630	4914	4.3	2.176

4.1.2. Subcooled boiling

The heat flux for fully developed subcooled nucleate boiling is given by the equation (Kreith, 2002), (Tong and Tang, 1997):

$$h_{sur} = q'' / \Delta T_{sat}, \quad (4.7)$$

where: h_{sur} is the heat transfer coefficient for local pool boiling between the cladding surface and the coolant [kW/m²K], q'' is the heat flux in fuel surface [kW/m²] and ΔT_{sat} is the wall superheat [°C]. The h_{sur} as function of the power, with the instrumented fuel element positioned in the Position B1 are shown in the last column of the Table (3).

Table 3. Thermal parameters of the fuel element in the position B1

q_{core} [kW]	q_{B1} [W]	T_o [°C]	q' [W/m]	q'' [W/m ²]	q''' MW/m ³	ΔT_{sat} [°C]	T_{sur} [°C]	k_g [W/mK]	h_{sur} [kW/m ² K]
265	8759	300.6	22988	194613	20.70	19.0	130.4	10.75	10.25
212	7007	278	18391	155690	16.56	17.9	129.3	9.84	8.69
160	5288	251.6	13880	117502	12.50	16.7	128.0	8.94	7.05
108	3570	216.1	9369	79314	8.44	15.0	126.4	8.31	5.27

4.2. Critical heat flux and DNBR

The closest channel of the reactor center where it is possible to measure the water inlet and outlet temperatures is Channel 1'. The hottest channel is Channel 0, the closest to the center. With the measured temperature values in Channel 1' the value of critical flow was evaluated in these two channels.

The Bernath correlation was used (Eq. 6) for the calculation of the critical heat flux. At the reactor power of 265 kW operating in steady state, the core inlet temperature was 47 °C. The critical flow for the Channel 0 is about 1,6 MW/m², giving a DNBR of 8.5. Figure (6) and Figure (7) show the values of DNBR and critical flow for the two channels. The theoretical values found for the TRIGA reactor of the University of New York (General Atomic, 1970) and calculated with the PANTERA code (Veloso, 2005) for the IPR-R1 are also shown. Both theoretical calculations gave smaller results than this experiment. The differences are due to the adopted temperature values. The value of DNBR for Channel 0 possibly is smaller than the found value, therefore the temperatures considered here were collected in Channel 1, that probably have lower temperatures.

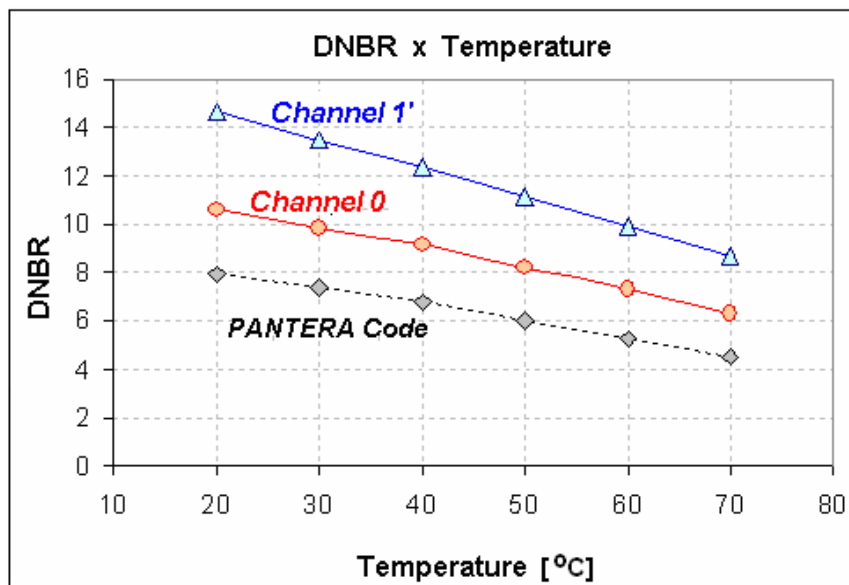


Figure 6. DNBR as a function of the inlet coolant temperature

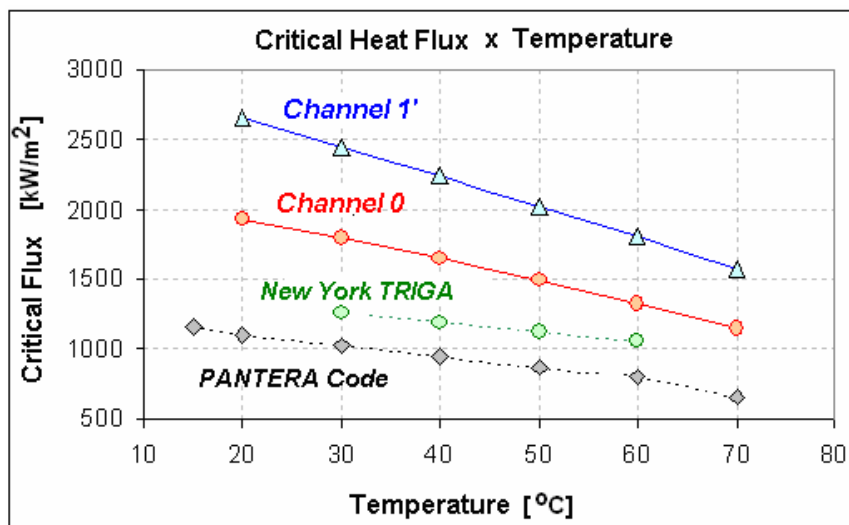


Figure 7. Critical heat flux as a function of the inlet coolant temperature

5. Conclusion

Steady-state studies were performed with the IPR-R1 TRIGA Mark-1 Reactor, to find out the temperature distribution and heat transfer conditions in its core as a function of the reactor power. The resulting minimum DNBR was much larger than other TRIGA reactors. The 2 MW McClellan TRIGA (Jensen and Newell, 1998) has a DNBR=2.5 and the 3 MW Bangladesh TRIGA has a DNBR=2.8 (Huda and Rahman, 2004). Power reactors are projected for a minimum DNBR of 1.3. In routine operation they operated with DNBR close to 2.

The IPR-R1 reactor operates with a great margin of safety in the present power of 250 kW. The maximum heat flux in the hottest fuel is about 8 times lesser than the critical heat flux that would take the hydrodynamic crisis in the fuel cladding. This investigation indicates that the reactor would have an appropriate heat transfer if the reactor operate at the power of 1 MW. The results show the efficiency of the natural circulation to remove the heat generated in the core by the fissions.

However, the high heat transfer coefficient due to subcooled boiling causes the cladding temperature to be quite uniform along most of the fuel rod active region and do not increase very much with the reactor power (Mesquita and Rezende, 2006).

3. Acknowledgement

The authors would like to express their special thanks to the IPR-R1 TRIGA operator team for their help during the experiments.

5. References

- Collier, J.G.; Thome, J.R., 1994, "Convective Boiling and Condensation". 3rd. Ed. Clarendon Press, Oxford. 596p.
- Dalle, H.M., 1999, "Neutronic calculations of the IPR-R1 TRIGA Reactor with WIMSD4 e CITATION". Belo Horizonte: Dissertation (M. Sc.). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, (in Portuguese). 183 p.
- General Atomic, 1970, "Safeguards Summary Report for the New York University TRIGA Mark I Reactor". (GA-9864). San Diego, 172p.
- Glasstone, S. and Sesonske, 1994, "A., Nuclear Reactor Engineering", 4 ed., Chapman and Hall, New York, NY, 805p
- Gulf General Atomic, 1972, "15" SST Fuel Element Assembly Instrumented Core". San Diego, CA. Drawing Number TOS210J220.
- Huda, M.Q.; Rahman, M., 2004 "Thermo-hydrodynamic Design and Safety Parameter Studies of the TRIGA Mark II Research Reactor". Annals of Nuclear Energy, v. 31, July. p.1102–1118.
- Jensen, R.T.; Newell, D.L., 1998, "Thermal hydraulic Calculations to Support Increase in Operating Power in McClellan Nuclear Radiation Center (MNRC) TRIGA Reactor". Proceedings of 1988 RELAP5 International User'S Seminar. College Station, Texas, USA.
- Kreith, F. and Bohn, M. S., 2001, "Principles of Heat Transfer", 6th ed., Brooks/Cole, New York, 568p.
- Lamarsh, J.R. and Baratta, A.J., 2001, "Introduction to Nuclear Engineering", 3^o ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 783p.
- Mesquita, A. Z., 2005, "Experimental Investigation on Temperatures Distributions in a Research Nuclear Reactor TRIGA IPR-R1", Ph.D thesis, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, (in Portuguese), 174p.
- Mesquita, A.Z.; et al, 2004, "Data Acquisition and Signal Processing System for IPR R1 TRIGA Mark I Nuclear Research Reactor of CDTN". Proceedings of 2nd. World Triga Users Conference. Atomintitute Vienna, Austria.
- Mesquita, A.Z and Rezende, H.C., 2006, "Experimental Thermal-Hydraulic Analysis of the IPR-R1 TRIGA Nuclear Reactor". Proceedings of the 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering -- ENCIT 2006, Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering - ABCM, Curitiba, Brazil,- Dec. 5-8.
- Obenchain, C.F., 1969, "PARET- A Program for the Analysis of Reactor Transients", IDO-17282.
- Tong, L. S. and Tang, Y.S, 1997, "Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow", 2nd. Ed. Taylor & Francis, Washington, 542p.
- Tong, L.S. and Weisman, J., 1996, "Thermal Analysis of Pressurized Water Reactors", Third Edition, American Nuclear Society. Illinois,748p.
- Veloso, M.A., 2005, Thermal-hydraulic Analysis of the IPR-R1 TRIGA Reactor in 250 kW, CDTN/CNEN, NI-EC3-05/05, Belo Horizonte, (in Portuguese), 166p.
- Wagner, W. and Kruse, A., 1998, "Properties of Water and Steam – The Industrial Standard IAPWS-IF97 for the Thermodynamics Properties", Springer, Berlin, 354p.

6. Copyright Notice

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.

TRANSPORTE DE ENERGIA DE MISTURA DE GASES PARA UM AMPLO INTERVALO DO NÚMERO DE KNUDSEN

Itamar Aparecido Borges

CESEC, Universidade Federal do Paraná
itamar@seed.pr.gov.br

Liliana Madalena Gramani Cumin

Departamento de Matemática, Universidade Federal do Paraná
Caixa Postal 19044, 81531-990 Curitiba – PR - Brasil
gramani@mat.ufpr.br

Resumo. Apresenta-se resultados do transporte de energia calculados através do fluxo de calor. O problema consiste de uma mistura binária de gases rarefeitos monoatômicos confinados entre duas placas paralelas suficientemente longas. Inicialmente o sistema encontra-se em equilíbrio, sendo fracamente perturbado através do gradiente de temperatura relativo das placas que caracteriza o transporte de energia. A função de distribuição para cada constituinte da mistura obedece a um sistema de equações íntegro-diferenciais acopladas que se baseiam na equação de Boltzmann. Todas as soluções encontradas são estáveis pois se tratam de problemas lineares. As soluções são estudadas com base no modelo cinético de McCormack para a equação de Boltzmann. Os cálculos numéricos são realizados para três misturas de gases nobres: Neônio e Argônio, Hélio e Argônio, Hélio e Xenônio. Calcula-se o fluxo de calor da mistura e de cada constituinte, assim como o desvio na concentração e na densidade da mistura em todo o intervalo do número de Knudsen. As concentrações molares dos gases foram consideradas nas proporções de 10%, 50% e 90%. Foram comparados os resultados obtidos quando se utiliza diferentes potenciais de interação entre as partículas. Também compara-se a solução cinética com a solução hidrodinâmica para o fluxo de calor da mistura.

Palavras chave: Fluxo de calor, Mistura binária de gases rarefeitos, Parâmetro de rarefação da mistura

1. Introdução

Nos últimos anos o estudo dos fenômenos de transporte no escoamento de gases rarefeitos tem aumentado a sua importância devido às aplicações para o desenvolvimento tecnológico de equipamentos de vácuo, indústria aeronáutica, microengenharia, etc.

Em escoamento de gases rarefeitos costuma-se caracterizar o regime de escoamento pelo chamado número de Knudsen Kn o qual é um parâmetro que indica o grau de rarefação de um gás. É definido como a razão entre o livre caminho médio molecular e um comprimento característico do problema em estudo. Assim, o regime de escoamento se divide em três tipos: (i) regime de moléculas livres ($Kn \rightarrow \infty$), no qual o livre caminho médio molecular é muito maior que o comprimento característico do escoamento; (ii) regime hidrodinâmico ($Kn \rightarrow 0$) no qual o livre caminho médio molecular é muito pequeno comparado ao comprimento característico do escoamento e (iii) regime de transição ($Kn \cong 1$), no qual o livre caminho médio molecular e o comprimento característico do escoamento possuem a mesma ordem de grandeza.

O transporte de energia é um problema que envolve a Mecânica do Contínuo e a Teoria Cinética dos gases. A Mecânica do Contínuo é aplicada somente ao regime hidrodinâmico. Para abranger todo o intervalo de Knudsen é necessário aplicar a Dinâmica dos Gases Rarefeitos. Durante os últimos anos, vários livros e artigos têm sido publicados sobre este tema (Adzumi, 1937; Cercignani, 1975; Chadwick, 1976; Bird, 1994; Ivchenko, Loyalka & Thompson, 1997; Cumin, Sharipov & Kremer, 1998). Na Dinâmica dos Gases Rarefeitos, os métodos se baseiam em: (i) na solução da equação de Boltzmann (Cercignani, 1988; Cercignani, 2000) (ii) ou na simulação de Monte Carlo. Neste trabalho será abordado a solução da equação de Boltzmann para os regimes de moléculas livres, hidrodinâmico e de transição e a solução da Mecânica do Contínuo para o regime hidrodinâmico.

A equação de Boltzmann é uma equação íntegro-diferencial, complexa devido a integral de colisões entre as partículas. O termo que envolve esta integral de colisões é denominado de operador de colisões entre as partículas. Existem alguns trabalhos na literatura, como por exemplo (Aoki, 1991; Onishi 1997), nos quais a equação de Boltzmann é linearizada e resolvida numericamente com o operador de colisões exato, mas esses trabalhos se restringem somente ao uso do potencial de interação intermolecular de esfera-rígida, requerendo um esforço computacional muito grande. Para simplificar a equação de Boltzmann usando todo o intervalo do número de Knudsen surgiu a idéia de simplificar a integral de colisões utilizando um modelo matemático para essa integral. A escolha desse modelo matemático, também chamado de modelo cinético deve satisfazer as seguintes condições: (i) a conservação da massa, do momento linear e da energia de cada colisão entre as partículas; (ii) a equação modelo, também denominada

de equação cinética deve fornecer corretamente todos os coeficientes de transporte (viscosidade, condutividade térmica, etc) e (iii) no estado de equilíbrio a integral de colisões deve ser nula.

Existem poucas publicações sobre o escoamento de uma mistura para um amplo intervalo do número de Knudsen. Com relação aos trabalhos experimentais sobre o fluxo de uma mistura ao longo de um tubo são citados os artigos (Adzumi, 1937; Bentz, Thompson & Loyalka, 1999; Sharipov & Seleznez, 1998). Os resultados numéricos considerando-se o fluxo de uma mistura através de um canal são encontrados nos trabalhos (Ivchenko, Loyalka & Thompson, 1997; Lang & Muller, 1975; Takata, 2001) e o fluxo de Couette para este mesmo estudo encontra-se em (Marques, Kremer & Sharipov, 2000).

Considerando uma mistura de gases monoatômicos, a diferença entre os constituintes ocorrerá entre as suas massas atômicas, diâmetros moleculares e formas de interação entre as moléculas dos diferentes constituintes. Por exemplo, quando as moléculas são consideradas como esfera-rígida a diferença entre os diâmetros das moléculas torna-se representativa. Ainda, o tratamento matemático é baseado na Teoria Cinética dos Gases que envolverá uma função de distribuição f_α ($\alpha = 1, 2, \dots, n$) presente na equação de Boltzmann, para cada um dos n constituintes da mistura. Então se tem de uma forma geral, que o sistema constitui-se de um sistema de n equações de Boltzmann acopladas para as n funções de distribuição.

Neste trabalho, será considerado o fluxo de uma mistura binária de gases ideais monoatômicos confinada entre duas placas paralelas, que será estudado com base no modelo cinético de McCormack (McCormack, 1973) para um amplo intervalo do número de Knudsen.

2. Considerações do Problema

Considera-se uma mistura binária de gases ideais monoatômicos confinada entre duas placas paralelas separadas por uma distância D , infinitamente longa de forma que os efeitos de borda podem ser desprezados. Inicialmente o sistema encontra-se em equilíbrio, ou seja, as placas estão a uma temperatura de equilíbrio inicial T_0 e pode ser introduzida a concentração de equilíbrio molar C_0 da mistura como sendo $C_0 = n_{01} / (n_{01} + n_{02})$, onde $n_{0\alpha}$, ($\alpha = 1, 2$) são as densidades de equilíbrio dos constituintes α . O estado de equilíbrio é fracamente perturbado por uma diferença de temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$, isto é, $\frac{|\Delta T|}{T_0} \ll 1$. Então o objetivo do trabalho é estudar o transporte

de energia para uma mistura binária de gases ideais monoatômicos rarefeitos confinada entre duas placas paralelas, ou seja, resolver a equação de Boltzmann com base no modelo cinético proposto por McCormack em seu artigo (McCormack, 1973), para o sistema fora de equilíbrio através do método das velocidades discretas (Sharipov & Sobbotin 1993). Será calculado o fluxo de calor da mistura, o fluxo de calor e a densidade de cada constituinte, para as três misturas binárias: Neônio e Argônio; Hélio e Argônio; e Hélio e Xenônio, dentro de um amplo intervalo do parâmetro de rarefação. Estas misturas apresentam razões de massas m_1 / m_2 bem distintas 0,505, 0,100 e 0,030, além das razões entre os seus diâmetros d_2 / d_1 serem de 1,406, 1,665 e 2,226, respectivamente. As concentrações consideradas para estas misturas serão nas proporções de 10%, 50% e 90%, para o primeiro constituinte.

O fluxo de calor de cada constituinte e da mistura serão calculados para um amplo intervalo do número de Knudsen $0 < Kn < \infty$, que correspondem na análise dos regimes hidrodinâmico, transição e de moléculas livres. Estes cálculos serão feitos para dois tipos de potenciais intermoleculares: esfera-rígida e o potencial realístico, ambos considerando uma temperatura inicial de 300K. Uma comparação do fluxo de calor da mistura obtido através da equação cinética com a solução hidrodinâmica também será apresentada.

A densidade do número de partículas n da mistura binária, entre as placas, será função da densidade do número de partículas de cada constituinte da mistura $n = n_1 + n_2$. A temperatura da mistura será igual a

$$T = \frac{\sum_{\alpha=1}^2 n_\alpha T_\alpha}{\sum_{\alpha=1}^2 n_\alpha} = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}, \quad (1)$$

e a concentração poderá ser escrita como a razão entre a densidade do número de partículas do constituinte $\alpha = 1$ e a densidade do número de partículas da mistura, $C_0 = n_1 / n$.

Será considera a situação em que o estado de equilíbrio é fracamente perturbado através do gradiente de temperatura relativo das placas. Assim a perturbação na temperatura será denotada por ΔT , a densidade do número de partículas do constituinte α é igual a densidade do número de partículas deste constituinte em equilíbrio, acrescida de uma perturbação

$$n_{\alpha} = n_{0\alpha} \left(1 + \nu_{\alpha} \frac{\Delta T}{T_0} \right), \quad (2)$$

onde ν_{α} representa os desvios relativos as densidades.

A temperatura do constituinte α é igual a temperatura de equilíbrio do sistema T_0 , acrescida de uma perturbação

$$T_{\alpha} = T_0 \left(1 + \tau_{\alpha} \frac{\Delta T}{T_0} \right), \quad (3)$$

onde τ_{α} representa os desvios relativos as temperaturas dos constituintes T_{α} com $\alpha = (1, 2)$. Substituindo a Eq.(2) e a Eq.(3) na Eq.(1), obtém-se a seguinte expressão para a temperatura T

$$T = T_0 \left(1 + C_0 \tau_1 \frac{\Delta T}{T_0} + (1 - C_0) \tau_2 \frac{\Delta T}{T_0} \right). \quad (4)$$

3. Equação Cinética e Condições de Contorno

Para um fluxo estacionário, $(\partial f_{\alpha} / \partial t = 0)$, e sem a presença de forças externas, $(F_i = 0)$, a equação de Boltzmann para uma mistura binária de gases monoatômicos é

$$\vec{v}'_{\alpha} \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{r}'} = \sum_{\beta=1}^2 Q_{\alpha\beta}(f_{\alpha}, f_{\beta}) \quad (5)$$

com $\vec{r}' = (x', y', z')$ e $\vec{v}'_{\alpha} = (v'_{\alpha x}, v'_{\alpha y}, v'_{\alpha z})$. As grandezas denotadas por uma plica são dimensionais. A Eq. (5) representa uma equação íntegro-diferencial não-linear. A integral de colisões entre as partículas α e β esta sendo representada pelo operador de colisão quadrática $Q_{\alpha\beta}(f_{\alpha}, f_{\beta})$, também denominado de termo de colisão. A principal dificuldade matemática apresentada na equação de Boltzmann está associada com o termo de colisão $Q_{\alpha\beta}(f_{\alpha}, f_{\beta})$. Muitas alternativas são analisadas com o objetivo de simplificar o termo de colisão facilitando assim a solução da equação de Boltzmann. Expressões mais simples para este termo têm sido propostas por diversos autores. Estas são conhecidas como modelo de colisão e a equação de Boltzmann na qual o termo de colisão é substituído por um modelo passa a ser chamada de equação modelo (Bird, 1976). O objetivo desta substituição é facilitar a resolução da equação de Boltzmann de forma a fornecer resultados satisfatórios, isto é, a equação modelo deve apresentar bons resultados que podem ser comparáveis aos resultados da solução exata da equação de Boltzmann (Sharipov, 1998). Assim o termo de colisão poderá ser substituído por um operador o qual conserva as seguintes propriedades:

$$\int m_{\alpha} Q_{\alpha\beta} d\vec{v}_{\alpha} = 0, \quad (6)$$

$$\int m_{\alpha} v_{\alpha i} Q_{\alpha\beta} d\vec{v}_{\alpha} + \int m_{\beta} v_{\beta i} Q_{\alpha\beta} d\vec{v}_{\beta} = 0, \quad (7)$$

$$\int \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 Q_{\alpha\beta} d\vec{v}_{\alpha} + \int \frac{1}{2} m_{\beta} v_{\beta}^2 Q_{\alpha\beta} d\vec{v}_{\beta} = 0, \quad (8)$$

que expressam a conservação da massa, do momento linear e da energia de cada colisão de uma partícula α com uma partícula β sendo m_α e m_β a massa da partícula dos constituintes α e β , respectivamente. No modelo cinético utilizado neste trabalho, a expressão do operador de colisão quadrática é dada por

$$Q_{\alpha\beta} = -\nu'_{\alpha\beta}(f_\alpha - f_{\alpha\beta}^R). \quad (9)$$

O sinal negativo acima é devido ao tempo de relaxação. $\nu'_{\alpha\beta}$ denota a frequência de colisão que independe das velocidades das partículas, f_α representa a função de distribuição dos constituintes e $f_{\alpha\beta}^R$ a função de distribuição de referência. Para este problema tem-se para a função de distribuição dos constituintes

$$f_\alpha(\vec{r}', \vec{v}'_\alpha) = f_\alpha^M(\vec{v}'_\alpha) \left[1 + h_\alpha(x', \vec{v}'_\alpha) \frac{\Delta T}{T_0} \right], \quad (10)$$

onde f_α^M é a função de distribuição Maxwelliana (Kremer, 2003) correspondente ao estado de equilíbrio

$$f_\alpha^M = n_{0\alpha} \left(\frac{m_\alpha}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_\alpha}{2k T_0} v_\alpha'^2 \right), \quad (11)$$

$h_\alpha(x', \vec{v}'_\alpha)$ representa a perturbação da função de distribuição do sistema que obedece a equação de Boltzmann e $n_{0\alpha}$ é a distribuição da densidade em equilíbrio do número de partículas do constituinte α entre as placas. É conveniente introduzir quantidades adimensionais para as quantidades da velocidade molecular do constituinte α , \vec{v}'_α e a posição \vec{r}' . Desta forma a velocidade dimensional \vec{v}'_α esta relacionada com a velocidade adimensional \vec{c}_α através do parâmetro $\beta_{0\alpha} = (m_\alpha / 2kT_0)^{1/2}$, ou seja, $\vec{v}'_\alpha = \beta_{0\alpha}^{-1} \vec{c}_\alpha$ e introduz-se a grandeza adimensional $\vec{r} = \vec{r}' / D$, onde D representa a distância entre as placas paralelas. Substituindo-se Eq. (9) – Eq. (11) na Eq. (5), com Eq.(2) – Eq.(4), tem-se a equação linearizada adimensional

$$c_{\alpha x} \frac{\partial h_\alpha}{\partial x} = D \left(\frac{m_\alpha}{2kT_0} \right)^{1/2} \sum_{\beta=1}^2 \hat{L}_{\alpha\beta} h_\alpha - c_{\alpha x} \left(\left(c_\alpha^2 \frac{T_0}{T} - \frac{3}{2} \right) \frac{d \ln T(x)}{dx} + \frac{d \ln n_\alpha}{dx} \right). \quad (12)$$

O modelo cinético proposto por McCormack representa $\hat{L}_{\alpha\beta} h$ como uma expansão de um polinômio da velocidade adimensional \vec{c}_α , ou seja, $\hat{L}_{\alpha\beta} h = -\gamma_{\alpha\beta} h_\alpha + A + A_k c_{\alpha k} + B_{kl} c_{\alpha k} c_{\alpha l} + D_k c_{\alpha k} c_\alpha^2$. O parâmetro $\gamma_{\alpha\beta}$ é proporcional a frequência de colisão entre os constituintes α e β (Cercignani & Sharipov, 1992). Para o problema em questão, o operador de colisões $\hat{L}_{\alpha\beta} h$ correspondente ao modelo cinético de McCormack é escrito como

$$\begin{aligned} \hat{L}_{\alpha\beta} h_\alpha = & -\gamma_{\alpha\beta} h_\alpha + \gamma_{\alpha\beta} \nu_\alpha - \left(\frac{m_\alpha}{m} \right)^{1/2} \nu_{\alpha\beta}^{(2)} \left(q_\alpha - \frac{m_\alpha}{m_\beta} q_\beta \right) c_{\alpha x} \\ & + \left[\gamma_{\alpha\beta} \tau_\alpha - 2 \frac{m_{\alpha\beta}}{m_\beta} (\tau_\alpha - \tau_\beta) \nu_{\alpha\beta}^{(1)} \right] \left(c_\alpha^2 - \frac{3}{2} \right) + 2 \left[(\gamma_{\alpha\beta} - \nu_{\alpha\beta}^{(3)}) \Pi_{\alpha\alpha x} + \nu_{\alpha\beta}^{(4)} \Pi_{\beta\alpha x} \right] \left[c_{\alpha x}^2 - \frac{1}{2} (c_{\alpha y}^2 + c_{\alpha z}^2) \right] \\ & + \frac{8}{10} \left(\frac{m_\alpha}{m} \right)^{1/2} \left[(\gamma_{\alpha\beta} - \nu_{\alpha\beta}^{(5)}) q_\alpha + \nu_{\alpha\beta}^{(6)} \left(\frac{m_\beta}{m_\alpha} \right)^{1/2} q_\beta \right] c_{\alpha x} \left(c_\alpha^2 - \frac{5}{2} \right), \end{aligned}$$

$$\alpha, \beta = 1, 2, \quad \text{e} \quad \gamma_{\alpha\beta} = \sum_{\beta=1}^2 \nu'_{\alpha\beta} \quad (13)$$

As quantidades $\nu_{\alpha\beta}^{(N)}$ (Cumin, L. M. G., Sharipov, F., & Kremer, G. M., 1998) representam a frequência de colisões entre os constituintes α e β . Os momentos adimensionais da função de distribuição são escritos do seguinte modo:

$$\nu_{\alpha}(x) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \int \exp(-c_{\alpha}^2) h_{\alpha}(x, \vec{c}_{\alpha}) d\vec{c}_{\alpha}, \quad (14)$$

$$q_{\alpha}(x) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \int \exp(-c_{\alpha}^2) h_{\alpha}(x, \vec{c}_{\alpha}) c_{\alpha}^2 c_{\alpha x} d\vec{c}_{\alpha}, \quad (15)$$

$$\Pi_{\alpha ii}(x) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \int \exp(-c_{\alpha}^2) h_{\alpha}(x, \vec{c}_{\alpha}) \left(c_{\alpha i}^2 - \frac{1}{3} c_{\alpha}^2 \right) d\vec{c}_{\alpha}, \quad (16)$$

$$\tau_{\alpha}(x) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \int \exp(-c_{\alpha}^2) h_{\alpha}(x, \vec{c}_{\alpha}) \left(\frac{2}{3} c_{\alpha}^2 - 1 \right) d\vec{c}_{\alpha}, \quad (17)$$

onde ν_{β} , q_{β} , $\Pi_{\beta ii}$ e τ_{β} são semelhantes as equações (14)-(17), respectivamente bastando trocar α por β .

As condições de contorno para a perturbação h_{α} da Eq. (12) são dadas por:

$$h_{\alpha}(x, \vec{c}_{\alpha}) = h_{\alpha}\left(\pm \frac{D}{2}, \vec{c}_{\alpha}\right) = -\nu_{\alpha wall}, \quad \text{para} \quad c_{\alpha x} \leq 0. \quad (18)$$

Assim o fluxo de calor de uma mistura binária de gases ideais monoatômicos é obtido resolvendo a Eq.(12) sujeita às condições de contorno presentes na Eq.(18). Será assumido que existe um pequeno desvio na concentração e este também será calculado. Então usando as relações $n_{01} = n_0 C_0$ e $n_{02} = n_0 (1 - C_0)$, o gradiente de concentração estabelecido por ΔC será igual a

$$\Delta C = (1 - C_0)(\nu_1 - \nu_2) \frac{\Delta T}{T_0}. \quad (19)$$

Da mesma forma, o desvio da densidade estabelecido como ν é calculado com base na densidade n da mistura, onde $\nu = n/n_0 - 1$, $n = n_1 + n_2$ e a expressão sobre o desvio da densidade pode ser escrita como,

$$\nu = (C_0 \nu_1 + (1 - C_0) \nu_2) \frac{\Delta T}{T_0}. \quad (20)$$

4. Método de Solução

A Eq. (12) é função das componentes da velocidade adimensional $c_{\alpha i} = (c_{\alpha x}, c_{\alpha y}, c_{\alpha z})$. Com o objetivo de diminuir as variáveis da Eq.(12) e considerando que o fluxo é unidimensional e completamente desenvolvido na direção x , a solução independe das coordenadas y e z . Pode-se então eliminar as variáveis $c_{\alpha y}$ e $c_{\alpha z}$ da velocidade \vec{c}_{α} pela introdução de duas funções:

$$\Phi_{\alpha}(x, \vec{c}_{\alpha}) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(c_{\alpha y}^2 + c_{\alpha z}^2)] h_{\alpha}(x, \vec{c}_{\alpha}) dc_{\alpha y} dc_{\alpha z}, \quad (21)$$

$$\Psi_{\alpha} \left(x, \vec{c}_{\alpha} \right) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[- \left(c_{\alpha y}^2 + c_{\alpha z}^2 \right) \right] \left[c_{\alpha y}^2 + c_{\alpha z}^2 - 1 \right] h_{\alpha} \left(x, \vec{c}_{\alpha} \right) d c_{\alpha y} d c_{\alpha z}, \quad (22)$$

que transformam a Eq. (12) em um sistema de equações para Φ_{α} e Ψ_{α} ,

$$\begin{aligned} c_{\alpha x} \frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial x} = & \delta_{\alpha} \left\{ -\Phi_{\alpha} + v_{\alpha} - c_{\alpha x} \left(\frac{m_{\alpha}}{m} \right)^{1/2} v_{\alpha \beta}^{*(2)} \left(q_{\alpha} - \frac{m_{\alpha}}{m_{\beta}} q_{\beta} \right) \right. \\ & + \left[\tau_{\alpha} - 2 \frac{m_{\alpha \beta}}{m_{\beta}} (\tau_{\alpha} - \tau_{\beta}) v_{\alpha \beta}^{*(1)} \right] \left(c_{\alpha x}^2 - \frac{1}{2} \right) + 2 \left((1 - v_{\alpha \alpha}^{*(3)} + v_{\alpha \alpha}^{*(4)} - v_{\alpha \beta}^{*(3)}) \Pi_{\alpha x x} + v_{\alpha \beta}^{*(4)} \Pi_{\beta x x} \right) \left(c_{\alpha x}^2 - \frac{1}{2} \right) \\ & \left. + \frac{8}{10} \left(\frac{m_{\alpha}}{m} \right)^{1/2} \left[(1 + v_{\alpha \alpha}^{*(6)} - v_{\alpha \alpha}^{*(5)} - v_{\alpha \beta}^{*(5)}) q_{\alpha} + v_{\alpha \beta}^{*(6)} \left(\frac{m_{\beta}}{m_{\alpha}} \right)^{1/2} q_{\beta} \right] c_{\alpha x} \left(c_{\alpha x}^2 - \frac{3}{2} \right) \right\} - c_{\alpha x} \left(c_{\alpha x}^2 - \frac{3}{2} - \frac{k_T}{T_{\alpha}} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

e

$$\begin{aligned} c_{\alpha x} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial y} = & \delta_{\alpha} \left\{ -\Psi_{\alpha} + \tau_{\alpha} - 2 \left(\frac{m_{\alpha \beta}}{m_{\beta}} \right) (\tau_{\alpha} - \tau_{\beta}) v_{\alpha \beta}^{*(1)} - (1 - v_{\alpha \alpha}^{*(3)} + v_{\alpha \alpha}^{*(4)} - v_{\alpha \beta}^{*(3)}) \Pi_{\alpha x x} - v_{\alpha \beta}^{*(4)} \Pi_{\beta x x} \right. \\ & \left. + \frac{8}{10} c_{\alpha x} \left(\frac{m_{\alpha}}{m} \right)^{1/2} \left[(1 + v_{\alpha \alpha}^{*(6)} - v_{\alpha \alpha}^{*(5)} - v_{\alpha \beta}^{*(5)}) q_{\alpha} + v_{\alpha \beta}^{*(6)} \left(\frac{m_{\beta}}{m_{\alpha}} \right)^{1/2} q_{\beta} \right] \right\} - c_{\alpha x}, \quad v_{\alpha \beta}^{*(N)} = v_{\alpha \beta}^{(N)} / \gamma_{\alpha \beta}. \end{aligned} \quad (24)$$

É utilizado com maior frequência o parâmetro de rarefação do constituinte α da mistura δ_{α} ao invés do número de Knudsen Kn , definido por, $\delta_{\alpha} = D(m_{\alpha} / 2kT_0)^{1/2} \gamma_{\alpha}$, onde $\gamma_{\alpha} = P_{\alpha} / \mu_{\alpha}$ com P_{α} e μ_{α} representando pressão parcial e a viscosidade parcial, respectivamente, (Cercignani & Sharipov, 1992). Este parâmetro aparece somente nas combinações $\gamma_1 = \gamma_{11} + \gamma_{12}$ e $\gamma_2 = \gamma_{21} + \gamma_{22}$. Nas equações (23) e (24) os momentos adimensionais da função de distribuição $v_{\alpha}, v_{\beta}, q_{\alpha}, q_{\beta}, \Pi_{\alpha}, \Pi_{\beta}, \tau_{\alpha}$ e τ_{β} descritos nas equações (14)-(17), representam as incógnitas e são escritos em função de Φ_{α} e Ψ_{α} .

O objetivo é resolver este sistema de equações integro-diferenciais (23) e (24) utilizando condições de contorno apropriadas, deduzidas substituindo-se a Eq.(18) em (21) e (22). Este sistema de equações pode ser reduzido a um sistema de equações de integrais para os momentos da função de distribuição. Entretanto, este método requer um grande tempo computacional, especialmente para grandes valores do parâmetro de rarefação δ_{α} , que é proporcional ao inverso do número de Knudsen Kn . Este é um dos motivos pelos quais deve-se usar o método das velocidades discretas (Kogan, 1969) e (Sharipov & Subbotin, 1993).

5. Resultados Numéricos e Discussões

O parâmetro δ_{α} presente nas equações (23) e (24), corresponde ao parâmetro de rarefação do constituinte α da mistura. No programa numérico utiliza-se o parâmetro de rarefação da mistura, denotado por δ , como um parâmetro de entrada. Consequentemente, é necessário estabelecer uma relação entre os parâmetros de rarefação da mistura e dos constituintes. Esta relação (Cercignani & Sharipov, 1992; Sharipov & Kalempa, 2003) é dada por $\delta_{\alpha} = \delta (m_{\alpha} / m)^{1/2} (\mu P) / (\mu_{\alpha} P)$ onde μ e μ_{α} denotam, respectivamente, a viscosidade da mistura e a viscosidade parcial, cujas expressões são dadas em (Sharipov & Kalempa, 2002). P e P_{α} representam a pressão da mistura e a pressão parcial, respectivamente. O sistema de equações cinéticas (23) e (24) foram resolvidas numericamente para um amplo intervalo do parâmetro de rarefação δ , pelo método das velocidades discretas (Kogan, 1969; Sharipov & Subbotin, 1993) com um erro numérico relativo menor que 0,1%. A precisão numérica foi estimada comparando os resultados obtidos para diferentes grades dos parâmetros, ou seja, utilizou-se uma malha adequada. Os valores considerados para o parâmetro de rarefação δ variam de $0,01 \leq \delta \leq 100$. Deve-se ressaltar que este

intervalo abrange o regime das moléculas livres para $\delta \rightarrow 0$ (especificando o intervalo $0,01 \leq \delta < 1$), o regime de transição $\delta \cong 1$ e o regime hidrodinâmico para $\delta \rightarrow \infty$ (especificando o intervalo $\delta \geq 100$). Portanto o maior valor considerado para δ é 100, o qual já representa com certeza o regime hidrodinâmico. Valores maiores do que 100 não serão considerados devido ao grande tempo de execução do programa numérico. Quanto maior o valor de δ maior é o tempo para se atingir a convergência do programa numérico. Conforme se aumenta o parâmetro de rarefação o tempo de rodagem do programa cresce de forma não linear. Uma maneira de amenizar este problema é se utilizar supercomputadores para a rodagem dos programas no caso de grandes valores do parâmetro de rarefação.

Para investigar a influência da lei de interação intermolecular no transporte de energia, dois tipos de potenciais foram usados: o potencial de esfera-rígida e o potencial realístico. Quando trata-se do potencial de esfera-rígida, para calcular os diâmetros moleculares d_α , utiliza-se a seguinte razão entre suas massas e viscosidades $d_2/d_1 = (\mu_1/\mu_2)^{1/2} (m_2/m_1)^{1/4}$. Estas viscosidades são obtidas experimentalmente à uma temperatura de T=300K (Kestin, Knierim, Mason, Najafi, Ro & Waldman, 1984). Como resultado destes dados obtém-se os valores da razão d_2/d_1 como 1,406, 1,665 e 2,226 para as misturas Nêonio e Argônio (Ne-Ar), Hélio e Argônio (He-Ar) e Hélio e Xenônio (He-Xe), respectivamente.

Os resultados numéricos do fluxo de calor Q da mistura são fornecidos nas tabelas (1)-(2) para o potencial realístico e potencial de esfera-rígida, respectivamente. Da análise numérica destes valores concluí-se que: (i) O fluxo de calor Q da mistura sempre decresce com o aumento do parâmetro de rarefação δ , ou seja, são grandezas inversamente proporcionais. Este era o resultado esperado, pois se tem este mesmo comportamento para o caso de um gás único; (ii) A dependência do fluxo de calor Q da mistura na concentração C_0 é forte para a mistura com menor razão de massa molecular, He-Xe. A diferença entre o fluxo de calor da mistura entre as concentrações $C_0 = 0,1$ e $C_0 = 0,9$ pode passar de 60% para a mistura He-Xe, enquanto que para a mistura Ne-Ar este desvio não excede 1,2%; (iii) O fluxo de calor depende muito pouco da lei de interação intermolecular. Para o caso onde existem estas diferenças, o fluxo de calor sempre apresenta um valor maior para o caso do potencial realístico. A diferença, quando existir, entre os valores de Q da mistura que correspondem ao potencial realístico e àqueles para o potencial de esfera-rígida não excedem 15%.

Os dados do fluxo de calor de cada constituinte, q_1 e q_2 , para a mistura binária He-Xe são apresentados na Tab. (3) para o potencial realístico. Pode-se observar que o constituinte de menor massa tem um fluxo de calor maior e a medida que o parâmetro de rarefação cresce o fluxo de calor de cada constituinte aumenta. Também pode-se observar que $C_0 = 0,1$, representa os maiores valores para q_1 .

Os valores referentes ao desvio na densidade de cada constituinte, considerando potencial realístico, para a mistura He-Xe, são apresentados na Tab.(4). (i) Pode-se observar que em todas as concentrações consideradas $C_0 = 0,1, C_0 = 0,5$ e $C_0 = 0,9$ o desvio na densidade foi aumentando à medida que se aumentou o parâmetro de rarefação δ ; (ii) Observa-se também que nos valores do desvio na densidade, ν_1 e ν_2 , para a mistura considerada, o constituinte de menor massa tem sempre um desvio menor na densidade.

Quanto ao desvio na concentração e na densidade da mistura, estão apresentados na Tab.(5), os valores obtidos para a mistura He-Xe no caso do potencial realístico. Os valores obtidos para a mistura He-Xe no caso de esfera-rígida não são apresentados por serem semelhantes aos das tabelas (3), (4) e (5). Pode-se concluir que as outras misturas, Ne-Ar e He-Ar, apresentam o mesmo tipo de comportamento da mistura He-Xe. Esta última foi escolhida para ser apresentada na Tab.(5) por se tratar da mistura que tem a maior variação de comportamento. Isto é comparado nas tabelas (1) e (2).

Tabela 1: Fluxo de calor Q da mistura vs parâmetro de rarefação δ e concentração C_0 na distância $x = 1/2$, potencial realístico

δ	Q								
	Ne-Ar			He-Ar			He-Xe		
	$C_0 = 0,1$	0,5	0,9	0,1	0,5	0,9	0,1	0,5	0,9
0,01	-0,5690	-0,5855	-0,5706	-0,6506	-0,8655	-0,7201	-0,7854	-1,3563	-1,0534
0,1	-0,5431	-0,5591	-0,5447	-0,6215	-0,8289	-0,6894	-0,7534	-1,3091	-1,0150
1	-0,4065	-0,4191	-0,4076	-0,4654	-0,6252	-0,5217	-0,5760	-1,0292	-0,7939
10	-0,1373	-0,1420	-0,1376	-0,1563	-0,2123	-0,0180	-0,2033	-0,3863	-0,2966
40	-0,0436	-0,0451	-0,0436	-0,0495	-0,0676	-0,0577	-0,0659	-0,1288	-0,0984
60	-0,0299	-0,0310	-0,0300	-0,0340	-0,0465	-0,0397	-0,0454	-0,0892	-0,0681
100	-0,0184	-0,0191	-0,0184	-0,0209	-0,0286	-0,0244	-0,0280	-0,0552	-0,0421

Tabela 2: Fluxo de calor Q da mistura vs parâmetro de rarefação δ e concentração C_0 na distância $x = 1/2$, potencial de esfera-rígida

δ	Q								
	Ne-Ar			He-Ar			He-Xe		
	$C_0 = 0,1$	0,5	0,9	0,1	0,5	0,9	0,1	0,5	0,9
0,01	-0,5690	-0,5855	-0,5706	-0,6504	-0,8652	-0,7201	-0,7850	-1,3544	-1,0534
0,1	-0,5430	-0,5588	-0,5445	-0,6203	-0,8260	-0,6889	-0,7500	-1,3011	-1,0145
1	-0,4058	-0,4172	-0,4069	-0,4587	-0,6088	-0,5183	-0,5582	-0,9839	-0,7883
10	-0,1364	-0,1397	-0,1368	-0,1496	-0,1942	-0,1758	-0,1834	-0,3303	-0,2875
40	-0,0432	-0,0442	-0,0433	-0,0469	-0,0604	-0,0559	-0,0577	-0,1050	-0,0944
60	-0,0295	-0,0302	-0,0298	-0,0321	-0,0414	-0,0384	-0,0396	-0,0721	-0,0652
100	-0,0181	-0,0185	-0,0182	-0,0197	-0,0253	-0,0236	-0,0243	-0,0444	-0,0403

Tabela 3: Fluxo de calor de cada constituinte vs parâmetro de rarefação δ e concentração C_0 na distância $x = 1/2$ para a mistura He-Xe, potencial realístico

δ	$C_0 = 0,1$		$C_0 = 0,5$		$C_0 = 0,9$	
	q_1	q_2	q_1	q_2	q_1	q_2
0,01	-0,0305	-0,0053	-0,0231	-0,0043	-0,0115	-0,0020
0,1	-0,2955	-0,0509	-0,2233	-0,0385	-0,1107	-0,0191
10	-8,7031	-1,2918	-6,7245	-1,0008	-3,2422	-0,4837
40	-11,4280	-1,6579	-8,9785	-1,3225	-4,3038	-0,6404
60	-11,8200	-1,7144	-9,3256	-1,3736	-4,4667	-0,6646
100	-12,1520	-1,7625	-9,6230	-1,4174	-4,6060	-0,6854

Tabela 4: Densidade de cada constituinte vs parâmetro de rarefação δ e concentração C_0 na distância $x = 1/2$ para a mistura He-Xe, potencial realístico

δ	$C_0 = 0,1$		$C_0 = 0,5$		$C_0 = 0,9$	
	ν_1	ν_2	ν_1	ν_2	ν_1	ν_2
0,01	-0,00361	-0,00505	-0,00385	-0,00599	-0,00451	-0,00862
0,1	-0,3263	-0,04575	-0,03499	-0,05521	-0,04118	-0,08110
10	-0,7786	-1,0881	-0,8790	-1,4379	-1,0751	-2,2709
40	-1,0181	-1,3970	-1,1702	-1,9063	-1,4255	-3,0143
60	-1,0522	-1,4430	-1,2145	-1,9785	-1,4783	-3,1279
100	-1,0789	-1,4781	-1,2502	-2,0370	-1,5206	-3,2238

Tabela 5: Desvio na densidade e na concentração de cada constituinte vs parâmetro de rarefação δ e concentração C_0 na distância $x = 1/2$ para a mistura He-Xe, potencial realístico

δ	$C_0 = 0,1$		$C_0 = 0,5$		$C_0 = 0,9$	
	ΔC	ν	ΔC	ν	ΔC	ν
0,01	0,001298	-0,00490	0,001074	-0,00492	0,000411	0,000411
0,1	0,01181	-0,04444	0,01011	-0,04510	0,003992	0,003992
10	0,2785	-1,05715	0,2795	-1,15843	0,1196	0,11958
40	0,3410	-1,35911	0,3680	-1,53825	0,1589	0,15888
60	0,3517	-1,40392	0,3820	-1,59650	0,1650	0,16496
100	0,3593	-1,43818	0,3934	-1,64360	0,1703	0,17032

6. Solução Hidrodinâmica e Resultados

O objetivo é calcular o transporte de energia, para o mesmo problema, com base nas equações da Mecânica do Contínuo obtendo a solução hidrodinâmica correspondente. À solução encontrada serão aplicadas condições de contorno apropriadas. Esta solução corresponde à determinação do fluxo de calor da mistura.

No regime hidrodinâmico, as equações da Mecânica do Contínuo podem ser aplicadas na solução dos problemas de Dinâmica dos Gases Rarefeitos. O principal parâmetro utilizado na Dinâmica dos Gases Rarefeitos é o número de Knudsen, Kn , definido como, a razão entre o livre caminho médio molecular e a distância D entre as placas, que representa o comprimento característico do problema em estudo, $Kn = \lambda / D$. Costuma-se utilizar com maior frequência o chamado parâmetro de rarefação do gás, δ , que é inversamente proporcional ao número de Knudsen, $\delta = \sqrt{\pi} / (2Kn)$. Na teoria cinética dos gases (Ferziger. and Kaper, 1972) pode-se expressar o livre caminho médio

da seguinte forma $\lambda = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\mu}{P_0} v_0$, onde P_0 denota a pressão em equilíbrio e μ a viscosidade do gás considerado e

v_0 é a velocidade molecular característica na temperatura T_0 . Assim obtém-se a seguinte expressão para o parâmetro

de rarefação do gás, $\delta = \frac{DP_0}{\mu v_0}$, que também é válida para misturas gasosas já que a pressão P_0 e a viscosidade μ são

quantidades mensuráveis.

No regime hidrodinâmico ($\delta \rightarrow \infty$ ou $Kn \rightarrow 0$) o livre caminho médio é muito menor que o comprimento característico do escoamento e, conseqüentemente, o meio gasoso pode ser considerado como um meio contínuo no qual as equações da hidrodinâmica podem ser aplicadas. Neste regime, será utilizada a equação de Navier-Stokes (Coimbra, 1978), com as condições de contorno com deslizamento da velocidade, ou seja, a velocidade tangencial do gás na superfície sólida não é assumida como zero.

A razão entre o fluxo de calor por unidade área é proporcional a diminuição da temperatura na distância x' , $q' = -\kappa \frac{dT}{dx}$, a constante de condutividade κ é a condutividade térmica das placas. Esta equação é unidimensional e

permite calcular o fluxo de calor via lei de Fourier. A temperatura da mistura tem a forma (Sharipov & Seleznez, 1998) $T(x') = T_1 + Ax' + B$, onde A e B são constantes a serem determinadas, considerando para o problema em questão,

um gradiente de temperatura e a temperatura da mistura T definida como $T = T_1 + \zeta_T l_0 \frac{dT}{dx'}$ em $x' = 0$, e

$T = T_2 - \zeta_T l_0 \frac{dT}{dx'}$ em $x' = D$, onde $\frac{dT}{dx'} = A$, onde l_0 representa o livre caminho médio e ζ_T o coeficiente de temperatura.

Então o objetivo é encontrar a forma adimensional para o fluxo de calor q' . De acordo com (Sharipov & Kalempa,

2003) tem-se a relação adimensional para o fluxo de calor dos constituintes q_α , $q'_\alpha = n_\alpha k T_0 \left(\frac{2kT_0}{m} \right)^{1/2} q_\alpha \frac{\Delta T}{T_0}$,

e substituindo as relações anteriores tem-se o fluxo de calor da mistura na forma adimensional escrito como

$$q = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{m}{2k} \frac{1}{\delta} \left(1 + \frac{2\zeta_T}{\delta} \right)^{-1} \quad (25)$$

Os valores do coeficiente de temperatura ζ_T são encontrados em (Sharipov & Seleznez, 1998) para um gás único, e em (Ivchenko, Loyalka & Thompson, 1997; Sharipov & Kalempa, 2003) para misturas de gases.

Nas tabelas (6) e (7), são apresentados valores do fluxo de calor q , para o potencial realístico e esfera-rígida, respectivamente, na distância $x = 1/2$ em função do parâmetro de rarefação δ , conforme a Eq. (25). Os valores $\frac{\kappa}{\mu} \frac{m}{k}$ são 3,9; 6 e 12 para potencial realístico e 3,9; 5,3 e 9,2 para esfera-rígida, para as misturas Ne-Ar, He-Ar e He-Xe, respectivamente. Estes valores foram obtidos em nosso programa numérico. Da análise numérica das tabelas (6) e (7), pode-se concluir que: (i) O fluxo de calor q decresce à medida que se aumenta o parâmetro de rarefação δ . Pode ser observado o mesmo comportamento tanto para o potencial realístico como para o potencial de esfera-rígida; (ii) Quando se compara a Tab.(6) com a Tab.(7) pode-se observar que mistura Ne-Ar é a que apresenta os melhores resultados, inclusive os valores coincidem a partir de δ igual a 60.

Tabela 6. Fluxo de calor q , Solução hidrodinâmica para $C_0 = 0,5$ na distância $x = 1/2$,

potencial realístico

δ	$q, C_0 = 0,5$		
	Ne-Ar $\zeta_T = 1,991$	He-Ar $\zeta_T = 2,017$	He-Xe $\zeta_T = 2,515$
	Eq.(25)	Eq.(25)	Eq.(25)
0,01	-0,4884	-0,8417	-1,1904
0,1	-0,4777	-0,8210	-1,1695
1	-0,3914	-0,6587	-0,9950
10	-0,1395	-0,2213	-0,3863
40	-0,0443	-0,0689	-0,1288
60	-0,0305	-0,0472	-0,0892
100	-0,0188	-0,0290	-0,0552

Tabela 7. Fluxo de calor q , Solução hidrodinâmica para $C_0 = 0,5$ na distância $x = 1/2$,

potencial esfera-rígida

δ	$q, C_0 = 0,5$		
	Ne-Ar $\zeta_T = 1,94$	He-Ar $\zeta_T = 1,777$	He-Xe $\zeta_T = 1,992$
	Eq.(25)	Eq.(25)	Eq.(25)
0,01	-0,5013	-0,7435	-1,1517
0,1	-0,4899	-0,7252	-1,1263
1	-0,3996	-0,5819	-0,9229
10	-0,1405	-0,1955	-0,3389
40	-0,0444	-0,0608	-0,1046
60	-0,0305	-0,0417	-0,0719
100	-0,0188	-0,0256	-0,0442

7. Conclusões

Foi realizado um estudo do transporte de energia de misturas binárias de gases ideais monoatômicos. O fluxo de calor da mistura e o fluxo de calor de cada constituinte foram calculados. Também foi calculada a densidade de cada constituinte, assim como o desvio na densidade e na concentração de cada constituinte. Os cálculos foram feitos para três misturas de gases nobres, Neônio-Argônio, Hélio-Argônio e Hélio-Xenônio, nos três regimes de escoamento: regime de moléculas livres ($\delta \rightarrow 0, Kn \rightarrow \infty$), transição ($\delta \cong 1, Kn \cong 1$), e hidrodinâmico ($\delta \rightarrow \infty, Kn \rightarrow 0$). Foram usados os potenciais intermoleculares: potencial realístico e esfera-rígida e concentrações nas proporções de 10%, 50% e 90% em relação ao primeiro constituinte das misturas consideradas.

No regime cinético o parâmetro de rarefação δ pode assumir valores muito pequenos enquanto que no regime hidrodinâmico este mesmo parâmetro poderá assumir valores muito grandes. Portanto o objetivo é poder comparar através da variação do parâmetro de rarefação δ o comportamento do fluxo de calor da mistura pois, no limite do regime cinético para o regime hidrodinâmico, o fluxo de calor da mistura obtido na solução cinética formada pelo sistema de equações (23) e (24), tem que ser aproximadamente igual aos obtidos através da solução hidrodinâmica (25).

Uma comparação dos valores numéricos do fluxo de calor Q da mistura obtidos na solução cinética com os valores analíticos q obtidos na solução hidrodinâmica (25), com a utilização do coeficiente de temperatura ζ_T , estão mostrados nas tabelas (8) e (9) para o potencial realístico e esfera-rígida, respectivamente. Pode ser visto que no alcance $1 \leq \delta < 100$ a expressão (25) fornece uma aproximação razoável, ou seja, se aproxima da solução numérica da equação cinética com um erro de no máximo 1,7% para a mistura Ne-Ar para potencial de esfera-rígida. Então, conclui-se que para grandes valores do parâmetro de rarefação δ , a solução analítica da equação de Navier-Stokes com a condição de deslizamento na velocidade pode ser aplicada com sucesso se o coeficiente de transporte correspondente for correto. Assim tem-se que para grandes valores de δ não precisa-se de modelos cinéticos para descrever o sistema estudado.

Para pequenos valores do parâmetro de rarefação δ a solução cinética é válida enquanto que a solução hidrodinâmica não. Então conclui-se que o uso da solução cinética é vantajoso principalmente para valores pequenos de δ enquanto que para grandes valores de δ é vantajoso se utilizar a solução hidrodinâmica.

Pode-se observar que o fluxo de calor da mistura decresce com o aumento do parâmetro de rarefação δ , sendo maior para a mistura He-Xe. Também pode-se verificar que para a mistura He-Xe o resultado numérico coincide com a solução hidrodinâmica quando $\delta \geq 10$, para potencial realístico.

Tabela 8. Comparação da solução numérica do fluxo de calor Q da mistura com a solução analítica (25) para $C_0 = 0,5$ na distância $x = 1/2$, potencial realístico

δ	Q e q					
	Ne-Ar $\zeta_T = 1,991$		He-Ar $\zeta_T = 2,017$		He-Xe $\zeta_T = 2,515$	
	resultado numérico	Eq (25)	resultado numérico	Eq (25)	resultado numérico	Eq (25)
0,01	-0,5855	-0,4884	-0,8655	-0,8417	-1,3563	-1,1904
0,1	-0,5591	-0,4777	-0,8289	-0,8210	-1,3091	-1,1695
1	-0,4191	-0,3914	-0,6252	-0,6587	-1,0292	-0,9950
10	-0,1420	-0,1395	-0,2123	-0,2213	-0,3863	-0,3863
40	-0,0451	-0,0443	-0,0676	-0,0689	-0,1288	-0,1288
60	-0,0310	-0,0305	-0,0465	-0,0472	-0,0892	-0,0892
100	-0,0191	-0,0188	-0,0286	-0,0290	-0,0552	-0,0552

Tabela 9. Comparação da solução numérica do fluxo de calor Q da mistura com a solução analítica (25) para $C_0 = 0,5$ na distância $x = 1/2$, potencial esfera-rígida

δ	Q e q					
	Ne-Ar $\zeta_T = 1,94$		He-Ar $\zeta_T = 1,777$		He-Xe $\zeta_T = 1,992$	
	resultado numérico	Eq (25)	resultado numérico	Eq (25)	resultado numérico	Eq (25)
0,01	-0,5855	-0,5013	-0,8652	-0,7435	-1,3544	-1,1517
0,1	-0,5588	-0,4899	-0,8260	-0,7252	-1,3011	-1,1263
1	-0,4172	-0,3996	-0,6088	-0,5819	-0,9839	-0,9229
10	-0,1397	-0,1405	-0,1942	-0,1955	-0,3303	-0,3389
40	-0,4420	-0,0444	-0,0604	-0,0608	-0,1050	-0,1046
60	-0,0302	-0,0305	-0,0414	-0,0417	-0,0721	-0,0719
100	-0,0185	-0,0188	-0,2530	-0,0256	-0,0444	-0,0442

8. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Dr. G. M. Kremer por suas discussões sobre este artigo. Os autores também agradecem a Fundação Araucária pelo suporte a esta pesquisa.

9. Referências

- Adzumi, H., 1937, "Studies on the flow of gaseous mixture through capillaries I. The viscosity of binary gaseous Mixture", Bull. Chem. Soc. Japan, vol. 12, pp. 199-226.
- Aoki, K., Nishino, K., Sone, Y. and Sugimoto, H., 1991, "Numerical analysis of steady flows of a gas condensing on of evaporating from its plane condensed phase on the basis of kinetic theory: effect of gas motion along the condensed phase", Phys Fluids A, 3(9):2260-2275.
- Bentz, J. A., Thompson, R. V. & Loyalka, S. K., 1999, "Viscosity and velocity slip coefficient for gas mixture: measurements with a spinning rotor", J. Vac. Sci. Technol, vol. 17, pp. 235-241.
- Bird, G. A., 1976, "Molecular gas dynamics", Clarendon Press – Oxford.
- Bird, G. A., 1994, "Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows", Oxford University Press, Oxford.
- Cercignani, C., 1975, "Theory and application of the Boltzmann Equation", Scottish Acad. Press, Oxford.
- Cercignani, C., 1988, "The Boltzmann Equation and its Application". (Springer, New York).
- Cercignani, C., & Sharipov, F., 1992, "Gaseous mixture slit flow at intermediate Knudsen numbers", Phys. Fluids, vol.

16, pp. 2095.

- Cercignani, C., 2000, "Rarefied Gas Dynamics". (Cambridge University Press).
- Chadwick, P., 1976, "Continuum mechanics – concise theory and problems". London George Allen & Unwin Ltd.
- Coimbra, A. L., 1978, "Lição de mecânica do contínuo", Editora da Universidade de São Paulo.
- Cumin, L. M. G., Sharipov, F., & Kremer, G. M., 1998, "Rarefied gas flow between two cylinders caused by the evaporation and condensation on their surfaces", *Phys. Fluids*, vol. 10, pp. 3203-3208.
- Ferziger, J. H. and Kaper, H. G., 1972, "Mathematical theory of transport processes in gases", North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
- Ivchenko, I. N., Loyalka, S. K., & Thompson, R. V., 1997, "Slip coefficients for binary gas mixture", *J. Vac. Sci. Technol. A*, vol. 15, pp. 2375-2381.
- Kestin, J., Knierim, K., Mason, E. A., Najafi, B., Ro, S. T., & Waldman, M., 1984, "Equilibrium and Transport Properties of the Noble Gases and Their Mixtures at Low Density", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, vol. 13, n. 1.
- Kremer, G. M., 2003, "Uma introdução à Equação de Boltzmann", Departamento de Física, UFPR.
- Lang, H., & Muller, W. J. C., 1975, "Slip effect in mixture of monatomic gases for general surface accommodation", *Z. Naturforsch.*, vol. 30, pp. 855-867.
- Marques, Kremer & Sharipov, 2000, "Couette flow with slip and jump boundary conditions", *Cont. Mech. Thermody.* 12, 379-386.
- McCormack, F. J., 1973, "Construction of linearized kinetic models for gaseous mixtures and molecular gases", *Physics of Fluids*, vol. 16, pp. 2095.
- Onishi, Y., 1997, "Kinetic theory analysis for temperature and density fields of a slightly rarefied binary gas mixture over a solid wall", *Phys Fluids*, 9(1):226-238, 1997.
- Sharipov, F., & Seleznev, V., 1998, "Data on internal gas flows", *J. Phys. Chem. Ref. Data* 27, pp. 657-706.
- Sharipov, F., & Subbotin, E. A., 1993, "On optimization of the discrete velocity method used in rarefied gas dynamics", *ZAMP*, vol. 44.
- Sharipov, F., & Kalempa, D., 2002, "Gaseous mixture flow through a long tube at arbitrary Knudsen number", *J. Vac. Sci Technol*, vol. 20, n. 3.
- Sharipov, F., & Kalempa, D., 2003, "Velocity slip and temperature jump coefficients for gaseous mixtures. I. Viscous slip coefficient", *Phys. Fluids*, vol. 15, n. 6, pp. 1800-1806.
- Takata, S., 2001, "Diffusion slip for a binary mixture of hard-sphere molecular gases: numerical analysis based on the linearized Boltzmann equation, in *Rarefied Gas Dynamics*", T. J. Bartel and M. A. Gallis, eds., (AIP, New York), pp. 22-29.

10. Direitos Autorais

ENERGY TRANSFER OF GASEOUS MIXTURE IN THE WHOLE RANGE OF THE KNUDSEN NUMBER

Itamar Aparecido Borges
CESEC, Universidade Federal do Paraná
itamar@seed.pr.gov.br

Liliana Madalena Gramani Cumin
Departamento de Matemática, Universidade Federal do Paraná
Gramani@mat.ufpr.br

Abstract

This work presents the energy transport calculating the heat flow. The problem consists of a binary mixture of monoatomic gases confined between two parallel plates long enough. In the beginning the system is in equilibrium, being slightly disturbed a temperature gradient, between the plates which characterizes the transport of energy. The distribution function for each constituent of the mixture obeys a coupled integral-differential equation system that is based on Boltzmann's equation. All the solutions found are stable, since we are dealing with linear problems. The solutions are studied by using McCormack kinetic model as the basis for Boltzmann equation. Numerical calculations were carried out for three mixtures of noble gases: Neon and Argon, Helium and Argon, and Helium and Xenon. The heat flow of mixture and of each constituent were calculated, as well as the deviations in the concentrations and density of mixture over the whole Knudsen number interval. The molar concentrations of the gases were considered in the proportions of 10%, 50% and 90%. The results obtained were compared when different interaction potentials between the particles are used. It has also compared the kinetic solution with the hydrodynamic solution for the heat flow of the mixture.

Keywords: Heat flow, Binary mixture of rarefied gases, Rarefaction of the mixture parameter

THERMAL DIFFUSIVITY EFFECTS OF RECTANGULAR OBSTRUCTION ON ENTRANCE REGIONS OF FLAT PLATE CHANNELS

Aldélio Bueno Caldeira

Instituto Militar de Engenharia, Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais - SE/4 - 22290-270 – Rio de Janeiro – RJ - Brazil
aldelio@ime.eb.br

Abstract. Thermal diffusivity effects of rectangular obstruction on entrance regions of parallel flat plate channels are numerically investigated in the present work. The incompressible laminar flow governing equations, written in vorticity-stream function formulation, as well as the energy conservation equation are discretized with a WUDS finite volume scheme. The domain is subdivided into zones and a regular mesh is used within the obtained subdomains. Constant temperature boundary conditions are considered in the present study for the channel walls. Results are obtained for fully developed and uniform inlet velocity profiles. The effects of the obstruction thermal diffusivity on the temperature field and Nusselt number are analyzed. The numerical results obtained here are validated with limiting analytical solution available in the literature.

Keywords. conjugate heat transfer, rectangular obstruction, entrance region, parallel flat plate.

1. Introduction

The conjugate heat transfer is an important field in basic and applied research. The design and development of flame holders for combustion devices (Williams, 1985, and Esquiva-Dano et al., 2001, Hanff and Campbell, 2002), the cooling of electronic systems (Davallah and Bayazitoglu, 1987, Desrayaud et al., 2002), fouling and fins in heat exchangers (Kern, 1965) and the intrusive aspects of measurement devices (Holman, 1989, Caldeira, 2001) are among the applications motivating the study of the rectangular obstructions inside parallel plate channel.

The conjugate heat transfer effects of a symmetric rectangular obstruction on the hydrodynamical and thermal entrance regions within parallel plate channels were studied by Caldeira et al. (2002). The rectangular obstruction thermal effects were analyzed using the temperature field and the Nusselt number evaluated along the channel and obstruction walls. Heat transfer enhancement due to the obstruction, which presents an internal fin effect, and the conduction heat transfer within the obstruction were shown. The laminar incompressible flow governing equations were written in vorticity-stream function approach. Constant wall temperature and constant wall heat flux boundary conditions were considered for the channel walls. The physical solution domain was divided into five subdomains. Numerically, the finite difference method was used with an implicit hybrid scheme. The solutions were obtained employing an iterative procedure applied inside each subdomain. In other words, the systems of algebraic equations were not simultaneously solved for all domain, but for each subdomain in sequence.

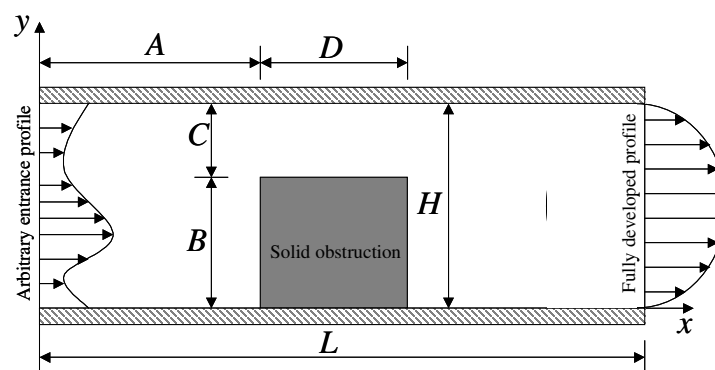


Figure 1. Physical domain and principal dimensions.

Conjugate heat transfer effects of asymmetric rectangular obstruction on the fluid dynamic and thermal entrance regions within parallel plate channels were studied by Caldeira et al. (2005). The asymmetry effects of the rectangular obstruction on the temperature field and the Nusselt number behavior were analyzed. The laminar incompressible flow governing equations are written in vorticity-stream function approach. The momentum and energy equations are

discretized with an implicit finite difference/ volume scheme. The physical solution domain was divided into five zones and regular discretizing grids were used within the obtained subdomains. The resulting systems of algebraic equations were solved simultaneously in the domain. Constant temperature boundary conditions are considered for the channel walls.

In the present work, the thermal diffusivity effects of rectangular obstruction on entrance regions of parallel plate channels are numerically investigated. The incompressible laminar flow governing equations, written in vorticity-stream function formulation, as well as the energy conservation equation are discretized with a WUDS finite difference/ volume scheme. The results show the relevant influence of the thermal diffusivity on the heat transfer process and on the Nusselt number behavior. Constant temperature boundary conditions are considered for the channel walls. The Graetz problem (Kays and Crawford, 1980) is used to validate the obtained numerical results.

2. Mathematical Formulation

It is note worthy that the proposed physical-mathematical model only considers the heat transfer into the fluid and solid obstruction. So, the conduction through the channel walls is not taken into account in the present work.

The solution domain is depicted in Fig. (1), with the principal geometric dimensions, which also shows the Cartesian system of coordinates used in the present work.

The dimensionless system of equations for the conservation of mass and *momentum*, for the fluid domain, considering laminar and incompressible flow inside the channel, and the energy, for the fluid and solid obstruction domains, are written as

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y u_x}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial u_y u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y u_y}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u_x \theta}{\partial x} + \frac{\partial u_y \theta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad (4)$$

with boundary conditions

$$u_x = f_i(y), \quad u_y = 0, \quad \theta = 1; \quad x = 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (5)$$

$$u_x = f_o(y), \quad u_y = 0, \quad \partial \theta / \partial x = \partial \theta_w / \partial x; \quad x \rightarrow \infty, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (6)$$

$$u_x = 0, \quad u_y = 0; \quad 0 \leq x \leq \infty; \quad \text{at } h_l(x,y) \quad \text{and} \quad h_u(x,y) \quad (7)$$

$$a_l \theta + b_l \partial \theta / \partial y = \varphi_l; \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad y = 0 \quad (8)$$

$$a_u \theta - b_u \partial \theta / \partial y = \varphi_u; \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad y = 1 \quad (9)$$

The constants a_l , b_l , a_u , b_u , φ_l and φ_u appearing in Eq.(8-9) will be set accordingly with the kind of boundary condition being considered for each case.

The initial conditions are given by

$$u_x = 0, \quad u_y = 0, \quad \theta = 0; \quad 0 \leq x < \infty, \quad 0 < y < 1 \quad (10)$$

The functions $h_l(x,y)$ and $h_u(x,y)$ appearing in Eq.(7) are used to describe the lower and upper irregular solid surfaces, being defined as

$$h_l(x,y) = \begin{cases} y = 0; & 0 \leq x < A/H \\ x = A/H; & 0 \leq y \leq B/H \\ y = B/H; & A/H < x < (A+D)/H \\ x = (A+D)/H; & 0 \leq y \leq B/H \\ y = 0; & (A+D)/H < x < \infty \end{cases} \quad (11)$$

and

$$h_u(x, y) = \begin{cases} y = 1; & 0 \leq x < A/H \\ x = A/H; & (B+C)/H \leq y \leq 1 \\ y = (B+C)/H; & A/H < x < (A+D)/H \\ x = (A+D)/H; & (B+C)/H \leq y \leq 1 \\ y = 1; & (A+D)/H < x < \infty \end{cases} \quad (12)$$

The dimensionless variables appearing in Eqs.(1-10) are defined as

$$x = \frac{X}{H}; \quad y = \frac{Y}{H}; \quad u_x = \frac{U_X}{U_{max}}; \quad u_y = \frac{U_Y}{U_{max}}; \quad p = \frac{P}{\rho(U_{max})^2}; \quad \theta = \frac{T_c - T}{T_c - T_i}; \quad t = \frac{t^*}{H/U_{max}} \quad (13)$$

where the channel height (H) and the maximum velocity at the outlet (U_{max}) are used as length and velocity characteristic quantities, respectively. The dimensionless temperature (θ) is defined in terms of a constant characteristic temperature, T_c , and of a constant inlet temperature, T_i . For the constant wall temperature case, T_c , is defined as the channel wall temperature value, T_w .

The dimensionless physical parameters of the system of equations are the Reynolds number (Re) and dimensionless diffusivity parameter (D). These parameters are defined as

$$Re = \frac{U_{max} H}{\nu}; \quad (14)$$

$$D = \begin{cases} D_f = \frac{\alpha}{U_{max} H} \\ D_s = \frac{\alpha_s}{U_{max} H} \end{cases} \quad (15)$$

where ν, α and α_s represent the kinematic viscosity, the fluid and solid thermal diffusivities, respectively. D_f is the reciprocal of the Peclet number and D_s is a dimensionless diffusivity parameter for the solid obstruction. Note that D_s is just introduced in order to maintain the same dimensionless space and time scales on the solid and fluid subdomains.

The flow governing equations are rewritten in dimensionless vorticity-stream function form as

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial u_x \xi}{\partial x} + \frac{\partial u_y \xi}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right) \quad (16)$$

$$-\xi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (17)$$

with boundary conditions

$$\psi = \int_0^y f_i(y) dy; \quad x = 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (18)$$

$$\psi = \int_0^y f_o(y) dy; \quad x \rightarrow \infty, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (19)$$

$$\psi = 0; \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad \text{at } h_l(x, y) \quad (20)$$

$$\psi = \int_0^1 f_i(y) dy; \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad \text{at } h_u(x, y) \quad (21)$$

and initial conditions

$$\psi = 0, \quad \xi = 0; \quad 0 \leq x < \infty, \quad h_l(x, y) < y < h_u(x, y) \quad (22)$$

Vorticity (ξ) and stream function (ψ) are respectively defined in terms of the longitudinal and transversal velocity components as

$$\xi = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (23)$$

and

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (24)$$

The vorticity values along the solid boundaries and at the channel inlet and outlet are initially unknown. These quantities are determined by an iterative solution procedure of the flow equations, which also accounts for the treatment of the non-linear terms appearing in Eq. (16) (Anderson et al., 1984).

3. Numerical Aspects

In the present work, the finite volumes method was used for the numerical solution of the governing equations previously described. The semi-infinite physical domain was truncated at $x = L / H$ where the outlet boundary conditions were applied. Numerical tests were performed for different values of L in order to guarantee independence of the truncated domain length. The truncated domain length was considered satisfactory when the deviation between the numerical Nusselt number in the end of the channel and the analytical Nusselt number (Kays and Crawford, 1980) for thermal developed flow were smaller than 1%. The WUDS (Raithby and Torrance, 1974) is used as the interpolation function in an implicit scheme. The linear systems of equations are solved by the GMRES algorithm (Press et al. 1992). Furthermore, despite the transient nature of equations being solved, only the steady state results were analyzed in the present work. The half volume approach is employed in the boundaries, becoming easier the use of the first kind boundary conditions for the temperature, vorticity and stream function. In the solid obstruction/ fluid interface, the centers of the volumes are on the interface. On these interfaces parts of the volumes are in the solid and parts of the volumes are in the fluid. In the solid domain the velocity is prescribed null.

Regularly spaced points were used within the domain, defining the discretizing grid. The resulting system of algebraic equations was solved simultaneously for each partial differential equation discretized. In order to address the unknown vorticity values along the solution domain boundaries, an iterative procedure was employed. Initially, estimated vorticity values along the boundary were defined, allowing the solution of the vorticity transport equation, Eq. (16). With the obtained results, Eq. (17) was solved leading to the stream function distribution within the domain. Applying the velocity boundary conditions, stream function, vorticity and the definitions in terms of the primitive variables, a vorticity distribution along the solid boundaries was calculated. The obtained results allow the validation or correction of the initially estimated vorticity values. The iterative procedure was repeated until a specified tolerance criterion was satisfied. The solution was then marched in time.

The numerical solution proceeds until the obtained vorticity and temperature fields for two consecutive time steps differ by an amount smaller than a given steady state tolerance.

The Nusselt number along the channel walls is defined in terms of the dimensionless quantities by

$$Nu_l = \frac{2}{\theta_b - \theta_{w_l}} \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=h_l} \quad (25)$$

$$Nu_u = \frac{2}{\theta_b - \theta_{w_u}} \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=h_u} \quad (26)$$

where the dimensionless bulk temperature θ_b is defined by

$$\theta_b = \frac{\int_{h_l}^{h_u} (\theta u_x) dy}{\int_{h_l}^{h_u} u_x dy} \quad (27)$$

and the subscript (and sub-subscript) u and l are, respectively, associated with the upper and the lower solid wall.

4. Results

The analytical solution of Kays and Crawford (1980), considering constant temperature in the channel walls, for the Graetz problem is used to validate the proposed numerical procedure. Graetz problem consider a fully developed velocity and a developing temperature profiles inside parallel plate channels without obstructions. The formulation described by the Eqs. (1-10) leads to the Graetz problem formulation as the rectangular obstruction height, or thickness, vanishes. Inlet and outlet velocity profiles were defined as $f_i(y) = 4y - 4y^2$ and $f_o(y) = 4y - 4y^2$, respectively. Constant wall temperature, or first kind, ($a_u = a_l = 1, b_u = b_l = 0, \varphi_l = \varphi_u = \theta_w = 0$) thermal boundary conditions were considered. For the present analysis, the inlet and outlet temperature profiles were considered as uniform and fully developed, respectively.

Table (1) shows the comparison between the present numerical results for the Nusselt number along the channel wall for the Graetz problem with the analytical results of Kays and Crawford (1980), considering the cases of the first kind boundary conditions. Deviations smaller than 1% between the numerical and analytical results are observed in Tab. (1).

Table 1. Nusselt number in the thermal developing region of the Graetz problem.

$Nu (\theta_w = 0, Re = 100, D_f = 0.01, D_s = 0.01)$		
x	Numerical	Kays and Crawford, 1980
4/3	8.62	8.52
8/3	7.78	7.75
20/3	7.56	7.55
∞	7.55	7.54

The numerical results presented in Tab (1) were obtained by using a grid with 481 and 41 points along the x and y directions, respectively and L/H equal to 12.

Results obtained for three different values of the thermal diffusivity of the rectangular obstruction are shown below. The geometric and physical parameters for a base case are shown in Tab (2). The base case considers the uniform velocity profile at the channel inlet and the constant channel wall temperature. The cases analyzed in this work consider the base case parameter unless the specified ones in each case.

Table 2. Geometric and physical parameters for a base case.

Geometric Parameters				Physical Parameters		
A/H	B/H	C/H	D/H	Re	D_f	D_s
2	0.7	0.3	0.3	100	0.01	1

Figure (2) show stream function field for the base case. However, in the present work, the heat transfer process does not disturb the flow field, so on the results shown in Figure (2) are valid for all the cases that will be discussed herein. It is possible to observe in Figure (2) the dimension of the eddy zone behind the obstruction. This zone is a low velocity region where the diffusion dominates the heat transfer mechanisms.

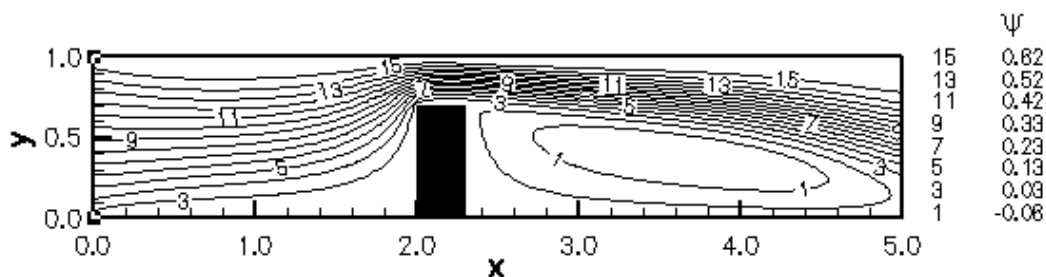


Figure 2. Stream function for the base case.

The effects of the obstruction thermal diffusivity on the temperature field are shown in Figs. (3-5). Observing the Figs. (2-5) is possible to identify the connection between the eddy zone and the cold zone, both of them behind of the obstruction, respectively, in the stream function field and in the temperature field.

Fig. (4) shows the case where the diffusivity is sufficiently high to guarantee that temperature in the obstruction is basically uniform and equal to the wall temperature. In Fig. (3), the base case, the effect of the channel wall

temperature is not so intense when compared with the results shown in Fig. (4). The temperature field varies in the solid obstruction in the base case. Fig. (5) shows the case where the diffusivity is low enough to make the solid obstruction approximately adiabatic which is indicated by the almost vanishing heat flux at the obstruction/ fluid interface. This effect can be specially observed behind the obstruction in the longitudinal direction. The thermal effect of the obstruction on the temperature field increases with the solid diffusivity. These effects can also be observed in the region upstream of the obstruction, in the stagnant fluid region (in vicinity of $x = 2$), Figs.(3-5).

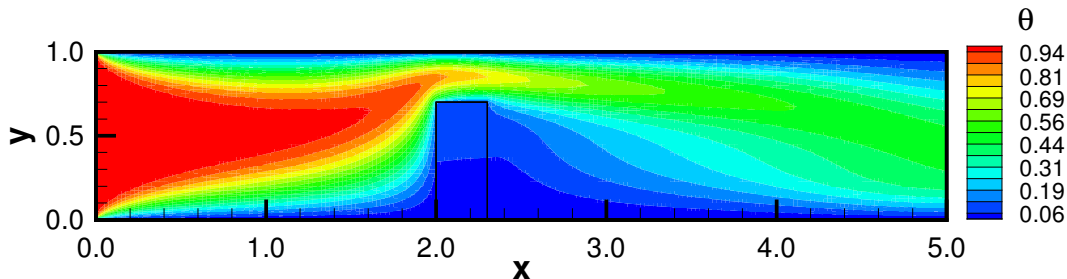


Figure 3. Temperature field for the base case ($D_s = 1$).

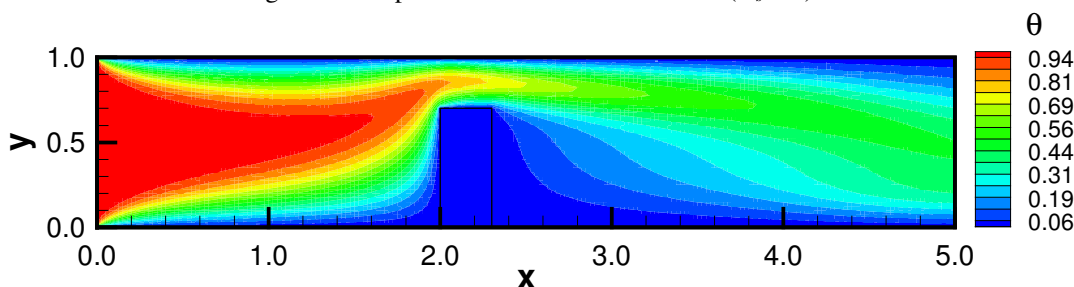


Figure 4. Temperature field for the case with $D_s = 10000$.

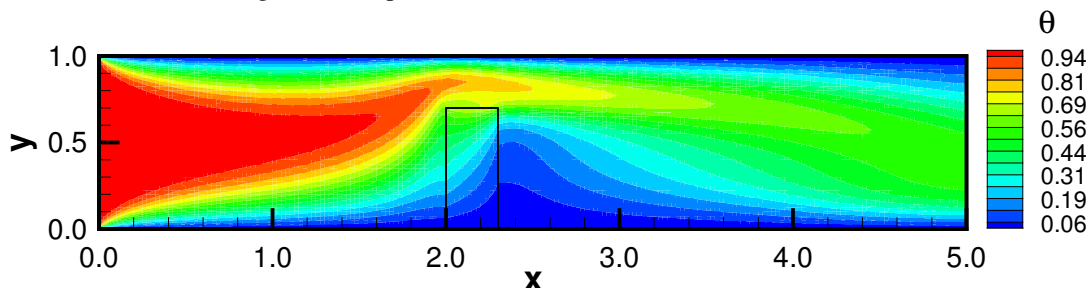


Figure 5. Temperature field for the case with $D_s = 0.0001$.

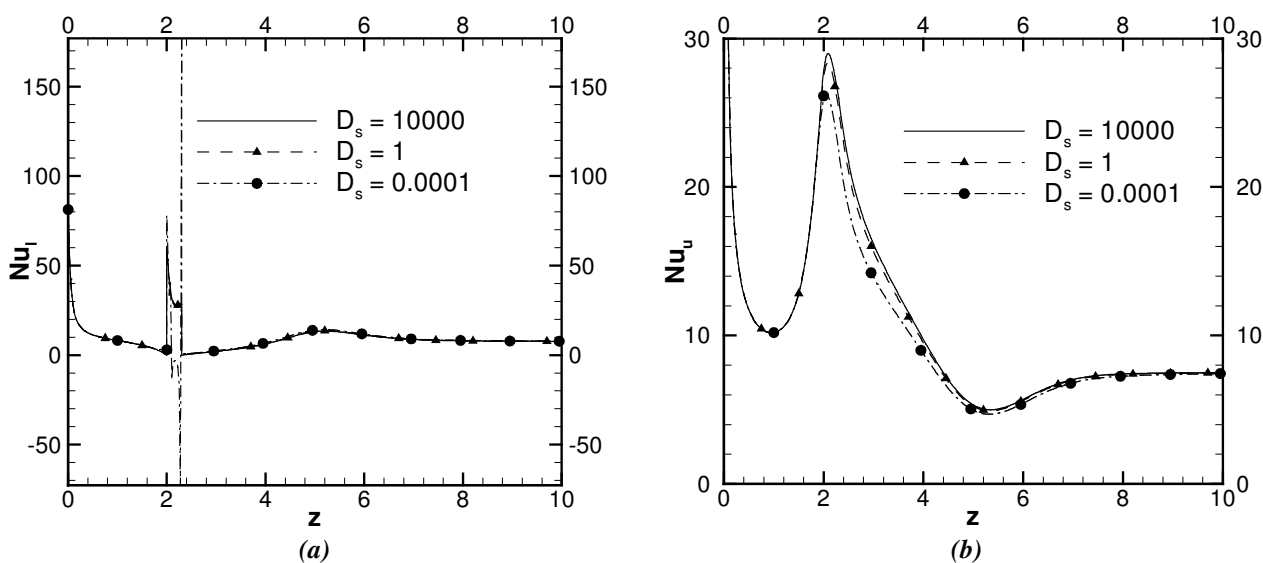


Figure 6. Obstruction effects on Nusselt number: (a) Nu_l - lower wall - and (b) Nu_u - upper wall.

Figure (6) shows the Nusselt number behavior on the lower (Fig. (6a)) and upper (Fig. (6b)) solid walls for the cases with different obstruction thermal diffusivity. For the cases with $D_s = 1$ and $D_s = 10000$, the thermal effects of the obstructions are represented by an abrupt increase of the Nusselt number at the inlet throat position. The increase of Nu is associated with the higher velocities and temperature gradients present inside the throat, improving the heat transfer by the convection mechanism. Downstream of the obstruction an abrupt decrease of Nu is also observed. Prior to abrupt increase, a reduction is also observed on Nu as the axial velocity decreases and a consequential weakening of convective effects follows (Caldeira et al., 2002, 2005). Otherwise, for the case with $D_s = 0.0001$, an unexpected Nusselt behavior can be observed. Negative Nusselt are shown. Furthermore, for the $D_s = 10000$ case, the highest value of the Nusselt number on the upper wall are reached on the throat region, Fig. (6b) and it is linked with the reduction in the bulk temperature promoted by the fin effect of the obstruction.

For all of the cases shown in Fig. (6), faraway of the obstruction, the Nusselt number asymptotically reaches the value predicted by the Graetz problem. In the inlet channel there is a region where the Nusselt number values are coincident for studied cases. These Nusselt behaviors indicate the regions where the obstruction effects are not relevant.

In Fig. (7a), the Nusselt number behavior on the obstruction region is shown. To explain the negative Nusselt number the Figure (7b) reveals the dimensionless heat flux at fluid/ obstruction interface

$$q_{wl} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=h_l} \tag{28}$$

and the difference between the bulk and fluid/ obstruction interface temperatures ($\theta_b - \theta_w$) for the case with $D_s = 0.0001$. The small values of the $\theta_b - \theta_w$, almost null, justify the high absolute value of the Nusselt number found on the obstruction zone. The negative Nusselt number is connected with the negative $\theta_b - \theta_w$ shown in Figure (7b).

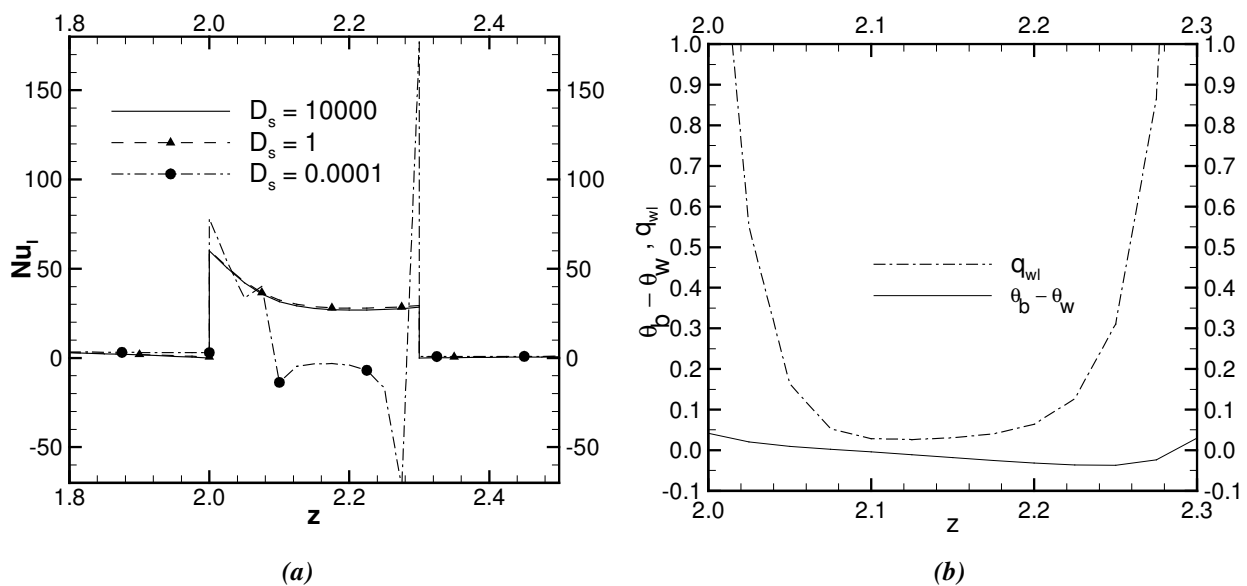


Figure 7. (a) Nusselt number on the obstruction. (b) Behavior of the dimensionless heat flux and of the $\theta_b - \theta_w$, on the fluid/ obstruction interface.

5. Conclusions

The present study shows the effects of the thermal diffusivity of rectangular obstructions on the thermal and fluid dynamical entrance regions inside parallel plate channels. This work takes account the conjugate heat transfer problem with the obstruction. The introduction of the conjugate effect of the obstruction shows the influence of the solid diffusivity on the temperature field and on Nusselt number behavior. The results show the possibility of negative Nusselt number on the obstruction vicinity. This phenomenon happens when the obstruction wall temperature is greater than the bulk temperature. It is presented in the case with small thermal diffusivity in the solid obstruction. However, the possibility of the negative Nusselt number should be investigated in detail in further works. It was observed in this work that the temperature wall boundary condition effects increases with the improvement of the thermal diffusivity, promoting the fin effect of the obstruction.

6. References

- Anderson, D.A., Tannehill, J.C. and Pletcher, R.H., 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Ed. Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA.
- Andrade, C.R. and Zapparoli, E.L., 1999, "Occurrence of Reverse Heat Flux in Conjugated Heat Transfer in Finned Concentric Tubes", Proceedings of the 15th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, CD-ROM, Rio de Janeiro, Brazil.
- Caldeira, A. B., Rodrigues, R.C. and Leiroz, A., J. K., 2001, "Orifice Plate Effects On Hydrodynamical and Thermal Entrance Regions Inside Flat Channels", Proceedings of the 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, CD-ROM, Uberlândia, Brazil, pp. 285-292.
- Caldeira, A. B., Leiroz, A. J. K., Orlande, H. R. B., 2005, "Asymmetric Rectangular Obstruction Thermal Effects on Entrance Regions of Flat Plate Channels", Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering, CD-ROM, Caxambú, Brazil.
- Caldeira, A. B., Leiroz, A. J. K., Orlande, H. R. B., 2002, "Rectangular Obstruction Thermal Effects on Entrance Regions of Flat Plate Channels", Proceedings of the 9th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, CD-ROM, Caxambú, Brazil.
- Davallah, J. and Bayazitoglu, Y., 1987, "Forced Convection Cooling Across Rectangular Blocks", J. Heat Trans. ASME, Vol. 109, pp. 321-328.
- Desrayaud, G., Fichera, A. and Lauriat, G., 2002, "Conjugate Heat Transfer from a Substrate-Mounted Protruding Heat Source in Air-Cooled Vertical Channels", Proceedings of the 12th International Heat Transfer Conference, CD-ROM, Grenoble, France.
- Esquiva-Dano, I., Nguyen, H. T. and Escudie, D., 2001, "Influence of Bluff-body's Shape on the Stabilization Regime of Non-premixed Flames", Combustion and Flame, Vol. 127, n 4, pp. 2167-2180.
- Hanff, E. H. and Campbell, I. G., 2002, "Velocity Field Bimodality in Axisymmetric Diffusion Flame Combustor", Proceedings of the 12th International Heat Transfer Conference, CD-ROM, Grenoble, France.
- Holman, J.P., 1989, "Experimental Methods for Engineers", Ed. McGraw-Hill, Singapore, Singapore.
- Kays, W.M. and Crawford, M.E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", 2^o ed., Ed. McGraw-Hill.
- Kern, D. Q., 1965, "Process Heat Transfer", Ed. McGraw-Hill, Singapore, Singapore.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., 1992, Numerical Recipes in Fortran – The Art of Scientific Computing, 2 ed, Cambridge.
- Raithby, G. D., Torrance, K. E., 1974, "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", Computers & Fluids, v. 2, pp.191-206.
- Versteeg, H. K. and Malalasekera, W., 1995, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics", Ed. Prentice Hall.
- Weeb, R.L., Eckert, E.R.G. and Goldstein, R.J., 1971, "Heat Transfer and Friction in Tubes with Repeated-Rib Roughness", Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 14, pp. 601-617.
- Williams, F. A. , 1985, "Combustion Theory", 2nd ed., Ed. Adison Wesley, USA.
- Yuan, Z., Tao, W. and Wang, Q., 1998, "Numerical Prediction for Laminar Forced Convection Heat Transfer in Parallel plate channels with Streamwise-periodic Rod disturbances", Int. J. for Num. Methods in Fluids, Vol. 28, No 9, pp. 1371-1387.

TEMPERATURE PROFILE IN THE MOLD OF THE CONTINUOUS CASTING

Luiz Joaquim Cardoso Rocha

Department of Engineering of Control and Automation and Fundamental Techniques (DECAT)- School of Mine (EM) – Federal University of Ouro Preto (UFOP) – Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, Ouro Preto- MG- Brazil – 35400-000
ljoaquim@em.ufop.br

Henor Artur de Souza

Department of Engineering of Control and Automation and Fundamental Techniques (DECAT)- School of Mine (EM) – Federal University of Ouro Preto (UFOP) – Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, Ouro Preto- MG- Brazil – 35400-000
henor@em.ufop.br

Abstract. One of the most important process parameters in the final quality determination of the steel is its superheat degree in the mold. Thus, the mold cooling becomes a relevant factor in the continuous casting process. The thermal resistance in the mold-metal interface influences the heat transfer in the mold substantially. This interfacial thermal resistance increases with the increase of the film melt thickness during the casting process. This resistance is a result of a combined convection and radiation flows. In the external mold surface is important the control of the cooling water flow, because, a not uniform heat transfer in metallic mold affects the production process and the final product quality. This work analyzes the cooling water flow effect in temperature profile of continuous casting mold. A numeric study of the heat transfer in the metallic mold being taken into account the external convection with the cooling water flow and the thermal interaction with the metal, on the internal side, through the air gap formed among mold and metal is presented. This result possibility the cooling water flow controls to obtain improvement in the superficial quality during the continuous casting process. They show the temperature profile in the mold being taken into account profiles of linear temperature in the metal and in the cooling water for the calculation of the heat transfer coefficient. It is still admitted a small variation of the air gap. The finite differences method is used for description the resulting equation. As the boundary condition beside the gas and water are temperature dependent of respective mold walls, it becomes necessary an iterative procedure in its calculation. The numerical method shows to be an efficient tool that it allows to evaluate the flow of heat in the mold and verify the influence of the thickness of the air gap formed between mold and metal. Although some analytical models have been proposed, the numerical analysis is an indispensable tool when there is the necessity to include complex factors as the air gap influence besides the cooling water influence.

Keys words: Continuous casting, thermal resistance, mold temperature profile.

1. Introduction

The problems of superficial quality in the continuous casting of steel process are quite affected for the heat transfer through the layer interfacial in the gas gap between the steel film solidification and the metallic mold. In continuous casting steel process the heat transfer among the liquid steel and the metallic mold has an important role in the superficial cracks formation on final product, affecting the solidification evolution. The thermal resistance in the interface between the metal film and the mold influences the mechanism of heat transfer substantially. This interfacial thermal resistance increases with the increase of the thickness of the metal film during the casting process. This resistance is associated to a combination of the convection and radiation fluxes (Cho, et. al., 1998). For Cho and Shibata (2001) the interfacial thermal resistance acts more than fifty percent of the global thermal resistance for the heat transfer close of the meniscus in the mold.

During steel solidification in the continuous casting the resistance to the heat transfer in the metal-mold interface depends on many factors, such as, contact pressure, oxides in the surface, rugosity of the surface, material coating, coating thickness, top surface turbulence (Kim and Lee, 1997; Santos, et al., 2001). Another important factor is the gas gap development between copper mold and change phase material. This gas gap deforms the solidification front and modifies the crystallization of the metal (Cho and Shibata, 2001). In accordance with Stone and Thomas (1999) one of the functions more critics in heat flux in the mold is the control of the heat transfer through the gas gap. Liquid mold flux enters this gap at the meniscus intermittently during each oscillation cycle. It solidifies in the cold side of the gap into layers that may contain either crystalline or glassy phases, depending on the composition and local cooling history. These flux layers govern the heat transfer across the gap, Figure (1). The final surface of the product is created during the initial stage of steel solidification against the water-cooled copper mold at the meniscus. In the external mold surface is important the control of the cooling water flow that affects the heat transfer coefficient directly.

In the interface metal-mold is put a powder that serves as lubricant and it avoid the metal sticking in mold. He also controls the heat conduction rate through the interfacial gap, Figure (1). In accordance with Stone and Thomas (1999) the mold flux is added as a powder to the top surface, where it insulates the molten steel from both heat losses and atmosphere contamination. The powder sinters melts to form a layer of liquid that floats on the surface of molten steel.

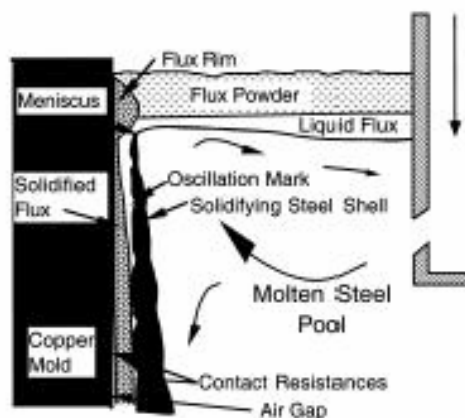


Figure (1). Scheme of the continuous casting process showing the layers in the interface mold-metal Source: Stone and Thomas, 1999

The literature contains a great number of works presenting analytical models and experimental studies (Huespe et al., 2000; Martorano and Capocchi, 2000). However, to contemplate the whole process is necessary including more complex factors, as the thermal interaction in interface mold-metal, becoming the numeric analysis an indispensable tool (Krishnan and Sharma, 1996, Huespe et al., 2000).

This work presents a numeric study of the heat transfer in the metallic mold accounting the external convection with the cooling water flow and the thermal interaction with the metal and gas gap. It is studied the cooling water flow influence in temperature profile of mold. Results are compared with experimental data of Taconi. (Taconi, L.L., 2006). With the results it can, besides optimizing the consumption cooling water, to obtain improvement in the superficial quality of the steel during the process of continuous casting, because, a not uniform heat transfer in metallic mold affects the production process and the quality of the final product.

2. Methodology

Continuous casting is the process whereby molten steel is solidified into semifinished billets, blooms, or slabs for subsequent rolling in finishing mills. In continuous casting, liquid steel is transferred in a ladle to the casting machine. When the casting operation starts, the sliding shutter at the bottom of the ladle is opened and the steel flows at a controlled rate into the tundish and from the tundish into one or more molds, Figure (2). The basic objectives of the tundish are server of reservoir of steel during the exchange of ladle, promote the detachment of not metallic enclosures, control the speed of the continuous casting and feed the mold. The mold has like fundamental function the primary cooling, providing the formation of a solid layer of metal in such a way that upon leaving of the mold this solid layer is sufficiently thick for resists to the pressure of the liquid steel in his nucleus. This work studies the temperature profile in mold wall of a continuous casting process.

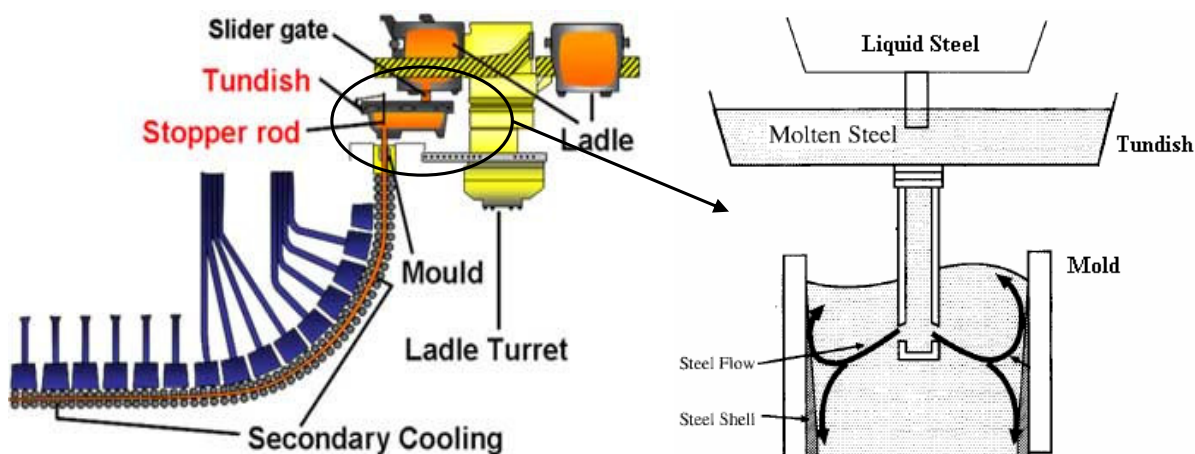


Figure (2). Schematic presentation of a steel continuous casting machine (Source: Rautaruukki Oyj, 2005)

2.1. Formulation for the heat transfer in the mold

The mold is considered as a duct of square section, Figure (3). The resultant equation of the transport problem, in the mold wall, is two-dimensional and non steady state with constant properties, as shown in the Equation (1).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

where T is the temperature, x and y are the coordinate system directions t is the time and $\alpha = \kappa/\rho c$ is the thermal diffusivity.

The boundary conditions are shown in the Figure (3). In the external surface of the mold, $x = L$, the heat flux is given by convection, as show the Equation (2).

$$-k_{mold} \left(\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right)_{x=L} = h_{ext}(T) [T(L,t) - T_{ext}] \quad (2)$$

k_{mold} is the mold thermal conductivity and h_{ext} is the external heat transfer coefficient that can be evaluated by the relationship presented in the Equation (3).

$$h_{ext}(T) = \frac{k_f(T)}{D_H} [0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}] \quad (3)$$

where k_f is the water thermal conductivity, D_H is the hydraulic diameter. The Reynolds number (Re), Equation (4), and the Prandtl number (Pr), Equation (5), are defined as:

$$Re = \frac{VD_H}{\nu} \quad (4)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (5)$$

where V is the cooling water flow velocity, ν is the cinematic viscosity and α is the thermal diffusivity.

In the internal surface of the mold, the boundary condition takes into account radiation and convection heat exchanges through the gas gap formed between the mold surface and the solidified metal, as shows the Equation (6).

$$(h_{int}(T) + h_{conv}(T)) [T_{int}(t) - T(0,t)] = -k_{mold} \left(\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (6)$$

where h_{int} is the radiation heat transfer coefficient through the gas gap formed between the solidified metal surface and the surface of the mold. It can be given by the relationship shown in the Equation (7). The convective heat transfer coefficient h_{conv} is had by the relationship, Equation (8),

$$h_{int}(T) = \varepsilon \sigma [T_{int}(t) + T(0,t)] [T_{int}(t)^2 + T(0,t)^2] \quad (7)$$

$$h_{conv}(T) = \frac{k_{gas}(T)}{\delta_{gas}(y)} \quad (8)$$

k_{gas} is the thermal conductivity of the gas and δ_{gas} is the gas gap thickness.

The top and bottom of the mold surfaces are insulated, as shows Figure (3). Also, part of the internal surface, near of the top, is insulated too. The initial condition is a uniform temperature (25 °C).

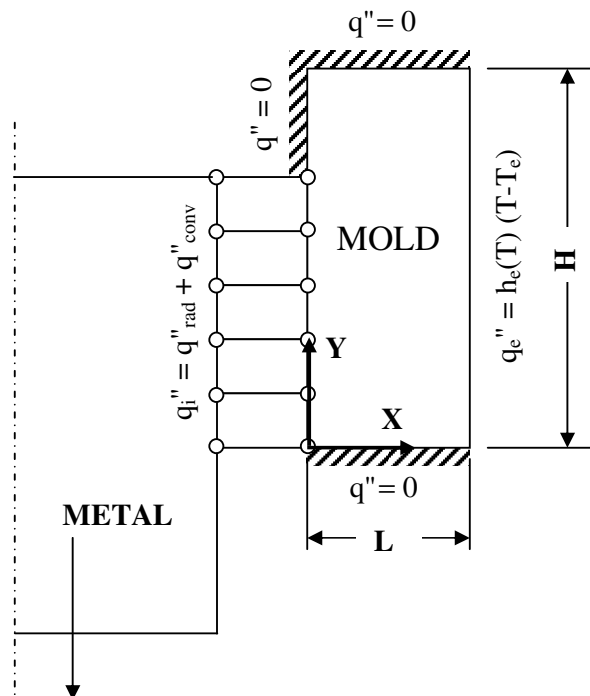


Figure (3). Boundary conditions and coordinate system

Figure (4) presents a structure of the wall of the mold, showing the liquid metal, the gas gap, the mold and the gap of water.

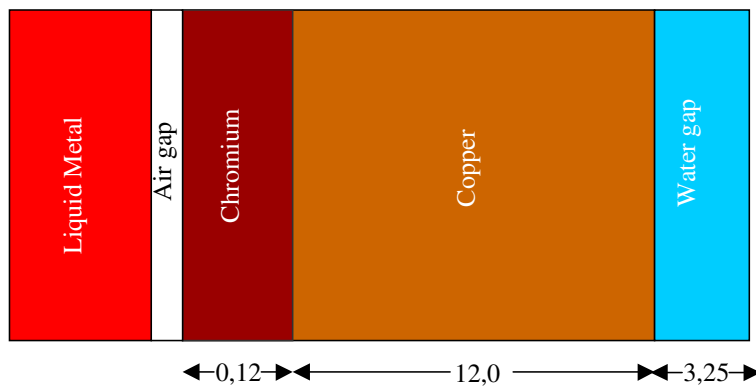


Figure (4). Structure of the wall of the mold, dimensions in mm

2.2. Numeric approach

The numerical method selected for the energy equation resolution, Equation (1) is the method of finite differences with formulation in control volumes. The power law interpolation is used for evaluate the heat flux in the faces of the control volumes. The algebraic system is resolved with the algorithm TDMA line by line with the blocks correction algorithm for accelerate the convergence. As the boundary condition in the internal and external surfaces are temperature dependent, of the respective mold walls, it becomes necessary an iterative procedure in its calculation. The convergence solution is reached when the residue of the equation description goes smaller than 10^{-6} .

3. Case studies

A mold can be modeled as a duct with 190 mm width and one meter height. The mold copper wall thickness has 12 mm and is covered by a chrome layer of 0.12 mm. The cooling water flow considered here varies of 135 l/min to 480 l/min, with entrance and exit temperatures of 25 °C and 35 °C, respectively. The channel thickness of cooling water has 3.25 mm. A linear profile is admitted for the temperature of the cooling water flow. Also, a linear profile to the gas gap thickness is considered and the maximum valor is 25 µm, selected of the work of Taconi (Taconi, L.L., 2006).

Figure (5) presents a comparison of experimental (Taconi, L.L., 2006) and numerical (present work) data. The problem described above with a cooling water flow is 462.5 l/min. The results present a good agreement with experimental data, except for one point.

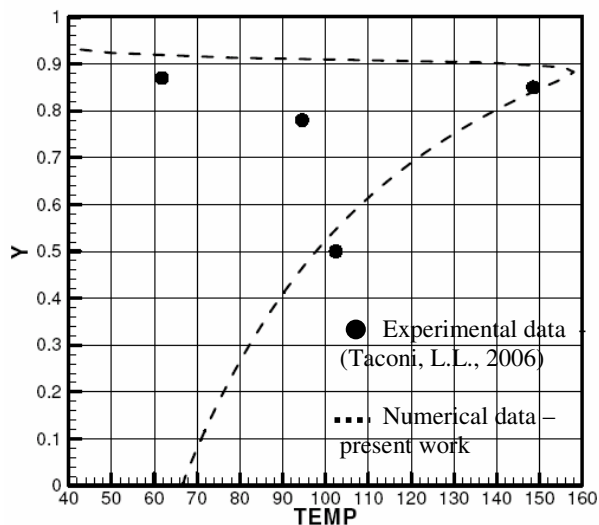


Figure (5). Experimental and numerical data

Figure (6) and Figure (7) show the evolution of global Nusselt number with the cooling water flow and the Fourier number. The global Nusselt, Nusselt and Fourier numbers are defining bellow, in Equations (9), (10) and (11), respectively.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A} \int Nu dA \quad (9)$$

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (10)$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} \quad (11)$$

In Figure (6), when the cooling water flow increases, the external heat transfer coefficient, h_w increases too. The global Nusselt number in mold-water interface increases with your increase, more strongly during the transient regime than in steady state. It occurs in function of the high existent temperature gradients in the beginning of the metal leak.

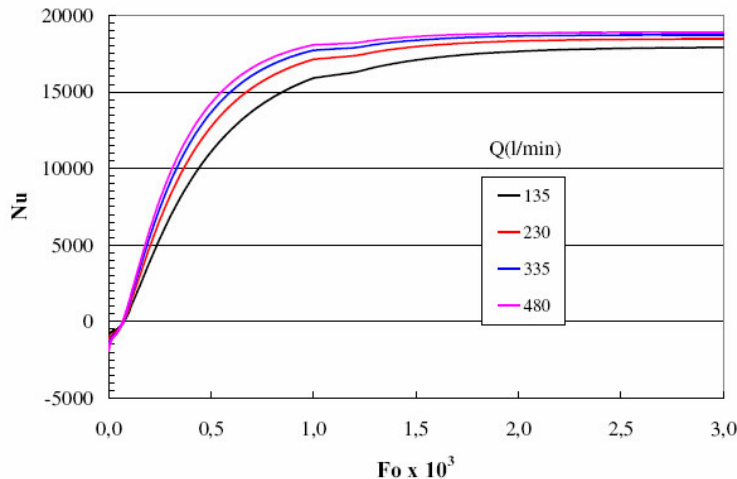


Figure (6). Global Nusselt x Fourier in function of the cooling water flow in external surface

Figure (7) shows the evolution of global Nusselt number with mold-gas gap, internal surface. The results reveal that this increase change strongly in first time steps than in final time steps. It occurs because between the mold surface and the cooling water flow the temperature gradient steel high.

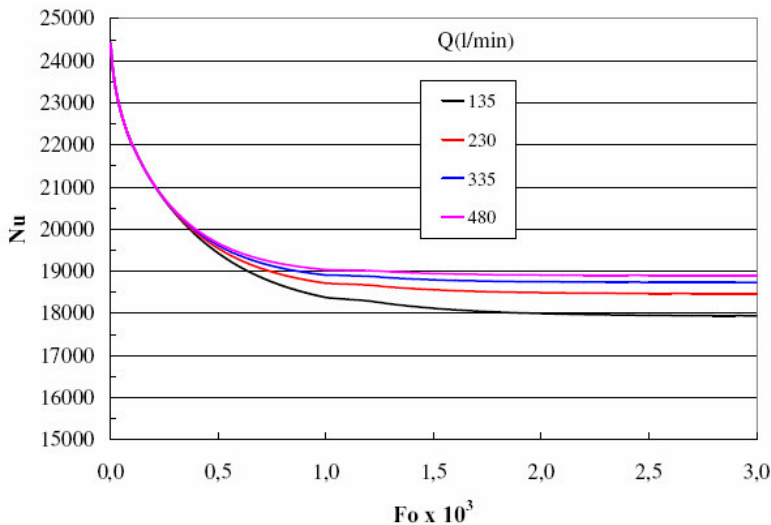


Figure (7). Global Nusselt x Fourier in function of the cooling water flow in internal surface

The Figures (8) to (12) present the results for a cooling water flow rate at 230 l/min. Figure (8) shows isotherms for an area close to the top mold surface, illustrating the insulated boundary condition.

Figures (9), (10), (11) and (12) show the evolution of the temperature in the mold with increase of the number of Fourier. In these figures, the dimensionless times (Fourier) shown are 1×10^{-5} , 3×10^{-5} , 5×10^{-5} , 7×10^{-5} , 1×10^{-4} , 2×10^{-4} , 3×10^{-4} , 5×10^{-4} , 7×10^{-4} , 1×10^{-3} , 3×10^{-3} , and 5×10^{-3} .

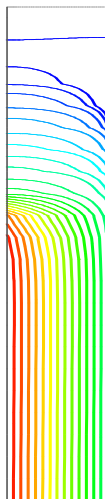


Figure (8). Isotherm close of the top surface

Figure (9) shows that the temperature profile in the mold is characterized by a lineal profile in the steady state. Also, reveals that the final temperature in the center of the mold is greater than in the bottom. This occurs in function of the solidified metal thickness that is minor in the center of the mold than in the bottom.

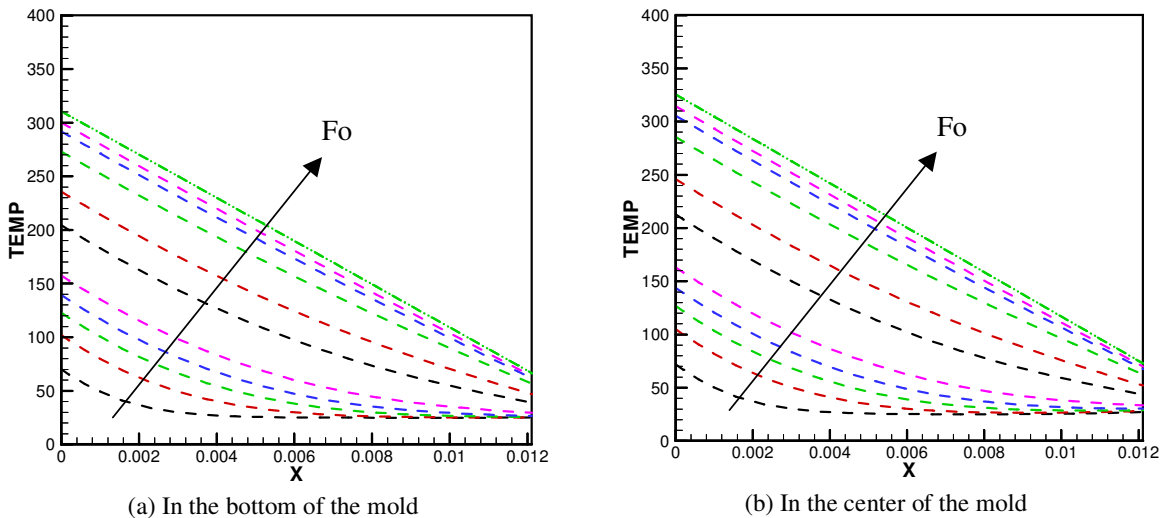


Figure (9). Temperature profile in the mold

On the top of the mold, Figure (10), while the time increases the profile of temperature becomes itself uniform. This is explained by the boundary condition in this region, i.e., the change phase material does not enter in contact with the mold in this region. By this, that the temperature is smaller than the temperatures in the center and in the bottom of the mold.

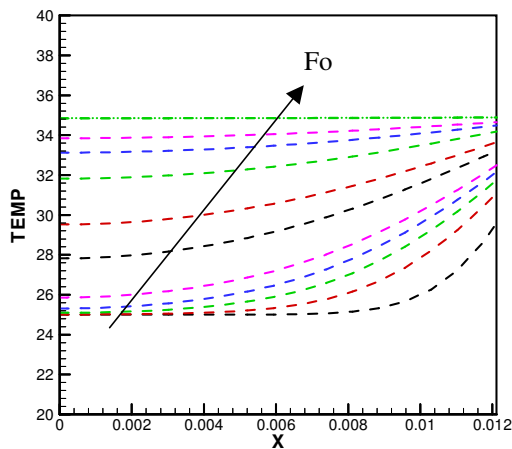
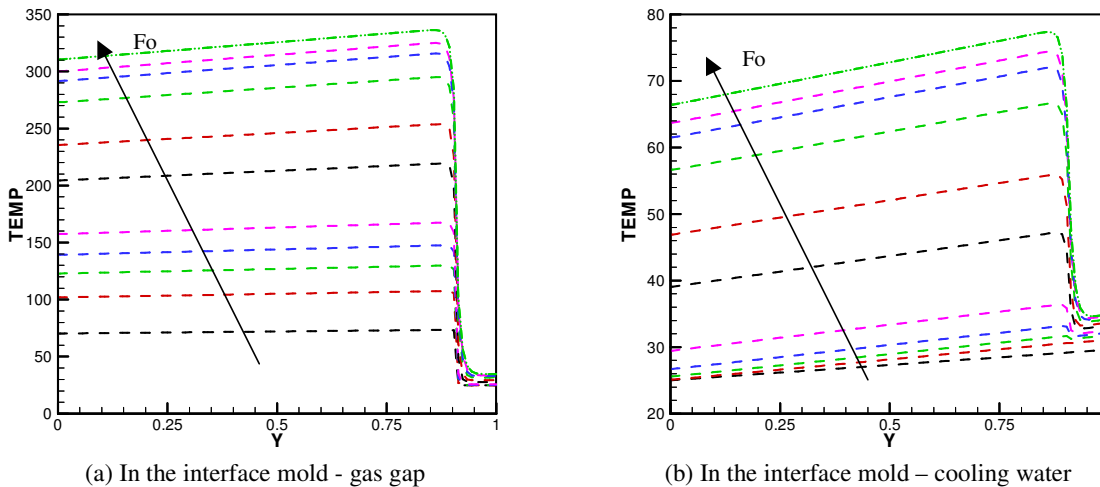


Figure (10). Temperature profile in the top of the mold

Figure (11) and Figure (12) present an accentuated gradient of the temperature, close of the top of the surface, in function of the insulated. In steady state the temperature profile in the mold is characterized by a lineal profile, except in that one insulated region.



(a) In the interface mold - gas gap

(b) In the interface mold - cooling water

Figure (11). Temperature profile in the mold

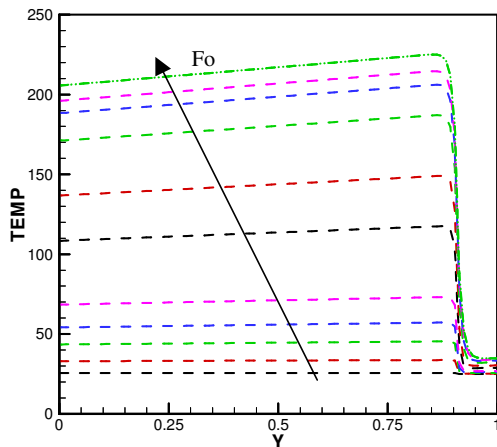


Figure (12). Temperature profile in the center of the wall of the mold

Figure (13) shows the global Nusselt number evolution, Equation (9), in two surfaces of the mold wall. The Nu_{east} and Nu_{west} represent the normalized heat transfer coefficient in contact with the cooling water and the combined coefficient of radiation and convection in the side of the interface with the metal, respectively. After Fourier numbers above 3×10^{-3} the solution tends to steady state.

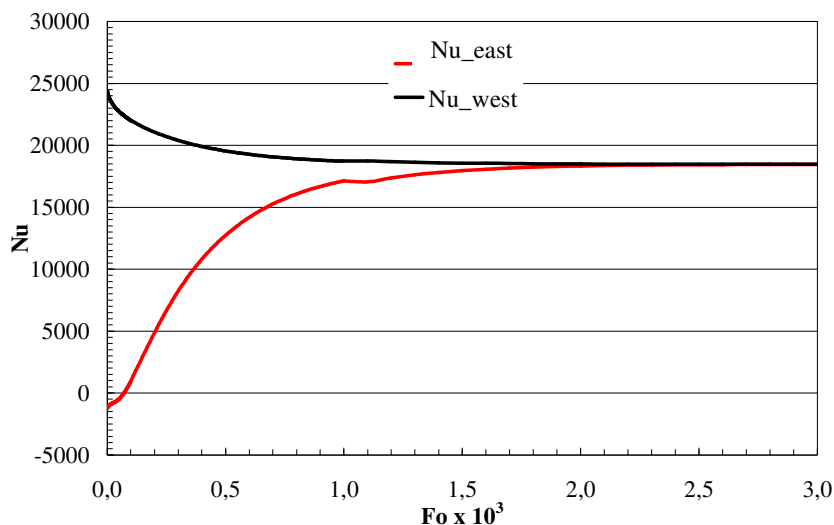


Figure (13). Global Nusselt x Fourier

4. Final considerations

A numeric study of the heat transfer in the metallic mold being taken into account the external convection with the cooling water flow and the thermal interaction with the metal, on the internal side, through the gas gap formed among mold and metal is presented. The results show the temperature profile in the mold being taken into account profiles of linear temperature in the metal and in the cooling water for the calculation of the heat transfer coefficient. It is still admitted a small variation of the gas gap. It is observed that the influence of the cooling water flow is an important parameter in the formation of the final surface of the product. The mold has fundamental function in the formation of a solid layer of metal. This solidified layer has to be sufficiently thick for resists to the pressure of the liquid steel in his nucleus.

Acknowledgments

The authors would like to thank FAPEMIG by the support to develop this work.

5. References

- Cho, J. W., Shibata, H. G., Emi, T. and Suzuki, M., 1998, "Interfacial thermal resistance between flux film and casting mold in continuous casting", *ISIJ International*, Vol. 38, No.5, pp. 440-446.
- Cho, J.W. and Shibata, H., 2001, "Effect of solidification of mold fluxes on the heat transfer in casting mold. *Journal of Non-Crystalline Solids*", Vol. 282, pp. 110-117.
- Huespe, A.E., Cardona, A. and Fachinotti, V., 2000, "Thermomechanical model of a continuous casting process", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, No. 182, pp. 439-455.
- Kim, T.G. and Lee, Z. H., 1997, "Time-varying heat transfer coefficients between tube-shaped casting and melt mold", *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 15, pp. 3513-3525.
- Krishman, M. and Sharma, D.G.R., 1996, "Determination of interfacial heat transfer coefficient h in unidirectional heat flow by beck's non linear estimation procedure", *Int. Comun. Heat Mass transfer*, Vol. 23, No. 2, pp. 203 – 214.
- Martorano, M. A. and Capochi, J.D.T., 2000, "Heat transfer coefficient at the metal-mould interface in the unidirectional solidification of Cu – 8%Sn alloys", *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 2541-2552.
- Rautaruukki Oyj, Finland, 2005; Picture source; <http://www.flow3d.com/appl/tundish.htm>
- Taconi, L. L., 2006, "Transferência de Calor no Molde do Lingotamento Contínuo", Msc thesis, Rede Temática em Engenharia de Materiais - REDEMAT, Federal University of Ouro Preto - UFOP, Brazil.

- Santos, C. A., Quaresma, J. M. V. and Garcia, A., 2001, "Determination of transient interfacial heat transfer coefficients in chill mold castings", *Journal of Alloys and Compounds*, Vol. 319, pp. 174-186.
- Stone, D. T. and Thomas, B.G., 1999, "Measurement and modeling of heat transfer across interfacial mold flux layers", *Canadian Metallurgical Quarterly*, Vol. 38, No. 5, pp. 363-375.

Análise de Efeitos de Convecção Mista em Cavidades com Parede Senoidal

Monique Soriano Vital da Silva e Albino José Kalab Leiroz[♦]

Departamento de Engenharia Mecânica – POLI/ COPPE

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Caixa Postal 68503 - Rio de Janeiro – RJ – 21945-970

monique@lmt.coppe.ufrj.br, leiroz@ufrj.br

Resumo. No presente trabalho a evolução transiente do campo de temperatura em cavidades quadradas bidimensionais com superfície inferior senoidal e superior deslizante é analisada. As equações de conservação são escritas em coordenadas cartesianas e resolvidas numericamente utilizando o procedimento SIMPLE para o tratamento do acoplamento velocidade-pressão. Variações de massa específica são tratadas através da aproximação de Boussinesq. Técnicas de geração numérica de malhas são utilizadas para se obter um domínio computacional uniforme. As equações são discretizadas através do Método de Diferenças Finitas usando o esquema WUDS. O sistema de equações algébricas resultante é resolvido usando um método iterativo com sub-relaxação e controle local de erro. As influências do número de ondulações na superfície irregular e dos números de Reynolds e Grashof são estudadas na evolução do campo de temperatura no interior das cavidades. Os resultados mostram o aparecimento de recirculações, influenciadas pela irregularidade da superfície.

Palavras chave: escoamento em Cavidades, Convecção Mista, Métodos Numéricos e Geração de Malhas.

1. Introdução

A análise de escoamentos e da transferência de calor em cavidades fechadas possui interesse prático relacionado às diversas aplicações industriais, que incluem resfriamento de equipamentos eletrônicos, revestimento de superfícies e geradores de vapor, onde estes escoamentos se encontram presentes (Abreu, 2001). Além deste aspecto de interesse prático, escoamentos confinados em cavidades têm sido utilizados para o estudo de fenômenos físicos básicos, uma vez que apresentam em uma geometria simples diversas estruturas de escoamento, tais como vórtices, escoamentos secundários e fenômenos associados a instabilidade hidrodinâmica.

O estudo numérico dos campos de velocidade e de temperatura é realizado em uma cavidade com tampa deslizante e parede inferior irregular, utilizando a formulação Vorticidade-Função Corrente e o Método de Diferenças Finitas (Abreu, 2003). Resultados mostraram que os perfis de velocidade e de temperatura foram influenciados pela combinação dos efeitos de convecção forçada induzidos pelo movimento horizontal da parede superior e pelo formato irregular da parede inferior. Resultados também mostraram o desenvolvimento de zonas de recirculação nos campos de velocidade e nos perfis de temperatura influenciados pela parede irregular (Abreu, 2003).

Um estudo numérico dos efeitos da parede irregular aquecida na convecção natural, em uma cavidade quadrada inclinada com aquecimento não homogêneo é realizado (Adjlout, 2002). A formulação Vorticidade-Função Corrente, o Método de Diferenças Finitas é utilizada, e a variação de massa específica é tratada através da aproximação de Boussinesq. Os resultados obtidos para diferentes ângulos de inclinação e diferentes números de Rayleigh, mostram que o escoamento e a transferência de calor são afetados pela ondulação na parede aquecida. Conseqüentemente, uma ondulação característica é obtida na distribuição do número de Nusselt local resultando na diminuição da taxa de transferência de calor, comparada com a da cavidade quadrada regular (Adjlout, 2002).

A convecção natural em uma cavidade bidimensional com três paredes planas e uma parede irregular é também numericamente estudada. Utilizou-se na parede superior um perfil de temperatura senoidal, enquanto as outras paredes se mantinham resfriadas. O problema foi resolvido através do algoritmo de SIMPLE com esquema QUICK, e as equações discretizadas usando o Método de Volumes Finitos. O estudo foi conduzido para inclinações de θ à 2π em intervalos de $\pi/6$. Resultados mostram que o ângulo de inclinação afeta o escoamento e a taxa de transferência de calor na cavidade. Com o aumento da amplitude, o número de Nusselt médio na parede irregular é alto para os casos de baixos números de Rayleigh (Dalal, 2005).

Transferência de calor por convecção em meios porosos tem o interesse de engenheiros e de cientistas das áreas de química, civil, ambiental, mecânica, aeroespacial, engenharia nuclear, aplicações matemáticas entre outras. Este interesse é estimulado pelo fato de que escoamentos e a transferência de calor em meios porosos são de aplicações práticas na indústria moderna (Misirlioglu, 2005). A convecção natural em cavidades com paredes verticais irregulares e completa de fluido não-saturado foi investigada numericamente. A irregularidade das paredes verticais é descrita através de uma função cosseno. As equações de Darcy e de energia são resolvidas numericamente usando o Método de Elementos Finitos. A análise indicou que para elevados números de Rayleigh ($Ra=1000$), moderadas razões de aspecto ($A<3$) e amplitude igual a 0.5, o número de Nusselt local ao longo das paredes verticais torna-se negativo, ou seja, o

[♦] Autor para o qual a correspondência deve ser endereçada.

calor gerado no interior do meio poroso não é transferido através dos poros da parede aquecida para a parede resfriada (Misirlioglu, 2005).

Canais com paredes rugosas são empregados para o aumento da taxa de transferência de calor em processos industriais (Wang, 2002). O primeiro trabalho analítico envolvendo o problema de escoamento viscoso em canais com paredes irregulares foi tratado por Burns e Parks em 1967, que expressaram a função corrente em termos de série de Fourier para condições de escoamento de Stokes. Um trabalho experimental utilizando naftalina para a obtenção do coeficiente de transferência de calor local e médio, em um canal com paredes com rugosidade triangular (Goldstein, 1977) é realizado. Sannei e Dini em 1993, estudam experimentalmente as características da transferência de calor em regime turbulento em canais com paredes rugosas (Wang, 2002).

A taxa de transferência de calor para escoamentos através de um canal com paredes sinuosas é analisado usando um método simples de transformação de coordenadas e o esquema implícito ADI (*Alternating-Direction Implicit*). Os resultados obtidos mostram que ocorre um aumento na amplitude do número de Nusselt e no coeficiente de fricção, causado pelo aumento do número de Reynolds e pelo raio de amplitude da rugosidade. O aumento da transferência de calor não se mostra significativo para raios de amplitude baixos, contudo, para valores suficientemente elevados dessa amplitude, o canal rugoso poderia ser um dispositivo de transferência de calor, especialmente para números de Reynolds elevados (Wang, 2002).

Superfícies estendidas são utilizadas em trocadores de calor compactos. Placas geometricamente modificadas são incorporadas junto ao aumento da área da superfície do trocador de calor, aumentando também o coeficiente de transferência de calor por convecção. Placas irregulares são usadas pela simplicidade de industrialização, potencial para o aumento da performance hidráulica-térmica e facilidade de uso em trocadores em placas ou em tubos (Zhang, 2004).

A influência da geometria senoidal das placas no escoamento laminar do ar e a transferência de calor convectiva nas aletas de uma canal é computacionalmente investigada. Para o problema de transferência de calor, as superfícies das placas são mantidas a uma temperatura uniforme, a qual representa as condições de refrigeração do ar ou escoamento turbulento líquido de trocadores líquido-ar. Os resultados sugerem dois escoamentos distintos. Para baixos números de Reynolds ($Re=10$) apresenta desenvolvimento total das linhas de corrente, e para elevados valores de Reynolds ($Re=1000$) o regime é caracterizado por vórtices laterais ao longo das rugosidades (Zhang, 2004).

O presente trabalho apresenta a solução numérica para o campos de velocidade e de temperatura, para o escoamento incompressível no interior de uma cavidade bidimensional com parede inferior irregular e parede superior deslizante. A influência das forças de corpo e dissipação viscosa são desprezadas. As equações de conservação são discretizadas através do Método de Diferenças Finitas usando o esquema WUDS, a variação de massa específica é tratada pela aproximação de Boussinesq que acopla as equações de conservação de quantidade de movimento à de energia, e o método SIMPLE é usado para o acoplamento pressão-velocidade. Inicialmente, um procedimento numérico é aplicado para obter uma malha discretizada que permite o tratamento do domínio irregular e controle dos pontos da malha. O sistema de equações algébricas resultante é resolvido usando um método iterativo com sub-relaxação e controle local de erro. As influências do número de ondulações na superfície irregular e dos números de Reynolds e Grashof são estudadas na evolução do campo de temperatura no interior das cavidades. Os resultados mostram o aparecimento de recirculações, influenciadas pela irregularidade da superfície.

2. Análise

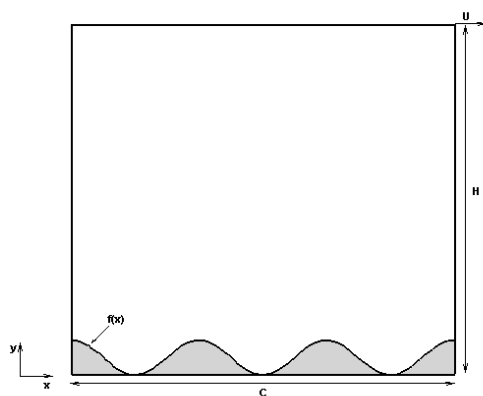


Figura 1. Domínio Físico e sistema de coordenadas

O esboço do domínio físico é mostrado na Fig.1, juntamente com o sistema de coordenadas utilizado e as principais dimensões da cavidade. A cavidade considerada no trabalho possui a parede inferior irregular descrita por uma função $f(x)$ e movimento horizontal na parede superior com velocidade de deslocamento constante U .

No presente trabalho, efeitos de variação de massa específica são considerados. Os perfis de temperatura são influenciados pela combinação da convecção forçada induzida pelo movimento da parede deslizante e da convecção

natural proveniente do gradiente de massa específica causado pelo diferencial de temperatura imposto pelas condições de contorno aplicadas. A influência da variação de massa específica provocada pelos gradientes de temperatura é considerada através da aproximação de Boussinesq. A partir destas hipóteses as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e de energia, em forma adimensional, podem ser escritas em coordenadas cartesianas como

$$r_a \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x r_a \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = -r_a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(r_a^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x r_a \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = -r_a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(r_a^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + r_a \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_x r_a \frac{\partial \theta}{\partial x} + u_y \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Re Pr} \left(r_a^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

com condições de contorno

$$u_x = 0, \quad u_y = 0, \quad \theta = 0 \quad ; \quad x = 0, \quad f(x) < y < H \quad (5)$$

$$u_x = U, \quad u_y = 0, \quad \theta = 0 \quad ; \quad 0 < x < 1/r_a, \quad y = H \quad (6)$$

$$u_x = 0, \quad u_y = 0, \quad \theta = 1 \quad ; \quad x = 1/r_a, \quad f(x) < y < H \quad (7)$$

$$u_x = 0, \quad u_y = 0, \quad \theta = 0 \quad ; \quad 0 < x < 1/r_a, \quad y = f(x) \quad (8)$$

e condições iniciais de fluido estagnado e isotérmico expressas por

$$u_x = 0, \quad u_y = 0, \quad \theta = 0 \quad ; \quad 0 \leq x \leq 1/r_a, \quad f(x) \leq y \leq H \quad (9)$$

As variáveis adimensionais são definidas considerando C como comprimento característico, H como altura característica, e a velocidade na parede superior, U , como velocidade característica. A temperatura é adimensionalizada em termos da temperatura inicial do fluido, T_0 , e da temperatura do fundo, T_f , que depende da condição empregada para esse contorno. Dessa forma as variáveis adimensionais são definidas como,

$$r_a = \frac{H}{C}, \quad x = \frac{x^*}{C}, \quad y = \frac{y^*}{H}, \quad t = \frac{t^* U}{H}, \quad u_x = \frac{u_x^*}{U}, \quad u_y = \frac{u_y^*}{U}, \quad p = \frac{p^*}{\rho U^2}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_f - T_0} \quad (10)$$

e os parâmetros adimensionais são definidos como,

$$r_a = \frac{H}{C}, \quad Re = \frac{HU}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Gr = \frac{g\beta H^3}{\nu^2} (T_f - T_0), \quad Bi = \frac{hH}{\kappa} \quad (11)$$

onde α é a difusividade térmica, ν é a viscosidade cinemática, h é o coeficiente de transferência de calor, κ é a condutividade térmica, g é a aceleração da gravidade e β é o termo de expansão volumétrica.

O acoplamento pressão-velocidade é tratado a partir do método SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations). Este método é baseado em iterações de aproximação-correção para resolver as equações de conservação. As componentes de velocidade são obtidas das equações de conservação de quantidade de movimento usando um campo de pressão estimado. O campo de pressão e de velocidade são então corrigidos de modo a satisfazer a equação de continuidade.

Assim, a pressão e as velocidades são escritas como

$$p = p_0 + p' \quad (12)$$

$$u = u_0 - \frac{1}{A_p} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (13)$$

$$v = v_0 - \frac{1}{A_p} \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (14)$$

onde p_0 , u_0 , v_0 são os valores estimados de pressão e de velocidades em x e y , respectivamente, e A_p é o coeficiente definido por

$$A_p = \frac{1}{dt} + \frac{2}{dx^2 Re} + \frac{2}{dy^2 Re} \quad (15)$$

Substituindo as Eqs.(13-14) na equação de conservação da massa obtemos a Equação de Poisson para Pressão, descrita na Eq.(16), utilizada para obtermos os valores de pressão aproximados.

$$r_a^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} = A_p \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \quad (16)$$

3. Aspectos Numéricos

Devido aos elevados gradientes nos perfis de velocidade e de temperatura esperados nas regiões próximas as paredes sólidas, o procedimento de geração de malha contempla a concentração de pontos e o controle de ângulo da malha nessas regiões, como forma de controlar o custo computacional na simulação numérica. Este procedimento de geração de malha tem como característica transformar o domínio físico irregular em um domínio computacional regular.

Inicialmente, uma transformação de coordenadas analítica é introduzida ao longo das paredes sólidas com o objetivo de concentrar pontos da malha próximos a estas paredes domínio, onde os parâmetros α e β permitem o controle da localização da concentração e o controle da intensidade da concentração, respectivamente (Anderson, 1984).

- Paredes Esquerda e Direita

$$x = \xi \quad (17)$$

$$y = H \frac{(\beta + 2\alpha) [(\beta + 1)/(\beta - 1)]^{(\eta - \alpha)/(1 - \alpha)} - \beta + 2\alpha}{(2\alpha + 1) \left\{ 1 + [(\beta + 1)/(\beta - 1)]^{(\eta - \alpha)/(1 - \alpha)} \right\}} \quad (18)$$

- Parede Superior

$$x = C \frac{(\beta + 2\alpha) [(\beta + 1)/(\beta - 1)]^{(\xi - \alpha)/(1 - \alpha)} - \beta + 2\alpha}{(2\alpha + 1) \left\{ 1 + [(\beta + 1)/(\beta - 1)]^{(\xi - \alpha)/(1 - \alpha)} \right\}} \quad (19)$$

$$y = \eta \quad (20)$$

- Parede Inferior

$$x = C \frac{(\beta + 2\alpha) [(\beta + 1)/(\beta - 1)]^{(\xi - \alpha)/(1 - \alpha)} - \beta + 2\alpha}{(2\alpha + 1) \left\{ 1 + [(\beta + 1)/(\beta - 1)]^{(\xi - \alpha)/(1 - \alpha)} \right\}} \quad (21)$$

$$y = f(x) \quad (22)$$

para $\alpha = 0.5$ a concentração da malha é feita igualmente para $0 < x < C$ e $f(x) < y < H$.

Uma vez definida ao longo da superfície, a relação entre as coordenadas físicas (x, y) e as coordenadas transformadas (ξ, η) deve ser estabelecida para o interior do domínio de solução. Esta relação entre coordenadas é escrita na forma diferencial como (Hoffman, 1992),

$$\nabla^2 \xi = P(\xi, \eta) \quad (23)$$

$$\nabla^2 \eta = Q(\xi, \eta) \quad (24)$$

A solução numérica das Eqs.(23-24) permite ainda o cálculo da métricas dessas transformações. As funções $P(\xi, \eta)$ e $Q(\xi, \eta)$ são utilizadas para o controle de pontos entre o interior e os contornos da malha, respectivamente. Um procedimento iterativo é usado na determinação de $P(\xi, \eta)$ e $Q(\xi, \eta)$ a partir de valores estabelecidos para ângulo e

espaçamento entre linhas de coordenadas transversais, da malha no domínio físico (Hoffman, 1992). Inicialmente, as Eqs. (23-24) são resolvidas numericamente considerando $P(\xi, \eta)$ e $Q(\xi, \eta)$ nulos e utilizando, como condições de contorno, a distribuição de pontos estabelecida analiticamente ao longo das paredes da cavidade. Com os resultados obtidos, o espaçamento e o ângulo da malha são comparados com valores estabelecidos. A partir desta comparação, os valores corrigidos para $P(\xi, \eta)$ e $Q(\xi, \eta)$ nos contornos podem ser determinados. Em seguida, os valores dessas funções são extrapolados para o interior do domínio de solução, utilizando as funções exponenciais definidas nas Eqs.(25-26) (Hoffman, 1992).

$$P(\xi, \eta) = P(\xi, 1)e^{-a(\eta-1)/(\eta_{max}-1)} + P(\xi, \eta_{max})e^{-b(\eta_{max}-\eta)/(\eta_{max}-1)} \quad (25)$$

$$Q(\xi, \eta) = Q(\xi, 1)e^{-c(\eta-1)/(\eta_{max}-1)} + Q(\xi, \eta_{max})e^{-d(\eta_{max}-\eta)/(\eta_{max}-1)} \quad (26)$$

onde a, b, c, d , são denominados parâmetros de decaimento das equações.

Utilizando as métricas obtidas da transformação descrita, as Eqs. (2-9,16) são reescritas em termos das variáveis ξ e η , e discretizadas através do Método de Diferenças Finitas usando o esquema WUDS (Weighted Upstream Differencing Scheme). O sistema de equações algébricas resultante do processo de discretização é resolvido pelo método iterativo de Gauss-Seidel, com sub-relaxação e controle local de erro. As simulações numéricas foram executadas utilizando uma malha de 81 pontos em cada direção, com tolerância de 10^{-4} no processo iterativo e passo no tempo de 10^{-3} . Os parâmetros de sub-relaxação adotados foram de 0.8 para iterações do campos de velocidade e de pressão, 0.6 para o campo de temperatura. O código numérico desenvolvido foi inicialmente validado a partir do problema de cavidades com parede deslizante (Anderson, 1984) considerando parede inferior regular.

A Fig.2 apresenta a malha obtida a partir do procedimento descrito anteriormente considerando o espaçamento próximo as paredes superior e inferior sendo $0.25\Delta\eta$, o ângulo das linhas transversais da malha a essas superfícies como $\pi/2$ e $f(x) = 0.05(1 + \cos(6\pi x))$.

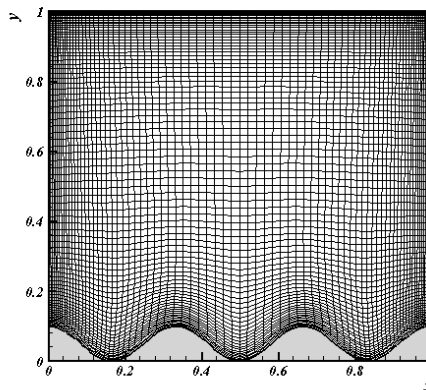


Figura 2. Malha no domínio físico com $f(x) = 0.05(1 + \cos(6\pi x))$, 81x81 pontos, $a=30, b=0.5, c=12$ e $d=10$.

4. Resultados

Nesta seção são analisados os resultados obtidos a partir das simulações numéricas realizadas, com o objetivo de avaliar a influência da irregularidade da parede inferior e do movimento horizontal da parede superior sob o comportamento dos campos de velocidade e de temperatura. Os resultados são apresentados para diferentes números de Reynolds, 1, 100, para os casos de convecção forçada, $Gr = 0$, e de convecção mista, $Gr = 10^3$.

A Fig.3 apresenta os resultados de função corrente e de temperatura para o caso de convecção forçada ($Gr = 0$) e $Re = 1$. Observa-se uma simetria em relação ao eixo y no campo de temperatura, mostrando assim que o processo de transferência de calor é predominantemente difusivo, Fig.3b. A influência da parede irregular no escoamento e no processo de transferência de calor é observada nas regiões próximas à essa parede. Além disso, o comportamento do fluido não é afetado pela parede irregular na região superior da cavidade.

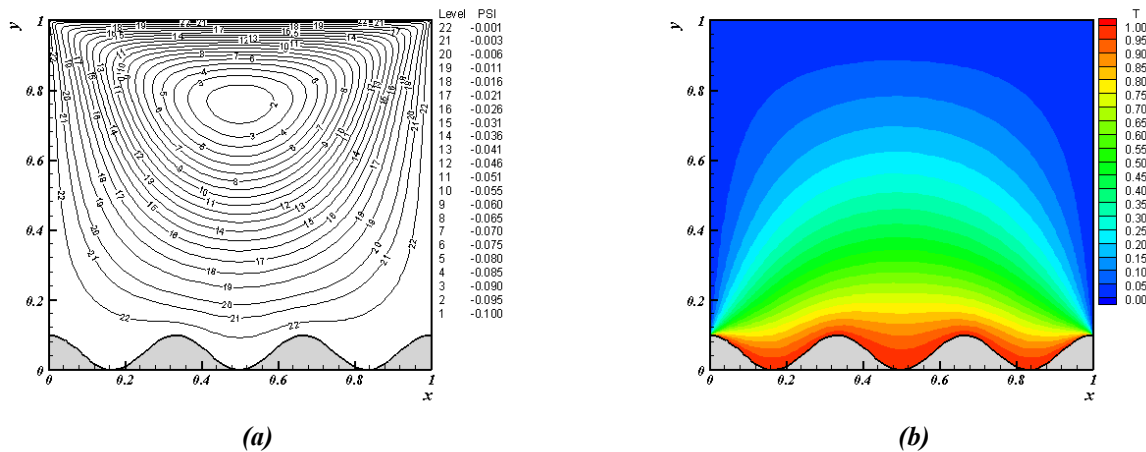


Figura 3. Campos de Velocidade para Função Corrente (a) e de Temperatura (b) com $Re = 1$, $Gr = 0$, $Pr = 1$ e $f(x) = 0.05(1 + \cos(6\pi x))$

Podemos observar, a partir do resultado apresentado na Fig.4a, para o caso de convecção forçada e $Re = 100$, um deslocamento do vórtice principal na direção do movimento horizontal da parede superior. Este comportamento se deve ao aumento do número de Reynolds, que acarreta no aumento da tensão de cisalhamento na região próxima a essa parede. O fluxo ascendente de massa causado pelo movimento da parede superior, provoca um desenvolvimento térmico mais intenso na região próxima a parede esquerda da cavidade, conforme mostra a Fig.4b. Diferentemente do caso de $Re = 1$, observamos um aspecto assimétrico no campo de temperatura, devido ao fluxo descendente de massa, a temperatura menos aquecida, localizado próximo a parede direita da cavidade, dificultando o desenvolvimento do campo de temperatura nessa região.

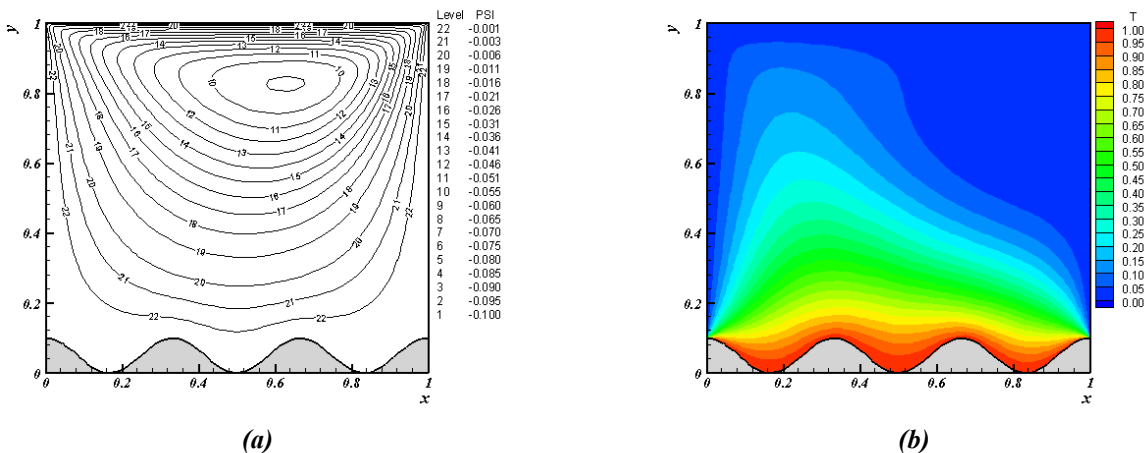


Figura 4. Campos de Velocidade para Função Corrente (a) e de Temperatura (b) com $Re = 100$, $Gr = 0$, $Pr = 1$ e $f(x) = 0.05(1 + \cos(6\pi x))$

Os resultados de convecção mista são apresentados nas Figs.5 e 6, para os casos de $Re = 1$ e 100 , respectivamente, na forma de função corrente (a) e de isotermas (b). Observou-se que a influência da variação de massa específica foi mais significativa no caso de $Re = 1$. O acoplamento da velocidade e da temperatura determinado pela aproximação de Boussinesq, causou o aparecimento de vórtices secundários nas regiões próximas a parede irregular, Fig.5a. Além disso, o deslocamento do vórtice principal é devido ao fluxo ascendente de massa, a temperatura mais aquecida, nas regiões próximas a parede esquerda. Este comportamento também provoca a assimetria em relação ao eixo y , no campo de temperatura, Fig.6b, mostrando assim que o processo de transferência de calor, no interior da cavidade, é convectivo.

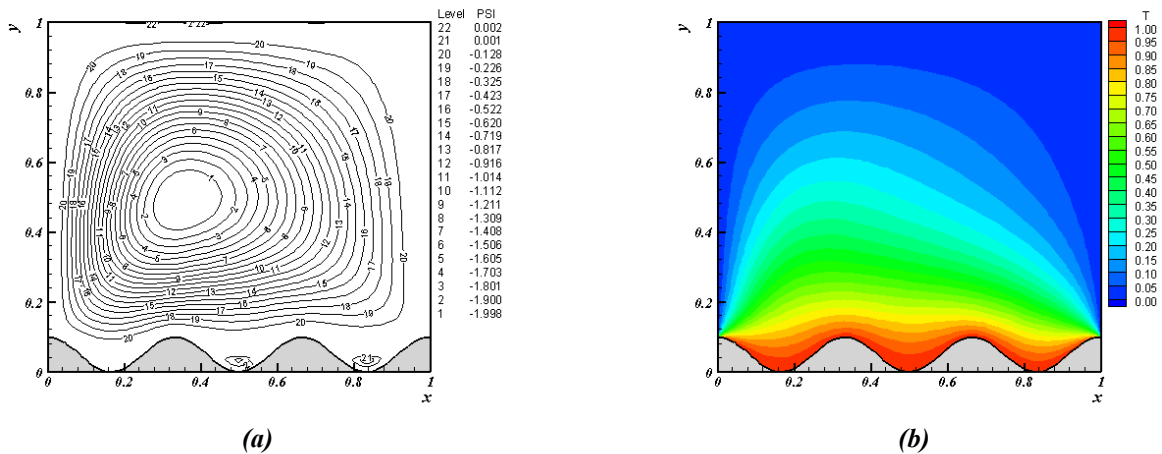


Figura 5. Campos de Velocidade para Função Corrente (a) e de Temperatura (b) com $Re = 1$, $Gr = 10^3$, $Pr = 1$ e $f(x) = 0.05(1 + \cos(6\pi x))$

O aumento do número de Reynolds, $Re = 100$, Fig.6a, proporcionou o aparecimento de vórtices secundários nas regiões próximas a parede irregular, comparados com o caso de $Re = 1$. Os resultados mostram ainda que a influência da convecção natural não é significativa sobre o processo de transferência de calor, resultando em uma semelhança entre os perfis de temperatura, Figs.4b e 6b.

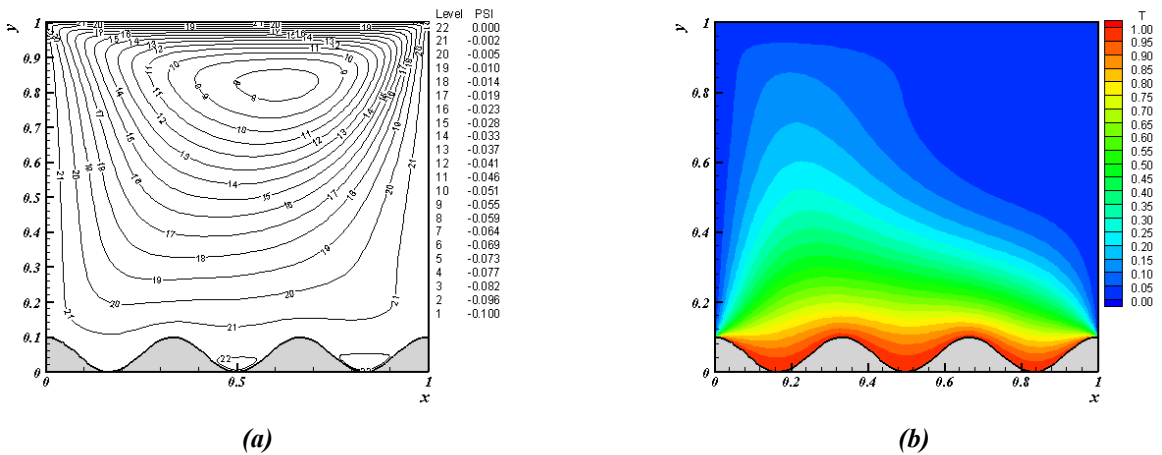


Figura 6. Campos de Velocidade para Função Corrente (a) e de Temperatura (b) com $Re = 100$, $Gr = 10^3$, $Pr = 1$ e $f(x) = 0.05(1 + \cos(6\pi x))$

5. Conclusões

O desenvolvimento dos campos de velocidade e de temperatura foi apresentado e discutido no presente trabalho, com o intuito de avaliá-los em uma cavidade quadrada sob a influência do movimento horizontal na parede superior e da irregularidade na parede inferior, além dos parâmetros adimensionais Re e Gr . Resultados apresentados para convecção forçada e mista e $Re = 1, 100$, mostram que a influência da parede irregular se mantém em regiões nas suas proximidades. O aumento do número de Reynolds, $Re = 100$, no caso de convecção forçada, influenciou tanto no campo de velocidade quanto no processo de transferência de calor, comparado ao caso de $Re = 1$. Aumentando-se o número de Grashof, $Gr = 10^3$, observou-se o aparecimento de vórtices secundários nas regiões próximas a parede irregular. Além da variação de massa específica acarretar na assimetria em relação ao eixo y , tanto no campo de velocidade quanto no campo de temperatura.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) pelo financiamento para a realização do trabalho, e ao Laboratório de Máquinas Térmicas da COPPE/UF RJ pela disponibilização de recursos computacionais.

7. Referências

- Abreu, A.A., Leiroz, A.J.K., 2001, “Geração Numérica de Malha para Análise de Cavidades com Parede Irregular”, Proceedings of COBEM 2001.
- Abreu, A.A., Leiroz, A.J.K., 2003, “Forced Convection in Driven-Lid Square Cavities with Irregular Walls”, Proceedings of COBEM 2003.
- Adjout, L. et al., 2002, “Laminar Natural Convection in an Inclined Cavity with a Wavy Wall”, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 45, pp. 2141-2152.
- Anderson, D.A. et al., 1984, “Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer”, New York: Hemisphere Publishing Corporation.
- Burns, J.C., Parks, T., 1967, Journal of Fluid Mechanics, v.29, pp.405-416.
- Dalal, A., Das, M.K., 2005, “Laminar Natural Convection in an Inclined Complicated Cavity with Spatially Variable Wall Temperature”, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 48, pp. 3833-3854.
- Goldstein, J.L., Sparrow, E.M., 1977, ASME Journal of Heat Transfer, v.99, pp.187.
- Hoffman, J.D., 1992, “Numerical Methods for Engineers and Scientists”, McGraw-Hill.
- Misirlioglu, A. et al., 2005, “Free Convection in a Wavy Cavity Filled with a Porous Medium”, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 48, pp. 1840-1850.
- Saniei, N., Dini, S., 1993, ASME Journal of Heat Transfer, v.115, pp.788.
- Wang, C.C., Chen, C.K., 2002, “Forced Convection in a Wavy-Wall Channel”, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 45, pp. 2587-2595.
- Zhang, J. et al., 2004, “Effects of Fin Waviness and Spacing on the Lateral Vortex Structure and Laminar Heat Transfer in a Wavy-Plate-Fin Cores”, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 47, pp.1719-1730.

STUDY OF MIXED CONVECTION EFFECTS IN LID-DRIVEN CAVITIES WITH SENOIDAL WALL

Monique Soriano Vital da Silva e Albino José Kalab Leiroz
Departamento de Engenharia Mecânica – POLI/ COPPE
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Caixa Postal 68503 - Rio de Janeiro – RJ – 21945-970
monique@lmt.coppe.ufrj.br, leiroz@ufrj.br

Abstract

The transient evolution of the temperature field inside two-dimensional lid-driven cavities with an irregular wall is discussed in the present work. The momentum and energy governing equations are written in Cartesian coordinate and are solving using SIMPLE method to pressure-velocity linkage. Density variations are considered by the use of Boussinesq approximation. Initially, the irregular physical solution domain is transformed into a regular computational domain using a numerical grid generation technique, allowing clustering of points within solution high gradient region and the control of grid line angles near the domain solid boundaries. The transformed governing equations are discretized using the Finite Difference Method. The resulting algebraic system is solved by an iterative solution method with sub-relaxation and local error control. The parametric study is present based on the Reynolds and Grashof numbers influence on the transient evolution of the temperature field inside the cavity. Results show the development of recirculation zones within the temperatures profiles influenced by the irregular surface.

Keywords: Cavity Flow, Mixed Convection, Numerical Methods and Grid Generation.

ANÁLISE TEÓRICA DA ENTRADA TÉRMICA TRANSIENTE EM DUTOS DE SECCÃO REGULAR E IRREGULAR

Jacques Cesar dos Santos

(*) Laboratório de Energia Solar(LES) da UFPB, Cidade Universitária -Campus I, 58059-900, João Pessoa/PB
e-mail: jacquesles@yahoo.com.br

Romberg Rodrigues Gondim

(*), e-mail: romberg@les.ufpb.br

Resumo. No presente trabalho a convecção forçada laminar transiente, hidrodinamicamente desenvolvida, no interior de dutos de seção regular e irregular é estudada através da Técnica da Transformada Integral associada ao Método das Linhas. A Transformada Integral elimina as variáveis espaciais nas quais a difusão é predominante, resulta um sistema de equações diferenciais parciais acopladas, no qual a convecção é predominante, que é solucionado numericamente através do Método das Linhas. São apresentados resultados para a temperatura média e o número de Nusselt ao longo do duto.

Palavras chave: Transformada Integral, Método das Linhas, Entrada Térmica, Seção Regular e Irregular.

1. Introdução

A solução da transferência de calor para a convecção laminar no interior de dutos de seções transversais de vários tipos é de grande interesse no projeto de trocadores de calor e outros dispositivos térmicos para baixos números de Reynolds. Shah & London (1978) apresenta uma compilação de diversas soluções analíticas e numéricas para a convecção forçada no escoamento laminar em dutos. Cotta (1993) apresenta a solução da convecção permanente e hidrodinamicamente desenvolvida para o duto retangular sujeito à temperatura prescrita nas paredes do duto, através da Técnica da Transformada Integral Generalizada. Junior & Aparecido (1999) apresenta uma solução através da Técnica da Transformada Integral para a entrada térmica permanente no interior de dutos retangulares sujeitos a condições de contorno do 3º tipo. Castellões (2004) estudou a entrada térmica transiente no interior de microcanais de placas planas em regime laminar, considerando a presença do termo de difusão axial na equação da energia e o termo de dissipação viscosa. Utilizando uma solução através da Técnica da Transformada Integral aliada ao Método das Linhas para resolver o problema térmico. No presente trabalho é formalizada uma solução para a entrada térmica transiente no interior de um duto de seção arbitrária submetido a condições de contorno do 3º tipo nas paredes do duto. A solução é obtida através da Transformada Integral associada ao Método das Linhas, segundo Wouer *et al* (2005) o Método das Linhas é um dos mais populares esquemas para solucionar equações diferenciais parciais. Primeiro as variáveis espaciais são aproximadas usando o Método das Diferenças Finitas, Elementos Finitos ou Volumes Finitos. Segundo o sistema ordinário resultante é numericamente solucionado. A Transformada Integral elimina as variáveis espaciais nas quais a difusão é predominante e o Método das Linhas trata a parte hiperbólica resultante, onde a convecção é predominante, o sistema é truncado em um numero de termos necessários para a convergência e numericamente solucionado. São apresentados resultados para a temperatura média ao longo do duto.

2. Formulação do Problema

O problema físico considerado aqui inclui, como casos especiais, a classe dos problemas de convecção forçada transiente no através de uma região plana arbitrária V com uma superfície de contorno S , segundo Cotta & Gerke (1994, p.435) possui uma formulação geral dada por:

$$\gamma(r) \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial \tau} + W(r) \frac{\partial \theta}{\partial z} + L\theta = 0 \quad r \in V, \quad z > 0, \quad \tau > 0, \quad (1.a)$$

onde

$$L \equiv -\nabla \cdot K(r) \nabla + d(r) \quad (1.b)$$

com condição inicial, de entrada e condições de contorno dadas respectivamente por:

$$\theta(r, z, 0) = \theta_0(r, z) \quad r \in V, \quad z \geq 0 \quad (1.c)$$

$$\theta(r,0,\tau) = \theta_e(r,\tau) \quad r \in V, \quad \tau > 0 \quad (1.d)$$

$$B\theta(r,z,\tau) = 0 \quad r \in S, \quad z > 0, \quad \tau > 0 \quad (1.e)$$

$$B \equiv \alpha_r(r) + \beta(r)_r K(r) \frac{\partial}{\partial n} \quad (1.f)$$

3. Metodologia de Solução

Procura-se uma solução do sistema de Eqs. 1.a-f em termos de Expansão em Autofunções na variável r e Método das Linhas nas demais, como segue:

3.1. Problema de Autovalor

Como primeiro passo para resolver o problema (1.a-f), Propõe-se um problema de autovalor que fornecerá a base de autofunções, como segue:

$$L\psi_i(r) = \mu_i^2 W(r)\psi_i(r) \quad r \in V \quad (2.a)$$

$$B\psi_i(r) = 0 \quad r \in S \quad (2.b)$$

Cujas autofunções normalizadas $\tilde{\psi}_i(r)$ e os autovalores μ_i são obtidos da solução do problema de autovalor Eqs. (2.a-b), através da própria Técnica da Transformada Integral, apresentada em Sphaier & Cotta (2002).

3.2. Par Transformada-Inversa

Utilizando-se as autofunções normalizadas do problema 2.a-b, pode-se definir o par transformada-inversa :

$$\bar{\theta}_i(z,\tau) = \int_V W(r)\tilde{\psi}_i(r)\theta(r,z,\tau)dv \quad \text{transformada} \quad (3.a)$$

$$\theta(r,z,\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\psi}_i(r)\bar{\theta}_i(z,\tau) \quad \text{inversa} \quad (3.b)$$

3.3. Transformação do Problema

O problema definido pelas Eqs. 1.a-f. é operado com $\int_V W(r)\tilde{\psi}_i(r)dv$, e o sistema transformado pode ser reescrito como:

$$\sum_{j=1}^{\infty} A1_{ij} \frac{\partial \bar{\theta}_j(z,\tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{\theta}_i}{\partial z} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i = 0 \quad i=1,2,\dots, \quad z > 0, \quad \tau > 0 \quad (4.a)$$

$$\bar{\theta}_{0,i}(z,0) = \int_V W(r)\tilde{\psi}_i(r)\theta_0(r,z)dv \quad z \geq 0 \quad (4.b)$$

$$\bar{\theta}_{e,i}(0,\tau) = \int_V W(r)\tilde{\psi}_i(r)\theta_e(r,\tau)dv \quad \tau > 0 \quad (4.c)$$

onde:

$$A1_{ij} = \int_V \gamma(r)\tilde{\psi}_i(r)\tilde{\psi}_j(r)dv \quad (4.d)$$

3.4. Solução do Sistema Transformado

O sistema de equações diferenciais acoplado, Eqs. 4.a-d, é truncado e solucionado numericamente através do Método das Linhas, onde a variável espacial remanescente é discretizada por diferenças finitas e o sistema diferencial ordinário de primeira ordem, resultante, é solucionado com controle automático de erro, e o potencial original é recuperado utilizando-se a Eq. 3.b, como segue:

$$\theta(r, z, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\psi}_i(r) \bar{\theta}_i(z, \tau) \quad r \in V, \quad z > 0, \quad \tau > 0 \quad (5)$$

Onde a expressão da Eq. 5 representa uma solução formal, em termos de Expansão em Autofunções, para o problema da entrada térmica transiente no interior de dutos de seção transversal arbitrária.

4. Aplicações

Para ilustrar a aplicação da solução através da Transformada Integral e Método das Linhas, este procedimento será aplicado ao problema da entrada térmica, no escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido no interior de dutos, como é o caso do canal de placas planas e tubos circulares. A temperatura de entrada será assumida como uma função do tempo. Serão desprezados os efeitos da condução axial, da dissipação viscosa e da convecção livre na parede, e as propriedades físicas serão consideradas constantes. Segundo Cotta & Özisik (1986, p.1495) a equação da energia adimensional é dada por:

$$r^n \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial \tau} + r^n \frac{u(r)}{2^{4-2n}} \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial r} \right) \quad 0 < r < 1, \quad z > 0, \quad \tau > 0 \quad (6.a)$$

com condição inicial, de entrada e condições de contorno dadas, respectivamente por:

$$\theta(r, z, 0) = \theta_0(r, z) \quad 0 < r < 1, \quad z > 0 \quad (6.b)$$

$$\theta(r, 0, \tau) = \theta_e(r, \tau) \quad 0 \leq r \leq 1, \quad \tau > 0 \quad (6.c)$$

$$\left. \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad z > 0, \quad \tau > 0 \quad (6.d)$$

$$\theta(1, z, \tau) = 0 \quad z > 0, \quad \tau > 0 \quad (6.e)$$

Segundo Mikhailov & Özisik (1984, p.343) $u(r) = \frac{n+3}{2}(1-r^2)$ (6.f)

O problema definido pelo sistema de Eqs. 6.a-f é um caso particular do problema mais geral dado pelas Eqs. 1.a-f, e a correspondência entre os dois sistemas é dado por:

$$\gamma(r) = r^n, K(r) = 1, d(r) = 0, L = \nabla^2, W(r) = r^n \frac{u(r)}{2^{4-2n}}, n = \begin{cases} 0 & , \text{ para o canal de placas planas} \\ 1 & , \text{ para duto circular} \end{cases}$$

$$\alpha_r(r) = 0 \quad \beta_r(r) = 1, \quad \text{para } r = 0, \quad \alpha_r(r) = 1 \quad \beta_r(r) = 0, \quad \text{para } r = 1 \quad (7.a-j)$$

O problema de autovalor em r com as respectivas condições de contorno é dado por:

$$-\frac{d}{dr} \left(r^n \frac{d\psi_i(r)}{dr} \right) = \mu_i^2 W(r) \psi_i(r), \quad \left. \frac{d\psi_i(r)}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad \psi_i(1) = 0 \quad (8.a-c)$$

A solução do problema definido pelo sistema de Eqs. 6.a-f é, então, obtido a partir da Eq. 5, fazendo-se as substituições dos termos definidos nas Eqs. 7.a-j, e as respectivas autofunções. A temperatura média e o número de Nusselt local são dados, segundo Cotta (1998, p. 267 seq.) por:

$$\theta_m(z, \tau) = 2^{4-2n} (n+1) \int_0^1 r^n W(r) \theta(r, z, \tau) dr, \quad Nu(z, \tau) = 2^{2-n} \frac{\left. \frac{\partial \theta(r, z, \tau)}{\partial r} \right|_{r=1}}{\theta(1, z, \tau) - \theta_m(z, \tau)} \quad (9.a-b)$$

5. Resultados

As Tabs. 1. e 2. apresentam um estudo da convergência da temperatura média ao longo de z para o canal de placas planas, onde Δz representa o intervalo na malha discreta ao longo de z. A análise do número de termos necessárias na série é omitido aqui. Pode-se observar que há uma melhora na convergência para o aumento do refino da malha. É realizada também uma comparação com dados de Gondim (1997) e Castellões (2004), observa-se que há uma pequena diferença nos resultados devido à ausência do termo de difusão axial no presente modelo.

Tabela 1. Análise da Convergência da Temperatura Média ao Longo de z em Placas Planas, Para: $\theta_e(r, \tau) = 1$, com nt=20.

Tempo	z	Gondim 1997	Castellões 2004	Δz				
				0.001	0.0005	0.00025	0.00010	0.00005
τ=0.005	0.0000375	0.98641	0.98988	0.99191	0.99175	0.99175	0.99175	0.99175
	0.0001500	0.92320	0.94306	0.95591	0.95228	0.95225	0.95212	0.95177
	0.0002625	0.75544	0.82154	0.83946	0.84662	0.84472	0.84466	0.84469
	0.0003750	0.45177	0.56967	0.57095	0.60460	0.62242	0.62164	0.62163
τ=0.01	0.0000542	0.98983	0.99035	0.98949	0.98949	0.98949	0.98949	0.98949
	0.0002708	0.94570	0.95162	0.95566	0.95559	0.95560	0.95560	0.95559
	0.0004875	0.83059	0.85631	0.86571	0.86420	0.86417	0.86417	0.86417
	0.0007042	0.57192	0.64416	0.66948	0.67897	0.67748	0.67747	0.67747
τ=0.03	0.0001667	0.98084	0.97999	0.97787	0.97787	0.97787	0.97787	-
	0.0008333	0.93003	0.93126	0.93255	0.93255	0.93255	0.93263	-
	0.0015000	0.82670	0.83695	0.83915	0.83915	0.83915	0.83914	-
	0.0021667	0.58926	0.62451	0.63807	0.63751	0.63751	0.63750	-
τ=0.05	0.0002292	0.97537	0.97485	0.97268	0.97268	0.97268	0.97268	-
	0.0011458	0.92193	0.92202	0.92090	0.92090	0.92094	0.92092	-
	0.0020625	0.86255	0.86526	0.86662	0.86662	0.86662	0.86662	-
	0.0029792	0.73887	0.75049	0.75279	0.75279	0.75279	0.75278	-

Tabela 2. Análise da Convergência da Temperatura Média ao Longo de z em Duto Circular, Para: $\theta_e(r, \tau) = 1$, com $nt=20$.

Tempo	z	Δz				
		0.001	0.0005	0.00025	0.00010	0.00005
$\tau=0.01$	0.0005000	0.96179	0.96174	0.96174	0.96174	0.96174
	0.0023000	0.76845	0.76809	0.76806	0.76806	0.76806
	0.0034000	0.51735	0.52033	0.52019	0.52018	0.52018
	0.0037000	0.42986	0.43572	0.43581	0.43578	0.43578
	0.0041000	0.30425	0.31004	0.31210	0.31205	0.31205
$\tau=0.03$	0.0005000	0.96175	0.96174	0.96174	0.96174	-
	0.0058000	0.78626	0.78625	0.78625	0.78625	-
	0.0087000	0.60847	0.60846	0.60846	0.60846	-
	0.0101000	0.49525	0.49523	0.49523	0.49523	-
	0.0121000	0.30308	0.30324	0.30323	0.30323	-
$\tau=0.05$	0.0005000	0.96175	0.96174	0.96174	-	-
	0.0062000	0.81307	0.81307	0.81307	-	-
	0.0121000	0.66774	0.66774	0.66774	-	-
	0.0162000	0.49458	0.49458	0.49458	-	-
	0.0205000	0.25361	0.25360	0.25360	-	-
$\tau=0.06$	0.0005000	0.96175	0.96174	0.96174	-	-
	0.0092000	0.76204	0.76204	0.76204	-	-
	0.0181000	0.53064	0.53063	0.53063	-	-
	0.0203000	0.44292	0.44292	0.44292	-	-
	0.0235000	0.35831	0.35831	0.35831	-	-

5. Conclusão

Uma solução formal foi apresentada para a entrada térmica transiente no interior de um duto de secção arbitrária, submetido a condições de contorno do 3º tipo nas paredes do duto. A solução foi obtida através da Transformada Integral associada Ao Método das Linhas. Foram apresentados resultados para a temperatura média transiente ao longo de z, para o canal de placas plana e o duto circular. Neste trabalho foram testadas duas situações. A solução geral é obtida para uma seção transversal arbitrária, o que indica sua validade independente da geometria em estudo. Os resultados são comparados com os dados apresentados por Gondim (1997) e Castellões (2004). A presente solução mostrou ser útil no estudo da entrada térmica transiente no interior de duto de secção arbitrária, apresentando uma boa concordância com os dados da literatura, representando um alternativa aos métodos estritamente numéricos, e oferecer maior liberdade matemática na solução, devido ao seu caráter híbrido, analítico-númeroico.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte do CNPq.

7. Referências

Castellões, F.V., 2004, “Convecção Transiente em Microcanais Via Transformada Integral”, Dissertação de Mestrado, PEM/COPPE/UFRJ, Brasil, 2004.

Cotta, R.M., Özisik, M.N., 1986, “Laminar Forced Convection inside Ducts With Periodic Variation of Inlet Temperature”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 29, pp. 1495-1501.

Cotta, R.M., 1993, “Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow”, CRC Press, Boca Raton, FL, EUA, 1993, 428 p.

Cotta, R.M., Gerk, J. E. V., 1994, “Mixed Finite-difference/Integral Transforms Approach for Parabolic-Hyperbolic Problems in Transient Forced Convection”, Numerical Heat Transfer part B-Fundamentals, v.25, n.4, pp. 433-448.

Cotta, R.M., 1998, “The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Science and Engineering”, Begell House, New York, 430 p.

Gondim, R.R., 1997, "Convecção Forçada Transiente Interna com Difusão Axial Solução Via Transformação Integral", Tese de Doutorado, PEM/COPPE/UFRJ.

Júnior, T.D., Aparecido, J.B., 1999, "Thermally Developing Laminar Flow Inside Rectangular Ducts Submitted to Boundary Conditions of Third Kind", Proceedings of the 15th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Vol. 11, Águas de Lindóia, São Paulo, Brazil.

Mikhailov, M.D. e Özisik, M.N, 1984, "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion", Wiley, New York, 524 p.

Shah, R.K., and London, A.L., 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", Academic Press, New York, EUA, 477 p.

Sphaier, L.A., and Cotta, R.M., 2002, "Analytical and Hybrid Solutions of Diffusion Problems Within Arbitrarily Shaped Regions Via Integral Transforms", Computational Mechanics, Vol. 29, pp. 265-276.

Wouwer, A. V., Saucez, P., Schiesser, W. E., Thompson, S., 2005, "A MATLAB implementation of upwind finite differences and adaptive grids in method of lines", Journal of Computational and Applied Mechanics, Vol. 183, pp. 245-258.

THEORETICAL ANALYSIS OF UNSTEADY THERMAL ENTRANCE INSIDE DUCTS OF REGULARLY AND IRREGULARLY SHAPED REGIONS

Jacques Cesar dos Santos

(*) Laboratório de Energia Solar(LES) da UFPB, Cidade Universitária -Campus I, 58059-900, João Pessoa/PB
e-mail: jacquesles@yahoo.com.br

Romberg Rodrigues Gondim

(*), e-mail: romberg@les.ufpb.br

Abstract. *In the present work the transient laminar forced convection, hydrodynamically developed, inside ducts of regularly and irregularly shaped regions is studied by using Integral Transforms and Method of Lines. The Integral Transforms eliminates the spatial variables in which the diffusion predominates. A system of coupled hyperbolic equations then results, in which convection is dominant, which is solved numerically by the Method of Lines. Results are then presented for average fluid temperature along the duct.*

Keywords: *Integral Transforms, Method of Lines, Thermal Entrance, Irregularly Shaped Regions.*

INFLUÊNCIA DA POROSIDADE NO DESEMPENHO DE UM REGENERADOR ROTATIVO

Paulo Cesar Mioralli

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Departamento de Energia – Faculdade de Engenharia Mecânica
CP 6122 – CEP 13083-970 – Campinas – São Paulo
mioralli@fem.unicamp.br

Marcelo Moreira Ganzarolli

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Departamento de Energia – Faculdade de Engenharia Mecânica
CP 6122 – CEP 13083-970 – Campinas – São Paulo
ganza@fem.unicamp.br

Resumo. *A influência da porosidade no desempenho de um regenerador rotativo é investigada teoricamente. O objetivo é otimizar a transferência de calor no equipamento a partir de valores estabelecidos para as perdas de carga nos dutos da matriz. Os valores para a velocidade dos fluidos e o coeficiente de transferência de calor foram obtidos através de correlações. O regenerador foi simulado com parâmetros geométricos fixados, com exceção da porosidade que teve seu valor variado. Com valores estabelecidos para as perdas de carga, as vazões dos fluidos foram calculadas para diferentes valores da porosidade da matriz. Um programa computacional em linguagem FORTRAN foi confeccionado para as simulações. Através das simulações, foi obtido o calor total transferido no regenerador, baseado no método Efetividade-NUT, em função das diferentes porosidades. Foi verificado que, para uma dada perda de carga, existe um valor para a porosidade no qual o calor total transferido no equipamento é máximo. Também foram obtidas expressões, através de uma análise de escala, para a estimativa da porosidade ótima e o calor máximo transferido. Os resultados foram comparados com os obtidos pelo programa computacional e permitiram uma adimensionalização adequada destes parâmetros.*

Palavras chave: regenerador rotativo, trocador de calor, transferência de calor.

1. Introdução

Sistemas de aquecimento, ventilação e condicionamento de ar, tanto em estabelecimentos industriais como residenciais, são responsáveis por uma fração considerável da energia consumida em diversos países. A busca por melhorias nestas aplicações tem sido o foco de vários pesquisadores com o intuito de reduzir custos e minimizar a poluição ambiental. Como alternativa econômica nesses processos que visam promover transferência de calor destaca-se o regenerador rotativo, o qual corresponde a um tipo específico na categoria dos trocadores de calor compactos de armazenamento.

Regeneradores rotativos para recuperação de calor no setor industrial já são usados por diversos anos. Na década de 1960 algumas montadoras de automóveis desenvolveram veículos alimentados por turbinas a gás, com a utilização de um ciclo Brayton. O sistema possuía regeneradores rotativos que tinham a função de pré-aquecer o ar na saída do compressor, o qual era utilizado para a queima na câmara de combustão. O ar era aquecido trocando calor com os gases de combustão que saíam da turbina. Esse pré-aquecimento proporcionava um aumento na temperatura do ar em torno de 230°C para 650°C, possibilitando uma economia considerável no consumo de combustível.

Assim, devido à associação entre compacidade e economia, este tipo de trocador de calor sempre foi bastante estudado. Um dos primeiros estudos foi realizado por Coppage e London (1953) que compararam o trocador de calor rotativo com outros tipos de trocadores de calor e desenvolveram curvas que utilizam um conjunto de parâmetros simples adimensionais (efetividade-NUT) para este equipamento. Tais curvas são equivalentes àquelas utilizadas em trocadores de calor de transferência direta, tipo casco-tubo, com a diferença de que, neste caso, elas também são dependentes da capacidade térmica da matriz e da rotação.

Em paralelo a este trabalho, Harper e Rohsenow (1953) investigaram a influência que possíveis vazamentos, ocorridos nas fronteiras do rotor do trocador de calor com os dutos, exercem na efetividade e no desempenho do equipamento. Alguns exemplos específicos foram estudados e foi verificado também o desempenho do recuperador de calor para diferentes velocidades rotacionais, comprimento da matriz e vazões mássicas através dos canais da matriz. Eles concluíram que o vazamento acarreta uma pequena variação na efetividade do pré-aquecedor. Demonstraram ainda que é possível obter uma velocidade de rotação ótima na qual a eficiência pode ser a máxima, além de um comprimento ótimo para um determinado formato da matriz.

Lambertson (1958) apresentou um método de cálculo da efetividade de um pré-aquecedor rotativo com a utilização do método numérico de diferenças finitas. Neste trabalho foi considerado como se a matriz do pré-aquecedor estivesse em contra-corrente com cada fluxo de gás. Foram obtidos valores para a efetividade com uma gama pré-estabelecida de parâmetros dimensionais necessários ao cálculo. Os resultados obtidos foram todos tabelados e foi estabelecida uma expressão relativamente simples para o cálculo da efetividade em trocadores de calor regenerativos, a qual fornecia bons resultados para uma razoável gama de parâmetros.

Irreversibilidades termodinâmicas associadas ao regenerador rotativo foram investigadas por Skiepko (1990). Um modelo computacional foi obtido com o objetivo de demonstrar como as irreversibilidades e a eficiência de uma caldeira a vapor dependem dos parâmetros geométricos do trocador de calor. Foi realizada uma análise da geração de entropia existente no processo de troca térmica do recuperador. A conclusão mais importante nesse estudo foi que a redução na quantidade de escape de gás no final do período quente aumenta diretamente a eficiência da caldeira. Por outro lado, a minimização da quantidade de escape de gás no período frio leva ao aumento da irreversibilidade.

Sunden e Karlsson (1991) verificaram que canais corrugados são mais eficientes para a transferência de calor em regeneradores rotativos do que canais de superfície lisa. Utilizando um equipamento construído em escala de laboratório, resultados experimentais foram obtidos para um canal liso e quatro diferentes canais corrugados com seção transversal trapezoidal. O canal liso foi usado como referência e a altura e o comprimento dos corrugados nas partes superior e inferior do canal foram variados. Eles concluíram que maior altura e menor comprimento do corrugado fornecem uma melhor transferência de calor.

Um modelo matemático para a obtenção do coeficiente de transferência de calor no regenerador foi proposto por Büyükalaca e Yilmaz (2003). Tal método é válido para escoamento laminar e canais lisos da matriz com área de seção transversal arbitrária, podendo ser utilizado para qualquer velocidade de rotação do equipamento. Diversos testes foram realizados e o método foi validado através de resultados experimental e numérico, podendo ser recomendado para projetos seguros de pré-aquecedores regenerativos.

Encontra-se na literatura uma ampla gama de estudos sobre aspectos diversos relacionados ao regenerador rotativo. Entretanto, não foram encontrados trabalhos que focam especificamente na influência que a porosidade da matriz exerce no desempenho do equipamento. Sendo assim, no âmbito de contribuir com mais informações sobre esse trocador de calor, foi analisada a influência que a porosidade exerce no desempenho do regenerador. O objetivo é maximizar a transferência de calor no equipamento através da obtenção de um valor ótimo para a porosidade a partir de valores estabelecidos para a perda de carga nos dutos da matriz.

Nomenclatura

A_{tr}	- área de troca térmica	$[m^2]$
A	- área livre de seção transversal	$[m^2]$
A_m	- área de seção transversal da matriz	$[m^2]$
A_T	- área total de seção transversal ($A + A_m$)	$[m^2]$
C	- capacidade térmica do fluido	$[W/K]$
C_{min}	- menor capacidade térmica entre os fluidos	$[W/K]$
C_{max}	- maior capacidade térmica entre os fluidos	$[W/K]$
C^*	- razão entre as capacidades térmicas dos fluidos (C_{min}/C_{max})	
C_r	- capacidade térmica da matriz	$[W/K]$
C_r^*	- razão entre as capacidades térmicas (C_r/C_{min})	
c_p	- calor específico do fluido à pressão constante	$[J/kg.K]$
c_m	- calor específico do material da matriz	$[J/kg.K]$
D_h	- diâmetro hidráulico ($4r_h$)	$[m]$
h	- coeficiente convectivo de transferência de calor	$[W/m^2.K]$
k	- condutividade térmica do fluido	$[W/m.K]$
L	- comprimento da matriz	$[m]$
\dot{m}	- vazão mássica do fluido	$[kg/s]$
m_m	- massa da matriz	$[kg]$
NUT	- número de unidades de transferência	
Pr	- número de Prandtl	
ROT	- rotação da matriz	$[rpm]$
r_h	- raio hidráulico (A/P)	$[m]$

T	- temperatura	$[^{\circ}C]$
U	- coeficiente global de transferencia de calor	$[W/m^2 K]$
ρ	- densidade do fluido	$[kg/m^3]$
α	- difusividade térmica	$[m^2/s]$
μ	- viscosidade dinâmica	$[N \cdot s/m^2]$
Subscritos		
e	- referente à entrada do escoamento	
s	- referente à saída do escoamento	
f	- referente a fluido frio	
q	- referente a fluido quente	

2. Geometria do Problema

O regenerador rotativo é esquematizado na Fig. 1. Gás quente e gás frio escoam em contra-corrente pelo trocador de calor. Uma matriz porosa, que tem a capacidade de armazenar energia interna, rotaciona continuamente recebendo o calor do fluido quente em um dos lados e transmitindo para o fluido frio do lado oposto. Para este estudo, os canais formados pela matriz foram admitidos como sendo triangulares, correspondendo a triângulos equiláteros.

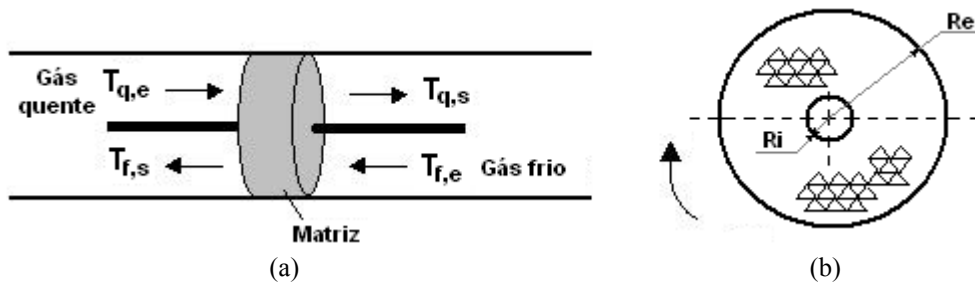


Figura 1. (a) Esquema de funcionamento do regenerador rotativo; (b) Vista frontal (canais triangulares).

Baseado na Fig.1, seja A a área livre de seção transversal e A_m a área de seção transversal de chapas da matriz do regenerador, de tal forma que a área total de seção transversal é $A_T = \pi(R_e^2 - R_i^2) = A + A_m$. A porosidade σ é definida como sendo a relação entre a área livre e a área total,

$$\sigma = \frac{A}{A_T} \quad (1)$$

A relação entre a área livre e o perímetro das chapas que compõem a matriz é conhecida com raio hidráulico r_h ,

$$r_h = \frac{A}{P} \quad (2)$$

O perímetro P pode ser expresso em função da área A_m da matriz,

$$P = \frac{A_m}{(e/2)} \quad (3)$$

sendo e a espessura das chapas que formam os canais da matriz, a qual possui valor fixo. Se, nesta equação, a área A_m da matriz for expressa em função da área total A_T e da área livre A de seção transversal ($A_m = A_T - A$), o perímetro P da Eq. (3) pode ser substituído na Eq. (2), e utilizando ainda a definição de porosidade, Eq. (1), o raio hidráulico pode ser expresso como função da porosidade,

$$r_h = \frac{\sigma}{1-\sigma} \cdot \left(\frac{e}{2}\right) \quad (4)$$

3. Método Efetividade-NUT para o Regenerador

Neste trabalho, resultados para a efetividade deste trocador de calor são obtidos através da utilização do método $\varepsilon - NUT$ para o regenerador, no qual um fator de correção devido à capacidade térmica e à velocidade rotacional da matriz é utilizado para corrigir a efetividade de um trocador de calor em contra-corrente.

Resultados para a efetividade ε_r do regenerador podem ser obtidos através da correlação desenvolvida por Kays e London (1984), na qual ε representa a efetividade de um trocador de calor em contra-corrente e φ_r é o fator de correção devido a velocidade rotacional e a capacidade térmica da matriz,

$$\varepsilon_r = \varepsilon \cdot \varphi_r \quad (5)$$

A efetividade de um trocador de calor em contra-corrente pode ser calculada pela Eq. (6),

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{[-NUT(1-C^*)]}}{1 - C^* e^{[-NUT(1-C^*)]}} \quad (6)$$

na qual a razão entre as capacidades térmicas dos gases C^* e o número de unidades de transferência NUT são definidos como segue:

$$C^* = \frac{C_{min}}{C_{max}} \quad (7)$$

$$NUT = \frac{1}{C_{min}} \left[\frac{1}{(1/hA_{tr})_f + (1/hA_{tr})_q} \right] \quad (8)$$

Kays e London (1984) propuseram a seguinte correlação para o cálculo do fator de correção φ_r devido à velocidade rotacional e à capacidade térmica da matriz,

$$\varphi_r = 1 - \frac{1}{9C_r^{*1.93}} \quad (9)$$

$$C_r^* = \frac{C_r}{C_{min}} \quad (10)$$

sendo C_r a capacidade térmica da matriz, obtida a partir da velocidade rotacional, da massa e do calor específico da matriz,

$$C_r = \frac{ROT}{60} \cdot m_m \cdot c_m \quad (11)$$

4. Método de Resolução

Através do método $\varepsilon - NUT$ para o regenerador, o calor total transferido no equipamento foi calculado a partir de valores estabelecidos para as perdas de carga nos dutos da matriz, as quais foram consideradas iguais para ambos os escoamentos. Conhecendo-se as perdas de carga, a velocidade dos fluidos e o coeficiente de transferência de calor foram calculados através de correlações. Como o valor da temperatura média de saída de cada escoamento não era conhecido, foi necessário um processo iterativo para a obtenção das propriedades dos fluidos, as quais foram calculadas na temperatura média de cada corrente. No início do processo iterativo foi atribuído um valor para a temperatura média de saída de cada escoamento. Ao final do processo, os valores dessas temperaturas foram recalculados a partir do método $\varepsilon - NUT$ para o regenerador com a utilização do método de Newton-Rhapson para a convergência. O processo iterativo se repetia até os valores das temperaturas não se alterarem mais para cada valor de porosidade.

Um programa computacional em linguagem Fortran de programação foi confeccionado para a simulação do regenerador, no qual as condições operacionais foram fixadas com exceção da porosidade que teve seu valor variado. Variando-se a porosidade da matriz, foi observado que existe um valor para este parâmetro que maximiza o calor total transferido.

Neste trabalho não foi considerado o efeito de vazamento dos fluidos, o qual ocorre na entrada e saída de cada fluxo na matriz do regenerador devido à diferença de pressão existente entre as correntes. Também não foram consideradas perdas localizadas por contração e expansão na entrada e saída dos dutos da matriz.

O fator de atrito f de Fanning, em caso de regime laminar, foi obtido por uma expressão para duto triangular equilátero liso, Shah e London (1978), considerando escoamento completamente desenvolvido.

$$f = \frac{40}{3 \cdot Re_{D_h}} \quad (12)$$

sendo Re_{D_h} o número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico do canal. Em caso de regime turbulento de escoamento, o fator de atrito foi calculado por uma correlação de duto circular admitindo regime de escoamento completamente desenvolvido. Essa correlação é válida para $Re_{D_h} \leq 2 \cdot 10^4$.

$$f = 0,079 Re_{D_h}^{-1/4} \quad (13)$$

Com o fator de atrito, as velocidades eram então obtidas a partir do valor estabelecido para a perda de carga nos canais. O número de Reynolds foi calculado para a verificação do regime de escoamento, sendo que, neste caso, o número de Reynolds crítico que determina a transição de escoamento é de $Re = 2800$ utilizado para duto triangular equilátero, Rohsenow e Hartnett (1973).

O coeficiente de transferência de calor foi obtido através de correlações considerando temperatura de superfície constante. Para o regime laminar de escoamento foi utilizado um processo de cálculo apresentado por Büyükalaca e Yilmaz (2003) para dutos com área de seção transversal arbitrária constante ao longo do comprimento do canal. Admitindo escoamento completamente desenvolvido, neste método o número de Nusselt Nu é calculado usando a seguinte equação:

$$Nu = Nu_\infty \left[1 + \frac{4,212 \cdot \psi \cdot \Phi^3}{Z \cdot Nu_\infty^3} - 0,8 \cdot \left(\frac{\psi \cdot \Phi^3}{Z \cdot Nu_\infty^3} \right)^{2/3} \right]^{1/3} \quad (14)$$

sendo Z uma coordenada adimensional dada por:

$$Z = \frac{L}{D_h \cdot Re \cdot Pr} \quad (15)$$

sendo L o comprimento do canal e Pr o número de Prandtl. O parâmetro Nu_∞ corresponde ao número de Nusselt para o caso limite $Z \rightarrow \infty$ e pode ser obtido como segue:

$$Nu_\infty = 3,657 \cdot \zeta \quad (16)$$

sendo ζ o fator de transferência de calor em função da forma da área de seção transversal do canal,

$$\zeta = 1 + \frac{\zeta_\infty - 1}{1 + I/(n-1)} + \Delta\zeta \quad (17)$$

Os parâmetros ζ_∞ e $\Delta\zeta$ são calculados usando as seguintes equações:

$$\zeta_\infty = 0,5155 \frac{d^{*2}}{3 - d^*} \quad (18)$$

$$\Delta \zeta = \Delta \zeta_{max} \frac{0,95 \cdot (n-1)^{0,5}}{1 + 0,038 \cdot (n-1)^3} \quad (19)$$

Nestas equações $\Delta \zeta_{max}$ é definido como:

$$\Delta \zeta_{max} = \frac{7 \cdot 10^{-3} d^{*8}}{\left(1 + 10d^{*-28}\right) \left(1 + 64 \cdot 10^{-8} d^{*28}\right)^{1/2}} \quad (20)$$

Para $Z \rightarrow 0$ a seguinte equação pode ser obtida da Eq. (14):

$$Nu = 1,615 \Phi \left(\frac{Z}{\psi}\right)^{-1/3} \quad (21)$$

que corresponde a solução de Leveque para dutos de área de seção transversal arbitrária, apresentada por Yilmaz e Cihan (1994).

Os parâmetros d^* e n descrevem a forma do canal,

$$d^* = \frac{D_h}{d_{max}} \quad (22)$$

$$n = \frac{A}{A_{eq}} = \frac{P}{P_{eq}} \quad (23)$$

sendo d_{max} o diâmetro do maior círculo que pode ser inscrito na seção transversal do canal. Os parâmetros A_{eq} e P_{eq} são, respectivamente, a área e o perímetro do maior círculo que pode ser inscrito na seção transversal do canal.

O fator de forma ψ requerido para o cálculo do número de Nusselt é dado por:

$$\psi = 1 + \left\{ \frac{\psi_\infty - 1}{\left[1 + 0,33d^{*2,25}/(n-1)\right]} \right\} \quad (24)$$

sendo ψ_∞ definido como:

$$\psi_\infty = \frac{3}{8} d^{*2} (3 - d^*) \quad (25)$$

O outro parâmetro que é usado para o cálculo do número de Nusselt é o fator de transferência de calor Φ , o qual é obtido como segue:

$$\Phi = 1 + \frac{\left[3 \cdot (d^*/2)^{7/8} / (1 + d^*)\right] - 1}{1 + 0,25/(n-1)} \quad (26)$$

Para regime turbulento de escoamento foi utilizada, para a obtenção do coeficiente de transferência de calor, a correlação de duto circular proposta por Gnielinski, citado por Incropera e DeWitt (1996), válida para $3000 < Re_{D_h} < 5 \cdot 10^6$ baseada no diâmetro hidráulico do canal.

5. Análise de Escala

Foi efetuada uma análise de escala para obter expressões para a estimativa da porosidade ótima e do calor máximo transferido no equipamento. Considerando que as capacidades térmicas das correntes são da mesma ordem de grandeza ($C_q \approx C_f$) e que o fator de correção ϕ_r para a efetividade do regenerador, devido à rotação e a massa da matriz, é da ordem de grandeza de $\phi_r \approx 1$, o calor transferido no equipamento pode ser obtido, a partir do método $\varepsilon - NUT$, em função da máxima diferença de temperatura $\Delta T_{max} = T_{q,e} - T_{f,e}$.

$$q \approx \frac{1}{\left(\frac{1}{UA_{tr}} + \frac{1}{\dot{m} \cdot c_p} \right)} \Delta T_{max} \quad (27)$$

Se ΔT_{max} for um valor fixado, a maximização do calor transferido pode ser alcançada analisando a soma entre parêntesis no denominador do lado direito da Eq. (27). Para uma perda de carga constante no regenerador, duas situações limites para a porosidade podem ser identificadas:

1. Se a porosidade diminuir, a área total de troca térmica aumenta e a vazão diminui, de tal forma que;

$$q \rightarrow \frac{1}{\left(\frac{1}{\dot{m} \cdot c_p} \right)} \Delta T_{max} \quad (28)$$

2. Por outro lado, se a porosidade aumenta, a vazão do fluido também aumenta e a área de troca térmica diminui. Assim,

$$q \rightarrow \frac{1}{\left(\frac{1}{UA_{tr}} \right)} \Delta T_{max} \quad (29)$$

Como os dois termos entre parêntesis na Eq. (27) variam em direções opostas com a mudança da porosidade, a magnitude do máximo calor transferido no equipamento será obtida quando,

$$UA_{tr} \cong \dot{m} \cdot c_p \quad (30)$$

Para a obtenção da porosidade ótima, uma análise de escala para ambos os termos da Eq. (30) foi realizada assumindo regime de escoamento turbulento completamente desenvolvido para ambos os fluidos. Tal análise é semelhante a uma apresentada por Ganzarolli e Altemani (2003) no estudo de convecção forçada em uma placa aletada.

O balanço de forças em um canal do regenerador permite expressar a velocidade em função da perda de carga Δp e do raio hidráulico. Utilizando ainda a Eq. (4), na qual o raio hidráulico é expresso em função da porosidade, tem-se que:

$$V = \left[\frac{\Delta p \cdot e}{f \cdot L \cdot \rho} \cdot \frac{\sigma}{(1-\sigma)} \right]^{1/2} \quad (31)$$

sendo f o fator de atrito de Fanning. Assim, tem-se que:

$$\dot{m} \cdot c_p = A_L \cdot c_p \cdot \sigma \cdot \left[\frac{\Delta p \cdot e \cdot \rho}{f \cdot L} \cdot \frac{\sigma}{(1-\sigma)} \right]^{1/2} \quad (32)$$

sendo $A_L = A_T / 2$. A magnitude de UA_{tr} é dada por:

$$UA_{tr} = \frac{h}{2} \cdot P \cdot L = \frac{h \cdot A_L \cdot L \cdot (1-\sigma)}{e} \quad (33)$$

sendo h o coeficiente de transferência de calor nos dutos da matriz. Nesta análise, os coeficientes de transferência de calor h para as duas correntes que passam pelo regenerador são considerados da mesma ordem de grandeza. Este coeficiente pode ser avaliado usando a analogia de Colburn.

$$St = \frac{f}{2} \cdot Pr^{-2/3} = \frac{h}{\rho \cdot c_p \cdot V} \quad (34)$$

sendo St o número de Stanton. Substituindo a velocidade V da Eq. (31) na Eq. (34) chega-se a:

$$h = \frac{c_p}{2} Pr^{-2/3} \left[\frac{\Delta p \cdot e \cdot \rho \cdot f}{L} \cdot \frac{\sigma}{(1-\sigma)} \right]^{1/2} \quad (35)$$

Substituindo o coeficiente de transferência de calor h da Eq. (35) na Eq. (33), após algumas manipulações tem-se que:

$$UA_{tr} = \frac{A_L}{2} \cdot c_p \cdot Pr^{-2/3} \cdot (1-\sigma) \cdot \left[\frac{\Delta p \cdot \rho \cdot f \cdot L}{e} \cdot \frac{\sigma}{(1-\sigma)} \right]^{1/2} \quad (36)$$

Igualando então as Eqs. (32) e (36) tem-se a expressão para a estimativa da porosidade ótima,

$$\left(\frac{\sigma}{1-\sigma} \right)_{opt} \approx \frac{L}{e} \cdot \frac{f}{2} \cdot Pr^{-2/3} \quad (37)$$

Substituindo o termo $[\sigma/(1-\sigma)]$ da Eq. (37) nas Eqs. (32) ou (36), a escala para o máximo calor transferido pode ser determinada em seguida pela Eq. (27). A substituição do termo $[\sigma/(1-\sigma)]$ da Eq. (37) ao invés somente da porosidade σ nas Eqs. (32) ou (36) facilita as manipulações algébricas para a obtenção da expressão para a estimativa do calor máximo transferido, a qual é dada por:

$$q_{max} \approx \frac{1}{2\sqrt{2}} k \left(\frac{A_L}{L} \right) \Delta T_{max} \left(\frac{\Delta p \cdot L^2}{\mu \cdot \alpha} \right)^{1/2} Pr^{1/6} \sigma_{opt} \quad (38)$$

A porosidade ótima pode ser expressa em função da perda de carga. Combinando a Eq. (13) para o fator de atrito f com a Eq. (31) e eliminando a velocidade V , após manipulações algébricas tem-se o fator de atrito como função da perda de carga Δp ,

$$f = 0,0451 \cdot v^{2/7} \cdot e^{-3/7} \cdot \left(\frac{\sigma}{1-\sigma} \right)^{-3/7} \cdot \left(\frac{\Delta p}{L \cdot \rho} \right)^{-1/7} \quad (39)$$

Vale ressaltar que a Eq. (13) para o fator de atrito f foi utilizada nesta análise de escala, uma vez que, como será visto a posteriori, os valores ótimos de porosidade obtidos neste estudo são encontrados em regime de escoamento turbulento na faixa de $Re_{D_h} \leq 2 \cdot 10^4$.

Substituindo então f da Eq. (39) na Eq. (37), tem-se a porosidade ótima como função da perda de carga,

$$\left(\frac{\sigma}{1-\sigma} \right)_{opt} \approx 0,07 \cdot Pr^{-11/30} \cdot \left(\frac{L}{e} \right) \cdot \left(\frac{\Delta p \cdot L^2}{\mu \cdot \alpha} \right)^{-1/10} \quad (40)$$

que corresponde ao valor que maximiza o calor total transferido no regenerador. As escalas obtidas nas Eqs. (38) e (40) são usadas para definir parâmetros adimensionais q^* e σ^* .

$$q^* = \frac{q}{k \left(\frac{A_L}{L} \right) \Delta T_{max} \left(\frac{\Delta p \cdot L^2}{\mu \cdot \alpha} \right)^{1/2}} \tag{41}$$

$$\sigma^* = \frac{\left(\frac{\sigma}{1-\sigma} \right)}{\left(\frac{L}{e} \right) \cdot \left(\frac{\Delta p \cdot L^2}{\mu \cdot \alpha} \right)^{-1/10}} \tag{42}$$

A partir das equações (38) e (40), a magnitude dos parâmetros q_{max}^* e σ_{opt}^* pode ser estimada. Neste caso, o valor estimado para σ_{opt}^* foi de $\sigma_{opt}^* = 0,8$.

6. Resultados e Discussões

Dados geométricos e condições operacionais reais de um regenerador rotativo, fornecidos pela REPLAN (PETROBRAS), são mostrados na Tab. 1.

Tabela 1. Dados geométricos e condições de operação de um regenerador rotativo.

PARÂMETRO	VALOR
Rotação (rpm)	3
L (m)	1,35
R _c (m)	2,725
R _i (m)	0,665
T _{f,s} (°C)	81,6
T _{q,s} (°C)	483,9

O regenerador foi simulado pelo programa computacional com as condições operacionais mostradas na Tab. 1. Três casos distintos foram simulados. Em cada caso foi utilizado um valor fixo para a perda de carga nos dutos da matriz. Um valor para a perda de carga nos dutos foi estimado como sendo em torno de 100Pa a partir de uma situação real de funcionamento de um regenerador rotativo em operação na REPLAN. Sendo assim, para a simulação do regenerador foram utilizados valores próximos ao estimado, sendo admitidos os valores de 50, 100 e 150Pa para a perda de carga nos canais da matriz.

A Figura 2(a) mostra o comportamento do calor total transferido no equipamento com a variação da porosidade para cada caso simulado. Cada curva apresenta um valor máximo para o calor total transferido, os quais correspondem a um valor ótimo de porosidade (σ_{opt}).

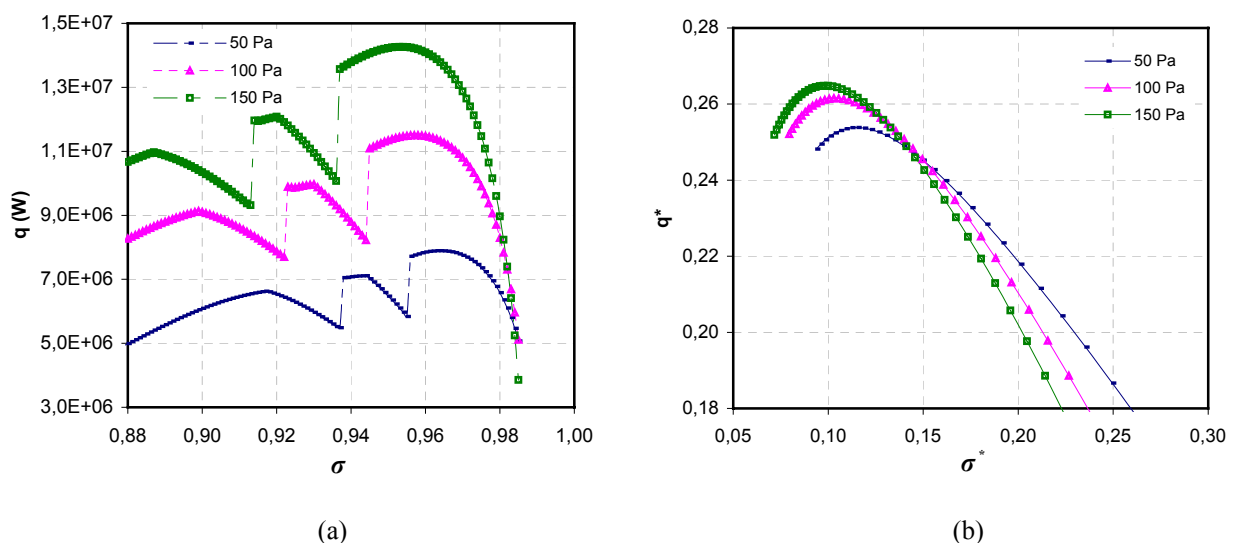


Figura 2. Comportamento do calor total transferido: (a) Parâmetros dimensionais; (b) Parâmetros adimensionais.

Observa-se na Fig. 2(a) que cada curva apresenta duas descontinuidades que delimitam três regiões distintas no gráfico. As descontinuidades correspondem aos períodos de transição de escoamento. Inicialmente, na primeira região, ambos os escoamentos encontram-se em regime laminar. Após a primeira descontinuidade, um dos escoamentos encontra-se em regime turbulento (segunda região) e na terceira região ambos os escoamentos encontram-se em regime turbulento. Nota-se que nas três regiões existe um pico para o calor total transferido no equipamento. Entretanto, os valores ótimos ocorrem sempre quando os dois fluidos encontram-se no regime turbulento de escoamento.

Observa-se também na Fig. 2(a) que as curvas superior (correspondente à perda de carga de 150Pa) e inferior (correspondente à perda de carga de 50Pa) indicam que a diferença entre o máximo calor transferido entre estes casos é cerca de $6,0 \cdot 10^6 W$, correspondendo a uma diferença percentual em torno de 43% em relação ao calor máximo obtido para a perda de carga de 150Pa e cerca de 75% em relação ao calor máximo obtido para a perda de carga de 50Pa. Introduzindo os parâmetros adimensionais q^* e σ^* , observa-se na Fig. 2(b) (somente a região para ambos os fluidos em escoamento turbulento) que todos os resultados para os valores ótimos do calor total transferido nos casos testados colapsam em uma região bem menor em relação ao eixo das ordenadas. Os valores que definem essa região são $0,25 \leq q_{max}^* \leq 0,27$ que correspondem a uma diferença cerca de 7,5%.

Um aspecto importante a ser observado é que, como os valores ótimos ocorrem sempre quando ambos os escoamentos encontram-se em regime turbulento e as correlações utilizadas para esse regime são baseadas no diâmetro hidráulico dos dutos da matriz, os resultados obtidos para os valores ótimos neste estudo apresentam um grau de generalidade maior que para dutos triangulares, podendo, portanto, serem utilizados para demais dutos com área de seção transversal arbitrária.

Os valores ótimos são relativamente próximos dos valores indicados pela análise de escala. As Tabelas 2 e 3 mostram uma comparação entre esses valores, obtidos pelo programa computacional e pela análise de escala, Eqs. (38) e (40). Nota-se que os valores ótimos obtidos através da análise de escala são bastante próximos dos obtidos pelo programa. Esse resultado confirma que as expressões obtidas a partir da análise de escala são adequadas para identificar a magnitude do calor máximo transferido que corresponde a um valor ótimo de porosidade.

Tabela 2. Comparação entre os valores de porosidade ótima.

$\Delta p (Pa)$	σ_{opt}		Diferença (%)
	Programa	Análise de Escala	
50	0,964	0,949	1,56
100	0,957	0,946	1,15
150	0,953	0,944	0,94

Tabela 3. Comparação entre os valores obtidos para o calor máximo transferido.

$\Delta p (Pa)$	$q_{max} (W)$		Diferença (%)
	Programa	Análise de Escala	
50	7,894E+06	9,811E+06	19,54
100	1,150E+07	1,382E+07	16,79
150	1,427E+07	1,689E+07	15,51

Embora a diferença em porcentagem seja pequena entre os valores ótimos de porosidade, é importante observar que uma pequena variação neste parâmetro pode implicar em uma diferença considerável no valor do calor máximo transferido. Isso demonstra a sensibilidade do desempenho do regenerador em relação à variação da porosidade. Esse aspecto indica ainda a importância da porosidade em projetos de regeneradores rotativos.

7. Conclusões

Neste trabalho, a influência da porosidade no desempenho de um regenerador rotativo foi investigada. Um programa computacional foi desenvolvido para a simulação do equipamento. O valor da perda de carga nos dutos da matriz do regenerador foi estabelecido e as vazões dos fluidos e os coeficientes de transferência de calor foram calculados a partir de correlações. Estes resultados foram utilizados para a obtenção do calor total transferido no equipamento baseado no método $\epsilon - NUT$ para o regenerador.

Variando-se a porosidade, foi verificado que existe um valor máximo para a troca térmica correspondente a uma porosidade ótima. Os resultados obtidos pelo programa computacional para o máximo calor transferido foram comparados com os obtidos baseado em um critério de otimização através de uma análise de escala. O programa computacional apresentou resultados que confirmaram as predições da análise de escala, indicando a existência de um valor máximo para o calor transferido. A magnitude dos valores obtidos para a porosidade ótima e calor máximo transferido foram da mesma ordem de grandeza dos preditos pela análise de escala.

Foi verificado ainda que os resultados obtidos para os valores ótimos apresentam um grau de generalidade maior que para dutos triangulares e podem ser aplicados também para dutos com área de seção transversal arbitrária, uma vez que as correlações utilizadas neste caso são baseadas no diâmetro hidráulico dos canais da matriz.

Os resultados obtidos constituem-se em uma contribuição no projeto de regeneradores rotativos. Sabendo que o desempenho do regenerador é bastante sensível à variação da porosidade, o conhecimento do valor ótimo deste parâmetro pode garantir, em um projeto, melhor desempenho do equipamento e economia de custos com material.

8. Referências

- Büyükalaca, O. e Yilmaz, T., 2003, "Design of Regenerative Heat Exchangers", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 24, No. 4, pp. 32-38.
- Coppage, J. E. e London, A. L., 1953, "The Periodic-Flow Regenerator: A Summary of Design Theory", *Transactions of the ASME*, Vol. 75, pp. 779-787.
- Ganzarolli, M. A. e Altemani, C. A. C., 2003, "Thermal Optimization of a Double Finned Heat Exchanger Plate", *Proceedings of ECOS*, pp. 1161-1168.
- Harper, D. B. e Rohsenow, W. M., 1953, "Effect of Rotary Regenerator Performance on Gas-Turbine-Plant Performance", *Transactions of the ASME*, Vol. 75, pp. 759-765.
- Incropera F. P. e DeWitt, D. P., 1996, "Fundamentos de Transferência de Calor e Massa", Ed. LTC, 4ª edição, Rio de Janeiro, Brasil.
- Kays, S. e London, A. L., 1984, "Compact Heat Exchangers", Ed. McGraw-Hill, 3rd, Nova York, U.S.A.
- Lambertson, T. J., 1958, "Performance Factors of a Periodic-Flow Heat Exchanger", *Transactions of the ASME*, Vol. 80, pp. 586-592.
- Rohsenow, W. M. e Hartnett, J. P., 1973, "Handbook of Heat Transfer", Ed. McGraw-Hill, Nova York, U.S.A.
- Shah, R. K. e London, A. L., 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Ducts: A Source Book for Compact Heat Exchanger Analytical Data (Advances in Heat Transfer)", Academic Press, Nova York, U.S.A.
- Skiepko, T., 1990, "Irreversibilities Associated with a Rotary Regenerator and the Efficiency of a Steam Power Plant", *Heat Recovery Systems and CHP*, Vol. 10, pp. 187-211.
- Sunden, B. e Karlsson, I., 1991, "Enhancement of Heat Transfer in Rotary Heat Exchangers by Streamwise-Corrugated Flow Channels", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 4, No. 3, pp. 305-316.
- Yilmaz, T. e Cihan, E., 1994, "Leveque Solution for Heat Transfer in Ducts of Arbitrary Cross-Sections", *Journal of Thermal Sciences and Technology*, Vol. 17, No. 2, pp. 19-23.

INFLUENCE OF THE POROSITY IN THE PERFORMANCE OF A ROTARY REGENERATOR

Paulo Cesar Mioralli

State University of Campinas - UNICAMP
Faculty of Mechanical Engineering - Department of Energy
PO Box: 6122 – ZIP CODE: 13083-970 – Campinas – SP – Brazil
mioralli@fem.unicamp.br

Marcelo Moreira Ganzarolli

State University of Campinas - UNICAMP
Faculty of Mechanical Engineering - Department of Energy
PO Box: 6122 – ZIP CODE: 13083-970 – Campinas – SP – Brazil
ganza@fem.unicamp.br

Abstract

The influence of the porosity in the performance of a rotary regenerator is investigated theoretically. The goal is to optimize the heat transfer in the equipment with established values for the pressure drop in the ducts of the matrix. The mass flow rate of fluids and the mean heat transfer coefficient were obtained from correlations. The regenerator was simulated with fixed geometric parameters, exception for the porosity, which was varied. The mass flow rate of fluids was calculated for different values of the matrix porosity with established pressure drop in the simulations. The calculations are performed using a computer program written in Fortran programming language. The total heat transfer in the regenerator was obtained for different porosities based on the Effectiveness-NTU method. It was verified that, for specified pressure drop, there is a value for porosity that corresponds to the maximum total heat transfer in the equipment. A scale analysis was performed to estimate the optimum porosity and the maximum total heat transfer in the regenerator. The results were compared to that obtained from the simulations and dimensionless parameters were introduced.

Keywords: rotary regenerator, heat exchanger, heat transfer.

TRATAMENTO SUPERFICIAL DE FIBRAS DE SISAL (Agave sisalana) PARA USO COMO ISOLANTE TÉRMICO

Dorivalda Santos Medeiros Neira

UFRN – PPGEM - Campus Universitário - Lagoa Nova – Natal /RN – 59072-970
dorivalda@dem.ufrn.br

George Santos Marinho

UFRN – Dep. de Engenharia Mecânica - Campus Universitário - Lagoa Nova – Natal /RN – 59072-970
gmarinho@ct.ufrn.br

Resumo. No presente trabalho são descritos os experimentos realizados para análise dos efeitos do tratamento superficial no desempenho térmico de mantas de fibra de sisal (*Agave sisalana*) utilizada como material isolante térmico. Mantas de sisal com gramatura 1300/1400 g/m², in natura e com tratamento superficial com 2% p/p de hidróxido de sódio (NaOH), foram utilizadas para isolar termicamente um tubo de aço aquecido por uma resistência elétrica interna. As mantas foram submetidas a três níveis de aquecimento: 22,5 W, 40 W e 62,5 W, respectivamente correspondentes às temperaturas de 77 °C, 112 °C e 155 °C. A estabilidade térmica foi verificada por meio de análise termogravimétrica (TGA) e a condutividade térmica foi determinada em ensaios realizados pelo LMPT–UFSC. As mantas apresentaram resistência ao aquecimento para os dois primeiros níveis de temperatura; a 155 °C, contudo, em ambas condições (in natura e tratada), as superfícies das mantas em contato com a superfície aquecida do tubo carbonizaram-se. A análise dos resultados dos ensaios para determinação de *k*, permitiu constatar que as mantas apresentaram valores bem próximos aos de materiais isolantes convencionais, como a lã de vidro e a lã de rocha.

Palavras chave: isolamento térmico, tubulações, fibras de sisal, *Agave sisalana*.

1. Introdução

Fibras vegetais e produtos naturais como a palha de carnaúba, vêm sendo consideradas para fins de isolamento térmico, uma vez que são leves, flexíveis, de baixo custo, abundantes e apresentam uma estrutura “micrográfica” caracterizada por muitos vazios, o que induz maior resistência térmica ao fluxo de calor. De acordo com Sahin e Kalyon (2004), aspectos como volume, peso, restrições de manufatura e instalação devem ser levados em consideração quando se busca reduzir custos com isolamento térmico. Com este objetivo, a PETROBRÁS começou a utilizar esteiras de palha de carnaúba (*Copernicia cerifera*) como proteção mecânica do sistema de isolamento térmico de dutos de transporte de vapor d’água (280 °C). As esteiras de carnaúba substituíram o sistema convencional de revestimento, constituído por lâminas de alumínio, o que implicou na redução de até 40% dos custos da empresa com materiais para isolamento térmico (Jornal Tribuna do Norte, 2004).

Várias pesquisas têm mostrado a potencialidade da aplicação de materiais vegetais para fins de isolamento térmico. Estudos realizados por Mendes e Marinho (2002) e Ferreira e Marinho (2004) atestaram que compósitos de fibra de coco/látex apresentam boas propriedades térmicas quando utilizados para esse fim. Yachmenev *et al.* (2002) estudaram as propriedades de isolamento térmico de compósitos fabricados a partir de não-tecido (*needlepunched*) de kenaf, juta, linho, resíduos de algodão e a combinação desses materiais com fibras sintéticas termoplásticas de poliéster e de polipropileno reciclados, em aplicações automotivas. Mangal *et al.* (2002) estudaram as propriedades térmicas da fibra da folha do abacaxi em compósitos com matriz à base de fenol-formaldeído (PF), observaram que houve uma diminuição na condutividade térmica do compósito com o aumento da fração de volume de fibras na matriz. Kodah *et al.* (1999) analisaram as propriedades térmicas da espuma de poliuretano e a combinação dessa com feno e bambu, concluindo que os dois compostos reforçados com esses materiais têm suas propriedades de isolamento térmico melhoradas, havendo um aumento da resistência térmica e significativa diminuição de custos com isolamento térmico quando comparados à espuma de poliuretano.

Nos estudos mencionados, a temperatura de aplicação desses materiais não ultrapassa 200 °C. Sadov *et al.* (1978), afirma que a estabilidade térmica da celulose é muito limitada e depende do tempo de exposição ao calor. O aquecimento prolongado, mesmo à temperatura de 100 °C, poderá deteriorar a propriedade de inchamento das fibras. Entre 180 °C e 200 °C, a celulose resiste ao aquecimento de curta duração. Entretanto, alguns autores afirmam que, devido à sua estrutura e composição, as fibras vegetais podem resistir a temperaturas até 200 °C, sem perda significativa das principais propriedades mecânicas e térmicas (Rowell *et al.*, 1996 *apud* Silva e Beltrão, 1999) e (Yang *et al.*, 1995 *apud* Yan Li *et al.*, 2000).

Devido à limitada faixa de temperatura de aplicação dos materiais vegetais, alguns autores vêm estudando a influência de tratamentos superficiais com álcali no desempenho térmico desses materiais. Nos estudos realizados por Neira (2005), Bismarck *et al.* (2001), Amico *et al.* (2004) há sugestões de que o tratamento melhora a estabilidade térmica de fibras de sisal. Segundo Bismarck *et al.* (2001), até o momento não existem normas ou procedimento padrão para realização de tratamentos superficiais em fibras vegetais e, portanto, ainda é preciso otimizar os processos de tratamento superficial. Dependendo da temperatura, é sabido que álcalis em baixas concentrações produzem efeitos benéficos às fibras vegetais, promovendo a remoção de ceras, gorduras, e outras substâncias de sua superfície. Segundo Sadov *et al.* (1978), em soluções concentradas de NaOH (acima de 10%) à temperatura ambiente, as fibras se expandem, começam a ficar elástica e sofrem uma pequena contração no comprimento, indicando o início do processo de degradação da celulose.

Neste trabalho, mantas de fibras de sisal foram tratadas à frio em solução de NaOH 2% p/p. Posteriormente, as análises foram conduzidas comparando a influência do tratamento superficial no desempenho térmico das mantas tratadas e *in natura*, visando a aplicação como isolante térmico de tubulações aquecidas.

2. Materiais e métodos

2.1. Materiais

A manta de fibra de sisal *in natura*, fabricada pelo processo de agulhagem, foi fornecida pela empresa Tecsal – Tecelagem de Sisal da Bahia, com gramatura de 1300/1400 g/m² (1358,30 ± 1,78 g/m²) e espessura de aproximadamente 10 milímetros. (Fig. 1).



Figura 1. Manta de fibra de sisal

Nas análises foram consideradas mantas *in natura* e com tratamento superficial, ou seja, mantas submetidas a tratamento superficial das fibras em solução de 2% NaOH p/p e mantas com fibras *in natura*, na forma como era fornecida pela empresa. Para cada análise, as amostras foram retiradas de um mesmo lote e os resultados comparados. A opção pelo tratamento superficial das fibras foi feita seguindo sugestões de autores como Bismarck *et al.* (2001) e Amico *et al.* (2004), segundo os quais o tratamento melhora a estabilidade térmica das fibras de sisal, ou seja, a estabilidade químico-estrutural frente a um estímulo térmico.

2.2. Condutividade térmica

Foram realizados ensaios para determinação da condutividade térmica das mantas de sisal *in natura* e tratada utilizando um Condutivímetro Fluximétrico. Os ensaios foram realizados no Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas de Materiais (LMPT), da UFSC, seguindo os procedimentos descritos na norma NBR 12094, com temperatura média de ensaio de 30 °C e incerteza de medição de 3%.

2.3. Análise termogravimétrica

Foram realizados ensaios para determinação da estabilidade térmica das fibras de sisal *in natura* e tratadas. Utilizou-se 10 mg de cada amostra, estas foram colocadas em um recipiente de alumínio e levadas ao interior do forno do equipamento, submetidas a uma taxa de aquecimento de 5 °C/min desde 30 °C até 600 °C, em ar atmosférico. O limite de resistência ao calor, definido a partir do momento em que se inicia a degradação das fibras, foi verificado a partir das curvas de perda de massa em função da temperatura. Os ensaios foram realizados em equipamento de marca Shimadzu TGA – 50H.

2.4. Aparato experimental

Para analisar o desempenho térmico das mantas foi montado um aparato (ver Fig. 2) constituído de um tubo de aço inoxidável (diâmetro de 60 mm, comprimento de 230 mm e espessura de 5 mm) sobre base metálica. Uma resistência elétrica (40Ω) foi inserida no tubo e ligada a uma fonte regulável de tensão (modelo EICO 1078), com voltagem máxima de 140 V e amperagem máxima de 7,5 A. Um multímetro foi utilizado para monitoramento da voltagem da fonte.

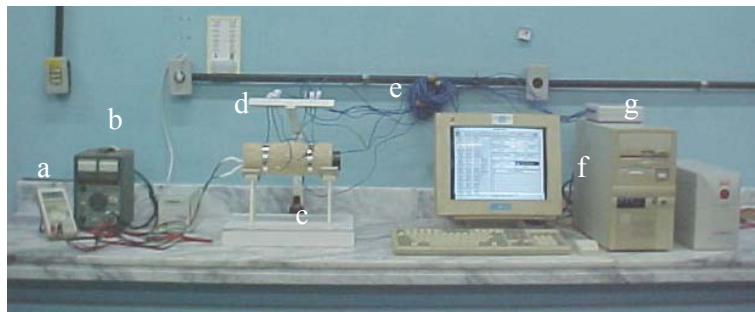


Figura 2. Aparato experimental: a) multímetro, b) fonte regulável de tensão, c) suporte metálico do tubo de aço inoxidável, d) suporte para os sensores de temperatura, e) sensores de temperatura, f) microcomputador e g) sistema de aquisição de dados.

2.4.1. Medição, acompanhamento e registro de temperaturas

Os sensores de temperatura tipo T (cobre/costantán) foram fabricados e calibrados no LTC/NTI/UFRN Natal-RN. Para a calibrar os sensores, utilizou-se um Calibrador PRESYS – banho térmico tipo bloco seco, modelo T- 350P/T-650P. Foram realizadas três medições de 30 a 170 °C com variação de 20 °C. A partir dos resultados obtidos foi calculada a incerteza de cada termopar, cujos valores estão apresentados na Tab. 1. A incerteza foi calculada para cada ponto calibrado; porém, considera-se a incerteza do termopar, o maior valor obtido entre as incertezas de cada ponto calibrado.

Tabela 1. Resultados das incertezas dos termopares

Termopar	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
Incerteza (°C)	± 0,92	± 0,81	± 0,81	± 0,72	± 0,75	± 0,84	± 0,80	± 0,92

Nas figuras 3 e 4, ilustra-se, respectivamente, a fixação dos termopares à superfície do tubo e no tubo + manta. Na figura 3, os termopares foram alojados em sedes com 1mm de profundidade e fixados com resina epóxi e óxido de cobre, com a finalidade de melhorar o contato dos mesmos com a superfície. Nesta situação, foi analisada a estabilidade térmica da superfície do tubo. Verificando que os pontos de medição situados na parte inferior do tubo apresentaram valores maiores, quando comparados aos valores de temperatura da parte superior, esta condição pode ser explicada com base nas correlações sugeridas por Churchill e Chu (1975) *apud* Incropera e DeWitt (1998), para um cilindro horizontal longo e isotérmico. As variações de temperatura foram consideradas aceitáveis. Na figura 4, esta representada a distribuição dos termopares para a análise do desempenho térmico das mantas, conforme a seguinte notação:

- a) T1 e T8 – alojados na superfície do tubo em sede com 1mm de profundidade e fixados com uma mistura de resina epóxi e óxido de cobre, segundo recomendações de Marinho e Celere (1997);
- b) T2 e T5 - fixados na interface manta/tubo (superfície interna na manta);
- c) T3 e T6 - fixados no interior da manta (aproximadamente na metade da sua espessura);
- d) T4 e T7 - fixados na superfície da manta.

O sistema de medição de temperatura foi composto por um microcomputador equipado com placa de aquisição de dados (Strawberry Tree: DynaRes; Software: WorkBench) de oito canais, para termopar, dotada de sistema de compensação automática de junta fria.

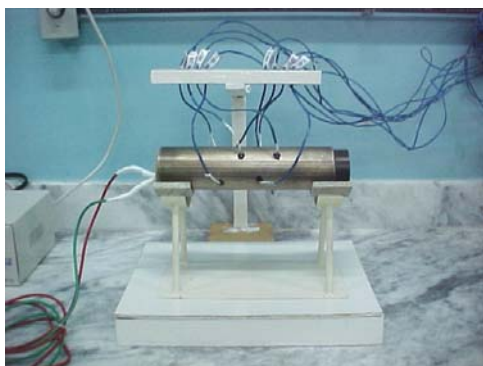


Figura 3. Distribuição dos termopares no tubo

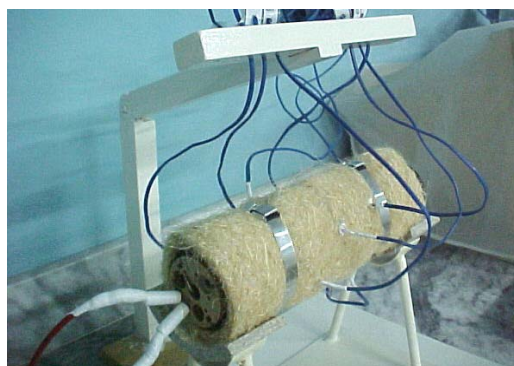


Figura 4. Distribuição dos termopares no tubo + manta

Seguindo recomendações das normas ASTM B 209 e CONTEC/N-250e (1995) para aplicação e montagem de materiais isolantes térmicos flexíveis, a manta foi fixada com cinta de alumínio (12,7 mm de largura e 0,50 mm de espessura); por sua vez, as cintas eram fixadas com selo de alumínio (12,7 mm de largura e 1 mm de espessura). Cada cinta foi colocada a 50 mm da extremidade do tubo (Fig. 4).

3. Resultados e análise

Como descrito na introdução, o presente trabalho teve por objetivo o estudo da viabilidade do uso de mantas de sisal como material de isolante térmico aplicado à tubulações industriais aquecidas, comparando-se as situações das fibras *in natura* e com tratamento superficial.

3.1. Condutividade térmica

Para as duas condições analisadas não foram observadas diferenças significativas entre os resultados obtidos para ambas as mantas (*in natura* e tratada). Porém, apresentaram valores de condutividade térmica baixos. Na tabela 2 são apresentados os resultados da média de três medições, para cada tipo de manta (*in natura* e tratada), realizadas no Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas (LMPT-UFSC, utilizando o condutivímetro fluximétrico), com temperatura média de ensaio de 30 °C e incerteza de medição de 3%, seguindo recomendações da norma NBR 12094.

Tabela 2. Valores de condutividade térmica das mantas de sisal *in natura* e tratada

Manta	Tratamento	k (W/mK)
1300/1400 g/m ²	<i>In natura</i>	0,042
	Tratada	0,044

A partir dos resultados, observa-se que os valores de k não foram muito diferentes dos valores apresentados por materiais isolantes térmicos convencionais como a lã de vidro e a lã de rocha, cujos valores são, respectivamente, 0,038 W/m.K e 0,048 W/m.K (Incropera e Dewitt, 1998).

3.2. Análise termogravimétrica

Conforme se observa na Fig. 5, as curvas de TGA referentes às fibras de sisal tratadas e *in natura* apresentaram três patamares de decomposição (I, II e III). O primeiro patamar até 105 °C, é referente à perda de umidade das fibras. Como reportado por Bledzki e Gassan (1998) *apud* Bismarck *et al.* (2001), o processo de degradação polimérica da fibra não ocorre até 160 °C. Entretanto, em temperaturas acima de 200 °C, a degradação polimérica induz a uma considerável perda de massa (em torno de 30%). Entre 240°C e 340°C, observa-se um segundo patamar, associado à degradação da celulose e seus derivados, seguido da degradação da lignina e outras substâncias entre 340°C a 600°C, restando apenas o resíduo final de cinzas. As duas curvas apresentam praticamente o mesmo comportamento, porém as fibras de sisal tratadas com 2% de NaOH apresentaram maior estabilidade térmica na faixa entre 220°C e 320°C, em relação às fibras sem tratamento.

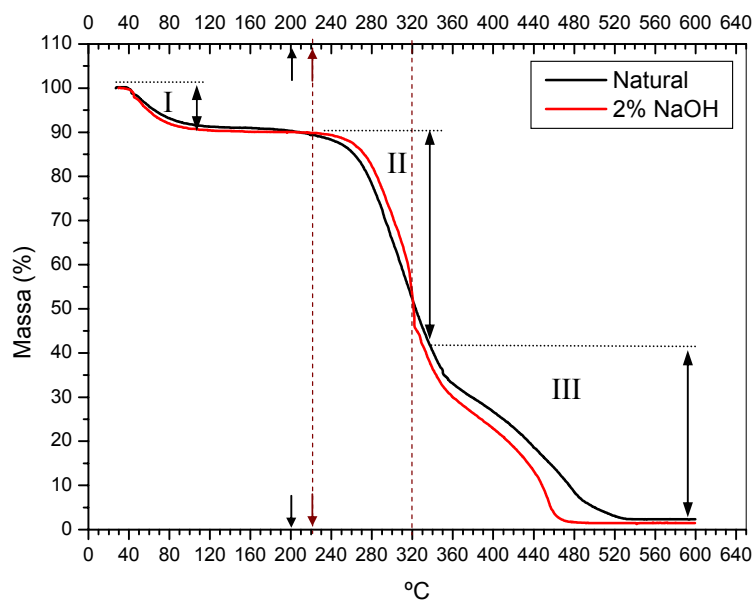


Figura 5. Curvas de TGA das fibras de sisal *in natura* e tratada.

O limite de resistência ao calor apresentado pelas fibras *in natura* correspondeu à temperatura de 200°C, enquanto para fibras tratadas foi de 220°C, como verificado na Fig. 5. A maior estabilidade térmica apresentada pelas fibras tratadas pode ser explicada com base nas observações de Bismarck *et al.* (2001), segundo as quais, o tratamento superficial com NaOH produz uma remoção de parte da matéria orgânica aderida à fibra, que se decompõe antes da celulose e seus derivados.

3.3. Análise do desempenho térmico

Mantas de sisal *in natura* e com tratamento superficial foram submetidas ao aquecimento por potências de 22,5 W (voltagem de 30 V), 40 W (voltagem de 40 V) e 62,5 W (voltagem de 50 V). Como esperado, os valores de temperatura na superfície do tubo foram maiores que os medidos na manta. São apresentados na Tab. 3 os valores máximos de temperatura na superfície externa do tubo e da manta, com suas respectivas potências. Esses valores corresponderam às médias de temperatura lidas nos últimos 100 minutos de cada experimento.

Tabela 3. Temperaturas máxima e mínima dos experimentos.

Gramatura (g/m ²)	Manta	Potência (W)	T _{máx} superfície externa do tubo - T1 e T8 (°C)	T _{máx} superfície externa da manta - T4 e T7 (°C)	ΔT médio (°C)
1300/1400	<i>In natura</i>	22,5	79,2	38,2	41,0
		40,0	114,4	38,5	75,9
		62,5	149,1	51,4	97,7
	Tratada	22,5	79,4	39,6	39,8
		40,0	109,4	44,6	64,8
		62,5	155,0	51,2	103,8

Analisando-se os resultados para manta submetida à potência de 22,5 W, verifica-se a partir da Tab. 3 e da Fig. 6 a Fig. 8 que para ambas as situações (manta tratada e *in natura*) os valores de temperatura apresentaram-se próximos. Houve uma diferença média de 41,0 e 39,8 °C entre as temperaturas da superfície do tubo e da manta, respectivamente para os casos *in natura* e tratada (Fig. 6). Para as mantas submetidas a 40 W (Fig. 7), as diferenças médias foram de 75,9 e 64,8 °C entre a superfície do tubo e da manta, respectivamente para os casos *in natura* e tratada. Já as mantas submetidas a 62,5 W (Fig. 8), as diferenças foram de 97,7 e 103,8 °C entre a superfície do tubo e da manta, respectivamente, *in natura* e tratada.

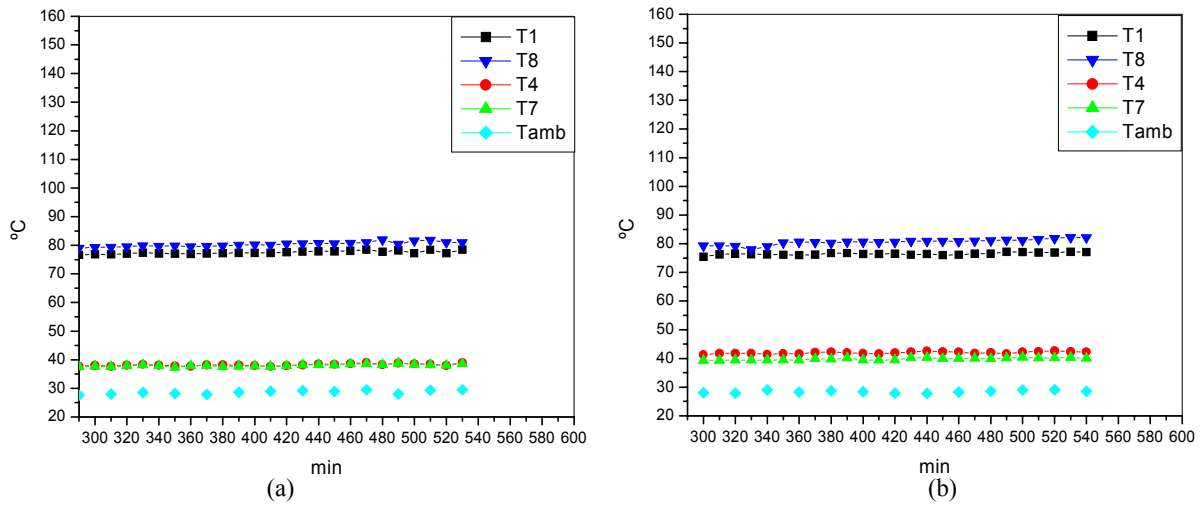


Figura 6. Perfis de temperatura para potência de 22,5 W: (a) *in natura* (b) tratada

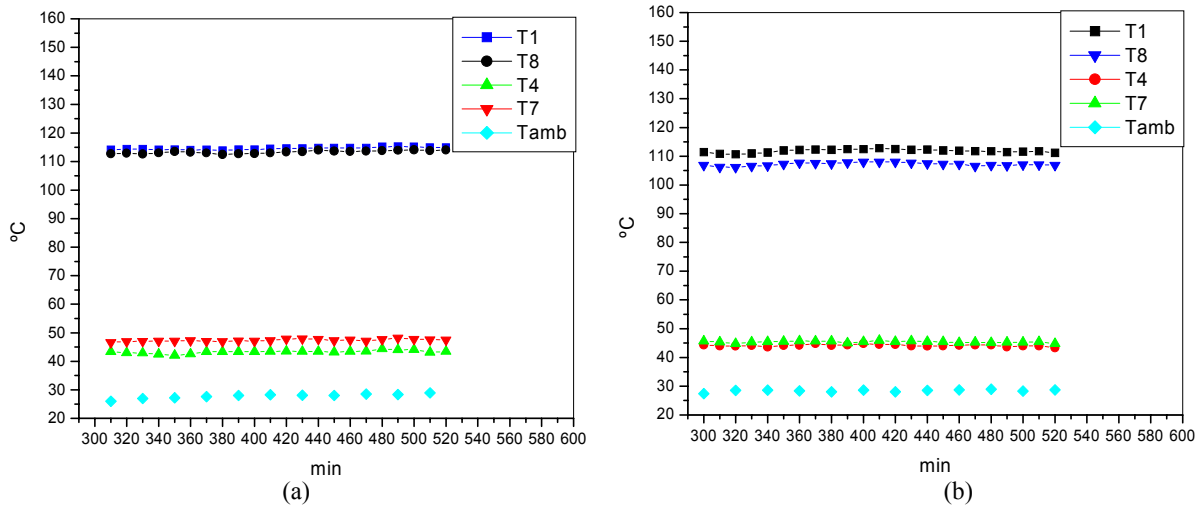


Figura 7. Perfis de temperatura para potência de 40 W (a) *in natura* (b) tratada

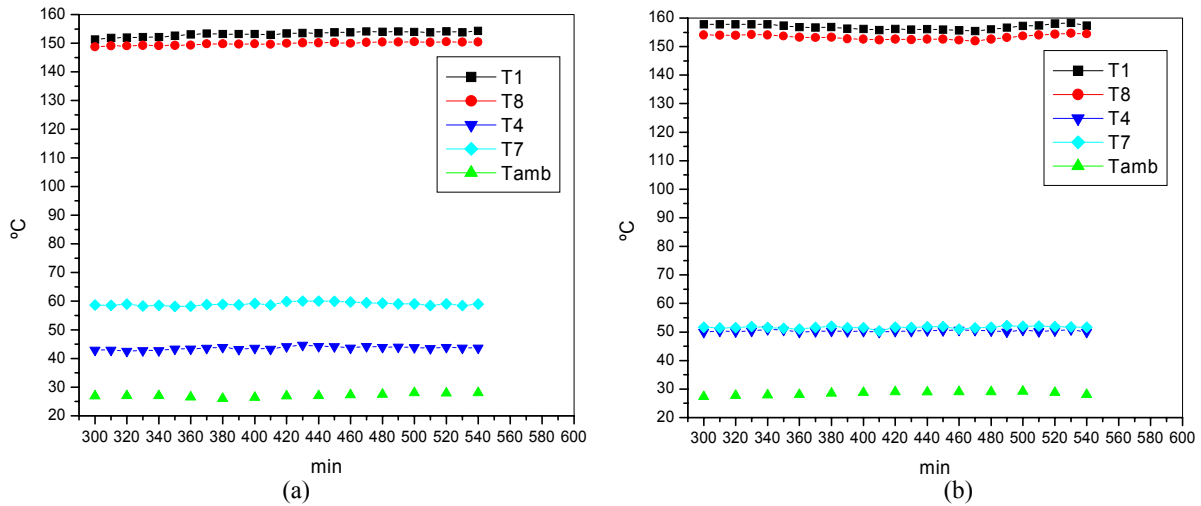


Figura 8. Perfis de temperatura para potência de 62,5 W: (a) *in natura* (b) tratada

Observou-se, a partir da análise de desempenho térmico que as variações de temperatura entre as duas condições analisadas (*in natura* e tratada) podem ser atribuídas a problemas de contato entre termopar e manta e às variações de massa por unidade de área da manta, nos pontos de medição, caso da Fig. 8 (a). Entretanto, para ambas as situações, diferenças significativas de temperatura foram observadas, ou seja, as mantas de fibras de sisal têm alta capacidade de retenção de calor e baixa capacidade em transferi-lo.

Observações foram feitas quanto à degradação térmica da superfície da manta em contato com a superfície aquecida do tubo, em cada situação de aquecimento. Na figura 9, observa-se que a superfície do tubo a 77°C, praticamente não houve alteração de coloração para ambas as mantas. A 112°C, observa-se que a manta *in natura* se degradou mais que a manta tratada, conseqüentemente, a 155°C a mesma situação foi observada. Ou seja, o tratamento superficial com 2% de NaOH p/p, tornou as fibras termicamente mais resistentes, fato este, também observado na análise termogravimétrica.



Figura 9. Amostras das mantas de sisal após experimentos: (a) *in natura* (b) Tratadas

Das análises realizadas, conclui-se que, durante o tratamento superficial das fibras de sisal, materiais orgânicos (ceras, gorduras, fibrilas, etc) aderidos à superfície da fibra são removidos. A eliminação desses materiais possivelmente faz com que as fibras, no caso *in natura* carbonizem primeiro, resultando daí sua cor mais escura após os ensaios.

4. Conclusões

Com base nos valores determinados experimentalmente para condutividade térmica das mantas de sisal *in natura* e tratada foi possível classificá-las como materiais isolantes térmicos. A partir das análises de TGA verificou-se que o limite de resistência ao calor foi de 200 °C para fibras *in natura* e de 220 °C para fibras tratadas. Deve-se destacar que a resistência ao calor de qualquer material depende do tempo de exposição, fato que foi confirmado nas análises realizadas, onde após 30 horas submetidas a 112 °C, as fibras em ambas condições iniciaram o processo de carbonização. Ambas as mantas apresentaram desempenho térmico satisfatório quando aplicadas ao isolamento de tubulações aquecidas com potências de 22,5 W, 40 W e 62,5 W. Acredita-se que melhores resultados poderão ser observados se o tratamento superficial das fibras for realizado antes do processo de fabricação da manta. A partir de uma análise visual, observou-se que praticamente não houve alteração de coloração na superfície das mantas (tratada e *in natura*) em contato com a superfície do tubo aquecida à temperatura média de 77 °C durante 30 horas. Entretanto, à temperatura média de 112 °C, a cor da superfície da manta *in natura* passou de creme a marrom clara, processo atribuído ao início da carbonização das fibras em contato com a superfície aquecida do tubo. Esta modificação foi menos intensa no caso da manta tratada. Quando a superfície do tubo era mantida à temperatura média de 155 °C, em ambos os casos ocorreu carbonização das fibras, com um pouco menos de intensidade no caso da manta tratada.

5. Agradecimentos

Ao CNPq pelo financiamento da bolsa de mestrado e ao PPgEM/UFRN pelo apoio.

6. Referências

- ASTM – American Society for Testing and Materials, ASTM B 209 – Aluminum Alloy, Sheet and Plate.
- ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 12.984 - Determinação da gramatura de não-tecidos.
- Amico, S.C., Mochnacz, S. e Sydenstricker, T.H.D., 2004, “Tratamento melhora propriedades de fibras de sisal para uso em compósitos”, Revista Plástico Industrial, pp.72-80.
- Bismarck, A., Mohanty, A. K., Askargorta, I. A., Czapla, S., Misra, M., Hinrichsen, G., Springer, J., 2001, “Surface characterization of natural fibers; surface properties and the water up-take behavior of modified sisal and coir fibers”, Green Chemistry, Vol. 3, pp. 100-107.
- Bledzki, A. K., Gassan, J., 1998, “Natural fiber reinforced plastics – Handbook of Engineering Polymeric Materials”, New York, Marcel Dekker, N. P. Cheremisinoff, pp. 787-810.
- Bledzki, A.K.; Reihmane, S. e Gassan, J., 1998, “Thermoplastics Reinforced with Wood Fillers: A Literature Review”, Polymer-Plastic Technology, Vol. 37, No.4, pp. 451-468.
- Churchill, S. W. and Chu, H. H. S., 1975, “Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a horizontal cylinder”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 18, p.1049.
- CONTEC - Comissão de Normas Técnicas da Petrobrás - N-250 e, 1996, “Montagem de isolamento térmico a alta temperatura”
- Ferreira, L. B. M. e Marinho, G. S., 2004, “Compósito vegetal para isolamento térmico de cobertura”, Natal, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFRN, Dissertação de mestrado, 69p.
- Incropera, F. P. e Dewitt, D. P., 1998, “Fundamentos de Transferência de calor e massa”, Ed. LTC – Livros Técnicos e Científicos S.A., 4ª ed., Rio de Janeiro, Brasil.
- Jornal Tribuna do Norte, 17 outubro de 2004, “Dutos são revestidos com esteira”. Hudson Helder, repórter de Economia, Natal, Brasil.
- Kodah, Z. H., Jarrah, M. A. e Shanshal, N.S., 1999, “Thermal characterization of foam-cane (Quseab) as an insulant material”, Energy conversion and Management, Vol. 40, pp. 349-367.
- Mangal, R., Saxena, N. S., Sreekala, M. S., Thomas, S. and Kedar Singh, 2002, “Thermal properties of pineapple leaf fiber reinforced composites”, Materials Science and Engineering, A00, pp.1-5.
- Marinho, G. S. e Celere, S. W., 1997, “Intensificação do fluxo de ar por convecção natural entre placas assimetricamente aquecidas em um canal vertical: análise dos efeitos da potência térmica, posição e emissividade.”, Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos - EESC, Brasil.
- Mendes, J.U.L. e Marinho, G. S., 2002, “Desenvolvimento de um Compósito Biodegradável para Isolamento Térmico”, PPGCEM - Programa de Pós Graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais, UFRN, Tese de doutorado, 141 p.
- Neira, D. S. M., 2005, “Fibras de sisal (Agave sisalana) como isolante térmico de tubulações”, PPGEM – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Dissertação de mestrado, UFRN, Natal – RN, Brasil, 79 p.
- Sadov, F., Korchagin, M. and Matetsky, A, 1978, “Chemical Technology of Fibrous Materials”, Mir, Moscou, 668 p.
- Sahin, A. Z. and Kalyon, M., 2004 “The Critical Radius of Insulation in Thermal Radiation Environment”, Heat and Mass Transfer, Vol. 40, pp. 377-382.
- Silva, O. R. R. F. da, e Beltrão, N. E. M., 1999, “O Agronegócio do Sisal no Brasil”, Embrapa-SPI, Campina Grande: Embrapa-CNPQ, 205 p.
- Yachmenev, V.G., Parikh, D.V., and Calamari, T. A. Jr., 2002, “Thermal Insulation Properties of Biodegradable, Cellulosic-Based Nonwoven Composites for Automotive Application”, Journal of Industrial Textiles, Vol.31, No.4, pp. 283-296.
- Yan Li, Yiu-Wing Mai and Lin Ye, 2000, “Sisal fibre and its composites: a review of recent developments”, Composites Science and Technology, Vol. 60, pp. 2037-2055.

SURFACE TREATMENT OF SISAL FIBER (Agave sisalana) TO USE AS THERMAL INSULANT

Neira, Dorivalda Santos Medeiros

UFRN – PPGEM, Campus Universitário, Lagoa Nova, Natal-RN, Brasil, 5902-970
dorivalda@dem.ufrn.br

Marinho, George Santos

UFRN – Dep. de Engenharia Mecânica, Campus Universitário, Lagoa Nova, Natal-RN, Brasil, 59072-970
gmarinho@ct.ufrn.br

Abstract

In the present work, it was experimentally analyzed the thermal behavior of fiber sisal mats (Agave sisalana) with and without surface treatment with 2% pp of oxide hidroxide (NaOH). Mats with density 1300/1400 g/m² were submitted to three rates of heat transfer (22.5 W, 40 W and 62.5 W). The analysis of the results allowed comparing the mats treated and untreated in each situation. Experiments were carried out to obtain the thermal conductivity (k) of the mats. Thermo gravimetric analyses were made to the verification of thermal stability. Based on the

results it was possible to relate qualitatively the effect of the heat transfer through the sisal mats subjected to three heat transfer rates, corresponding to three temperature values (approximately 77 °C, 112 °C e 155 °C). To the first and second values of temperature it was verified a considerable reduction on the rate of heat transfer; nevertheless, to the third value of temperature, the surface of the mats (treated and untreated) in contact with the heated surface of the tube were carbonized. It was also verified, through the analyses that the k measurements values of treated and untreated mats have had values near to the conventional isolating materials, as glass wool and rock wool. It can be concluded that it is possible to use sisal mats as a constitutive material on thermal insulation systems in applications where the temperature do not reach values greater than 112 °C.

Keywords: thermal insulation, pipeline, sisal fiber, Agave sisalana.

OTIMIZAÇÃO DA EXCENTRICIDADE EM ARRANJOS ALETADOS SUBMETIDOS À CONVECÇÃO FORÇADA EM REGIME TURBULENTO

R. L. S. Mainardes

Universidade Federal do Paraná – Departamento de Engenharia Mecânica
Curitiba, PR – Brasil
ROQUE@ufpr.br

R. S. Matos

Universidade Federal do Paraná – Departamento de Engenharia Mecânica
Curitiba, PR – Brasil
rudmar@demec.ufpr.br

J. V.C. Vargas

Universidade Federal do Paraná – Departamento de Engenharia Mecânica
Curitiba, PR – Brasil
jvargas@demec.ufpr.br

J. C. Ordonez

Florida State University – Mechanical Engineering Department
Tallahassee, FL – USA
ordonez@caps.fsu.edu

Resumo. Este trabalho apresenta um estudo de otimização geométrica experimental para maximizar a taxa de transferência total de calor entre um feixe de tubos aletados sob uma restrição de volume fixo e para condições pré-estabelecidas de fluxo externo, para configurações gerais de arranjos de tubos circulares e elípticos. O procedimento de otimização se iniciou pelo reconhecimento da disponibilidade limitada do espaço de projeto com a restrição do volume total fixo. Os resultados experimentais foram obtidos para configurações circulares e elípticas com um número fixo de tubos (12), começando-se com uma configuração triangular equilátera que preencheu uniformemente o volume fixo. Várias configurações experimentais foram construídas por redução do espaçamento entre tubos, identificando-se assim o espaçamento ótimo para a máxima transferência de calor. Semelhantemente, foi possível investigar a existência do ótimo com respeito, à excentricidade dos tubos. Os resultados são apresentados para o ar como o fluido externo, na faixa de $2650 \leq Re_{2b} \leq 10600$, onde $2b$ é o eixo menor do tubo de seção elíptica. Arranjos circulares e elípticos com a mesma área de obstrução da seção transversal do fluxo foram comparados com base na transferência de calor total máxima. Para baixas velocidades na entrada dos arranjos as perdas de pressão esperadas são aproximadamente equivalentes com tal critério, mas para velocidades mais altas e no regime turbulento as perdas de pressão variam com a forma da seção transversal. A minimização da potência de bombeamento não foi considerada no presente estudo. Resultados de otimização experimental para arranjos de tubos circulares e elípticos aletados são apresentados. As medições experimentais mostram a existência de um par ótimo de espaçamento entre tubos e de excentricidade, para arranjos de tubos com o espaçamento entre aletas fixo.

Palavras chave: Transferência de Calor, Perda de Pressão, Otimização de Parâmetros de Projeto.

1. Introdução

Com o desenvolvimento da sociedade humana todas as suas necessidades são aumentadas. Comida, água, abrigo, energia são necessidades comuns a qualquer pessoa ou país em todo mundo. Enfocando na energia, sua disponibilidade requer investimentos contínuos pelos governos para satisfazer a indústria e necessidades dos consumidores. Além de gerar mais potência e conseguir novas fontes de energia, foram direcionados muitos esforços para economizar energia por otimização de seu uso, principalmente em processos industriais. Trocadores de calor de fluxo cruzado são partes de numerosos processos de engenharia na indústria e são responsáveis por uma parte do grande consumo de energia total onde quer que eles estejam presentes.

Um desempenho global melhor é conseguido quando as resistências do fluxo e da transferência de calor são minimizadas juntas, isto é, quando a imperfeição está distribuída no espaço otimamente (Bejan, 2000). A distribuição ótima da imperfeição representa a arquitetura do fluxo, ou o projeto “construtal”.

Trocadores de calor de tubos elípticos aletados foram estudados por Brauer (1964); Jang e Yang (1998); Bordalo e Saboya (1999) e Saboya e Saboya (2001), mostrando que além de um ganho relativo observado na transferência de calor nos arranjos de tubos elípticos, em comparação aos arranjos de tubos circulares, uma redução relativa na perda de pressão de até 30 % também foi observada. Rocha et al. (1997) desenvolveram um modelo matemático híbrido para arranjos de tubos circulares e elípticos aletados baseado na conservação de energia e nos coeficientes de transferência

de calor. Tais coeficientes são obtidos experimentalmente por meio da técnica de sublimação do naftaleno e analogia com a transferência de calor e massa (Saboya e Sparrow, 1976 e Saboya e Saboya, 2001). Rocha et al. (1997) também obtiveram numericamente a distribuição de temperatura e a eficiência da aleta para 1 e 2 fileiras de tubos elípticos em trocadores de calor aletados. Os resultados da eficiência da aleta foram comparados com os resultados de Rosman et al. (1984) para trocadores de calor de tubos circulares aletados, onde um ganho relativo na eficiência da aleta de até 18 % para transferência de calor foi observado com o arranjo de tubos elípticos.

A literatura técnica mostra que tubos elípticos foram estudados fundamentalmente por vários autores. Recentemente, arranjo de tubos elípticos alinhados foi caracterizado experimentalmente por Khan et al. (2004) para água e ar, obtendo uma correlação Nu-Re para tais arranjos. Tubos elípticos verticais e inclinados foram também estudados experimentalmente de forma isolada em convecção livre, para o interior por Elshazly et al. (2005) e para o exterior da superfície por Elsayed et al. (2003), produzindo correlações para o número de Nusselt com respeito ao número de Rayleigh e mostrando o efeito de orientação do tubo para o número médio de Nusselt.

Bordalo e Saboya (1999) apresentaram medições para a perda de pressão comparando configurações elípticas e circulares de trocadores de calor de tubos aletados, com 1, 2 e 3 fileiras de tubos. Reduções de até 30 % do coeficiente de perda de pressão (coeficiente de queda de pressão por unidade de fileira devido somente à presença dos tubos) foram observadas, em favor da configuração elíptica. A comparação foi realizada entre arranjos de tubos circulares e elípticos com a mesma área de obstrução do escoamento livre, para $200 \leq Re_\delta \leq 2000$ ($1.8 \text{ ms}^{-1} \leq u_\infty \leq 18.2 \text{ ms}^{-1}$, com $\delta = 1.65 \text{ mm}$) que cobre a faixa de velocidades do ar de interesse para aplicações em ar condicionado. Adicionalmente observa-se que a redução na perda de pressão é mais elevada quando Re_δ aumenta e desprezível para $Re_\delta \sim 200$, para arranjos de três fileiras.

Os efeitos da forma do tubo no desempenho de um trocador de tubos aletados foram estudados numericamente por Min e Webb (2004), comparando arranjos de tubo redondo com elíptico (plano e oval) com o mesmo perímetro, para baixas velocidades de ar frontal (1, 2 e 3 ms^{-1}), e números de Reynolds baseados no diâmetro hidráulico de 297 a 999. Matos et al. (2001), executaram uma análise bi-dimensional da transferência de calor em trocadores de calor de tubos não aletados circulares e elípticos. Os resultados numéricos obtidos para a configuração triangular equilateral, com o novo elemento foram validados qualitativamente por meio da comparação direta com os resultados experimentais previamente publicados para trocadores de calor de tubos circular por Stanescu et al. (1996). Resultados numéricos de otimização geométrica mostraram um ganho relativo de transferência de calor de até 13% no arranjo elíptico ótimo, comparado com o arranjo circular ótimo. Este ganho e os ganhos de transferência de calor e reduções da perda de pressão foram observados em estudos prévios (Brauer, 1964; Jang e Yang, 1998; Bordalo e Saboya, 1999 e Saboya e Saboya, 2001), e mostraram que o arranjo elíptico tem um potencial consideravelmente melhor no desempenho global do que o arranjo circular tradicional. Realmente, dois recentes estudos mostraram experimentalmente (Matos et al., 2004a) e numericamente (Matos et al., 2004b) que o arranjo de tubo elíptico aletado possui um desempenho consideravelmente melhor do que o circular em convecção forçada no regime de fluxo laminar. Foi observado um ganho na transferência de calor de aproximadamente 20% a favor do arranjo elíptico. Porém, nesses estudos, somente o regime laminar foi estudado, portanto investigou-se velocidades de escoamento livre menores do que a faixa de velocidade de ar de interesse para aplicações típicas de ar condicionado, ou seja, $1.8 \text{ ms}^{-1} \leq u_\infty \leq 18.2 \text{ ms}^{-1}$, faixa esta estudada por Bordalo e Saboya (1999).

O enfoque principal do presente estudo está na otimização geométrica experimental de tubos circulares e elípticos aletados em um volume fixo. O artigo descreve uma série de experiências realizadas em laboratório na procura de parâmetros geométricos ótimos de configurações circulares e elípticas aletadas para a máxima transferência de calor em regime turbulento. Arranjos circulares e elípticos, com a mesma área transversal de obstrução do fluxo, são comparados com base na máxima transferência de calor total. São definidos grupos adimensionais apropriados e os resultados de otimização apresentados em gráficos adimensionais.

2. Teoria

A configuração típica de um trocador de calor de aletas planas com 4 fileiras de tubos em distribuição alternada é mostrado na Fig. 1. Fowler e Bejan (1994) mostraram que no regime laminar, o fluxo através de um grande banco de cilindros poderia ser simulado com precisão calculando o fluxo por um único canal, tal qual ilustrado pela célula unitária da Fig. 1. Por causa das simetrias geométricas, não há troca fluida ou transferência de calor entre canais adjacentes, ou para o topo e superfícies laterais. Nenhuma transferência de calor é esperada ao fundo de cada célula unitária e também ao longo do plano médio das aletas planas. O módulo consiste de um conjunto de tubos elípticos (ou circulares), aletados em cujo interior circula um fluido aquecido. Os tubos são montados em um volume (LHW), sendo o comprimento varrido, L, na direção do fluxo, a altura do arranjo, H, perpendicular à direção do fluxo e dos tubos, e a largura do arranjo, W, perpendicular à direção do fluxo. Este volume é mantido fixo em todas as simulações, caracterizando desta maneira a limitação de espaço (restrição), presente em qualquer projeto de engenharia. As aletas metálicas são idênticas, nas quais t_f é a espessura da aleta e δ é a distância entre aletas.

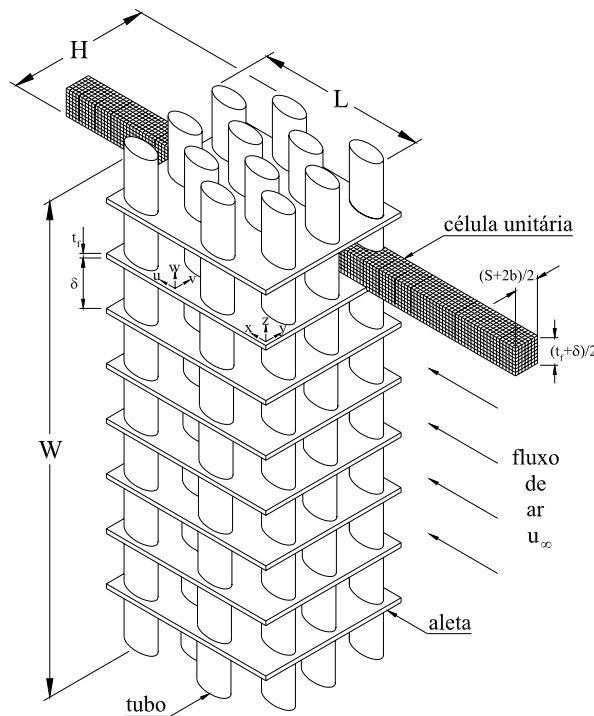


Figura 1. Configuração geral do arranjo de tubos elípticos aletados

A fim de que os resultados sejam de caráter geral e para adequação das equações para a solução numérica, grupos adimensionais convenientes são definidos para a representação das quantidades de interesse, i.e., temperaturas, velocidades e pressão, fazendo uso também do número de Prandtl, correspondente ao fluido, e do número de Reynolds baseado na velocidade de entrada do fluido no arranjo.

$$(X, Y, Z) = \frac{(x, y, z)}{L} ; P = \frac{p}{\rho u_{\infty}^2} \quad (1)$$

$$(U, V, W) = \frac{(u, v, w)}{u_{\infty}} ; \theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}} ; Re_{2b} = \frac{u_{\infty} (2b)}{\nu} \quad (2)$$

onde (x, y, z) - coordenadas cartesianas, [m]; p - pressão, [N/m²]; ρ - densidade, [kg/m³]; u_{∞} - velocidade do escoamento livre, [m/s]; (u, v, w) - velocidades do fluido no domínio de solução, [m/s]; T - temperatura, [K]; T_{∞} - temperatura do escoamento livre, [K]; T_w - temperatura da superfície do tubo, [K]; L - comprimento do arranjo na direção do escoamento, [m]; ν - viscosidade cinemática, [m²/s] e α - difusividade térmica do fluido, [m²/s].

O objetivo da otimização é encontrar a geometria ótima, tal que a densidade volumétrica de transferência de calor seja maximizada, sujeita a uma restrição de volume. O problema do projeto de engenharia inicia-se pelo reconhecimento da disponibilidade finita do espaço, isto é, um espaço disponível $L \times H \times W$ como um volume dado que deva ser preenchido com um trocador de calor. Maximizar a densidade volumétrica de transferência de calor significa dizer que a taxa total de transferência de calor entre o fluido dentro dos tubos e o fluido fora dos tubos será maximizada.

O estudo de otimização prossegue com a identificação dos graus de liberdade (variáveis) que permitem a maximização da taxa total de troca de calor entre os tubos e o escoamento livre, Q . Assim, três graus de liberdade geométricos são identificados no arranjo: i) o espaçamento entre fileiras de tubos, S ; ii) a excentricidade dos tubos, e iii) o espaçamento entre aletas, δ . A escolha de tais parâmetros procede da análise de dois extremos, isto é, quando eles são pequenos ou grandes. Quando, $S \rightarrow 0$, a taxa do fluxo de massa no canal elementar (soma de todas as células unitárias na direção z) decresce e, portanto $Q \rightarrow 0$. Para $S \rightarrow S_m$ (espaçamento máximo tal que o arranjo apresenta um determinado número de canais elementares, N_{ce} , ajustados no espaço disponível, $L \times H \times W$), a área mínima da seção transversal do escoamento, A_c , aumenta. Assim a velocidade na seção transversal do escoamento se reduz, o coeficiente de transferência de calor decresce e Q decresce. Quando $e \rightarrow 0$, Q tende ao limite de placas planas alternadas que é

obtido a partir do estudo de Fowler et al. (1997). Assim $Q \rightarrow Q_{\text{placas planas}}$, e, para $e \rightarrow 1$, Q tende ao limite de tubos circulares que é obtido a partir dos estudos de Stanescu et al. (1996) e de Matos et al. (2001). Assim $Q \rightarrow Q_{\text{tubos circulares}}$, conseqüentemente, a variação da excentricidade permite que o desempenho de transferência de calor dos tubos elípticos seja comparado com arranjos de placas planas e arranjos de tubos circulares, que é um dos objetivos deste trabalho. Quando $\delta \rightarrow 0$, a vazão mássica de fluido que entra na célula diminui e, portanto $Q \rightarrow 0$, e para $\delta \rightarrow \delta_m = W$, a superfície total de aletas diminui e Q diminui. O comportamento de S , e , e δ para os extremos indica a possibilidade de máximo Q nos intervalos, $0 < S < S_m$, $0 < e < 1$ e $0 \leq \delta \leq W$.

Para o estabelecimento de uma base comparativa entre tubos de seção circular e elíptica adotou-se o critério de se manter a mesma seção dos tubos na direção do escoamento, ou seja, o diâmetro do tubo circular igual a duas vezes o semi-eixo menor do tubo elíptico, critério este já utilizado por outros pesquisadores, (Bordalo et al., 1999; Rocha et al., 1997; Matos et al., 2001; Saboya et al., 2001). Desta maneira, todos os arranjos sob comparação tiveram a mesma área de obstrução ao escoamento livre.

Uma alternativa seria a utilização de um critério de mesma área de troca de calor nos tubos (ou mesma quantidade de material de tubos), i.e., fazer com que a seção circular e a elíptica tivessem o mesmo perímetro para que os arranjos fossem comparados. No entanto, este critério faz com que os escoamentos tenham diferentes seções mínimas de escoamento.

A razão mais importante para a adoção do presente critério é a noção prática de que o que se pretende obter é a máxima transferência de calor por unidade de volume. Portanto, para uma determinada restrição de volume, i.e., espaço disponível, deseja-se saber qual a configuração geométrica de tubos que proporciona a máxima transferência de calor. Do ponto de vista construtivo, um tubo circular pode ser substituído por um tubo elíptico que tenha seu eixo menor igual ao diâmetro do tubo. Isto implica que o eixo maior do tubo elíptico pode ser maior que o do tubo circular e, em conseqüência, mais material deve ser utilizado nos tubos. Em contrapartida, menos material é utilizado nas aletas. Desta maneira, os arranjos em comparação, se equivalem em material utilizado para sua construção. Espera-se dessa forma, com o presente critério, identificar os ganhos a serem obtidos, o mais isoladamente possível, do ponto de vista de transferência de calor, do arranjo de tubos elípticos aletados em relação ao arranjo de tubos circulares aletados. A análise de perda de pressão em regime turbulento nos arranjos não faz parte dos objetivos do presente estudo, mas espera-se que com a seção elíptica, a perda de pressão possa ser reduzida em até 30% em relação à seção circular (Bordalo e Saboya, 1999).

A condutância térmica global adimensional \tilde{q} , ou transferência de calor volumétrica adimensional é definida por Matos et al. (2004a):

$$\tilde{q} = \frac{Q / (T_w - T_\infty)}{k LHW / (2b)^2} \quad (3)$$

onde a taxa de transferência de calor global entre os tubos aletados e o escoamento livre, Q , foi dividida pelo volume fixo, LHW ; k é a condutividade térmica do fluido, $W/(m \cdot K)$, $2b = D$ é o eixo menor da elipse ou diâmetro do tubo, T_w é a temperatura superficial do tubo, K , e T_∞ é a temperatura do escoamento livre, K .

Um balanço de energia em um canal elementar mostra que:

$$Q = N_{ce} Q_{ce} = N_{ce} \dot{m}_{ce} c_p (\bar{T}_s - T_\infty) \quad (4)$$

onde N_{ce} é o número de canais elementares e Q_{ce} é a taxa de transferência de calor de uma célula, W . O canal elementar é definido como a soma de todas as células unitárias na direção z . Portanto, a vazão mássica de ar (kg s^{-1}) entrando em um canal elementar é:

$$\dot{m}_{ce} = \rho u_\infty [(S + 2b)/2] (W - n_f t_f) \quad (5)$$

e t_f é a espessura da aleta, $[m]$, c_p é o calor específico do fluido a pressão constante $[J \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]$, e \bar{T}_s é a temperatura média do fluido na saída do canal elementar, $[K]$.

O número de aletas no arranjo é dado por:

$$n_f = \frac{W}{t_f + \delta} \quad (6)$$

A condutância térmica global adimensional é reescrita utilizando as Eqs. (3)-(6) como segue:

$$\tilde{q} = \frac{N_{ce}}{2} Pr Re_{2b} \left[\frac{2b}{L} \right]^2 \frac{2b}{H} \left(\frac{S}{2b} + 1 \right) (1 - \phi_f) \bar{\theta}_s \quad (7)$$

onde $\phi_f = \frac{n_f t_f}{W} = \frac{t_f}{t_f + \delta}$, é a densidade adimensional de aletas na direção z ($0 \leq n_f t_f \leq W$) e $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ o número de Prandtl do fluido.

Visando generalizar os resultados para todos os tipos de configurações estudadas neste trabalho, a condutância térmica global adimensional é definida alternativamente como segue:

$$\tilde{q}_* = \frac{2}{N_{ce}} \left[\frac{L}{2b} \right]^2 \frac{H}{2b} \tilde{q} = Pr Re_{2b} \left(\frac{S}{2b} + 1 \right) (1 - \phi_f) \bar{\theta}_s \quad (8)$$

3. Aparato Experimental

Um aparato experimental foi construído no para a obtenção dos dados experimentais necessários para a otimização experimental dos arranjos de tubos. A Fig. 2 mostra um desenho esquemático do aparato experimental utilizado neste estudo. Um túnel de vento de escala reduzida foi construído em compensado naval para evitar deformações devido à umidade do ar. Uma seção de teste foi concebida em forma modular como uma gaveta, para atender às diversas configurações de arranjos utilizados nos experimentos, apenas trocando o módulo da seção de teste mostrado na Fig. 2. As dimensões internas da seção de teste são 175 mm x 161 mm x 152 mm. De acordo com a Fig. 1 as dimensões do volume fixo para o procedimento de otimização experimental foram L = 135.33 mm, H = 115.09 mm, W = 152 mm e D = 2b = 15.875 mm. Todos os arranjos tiveram $N_{ce} = 6$ e $N = 4$, onde N é o número de tubos em uma célula unitária. Uma região estendida de 1000 mm foi colocada antes da seção de teste para permitir a obtenção do escoamento completamente desenvolvido antes de alcançar o arranjo. Na entrada desta região, foram dispostos tubos plásticos de pequeno diâmetro (padrão comercial utilizado para consumo de bebidas refrigerantes), com a finalidade de retificar o escoamento antes de adentrar a seção de teste. O túnel de vento é constituído de um ventilador do tipo axial com acionamento direto por um motor elétrico, com potência nominal de 1 HP, possibilitando velocidades do escoamento livre, u_∞ de até 20 ms⁻¹.

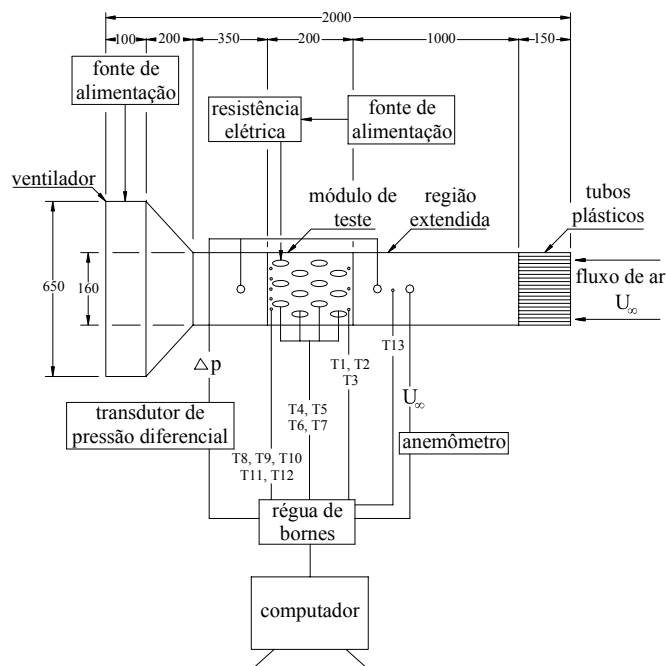


Figura 2. Aparato experimental

Ambos os arranjos de tubos circulares e elípticos foram construídos a partir de tubos rígidos trefilados de cobre com diâmetros de 15.875 mm (5/8”), 22.23 mm (7/8”) e 25.4 mm (1”) para as excentricidades $e = b/a = 1.0, 0.6$ e 0.5 , respectivamente, e espessura da parede de 0.79375 mm (1/32”) para todas as excentricidades. Para a confecção das aletas foram utilizadas chapas de alumínio com uma espessura $t_f = 0.3$ mm, e área LH, com 12 furos. Foi testada a distribuição de aleta, com 3 aletas, onde $\delta = 37.775$ mm que corresponde à densidade de aleta, $\phi_f = 0.006$.

Todos os tubos tiveram um comprimento de 172 mm. A seleção dos tubos foi feita de tal modo que permitisse a montagem interna de resistências elétricas de aquecimento para simular o fluxo de calor originado de um fluido quente, e de forma que propiciasse a construção de um número de células adequado ao experimento.

Foram utilizados resistores elétricos constituídos de resistências elétricas tubulares de passo duplo com 968 Ω , portanto com máxima potência de dissipação de 50 W com 220 V. Os resistores elétricos tiveram um pequeno diâmetro a fim de permitir a inserção dos mesmos no tubo de cobre e foram alimentados com uma fonte de voltagem variável (30 V, 1.4 A) para permitir que todos os arranjos sob comparação tivessem a mesma potência de entrada.

Para a medição da variação de temperatura do módulo em convecção forçada, foram colocados em cada módulo de teste doze termistores, do tipo YSI 44004 (resistência de 2250 Ω para 25 °C). Todos os termistores foram colocados no plano médio entre as paredes laterais do túnel de vento e no plano médio do canal elementar. Três termistores foram colocados na entrada do arranjo (T1 - T3), cinco na saída (T8 - T12) e quatro nas superfícies dos tubos em um canal elementar (T4 - T7). Um termistor extra (T13) foi colocado no ponto médio da região estendida para medir a temperatura não perturbada do escoamento livre. Os termistores na entrada e na saída do arranjo permitiram a determinação da dependência vertical da temperatura no arranjo. Em todos os testes executados as temperaturas verticais se mantiveram dentro de uma margem de ± 0.5 °C com respeito à temperatura vertical média na entrada e na saída. Os termistores nas superfícies dos tubos mostraram que a diferença da temperatura entre os tubos em um canal elementar é insignificante dentro de uma margem de ± 0.3 °C com respeito à média dos quatro termistores. Finalmente, o termistor extra colocado na região estendida mediu as temperaturas do escoamento livre dentro de uma margem de ± 0.5 °C com respeito à temperatura média medida na entrada do arranjo, em todos os testes executados neste trabalho.

A medição das velocidades foi feita utilizando um anemômetro de pás rotativas, modelo HHF 300A (OMEGA Engineering INC.), que foi colocado na região estendida, à montante do módulo em um orifício justo, com faixa de operação de 0 a 35 ms^{-1} , o limite de precisão da velocidade é de $\pm 2.5\%$ da leitura. As velocidades do escoamento livre testadas neste estudo, foram de 2.5, 5, 7.5 e 10 ms^{-1} . Utilizou-se uma fonte de alimentação elétrica, para permitir a variação contínua da rotação do ventilador.

Os termistores foram calibrados no laboratório para determinar o limite de precisão intrínseco do sensor. Os termistores foram imersos em um banho de temperatura constante mantido por um banho termostático e um total de 64 medidas da temperatura foram feitas para 20, 30, ..., 80 °C. O desvio padrão maior destas medidas foi 0.0005 °C, e conseqüentemente o limite de precisão intrínseco do sensor foi ajustado para ± 0.001 °C em todos os termistores; este limite de precisão intrínseco do sensor está em concordância com o ± 0.0003 °C dos mesmos termistores utilizados em uma experiência em convecção natural de Howle et al. (1992) e com o ± 0.0005 °C limite de precisão intrínseco do sensor, listado em um manual de instrumentação (Dally et al., 1993).

O objetivo do trabalho experimental foi avaliar a densidade volumétrica de transferência de calor (ou a condutância térmica global) de cada arranjo testado, calculando-se \tilde{q}_* por meio da Eq. (8) com as medidas diretas de u_∞ (Re_{2b}), e \bar{T}_s, T_w e T_∞ ($\bar{\theta}_s$).

Para cada experiência, 5 rodadas de medição foram realizadas. As condições de regime permanente foram alcançadas após 3 horas em todas as experiências. O limite da precisão para cada ponto da temperatura foi computado como duas vezes o desvio padrão das 5 rodadas de medições, de acordo com o critério de propagação de erros em medidas experimentais, adotado pela “American Society of Mechanical Engineers (ASME)”, (Editorial, 1993).

Verificou-se que os limites da precisão de todas as variáveis envolvidas no cálculo de \tilde{q}_* foram insignificantes na presença do limite da precisão de $\bar{\theta}_s$, portanto $P_{\tilde{q}_*} \cong P_{\bar{\theta}_s}$. O limite de precisão intrínseco dos termistores, anemômetro, propriedades e comprimentos encontrados foram insignificantes em comparação com o limite da precisão de \tilde{q}_* . Como conseqüência as incertezas foram calculadas por:

$$\frac{U_{\tilde{q}_*}}{\tilde{q}_*} = \left[\left(\frac{P_{\tilde{q}_*}}{\tilde{q}_*} \right)^2 + \left(\frac{B_{\tilde{q}_*}}{\tilde{q}_*} \right)^2 \right]^{1/2} \cong \frac{P_{\bar{\theta}_s}}{\bar{\theta}_s} \quad (9)$$

onde P_{θ_s} é o limite de precisão de $\bar{\theta}_s$.

Como indicado previamente, todos os arranjos testados tiveram um total de doze tubos colocados dentro do volume fixo LHW, com quatro tubos em cada célula unitária (quatro fileiras). Para uma geometria particular de tubo e aleta plana, os testes começaram com uma configuração triangular equilátera, que coube uniformemente no volume fixo com um espaçamento entre tubos adimensional máximo resultante de $S/2b = 1.5$. O afastamento entre os tubos foi reduzido então progressivamente, isto é, $S/2b = 1.5, 0.5, 0.25$ e 0.1 , e neste intervalo um espaçamento ótimo foi encontrado tal que \tilde{q}_* fosse máximo. Todos os arranjos testados tiveram a relação de aspecto $L/2b = 8.52$.

Diversos pontos ajustados das velocidades do escoamento livre foram testados, tais que $u_\infty = 2.5, 5.0, 7.5$ e 10 ms^{-1} , correspondendo $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$ e 10600 , respectivamente, que cobriu uma porção significativa da faixa de velocidade de ar de interesse para aplicações típicas de condicionamento de ar, i.e., $1.8 \text{ ms}^{-1} \leq u_\infty \leq 18.2 \text{ ms}^{-1}$ (Bordalo et al., 1999). Para esses valores de Re_{2b} , é observado o regime de fluxo turbulento. O maior valor da incerteza calculada de acordo com Eq. (9) em todos os testes foi $U_{\tilde{q}_*} / \tilde{q}_* = 0.075$.

4. Resultados e Discussão

A otimização experimental foi realizada para investigar a existência de ótimo para dois parâmetros geométricos do trocador de calor projetado para a máxima taxa de transferência de calor total. Os parâmetros investigados foram os espaçamentos entre tubos e a excentricidade do tubo. São esperados fisicamente ótimos com respeito a esses parâmetros de acordo com a discussão apresentada previamente na seção teórica deste artigo.

Para cada número de Reynolds, Re_{2b} testado, o procedimento de otimização foi conduzido de acordo com os seguintes passos: i) para uma determinada excentricidade, a condutância térmica global adimensional, \tilde{q}_* , foi computada com a Eq. (8), para a faixa de espaçamentos entre tubos $0.1 \leq S/2b \leq 1.5$; ii) o mesmo procedimento foi repetido para várias excentricidades, ou seja, $e = 0.4, 0.5, 0.6$ e 1 . Os passos i) e ii) foram executados para uma configuração de espaçamento entre aletas fixo, $\phi_f = 0.006$.

O aparato experimental foi concebido de modo que em um tubo do arranjo, foram colocados quatro termistores igualmente espaçados em volta e sobre a superfície do tubo nas duas extremidades e nas seções do meio, resultando em um total de doze termistores. O teste foi repetido para diferentes tubos nos arranjos experimentais. A temperatura medida na superfície do tubo oscilou de $\pm 0.2^\circ\text{C}$ com respeito à temperatura média da superfície do tubo considerando todos os testes executados. Dessa forma, a distribuição de temperatura na superfície dos tubos foi praticamente uniforme.

Este estudo apresenta resultados de otimização experimental para uma faixa de números de Reynolds maiores que os apresentados em estudos prévios de otimização para arranjos de tubos elípticos aletados por Matos et al. (2001), Stanescu et al. (1996) e Matos et al. (2004), i.e., para $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$ e 10600 , portanto, investigando o regime turbulento. Os ótimos obtidos nas experiências são marcantes, acentuando-se a importância deles nos atuais projetos de engenharia. Os espaçamentos ótimos entre tubos encontrados experimentalmente para $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$ e 10600 , estavam na faixa de $0.5 \leq (S/2b)_{ot} \leq 0.6$, para $0.5 \leq e \leq 1$.

O primeiro passo do procedimento de otimização é documentado nas Figs. 3-5, que mostram a otimização experimental do espaçamento entre tubos, $S/2b$, para $e = 1, 0.6$ e 0.5 , respectivamente, para um espaçamento fixo entre aletas $\phi_f = 0.006$. Os resultados indicam ótimos marcantes para todas as excentricidades com relação a $S/2b$. A influência da variação de Re_{2b} , também é investigada. De maneira que Re_{2b} aumenta quando \tilde{q}_* aumenta. É também observado que o máximo é menos pronunciado para valores menores de Re_{2b} . Este fenômeno é explicado fisicamente baseado no fato do aumento da transferência de calor com o aumento da taxa de fluxo de massa.

As experiências mostraram que $(S/2b, e)_{ot} \cong (0.5, 0.6)$ para $\phi_f = 0.006$. Assim, os resultados de otimização das Figs. 3-5 são uma indicação clara de um par global ótimo $(S/2b, e)_{ot}$. A Fig. 6 apresenta os valores maximizados $\tilde{q}_{*,m}$ obtidos experimentalmente para $0.5 \leq e \leq 1$, para um espaçamento entre aletas fixo $\phi_f = 0.006$, de acordo com passo 2 do procedimento de otimização. Notável é o ganho de transferência de calor da configuração de tubos elípticos com relação aos circulares, com o aumento acentuado de Re_{2b} . Portanto a importância do projeto ótimo encontra lugar principalmente no regime turbulento. Adicionalmente as Figs. 3 - 6 mostram que o par ótimo $(S/2b, e)_{ot} \cong (0.5, 0.6)$ é "robusto" para uma larga faixa de variação de condições de fluxo externas, i.e., para $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$ e 10600 que demonstram a importância da investigação de uma possível geometria geral ótima.

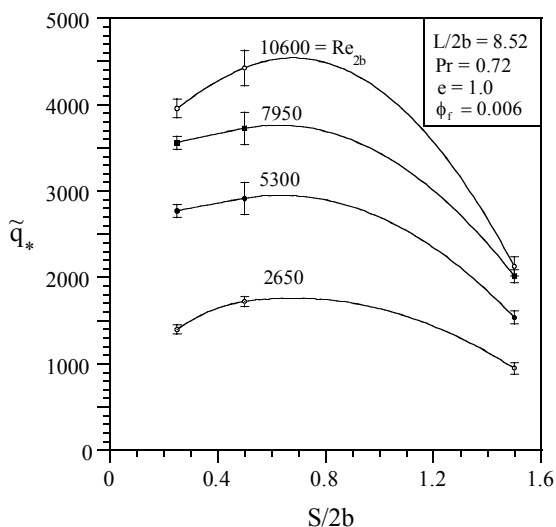


Figura 3. Resultados experimentais de otimização para arranjos circulares aletados com relação ao espaçamento entre tubos: ($e = 1$).

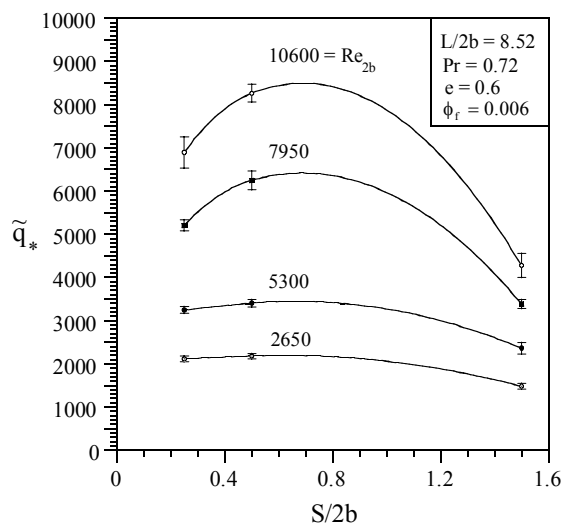


Figura 4. Resultados experimentais de otimização para arranjos circulares aletados com relação ao espaçamento entre tubos: ($e = 0.6$).

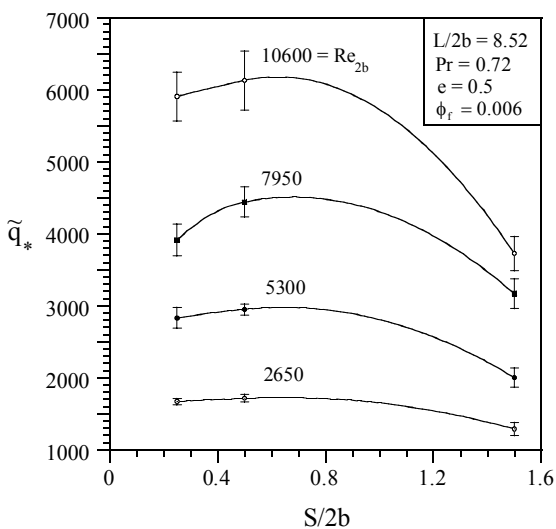


Figura 5. Resultados experimentais de otimização para arranjos circulares aletados com relação ao espaçamento entre tubos: ($e = 0.5$).

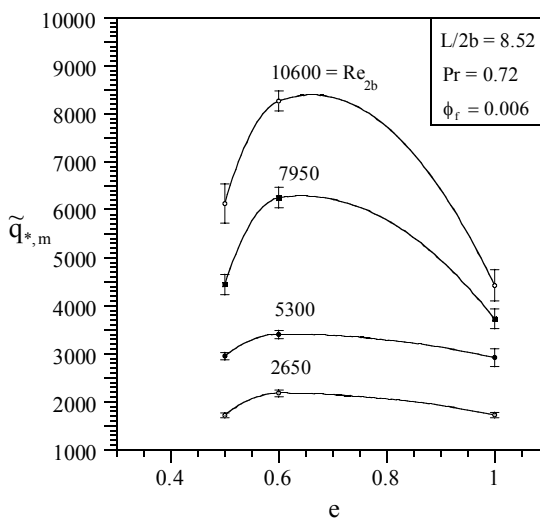


Figura 6. Resultados experimentais de otimização para arranjos circulares aletados com relação ao espaçamento entre tubos e a excentricidade.

5. Conclusão

Neste Trabalho, um estudo teórico e experimental foi conduzido para demonstrar que trocadores de calor de tubos circulares e elípticos aletados podem ser otimizados para máxima transferência de calor, sob uma restrição de volume fixo. A estrutura geométrica interna dos arranjos foi otimizada para a máxima transferência de calor. Um desempenho global melhor é conseguido quando as resistências do fluxo e da transferência de calor são minimizadas juntas, isto é, quando a imperfeição está distribuída no espaço otimamente. A distribuição ótima da imperfeição representa a melhor arquitetura dos fluxos, ou o projeto “construtal” (Bejan, 2000). Os resultados foram apresentados adimensionalmente para permitir a aplicação geral aos trocadores de calor do tipo tratado neste estudo.

Dois graus de liberdade foram investigados na geometria do trocador de calor, isto é, espaçamento entre tubos, e excentricidade. Ótimos com relação ao espaçamento entre tubos e excentricidade $(S/2b, e)_{ot} \cong (0.5, 0.6)$ para $\phi_f = 0.006$ para $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$ e 10600 , respectivamente foram encontrados e apresentados por meio de variáveis adimensionais gerais. Espera-se que tais configurações globalmente otimizadas sejam de grande importância para o projeto de engenharia de trocadores de calor, e para a geração de estruturas ótimas de fluxo em geral.

6. Referências

- Bejan, A., 2000, Shape and Structure, from Engineering to Nature, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Bordalo, S. N., and Saboya, F. E. M., 1999, "Pressure Drop Coefficients for Elliptic and Circular Sections in One, Two and Three-Row Arrangements of Plate Fin and Tube Heat Exchangers", J. Braz. Soc. Mech. Sci., XXI (4) pp. 600-610.
- Brauer, H., 1964, "Compact Heat Exchangers", Chem. Process Eng. August, pp. 451-460.
- Dally, J., Riley, W. F., McConnell, K. G., 1993, Instrumentation for Engineering Measurements, Wiley, New York, p. 425.
- Editorial, 1993, "Journal of Heat Transfer Policy on Reporting Uncertainties in Experimental Measurements and Results", ASME Journal of Heat Transfer, 115, pp. 5-6.
- Elsayed, A. O., Ibrahim, E. Z., and Elsayed, S. A., 2003, "Free Convection from a Constant Heat Flux Elliptic Tube", Energy Conversion Management, 44(15), pp. 2445-2453.
- Elshazly, K., Moawed, M., Ibrahim, E., and Emar, M., 2005, "Heat Transfer by Free Convection from the Inside Surface of the Vertical and Inclined Elliptic Tube", Energy Conversion Management, 46(9-10), pp. 1443-1463.
- Fowler, A. J., and Bejan, A., 1994, "Forced Convection in Banks of Inclined Cylinders at Low Reynolds Numbers", Int. J. Heat Fluid Flow, 15(2), pp. 90-99.
- Fowler, A. J., Ledezma, G., and Bejan, A., 1997, "Optimal Geometric Arrangement of Staggered Plates in Forced Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, 40(8), pp.1795-1805.
- Howle, L., Georgiadis, J., and Behringer, R., 1992, "Shadowgraphic Visualization of Natural Convection in Rectangular-Grid Porous Layers", ASME HTD, 206(1), pp.17-24.
- Jang, J. Y., and Yang, J. Y., 1998, "Experimental and 3-D Numerical Analysis of the Thermal-Hydraulic Characteristics of Elliptic Finned-Tube Heat Exchangers", Heat Transfer Engineering, 19(4), pp. 55-67.
- Khan, M. G., Fartaj, A., and Ting, D. S. K., 2004, "An Experimental Characterization of Cross-Flow Cooling of Air via an In-Line Elliptical Tube Array", Int. J. Heat Fluid Flow, 25(4), pp. 636-648.
- Matos, R. S., Vargas, J. V. C., Laursen, T. A., and Saboya, F. E. M., 2001, "Optimization Study and Heat Transfer Comparison of Staggered Circular and Elliptic Tubes in Forced Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, 44(20), pp. 3953-3961.
- Matos, R. S., Vargas, J. V. C., Laursen, T. A., and Bejan, A., 2004a, "Optimally Staggered Finned Circular and Elliptic Tubes in Forced Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, 47(6-7), pp. 1347-1359.
- Matos, R. S., Laursen, T. A., Vargas, J. V. C., and Bejan, A., 2004b, "Three-Dimensional Optimization of Staggered Finned Circular and Elliptic Tubes in Forced Convection", Int. J. Thermal Sciences, 43(5), pp. 477-487.
- Min, J. C., and Webb, R. L., 2004, "Numerical Analyses of Effects of Tube Shape on Performance of a Finned Tube Heat Exchanger", J. Enhanced Heat Transfer, 11(1), pp. 61-73.
- Rocha, L. A. O., Saboya, F. E. M., and Vargas, J. V. C., 1997, "A Comparative Study of Elliptical and Circular Sections in One and Two-Row Tubes and Plate Fin Heat Exchangers", Int. J. Heat Fluid Flow, 18(2), pp. 247-252.
- Rosman, E. C., Carajilescov, P., and Saboya, F. E. M., 1984, "Performance of One and Two-Row Tube and Plate Fin Heat Exchangers", J. Heat Transfer, 106(3), pp. 627-632.
- Saboya, F. E. M., and Sparrow, E. M., 1976, "Experiments on a Three-Row Fin and Tube Heat Exchangers", J. Heat Transfer, 98(3), pp. 520-522.
- Saboya, S. M., and Saboya, F. E. M., 2001, "Experiments on Elliptic Sections in One and Two-Row Arrangements of Plate Fin and Tube Heat Exchangers", Experimental Thermal and Fluid Science, 24(1-2), pp. 67-75.
- Stanescu, G., Fowler, A. J., and Bejan, A., 1996, "The Optimal Spacing of Cylinders in Free-Stream Cross-Flow Forced Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, 39(2), pp. 311-317.

OPTIMIZATION OF FINNED ARRANGEMENTS WITH RESPECT TO ECCENTRICITY IN TURBULENT FORCED CONVECTION

R. L. S. Mainardes

Universidade Federal do Paraná - Departamento de Engenharia Mecânica
Curitiba, PR - Brasil
ROQUE@ufpr.br

R.S. Matos

Universidade Federal do Paraná - Departamento de Engenharia Mecânica

Curitiba, PR - Brasil
rudmar@demec.ufpr.br

J. V. C. Vargas

Universidade Federal do Paraná - Departamento de Engenharia Mecânica
Curitiba, PR - Brasil
jvargas@demec.ufpr.br

J. C. Ordonez

Florida State University – Mechanical Engineering Department
Tallahassee, FL -USA
ordonez@caps.fsu.edu

Abstract

This work presents an experimental geometric optimization study to maximize the total heat transfer rate between a bundle of finned tubes in a given volume and a given external flow both for circular and elliptic arrangements, for general staggered configurations. The optimization procedure started by establishing a fixed volume constraint to account for the design limited space availability. The experimental results were obtained for circular and elliptic configurations with a fixed number (12), starting with an equilateral triangle configuration, which fitted uniformly into the fixed volume. A number of experimental configurations were built by reducing the tube-to-tube spacings, identifying the optimal spacing for maximum heat transfer. Similarly, it was possible to investigate the existence of optima with respect to other two geometric degrees of freedom, i.e., tube eccentricity and fin-to-fin spacing. The results are reported for air as the external fluid, in the range $2650 \leq Re_{2b} \leq 10600$, where $2b$ is the smaller ellipse axis. Circular and elliptic arrangements with the same air input velocity and flow obstruction cross-sectional area were compared on the basis of maximum total heat transfer. For low values of the free stream velocity, u_{∞} , pressure drops are expected to be nearly equivalent with such criterion, but for higher velocities in the turbulent regime pressure drops are expected to vary with cross section shape, therefore the minimization of pumping power was not within the scope of the present study. Experimental optimization results for finned circular and elliptic tubes arrangements are presented and optima with respect to tube-to-tube spacing, eccentricity and fin-to-fin spacing, were found and reported in general dimensionless variables for circular and elliptic arrangements with a fixed fin-to-fin spacing.

Keywords: Heat Transfer, Pressure Drop, Optimization of Project Parameters.

PROBLEMA INVERSO DE DIFUSÃO DE MASSA – ESTIMAÇÃO DA DIFUSIVIDADE MÁSSICA DO TOMATE CEREJA (*Lycopersicon esculentum* var. *cerasiforme*)

Cristiane Kelly Ferreira da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
criskfsilva@yahoo.com.br

Zaqueu Ernesto da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
zaqueu@les.ufpb.br

Manuella Pereira de Andrade

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
andrademanuella@yahoo.fr

Mirtes Aparecida da Conceição Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
mirtesacs@yahoo.com.br

José Pereira Alencar Júnior

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
jpereira1503@gmail.com

Resumo: Este artigo apresenta a solução de um problema inverso de estimação de parâmetros pertinentes a um modelo matemático que envolve transferência de massa em um processo de desidratação osmótica de hortaliças, particularmente, o tomate cereja (*Lycopersicon esculentum* var. *cerasiforme*). O objetivo é identificar a umidade de equilíbrio (Y_{eq}) e difusividade efetiva da água (D_{ef}). Utilizando a 2ª Lei de Fick na equação do balanço de massa de água no interior do produto e resolvendo o sistema de equações através de técnica analítica, obteve-se a distribuição transiente de umidade do produto, que serve para determinar a difusão de massa em qualquer ponto do meio. A análise dos coeficientes de sensibilidade da umidade aos parâmetros (D_{ef}) e (Y_{eq}) mostrou uma correlação de não linearidade entre os mesmos, tornando possível uma estimação simultânea dos dois parâmetros. O problema de estimação de parâmetros foi resolvido através da minimização da norma dos mínimos quadrados ordinários utilizando o algoritmo de minimização de Levenberg-Marquardt. Os resultados obtidos através da solução do problema inverso para as soluções de NaCl (10% e 25% p/p) e NaCl-Sacarose (25% p/p) foram $1,212 \times 10^{-9} \pm 1,699 \times 10^{-12}$ m²/s, $2,963 \pm 2,374 \times 10^{-3}$ kg H₂O/kg massa seca, $1,772 \times 10^{-9} \pm 2,039 \times 10^{-12}$ m²/s, $2,602 \pm 1,405 \times 10^{-3}$ kg H₂O/kg massa seca e $1,362 \times 10^{-9} \pm 2,426 \times 10^{-12}$ m²/s, $4,063 \pm 2,679 \times 10^{-3}$ kg H₂O/kg massa seca, respectivamente.

Palavras-chave: Modelagem matemática, desidratação osmótica, tomate cereja, transferência de massa, estimação de parâmetros.

1-INTRODUÇÃO

O tomate cereja (*Lycopersicon esculentum* var. *cerasiforme*) é considerado a forma mais primitiva desta hortaliça. Ele é de forma geométrica bem definida, praticamente uma esfera, de tamanho reduzido, cerca de 2 a 2,5 cm de diâmetro. Pesquisadores acreditam que a partir dele é que foram sendo alteradas as variedades, chegando às diversas que atualmente são cultivadas, seja para mesa ou para industrialização.

Esta hortaliça se caracteriza por seu alto teor de umidade, sendo considerado um produto altamente perecível. Por isso, pesquisadores têm buscado alternativas que possibilitem a industrialização deste produto e a redução de altos índices de desperdício.

A busca de alternativas que reduzam o consumo de energia é uma constante em todas as áreas. Na secagem de frutas e hortaliças, a preocupação em se obter produtos de boa qualidade tem levado muitos pesquisadores (Gaspareto et al., 2004; Neto et al., 2005; Park et al., 2001) a utilizar como pré-tratamento a desidratação osmótica. Segundo Ramalho et al., 2004, em poucas palavras, a desidratação osmótica é uma técnica usada para remoção parcial de água quando alimentos são imersos em uma solução hipertônica. Durante o processo, ocorrem dois fluxos contrários: um fluxo de água que sai do alimento para a solução e uma transferência do soluto da solução para o alimento.

Este processo pode reduzir até 50% o conteúdo de umidade do produto, diminuindo o tempo de secagem e, conseqüentemente, o consumo de energia e melhorando a qualidade do produto final (Gaspareto et al., 2004).

A difusividade efetiva e a umidade de equilíbrio são parâmetros importantes nas análises, projeções e otimizações de processos de desidratação osmótica. A estimação dos parâmetros pode ser feita através dos Métodos Diretos ou Métodos Inversos.

- ✓ Método Direto: estes métodos consistem em projetar uma experiência de maneira que os valores medidos possam ser expressos através de uma função matemática. A função matemática deve expressar as propriedades diretamente em termos das medidas realizadas. Assim, cada experiência permitirá o cálculo de um único valor do parâmetro.
- ✓ Método Inverso: a utilização deste método é mais vantajosa do que a utilização do direto, pois permite estimar o maior número possível de parâmetros a partir de uma simples experiência, aumentar a precisão, combinar várias experiências para estimar os mesmos parâmetros e determinar os limites de confiança (Beck e Arnold, 1977).

O propósito deste trabalho é analisar o processo de desidratação osmótica do tomate cereja, abordando os temas modelagem e estimação dos parâmetros através do paradigma referido como “Método Inverso”, em particular a difusividade efetiva e a umidade de equilíbrio.

2- MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1-Problema Direto - Solução Analítica da Equação de Difusão de Massa

A aplicação da teoria da transferência de massa por difusão permite o desenvolvimento de um modelo matemático que reproduza da forma mais adequada possível o comportamento que determinados alimentos assumem quando submetidos ao processo de desidratação osmótica.

Vários autores (Matusek and Merész, 2003; Chenlo et al., 2005) têm estudado a desidratação osmótica, através da Segunda Lei de Fick, segundo a qual o fluxo de massa é proporcional ao gradiente de concentração entre o sólido e a solução.

Utilizando a 2ª Lei de Fick, na equação do balanço de massa de água no interior do produto, obtemos:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \nabla(D_{ef} \nabla Y) \quad (2.1)$$

Onde Y: conteúdo de umidade no tempo (kg H₂O/kg massa seca)

D_{ef}: difusividade efetiva da água (m²/s)

t: tempo (s)

Em sistemas de coordenadas esféricas, a equação de difusão é expressa como:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{ef} \frac{\partial Y}{\partial r} \right) + \frac{1}{\text{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(D_{ef} \text{sen} \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{D_{ef}}{\text{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} \right\} + \dot{n} \quad (2.2)$$

Assumindo regime não estacionário, sem geração de massa dentro do sólido e forma geométrica de uma esfera de raio r₁, onde a transferência de umidade durante a desidratação osmótica é predominantemente unidirecional e considerando D_{ef} constante, a Eq.(2.2) se reduz a:

$$\frac{1}{D_{ef}} \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 Y_r(r, t)}{\partial r^2}, \text{ na região } 0 < r < r_1 \text{ e } t > 0 \quad (2.3)$$

Onde a umidade Y deve obedecer as seguintes condições inicial e de contorno:

$$\frac{\partial Y(0, t)}{\partial r} = 0, \text{ em } r = 0 \text{ e } t > 0 \quad (2.4)$$

$$Y(r_1, t) = Y_{eq}, \text{ em } r = r_1 \text{ e } t > 0 \quad (2.5)$$

$$Y(r, 0) = Y_0, \text{ na região } 0 < r < r_1 \text{ e } t = 0 \quad (2.6)$$

Desprezando as resistências externas à transferência de massa e o encolhimento do produto durante a desidratação osmótica e aplicando as condições inicial e de contorno, a solução analítica da Eq.(2.3) pode ser obtida pelo método da Separação de Variáveis. Assim, a solução em termos do adimensional de umidade é dada pela seguinte equação:

$$\frac{Y - Y_{eq}}{Y_0 - Y_{eq}} = \frac{6}{p^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 p^2 D_{ef} \frac{t}{r_1^2}} \quad (2.7)$$

Onde:

Y: conteúdo de umidade no tempo (kg H₂O/kg massa seca)

Y₀: conteúdo de umidade inicial (kg H₂O/kg massa seca)

Y_{eq}: conteúdo de umidade de equilíbrio (kg H₂O/kg massa seca)

D_{ef}: difusividade efetiva da água (m²/s)

t: tempo (s)

r₁: raio médio da amostra (m)

Portanto, para o cálculo da distribuição transiente de umidade a Eq.(2.7) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$Y = Y_{eq} + (Y_0 - Y_{eq}) \frac{6}{p^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 p^2 D_{ef} \frac{t}{r_1^2}} \quad (2.8)$$

2.2-Análise de Sensibilidade

O estudo dos coeficientes de sensibilidade da umidade aos parâmetros deve ser realizado para se verificar a existência de solução do problema inverso de estimação de parâmetros no que concerne à determinação do número de parâmetros que podem ser estimados a partir de uma única experiência. Verifica-se que a distribuição de umidade tem a seguinte dependência funcional:

$$Y = Y(r, t, Y_0, Y_{eq}, D_{ef}) \quad (2.9)$$

Um coeficiente de sensibilidade é a primeira derivada da variável medida em relação ao parâmetro desconhecido. Sendo $Y(r, t, \mathbf{m}, \mathbf{b})$ uma variável de estado, $r_i = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ uma variável espacial, t o tempo, $\mathbf{m} = (\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_q)$ os parâmetros conhecidos e $\mathbf{b} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_p)$ os parâmetros desconhecidos. O coeficiente de sensibilidade no ponto r_i, no tempo t_n para o parâmetro β_j é:

$$X_j(r_i, t_n, \mathbf{m}, \mathbf{b}) = \left. \frac{\partial Y(r, t, \mathbf{m}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}_j} \right)_{r_i, t_n} = X_j)_{i,n} \quad (2.10)$$

Os coeficientes de sensibilidade representam a variação da variável de estado devido a uma mudança no valor do parâmetro desconhecido. Ele exprime também como o modelo reage a uma pequena perturbação dos parâmetros e permite medir a importância deste efeito sobre o comportamento da variável em estudo (Beck e Arnold, 1977).

2.3-Problema Inverso

Os métodos de estimação de parâmetros envolvem várias técnicas de aproximação. Um critério de aproximação é uma função quadrática composta por uma ou duas funções objetivas mais uma função Bayesiana.

$$S(\mathbf{b}) = [Z - Y(\mathbf{b})]^T W [Z - Y(\mathbf{b})] + [\mathbf{m} - \mathbf{b}]^T U [\mathbf{m} - \mathbf{b}] \quad (2.11)$$

Onde Z(nx1) é o vetor de medidas, W(nxn) e U(pxp) são matrizes que dependem do tipo de estimador. Para os Mínimos Quadrados Ordinários (OLS) W=I e U=0.

Existem muitos métodos para a minimização ou maximização de uma função não linear. A escolha depende do número de parâmetros a ser estimado e até certo ponto da estrutura do critério. Para os problemas não lineares, o Método de Gauss-Newton é o mais apropriado dos métodos quando o número de parâmetros desconhecidos não é grande.

Para os problemas não lineares, do ponto de vista de estimação de parâmetros, $X = X(\mathbf{b})$, um procedimento iterativo deve ser usado. Com o sobrescrito k como contador da iteração, a equação é dada por:

$$\mathbf{b}^{(k+1)} = \mathbf{b}^{(k)} + \left[\mathbf{X}^{T(k)} \mathbf{W} \mathbf{X}^{(k)} + \mathbf{U} \right]^{-1} \left[\mathbf{X}^{T(k)} \mathbf{W} (\mathbf{Z} - \mathbf{Y}^{(k)}) + \mathbf{U} (\mathbf{m} - \mathbf{b}^{(k)}) \right] \quad (2.12)$$

O procedimento iterativo começa com um chute inicial, $\mathbf{b}^{(0)}$, em cada passo o vetor \mathbf{b} é modificado até:

$$\frac{\left| \mathbf{b}_i^{(k+1)} - \mathbf{b}_i^{(k)} \right|}{\left| \mathbf{b}_i^{(k)} \right| + \mathbf{x}} < \mathbf{d}, \text{ para } i= 1, 2, \dots, p \quad (2.13)$$

Onde \mathbf{d} é um número pequeno tal como 10^{-3} que representa o erro relativo de convergência e \mathbf{x} ($<10^{-10}$) permite evitar a situação onde $\mathbf{b}_i^{(k)} = 0$

3-RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1-Problema Direto

O problema direto foi resolvido para se determinar a distribuição transiente do conteúdo de umidade do tomate cereja submetido ao processo de desidratação osmótica. Os dados experimentais foram obtidos através da leitura dos gráficos da perda de água da experiência realizada por Azoubel et al (2004). Os valores numéricos associados aos parâmetros necessários à solução do modelo são:

Produto: tomate cereja

$r_1 = 1,4 \text{ e}^{-2} \text{ m}$, raio médio do produto

$Y_0 = 15,66 \text{ kg água /kg massa seca}$, conteúdo de umidade inicial do produto

$Y_{eq} = 2,96 \text{ kg água /kg massa seca}$ e $D_{ef} = 1,21 \text{ e}^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, conteúdo de umidade de equilíbrio e difusividade efetiva da água do produto para a solução NaCl 10%, respectivamente

$Y_{eq} = 2,60 \text{ kg água /kg massa seca}$ e $D_{ef} = 1,77 \text{ e}^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, conteúdo de umidade de equilíbrio e difusividade efetiva da água do produto para a solução NaCl 25%, respectivamente

$Y_{eq} = 4,06 \text{ kg água /kg massa seca}$ e $D_{ef} = 1,36 \text{ e}^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, conteúdo de umidade de equilíbrio e difusividade efetiva da água do produto para a solução NaCl-Sacarose 25%, respectivamente.

$t = 72000 \text{ s}$, tempo total da experiência.

Na Fig (3.1) encontra-se a evolução transiente da distribuição do conteúdo de umidade para as três soluções osmóticas obtida a partir da Eq. (2.8). Observa-se que em todas as curvas ocorre a diminuição da umidade mais intensamente nas primeiras horas do processo de desidratação osmótica e mais rapidamente com o aumento da concentração da solução de NaCl, esse resultado é semelhante ao obtido por (Mata et al., 2003 e Igarashi et al., 2000). O acréscimo do NaCl à solução faz com que ocorra um aumento na pressão osmótica, considerando a conhecida capacidade de diminuir a atividade de água que o NaCl possui. Pode-se ver ainda que a adição da sacarose à solução causa uma dificuldade na transferência do conteúdo de umidade, o que pode ser explicado pelo fato da sacarose formar uma película na superfície do produto. O comportamento das três curvas obtidas mostra a possibilidade de consistência do modelo em representar o processo de desidratação osmótica.

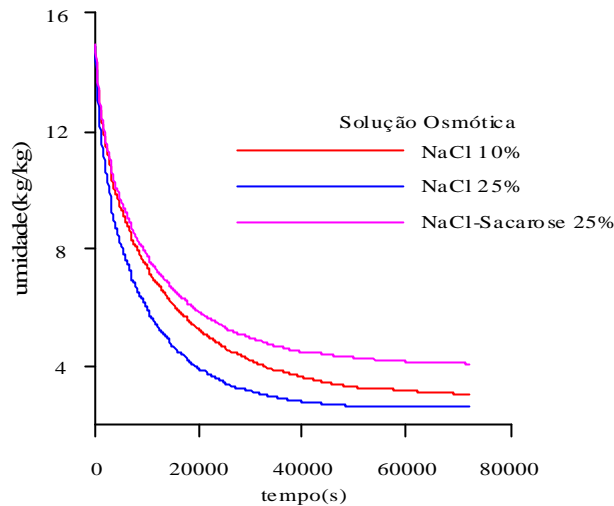


Figura 3.1: Evolução transiente da distribuição do conteúdo de umidade obtida pelo modelo matemático para as soluções de NaCl 10%, NaCl 25% e NaCl-Sacarose 25%

3.2-Análise de Identificabilidade

A primeira análise trata de identificar qual a melhor composição de solução que permitirá determinar de maneira mais favorável, ou seja, maior sensibilidade aos parâmetros desconhecidos quando da realização da experiência de desidratação osmótica.

Neste trabalho os coeficientes de sensibilidade são avaliados para o conteúdo de umidade de equilíbrio do produto e para a difusividade efetiva da água.

3.2.1-Sensibilidade à Umidade de Equilíbrio

Na Fig (3.2) observa-se que os coeficientes de sensibilidade ao conteúdo de umidade no equilíbrio evoluem de modo crescente com o tempo até atingir uma estabilidade. As curvas indicam que a variação dos coeficientes é mais significativa quando a experiência é feita utilizando o sistema combinado de NaCl-Sacarose, onde o valor máximo do coeficiente de sensibilidade é alcançado. Isto está de acordo com o fenômeno físico, pois a adição da sacarose à solução dificulta a transferência de massa e o valor do conteúdo de umidade no equilíbrio obtido é mais elevado. Assim, a estimação deste parâmetro, Y_{eq} , será mais eficiente quando a experiência for feita com soluções mais concentradas de NaCl, onde o valor do conteúdo de umidade de equilíbrio atingido é pequeno.

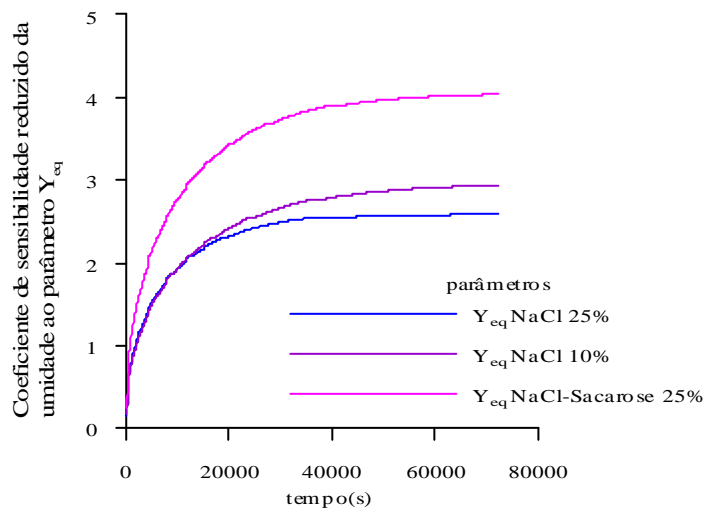


Figura 3.2: Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da umidade ao conteúdo de umidade de equilíbrio, de acordo com a composição da solução

3.2.2-Sensibilidade à Difusividade Efetiva da Água

A evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade à difusividade efetiva da água, D_{ef} , com o tempo pode ser verificada na Fig (3.3). Observa-se que os valores dos coeficientes de sensibilidade têm inicialmente uma evolução decrescente e negativa. Considerando os valores em termos absolutos, observa-se que as curvas têm uma redução dos coeficientes à medida que a desidratação tende ao equilíbrio com o tempo. Quando a experiência é realizada com maiores concentrações de NaCl, esse valor é maior, uma vez que, o incremento do NaCl à solução facilita a transferência de massa e o processo de desidratação ocorre mais rapidamente.

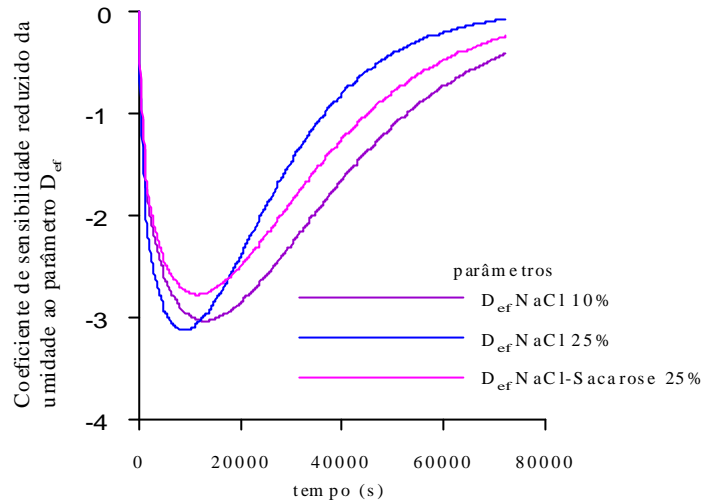


Figura 3.3: Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da umidade à difusividade efetiva, de acordo com a composição da solução.

3.3-Susceptibilidade dos Parâmetros do Modelo à Identificação

Nas Figs (3.4), (3.5) e (3.6) são apresentados respectivamente os coeficientes de sensibilidades reduzidos para os experimentos realizados com soluções de NaCl (10 % p/p), NaCl 25% e NaCl-Sacarose 25%. Através da análise destes coeficientes pode-se concluir se o propósito de estimar simultaneamente os parâmetros Y_{eq} e D_{ef} tem chance de ser bem sucedido.

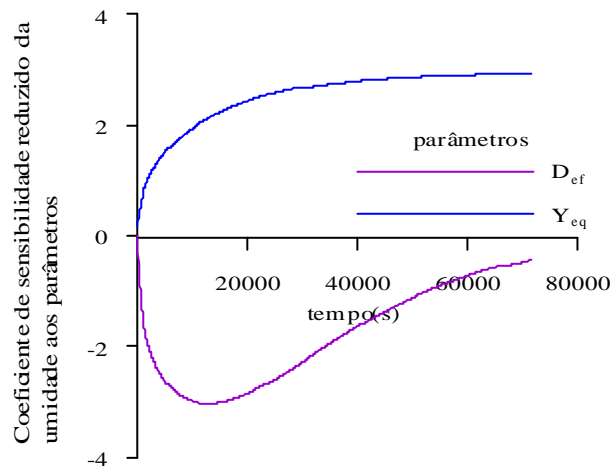


Figura 3.4: Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da umidade aos parâmetros que influenciam na desidratação osmótica, para a solução de NaCl (10 % p/p)

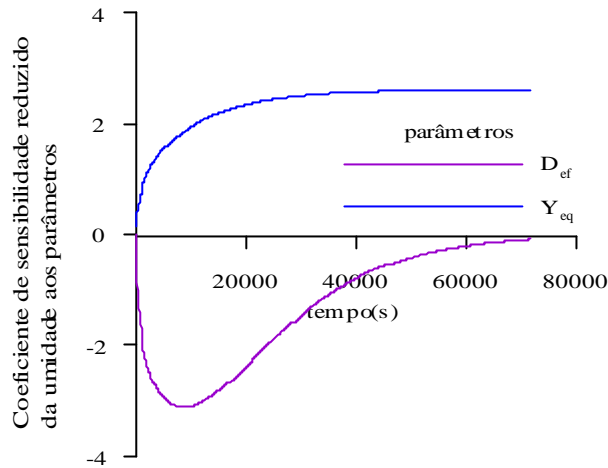


Figura 3.5: Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da umidade aos parâmetros que influenciam na desidratação osmótica, para a solução de NaCl (25 % p/p)

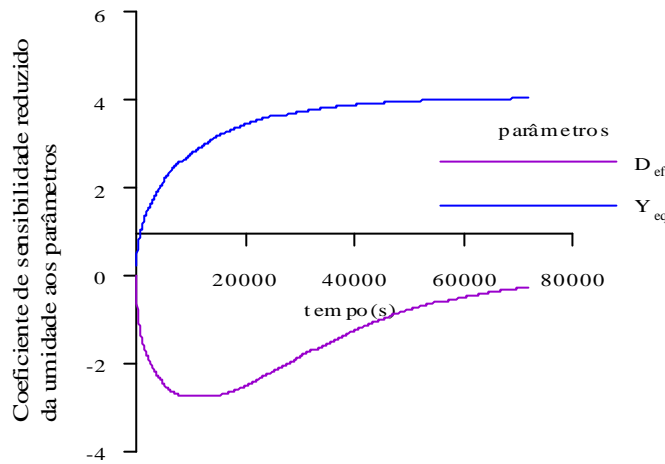


Figura 3.6: Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da umidade aos parâmetros que influenciam na desidratação osmótica, para a solução de NaCl-Sacarose (25 % p/p)

Observa-se que nos três casos estudados o comportamento das curvas obtidas são idênticos. Verifica-se que os coeficientes são linearmente independentes e, ainda, possuem valores elevados o suficiente, fazendo com que até mesmo pequenas variações nos valores dos parâmetros estimados reflitam respostas no modelo matemático. Assim, pode-se pensar que a estimação simultânea dos mesmos a partir de uma simples experiência é possível.

3.4-Estimação de Parâmetros

Um código em linguagem Fortran foi utilizado para o cálculo da difusividade efetiva da água e da umidade de equilíbrio e, o Método de Levenberg-Marquardt Press et al (1992) foi o aplicado para resolver o problema de identificação.

À distribuição de umidade teórica obtida no problema direto, foi acrescido um ruído aditivo, constante, Gaussiano, não correlacionado, de média nula e desvio padrão $\sigma = 1\%$ para obtenção da distribuição de umidade da experiência simulada para as soluções de NaCl (10% p/p), NaCl (25% p/p) e NaCl-Sacarose (25% p/p).

Os resultados apresentados na Tab.(3.1) mostram que foram obtidos valores estimados muito precisos tanto para a D_{ef} quanto para a Y_{eq} .

Tabela 3.1- Resultados da estimação da difusividade efetiva e umidade de equilíbrio do tomate cereja, obtidos através do Método de Levenberg-Marquardt.

Soluções	Parâmetros	Valor Conhecido	Valor Estimado	Incertezas	Ruído
NaCl (10% p/p)	D_{ef} (m ² /s)	$1,210 \times 10^{-9}$	$1,212 \times 10^{-9}$	$1,699 \times 10^{-12}$	0,01
	Y_{eq} (Kg/kg)	2,96	2,963	$2,374 \times 10^{-3}$	
	D_{ef} (m ² /s)	$1,210 \times 10^{-9}$	$1,214 \times 10^{-9}$	$3,405 \times 10^{-12}$	0,02
	Y_{eq} (Kg/kg)	2,96	2,965	$4,738 \times 10^{-3}$	
	D_{ef} (m ² /s)	$1,210 \times 10^{-9}$	$1,217 \times 10^{-9}$	$5,119 \times 10^{-12}$	0,03
	Y_{eq} (Kg/kg)	2,96	2,967	$7,087 \times 10^{-3}$	
NaCl (25% p/p)	D_{ef} (m ² /s)	$1,770 \times 10^{-9}$	$1,772 \times 10^{-9}$	$2,039 \times 10^{-12}$	0,01
	Y_{eq} (Kg/kg)	2,60	2,602	$1,405 \times 10^{-3}$	0,02
	D_{ef} (m ² /s)	$1,770 \times 10^{-9}$	$1,775 \times 10^{-9}$	$4,086 \times 10^{-12}$	
	Y_{eq} (Kg/kg)	2,60	2,602	$2,807 \times 10^{-3}$	0,03
	D_{ef} (m ² /s)	$1,770 \times 10^{-9}$	$1,778 \times 10^{-9}$	$6,144 \times 10^{-12}$	
	Y_{eq} (Kg/kg)	2,60	2,602	$4,205 \times 10^{-3}$	
NaCl-Sacarose (25% p/p)	D_{ef} (m ² /s)	$1,360 \times 10^{-9}$	$1,362 \times 10^{-9}$	$2,426 \times 10^{-12}$	0,01
	Y_{eq} (Kg/kg)	4,06	4,063	$2,679 \times 10^{-3}$	0,02
	D_{ef} (m ² /s)	$1,360 \times 10^{-9}$	$1,366 \times 10^{-9}$	$4,865 \times 10^{-12}$	
	Y_{eq} (Kg/kg)	4,06	4,065	$5,347 \times 10^{-3}$	0,03
	D_{ef} (m ² /s)	$1,360 \times 10^{-9}$	$1,370 \times 10^{-9}$	$7,318 \times 10^{-12}$	
	Y_{eq} (Kg/kg)	4,06	4,066	$7,997 \times 10^{-3}$	

Observa-se que os valores para os parâmetros foram estimados com ruídos variando de 1% a 3%. Verifica-se que as incertezas calculadas para cada valor da D_{ef} e da Y_{eq} aumentam com o aumento do ruído, isto é, quanto maior o ruído inserido na experiência, maior é a incerteza, conseqüentemente, menor a confiabilidade do resultado alcançado.

Nas Figs. (3.7) e (3.8) estão as distribuições da umidade com o tempo para a experiência simulada e modelo com os valores da D_{ef} e Y_{eq} estimados pelo Método Inverso.

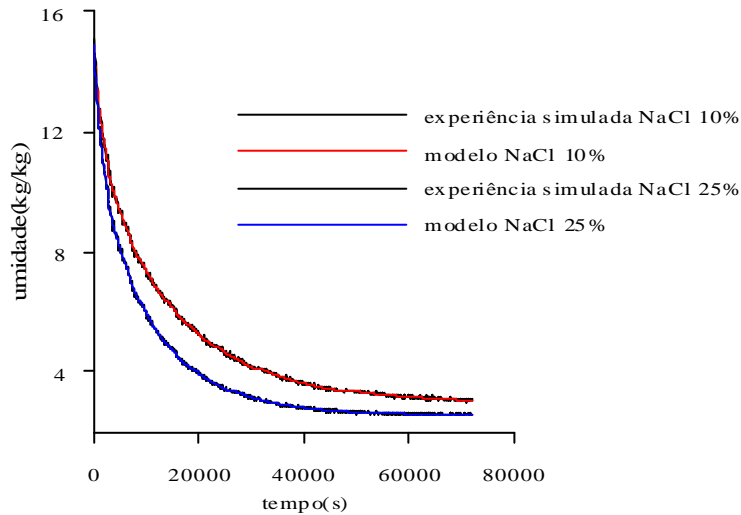


Figura 3.7: Evolução transiente da distribuição de umidade obtida pelas experiências simuladas e modelo, com ruído de 1% para as soluções de NaCl 10 e 25 % p/p.

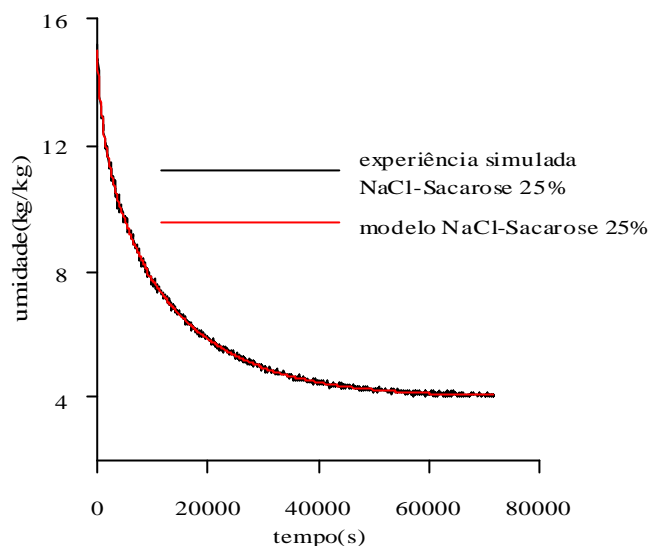


Figura 3.8: Evolução transiente da distribuição de umidade obtida pela experiência simulada e modelo, com ruído de 1% para a solução de NaCl-Sacarose 25 % p/p

4-CONCLUSÃO

Um problema inverso de transferência de massa foi resolvido para se estimar a difusividade efetiva da água e a umidade de equilíbrio do tomate cereja submetido a um processo de desidratação osmótica. A identificação dos parâmetros foi realizada a partir dos dados obtidos de uma experiência simulada de desidratação osmótica contaminada por ruídos.

O modelo matemático difusivo foi resolvido analiticamente considerando o sólido como uma esfera, tal como tomate cereja, com difusividade efetiva da água constante, transferência de massa unidirecional, e desprezando as resistências externas a transferência de massa e o encolhimento do produto durante o processo.

A análise dos coeficientes de sensibilidade foi imprescindível na estimação dos parâmetros, uma vez que através dela identificou-se a não linearidade dos mesmos.

O Método de Levenberg-Marquardt Press et al (1992) foi o utilizado para resolver o problema de identificação dos parâmetros.

Os valores estimados obtidos para a D_{ef} e Y_{eq} mostraram-se muito próximos dos valores conhecidos. Assim, a estimação dos parâmetros difusividade efetiva e umidade de equilíbrio pelo Método Inverso mostra-se uma prática bastante eficaz.

5-AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPQ, pelo apoio financeiro.

6-REFERÊNCIAS

- Azoubel, P. M. and Murr, F. E. X., 2004, "Mass Transfer Kinetics of Osmotic Dehydration of Cherry Tomato", *Journal of Food Engineering*, Vol. 61, p p. 291-295.
- Beck, J. and Arnold, K. J., 1977, *Parameter Estimation in Engineering and Science*, Jonh Wiley and Sons, New York, p. 495.
- Chenlo, F., Moreira, R. Herrero, C. F. and Vázquez, G., 2005, "Experimental Results and Modeling of the Osmotic Dehydration Kinetics of Chestnut whit Glucose Solutions", *Journal of Food Engineering*, Vol. 74, p p. 324-334.
- Gaspareto, O. C. P., Oliveira, E. L., Silva, P. D. L. y Magalhães, M. M. A. , 2004, "Influencia Del Tratamiento Osmótico en el Secado de la Banana "Nanica" (*Musa cavendishii*, L) en Secador de Lecho Fijo", *Información Tecnológica*, La Serena Vol. 15, No. 6, p p.9-16.
- Igarashi, L. e Kieckbusch, T. G. , 2000, "Cinética da Desidratação Osmótica de Tomate", XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Química.
- Mata, M. E. R. M. , Braga, M. E. D. e Kross, R. K. , 2003, "Secagem Osmótica de Tomate: Efeito da Epiderme", *Revista Brasileira de Produtos Agro-industriais*, Especial, No. 1, Campina Grande, p p. 77-84.
- Matusek, A. and Merész, P. , "Modeling of Sugar Transfer During Osmotic Dehydration of Carrots", *Periodica Polytechnica Ser Chemical Engineering*, Vol. 46, No. 1-2, p p. 83-92.

Neto, M. A. S., Maia, G. A., Lima, J. R., Figueiredo, R.W., Filho, M. S.M.S. e Lima, A.S., 2005, "Desidratação Osmótica de Manga Seguida de Secagem Convencional: Avaliação das Variáveis de Processo", Ciências Agrotécnicas, Lavras, Vol. 29, No. 5, p p.1021-1028.

Park, K.J., Bin, A. e Brod, F.P.R., 2001, "Obtenção das Isotermas de Sorção e Modelagem Matemática para a Pêra Barlet (*Pyrus sp.*) Com e Sem Desidratação Osmótica", Ciências e Tecnologia de Alimentos, Vol. 21, No. 1, Campinas.

Press, W. H., Teikolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P., 1992, Numerical Recipes in Fortran, The Art of Scientific Computing, New York, Cambridge University Press, p. 963.

Ramalho, L.A., Schvezov, C. and Mascheroni, R. H., 2004, "Transfer During Dehydration of Pineapple", Food Science Technical International, Vol. 10, No. 5, p p. 323-332.

7-DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

INVERSE PROBLEM OF MASS DIFFUSION – DIFFUSIVITY MASS ESTIMATION OF CHERRY TOMATO (*Lycopersicon esculentum* var. *cerasiforme*)

Cristiane Kelly Ferreira da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
criskfsilva@yahoo.com.br

Zaqueu Ernesto da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
zaqueu@les.ufpb.br

Manuella Pereira de Andrade

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
andrademanuella@yahoo.fr

Mirtes Aparecida da Conceição Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
mirtesacs@yahoo.com.br

José Pereira Alencar Júnior

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
jpereira1503@gmail.com

Abstract: This article presents the solution of parameter estimation inverse problem for a mathematic model that involved mass transfer in the process of osmotic dehydration of horticultural products, in this specific case the cherry tomato. It aims to identify the equilibrium moisture content (Y_{eq}) and effective diffusivity of water (D_{ef}) into the product. It was used the Fick's second law in the mass balance equation into the product and solving the system of equations through analytic technique, and the transient distribution of moisture content in the product was determinate. That is used to determinate the mass diffusion in any point of the middle. The analyses of the sensitivity coefficient of the moisture content to the parameters D_{ef} and the Y_{eq} shows us that there aren't a linear dependence between them; this means that is possible to determine simultaneously these two parameters. The parameter estimation problem was solved with the Levenberg-Marquardt algorithm of minimization of the least-squares norm. The obtained results for the estimated parameters of D_{ef} and Y_{eq} for NaCl (10% and 25% p/p) and NaCl-Sacarose (25% p/p) solutions was $1,212 \times 10^{-9} \pm 1,699 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$, $2,963 \pm 2,374 \times 10^{-3} \text{ kg H}_2\text{O}/\text{kg dry mass}$, $1,772 \times 10^{-9} \pm 2,039 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$, $2,602 \pm 1,405 \times 10^{-3} \text{ kg H}_2\text{O}/\text{kg dry mass}$ e $1,362 \times 10^{-9} \pm 2,426 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$, $4,063 \pm 2,679 \times 10^{-3} \text{ kg H}_2\text{O}/\text{kg dry mass}$, respectively.

Keywords: Mathematical modeling, osmotic dehydration, cherry tomato, mass transfer, parameters estimation

DETERMINAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA APARENTE DE SOLO ARGILOSO NA REGIÃO DE SÃO JOÃO DO CARIRI-PB.

Manuella Pereira de Andrade

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
andrademanuella@yahoo.fr

Zaqueu Ernesto da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
zaqueu@les.ufpb.br

Cristiane Kelly Ferreira da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
criskfsilva@yahoo.com.br

Mirtes Aparecida da Conceição Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
mirtesacs@yahoo.com.br

José Pereira Alencar Júnior

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
jpereira1503@gmail.com

Resumo: O presente estudo visa à estimação da difusividade térmica efetiva a partir do paradigma dos Métodos Inversos. A determinação do campo de temperatura é importante para diversas áreas de conhecimento que lidam com o solo. A equação da condução de calor unidimensional para um meio homogêneo considerado como sólido semi-infinito é solucionada analiticamente. Os dados para validação do modelo foram obtidos através de uma estação experimental localizada na cidade de São João do Cariri que encontra-se na região semi-árida da Paraíba. Um estudo de sensibilidade dos parâmetros mostra que somente a difusividade efetiva pode ser determinada através de uma única experiência. O método de Levenberg-Marquardt é utilizado para identificar este parâmetro. O valor estimado da difusividade efetiva foi de $0,8940 \times 10^{-6} \pm 0,2940 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, coerente com os valores encontrados na literatura.

Palavras-chave: Problema inverso, condução de calor em solos, difusividade.

1. Introdução

Vários processos químicos, físicos e biológicos que ocorrem nos solos, são influenciados pela temperatura. Os fenômenos climatológicos, germinação, crescimento de plantas, além do comportamento térmico de construções em contato direto, são influenciados diretamente pela variação de temperatura o que faz importante este estudo para diversas áreas de conhecimento.

Diretamente relacionado à determinação do campo de temperatura, está o estudo das propriedades térmicas, visto que estes fatores são determinantes na partição da energia que chega à superfície terrestre. A irradiação solar que chega à superfície depende de fatores climáticos contudo a quantidade de energia que penetra no solo depende de fatores como cor, declividade e cobertura vegetal da área considerada, Brady (1989).

Para determinação deste campo de temperatura podem ser propostas soluções numéricas como em Karam (2000), Mihalakakou (2001), Qin et al (2002), analíticas, em Gülser et al (2004), além dos estudos que comparam os resultados obtidos por estes métodos, Fuhrer (2000) e Chicota et al (2004).

Em relação às das propriedades térmicas, há inúmeros métodos para a sua determinação. Horton et al (1983) e Fuhrer (2000) propõem métodos explícitos diretos e métodos indiretos para a determinação da difusividade térmica.

A estimação dos parâmetros pode ser feita através de Métodos Diretos ou Métodos Inversos. Os primeiros visam projetar a experiência a fim de obter-se uma função matemática onde as propriedades devem ser expressas em termos das medidas realizadas, é possível a determinação de um único valor do parâmetro para cada experiência. A vantagem dos Métodos Inversos consiste na possibilidade de estimar de mais de um parâmetro a partir de uma mesma experiência com mais precisão e determinação dos intervalos de confiança.

O presente estudo visa à determinação da difusividade térmica aparente através do conhecimento do campo de temperatura, determinado a partir da solução da analítica da equação de condução de calor e um campo de temperatura

obtido experimentalmente. O Método de Levenberg-Marquardt é utilizado para resolver o problema inverso de estimação da difusividade.

2. Modelagem Matemática

2.1. Problema Direto - Solução Analítica da Equação de Condução de Calor

O problema direto é resolvido para determinar o campo de temperatura no solo. Este é considerado como um sólido semi-infinito, sendo a temperatura na superfície regida por uma função harmônica no tempo. Considerando ainda o meio isotrópico e assumindo uma área relativamente grande, o gradiente de temperatura é significativo na direção vertical,

reduzindo assim a equação à forma unidimensional para regime transiente segundo a Eq. (1), cujas condições de contorno são representas pela Eq. (2).

$$\frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$T(0, t) = T_0(t) = T_\infty + T_0 \sum_1^\infty \text{sen}(\mathbf{w}nt + \mathbf{f}) \quad (2a)$$

$$T(z \rightarrow \infty, t) = T_\infty \quad (2b)$$

$T(z,t)$ [°C] é a temperatura a profundidade z [m] e no tempo t [s]. Assumindo que a condutividade térmica (k) [W/m.K] e a capacidade térmica (C) [J/m³.K] não dependem do tempo, profundidade e temperatura, a difusividade térmica aparente pode ser definida como $\alpha=k/C$ [m²/s].

A solução da Eq. (1), utilizando as condições de fronteira dadas pelas Eq.(2a) Eq.(2b) e , é dada de acordo com a Eq. (3), que representa a função como uma série de Fourier.

$$T(z, t) = T_\infty + \sum_{n=1}^\infty e^{-z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}}} \left[b_n \cdot \cos\left(\mathbf{w}nt - z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}} + \mathbf{f}\right) + c_n \cdot \text{sen}\left(\mathbf{w}nt - z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}} + \mathbf{f}\right) \right] \quad (3)$$

O período P é usualmente considerado na literatura como igual a um dia, a frequência fundamental é definida como $\mathbf{w} = 2\mathbf{p} / P$ [s⁻¹], n é o número do harmônico, T_0 [C°] é a amplitude da onda e ϕ [rad] é definido como ângulo de fase. Os coeficientes c_n e b_n são os coeficientes de Fourier, substituído-os na Eq. (3) e utilizando a relação de ortogonalidade existente entre as funções seno e o cosseno, chega-se a Eq. (4).

$$T(z, t) = T_\infty + \sum_1^\infty e^{-z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}}} \text{sen}\left(\mathbf{w}nt - z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}} + \mathbf{f}\right) \quad (4)$$

Na Eq. (4), observa-se que o termo $e^{-z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}}}$ corresponde ao fator de amortecimento da onda para cada harmônico enquanto $\sqrt{\frac{\mathbf{w}}{2a}}$ [m] é a profundidade de penetração da onda a partir da qual a onda só se propaga.

2.2. Sensibilidade de Parâmetros

O estudo da sensibilidade dos parâmetros permite verificar a resposta do modelo matemático da distribuição da temperatura quando se efetuam variações nos valores dos parâmetros. A dependência funcional do campo de temperatura pode ser representada pela Eq. (5).

$$T = T(z, t, T_0, T_{\text{inf}}, C, k) \quad (5)$$

O coeficiente de sensibilidade é definido pela primeira derivada da variável medida em relação ao parâmetro desconhecido. Sendo $T(z, t, \mathbf{m}, \mathbf{b})$ uma variável de estado, $z_i = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ uma variável espacial, t o tempo, $\mathbf{m} = (\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_q)$ os parâmetros conhecidos e $\mathbf{b} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_p)$ os parâmetros desconhecidos. O coeficiente de sensibilidade no ponto z_i , no tempo t_n para o parâmetro β_j é dado por:

$$X_j(z_i, t_n, \mathbf{m}, \mathbf{b}) = \left. \frac{\partial T(z, t, \mathbf{m}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}_j} \right|_{z_i, t_n} = X_j)_{i,n} \quad (6)$$

2.3. Problema Inverso

O problema inverso consiste em determinar, neste caso, a difusividade térmica aparente a partir do campo de temperatura determinado pelo problema direto. Um campo de temperatura é obtido experimentalmente.

Os procedimentos de estimação de parâmetros envolvem um critério composto de uma ou mais funções objetivas que estão sendo extremizadas e uma função Bayesiana dada pela Eq. (7).

$$S(\mathbf{b}) = [Y - T(\mathbf{b})]^T W [Y - T(\mathbf{b})] + [\mathbf{m} - \mathbf{b}]^T U [\mathbf{m} - \mathbf{b}] \quad (7)$$

Onde Y ($n \times 1$) é o vetor dos valores experimentais, W ($n \times n$) e U ($p \times p$) são matrizes que dependem do tipo de estimador. Para os Mínimos Quadrados Ordinário (OLS), por exemplo, $W=I$ e $U=0$.

A escolha do método de extremização, minimização e maximização para funções não lineares, depende do número de parâmetros a ser estimado como também da estrutura do critério. Por exemplo, o Método de Gauss-Newton é um dos mais simples e o mais apropriado dos métodos quando o número de parâmetros desconhecidos não é grande.

Do ponto de vista de estimação de parâmetros, para os problemas não lineares, $X = X(\mathbf{b})$, um procedimento iterativo deve ser usado. Sendo o sobrescrito k como um contador da iteração, a equação é dada por:

$$\mathbf{b}^{(k+1)} = \mathbf{b}^{(k)} + [X^{T(k)}WX^{(k)} + U]^{-1} [X^{T(k)}W(Z - Y^{(k)}) + U(\mathbf{m} - \mathbf{b}^{(k)})] \quad (8)$$

O procedimento iterativo começa com um chute inicial, $\mathbf{b}^{(0)}$, em cada passo o vetor \mathbf{b} é modificado até:

$$\frac{|\mathbf{b}_i^{(k+1)} - \mathbf{b}_i^{(k)}|}{|\mathbf{b}_i^{(k)}| + \mathbf{x}} < \mathbf{d}, \text{ para } i=1, 2, \dots, p \quad (9)$$

Onde \mathbf{d} é um número pequeno a ser determinado pelo estimador, como 10^{-3} , que representa o erro relativo de convergência e \mathbf{x} ($<10^{-10}$) permite evitar a situação onde $\mathbf{b}_i^{(k)} = 0$.

São assim identificados os parâmetros que têm maior interferência no modelo, a existência de solução para o problema inverso, além do número de parâmetros que podem ser estimados a partir de uma única experiência, Beck e Arnold (1977).

3. Procedimento Experimental

Os dados utilizados foram fornecidos pela estação experimental instalada na bacia escola da UFPB localizada na Cidade de São João do Cariri/PB geograficamente situada na região dos Cariris Velhos. Trata-se de uma região com solos predominantemente Bruno não-cálcico e a vegetação do tipo caatinga predominantemente composta por pastagem (capim mimoso), plantas arbóreas (marmeleiro, mucunfo, pinhão branco), plantas lenheiras (angico, catingueira) e cactáceas (facheiro, palmatória, palma doce e cardeiro). A região é classificada como semi-árida, com chuvas pouco abundantes e concentradas nos meses de fevereiro a abril. O solo tem aparência pedregosa e a vegetação é esparsa, alternando-se ora com superfície desnudada, ora com solo coberto por vegetação.

O experimento foi projetado para realizar, com intervalo de 20 minutos, o balanço radioativo, o balanço de energia e o balanço hídrico. O sistema de aquisição de dados CR23X da Campbell Scientific Inc. é alimentado em contínuo por uma bateria de 12 V e 55 AH acoplada a um painel solar com potência de 20 W.

Foram feitas medições de temperatura e do fluxo de calor no solo. O sensor de temperatura (Campbell Scientific Inc., modelo 108) utilizado foi constituído de um termistor, operando numa faixa de -3 a 90°C , com precisão de 0.001°C , sendo um instalado na superfície e outros a profundidade de 2, 5 e 15 cm, Paz (2002).

4. Resultados e Discussão

4.1. Validação do Modelo

O problema direto modelado foi validado utilizando-se os dados da temperatura obtidos na estação experimental localizada na Cidade de São João do Cariri/PB entre os dias 06/05/01 a 09/05/06 a uma profundidade de 5 cm. A partir

destes dados foram determinados os parâmetros $T_{\infty} = 32.509^{\circ}\text{C}$, $T_0 = 1.781^{\circ}\text{C}$, $\phi = 0.342001422$ rad e utilizado um valor de $\alpha = 0.70 \times 10^{-6}$ m²/s, de acordo com a literatura para este tipo de solo, que inseridos na Eq. (4) resultam o campo de temperatura teórico mostrado na Figura 01.

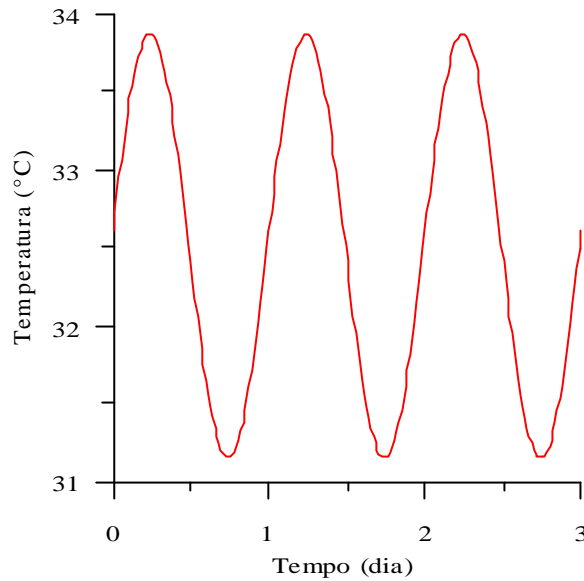


Figura 01 – Evolução temporal do campo de temperatura teórico a profundidade de 5 cm.

No problema direto considerado, foi adotado um comportamento harmônico para função que rege a temperatura na superfície, isto se reflete na curva apresentada na Fig. (01). A coerência do modelo está no fato de que a perturbação térmica de irradiação solar a qual o solo está submetido apresenta comportamento semelhante.

Quando comparados com os dados experimentais, espera-se que para profundidades maiores haja uma estabilização do modelo fazendo com que este se aproxime dos dados experimentais. Isto se deve ao fato de que as medidas de temperatura estão sendo tomadas em pontos mais distantes da fonte já que o aquecimento se dá exclusivamente via superfície e não há geração de energia no interior do solo. Em síntese, quanto mais distantes desta superfície, menores as influências dos fenômenos de superfície sobre o campo de temperatura.

4.2. Análise da Sensibilidade aos Parâmetros

De acordo com a dependência funcional definida pela Eq. (5), são tomados como parâmetros conhecidos os valores de z , T_0 e T_{inf} , mesmos valores utilizados no problema direto. Assim, foram estudados os coeficientes de sensibilidade reduzidos da temperatura à capacidade térmica (C) e a condutividade térmica (k). O comportamento temporal destes coeficientes reduzidos é mostrado na figura Fig. (02).

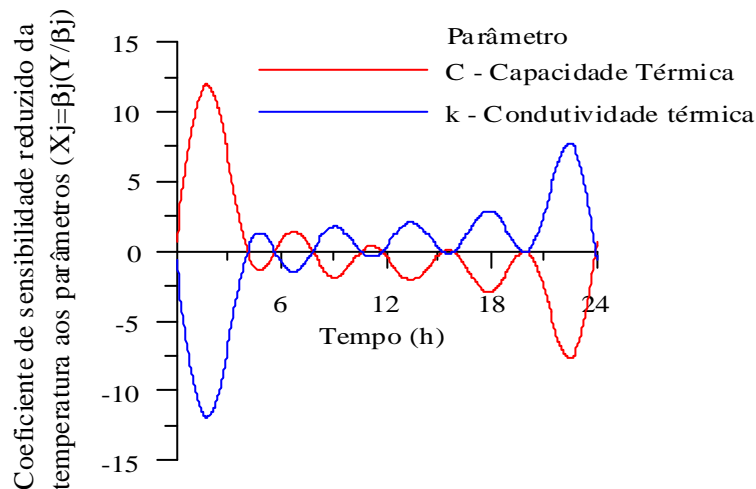


Figura 02 – Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da temperatura aos parâmetros.

Observa-se que as curvas são simétricas em relação ao eixo horizontal, tempo (h). Enquanto o coeficiente de sensibilidade da capacidade térmica (C) cresce, o coeficiente de sensibilidade da condutividade térmica (k) decresce, dependendo do ponto observado.

Neste caso, os coeficientes de sensibilidade dos dois parâmetros são linearmente dependentes o que representa que uma variação destes provoca efeitos similares no modelo. A identificação simultânea torna-se impossível.

Para tornar possível a identificação, deve-se introduzir uma relação entre os parâmetros para distingui-los ou estimar uma relação entre eles. Neste caso, fazendo k/C temos a relação que define a difusividade térmica. A partir desta análise, reduz-se o problema de estimação a um único parâmetro, a difusividade térmica aparente, que pode ser determinada a partir de uma única experiência.

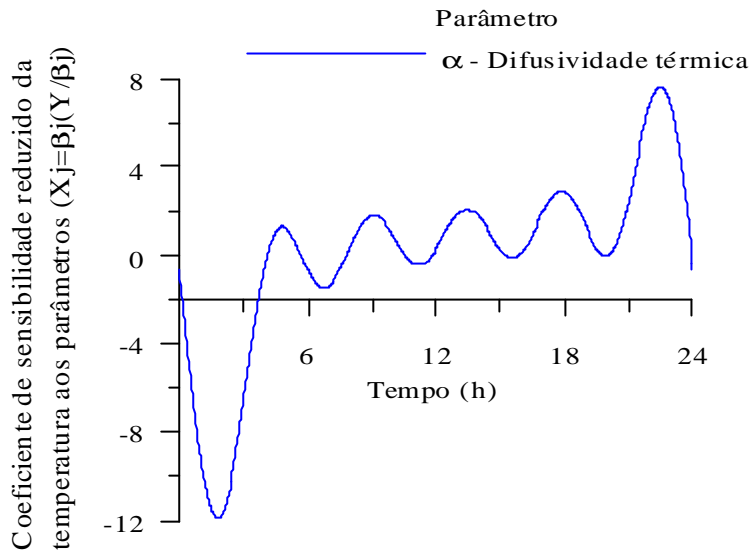


Figura 03 – Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da temperatura em relação à difusividade térmica efetiva.

4.3. Estimação de Parâmetros

Foi desenvolvido para a estimação do parâmetro, difusividade aparente térmica aparente (α), um código em linguagem Fortran e escolhido o Método de Levenberg-Marquardt, Press et al (1992), para a resolução do problema inverso.

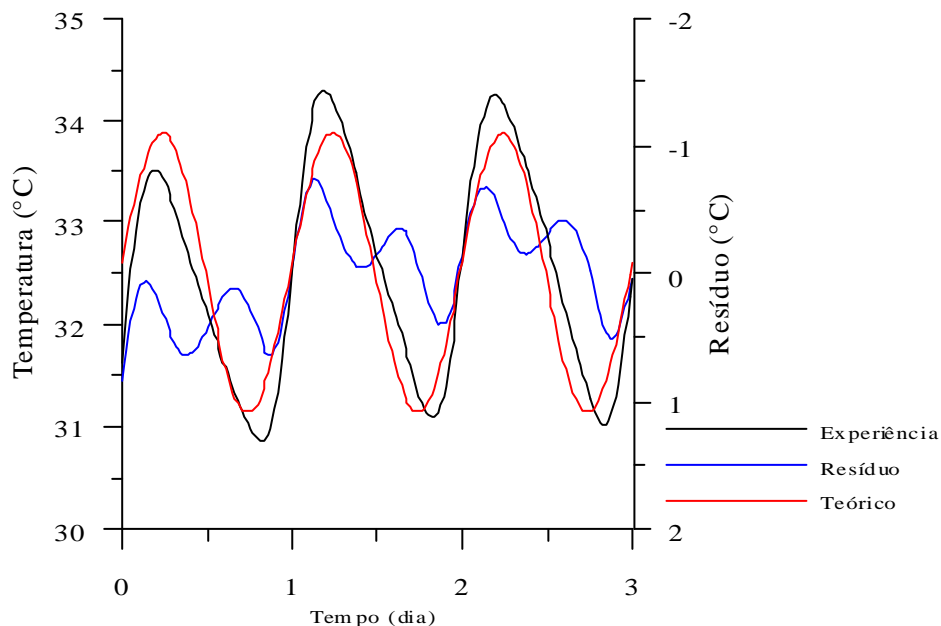


Figura 04. Evolução temporal dos campos de temperatura teórico, experimental e o resíduos.

A partir dos valores da temperatura do modelo matemático e os da experiência teórica o algoritmo de identificação utilizando o método de Levenberg-Marquardt busca a ajuste da função de mérito. Para o chute inicial, foi utilizado um valor da difusividade térmica aparente da mesma ordem de grandeza dos valores consagrados pela literatura.

Nas considerações feitas para solução do problema direto, não foram levados em conta parâmetros como a evaporação, infiltração, o teor de umidade do solo, a heterogeneidade do solo entre outros, fato que podem justificar as diferenças existentes entre as curvas mostradas na Fig. (04).

Um fator de grande importância que deve ser levando em conta são as condições climáticas dos dias em que foram feitas as medições. Para maior precisão do modelo, deve haver um estudo do conjunto de dados e tomados os dias com mesmas condições climáticas (presença de nuvens, velocidade do vento, existência de chuvas), esta análise não foi feita no presente estudo devido à insuficiência de dados.

5. Conclusão

Um problema inverso de condução de calor foi resolvido para estimar a difusividade térmica efetiva do solo submetido à perturbação térmica da irradiação solar.

O modelo termocinético foi resolvido analiticamente utilizando a hipótese de sólido semi-infinito, homogêneo e que as propriedades térmicas são independentes da temperatura, tempo e profundidade. Sendo considerada a função que rege a temperatura como uma função harmônica.

O campo de temperatura experimental foi medido em uma estação localizada na cidade de Soão João do Cariri, que se encontra na região do semi-árido paraibano. A aquisição de dados foi realizada em intervalos de 20 minutos através de sensor posicionado no solo à profundidade de 5 cm ligado ao sistema de aquisição de dados CR23X. Pela falta de dados ao longo do tempo, não foram tomadas medidas em dias com as mesmas condições climáticas o que pode ter interferido nos valores dos resíduos.

O problema inverso de estimação de parâmetro foi resolvido. A metodologia proposta para a estimação da difusividade efetiva foi ilustrada através de dados obtidos na experiência de campo. Para a utilização do paradigma Métodos Inversos, o estudo dos coeficientes de sensibilidade foi imprescindível para a determinação do parâmetro a ser estimado.

A propriedade térmica da difusividade efetiva necessária para a determinação do campo de temperatura foi estimada através do método de Lavenberg-Marquardt apresentando o valor estimado de $0,8947 \times 10^{-6} \pm 1,143 \times 10^{-7}$ m²/s, coerente com os valores encontrados na literatura mostrando a eficiência da técnica.

6. Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPQ, pelo apoio financeiro.

7. Referências

- Beck, J. and Arnold, K. J., 1977, Parameter Estimation in Engineering and Scienc, Jonh Wiley and Sons, New York, p. 495.
- Brandy, Nyle C., 1989, "Natureza e propriedades dos solos", 7^a Ed. Livraria Freitas Bastos S.A.
- Chicota, Rogério, Elias, E.A., Van Lier, Q. J., 2004, "Testing a finite-difference model for soil heat transfer by comparing numerical and analytical solutions", ELSEVIER, Environmental Modelling & Software, 19, pp. 495-506.
- Fuhrer, Oliver, 2000, "Inverse Heat Conduction In Soils – A New Approach Towards Recovering Soil Moisture From Temperature Records", Diploma Thesis, ETH Zürich, Dept. Physics.
- Gülser, C., Ekberli, M., 2004, "A Comparasion of Estimated and Measured Diurnal Soil Temperature Through a Clay Soil Depht", Journal of Applied Sciences, 4(3), pp. 418-423.
- Horton, R., Wierenga, P. J., Nielsen, D.R., 1983, "Evaluation of Methods for determining the Apparent Thermal Diffusivity of Soil Near the Suface", Soil Sci. Soc. Am. J, 47, 25-32.
- Karam, M. A., 2000, "A thernal Wave Approach for Heat Trnasfer in a Nonuniform Soil", Soil Sci. Soc. Am. J., 64, pp. 1219-1225.
- Mihalakakou, G., 2001, "On estimating soil surface temperature profiles", ELSEVIER, Energy and Buildings, 34, pp. 251-259.
- Paz, Rômulo da Silveira, 2002, Aplicação da análise inversa ao modelo meteorológico de circulação regional – MAL. Tese de doutorado, UFPB.
- Press, W. H., Teikolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. ,1992, Numerical Recipes in Fortran, The Art of Scientific Computing, New York, Cambridge University Press, p. 963.
- Qin, Z, Berliner, P., Karnieli, A., "Numerical solution of a complete surface energy balance model for simulation of heat fluxes and surface temperature under bare soil environment", ELSEVIER, Applied Mathematics and Computation, 130, pp. 171-200.

8. Direitos Autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluindo no seu trabalho.

DETERMINATION OF APPARENT THERMAL DIFFUSIVITY OF LOAMY SOIL IN SÃO JOÃO DO CARIRI-PB REGION

Pereira, M. A.¹
Da Silva, Z. E.²
Da Silva, C. K. F.³
Silva, M. A. C.⁴
Alencar Jr, J.P.⁵

andrademanuella@yahoo.fr

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB

Abstract

The present study aims to estimate the thermal apparent diffusivity from the Inverse Methods. Determined the field of temperature is important from many domains of the knowledge that work for the soil. The heat conduction equation is solved analytically to one dimension for homogeneous medium that is considered as a semi-infinite solid. The study of the sensitivity coefficients shows that the model has only one parameter to be determined, the thermal apparent diffusivity. The Levenberg-Marquardt method is utilized to estimate these parameters. The value estimated for the thermal apparent diffusivity was $0,8947 \times 10^{-6} \pm 1,143 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, that is coherent with the values present in the literature.

Key-words: Inverse problem, heat conduction in soils, diffusivity.

NOZZLE SIZE EFFECT DURING LAMINAR COUNTERFLOW COMBUSTION

Antonio Pereira Roseira Junior

Seção de Mísseis e Foguetes / Divisão Bélica - Centro Tecnológico do Exército - 23020-470 - Rio de Janeiro - RJ - Brazil
aroseira@ctex.eb.br

Albino José Kalab Leiroz

Departamento de Engenharia Mecânica, POLI/ COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro
Cx. Postal 68503 - Rio de Janeiro - RJ - 21945-970 - Brazil
leiroz@ufrj.br

Abstract. This paper presents a numerical solution of a non-premixed methane-air flame in a modified two-dimensional counterflow geometry of slot burners. Solid walls are placed beside the burners as boundary conditions, providing a confined flow field. The development fields of flow, temperature and chemical species concentration are studied. A single-step chemistry mechanism is assumed to the reaction rate. The Finite-Difference Method is employed on the mass, momentum, energy and chemical species conservation equations, which are written in a Cartesian system of coordinates and discretized using the BTCS scheme. The Vorticity-Stream function formulation is used to solve the Navier-Stokes equations while the Shvab-Zel'dovich formulation solves the energy and chemical species ones. An iterative numerical technique based on successive under-relaxation and local errors control are computed to solve the resulting system of algebraic equations. A parametric study is conducted for different nozzle sizes, conjugated with variable inflow velocities of the reactants, and the results show the effects on the flame shape characteristics, subject to the presence of recirculation zones.

Keywords non-premixed flame, counterflow, vorticity-stream function, Shvab-Zel'dovich formulation.

1. Introduction

The counterflow flame is commonly used for experimental combustion and chemical kinetic modeling studies of non-premixed combustion. When studying the interaction of heat and mass transfer with chemical reactions in commercial burners, gas turbines, and ramjets, these flames are important (Douglas, 1996). The counterflow configuration can be found in studies on the overall reaction rates for various fuel-oxidant combinations, the effectiveness of inhibitors (Tsuji, 1982), the transient phenomena during diffusion/edge flame transition (Frouzakis *et al.*, 2002) and the burning of multicomponent fuels in a diffusion flame (Fachini, 2001, 2004).

The interaction of a laminar vortex with a flame offers a scenario that is intermediate in complexity between laminar flames and turbulent ones. Furthermore, in a confined reacting counterflow, the vortex-flame interaction is also important. A significant recirculation zone can be produced due to the presence of a solid channel or duct walls (Roseira Jr and Leiroz, 2005). Since the steady-state counterflow diffusion flame represents well the local diffusion flame in unsteady distorted mixing layers in turbulent flow, studies on counterflow configuration can be taken to the flamelet model that is applied to non-premixed turbulent combustion (Peters, 1984).

Torikai *et al.* (1999) reported experimental studies to measure the blowoff limits of methane diffusion flames using a counterflow configuration, by closing a part of the fuel issuing exit with a solid disk set-up. In addition, studies on interaction of laminar vortices generated from either the fuel side or the oxidizer side (Santoro *et al.*, 1999), on flame-extinction phenomena (Pellet *et al.*, 1998, Daou and Liñán, 1999), and on the modeling of vortex-flame interactions (Amantini *et al.*, 2006) are also examples of the usage of the counterflow configuration.

In experiments, an inert co-flow curtain is often used to reduce the effects of air entrainment; as a result, the flame is confined only between the two nozzles. In numerical investigations, one-dimensional models along the axis of symmetry are almost exclusively used. Experimentally, Santoro *et al.* (2000) reported methane-air diffusion flames stabilized on an axisymmetric opposed jet burner with two parallel plates attached to the nozzle exists to confine the flow in the radial direction, and minimize entrainment while providing well-defined boundary conditions. The confinement induced to the flow field by adding solid walls beside the burners, provides a scenario where large recirculation zones can be generated, depending on the inflow conditions and on the relative size of the nozzle widths (Roseira Jr, 2005).

Although the analysis of such combustion events is a formidable task in real flow situations, or even in general laminar flows, it is instructive toward their understanding, to examine these events in simple prototypical flows. As an illustration of this approach, we shall analyze in this paper a combustion problem involving a non-premixed flame in modified two-dimensional counterflow geometry of slot burners is studied by a numerical approach. Adiabatic solid walls are placed beside the counterflow, creating a parallel flat plate channel. A parametric study is proposed to

investigate the influence of recirculation zones on the flame shape in the laminar regime, considering variations on the oxidizer inflow velocity and its nozzle width, in both coupled and uncoupled ways.

2. Physical and Mathematical Model

The physical model involves the combustion of two initially separate streams of fuel and oxidizer in gas-phase in a counterflow slot burner configuration. The configuration is commonly used in numerical and analytical studies since results are easily verified experimentally due to the easy access in the flame region (Fachini, 2001). The thermo-physical properties are assumed constant. In order to solve the Navier-Stokes equations, the Vorticity-Stream function formulation is employed, eliminating the pressure as a dependent variable from the momentum conservation equations and reducing the number of equations to be solved simultaneously. The continuity equation is identically satisfied by the stream function definition. The Vorticity-Stream function formulation presents a difficulty in the specification of vorticity boundary conditions. It is necessary to specify vorticity values along the solid boundaries in terms of the stream function, which requires the discretization using second order derivatives. Along the symmetry plane, zero-vorticity boundary condition is applied.

The description of diffusion flames imposing the Burke-Schumann kinetic model is relatively simple because there is no leakage of fuel and oxidizer through the flame. Consequently, the flow field can be specified by the gas properties without any information of the chemical reaction. Despite the simplicity of the mechanism, results obtained are still good to describe the problem with small leaking. Contrarily, flames near extinction or flames under high strain rate are incompatible with this model because the leaking of the reactants through the reaction zone is not negligible anymore.

The Simple Chemical Reaction System hypothesis is employed and the values of diffusivities of mass and energy are considered equal for each species. The mathematical model is based on the mass, momentum and mixture fraction conservation equations. The manipulation procedures done in the fluid dynamic and thermo-chemistry systems can be found in Anderson *et al.* (1984) and Kuo (1986).

The geometry adopted to represent the physical half-domain is described in a Cartesian system of coordinates by four boundaries, as illustrated by Fig. (1). The left boundary represents the flow field symmetry plane and the nozzles separation width (L^*), the right boundary is the outflow region, as well as the truncation position in the horizontal direction. The top and bottom boundaries (P^*) include the fuel and oxidizer nozzle widths, respectively, D_F^* and D_O^* , and the solid walls, which are considered adiabatic and nonreactive (Tomboulides *et al.*, 1997, Santoro *et al.*, 1999, Frouzakis *et al.*, 2002, Chaniotis *et al.*, 2003). This configuration offers the advantages of minimal heat losses, and nearly one-dimensional flame geometry in the vicinity of the stagnation plane (close to the symmetry plane). Traditionally, the non-premixed flame generated by this experimental configuration is analyzed in a one-dimensional context, whereas, in theoretical studies, the flow field near the stagnation plane is described by a simple potential stagnation flow solution.

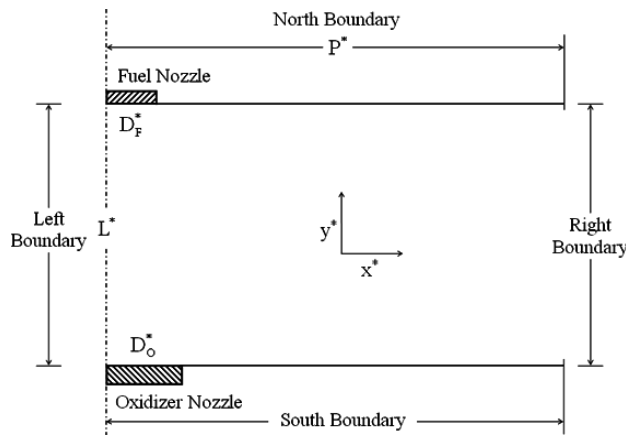


Figure 1. Geometry representing a half-domain.

The definitions of the dimensionless groups employed in the following equations are given by Eqs. 1.a-j.

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{x^*}{D_F^*} ; & y &= \frac{y^*}{D_F^*} ; & L &= \frac{L^*}{D_F^*} ; & P &= \frac{P^*}{D_F^*} ; & u &= \frac{u^*}{|U_F^*|} ; & v &= \frac{v^*}{|U_F^*|} \\
 \xi &= \frac{\xi^* D_F^*}{|U_F^*|} ; & \psi &= \frac{\psi^*}{|U_F^*| D_F^*} ; & t &= \frac{t^* |U_F^*|}{D_F^*} ; & \theta &= \frac{T^* - T_F}{T_O - T_F}
 \end{aligned}
 \tag{1.a-j}$$

where U_F^* is the fuel peak velocity (at the top nozzle) and, T_F, T_O the respective fuel and oxidizer inflow temperatures.

The fluid dynamic system is described by the Navies-Stokes equations: mass and momentum conservation equations. However, by introducing the Vorticity-Stream function formulation, we can manipulate the momentum equations and use the definition of vorticity as

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (2)$$

which results in a Vorticity Transport equation

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right). \quad (3)$$

The Reynolds number is defined based on the fuel nozzle parameters

$$\text{Re} = \frac{|U_F^*| \cdot D_F^*}{\nu}; \quad \nu \text{ is the fuel kinematic viscosity.} \quad (4)$$

Stream function $\psi(x,y)$ is defined, using the velocity components in order to satisfy the continuity equation, as

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (5.a-b)$$

Replacing the velocity components Eqs.(5.a-b) in Eq.(2), we obtain the Poisson's equation for the stream function

$$-\xi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (6)$$

Parabolic velocity profiles were used to represent the inflow velocity conditions at the nozzles and at the outflow boundaries. Therefore, the velocities boundary conditions must be expressed in terms of stream function, as

$$\begin{aligned} \psi &= 0; \quad x = 0, \quad 0 < y < \frac{1}{R_{DL}} \\ \psi(x) &= \frac{3x}{2} \left(1 - \frac{x^2}{3} \right); \quad 0 \leq x \leq 1, \quad y = \frac{1}{R_{DL}} \\ \psi &= 1; \quad 1 < x \leq R_H, \quad y = \frac{1}{R_{DL}} \\ \psi(y) &= y^2 R_{DL}^2 (1 + R_V \cdot R_B) (3 - 2y R_{DL}) - R_V \cdot R_B; \quad x = R_H, \quad 0 < y < \frac{1}{R_{DL}} \\ \psi(x) &= -\frac{3x R_V}{2} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{R_B} \right)^2 \right]; \quad 0 \leq x \leq R_B, \quad y = 0 \\ \psi &= -R_V \cdot R_B; \quad R_B < x \leq R_H, \quad y = 0 \end{aligned} \quad (7.a-f)$$

The following dimensionless ratios represent, respectively, the fuel nozzle width-separation distance, the horizontal aspect, inflow peak velocities, and nozzle width ratios

$$R_{DL} = \frac{D_F^*}{L}, \quad R_H = \frac{P^*}{D_F^*}, \quad R_V = \frac{U_O^*}{|U_F^*|}, \quad R_B = \frac{D_O^*}{D_F^*} \quad (8)$$

The present study will be focused on the last two ratios, R_V and R_B .

The thermo-chemistry system is described by the energy and chemical species equations

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + \frac{\omega_F^* \Delta H_C}{\rho c_p (T_O - T_F)} \cdot \frac{D_F^*}{|U_F^*|} \quad (9)$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} + u \frac{\partial Y_i}{\partial x} + v \frac{\partial Y_i}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pe Le}_i} \left(\frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial y^2} \right) - \frac{D_F^* \omega_i^*}{|U_F^*| \rho} \quad (10.a-b)$$

Where $\text{Pe} = \frac{\rho |U_F^*| D_F^* c_p}{k}$, $\text{Le}_i = \frac{k}{\rho D_{ij} c_p}$, k is the thermal conductivity, ΔH_C is the heat release rate and Y_i, ω_i^* are, respectively, the mass fraction in the mixture and consumption rate of the “i” specie. The mass diffusivity coefficients are considered equal for each species ($D_{ij} = D_{ji} = D$). The Simple Chemical Reaction System (SRCS) hypothesis is employed and the mixture fraction conservation equation can be obtained by following the assumption

$$1 \text{ kg of Fuel} + s \text{ kg of Oxidizer} \longrightarrow (1+s) \text{ kg of Products} \quad (11)$$

For stoichiometric coefficients, n_F , n_O , and molecular weights of fuel and oxidizer, W_F , W_O , the mass-weighted stoichiometric coefficient ratio (s) can be written as

$$s = \frac{n_O \cdot W_O}{n_F \cdot W_F} \quad (12)$$

As consequence, the species consumption rates can be written as

$$\omega_F^* = \frac{\omega_O^*}{s} \quad (13)$$

Assuming $\text{Le}_F = \text{Le}_O = 1$ and manipulating the species equations (Eqs. 10.a-b), the first coupling variable and the correspondent conservation equation can be established as follows by

$$\phi_{FO} = Y_F - \frac{Y_O}{s} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \phi_{FO}}{\partial t} + u \frac{\partial \phi_{FO}}{\partial x} + v \frac{\partial \phi_{FO}}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 \phi_{FO}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_{FO}}{\partial y^2} \right) \quad (15)$$

In a similar way, the other two coupling variables and the dimensionless heat release rate (Q) can be expressed as

$$\phi_{TF} = Q \cdot Y_F + \theta \quad ; \quad \phi_{TO} = \frac{Q \cdot Y_O}{s} + \theta \quad \text{and} \quad Q = \frac{\Delta H_C}{c_p (T_O - T_F)} \quad , \quad (16.a-c)$$

resulting in a linear relation among the coupling variables

$$\phi_{TO} = \phi_{TF} - Q \cdot \phi_{FO} \quad (17)$$

The boundary condition for the fluid dynamics problem is the null velocity at solid boundaries, null tension at the left and right boundaries and prescribed parabolic velocities profiles at the inlet nozzles. For the heat and mass transfer problem, the boundary condition is the null diffusion flux along the solid walls and along the left and right boundaries. But at the fluid inlet, the mass fraction of the fuel is equal to one and the dimensionless temperature is zero at fuel nozzle, while at oxidizer nozzle the mass fraction is equal to one and the dimensionless temperature is equal to one. The initial condition is the stagnant, isothermal and inert medium.

3. Numerical Procedure

The Finite-Difference Method is employed on the resulting conservation equations, which are discretized using the BTCS (Backward in Time Centered in Space) scheme (Anderson *et al.*, 1984). An iterative numerical technique, based on the algorithm of the Gauss-Seidel with successive under-relaxation and local error control is applied to solve the resulting algebraic linear systems. A non-uniform structured mesh is employed with 121 x 41 points.

4. Results

Starting with a baseline case, two distinct analyses could be done. According with the formulation, Eq. 7-f represents the oxidizer inflow magnitude, in terms of stream function, where the velocity and nozzle-width ratios figure out. So, if we only modify the nozzle-width ratio, R_B , we'll be proportionally modifying the oxidizer inflow magnitude, which permits one sort of analysis. However, with objective to maintain the reactants inflow identical, in such a way that permits only the variation of the oxidizer nozzle width, the velocity ratio, R_V , must follow the inverse variation of the nozzle-width ratio, R_B , which permits a second analysis.

Therefore, the cases analyzed in the following subsections consider the variation of the R_V and R_B parameters, as illustrated by Tab. (1) below.

Table 1 – Cases analyzed with respect to the velocity ratio R_V and the nozzle-width ratio R_B .

	Re	R_{DL}	R_H	R_V	R_B
Case 1	50	0,5	6	1	1
Case 2	50	0,5	6	1	0,5
Case 3	50	0,5	6	2	0,5
Case 4	50	0,5	6	1	2
Case 5	50	0,5	6	0,5	2

4.1. Base Case analysis

The base case (Case 1) considers the following parameters: Reynolds number, $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 1$, $R_B = 1$, fuel nozzle length, $D_F^* = 1$, and distance between the nozzles, $L^* = 2$. The thermo-physical properties were chosen as Prandtl number, $Pr = 0.7$; $\Delta H_C = 802000$ J/mol (Kuo, 1986); $c_p = 30$ J/mol.K; $T_O = 400$ K; $T_F = 300$ K; $Y_{O,in} = 0.233$; $Y_{F,in} = 1$.

The first conserved scalar can be normalized by the inflow condition, resulting in the following relation

$$\phi_{FO}^* = \frac{s \cdot \phi_{FO} + Y_{O,in}}{s \cdot Y_{F,in} + Y_{O,in}} \quad (18)$$

At the flame position ($\phi_{FO} = 0$) its stoichiometric value can be calculated as

$$\phi_{FO,St}^* = 0.05518 \quad (19)$$

The specific heat at constant pressure was considered constant at the average value between the air and the fuel at the nozzles temperatures (Fachini, 2004).

Figure (2) shows the results to the temperature field distribution. The black solid line represents the stoichiometric relation for the first conserved scalar (Eq. 14), and thus, where the combustion reaction takes place, indicating the flame position. Therefore, an underventilated flame can be observed, touching the bottom wall at the $x = 3.8$ coordinate. The flame is located next to the oxidizer nozzle (bottom) and also below the stagnation plane of the flow field ($y = 1.0$), as consequence of the identical reactants inflow magnitudes ($R_V = 1$). The displacement suffered by the stoichiometric line along the longitudinal direction is observed.

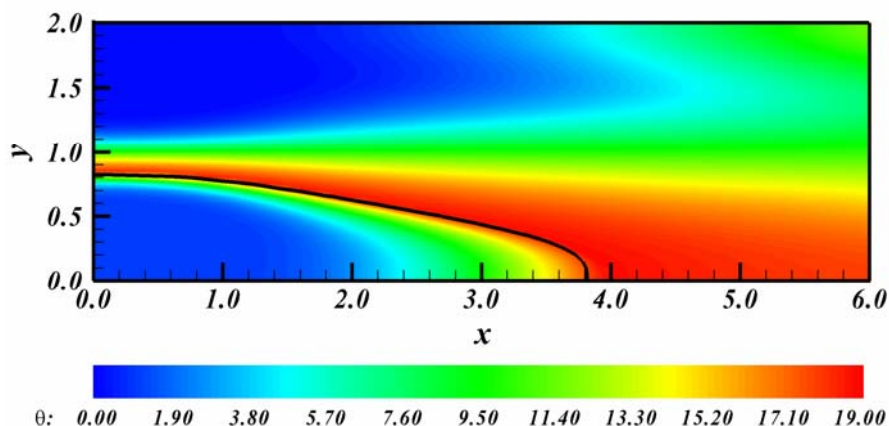


Figure 2. Temperature Field and Stoichiometric Line to the base case ($Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 1$, $R_B = 1$)

The temperature field indicates the flame behavior and furnishes information about the hottest and coldest regions inside the counterflow channel. The hottest zone is linked with the flame position and the coldest one is observed faraway from the flame. Therefore, increasing the Reynolds number the flame reaches greater lengths of the channel. Then, increasing the Re the combustion chamber must be increased too.

4.2. Oxidizer Nozzle Reduction

Case 2 performs a reduction to the oxidizer nozzle width, which is also followed by its inflow magnitude. The Fig. (3) depicts a new flame behavior, where the stagnation plan of the flow field has moved away from the combustible nozzle. It can be easily observed that the stoichiometric line is now located practically in the neighborhood of the oxidizer nozzle, also compensating the lack of this specie to the chemical reaction.

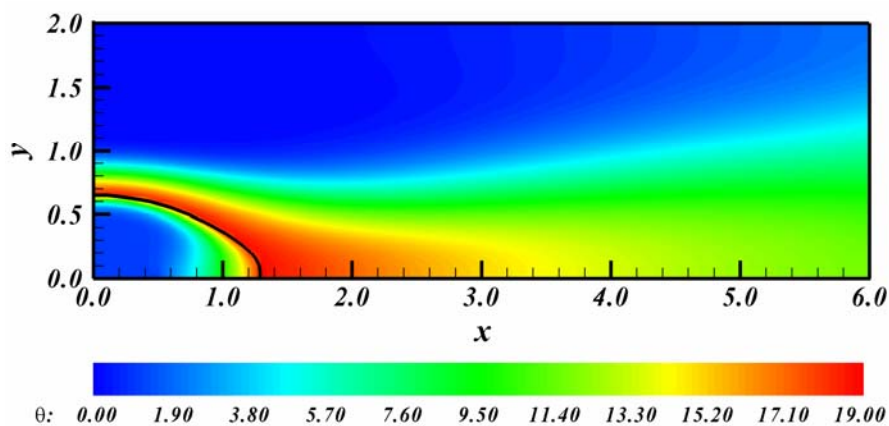


Figure 3. Temperature Field and Stoichiometric Line (Case 2 – $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 1$, $R_B = 0.5$)

Figure (4) illustrates the level curves of species mass fraction. The fuel level curves follow the preferential direction of the flow field, while the oxidizer curves are limited to the stoichiometric line position, remaining in the neighborhoods of the oxidizer nozzle. Since for a pure diffusion flame, the blowoff at the small reactant inflow velocity is due to thermal quenching by interaction between the flame and the nozzle surface, the flame observed in this case would possibly suffer a extinguish process for being anchored at the oxidizer nozzle, losing heat to it.

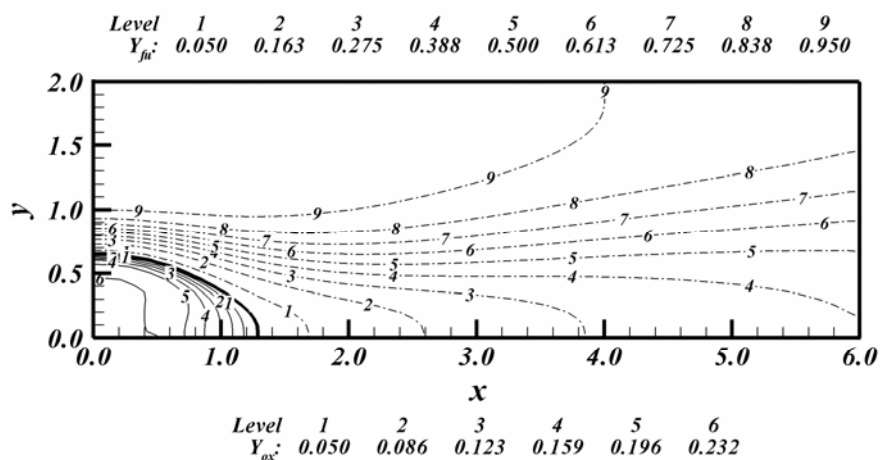


Figure 4. Mass Fraction curves of species (Case 2 – $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 1$, $R_B = 0.5$)

To illustrate more clearly the resulting aspects of the fields shown by Fig (4), the temperature and mass fraction profiles are plotted across the flame, which is along the axis of symmetry. Because the width of the oxidizer nozzle is a half of the combustible nozzle's (from $x = 0$ to $x = 0.5$), the transversal section for visualization of the respective profiles was chosen at $x = 0.4$, represented by Fig. (5).

This maximum value obtained to the dimensionless temperature field can only be achieved if the fuel and oxidizer are completely consumed during the reaction. It is known that the flame temperature of a non-premixed flame will always be equal to the adiabatic flame temperature of a premixed stoichiometric flame. With the adopted parameters, the calculated dimensionless adiabatic flame temperature was 15.7 (1869 K).

The overlap between fuel and oxidizer is infinitesimally small in the flame sheet model, but shown of finite width here, due to the number of points employed in the mesh.

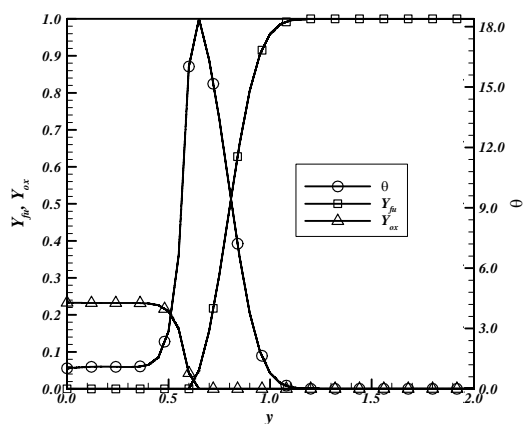


Figure 5. Temperature and Mass Fraction profiles at the transversal section $x = 0.4$ (Case 2)

In the following case (Case 3), the same reduction to the oxidizer nozzle width is performed again, however, its inflow magnitude is kept identical to the combustible one, by setting $R_V = 2$. The Fig. (6) shows the results for the temperature field and the stoichiometric line (solid line), where significant differences could be noted. Now, the stagnation plan of the flow field has moved towards the combustible nozzle, and the same behavior is observed to the stoichiometric line, which achieves a height of approximately $y = 1.3$, at the vertical symmetry plane. Also, a large recirculation zone (dash dotted lines) can be observed at the bottom wall, which consequently affects the level curves of the oxidizer mass fraction and the stoichiometric line itself, as shown by Fig. (7).

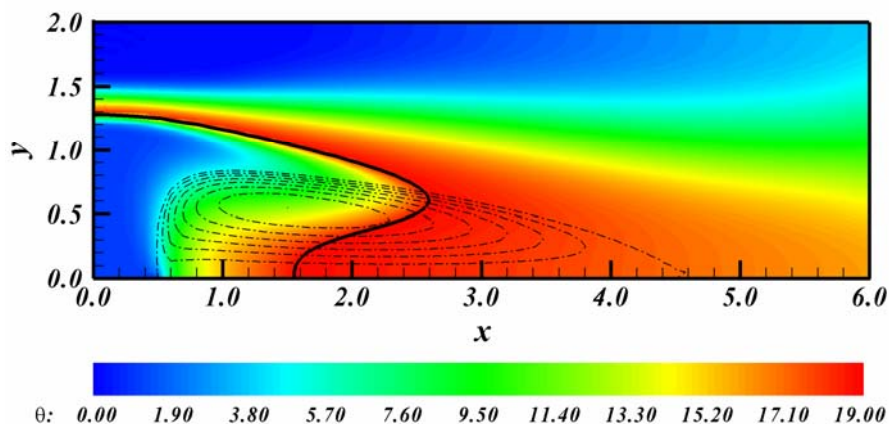


Figure 6. Temperature Field and Stoichiometric Line (Case 3 – $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 2$, $R_B = 0.5$)

The resulting interaction between the flame and the vortexes zones appears as a pronounced deformation of the flame shape in such area, as can be seen at $x = 2.6$. In other words, it indicates that the eddy zone holds the flame confined inside the counterflow channel. Depending on the Reynolds number range, changes on the nozzle widths can also serve as base to the sizing of the combustion chamber process, as well as to assist in the design and optimization of experiments.

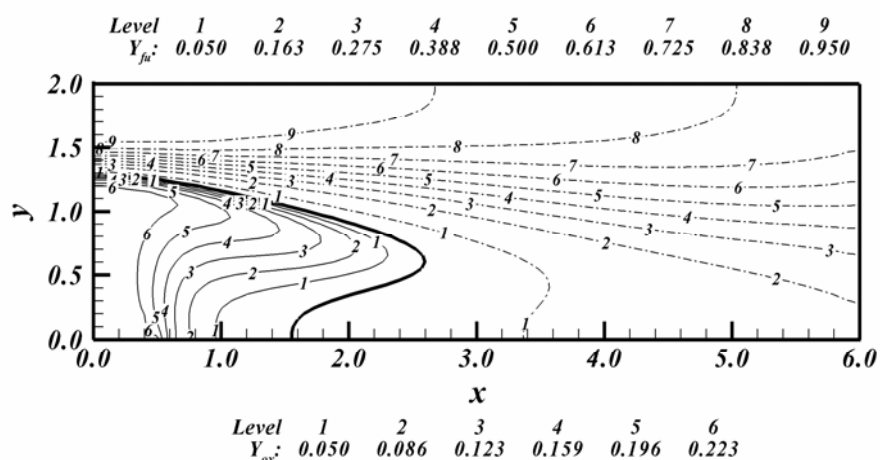


Figure 7. Mass Fraction curves of species (Case 3 – $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 2$, $R_B = 0.5$)

Figure (8) highlights the isolated effect of the oxidizer nozzle reduction, where, at the transversal section $x = 0.4$, the temperature profile indicates the position of the flame near to the combustible nozzle (top) and the presence of higher gradients to the temperature and mass fraction profiles. The effect of the recirculation zones to the temperature field is also noted, represented by non-monotonic behavior from $y = 0$ to $y = 1$. Inside this portion, it can be observed a value to the temperature profile higher than the inflow temperature at the oxidizer nozzle, at $y = 0$.

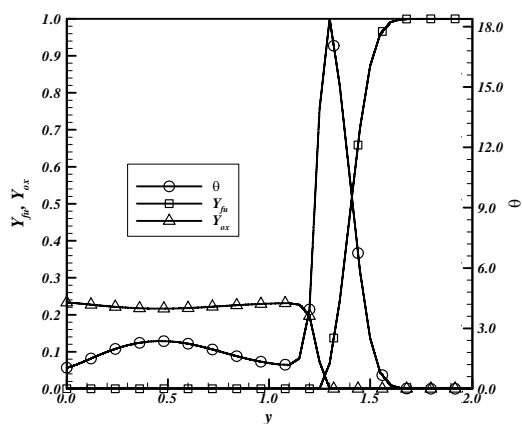


Figure 8. Temperature and Mass Fraction profiles at the transversal section $x = 0.4$ (Case 3)

4.3. Oxidizer Nozzle Increase

The two cases analyzed in this subsection consider an increase to the oxidizer nozzle width, by setting $R_B = 2$, however, in the Case 4, the oxidizer inflow magnitude is also increased, respectively. The Fig. (9) shows the stoichiometric line behavior, following the stagnation plan of the flow field. However, the flame presented here is not underventilated anymore, and the results show the flame crossing the exit boundary at $x = 6$. This result indicates the necessity to reevaluate the outflow boundary position to provide numerical solutions unaffected by the zero-Neumann outflow boundary conditions, which can be done by increasing the distance of the outflow boundary, moving it away from the symmetry plane as the flowrates are increased (Roseira Jr, 2005).

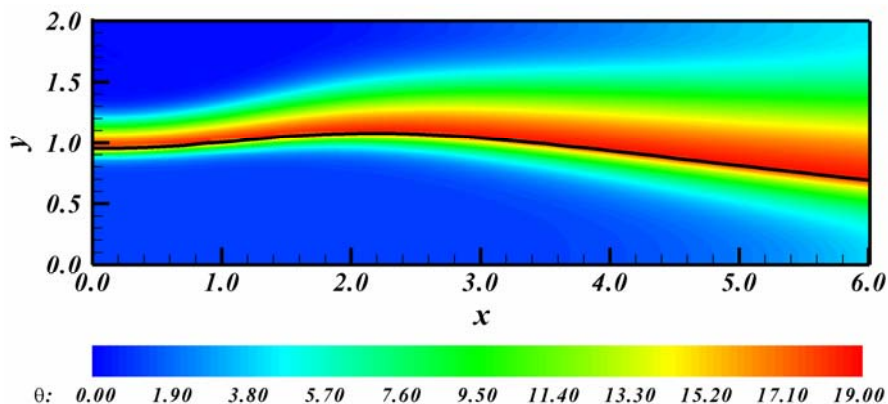


Figure 9. Temperature Field and Stoichiometric Line (Case 4 – $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 1$, $R_B = 2$)

Figure (10) depicts the level curves of the species mass fraction, which also follow the preferential direction of the flow field, due to convective process of transport. In addition, there is no generation of recirculation zones because the oxidizer nozzle has a bigger width, from $x = 0$ to $x = 2$. Since the mean velocity of the oxidizer gases decreases, this results in a smooth inflow velocity profile, which tends to minimize the shear effects observed at the nozzle-wall interface region, responsible for the formation of eddies.

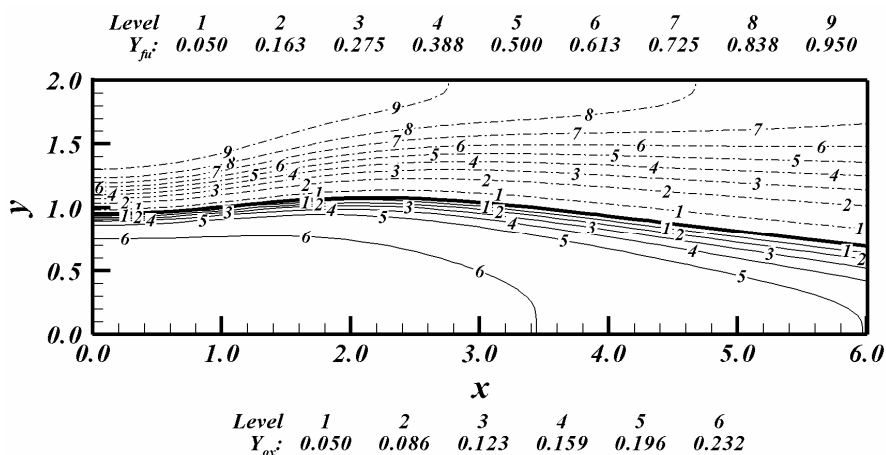


Figure 10. Mass Fraction curves of species (Case 4 – $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 1$, $R_B = 2$)

Therefore, the transversal section for visualization of the temperature and mass fraction profiles was chosen at $x = 1.6$, to maintain the proportional analogy with the former subsection, as illustrated below by Fig. (11).

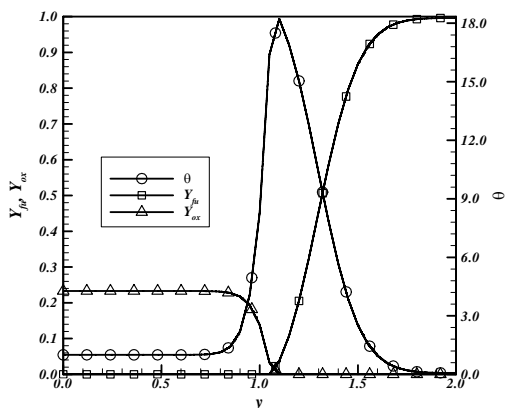


Figure 11. Temperature and Mass Fraction profiles at the transversal section $x = 1.6$ (Case 4)

Finally, in the Case 5, the oxidizer inflow magnitude is compensated by setting $R_V = 0.5$, which turns the reactants inflows identical again. As consequence, an underventilated flame can be observed again, as shown by Fig. (12). It can be noted that the stoichiometric line touches against the bottom wall at $x = 4.2$.

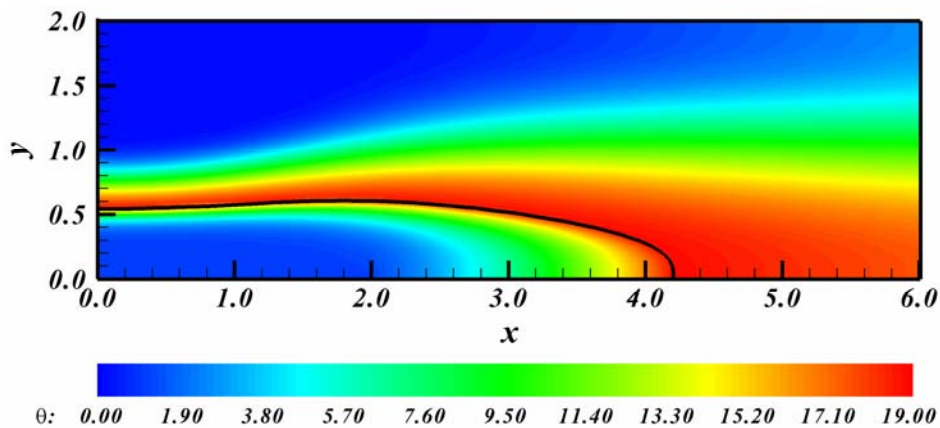


Figure 12. Temperature Field and Stoichiometric Line (Case 5 – $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 0.5$, $R_B = 2$)

Figure (13) depicts the combustible level curves of the mass fraction, which follow the preferential direction of the flow field, while the oxidizer levels are restrained by the stoichiometric line. Again, there is no generation of recirculation zones in this case due to the smooth inflow velocity profile at the oxidizer nozzle exit.

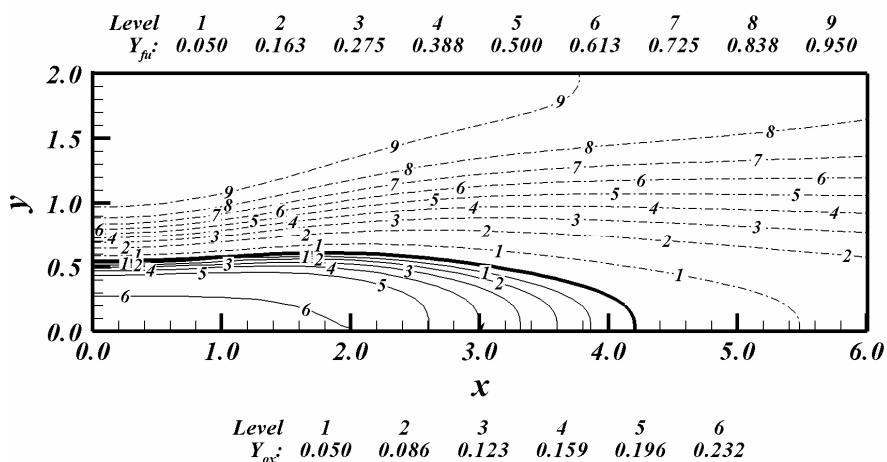


Figure 13. Mass Fraction curves of species (Case 5 – $Re = 50$, $R_{DL} = 0.5$, $R_H = 6$, $R_V = 0.5$, $R_B = 2$)

The temperature and mass fraction profiles illustrated by Fig 14 at the transversal section $x = 1.6$ indicate the expected approach of the flame to the oxidizer nozzle, however, the flame shown here is about three times longer than the flame of Case 2, but very similar to the flame of the base case, with respect to the longitudinal extension.

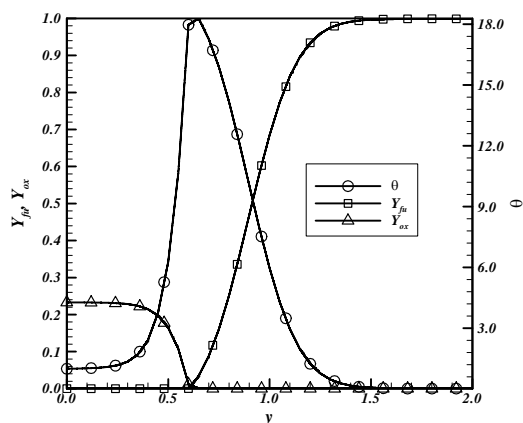


Figure 14. Temperature and Mass Fraction profiles at the transversal section $x = 1.6$ (Case 5)

5. Conclusions

In this work, we have described one possibility to control the position and shape of a non-premixed flame in a two-dimensional counterflow of reactive gases, in a parallel confined domain. Despite the one-step kinetics and simplified transport employed, the findings can be used to analyze the flame control event in the idealized flow under consideration, a step toward a better understanding of such events in realistic, more complicated flows.

The results have shown the existence of two distinct scenarios where an underventilated flame can be obtained and kept closer to a specific nozzle by varying the mass flowrate ratio and/or the inflow nozzle-width ratio of the opposing jets. Because of the two parallel walls used in the simulations, a large recirculation zone could be produced, as observed in the simulations of Tomboulides *et al.* (1997) and in the experimental work of Santoro *et al.* (2000).

Although recirculation zones are known to alter the stability of flames, that is an important field of research, since they can be used as a mechanism to maintain the flame held, as well as to improve the mixing effectiveness under laminar conditions in two-dimensional laminar confined opposing streams. It is relevant to note that such results will be certainly dependent of the Reynolds regime. Therefore, it is instructive to examine the range of flowrates, and complementary aspects between the present results and the closely related recent findings, since this point was not investigated in the present study.

Future work will investigate the combined simulation of detailed chemical kinetics and transport modeling to study the effect of fuel composition, inlet temperature and geometry, in order to determine more efficiently another critical parameters, taking into account compressibility effects due to heat release in the flame zone.

6. References

- Amantini, G., Frank, J. H., Smooke, *et al.*, 2006, "Computational and Experimental study of Steady Two-dimensional Axisymmetric Non-Premixed Methane Counterflow Flames", to appear in *Combustion Theory and Modeling*.
- Anderson, D. A., *et al.*, 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", New York: Hemisphere Publishing Corporation.
- Chaniotis, A. K., Frouzakis, C. E., Lee, J. C., *et al.*, 2003, "Remeshed smoothed particle hydrodynamics for the simulation of laminar chemically reactive flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 191, No.1, pp. 1-17.
- Daou, J. and Liñán, A., 1999, "Ignition and extinction fronts in counterflowing premixed reactive gases", *Combustion and Flame* Vol. 118, pp. 479-488.
- Fachini, F. F., 2001, "N-Fuels Diffusion Flame: Counterflow Configuration", Proceedings of XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CD ROM, Uberlândia, MG, Brazil.
- Fachini, F. F., 2004, Multicomponent Fuel Diffusion Flames: A General Shvab-Zel'dovich Formulation, "under consideration for publication".
- Frouzakis, C. E., Lee, J. C., Tomboulides, D., *et al.*, 2002, "From diffusion to premixed flames in an H₂-Air opposed-jet burner: the role of edge flames", *Combustion and Flame*, Vol. 130, pp.171-184.
- Kuo, K. K., 1986, "Principles of Combustion", USA, Wiley-Interscience.
- Pellett, G. L., Isaac, K. M., Humphreys, W. M., *et al.*, 1998, "Velocity and Thermal Structure, and Strain- Induced Extinction of 14 to 100% Hydrogen-Air Counterflow Diffusion Flames", *Combustion and Flame*, Vol. 112, No. 4, pp. 575-592.
- Peters, N., 1984, "Laminar Diffusion Flamelet Models in Non-premixed Turbulent Combustion", *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol. 10, pp. 319-339.
- Roseira Jr, A. P. and Leiroz, A. J. K., 2005, "A Parametric Study of a Confined Stagnation Methane-Air Diffusion Flame", Proceedings of 18th International Congress of Mechanical Engineering, CD ROM, Ouro Preto, MG, Brazil.
- Roseira Jr, A. P., 2005, "Numerical Study of Laminar Confined Counterflows", M.Sc. Dissertation, Departamento de Engenharia Mecânica, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.
- Santoro, V.S., Kyritsis, D. C., Gomez, A., 1999, "Extinction Behavior of either Gaseous or Spray Counterflow Diffusion Flames Interacting with a Laminar Toroidal Vortex", 17th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems, Heidelberg, Germany.
- Santoro, V. S., Liñán, A., Gomez, A., 2000, "Propagation of edge flames in counterflow mixing layers: experiments and theory", *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 28, pp. 2039-2046.
- Tomboulides, A. G., Lee, J. C., Orszag, S. A., 1997, "Numerical Simulation of Low Mach Number Reactive Flows", *Journal of Scientific Computing*, Vol. 12, No. 2, pp. 139-167.
- Torikai, H., Matsuo, A., Ueda, T., *et al.*, 1999, "Characteristics of the Diffusion Flame with a Hole in the Stagnation Region of an Axisymmetric Impinging Jet", 17th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems, Heiderberg, Germany.
- Tsuji, H., 1982, "Counterflow Diffusion Flames", *Progress Energy Combustion Science*, Vol.8, pp. 93-119.

A FERRITIC POTENTIAL INFLUENCE ON HEAT TRANSFER CONDITIONS IN INDUSTRIAL MOLD DURING CONTINUOUS CASTING OF STEELS

Wilson Fogazzi

Doutorando LAFUN / PPGEM / UFRGS – Av. Bento Gonçalves, 9500 / Cx.P. 15.021 CEP 91501-970 - Porto Alegre - RS
wilsonfogazzi@hotmail.com

Vinicius Karlinski

Mestrando LAFUN / PPGEM / UFRGS – Av. Bento Gonçalves, 9500 / Cx.P. 15.021 CEP 91501-970 - Porto Alegre - RS
viniciuskarlinski@yahoo.com.br

Bruno Vaz de Souza

Graduando DEMET / LAFUN / UFRGS - Av. Bento Gonçalves, 9500 / Cx.P. 15.021 CEP 91501-970 - Porto Alegre - RS
brunovaz@pop.com.br

Carlos Raimundo Frick Ferreira

Eng. Pesquisador LAFUN / UFRGS – Av. Bento Gonçalves, 9500 / Cx.P. 15.021 CEP 91501-970 - Porto Alegre - RS
frick@ufrgs.br

Carlos Alexandre dos Santos

Prof. Adjunto PEGETEMA/FENG/ PUCRS – Av. Bento Gonçalves, 9500 / Cx.P. 15.021 CEP 91501-970 - Porto Alegre-RS
carlos.santos@pucrs.br

Jaime Alvares Spim Junior

Prof. Adjunto LAFUN / UFRGS – Av. Bento Gonçalves, 9500 / Cx.P. 15.021 CEP 91501-970 - Porto Alegre - RS
spim@ct.ufrgs.br

Abstract .This work shows an application of mathematical solidification model in the continuous casting of steel billet process. The mold heat transfer coefficients were determined by the inverse method and related to macrostructure conditions and carbon equivalent of the peritectic reactions carbon steels. Structure characterization and ferritic potential were determined in function of the solidification parameters and chemical composition after casting. Specimens were cut at different positions from the metal/mold interface and the selected sections were polished and etched by a reagent for metallographic examination. Image processing system was used to analyze as-cast structure for each selected position. It was observed that the numerical predictions about metal/mold heat transfer coefficients along the mold length during casting conform to the ferritic potential type A and B steel according to sticker and depression tendency.

Key Words: Ferritic Potential, Solidification, Continuous Casting, Mathematical Model.

1. Introdução

O principal fenômeno envolvido no processo lingotamento contínuo de aços é a transferência de calor que ocorre durante o resfriamento primário (metal/molde), secundário (zona de sprays) e terciário (radiação livre). A previsão ou determinação do comportamento térmico destes sistemas de troca de calor se torna importante na medida em que esta influi diretamente na solidificação principalmente na etapa inicial de formação da casca sólida no interior do molde.

Um dos principais aspectos para se entender o comportamento no molde é como ocorre a extração de calor do metal até o fluido de refrigeração. Para uma análise global da transferência de calor, deve-se analisar, inicialmente, a influência relativa de cada modo de transferência de calor atuante. O metal líquido, o metal sólido, o lubrificante, o espaço físico ou *gap* de ar formado na interface metal/molde, a parede do molde e o fluido de refrigeração constituem as fontes de troca térmica nessa etapa. A camada de metal sólido que se forma ao longo do molde constitui uma barreira crescente à passagem de calor, ou seja, uma resistência térmica crescente, fazendo com que a condução térmica na camada sólida vá adquirindo uma influência relativa cada vez maior sobre o fluxo global de calor. As paredes do molde não representam uma resistência térmica importante à condução de calor no sistema, pois, além da ordem de grandeza das espessuras normalmente empregadas, os materiais com os quais são confeccionados os moldes, geralmente cobre e suas ligas, apresentam grande capacidade em transferir calor em função da alta difusividade térmica do material.

Para o contato térmico entre metal e molde, pode-se observar três regiões de contato: do menisco até o ponto de início da solidificação, região onde o metal líquido se encontra separado do molde por uma camada de pó fluxante ou de cobertura; região de bom contato térmico entre metal sólido e a parede do molde, devido à ação da pressão ferrostática exercida pelo metal líquido sobre a camada solidificada, sendo que o comportamento dessa região tem influência decisiva na qualidade superficial do lingote; região onde existe uma separação física ou formação de um *gap* de ar bem definido entre metal e molde, dificultando a retirada de calor. Essa separação pode variar de acordo com a composição química do aço e seu potencial ferrítico que indica uma tendência ao agarramento ou descolamento, como mostram (Brimacombe, 1973, 1984; Mahapatra, 1991; Mills, 1991 e Chandra, 1993)

O objetivo deste trabalho consiste na aplicação de um modelo numérico de simulação da solidificação no lingotamento contínuo de aços que permite prever a evolução do coeficiente de transferência de calor ao longo da interface metal/molde, nas diferentes faces de um molde seção quadrada de 150 x 150 mm, de acordo com a tendência de agarramento ou contração que os diferentes tipos de aços apresentam. Os resultados foram comparados com as respectivas macroestruturas obtidas dos lingotes resultantes das corridas monitoradas durante o processo de solidificação.

2. Transferência de Calor no Molde.

O problema da transferência de calor interfacial metal/molde, devido a sua importante influência na taxa ou velocidade de solidificação, tem sido alvo de estudo de inúmeros pesquisadores. Vários trabalhos foram desenvolvidos objetivando caracterizar o mecanismo físico da transferência de calor entre as superfícies de contato metal e molde, como mostram (Hills, 1969; Grill, 1976; Lait, 1974, 1984; Krishnan, 1996 e Santos, 2001). Neste trabalho emprega-se o modelo utilizado por Karlinski *et al.* (2006) para a determinação dos coeficientes de transferência de calor (h) ao longo do comprimento da interface metal / molde. Este método utiliza-se da medida de temperatura experimentais obtidas por termopares acoplados ao molde e/ou metal em posições conhecidas, e comparadas com perfis de temperaturas simuladas através de um modelo numérico de solidificação e transferência de calor, que tenha sido aferido previamente. O procedimento para determinação dos h 's é realizado assumindo um valor inicial de h_i e com esse valor, as temperaturas de cada posição em uma malha numérica, tanto no molde como no metal em cada intervalo de tempo são calculadas utilizando um modelo matemático. A correção em h_i a cada interação é realizada com o incremento ou decremento de um valor Δh_i , e novas temperaturas são estimadas.

2.1 Estratégia de Otimização de Busca Coeficiente de Transferência de Calor ao Longo do Molde

As rotinas de busca para a determinação dos coeficientes de transferência de calor na interface metal/molde ($h_{m/m}$), ao longo do comprimento de molde, foram desenvolvidas aplicando estratégias de otimização para o aumento da velocidade de processamento e maior precisão nos resultados gerados pelo modelo matemático de solidificação. A Figura 1 mostra o fluxograma do algoritmo de otimização para determinação dos coeficientes de transferência de calor na interface metal/molde.

A rotina atua de forma iterativa e inicialmente a malha determina um perfil de temperatura no metal e no molde na região do menisco, e compara a temperatura simulada com a experimental no ponto monitorado a partir de um valor inicial conveniente de $h_{m/m}$ assumido. São aceitas variações nas temperaturas comparadas dentro da faixa de $\pm 2^\circ\text{C}$. O teste é feito quando a malha numérica, ao se deslocar a partir do menisco, encontra-se na posição do ponto monitorado seguinte. Neste momento, é verificado se o $h_{m/m}$ utilizado no cálculo é representativo, analisando se a temperatura simulada está dentro faixa de temperatura limite, ou divergindo do limite tolerável. Caso necessário o sistema pode realizar um incremento ou decremento no valor de h_i (Δh_i) e repetir novamente os cálculos retornando do ponto monitorado anterior com novo valor de h_i . O processo em cada passo segue até a distância do próximo termopar, e assim por diante ao longo do comprimento do molde.

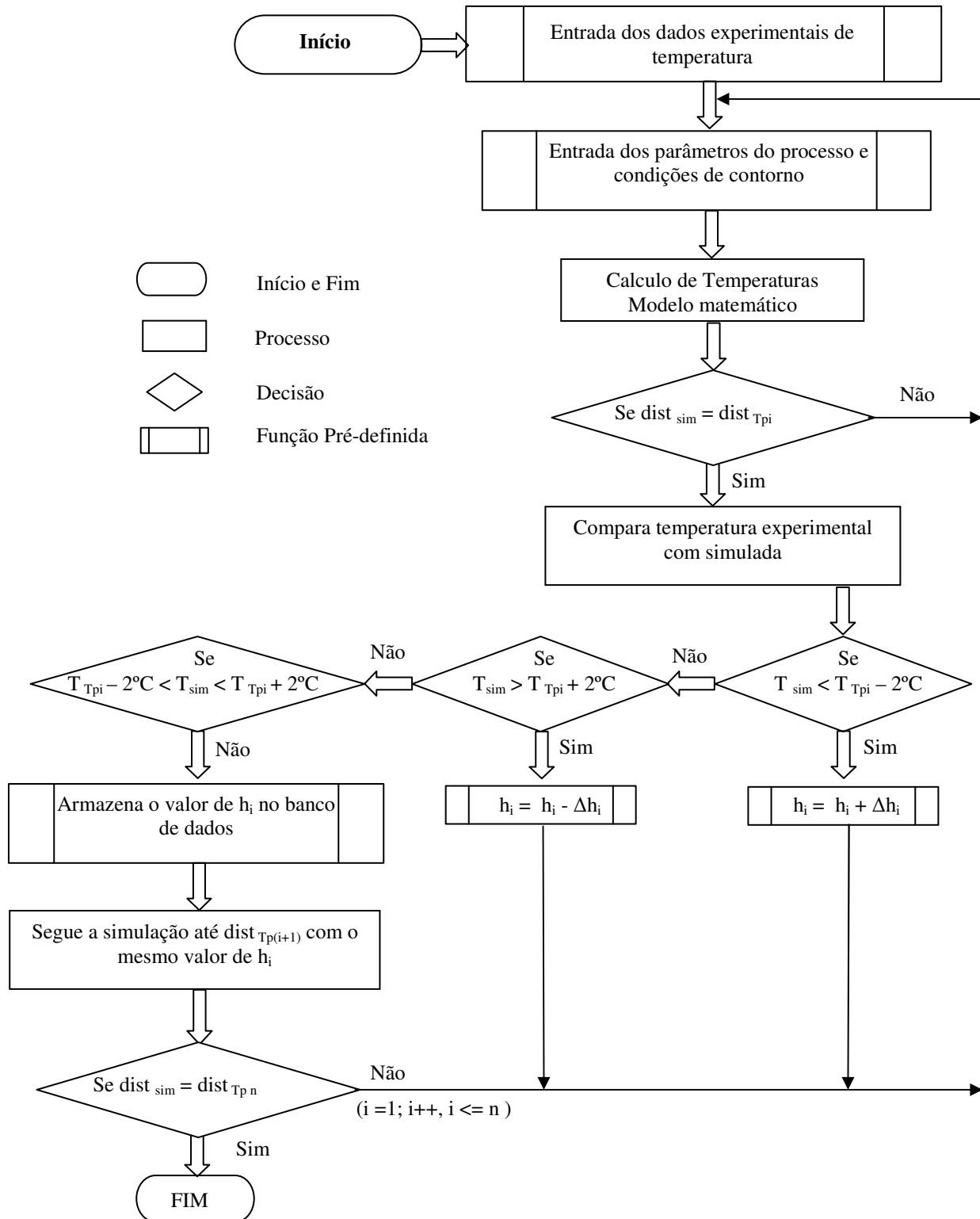


Figura 1. Fluxograma do algoritmo de otimização para determinação dos coeficientes de transferência de calor na interface metal/molde.

3. Transformação Peritética.

O solidificação dos aços inicia com a precipitação de ferrita- δ ou austenita- γ . Para o caso de aços ao carbono, a reação peritética $L + \delta \rightarrow \gamma$ ocupa a faixa de aproximadamente 0,09 %C a 0,53 %C em peso. Esta reação pode ser promovida com maior efetividade pela adição de elementos formadores de austenita (C, N, Ni, Mn, Cu). Devido à diferença de propriedades termo-físicas entre a austenita γ e a ferrita δ , esta reação gera fenômenos indesejáveis como tensão, variação volumétrica, segregação e precipitação de inclusões de acordo com (Matsuura, 1995). A Figura 2 mostra um esquema da reação peritética, onde a ferrita- δ , formada primeiramente, é encapsulada pela austenita- γ resultante da reação $L + \delta$.

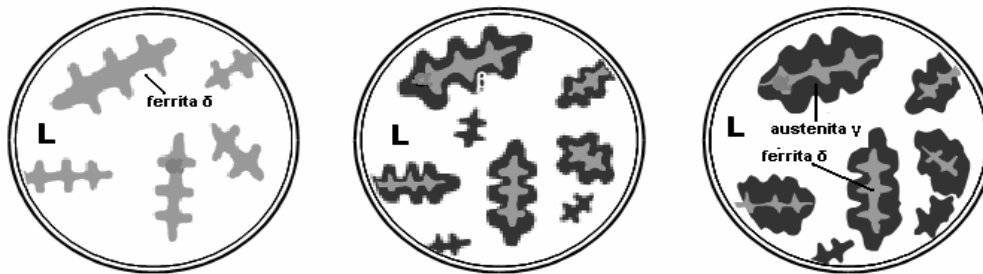


Figura 2. Desenho esquemático da reação peritética, mostrando o “encapsulamento” da ferrita δ pela austenita γ .

Em geral, o efeito dos elementos de é descrito através de concentrações equivalentes. Para aços ao carbono ou baixa liga, o efeito dos elementos de liga pode ser expresso em termos de carbono equivalente através da Eq. (1).

$$C_p = [\%C] + 0,02.[\%Mn] + 0,04.[\%Ni] - 0,1.[\%Si] - 0,04.[\%Cr] - 0,1.[\%Mo] \quad (1)$$

Esta equação foi testada em 12 aços e comparada com a fração de ferrita – ou Potencial Ferrítico – resultante da solidificação em ensaios de análise térmica diferencial como mostra (Wolf, 1981, 1988). Este conceito define uma tendência do aço em contrair ou expandir durante a solidificação dentro do molde. Para os aços ao carbono e baixa liga a Eq. (2) define o potencial ferrítico

$$FP = 2,5.(0,5 - [\%C_p]) \quad (2)$$

Os valores do potencial ferrítico para aços com tendência a formar depressões (aços tipo A) ficam entre 0,85 – 1,05 enquanto que aços que apresentam uma tendência ao agarramento à parede do molde (aços tipo B) apresentam valores de potencial ferrítico $FP > 1,05$ ou $FP < 0,85$.

O cálculo do potencial ferrítico para os aços inoxidáveis leva em conta a presença do Cromo e do Níquel equivalentes:

$$Cr' = [\%Cr] + 1,5[\%Cr] + 1,38 [\%Mo] + 2[\%Nb] + [\%Ti] \quad (3)$$

$$Ni' = [\%Ni] + 0,31[\%Mn] + 22[\%C] + 14,2[\%N] + 1[\%Cu] \quad (4)$$

Sendo o potencial ferrítico dado pela equação abaixo:

$$FP = 5,26.(0,74 - [\%Ni' / \%Cr']) \quad (5)$$

Singh *et al.* (1974) analisou o fluxo de calor médio na região do molde em função da porcentagem de carbono (até 1,7 %C). Para concentrações até 0,1 %, o fluxo de calor decai apresentando para esta concentração, o seu valor mínimo. Acima desta concentração, o fluxo de calor volta a elevar se mantendo aproximadamente constante para concentrações acima de 0,25 %. Grill *et al.* (1976) propôs um mecanismo baseado na transformação $\delta \rightarrow \gamma$ de fases para explicar esta observação. Estes autores compararam o aço 0.10% C com outros com maiores concentrações e notaram que o de 0,10% C sofre uma transformação no estado sólido mais intensa do que os outros, ocorrendo uma contração volumétrica de 0,38%. Resultados similares foram encontrados por (Suzuki, 1996).

4. Metodologia.

Foram selecionadas 2 (duas) qualidades de aços com diferentes composições químicas, sendo baixo e médio teor de carbono (0,16%C e 0,53%C). A composição química foi analisada e classificada em duas categorias: Tipo A e Tipo B em relação ao potencial ferrítico. Determinaram-se os coeficientes de transferência de calor ao longo do comprimento do molde e em três diferentes faces, a partir dos dados de temperaturas obtidos por termopares estrategicamente posicionados nas paredes do mesmo. Para ambos o caso, foi monitorado um molde de cobre refrigerado de secção 150mmx150 mm com termopares tipo K inseridos ao longo da altura do molde. Os coeficientes de transferência de calor foram correlacionados com o potencial ferrítico dos aços, demonstrando a tendência ao agarramento ou ao descolamento da parede. Os dados experimentais foram obtidos em uma planta industrial com medidas de temperaturas em um molde da máquina de lingotamento contínuo. As especificações relevantes à máquina e as condições operacionais experimentais estão listados nas tabelas. 1, 2 e 3 respectivamente. O molde foi instrumentado com a colocação de 30 termopares instalados na região central de três faces do molde, dispostos do seguinte modo: 10 termopares no centro da face de raio externo, 10 termopares no centro da face de raio interno e 10 termopares no centro da face lateral.

A disposição dos termopares ao longo do molde está esquematizada conforme a Fig. 3 desde a região do menisco (nível do metal líquido na parte superior do molde) à 170 mm do topo do molde, até 31 mm acima da saída do molde, resultando em um total de 10 (dez) pontos estratégicos de monitorização nas faces. Os termopares foram posicionados a uma distância de 4,4 mm da face quente do molde (interface metal/molde), sendo Tp2 a referência da temperatura do menisco.

Tabela 1. Especificações da máquina.

Seção Tarugo	150 x 150 mm
Tipo de molde	Parabólico
Material do molde	Cobre
Dimensões do molde	801 mm de comprimento e 11 mm de espessura
Comprimento da máquina	24 m

Tabela 2. Dados da corrida monitorada na máquina de lingotamento contínuo para um aço baixo carbono.

Aço Baixo Carbono		Potencial Ferrítico = 0,98 (Tipo A)			
Composição química (%)					
C	Si	Mn	Mo	Ni	Cr
0,16	0,22	0,65	0,21	0,09	1,1
Dados Operacionais					
Temperatura Liquidus:	1513 °C	Velocidade de Lingotamento:	2,1 m/min		
Temperatura Solidus:	1487 °C	Secção:	150x150 mm		
Temperatura saída do distribuidor:	1577 °C				

Tabela 3. Dados da corrida monitorada na máquina de lingotamento contínuo para um aço médio carbono.

Aço Médio Carbono		Potencial Ferrítico = 0,35 (Tipo B)			
Composição química (%)					
C	Si	Mn	Mo	Ni	Cr
0,53	1,3	0,67	0,04	0,11	0,66
Dados Operacionais					
Temperatura Liquidus:	1474 °C	Velocidade de Lingotamento:	2 m/min		
Temperatura Solidus:	1404 °C	Secção:	150x150 mm		
Temperatura saída do distribuidor:	1514,5 °C				

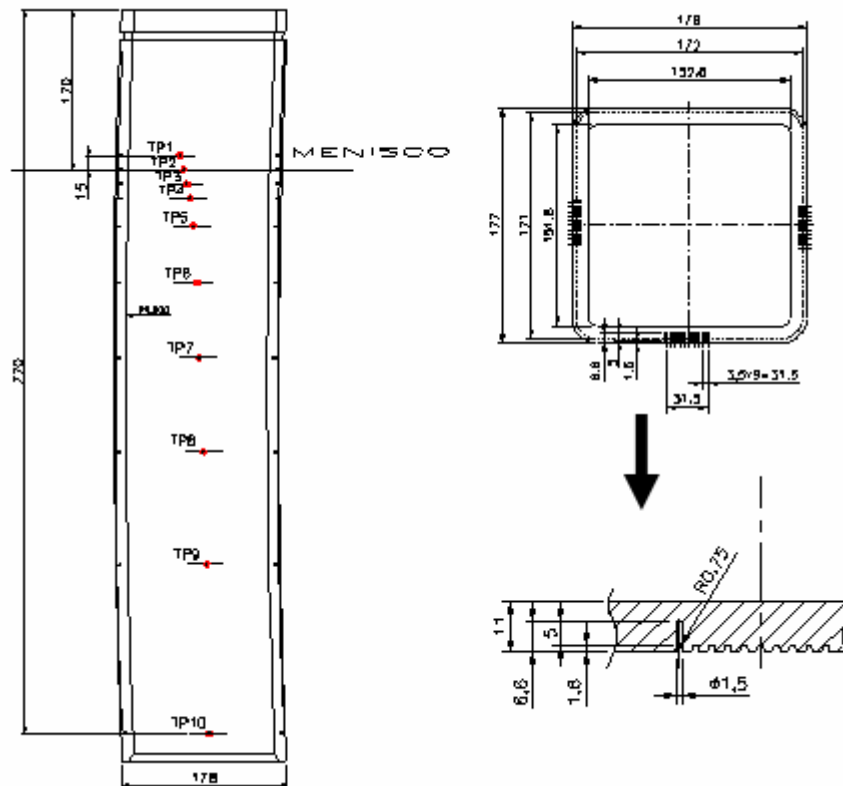


Figura 3. Disposição dos termopares no interior da espessura do molde de cobre da máquina de lingotamento contínuo.

Para a análise macrográfica foram retirados dois blocos dos tarugos dos aços de trabalho. Os blocos passaram por um processo de corte e retífica para adequar a superfície das amostras. A figura 4 mostra uma foto de um dos blocos juntamente com um desenho esquemático da “bolacha” retirada para o procedimento metalográfico. Após a retificação da superfície, as amostras foram lixadas com lixa grana #1200 e atacadas com reagente Nital 10%.

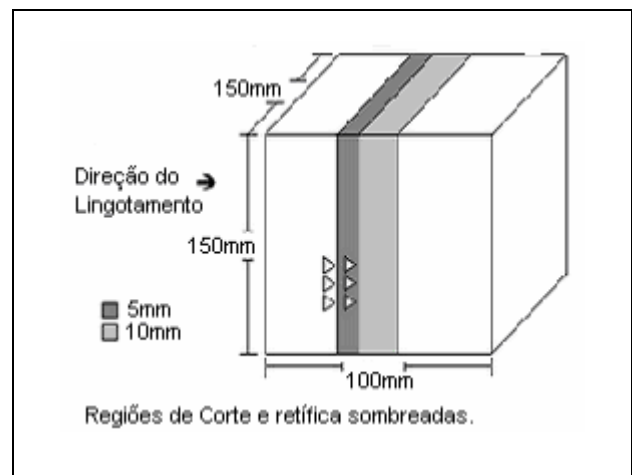


Figura 4. Bloco amostra retirado do tarugo do aço de trabalho e desenho esquemático da retirada de amostra para procedimento metalográfico.

3. Resultados

As figuras 5 e 6 mostram um conjunto de dados monitorados de temperaturas e resultados obtidos para os coeficientes de transferência de calor para os aços tipo A e B durante a solidificação. Em relação às temperaturas das paredes do molde, observa-se também uma pequena diferença entre as temperaturas monitoradas nas diferentes faces do molde, onde a face raio interno apresenta as menores temperaturas da parede do molde, o que indica uma transferência de calor menos eficiente em função do descolamento da casca sólida devido ao raio de curvatura do molde. A face lateral mostra um comportamento distinto para os dois tipos de aço, sendo que para o aço tipo A os valores de temperatura encontram-se em geral entre valores intermediários entre as faces raio interno e externo, enquanto que para o aço tipo B ocorre uma elevação de seus valores em relação a face raio externo. Analisando as temperaturas da região do menisco, observa-se que os valores máximos de temperaturas medidos foram bastante próximos (aproximadamente 140°C), apesar da diferença entre as temperaturas de vazamento (aproximadamente 60°C), sendo que para o aço tipo B a região de temperatura máxima se estende desde o menisco até 300 mm abaixo do mesmo.

Observa-se que os coeficientes atingem seus valores máximos na região do menisco devido ao melhor contato térmico entre o metal líquido e a parede do molde. À medida que se caminha ao longo do comprimento do molde, esses coeficientes diminuem drasticamente, mantendo um caráter constante para o caso do aço tipo A e um caráter variável decrescente para o aço tipo B. Conforme descrito no tópico transformação peritética, o aço tipo A apresenta tendência ao descolamento ou contração e o aço tipo B tendência ao agarramento ou expansão, fato esse que se reflete no comportamento dos coeficientes de transferência de calor metal/molde ao longo do comprimento do molde, onde para o aço tipo A verifica-se um valor médio em torno de 1500 W/m².K, enquanto que para o aço tipo B verifica-se um valor médio de 2000 W/m².K.

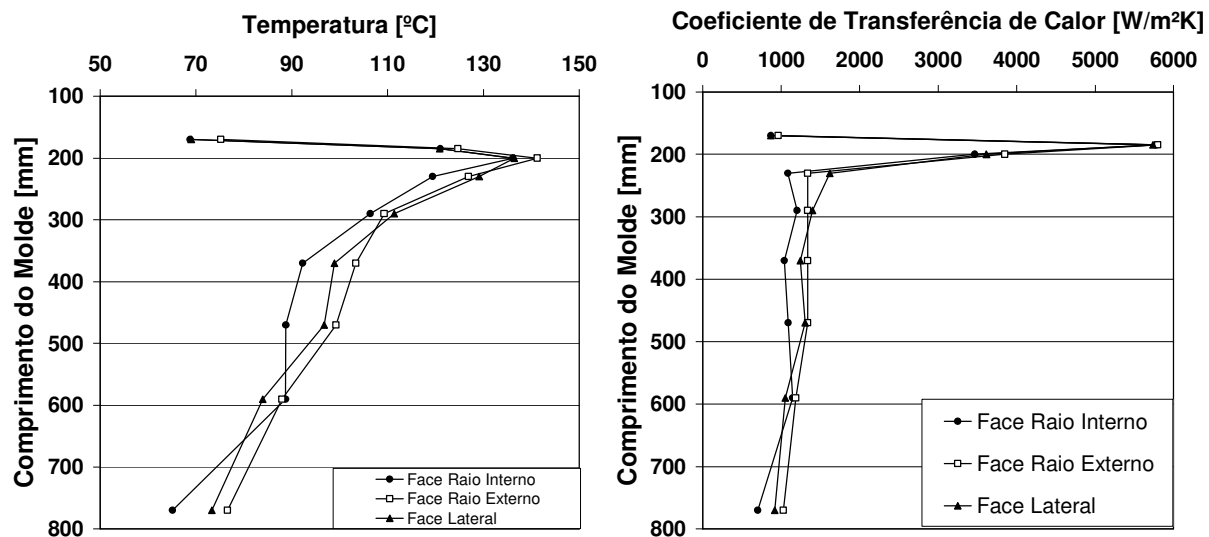


Figura 5. Dados monitorados de temperaturas e resultados obtidos dos coeficientes de transferência de calor para o aço tipo A.

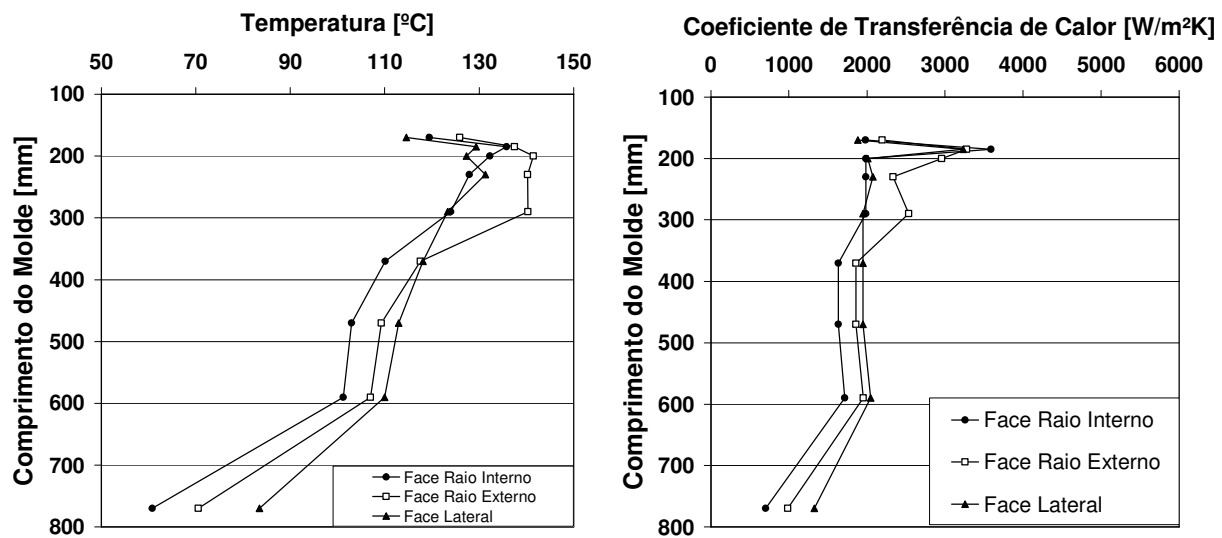


Figura 6. Dados monitorados de temperaturas e resultados obtidos dos coeficientes de transferência de calor para o aço tipo B.

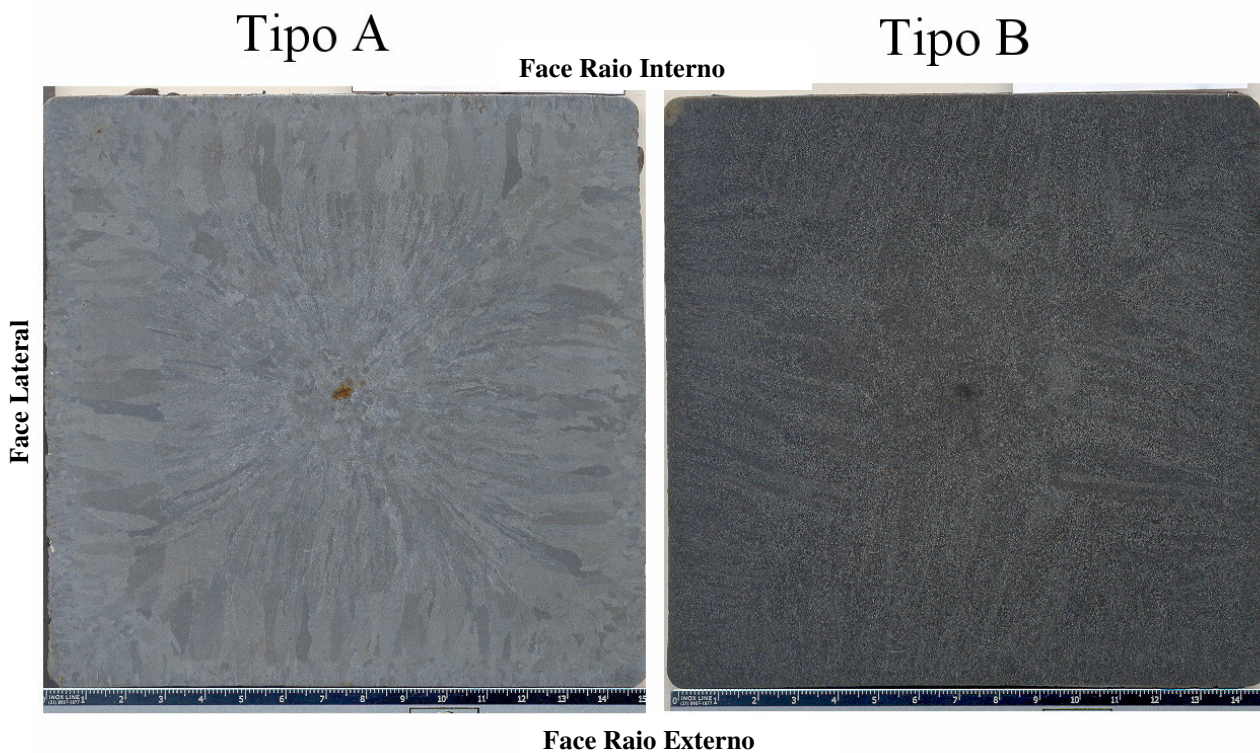


Figura 7. Macroestruturas dos aços tipo A e tipo B.

As metalografias da Figura 7 mostram uma boa correlação com os h 's para cada face do molde. A partir das metalografias observa-se que o aço tipo A apresenta sua estrutura de grãos com tamanho e orientação proporcional entre as faces, em outras palavras, a taxa de extração de calor pela interface metal/molde foi homogênea. Já para o aço Tipo B, o que se observa é que a face raio externo apresentou grãos colunares maiores que nas demais faces, enquanto que na face raio interno os grãos são menores. Estas observações estão de acordo com os resultados dos h 's para cada face do molde mostrado nas figuras 5 e 6. Nota-se uma transição colunar – equiaxial bem definida no

aço tipo A, que apresenta grãos colunares grosseiros e perpendiculares à interface metal/molde. O aço tipo B apresenta uma transição colunar – equiaxial irregular, grãos colunares finos e com crescimento não perpendicular à interface metal/molde além um núcleo equiaxial deslocado do centro do tarugo.

4. Conclusão

O modelo matemático mostrou-se eficaz em determinar o potencial ferrítico e sua influência no regime de transferência de calor durante a solidificação de aços ao longo de um molde parabólico de seção quadrada de 150 x 150 mm e 800 mm de altura. Os coeficientes de transferência de calor calculados mostraram-se de acordo com a tendência de transferência de calor, apresentando altos valores para a região logo abaixo do menisco, onde o contato térmico é mais efetivo, e diminuindo de acordo com a evolução da solidificação do aço, além de indicar a diferença existente entre a transferência de calor de um aço tipo a e um aço tipo b. As macrografias revelaram que as estruturas internas dos dois tipos de aços são influenciadas pelo regime de transferência de calor metal/molde e o conseqüente avanço da interface líquido/sólido.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem ao suporte financeiro provido da CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e a GERDAU Aços Especiais Piratini (AEP) pela parceria estabelecida para estudos sobre o processo de solidificação via lingotamento contínuo.

6. Referências

- Brimacombe, J.K., 1973. “Design of Continuous Casting Machines Based on a Heat Flow Analysis”, State of the Art Review, Canadian Metallurgical Quarterly, v.15, pp. 1-13.
- Brimacombe, J.K., Samarasekera, I.V. and Lait, J.E., 1984, “Continuous Casting – Heat Flow, Solidification and Crack Formation”, Iron & Steel Society of AIME.
- Chandra, S., Brimacombe, J.K. and Samarasekera, I.V., 1993, “Mould –Strand Interaction in Continuous Casting of Steel Billets – Part 3, Mould Heat Transfer and Taper”, Ironmaking & Steelmaking, v. 20, n. 2, pp. 104-112.
- Grill, A. and Brimacombe, J. K., 1976, “Influence of carbon content on rate of heat extraction in the mould of a continuous casting machine”, Ironmaking and Steelmaking, v.3, n.2, pp. 76-79.
- Hills, A.W.D., 1969, “A Generalized Integral-Profile Method for the Analysis of Unidirectional Heat Flow During Solidification”, Transactions of the Minerals, Metals and Materials Society – AIME, v. 2445, pp. 1471-1479.
- Karlinski, V., Fogazzi, W., Ferreira, C.R.F., Santos, C.A., Spim, J.A., 2006, “Desenvolvimento de rotinas para determinação e avaliação dos coeficientes de transferência de calor ao longo de um molde durante o lingotamento contínuo de aços”, Trabalho a ser apresentado no 61º Congresso Anual da ABM de 24 a 27 de julho de 2006, Rio de Janeiro - RJ – Brasil.
- Krishnan, M. and Sharma, D.G.R., 1996, “Determination of the Interfacial Heat Transfer Coefficients h in Unidirectional Heat Flow by Beck’s Nonlinear Estimation Procedure”, International Communications on Heat and Mass Transfer, v. 23, pp. 203-.
- Lait, J.E., Brimacombe, J.K. and Weinberg, F., 1974, “Mathematical Modelling of Heat Flow in the Continuous Casting of Steel”, Ironmaking and Steelmaking (Quarterly), n. 2, pp. 90-97.
- Lait, J. E. and Brimacombe, J. K., 1984, “Solidification during continuous casting of steel”, Continuous Casting - Heat Flow, Solidification and Crack formation, v. 2, pp. 171-183.
- Mahapatra, R.B., Brimacombe, J.K., Samarasekera, I.V., Walker, N., Paterson, E.A. and Young, J.D., 1991, “Mold Behavior and its Influence on Quality in the Continuous Casting of Steel Slabs: Part I”, Industrial Trials, Mold Temperature Measurements, and Mathematical Modeling. Metallurgical Transaction B, v. 22, pp. 861-874.
- Mahapatra, R.B., Brimacombe, J.K., Samarasekera, I.V., Walker, N., Paterson, E.A. and Young, J.D., 1991, “Mold Behavior and its Influence on Quality in the Continuous Casting of Steel Slabs: Part II”, Mold Heat Transfer, Mold Flux Behavior, Formation of Oscillation Marks, Longitudinal Off-Corner Depressions, and Subsurface Cracks, Metallurgical Transaction B, v. 22, pp. 875-888.
- Mills, K.C., Billany, T.J.H., Normanton, A.S., Walker, B. and Grieveson, P., 1991A, “Causes of Sticker Breakout During Continuous Casting”, Ironmaking and Steelmaking, v. 18, n. 4, pp. 253-265.
- Mills, K.C., 1991, “The Performance of Casting Powders and Their Effect on Surface Quality”, Mold Operation for Quality and Productivity, Iron & Steel Society, pp. 85-93.

- Santos, C.A., Quaresma, J.M.V. and Garcia, A., 2001, "Determination of Transient Interfacial Heat Transfer Coefficients in Chill Mold Castings", *Journal of Alloys and Compounds*, v. 319 n. 1-2, pp. 174-186.
- Santos, Carlos Alexandre dos; Garcia, Amauri; Frick, Carlos; Spim, Jaime Alvares. Evaluation of Heat Transfer Coefficients along the Secondary Cooling Zones in the Continuous Casting of Steel Billets. *Inverse Problems in Engineering*, v. press, 2006.
- Santos, Carlos Alexandre dos; Fortaleza, Eugenio Liborio; Frick, Carlos; Spim, Jaime Alvares; Garcia, Amauri. A Neural Network Algorithm and a Solidification Heat Transfer Model Applied to the Continuous Casting of Steel Billets and Blooms. *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Inglaterra, v. 13, p. 1071-1087, 2005.
- Santos, Carlos Alexandre dos; Frick, Carlos; SPIM, Jaime Alvares; Fernandes, Paulo C.; Nascimento, Hildo; Mello, Luis Lauri. Monitoramento de Temperatura em Planta de um Molde Parabólico de Lingotamento Contínuo. In: XXXVI SEMINÁRIO DE FUSÃO, REFINO E SOLIDIFICAÇÃO DOS METAIS: ABM, 2005, Vitória. Anais do XXXVI Seminário de Fusão, Refino e Solidificação dos Metais: ABM. São Paulo: ABM, 2000.
- Singh, S.N. and Blazek, K.E., 1974, "Heat Transfer and Skin Formation in a Continuous Casting Mold as a Function of Steel Carbon Content", *Journal of Metals*, pp. 17-27.
- Wolf, M. and Kurz, W., 1981, "The Effect of Carbon Content on Solidification of Steel in the Continuous Casting Mold", *Metallurgical Transactions B*, v. 12, pp. 85-93.

ANÁLISE COMPARATIVA DE TROCADORES DE CALOR DE CORRENTES CRUZADAS ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Cristina Autuori Tomazeti

Departamento de Energia
Faculdade de Engenharia Mecânica
Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 6122
CEP 13083-970 – Campinas – SP Brasil
crism@fem.unicamp.br

Carlos Alberto Carrasco Altemani

Departamento de Energia
Faculdade de Engenharia Mecânica
Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 6122
CEP 13083-970 – Campinas – SP Brasil
altemani@fem.unicamp.br

Resumo. Um parâmetro essencial na análise térmica de trocadores de calor é o coeficiente global de transferência de calor. Em algumas configurações simples, este coeficiente pode ser obtido a partir de correlações da literatura para o número de Nusselt associado aos escoamentos no trocador. Para configurações mais complexas existem resultados obtidos experimentalmente e apresentados na literatura. Para as demais configurações, que podem ser muitas, não há informações disponíveis na literatura sobre os coeficientes convectivos e de atrito dos escoamentos no trocador de calor. Uma alternativa à necessidade de testes experimentais para cada configuração particular de um trocador é a simulação numérica dos escoamentos e da troca de calor. Para avaliar a validade desta aproximação, foram selecionados três dutos aletados, com valores dos coeficientes convectivo de atrito conhecidos e disponíveis na literatura de trocadores de calor compactos. Foram executadas simulações numéricas para diferentes condições de escoamento para estes dutos, resultando em valores de coeficientes similares aos experimentais. Os coeficientes numéricos foram então empregados no método de efetividade para prever o desempenho de um trocador de calor compacto de correntes cruzadas, comparando o seu desempenho quando este é composto por cada um dos dutos selecionados. O estudo foi feito considerando uma carga térmica constante e um valor máximo para a temperatura de entrada do fluido quente. Os fluidos quente e frio eram ar atmosférico e a temperatura de entrada do fluido frio era constante. As comparações feitas incluíam volume do trocador de calor, peso, potência de bombeamento, geração de entropia adimensional e efetividade.

Palavras chaves: trocadores de calor de correntes cruzadas, coeficiente global de troca de calor, simulação numérica.

1. Introdução

Equipamento presente em muitas indústrias, um trocador de calor é um dispositivo que permite a troca de calor entre dois fluidos (quente e frio). Esta troca pode ser feita através de elementos que separam os fluidos ou diretamente, em um processo de mistura. Radiadores, condensadores, economizadores e evaporadores são exemplos de trocadores de calor.

O estudo de trocadores de calor tem como objetivos determinar a taxa de troca de calor entre os fluidos e avaliar suas temperaturas de saída. Um parâmetro imprescindível na análise térmica de qualquer trocador de calor é o coeficiente global de transferência de calor (U). Ele é determinado em função da resistência térmica total à transferência de calor entre os dois fluidos, quente e frio, presentes no trocador. Ela engloba as resistências convectivas associadas ao escoamento de cada fluido e a resistência condutiva na placa de separação entre os fluidos. Desta forma, para determinar (U) é necessário conhecer, entre outros parâmetros, os coeficientes convectivos médios (h_m) relacionados ao escoamento dos fluidos quente e frio e a geometria do trocador. A complexidade de algumas geometrias e de alguns escoamentos torna inviável a avaliação de (U) através de métodos analíticos, especialmente a obtenção dos coeficientes convectivos. Estas dificuldades são geralmente contornadas efetuando medidas experimentais nos canais utilizados nos trocadores de calor (Kays e London, 1955). Nota-se, entretanto, que o procedimento praticamente restringe a sua aplicabilidade aos canais testados em bancadas experimentais.

O presente trabalho foi desenvolvido com a finalidade de verificar a substituição dessas medidas experimentais por simulações numéricas do escoamento e da troca de calor nos canais dos trocadores. O arranjo selecionado para os testes foi o de um trocador de calor de correntes cruzadas com dutos aletados. Foram analisados trocadores de três diferentes tipos de dutos aletados, cujos valores dos coeficientes convectivo e de atrito eram conhecidos.

O desenvolvimento do trabalho foi efetuado através de dois procedimentos. No primeiro, os escoamentos nos dutos aletados do trocador foram simulados separadamente considerando superfícies isotérmicas nas paredes. Obtiveram-se assim os coeficientes convectivos e de atrito em cada escoamento. Estes resultados foram comparados com valores experimentais da literatura e em seguida utilizados no método da efetividade (ϵ -NUT) para uma previsão do comportamento termo fluido do trocador. No segundo procedimento, foi realizada uma análise comparativa de trocadores de calor de correntes cruzadas compostos pelos dutos aletados testados. Para realizar esta análise, foi considerada uma situação prática, onde a temperatura do fluido frio e a taxa de transferência de calor são conhecidas.

2. Equacionamento

O trocador de calor analisado é composto por dois dutos aletados, tendo o ar como fluido de trabalho. O escoamento ocorre em direções cruzadas, como indicado na Fig. 1.

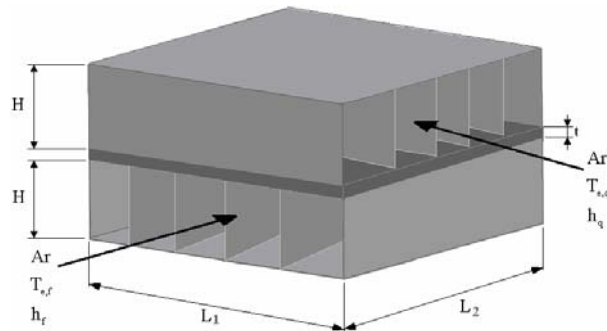


Figura 1. Modelo esquemático do trocador de calor analisado.

Desconsiderando os efeitos de incrustação nas superfícies dos canais, o coeficiente global de transferência de calor pode ser determinado pela Eq. (1).

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{\eta_{of} A h_{m_f}} + \frac{t}{k} + \frac{1}{\eta_{oq} A h_{m_q}} \quad (1)$$

Onde	U	Coeficiente global de transferência de calor [W/m ² .K]
	A	Área de troca térmica da interface, [m ²]
	h _{m_f}	Coeficiente convectivo médio do fluido frio [W/m ² .K]
	h _{m_q}	Coeficiente convectivo médio do fluido quente [W/m ² .K]
	t	Espessura da parede que separa os fluidos [m]
	k	Condutividade térmica da parede [W/m.K]
	η _o	Eficiência global do conjunto de aletas

A eficiência global do conjunto de aletas em cada de escoamento é determinada por:

$$\eta_o = 1 - \alpha_a (1 - \eta_f) \quad (2)$$

Onde (α_a) é a razão entre a área da superfície aletada e a área total de troca de calor e eficiência de cada aleta esta indicada por (η_f). Para os três dutos, aletados de formas distintas, foi feita uma aproximação no cálculo (η_f), onde as aletas foram consideradas retas com seção retangular uniforme. Para as hipóteses de distribuição unidimensional de temperatura e aletas com extremidade adiabática, (Incropera e De Witt, 2002) apresentam soluções para o cálculo de (η_f).

$$\eta_f = \frac{\tanh(m_r \cdot hm/2)}{m_r \cdot hm/2} \quad (3)$$

Onde $m_r = 2 hm/k_m t$. Se os valores de (hm_r) e (hm_q) forem determinados, o valor de (U) obtido da Eq. (1) pode ser utilizado no projeto térmico do trocador pelo método da efetividade ε -NUT (Incropera e De Witt, 2002). A efetividade (ε) de um trocador de calor é a razão entre a troca de calor real (q) e a máxima possível (q_{\max}).

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}} = \frac{C_q (T_{e,q} - T_{s,q})}{C_{\min} (T_{e,q} - T_{e,f})} = \frac{C_f (T_{s,f} - T_{e,f})}{C_{\min} (T_{e,q} - T_{e,f})} \quad (4)$$

Onde C_q Capacidade térmica do fluido quente, $C_q = m_q C_{p,q}$, [W/K]
 C_f Capacidade térmica do fluido frio, $C_f = m_f C_{p,f}$, [W/K]
 C_{\min} Menor valor entre C_q e C_f , [W/K]
 T Temperatura dos fluidos, [°C]

Os índices “e” e “s” referem-se, respectivamente, à entrada e saída dos fluidos e os índices “f” e “q” aos fluidos frio e quente. Para um trocador de calor

$$\varepsilon = f(\text{NUT}, R) \quad (5)$$

(R) indica a razão entre as capacidades térmicas do fluido ($R = C_{\min}/C_{\max}$) e NTU é uma grandeza adimensional denominada o número de unidades de transferências, definida por:

$$\text{NUT} = \frac{UA}{C_{\min}} \quad (6)$$

Para um trocador de calor de correntes cruzadas com ambos os fluidos não misturados, a efetividade térmica pode ser expressa por (Kays, 1993):

$$\varepsilon = 1 - \exp\left\{\frac{1}{R} \text{NUT}^{0,22} [\exp(-R \text{NUT}^{0,78}) - 1]\right\} \quad (7)$$

Com a efetividade conhecida, é possível avaliar as temperaturas de saída dos dois fluidos no trocador e a taxa de troca de entre eles.

$$T_{s,q} = T_{e,q} - \frac{\varepsilon C_{\min} (T_{e,q} - T_{e,f})}{C_q} \quad (8)$$

$$T_{s,f} = T_{e,f} + \frac{\varepsilon C_{\min} (T_{e,q} - T_{e,f})}{C_f} \quad (9)$$

$$q = \varepsilon q_{\max} = \varepsilon C_{\min} (T_{e,q} - T_{e,f}) \quad (10)$$

3. Dutos testados

Os dutos testados são constituídos por aletas não interrompidas dentro de um canal composto do mesmo material que as aletas. Foram estudados três tipos de dutos apresentados por (Kays e London, 1955): 11.11a, 6.2 e 2.0. A designação do tipo indica quantas aletas este possui por polegada. Assim, o tipo 11.11a tem 11,11 aletas por polegada, enquanto que o 2.0 possui duas aletas por polegada. A Fig. 2 mostra os tipos de dutos estudados. O material das aletas e do duto é cobre no tipo 11.11a, enquanto que nos tipos 6.2 e 2.0 é alumínio. Tanto as aletas quanto o duto possuem comprimento (L).

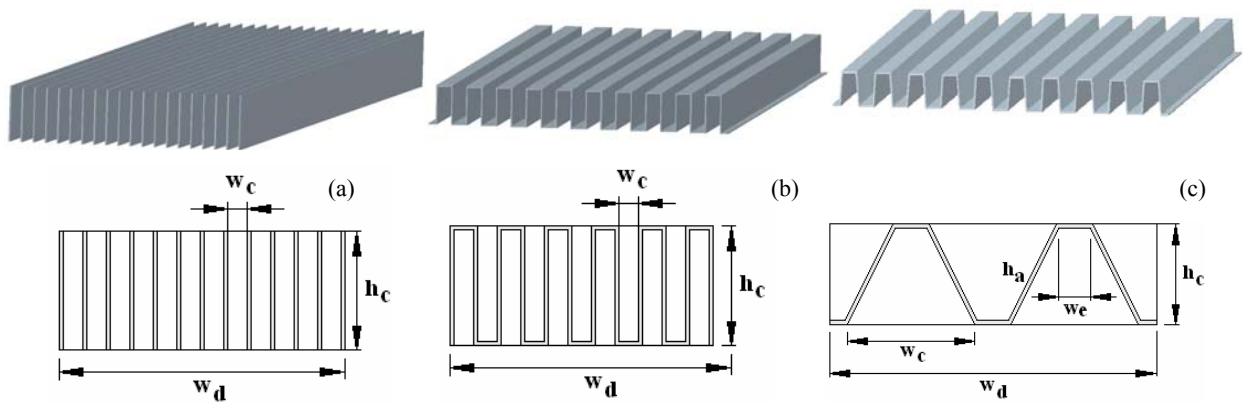


Figura 2. Tipos de dutos testados: (a) 11.11a, (b) 6.2 e (c) 2.0.

Na Fig. 2, (w_c) indica a largura de cada canal entre as aletas e (h_c), a sua altura. A Tabela 1 indica como foram determinadas a largura do duto (w_d), a área da seção transversal do canal (A_c), a área total da superfície aletada (A_{ta}) e a área total de troca de calor por duto (A_d). Nesta tabela, (N_a) e (N_c) representam o número de aletas e canais, respectivamente. A espessura do material é dada por (t). As expressões utilizadas na determinação das características geométricas foram obtidas através de aproximações resultantes de valores fornecidos por (Kays e London, 1955).

Tabela 1. Características geométricas dos dutos testados.

Tipo de duto	w_d	A_c	A_{ta}	A_d
11.11a	$N_a t + N_c w_c$	$w_c h_c$	$2 L N_a h_c$	$2 L (N_a h_c + N_c w_c)$
6.2	$N_a t + N_c w_c$	$w_c h_c$	$L (2 N_a h_a + N_c w_c)$	$2 L (N_a h_c + N_c w_c)$
2.0	$N_a t + N_c \left(\frac{w_c + w_e}{2} \right)$	$h_c \left(\frac{w_c + w_e}{2} \right)$	$L (2 N_a h_a + N_c w_c)$	$L (2 N_a h_a + N_c w_c + N_c w_e)$

No duto tipo 2.0, (h_a) representa a altura da aleta, determinada através da Eq. (12).

$$h_a = \sqrt{\left(\frac{w_c - w_e}{2} \right)^2 + (h_c - t)^2} \quad (11)$$

A Tabela 2 mostra as dimensões geométricas para cada tipo de duto analisado. As dimensões apresentadas nesta tabela referem-se à geometria indicada na Fig. 2.

Tabela 2. Dimensões dos tipos de dutos analisados.

Tipo	Aletas	w_c [mm]	w_e [mm]	h_c [mm]	t [mm]	Dh_c [mm]	A_c [mm ²]
	por polegada						
11.11a	11,11	2,29	-	12,19	0,2032	3,85	27,90
6.2	6,2	3,84	-	10,29	0,2540	5,60	39,54
2.0	2,0	13,59	10,16	19,05	0,8128	14,63	226,2

4. Modelagem Numérica

O escoamento e a troca convectiva de calor de cada duto do trocador com as correntes cruzadas foram simulados numericamente pelo método dos volumes de controle, utilizando o código computacional PHOENICS. As equações da conservação de massa, momentum e energia foram resolvidas considerando condições uniformes de velocidade e temperatura na entrada de cada canal. Pelo fato que os escoamentos nos dutos abrangiam a região de entrada, as simulações efetuadas foram tridimensionais. Os escoamentos foram considerados tanto no regime laminar quanto no turbulento. Neste caso, foi utilizado o modelo de turbulência LEVEL (Spalding, 1994; Agonafer e Spalding, 1996) embutido no pacote computacional utilizado.

Para avaliar numericamente o coeficiente convectivo médio (hm) nos dutos aletados separados, foi considerado que as paredes estavam a uma temperatura uniforme igual à temperatura de entrada do outro fluido. Devido à simetria do tipo de duto, o domínio simulado está indicado pela linha tracejada na Fig. 3.

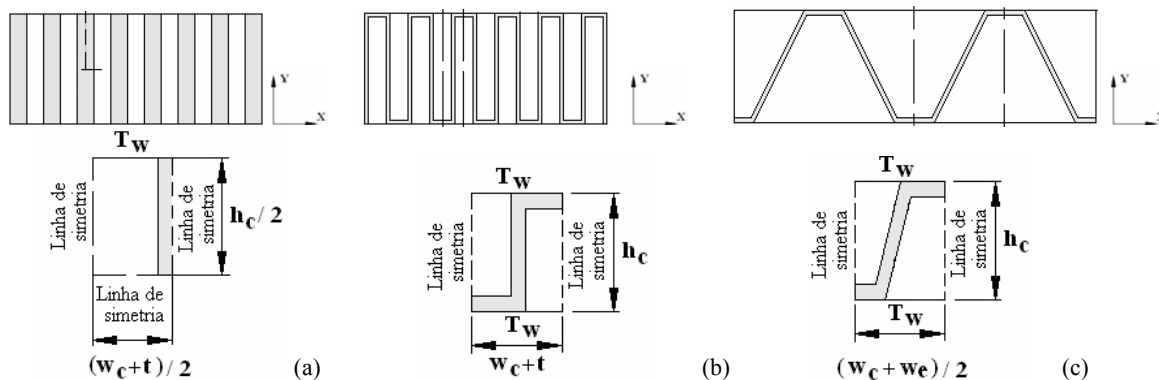


Figura 3. Domínio simulado numericamente: (a) 11.11a, (b) 6.2 e (c) 2.0.

5.1 Avaliação do escoamento nos dutos testados

Foram simulados escoamentos nos três tipos de dutos, utilizando as dimensões apresentadas na Tabela 2. Na primeira etapa do processo, os valores de (hm) foram obtidos simulando numericamente o escoamento dos fluidos frio e quente em cada canal separado. A malha computacional utilizada nas simulações, em termos do número de volumes de controle utilizados em cada direção, está indicada na Tabela 3. Os eixos coordenados estão indicados na Fig. 3. Os números indicados na Tabelas 3 correspondem aos volumes de controle utilizados nos domínios de calculo para a obtenção de resultados praticamente independentes da malha.

Tabela 3. Malha utilizada na simulação de cada duto separadamente.

Tipo	Dimensões do domínio [mm]			Laminar			Turbulento		
				Nº. de volumes de controle			Nº. de volumes de controle		
	X	Y	Z	NX	NY	NZ	NX	NY	NZ
11.11a	1,25	6,1	203,2	13	60	70	9	14	51
6.2	4,1	10,3	304,8	23	56	100	23	29	77
2.0	14,41	19,05	304,8	51	29	61	31	24	61

Os resultados da simulação em cada canal separado com regime de escoamento laminar e turbulento são apresentados nas Tabelas 4 e 5, respectivamente. A variável (v) indica a velocidade uniforme de entrada do ar no canal, (Re) é o número de Reynolds, (Nu) é o número de Nusselt médio do escoamento, (fm) é o coeficiente médio de atrito. As temperaturas de entrada e saída do fluido no duto estão indicadas por (T_e) e (T_s), respectivamente. Nos testes foi considerado a mesma temperatura de mistura na entrada (T_c) para todos os tipos de dutos. Os valores de (Nu) e (Re) são baseados nos diâmetro hidráulico de cada canal entre as aletas. Os valores das velocidades e da temperatura na entrada de cada canal foram escolhidos arbitrariamente, garantindo apenas escoamentos laminares ou turbulentos nos canais aletados. As propriedades dos fluidos foram tomadas no valor médio, obtido em um processo iterativo, das temperaturas médias de mistura na entrada e na saída dos canais. São indicados também os resultados obtidos através de dados experimentais da literatura (London e Fergunson, 1946 e 1949).

Tabela 4. Resultados experimentais e numéricos do escoamento laminar nos dutos do tipo 6.2 e 11.11a.

Tipo	v [m/s]	T _e [°C]	Experimental						Numérico					
			Re	T _s [°C]	hm [$\frac{W}{m^2K}$]	Nu	q [W]	fm . 10 ²	Re	T _s [°C]	hm [$\frac{W}{m^2K}$]	Nu	q [W]	fm . 10 ²
6.2	2,5	20	870	35,4	19,8	4,3	11,0	1,98	868	36,2	22,5	4,9	11,6	2,49
11.11a	3,0	20	659	38,1	35,9	4,9	17,7	2,97	659	38,0	35,6	4,9	17,7	2,83

Tabela 5. Resultados experimentais e numéricos do escoamento turbulento nos dutos testados.

Tipo	v [m/s]	T _e [°C]	Experimental						Numérico					
			Re	T _s [°C]	hm [$\frac{W}{m^2K}$]	Nu	q [W]	fm .10 ³	Re	T _s [°C]	hm [$\frac{W}{m^2K}$]	Nu	q [W]	fm .10 ³
6.2	25	20	8810	31,2	113,8	24,9	80,6	7,55	8772	32,7	139,7	30,5	91,0	8,76
11.11a	20	20	4468	32,2	100,1	13,9	81,1	9,31	4445	34,1	128,6	17,8	92,7	9,97
2.0	8,0	20	7670	25,8	40,9	24,2	25,2	7,89	7672	25,8	40,3	23,8	24,9	9,14

Os resultados experimentais e numéricos do escoamento laminar nos dutos tipos 11.11a e 6.2 são apresentados na Tabela 4. Observa-se que os valores médios do coeficiente convectivo numérico para o tipo 11.11a é aproximadamente 14% maior que o valor experimental, enquanto que para o modelo 6.2, a diferença entre os valores numérico e experimental do coeficiente convectivo é inferior que 1%. Quando comparado o coeficiente de atrito médio, no tipo 11.11a o valor obtido numericamente é 5% menor que o experimental. O valor de (fm) numérico no tipo 6.2 é aproximadamente 25% maior que (fm) experimental.

A Tabela 5 mostra os resultados numéricos e experimentais do escoamento turbulento nos modelos 11.11a, 6.2 e 2.0. Os valores médios do coeficiente convectivo numéricos são 23% e 28% maiores que os valores experimentais para os modelos 6.2 e 11.11a, respectivamente. Enquanto que os coeficientes de atrito médios numéricos são aproximadamente 16% e 7% maiores que os valores experimentais nos respectivos modelos. No tipo 2.0, o coeficiente médio convectivo obtido através da simulação numérica é aproximadamente 1% menor que o obtido experimentalmente. Já o convectivo e de atrito é 16% maior.

5.2 Análise dos trocadores de calor compostos pelos dutos testados

Com os coeficientes convectivo e de atrito para cada duto determinado numericamente, foi realizada uma análise comparativa de trocadores de calor de correntes cruzadas compostos pelos dutos aletados testados.

5.2.1 Características dos trocadores de calor de correntes cruzadas

O trocador de calor de correntes cruzadas a ser analisado é formado por arranjo de módulos. Tais módulos são constituídos por dois dutos iguais, separados por uma interface, onde os fluidos a diferentes temperaturas escoam em correntes cruzadas trocando calor, como indicado na Fig. 4 (a). Os módulos são dispostos verticalmente, Fig. 5 (b).

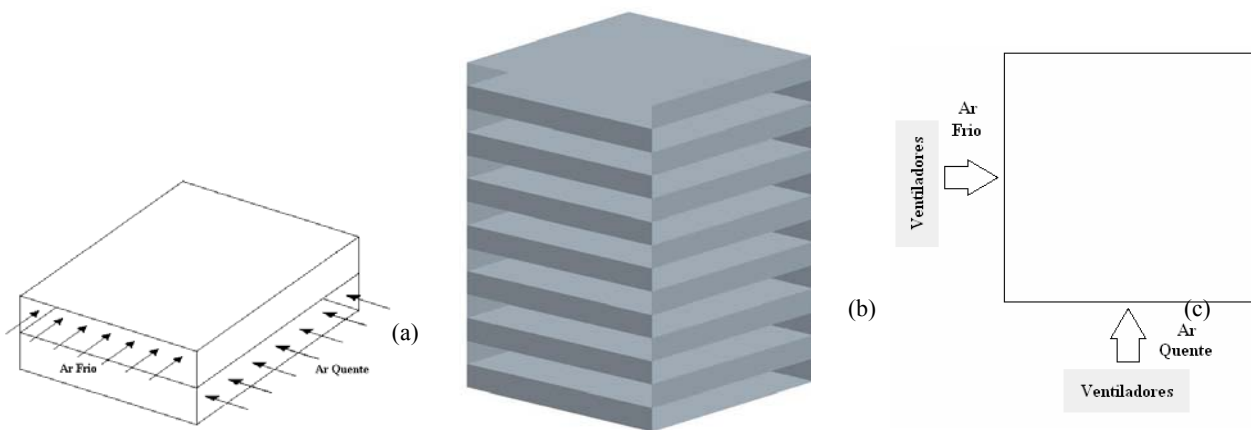


Figura 4. Trocador de calor de correntes cruzadas analisado: (a) Módulo, (b) Trocador e (c) configuração do trocador.

Os trocadores foram arranjados em na configuração em paralelo Fig. 5, onde ambos os fluidos passam apenas uma única vez pelo trocador. Para cada fluido, há uma associação de vários ventiladores (um para cada duto), Fig. 4 (c). Esta associação é feita em paralelo porque as vazões individuais de cada ventilador somam-se, enquanto que a pressão total produzida pelo conjunto é aproximadamente a mesma de um ventilador (Turner, 1996).

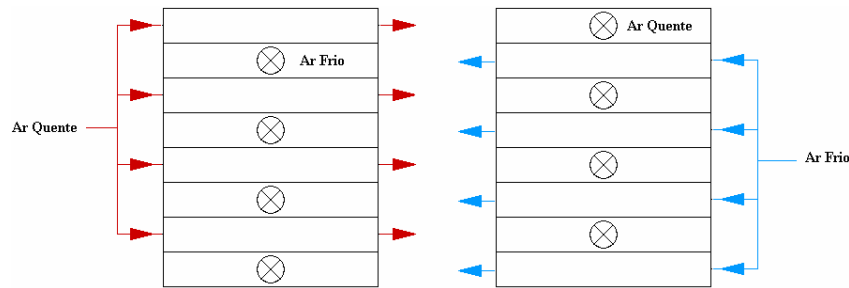


Figura 5. Arranjo de passagens em paralelo.

A Tabela 6 apresenta as principais características geométricas dos trocadores compostos pelos tipos de dutos testados. Observa-se que o comprimento e a largura de cada canal para os diferentes modelos de dutos possuem valores próximos. O objetivo da utilização de canais com dimensões semelhantes é de obter uma melhor análise comparativa dos tipos de dutos avaliados.

Tabela 6. Principais características geométricas dos trocadores de calor de correntes cruzadas analisados.

Características dos modelos de duto	Modelo do duto		
	11.11 a	6.2	2.0
Largura do duto (w_d) [mm]	204,6	204,9	203,0
Comprimento (L) [mm]	204,6	204,9	203,0
Número de aletas (N_a)	83	50	16
Número de canais (N_c)	82	50	16
Área frontal de escoamento (A_{fr}) [mm ²]	2288	1977	3619
Área total de troca de calor por duto (A_d) [mm ²]	0,4907	0,2895	0,1961
Área total da superfície aletada (A_{ta}) [mm ²]	0,4139	0,2108	0,1191
Material	Cobre	Alumínio	Alumínio

A situação prática utilizada na análise considera que, no trocador de calor de correntes cruzadas, o fluido quente seja recirculante e troque calor com o fluido frio que entra no trocador a 25°C, sendo renovado a cada passagem pelo trocador. A taxa de troca de calor estipulada é de 800W. A temperatura de entrada do fluido quente é mantida abaixo de 80°C, porém deve ser suficiente para manter a taxa de troca de calor a 800W.

Considera-se que o escoamento de cada fluido no trocador de calor seja induzido por um ventilador, cuja curva característica é linear, limitando a diferença de pressão (ΔP) entre a entrada e saída nos diferentes modelos de duto analisados, e também a vazão nos dutos e canais. A curva característica de todos os ventiladores utilizados é dada pela Eq. (12), onde (Q) é a vazão volumétrica no canal entre as aletas para cada duto testado.

$$\Delta P [\text{Pa}] = 50 - 250 \times Q_d \left[\text{m}^3/\text{s} \right] \quad (12)$$

5.2.2 Análise comparativa dos principais parâmetros avaliados

Os principais parâmetros para a comparação entre os tipos de trocadores de calor de correntes cruzadas testados são: o volume total, o peso do trocador, a potência de bombeamento, a geração de entropia adimensional e a efetividade.

O volume do trocador de calor está diretamente ligado ao número de módulos e a altura dos dutos. A Tabela 7 apresenta o volume e o peso total do trocador, bem como o número de módulos necessários para atender as condições propostas na análise ($T_{q,e} \leq 80^\circ\text{C}$ e $q = 800 \text{ W}$). A quantidade de módulos que o trocador de calor possui é determinado pelas limitações relacionadas à temperatura de entrada do fluido quente. A temperatura com que o fluido quente entra no trocador ($T_{q,e}$) é diretamente proporcional à taxa de transferência de calor (q), ou seja, quanto menor for o valor de (q) trocado por módulo, menor será ($T_{q,e}$). No arranjo em paralelo, a taxa de transferência de calor é dividida pela quantidade de módulos existentes no trocador. Desta forma, na medida em que se aumenta o número de módulos, reduz ($T_{q,e}$). Na Tabelas 7 é possível verificar que os trocadores de calor do tipo 11.11a e 2.0 são os que apresentam o menor número de módulos.

Tabela 7. Características construtivas dos trocadores de calor de correntes cruzadas analisados.

Modelo do duto	Nº Módulos	Volume [m ³]	Peso [N]
11.11a	3	0,00309	52,4
6.2	5	0,00437	19,5
2.0	3	0,00481	25,7

O trocador 11.11a possui o menor volume dentre os tipos de trocador estudados. O menor número de módulos permite obter o menor volume total em comparação aos demais trocadores, Fig. 6. Apesar dos trocadores tipo 11.11a e 2.0 terem o mesmo número de módulos, o segundo possui aproximadamente o dobro da altura e, conseqüentemente, maior volume. O volume total do trocador 11.11a é de aproximadamente 29% e 36% menor que os volumes dos trocadores tipo 6.2 e 2.0, respectivamente.

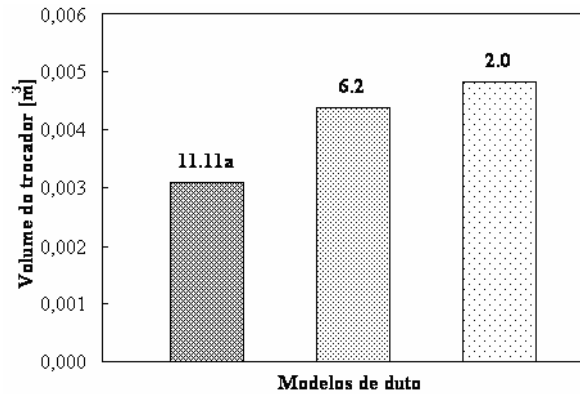


Figura 6 – Volume total dos trocadores de calor analisados.

O peso do trocador de calor foi determinado através da eq. (13), que associa a área total de material utilizado na fabricação de cada trocador (A_m), a espessura (t) e a densidade do material (ρ_m). Na eq. (14) a aceleração da gravidade está indicada por (g). A Fig. 7 mostra a área superficial total de material (A_m) utilizado na fabricação de cada tipo de trocador. A área (A_m) é a soma das áreas dos dutos e aletas.

$$\text{Peso} = \rho_m A_m t g \tag{13}$$

O trocador tipo 6.2 possui o menor peso quando comparado aos demais trocadores analisados. O peso do trocador 11.11a é significativamente maior que dos demais trocadores estudados porque o material na sua construção é o cobre, que apresenta uma densidade cerca de três vezes maior que a do alumínio.

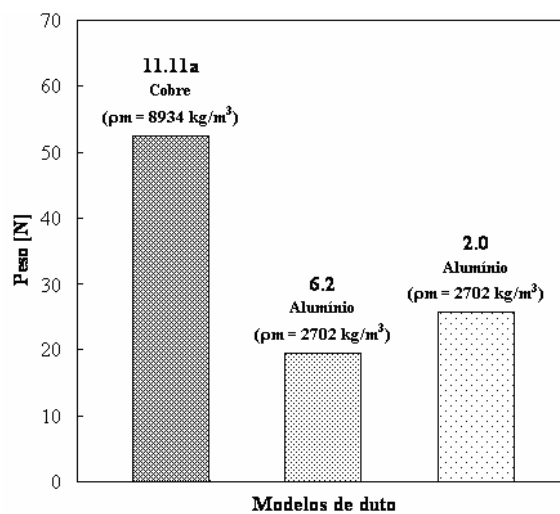


Figura 7. Peso dos trocadores de calor analisados.

Na Tabela 8, (v) indica as velocidades do fluido em cada canal entre as aletas, (f_m) o fator de atrito médio, (ΔP), (Re) e (P_b) a diferença de pressão máxima, o número de Reynolds e a potência de bombeamento, respectivamente. A vazão total de cada fluido no trocador está indicada por (Q_f) e (Q_q).

A potência de bombeamento pode ser determinada pelo produto da diferença pressão entre a entrada e saída do duto (ΔP) pela vazão volumétrica no seu interior (Q_c):

$$P_b = \Delta P Q_c \tag{14}$$

A diferença de pressão (ΔP) é obtida utilizando o coeficiente médio de atrito calculado numericamente

$$\Delta P = 4 f_m \frac{\rho v^2}{2} \frac{L}{D_h} \tag{15}$$

- Onde
- f_m Coeficiente médio de atrito
 - ρ Densidade do fluido [kg/m^3]
 - v Velocidade média no canal [m/s]
 - L Comprimento do duto [m]
 - D_h Diâmetro hidráulico do canal [m]

Tabela 8. Características do escoamento nos trocadores de calor de correntes cruzadas analisados.

Duto	v_f [m/s]	v_q [m/s]	Re_f	Re_q	10^3 f_{m_f}	10^3 f_{m_q}	ΔP_f [Pa]	ΔP_q [Pa]	Q_f [m ³ /s]	Q_q [m ³ /s]	Pb_f [W]	Pb_q [W]
11.11a	4,2	4,5	943	867	23,12	21,73	47,6	47,4	0,0285	0,0308	1,6	1,7
6.2	6,9	7,6	2381	2127	11,52	10,70	46,6	46,2	0,0685	0,0752	3,8	4,1
2.0	11,8	12,8	10722	8977	8,82	8,50	39,3	38,4	0,1279	0,1387	5,9	6,3

A potência de bombeamento (P_b) é igual ao produto da diferença de pressão nos dutos (ΔP) com as vazões totais (Q) de cada fluido no trocador. O trocador tipo 11.11a possui a menor potência de bombeamento (P_b), indicado na Fig. 8, mesmo com o maior valor de (ΔP). Isso ocorre porque ele possui a menor vazão (Q), como indicado na Tabela 8. Os valores da potência de bombeamento (P_b) para o trocador tipo 11.11a são aproximadamente 58% e 73% menores que nos trocadores tipo 6.2 e 2.0, respectivamente.

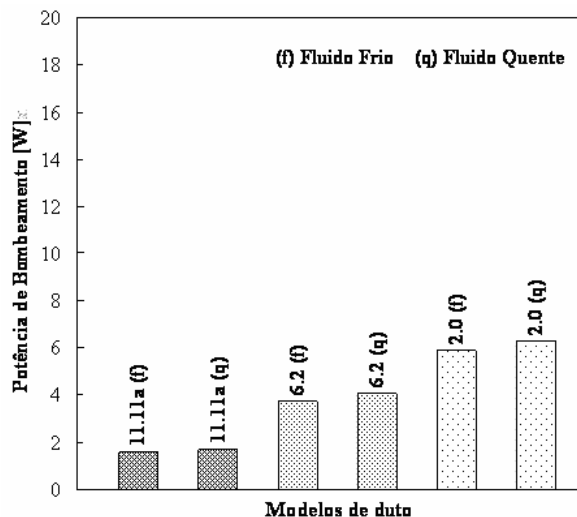


Figura 8 – Potência de bombeamento nos trocadores de calor analisados.

A Tabela 9 apresenta a taxa de transferência de calor (q), as temperaturas de entrada e saída dos fluidos quente e frio, ($T_{f,e}$), ($T_{f,s}$), ($T_{q,e}$) e ($T_{q,s}$), respectivamente. A geração de entropia (S_g), apresentada na tabela, é definida como:

$$S_g = m_f (s_{f,s} - s_{f,e}) + m_q (s_{q,s} - s_{q,e}) \tag{16}$$

As diferenças de temperatura entre a entrada e a saída do duto para o fluido frio e quente são indicadas por (ΔT_f) e (ΔT_q) , respectivamente. A geração de entropia (N_s) adimensional é definida como a razão entre a entropia gerada no processo (S_g) e a menor capacidade térmica associada ao fluido quente ou frio (C_{min}).

Tabela 9 – Características térmicas dos trocadores de calor de correntes cruzadas analisados.

Duto	q [W]	$T_{f,e}$ [°C]	$T_{f,s}$ [°C]	ΔT_f [°C]	$T_{q,e}$ [°C]	$T_{q,s}$ [°C]	ΔT_q [°C]	Geração de Entropia	
								S_g [W/°C]	N_s
11.11a	800	25	49,8	24,8	79,6	54,4	25,2	0,2332	25,2
6.2	800	25	35,1	10,1	73,1	62,7	10,3	0,3136	10,3
2.0	800	25	30,4	5,4	78,8	73,1	5,7	0,3995	5,7

O trocador de calor tipo 2.0 apresenta a maior taxa de geração de entropia, calculada com a Eq. (16), como indicado na Tabela 9. Apesar de ele apresentar as menores diferenças de temperatura dos fluidos entre a entrada e a saída do duto (ΔT), a vazão mássica neste trocador é tanto maior que resulta na maior taxa de geração de entropia. A geração de entropia adimensional (N_s), definida como a razão entre a entropia gerada no processo (S_g) e a menor capacidade térmica associada ao fluido quente ou frio (C_{min}), parece ser um conceito mais adequado para comparar os trocadores de calor. Assim, embora o trocador tipo 2.0 apresente maior taxa de geração de entropia, ele também apresenta o maior valor de (C_{min}), de modo que o valor de (N_s) é o menor para os trocadores de calor analisados, como apresentado na Fig. 9. O valor de (N_s) para o trocador tipo 2.0 é aproximadamente 5 e 2 vezes menor que nos trocadores tipo 11.11a e 6.2, respectivamente.

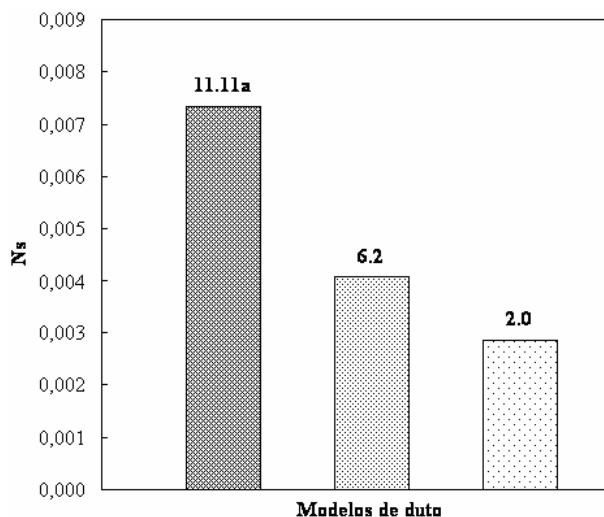


Figura 9 – Entropia adimensional (S_g / C_{min}) nos trocadores de calor analisados.

O coeficiente de transferência de calor médio (hm) e global (U), a área total de troca de calor (A_{td}), a capacidade térmica mínima (C_{min}), a razão entre as capacidades térmicas do fluido (R) o número de unidades térmicas (NUT) e a efetividade (ϵ) são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10. Parâmetros do método ϵ -NUT dos trocadores de calor de correntes cruzadas analisados.

Duto	hm_f [$\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$]	hm_q [$\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$]	U [$\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$]	A_{td} [m^2]	C_{min} [$\frac{W}{^\circ C}$]	R	NUT	ϵ
11.11a	41,7	42,1	20,7	1,4725	31,7	0,98	0,961	0,46
6.2	31,0	31,5	15,5	1,4479	77,3	0,98	0,290	0,22
2.0	58,0	60,8	29,3	0,5884	139,5	0,94	0,123	0,11

A efetividade (ϵ) está relacionada com (A_{td}), (U) e (NUT) através das Eqs. (6) e (7). A Tabela 10 mostra os valores da área de troca térmica total (A_{td}). Nota-se que o trocador 11.11a tem maior área de troca térmica por

apresentar maior número de aletas. A área (A_{td}) do trocador tipo 11.11a é aproximadamente 2,5 vezes maior que (A_{td}) do trocador tipo 2.0. O trocador do tipo 6.2 tem aproximadamente a mesma área total de troca de calor que o tipo 11.11a.

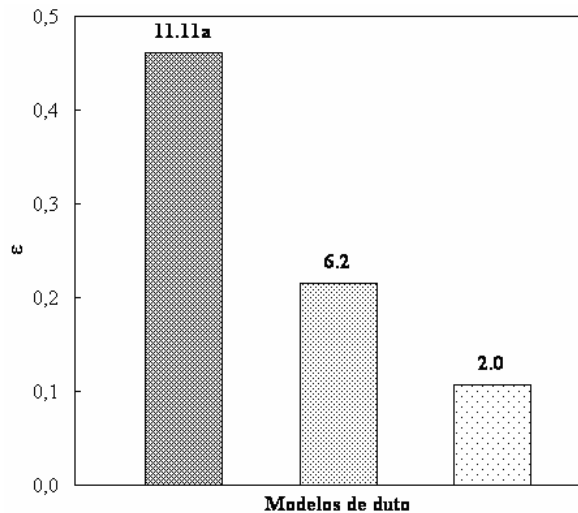


Figura 10 – Efetividade dos trocadores de calor analisados.

O coeficiente global de troca de calor (U) está relacionado com os coeficientes médios de troca de calor (hm) de cada lado do trocador e com a área de troca de calor, Eq. (1). O maior valor de (hm) ocorre no trocador 2.0, como indicado na Tabela 10. Assim, o coeficiente global de transferência de calor (U) do trocador tipo 2.0 é aproximadamente 29% e 47% maior que o do tipo 11.11a e 6.2, respectivamente. Com relação ao número de unidades térmicas, o trocador tipo 11.11a apresenta o maior valor de (NUT).

A Fig. 10 mostra a efetividade para os trocadores analisados. Observa-se que a maior efetividade é obtida pelo trocador tipo 11.11a. Isso ocorre devido à efetividade ser diretamente proporcional ao número de unidades térmicas (NUT), eq. (7). A efetividade do trocador tipo 11.11a é aproximadamente 2 e 4 vezes maior que as dos tipos 6.2 e 2.0, respectivamente.

A Tabela 7 mostra que para cada tipo de trocador de calor de correntes cruzadas analisado existe um número de módulos adequado para atender as condições propostas no estudo de caso.

O trocador de calor constituído por dutos modelo 11.11a é densamente aletado, apresentando a maior área de troca térmica por duto (A_{td}) e, conseqüentemente, um número menor de módulos quando comparado ao trocador do tipo 6.2 para o mesmo valor de (q). A alta densidade de aletas aumenta a área de atrito entre a parede e o escoamento fluido, resultando em uma redução significativa da vazão volumétrica de operação (Q_c). Com um número de módulos menor e uma vazão volumétrica total menor, este modelo apresenta a menor potência de bombeamento dentre os modelos testados. O trocador tipo 11.11a apresenta, entretanto, os maiores valores para (ΔT_f) e (ΔT_q), levando a uma geração maior de entropia adimensional (N_s). Além disso, a distribuição de aletas deste trocador aumenta seu custo de fabricação e o seu peso, Tabela 7.

O trocador de calor constituído por dutos modelo 6.2 apresenta características semelhantes ao trocador tipo 11.11a. A inserção das aletas no duto diminui a área de escoamento e aumenta a área de atrito, reduzindo a vazão volumétrica total e nos canais. Assim, este modelo apresenta a segunda menor potência de bombeamento dentre os modelos testados. Este tipo de trocador apresenta, todavia, um alto valor de (N_s) quando comparado com o trocador do tipo 2.0, devido às diferenças de temperatura (ΔT_f) e (ΔT_q) calculadas. Analogamente ao trocador tipo 11.11a, o tipo 6.2 também utiliza grande quantidade de material para a fabricação, acarretando características construtivas mais complexas que as do trocador 11.11a, além de possuir um peso maior com relação ao trocador do tipo 2.0.

Dentre os trocadores analisados, o trocador de calor constituído por dutos modelo 2.0 possui um conjunto de características mais equilibrado. Com três módulos obtêm-se a taxa de transferência de calor estipulada de 800W com ($T_{q,e}$) inferior a 80°C. O trocador tipo 2.0 possui grande área de escoamento e um número menor de aletas quando comparado aos outros tipos de trocadores analisados. Apesar de apresentar a maior potência de bombeamento, cerca de 2 vezes maior que a do tipo 11.11a, o trocador tipo 2.0 possui o menor valor para geração de entropia adimensional (N_s) em relação aos demais.

6. Conclusões

Um procedimento analítico – numérico foi aplicado para diferentes regimes de escoamento em um trocador de calor de correntes cruzadas com dutos retangulares aletados. O coeficiente global de transferência de calor (U) foi obtido de através da determinação dos coeficientes convectivos médios (h_m) numericamente em cada canal separadamente. Com os valores de (U) determinados, foi apresentada uma análise comparativa de trocadores de calor de correntes cruzadas compostos pelos dutos testados e arrançados na configuração em paralelo. Na análise, foi considerada uma situação prática, onde a temperatura do fluido frio e a taxa de transferência de calor eram conhecidas. Com os resultados, foi possível comparar os tipos de trocadores analisados. O objetivo do processo estudado é permitir que (U) seja determinado em geometrias mais complexas, onde não há dados disponíveis na literatura para a determinação de (U).

7. Agradecimentos

O trabalho presente foi executado com o apoio da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) na forma de bolsa de estudos para o primeiro autor.

8. Referências

- Kays, W. M., 1993, "Convective Heat And Mass Transfer", Ed. MacGraw-Hill, 3ªEd.
Kays, W. M., London, A. L., 1955, "Compact Heat Exchangers", Ed. MacGraw-Hill, 2ªEd.
Incropera, F. P., Dewitt, D. P., 2002, "Fundamentos de Transferencia de Calor e de Massa", Ed. John Wiley & Sons.
Agonafer D., Gan-Li L., Spalding B., 1996, "The LVEL turbulence model for conjugate heat transfer at low Reynolds
Spalding, B.D., 1994, "The Phoenix Encyclopedia".
Turner, M., Rotron, C. "All You Need to Know About Fans". Electronics Cooling, vol. 1, No. 2, p. 16-19, May. 1996.
London, A. L., Fergunson, C. K. "Gas Turbine Plant Regenerator Surfaces". Bureau of Ships Research Memorandum 2-46, Navships (250-338-3), July, 1946.
London, A. L., Fergunson, C. K. "Test Results of High Performance Heat Exchanger Surfaces Used In Aircraft Intercoolers And Their Significance For Gas Turbine Regenerator Designer". Trans. ASME, v. 71, p.12, 1949.

COMPARATIVE EVALUATION OF A CROSS-FLOW HEAT EXCHANGER THROUGH NUMERICAL SIMULATION

Cristina Autuori Tomazeti (cristm@fem.unicamp.br)

Carlos Alberto Carrasco Altemani (altemani@fem.unicamp.br)

Energy Department

Mechanical Engineering Faculty

State University of Campinas

PO Box 6122

Zip Code 13083-970 – Campinas – SP Brazil

Abstract. An essential parameter in the thermal analysis of heat exchangers is the global heat transfer coefficient. For some simple configurations, this coefficient may be obtained from literature correlations for the Nusselt number associated to the duct flows in the heat exchanger. For more complex heat exchanger configurations, the heat transfer coefficients have been measured by experiments and they may be found in the literature. For many other possible configurations, there is no information available in the literature about the friction and the convective coefficients for the flows inside the heat exchanger. One alternative to the experimental tests for each configuration is the numerical simulation of the flow and heat transfer. In order to assess the validity of this approach, three finned ducts, with measured friction and convective coefficients, were selected from the compact heat exchangers literature. Numerical simulations under varying flow conditions were performed for these ducts and resulted in coefficients were very similar to the experimental values. The numerical coefficients were then employed with the effectiveness method to predict the comparative performance of a compact cross flow heat exchanger with the distinct finned ducts. The design was based on a constant thermal load and a maximum hot fluid inlet temperature. The hot and cold fluids were atmospheric air and the cold fluid inlet temperature was a constant. The comparisons made included the heat exchanger volume, weight, required pumping power and rate of entropy generation.

Keywords: cross-flow heat exchangers, global coefficient of heat transfer, numerical simulation.

DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA DE ACEROLAS (*Malpighia emarginata* D.C) : ESTIMAÇÃO DE DIFUSIVIDADE MÁSSICA EFETIVA

Mirtes Aparecida da Conceição Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
mirtesacs@yahoo.com.br

Cristiane Kelly Ferreira da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
criskfsilva@yahoo.com.br

Zaqueu Ernesto da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
zaqueu@les.ufpb.br

Manuella Pereira de Andrade

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
andrademanuella@yahoo.fr

José Pereira Alencar Júnior

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
jpereira1503@gmail.com

Resumo: *Este artigo apresenta a solução de um problema inverso de estimação de parâmetros que envolve transferência de massa em um processo de Desidratação Osmótica de frutas esféricas, em particular, da acerola (*Malpighia emarginata* D.C.). O presente problema de estimação de parâmetros é resolvido através da minimização da norma dos mínimos quadrados utilizando o algoritmo de minimização Levenberg-Marquardt, usando somente dados experimentais do processo de desidratação Osmótica numa solução de sacarose a 65°Brix. O objetivo foi identificar a difusividade mássica efetiva (Def) no interior da fruta. A equação resultante do balanço de concentração é resolvida através de técnica analítica para obter a distribuição transiente da concentração de massa líquida no interior da fruta, que pode ser utilizada com a lei de Fick para determinar a difusão de massa em qualquer ponto do meio.*

Palavras-chave: *difusividade mássica efetiva, transferência de massa, problema inverso, levenberg-marquardt.*

1-INTRODUÇÃO

A acerola (*Malpighia emarginata* D.C) destaca-se pelo elevado teor de ácido ascórbico, sendo também rica em outros nutrientes como carotenóides, tiamina, riboflavina e niacina, além de apresentar sabor e textura agradáveis ao paladar do consumidor e características antioxidantes.

O cultivo da acerola no Brasil destaca-se principalmente pela adaptação da planta ao clima tropical e subtropical. Segundo SILVA, (1998), a acerola é uma fruta largamente cultivada na região Nordeste do Brasil e possui um teor de umidade em base úmida em torno de 90%, e é facilmente perecível, necessitando de um processo que possibilite sua armazenagem por maior período de tempo em condições ideais de modo que não se deteriore sob a ação de fungos e outros microorganismos que agem nos materiais armazenados com teores de umidade elevados.

Dentre os métodos de conservação de alimentos conhecidos, a secagem é um dos mais antigos a ser utilizado. Este método reduz o peso do produto, conseqüentemente diminui o custo com transporte, e melhora a conservação do produto. A desidratação osmótica de frutas utilizada como pré-tratamento no processo de secagem favorece a obtenção de condições ótimas de processamento, além de minimizar os danos causados pelo calor a cor, a textura e ao sabor, e diminui o escurecimento enzimático. Esse processo baseia-se na imersão do produto, em uma solução hipertônica cuja atividade de água é menor do que a atividade de água do produto, e tem como aspecto principal efetuar simultaneamente uma redução da quantidade de água no alimento e uma incorporação de outros sólidos, sem necessidade de energia térmica para promover a transferência de massa.

Um dos problemas básicos da desidratação de alimentos tem sido a taxa lenta de remoção de umidade durante a maior parte do tempo do processo de secagem. A fina camada de cera que envolve a película da acerola é um problema de grande importância para a obtenção do produto desidratado (Silva, 1998). Segundo Fioreze (2004), essa membrana

praticamente impermeável, dificulta o fluxo de massa. Nesse caso, as possíveis soluções para esse problema é a remoção total da casca por tratamentos químicos (NaOH, HCl, etc), ou por tratamentos físicos como aquecimento rápido do fruto em água em ebulição, e imersão imediata em água fria, o choque térmico faz com que a casca se rompa, facilitando sua retirada manual.

O tratamento físico apresenta melhores resultados em termos de perda de água, ganho de sólidos e cor, além disso, esse processo não deixa resíduos químicos no produto.

O fenômeno de transferência de massa por difusão em produtos alimentares tem recebido atenção de diversos grupos de pesquisas ao longo dos anos devido à presença desse fenômeno em muitas aplicações práticas que envolvem adição ou remoção de massa, como por exemplo, durante processos de secagem. Para calcular as taxas de difusão de massa de tais fenômenos, pode-se utilizar a Lei de Fick a qual define uma importante propriedade da matéria, a saber, o coeficiente de difusão binária ou difusividade mássica efetiva. Entretanto, para que a Lei de Fick seja utilizada é necessário se conhecer a distribuição da concentração no interior do produto a qual é determinada a partir da solução de equação apropriada de difusão de massa associada com as condições de contornos e iniciais existentes.

A medida local da difusividade mássica é praticamente impossível em particular para pequenas frutas submetidas a um processo de desidratação osmótica. O objetivo deste trabalho é determinar o coeficiente de difusividade mássica efetiva através da solução de um problema inverso de difusão de massa. A idéia principal do método aplicado é determinar experimentalmente a evolução temporal da umidade do produto durante uma simples operação de desidratação osmótica. O coeficiente de difusão de massa é, então, estimado utilizando o método de Levenberg - Marquardt de minimização da norma dos mínimos quadrados.

2-PROBLEMA DIRETO

O problema físico trata de uma experiência de desidratação osmótica de acerola por imersão em uma solução de sacarose 65° Brix à temperatura ambiente e sem agitação. A acerola é tratada como geometria esférica e está inicialmente a temperatura e teor de umidade uniforme. A equação diferencial parcial que governa o mecanismo de difusão de massa no interior da amostra é dada por:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \nabla(D_{ef} \cdot \nabla X) \quad (1)$$

Em coordenadas esféricas a equação (1) pode ser escrita em termos de r, θ e ϕ , como:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{ef} r^2 \frac{\partial X}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(D_{ef} \sin \theta \frac{\partial X}{\partial \theta} \right) + \frac{D_{ef}}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 X}{\partial \phi^2} \right\} + n \quad (2)$$

Assumindo que a difusão ocorre somente na direção radial e que não há geração de massa, a equação fica reduzida à forma:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{ef} r^2 \frac{\partial X}{\partial r} \right) = \frac{\partial X}{\partial t} \quad (3)$$

As condições físicas existentes nos contornos e inicial são as seguintes:

Condição inicial

$$X = X_0 \quad t = 0, \quad 0 < r < R \quad (4)$$

Condições de contornos

$$\frac{\partial X}{\partial r} = 0 \quad t > 0, \quad r = 0 \quad (5)$$

$$X = X_{eq} \quad t > 0, \quad r = R \quad (6)$$

A solução da equação (3), aplicando as condições (4-6) é obtida analiticamente pelo método de separação de variáveis considerando as seguintes hipóteses simplificativas:

- difusividade mássica constante;
- difusão radial;

- os efeitos da pressão, da temperatura são desprezíveis.
- ausência de geração de massa.
- amostra homogênea.
- raio constante

A solução analítica nos possibilita encontrar a evolução temporal da umidade média, dada pela seguinte expressão:

$$Y = \frac{\bar{X} - X_{eq}}{X_0 - X_{eq}} = \frac{6}{p^2} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-n^2 p^2 \cdot D_{ef} \cdot \frac{t}{r_1^2}\right) \quad (7)$$

Onde:

- Y: Adimensional de Umidade
 \bar{X} : Umidade média no tempo (t) (kg H₂O/ kg massa seca)
 X_{eq}: Umidade de equilíbrio (kg H₂O/ kg massa seca)
 X₀: Umidade Inicial (kg H₂O/ kg massa seca)
 D_{ef}: Difusividade mássica efetiva (m²/s)
 t: tempo (s)
 r₁: raio médio da amostra (m)

A umidade de equilíbrio é obtida experimentalmente, através da seguinte fórmula:

$$X_{eq} = \frac{(m_{eq} - m_s)}{m_s} \quad (8)$$

onde:

- m_{eq}: massa da amostra no equilíbrio
 m_s: massa seca da amostra

2.1 Cinética da Desidratação Osmótica

A cinética da desidratação osmótica foi estudada pelo acompanhamento da perda de água e da perda de peso. O teor de umidade em base úmida é dado pela equação (9):

$$X_u = \frac{(P_i - P_f)}{P_i} \quad (9)$$

A umidade em base seca é dada pela relação:

$$X_s = \frac{X_u}{(1 - X_u)} \quad (10)$$

Os teores de umidade definidos acima são expressos em decimal.

A perda percentual de água (com base na massa inicial do produto) é definida por:

$$PA(\%) = \frac{(P_0 \times X_0) - (P_t \times X_t)}{P_0} \quad (11)$$

O ganho percentual de sólidos (com base na massa inicial do fruto) é dado por:

$$G_s(\%) = \frac{(P_t \times B_t) - (P_0 \times B_0)}{P_0} \quad (12)$$

A perda percentual de peso é dada por:

$$Pp(\%) = \frac{(P_0 - P_t)}{P_0} \times 100 \quad (13)$$

Onde:

P _i :	Peso antes do tratamento
P _f :	Peso após o tratamento
X _u :	Umidade em base úmida
X _s :	Umidade em base seca
PA(%):	Perda percentual de água
P ₀ :	Peso do fruto no tempo t=0, em gramas
P _t :	Peso do fruto após o tratamento
X ₀ :	Umidade do fruto no tempo t=0
X _t :	Umidade do fruto após tratamento
Gs(%):	Ganho percentual de sólidos
B ₀ :	Percentual de sólidos solúveis do fruto no tempo t = 0
B _t :	Percentual de sólidos solúveis do fruto após o tratamento
Pp(%):	Perda percentual de peso

3-PROBLEMA INVERSO

Para o problema inverso de interesse aqui, a difusividade mássica efetiva D_{ef} , é considerada como um parâmetro desconhecido enquanto que todos os outros parâmetros utilizados na solução do problema direto são conhecidos. Para determinar a difusividade mássica aparente D_{ef} , consideramos que D_{ef} é constante para uma determinada temperatura, além disso, são utilizados dados experimentais da evolução transiente do teor de umidade (Y_i), quando o produto é submetido a um processo de desidratação osmótica. O subscrito i refere-se ao tempo no qual as medições foram realizadas ($i = 1, \dots, m$). A metodologia de estimação usada é fundamentada na minimização da norma dos mínimos quadrados.

$$\mathbf{S}(\mathbf{P}) = [\mathbf{Y} - \mathbf{X}(\mathbf{P})]^T [\mathbf{Y} - \mathbf{X}(\mathbf{P})] \quad (14)$$

Onde,

$\mathbf{P} [P_1, P_2, P_3, \dots, P_N]$, é chamado de vetor dos parâmetros desconhecidos. $[\mathbf{Y} - \mathbf{X}(\mathbf{P})]^T$ é dado por $[\mathbf{Y} - \mathbf{X}(\mathbf{P})]^T = [(\bar{Y}_1 - \bar{X}_1)(\bar{Y}_2 - \bar{X}_2) \dots (\bar{Y}_i - \bar{X}_i)]$, onde $(Y_i - X_i)$ é o vetor linha que contém as diferenças entre o teor de umidade obtido experimentalmente no tempo t_i e aquele estimado a partir de um modelo teórico.

A versão do método de Levenberg-Marquardt foi aplicada para a solução do problema inverso de estimação de parâmetro. A solução para o vetor \mathbf{P} é encontrada iterativamente usando o seguinte procedimento:

$$\mathbf{P}^{r+1} = \mathbf{P}^r + \left[(\mathbf{J}^r)^T \mathbf{J}^r + \mu \mathbf{I} \right]^{-1} (\mathbf{J}^r)^T [\mathbf{Y} - \mathbf{X}(\mathbf{P}^r)] \quad (15)$$

Onde \mathbf{J} é a matriz dos coeficientes de sensibilidades, dada como:

$$\mathbf{J}(\mathbf{P}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_1^T}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial X_1^T}{\partial P_N} \\ \cdot & \dots & \dots \\ \frac{\partial X_1^T}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial X_1^T}{\partial P_N} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial \mathbf{X}^T(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} \right] \quad (16)$$

O termo $\mu \mathbf{I}$ é um regulador de instabilidade introduzido devido ao mau condicionamento característico do problema. Isto evita que a matriz $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ seja não singular no início da iteração, assim, o procedimento tem a convergência lenta do método do passo descendente. O processo iterativo é concluído se a norma do gradiente de $\mathbf{S}(\mathbf{P})$ for

suficientemente pequena, ou se a mudança no vetor de parâmetros $\mathbf{P}^{r+1} - \mathbf{P}^r$ for muito pequena. A subrotina MRQMIN.FOR do NUMERICAL RECIPES [Press et al, 1989] foi utilizada neste trabalho.

4 - PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A acerola utilizada neste trabalho foi adquirida no mercado central de João Pessoa e os testes foram realizados no mesmo dia da aquisição da fruta. Para a preparação da solução osmótica foi utilizado açúcar cristalizado granulado, adquirido no mercado local. A metodologia utilizada seguiu as etapas citadas abaixo:

- Seleção e Lavagem
- Determinação do raio médio e do °Brix
- Pesagem
- Branqueamento
- Pesagem
- Preparo da solução Osmótica
- Imersão na solução Osmótica
- Pesagem até peso constante

A escolha da concentração da solução osmótica (65° Brix) foi baseada no trabalho de SOUZA e outros (2003) que verificaram que tal fator influenciou no transporte de massa durante a desidratação osmótica de bananas processadas, encontrando os melhores resultados para perda de água na concentração de 65° Brix. El-Aquar (2003) também cita que as concentrações das soluções de sacarose comumente usadas na desidratação osmótica de frutas variam de 50 a 70° Brix.

A escolha da proporção fruto: solução (1:10) foi influenciada por ALVES(2003) e Fioreze (2004) que constataram que quanto maior a quantidade de xarope em relação a amostra melhor. Uma pequena quantidade de xarope com relação à amostra significa uma diluição da mesma devido à saída de água do produto para a solução, e retirada de solutos dessa solução, devido a migração para o interior do produto, desacelerando o processo osmótico.

5-RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1-Experimental

O tratamento Osmótico foi realizado nos tempos de zero até 720 minutos com medições efetuadas a cada intervalo de 60 minutos e o comportamento dos percentuais de: ganho de sólidos, perda de água e perda de peso são apresentados na fig. (1) abaixo:

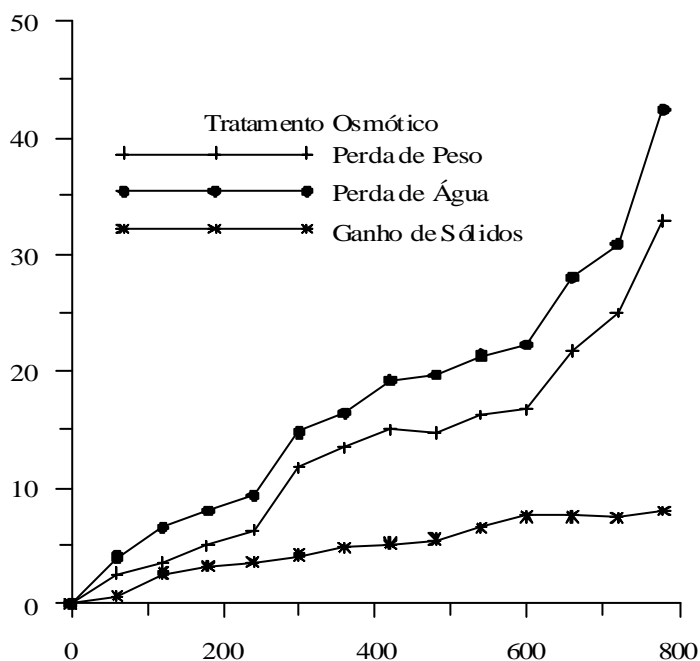


Figura 1: Dados Obtidos na desidratação osmótica

A Fig. (1) mostra a evolução dos percentuais de ganho de sólidos, perda de água e perda de peso que ocorrem durante o tratamento osmótico. O ganho de sólidos é dependente do peso e do teor de sólidos solúveis (°Brix) antes e após o tratamento, a perda de água é dependente do peso e do seu percentual de umidade antes e após o tratamento, enquanto a perda de peso é dependente apenas do peso inicial e do peso após o tratamento.

Na tabela 01, abaixo, são apresentados os valores da análise estatística efetuada.

Tabela 01: Análise Estatística

Parâmetro	Erro padrão (%)	Desvio Padrão	Intervalo de Confiança a 95%
Perda de Peso	2,481	9,283	5,359
Perda de água	3,079	11,520	6,65
Ganho de Sólidos	0,684	2,558	1,477

A Fig. (2) mostra a evolução temporal do teor de umidade obtido experimentalmente durante a desidratação osmótica e o modelo teórico avaliado do modelo matemático utilizando o valor da difusividade mássica efetiva estimada ($1,604 \times 10^{-10} \pm 0,001377 \times 10^{-10}$) da solução do problema inverso de difusão de massa.

O comportamento das curvas mostra a consistência entre o modelo teórico estabelecido a partir da Lei de Fick e a experiência de desidratação osmótica. Além disso, o valor da difusividade mássica efetiva calculada está perfeitamente dentro da ordem de grandeza disponível na literatura, além de apresentar uma incerteza muito pequena.

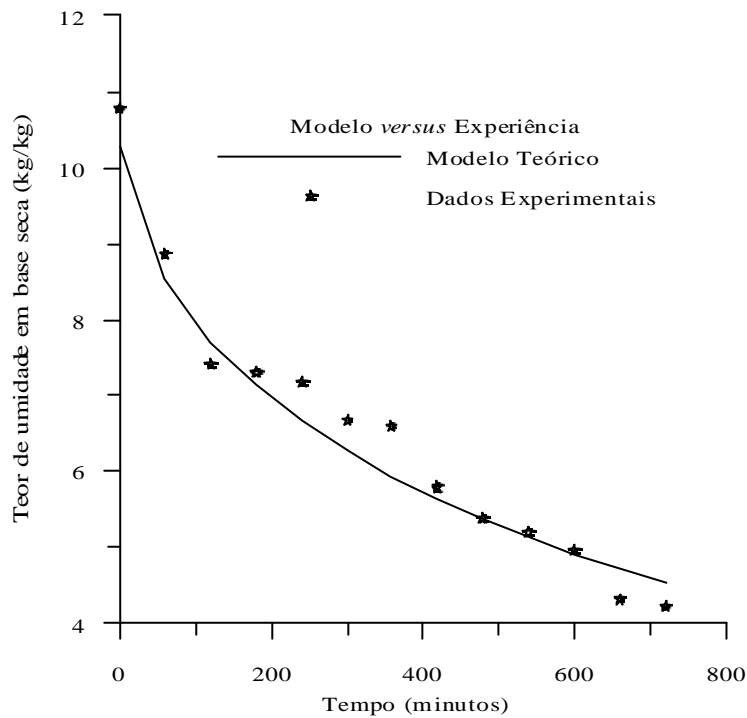


Figura 2: Resultados Teóricos X Experimentais

6- CONCLUSÕES

Esse trabalho apresentou uma solução de um problema inverso de difusão de massa. A difusão de massa foi por hipótese, modelado com a Lei de Fick. O Método de estimação de parâmetros, utilizado foi o algoritmo de minimização de Levenberg-Marquardt. Os resultados obtidos mostram que é possível através de uma experiência simples obter valores da difusividade mássica efetiva ($1,604 \times 10^{-10} \pm 0,001377 \times 10^{-10}$) com boa precisão e bom acordo com os valores consagrados em Literatura.

7- AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo apoio financeiro.

8- REFERÊNCIAS

Alves, D.G. 2003, "Obtenção de acerola em passa utilizando processos combinados de desidratação Osmótica e Secagem", tese apresentada a faculdade de Engenharia de Alimentos, FEA, Campinas, Brasil.

Borges, S.V; Menegalli, F.C. 1993, "Influência da Desidratação Osmótica sobre a Cinética de Secagem de Manga", Campinas, Brasil.

De Souza, P.H.M; Maia, G. A; Souza Filho, M.S.M.; Figueiredo, R.W.; Nassu, R.T., 2003, "Influência da Concentração e da Proporção Fruto: Xarope na Desidratação de Bananas Processadas", Ciência e Tecnologia de Alimentos, Vol.23, Campinas, Brasil.

El-Aquar, Â. A; Murr, F.E.X. 2003, "Estudo e Modelagem da Cinética de Desidratação Osmótica do Mamão Formosa (Carica Papaya L.)", Ciência e tecnologia de Alimentos, Vol.23, nº 1, Campinas, Brasil.

Fioreze, R. 2004, "Princípios de Secagem de produtos Biológicos", João Pessoa: Editora Universitária/UFPB.

Gomes, P.M. A; Figueiredo, R.M.F; Queiroz, A.J.M. 2002, "Caracterização e Isotermas de adsorção de Umidade da Polpa de Acerola em pó", Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais, Vol.4, Nº2, Campina Grande, Brasil, pp.157-165.

Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. and Vetterling, W.T., 1989, "Numerical recipes – the art of scientific computing (FORTRAN Version)", Cambridge University Press, Cambridge.

Proceedings of of the thermal conductivity components, in: Proceedings of 34th ASME NHT Conference, Pittsburgh, Pennsylvania, August 20-22, 2000

Silva, V.A., 1998, "Efeito de Pré-Tratamentos Químicos na Taxa de Secagem de acerola em Monocamada", Dissertação de Mestrado, Campina Grande, Brasil.

Souza Neto, M. A; Souza Filho, M.S.M; Lima, J.R; Maia, G.A. 2004, "Processo Agroindustrial: obtenção de um Produto de Manga por Desidratação Osmótica e Complementação de Secagem em Estufa, Embrapa-Fortaleza, Ce, Brasil".

9-DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

OSMOTIC DEHYDRATION OF WEST INDIAN CHERRY FRUIT (*Malpighia emarginata* D.C) : DIFFUSIVITY ESTIMATION BY EFFECTIVE MASS

Mirtes Aparecida da Conceição Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
mirtesacs@yahoo.com.br

Cristiane Kelly Ferreira da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
criskfsilva@yahoo.com.br

Zaqueu Ernesto da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
zaqueu@les.ufpb.br

Manuella Pereira de Andrade

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
andrademanuella@yahoo.fr

José Pereira Alencar Júnior

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
jpereira1503@gmail.com

Abstract: *This article presents the solution of an inverse problem of estimate of parameters that involves mass transfer in a process of osmotic dehydration of spherical fruits, in matter, of the west Indian Cherry fruit (*Malpighia emarginata* D.C.). The present problem of estimate of parameters is solved through the minimization of the norm of the square minima using the minimization algorithm Levenberg-Marquardt, using only experimental data of the process of osmotic dehydration in a sucrose solution to 65°Brix. The objective was to identify the mass diffusion coefficient (D_{eff}) inside the fruit. The resulting equation of the concentration swinging is solved through analytic technique to obtain the distribution transient of the concentration of liquid mass inside the fruit that can be used with the law of Fick to determine the mass diffusion in any point of the middle.*

Keywords: Mass effective diffusivity, mass transfer, inverse problem, *Levenberg-marquardt*.

AVALIAÇÃO DO CONFORTO TÉRMICO NO CONTATO COM PISOS CERÂMICOS

Carneane Effting

Universidade Federal de Santa Catarina: Departamento de Engenharia Mecânica-Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia dos Materiais. Campus Universitário-Trindade, Florianópolis-Santa Catarina, Brasil, CEP 88040-900, P.O. Box 476.
carneane@terra.com.br

Saulo Güths

Universidade Federal de Santa Catarina: Departamento de Engenharia Mecânica-Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas. Campus Universitário-Trindade, Florianópolis-Santa Catarina, Brasil, CEP 88040-900, P.O. Box 476.
saulo@lmpt.ufsc.br

Orestes Estevam Alarcon

Universidade Federal de Santa Catarina: Departamento de Engenharia Mecânica-Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia dos Materiais. Campus Universitário-Trindade, Florianópolis-Santa Catarina, Brasil, CEP 88040-900, P.O. Box 476.
orestes@materiais.ufsc.br

Resumo. Em locais onde normalmente as pessoas encontram-se descalças, sob um piso aquecido ou resfriado, tem-se observado que a sensação térmica depende das condições ambientais locais e das propriedades do material, incluindo sua microestrutura e rugosidade superficial. O desconforto pode ser por calor em pisos de ambientes externos expostos à radiação solar (áreas de piscinas) ou por frio (quartos e banheiros). A propriedade térmica efusividade define a temperatura de interface quando dois corpos semi-infinitos são colocados em contato perfeito. A introdução de uma rugosidade no piso interfere na temperatura de contato e também pode ser uma estratégia na busca de pisos mais confortáveis. Materiais com baixa condutividade e densidade podem ser obtidos pela inclusão de poros decorrentes das condições de processamento empregadas. Entretanto, a presença de poros implica em diminuição da resistência. O objetivo do trabalho é avaliar o conforto térmico de revestimentos cerâmicos não-esmaltados preparados através da incorporação de matéria-prima refratária (resíduo do polimento do porcelanato) à massa atomizada industrialmente, através das propriedades térmicas e mecânicas. Os resultados teóricos e experimentais mostram que a medida que a porosidade e a rugosidade aumentam, há sensível melhora no conforto por contato.

Palavras chave: revestimentos cerâmicos, matérias-primas refratárias, propriedades térmicas, conforto térmico, porosidade.

1. Introdução

A indústria cerâmica está constantemente visando a ampliação de mercado para o setor e, em razão disto, procura aprimorar a qualidade dos produtos e aumentar a variedade de funções desempenhadas pelos componentes. Além disso, com o correto gerenciamento e valoração dos resíduos gerados pela empresa (como por exemplo: o polimento do porcelanato), almeja-se diminuir estes resíduos e obter um maior valor agregado ao mesmo. A tecnologia de obtenção de pisos cerâmicos que proporcionem conforto térmico ao contato atende nichos de mercado pouco explorados, como ambientes quentes (áreas de piscinas, terraços e varandas) e ambientes frios (quartos e banheiros). Em áreas de piscinas, o material mais utilizado é a pedra brasileira São Tomé. Porém, tem-se observado que a mesma apresenta problemas de aplicação e deterioração com o passar dos anos (lascamentos e incrustações de sujeiras).

Os pisos cerâmicos de pavimentos são largamente utilizados em edificações, possuindo funções técnicas e estéticas. Entretanto a função técnica se torna muito importante em edificações com ocupação humana onde o conforto térmico é requerido. Dessa forma, podemos verificar que em muitas situações os pisos cerâmicos não oferecem conforto térmico adequado.

O corpo humano pode ser considerado como uma “máquina térmica” que gera uma quantidade de calor que pode variar de 100 a 1000W, dependendo da atividade desempenhada. Essa quantidade de energia precisa ser dissipada para manter a temperatura interna do corpo constante (considerada normal entre 35 a 37°C). Os mecanismos termoreguladores (vaso constricção, sudação) são responsáveis por essa tarefa. São diversos os elementos que contribuem para a sensação de conforto e eles são caracterizados pela intensidade das respostas fisiológicas e psicológicas do indivíduo ao meio ambiente que o cerca (Xavier, 2000). As principais variáveis ambientais são: a temperatura do ar, a umidade relativa, a velocidade do vento e o campo de radiação (Fanger, 1970 e Ashrae, 1997).

Porém, podemos estar sujeitos a algum desconforto localizado, como por exemplo o contato dos pés descalços com um piso que está aquecido ou resfriado, onde a sensação térmica depende das condições ambientais locais e das propriedades do material incluindo sua microestrutura e rugosidade superficial. O desconforto pode ser por calor em pisos de ambientes externos expostos à radiação solar ou desconforto por frio em ambientes internos. A sensação térmica está relacionada com a temperatura da pele, nesses casos a temperatura da sola do pé em contato com o piso. São poucos os trabalhos que avaliam o desconforto por contato, sendo mais voltados para a condição de segurança (NR

15, 1978 e PD 6504, 1983). A temperatura de contato pode ser correlacionada por uma propriedade chamada efusividade térmica. Quanto menor a efusividade do piso, mais a temperatura de contato se aproxima da temperatura do corpo, resultando em uma maior conforto.

A efusividade térmica é diretamente correlacionada com a condutividade térmica e a densidade do material. A temperatura de interface também depende da resistência de contato, altamente dependente da rugosidade das superfícies.

Materiais com baixa condutividade e baixa densidade podem ser obtidos pela inclusão de poros. Pode-se considerar como regra geral que a condutividade térmica de materiais porosos diminui com o aumento da porosidade (Rhee, 1975). A presença de poros em cerâmicas é decorrente das condições de processamento usualmente empregadas e pode ter conseqüências positivas ou não em relação ao desempenho desses materiais. Em relação ao comportamento mecânico, a presença de poros implica em diminuição da resistência. Combinando adequadamente as matérias-primas e técnicas de processamento, é possível obter cerâmicas porosas com elevados valores de resistência mecânica, resistência ao ataque químico, elevada refratariedade, elevada uniformidade estrutural e propriedades térmicas favoráveis à sua aplicação.

Existem vários métodos para a obtenção de cerâmicas porosas. Um dos primeiros métodos desenvolvidos, e que ainda hoje é largamente usado, consiste na incorporação de produtos orgânicos dentro dos corpos cerâmicos, os quais são removidos durante a queima, deixando poros cujo tamanho está relacionado com o tamanho das partículas dos agentes orgânicos. Cada método tem as suas vantagens e usos potenciais. Contudo, o controle do processamento e, conseqüentemente as propriedades finais dos materiais, são um problema geral (Lemos e Ferreira, 2001).

Neste trabalho, placas cerâmicas porosas foram obtidas através da incorporação de matéria-prima refratária à massa atomizada industrialmente. Inicialmente, foram compactadas placas cerâmicas variando-se a porosidade das mesmas com a incorporação de frações em massa de 10, 20, 30, 40, 50 e 70% de resíduo do polimento do porcelanato ao corpo cerâmico constituído de massa atomizada tipo semi-grês. Após a obtenção das placas cerâmicas porosas, foram avaliadas as propriedades térmicas: efusividade e condutividade, bem como a propriedade mecânica: módulo de ruptura em flexão. As placas foram expostas à radiação solar, obtendo-se a máxima temperatura superficial. Paralelamente as placas foram submetidas a um contato súbito com uma fonte fria, obtendo-se por extrapolação a temperatura de contato entre o piso e o pé descalço para pisos com diferentes rugosidades.

2. Fabricação das placas cerâmicas porosas

Na técnica de compactação da massa tipo semi-grês com a incorporação do resíduo, o resíduo do polimento do porcelanato será o material formador de poros. O corpo cerâmico constituído de pó atomizado com a incorporação deste resíduo foi preparado em uma planta industrial. As misturas de massa atomizada com resíduo, utilizando-se frações em massa de 10, 20, 30, 40, 50, 75 e 100% (MAR10, MAR 20, MAR 30, MAR 40, MAR 50 e MAR 75), foram previamente colocadas em um moinho tipo Y para a sua homogeneização, secados em estufa à 110°C por 24 h e preparadas com uma umidade de 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12% para as porcentagens de 10, 20, 30, 40, 50, 75 e 100% de resíduo do porcelanato com a massa atomizada respectivamente. Em seguida, a mistura foi compactada a 30 MPa em placas com dimensões nominais de 58x126x10mm.

Após a compactação, as placas cerâmicas foram levadas à estufa a 110°C por 24h, e em seguida queimadas em um forno mufla à 1170°C (patamar de 3 min e com uma taxa de aquecimento e resfriamento de 10°C/min). Através da composição química do pó atomizado tipo semi-grês utilizado neste trabalho (Tab. 1), podemos observar que os óxidos constituintes são típicos de corpos cerâmicos empregados para a manufatura de pisos cerâmicos.

Tabela 1. Composição química do pó atomizado utilizado neste trabalho.

ÓXIDOS	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	Na ₂ O	K ₂ O	TiO ₂	MgO	CaO
PESO (%)	67,35	19,79	2,52	0,15	4,13	0,92	2,00	2,32

Já a matéria-prima refratária utilizada neste trabalho, o resíduo do porcelanato, é proveniente do polimento feito no porcelanato por uma empresa brasileira. O resíduo fornecido pela empresa possui a cor branca e foi previamente preparado com uma granulometria adequada para a massa atomizada.

Foi realizado um estudo de caracterização da morfologia dos dois materiais utilizando a técnica de microscopia eletrônica de varredura, constatando-se uma heterogeneidade da forma e do tamanho dos grânulos conforme ilustrado nas Figs. 1 e 2 com uma ampliação de 30X. De uma forma geral os grânulos da massa atomizada apresentam-se sob a forma de partículas esféricas devido ao processo de atomização e com diâmetros médios variando entre 300 a 600µm (Fig. 1). Já a Fig. 2 mostra a imagem de microscopia do resíduo onde podemos observar que as partículas apresentam granulometria bem mais fina que a massa atomizada. A técnica de microanálise por EDX foi utilizada para verificar a composição química desses aglomerados, onde os elementos encontrados foram Si, Al, Mg, Fe e K.

Assim, a caracterização química do resíduo foi realizada através do ensaio na massa bruta, método de lixiviação e solubilização para avaliar o seu comportamento ambiental. Com relação à composição química, os componentes encontrados neste resíduo foram: carbonato de cálcio, carbeto de silício, cloreto de magnésio, óxido de magnésio, quartzo, sulfato de magnésio. Através do ensaio de lixiviação, o resíduo é classificado como "Não Perigoso" e pelo

ensaio de solubilização o resíduo é classificado como Resíduo Classe II- Não Inerte devido aos teores de sulfatos e dureza obtidos no extrato solubilizado do resíduo estarem acima do limite especificado.

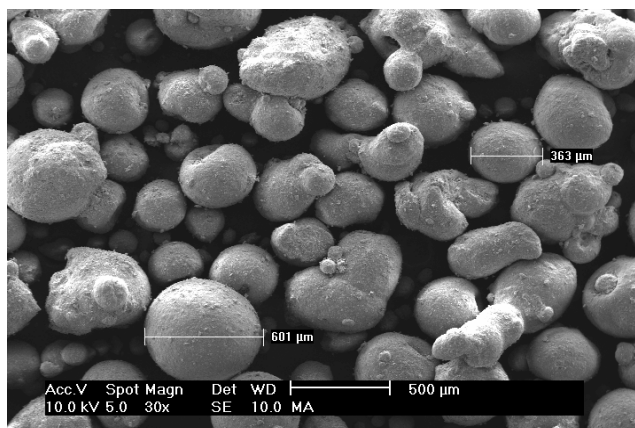


Figura 1. Microscopia eletrônica de varredura, aumento 30 X, da massa atomizada.

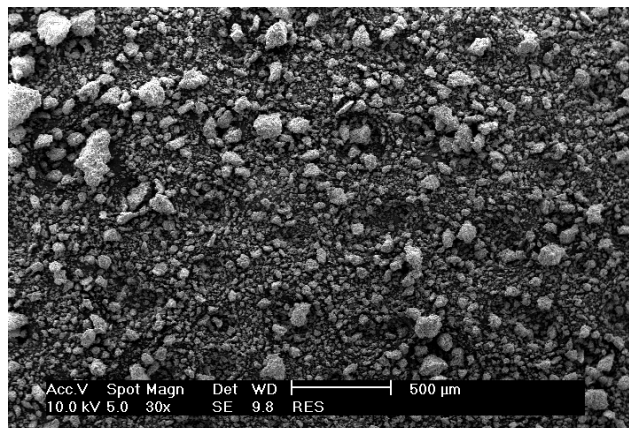


Figura 2. Microscopia eletrônica de varredura, aumento 30 X, do resíduo do polimento do porcelanato.

3. Caracterização Mecânica

As micrografias de MEV para uma amostra cerâmica compactada com a incorporação de 0, 40, 75 e 100 % de resíduo são apresentadas nas Figs. 3, 4, 5 e 6, respectivamente. Para uma ampliação de 50X, pode-se observar que além da porosidade normal usualmente observada em típicos revestimentos cerâmicos, há também a porosidade proveniente do resíduo do polimento do porcelanato que aumenta a medida que uma maior quantidade de resíduo é incorporado à massa atomizada. Pode-se também visualizar o aumento da quantidade e tamanho de poros na medida em que a quantidade de resíduo é aumentada.

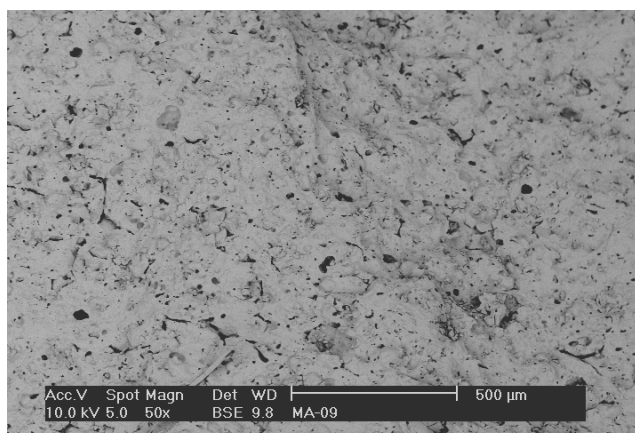


Figura 3. Microestrutura da superfície de fratura da massa atomizada sem a incorporação de resíduo (aumento 50X).

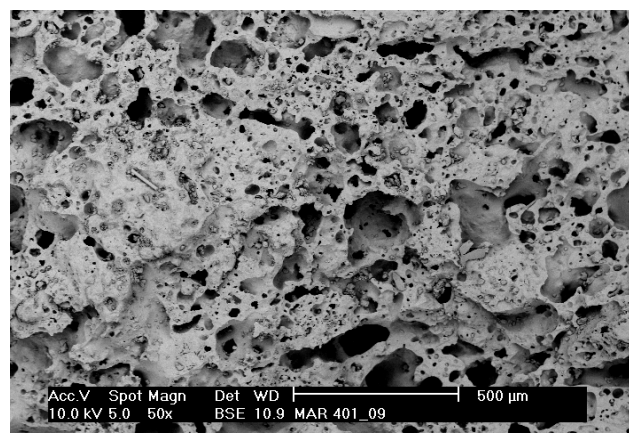


Figura 4. Microestrutura da superfície de fratura da massa com a incorporação de 40% de resíduo (aumento 50X).

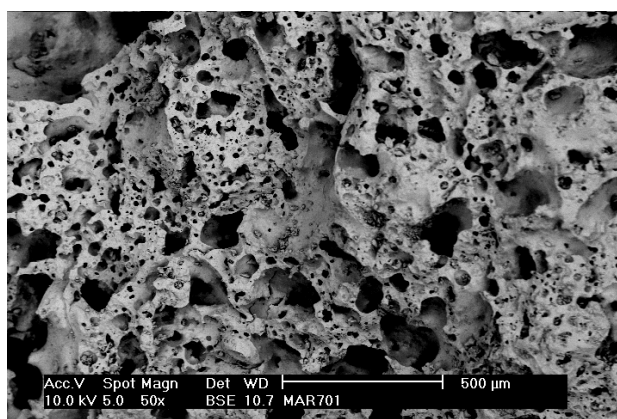


Figura 5. Microestrutura da superfície de fratura da massa com a incorporação de 75% de resíduo (aumento 50X).

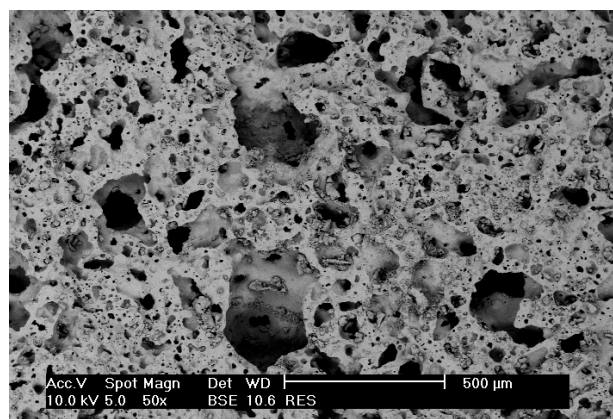


Figura 6. Microestrutura da superfície de fratura do resíduo do polimento do porcelanato (aumento 50X).

O módulo de ruptura em flexão (NBR13818, 1997) foi medido a partir do ensaio de flexão em três pontos, calculado a partir da Eq. (1):

$$MRF = \frac{3F \times L}{2b \times e_{\min}^2} \quad (1)$$

F é a força de ruptura em newtons (N), L é a distância entre as barras de apoio (mm), b é a largura do corpo-de-prova ao longo da ruptura após ensaio (mm), MRF é o módulo de ruptura em flexão (MPa) e e_{\min} é a mínima espessura do corpo-de-prova (mm).

A porosidade das placas cerâmicas foram calculadas a partir da densidade aparente ρ_a dos corpos-de-prova (método volumétrico) e da densidade real ρ_r (picnometria de hélio), sendo obtida pela Eq. (2):

$$P = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_r} \quad (2)$$

A Tabela 2 apresenta os valores médios das propriedades mecânicas e físicas medidas para cada cinco placas cerâmicas constituídas de diferentes frações em massa do resíduo do polimento do porcelanato incorporados à massa atomizada. Podemos observar na Tab. 2 que a amostra M (sem resíduo), que é um produto semi-grês, possui módulo de resistência à flexão ≥ 22 MPa, portanto está dentro da norma ISO 13006 (1995). Conforme esperado, a presença de poros implicou em diminuição da resistência mecânica.

Tabela 2. Resultados obtidos para placas cerâmicas com a incorporação de resíduo.

AMOSTRAS	VALORES EXPERIMENTAIS			
	MRF (MPa)	ρ_a (kg/m ³)	ρ_r (kg/m ³)	P (%)
M (sem resíduo)	33	2307	3235	29
MAR 10	25	2130	3176	33
MAR 20	21	1990	3085	36
MAR 30	16	1845	2980	38
MAR 40	13	1680	2967	43
MAR 50	13	1560	2930	47
MAR 75	9	1100	3180	65
RES	10	1110	3127	64

Uma elevada fração de resíduos é almejada do ponto de vista térmico (menor efusividade), entretanto o piso será mais frágil, necessitando de uma maior espessura para atender as normas vigentes. Com relação às propriedades físicas, podemos observar que a densidade aparente diminui à medida que aumentamos a incorporação dos resíduos já que há um aumento da porosidade. Para a densidade real, que representa a densidade da matriz sólida, verifica-se que tanto a massa atomizada quanto o resíduo do porcelanato possuem densidades muito semelhantes.

4. Caracterização Térmica

4.1. Avaliação da Temperatura Superficial

Antes de iniciar o ensaio de contato pé-piso propriamente dito, as diferentes amostras foram assentadas com argamassa sobre um contrapiso padrão e expostas ao sol, e após a cura completa (3 semanas) foram registrados os valores da temperatura superficial (T_{sol}). Essa temperatura superficial foi medida por um termopar plano, tipo T, assim como a temperatura do solo, do contrapiso e do ar ambiente. O sistema foi monitorado 24h/dia durante um período de duas semanas, de forma a obter os valores máximos, correlacionados com os valores de radiação e temperatura do ar.

Dessa forma, obteve-se a temperatura superficial de um piso comercial Granitti Enduro Bianco (rugoso e liso) e das placas cerâmicas fabricadas quanto a sua exposição à radiação solar. Para um dia típico, sem nuvens e de forte insolação registrou-se as máximas temperaturas superficiais apresentadas na Tab. 3.

Tabela 3. Resultados obtidos da temperatura para os pisos e placas expostas ao sol.

AMOSTRAS	Piso GEB (liso)	Piso GEB (rugoso)	M	MAR 10	MAR 20	MAR 30	MAR 40	MAR 50	MAR 75	RES
T_{sol} (°C)	50,4	50,4	56,3	54,1	54,4	55,0	55,0	55,0	55,0	55,0

A superfície de um piso cerâmico exposto ao sol troca calor com o meio por convecção e radiação. Os materiais de construção são seletivos à radiação solar de onda curta e a principal determinante desta característica é a sua cor superficial. Cores mais claras resultam em uma menor temperatura superficial e portanto poderiam apresentar maior conforto térmico para o usuário. Assim, em um primeiro momento, podemos dizer que pisos claros seriam adequados em relação ao conforto térmico. Entretanto, cabe ressaltar que neste caso, não estaríamos considerando o conforto visual do indivíduo. Este piso, por ser mais claro, pode ofuscar sob ensolação direta. Na tabela 3, pode-se verificar que os dois primeiros pisos (GEB) apresentaram uma menor temperatura, consequência de uma cor mais clara.

4.2. Ensaio da Resistência e Efusividade Térmica

Para o ensaio da condutividade térmica foram utilizadas amostras de 58x126mm, com espessura igual a 10mm. O condutímetro utilizado pelo Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas foi construído seguindo os procedimentos descritos na Norma Técnica ISO 8301 (1991). Considerando que a amostra é homogênea, é possível determinar a condutividade térmica do material (λ) através da Eq. (3):

$$\lambda = \frac{L}{R} \quad (3)$$

onde λ é a condutividade térmica (W/m K) e L é a espessura do material (m).

A condutividade térmica de um material poroso é fortemente dependente da densidade do material (ou fração de poros). Aivazov e Domashnev (1968) apresentam um modelo teórico que correlaciona bem a condutividade térmica de cerâmicas porosas com a porosidade, como mostrado na Eq. (4):

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{1-P}{1+nP^2} \quad (4)$$

onde λ é a condutividade térmica de uma cerâmica com poros, λ_0 que é do corpo cerâmico livre de poros, P a fração de volume de poros, e n uma constante. Sugawara e Yoshizawa (1962), obtiveram o valor da condutividade térmica de grês a 70°C. De acordo com esses dados, o valor de n corresponde a 3 e $\lambda_0 = 1,65$ W/m.K. Considerando que não há variação do calor específico com a inclusão de poros e que a densidade do ar pode ser desprezada face à densidade da matriz cerâmica, a Eq. (4) pode ser escrita em termos da efusividade (ε) através da Eq. (5):

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{1-P}{\sqrt{1-nP^2}} \quad (5)$$

onde ε é a efusividade térmica do corpo cerâmico com poros e ε_0 a efusividade térmica do corpo cerâmico livre de poros, sendo ε definida pela Eq. (6):

$$\varepsilon = \sqrt{\lambda \rho c} \quad (6)$$

sendo que ρ é a massa específica (kg/m³) e c é o calor específico (J/kg.K).

Na Tab. 4 e Figs. 7 e 8, observa-se também que para as placas de massa com a incorporação de resíduo, a condutividade e a efusividade térmica decrescem com o aumento da porosidade total. Comparando os resultados obtidos experimentalmente com o modelo teórico proposto por Aivazov e Domashnev (1968) para a condutividade térmica, de acordo com a Eq. (4), pode-se verificar uma boa correlação no intervalo da porosidade entre 0 a 50% para $n = 4,5$ e $\lambda_0 = 1,6$ W/m.K. Já para o intervalo de porosidade estudado (de 0 a 100%), neste caso, os resultados experimentais não correlacionam tão bem com o modelo teórico proposto pois ele não considera o material cerâmico como um compósito. Por isso, é necessário utilizarmos outro modelo que considere a cerâmica como um compósito já que estamos incorporando o resíduo ao semi-grês e esses materiais possuem condutividades diferentes.

Tabela 4. Condutividade e efusividade térmica teórica e experimental.

AMOSTRAS	VALORES EXPERIMENTAIS			VALORES TEÓRICOS	
	P (%)	λ (W/mK)	ϵ (Ws ^{0,5} /m ² K)	λ (W/mK)	ϵ (Ws ^{0,5} /m ² K)
M (sem resíduo)	29	0,80	1359	0,81	1319
MAR 10	33	0,73	1247	0,69	1193
MAR 20	36	0,60	1093	0,63	1104
MAR 30	38	0,53	944	0,57	1046
MAR 40	43	0,48	898	0,46	909
MAR 50	47	0,43	819	0,40	809
MAR 75	65	0,40	663	0,17	439
RES	64	0,36	632	0,18	456

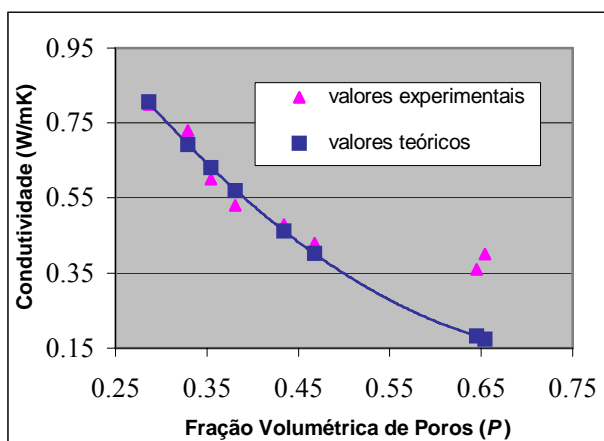


Figura 7. Condutividade térmica teórica e experimental em função da porosidade.

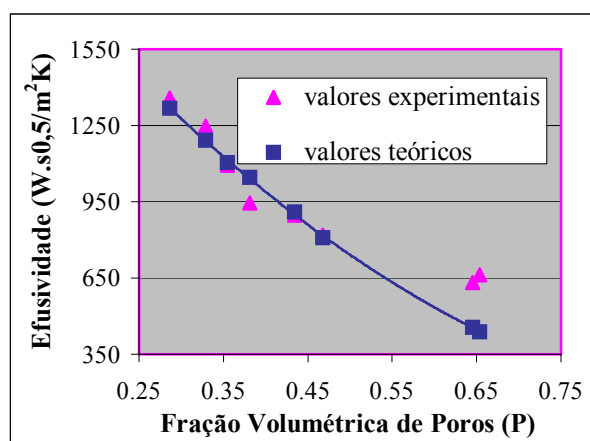


Figura 8. Efusividade térmica teórica e experimental em função da porosidade.

Além das placas cerâmicas fabricadas, foram avaliadas as amostras obtidas do piso comercial Granitti Enduro Bianco (rugoso e liso). Esse piso apresenta uma superfície rugosa, com uma distância entre picos e valor de aproximadamente 0,55mm. Uma das amostras foi extraída do piso original e outra amostra obtida através do polimento da rugosidade desse mesmo piso. Essas duas amostras, foram ensaiadas no condutivímetro fluximétrico (Fig. 9). Nesses ensaios foi intercalado uma fina película de látex (espessura = 0,1mm) entre a superfície superior da amostra e o fluxímetro superior de forma a simular a resistência de contato entre um pé descalço e o piso avaliado.

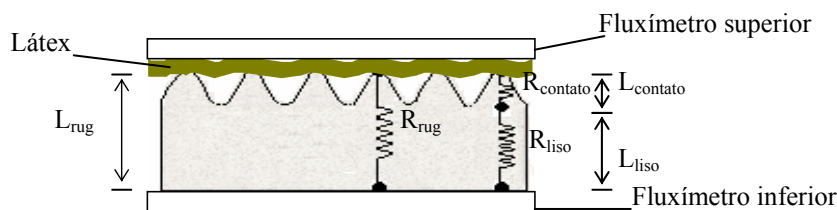


Figura 9. Esquema do condutivímetro fluximétrico.

Dessa forma a diferença entre as resistências de contato do Piso Rugoso (R_{rug}) e Piso Liso (R_{liso}) indica a resistência de contato ($R_{contato}$). Foi possível ainda obter a condutividade térmica aparente desse contato, conforme apresentado na Tab. 5.

Tabela 5. Condutividade aparente e resistência térmica de contato para o pisos GEB liso e rugoso.

AMOSTRAS	ESPESSURA (mm)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA APARENTE (W/m.K)	RESISTÊNCIA TÉRMICA (W/K)
Piso GEB (rugoso)	$7,70 \times 10^{-3}$	0,48	$16,04 \times 10^{-3}$
Piso GEB (liso)	$7,15 \times 10^{-3}$	0,72	$9,90 \times 10^{-3}$
Contato	$0,55 \times 10^{-3}$	0,09	$6,14 \times 10^{-3}$

4.3. Ensaio de Contato Pé-Piso

A variável de interesse que ocorre no contato de um pé descalço com um piso quente (ou frio) é a temperatura máxima (ou mínima). Dada a dificuldade de obter repetibilidade nos ensaios utilizando o pé de uma pessoa, idealizou-se um aparato (Fig. 10) onde o mesmo foi simulado por uma dupla luva de látex (espessura = 0,65 mm) preenchida com uma mistura de água e gelo fundente, garantindo dessa forma uma temperatura constante e igual a 0°C.

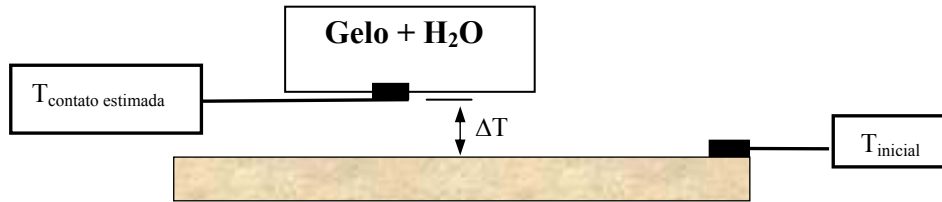


Figura 10. Esquema ilustrativo do contato pé-piso.

Nessa luva foi fixado um termopar plano tipo T (espessura = 0,1 mm) para determinar a máxima temperatura no contato súbito com um piso isotérmico à temperatura ambiente. A temperatura do piso foi medida também por um termopar plano (espessura = 0,1 mm). Esse dispositivo experimental foi elaborado para se avaliar a temperatura máxima da sola de um pé descalço quando em contato com o piso ao longo do tempo, conforme mostrado na Fig. 11.

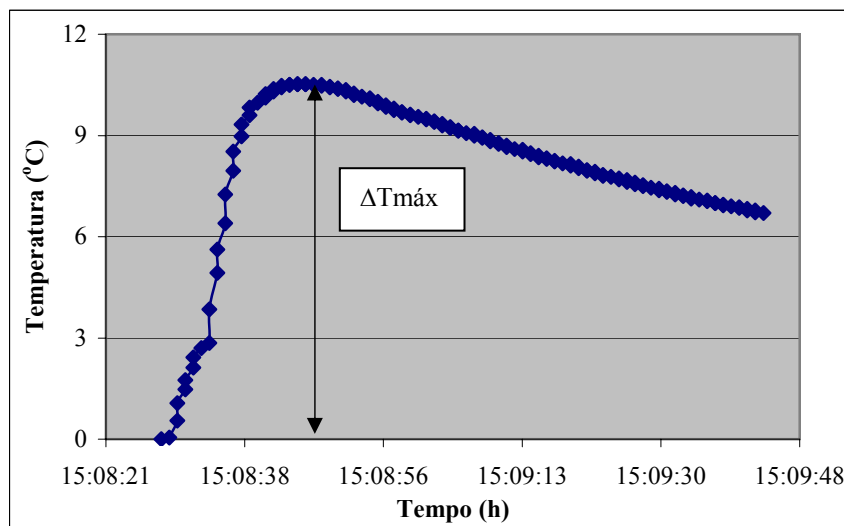


Figura 11. Esquema ilustrativo da temperatura de contato (luva-piso granitti enduro bianco liso) ao longo do tempo.

Nota-se que essa temperatura atinge um valor máximo ($\Delta T_{\text{máx}}$), que é a temperatura de interesse nessa análise. Extraindo o valor da máxima variação da temperatura de contato ($\Delta T_{\text{máx}}$), determinou-se uma razão (f) entre a variação máxima da temperatura de contato (luva-piso) e a temperatura do piso (T_{inicial}), obtida pela Eq. (7):

$$f = \frac{\Delta T_{\text{máx}}}{T_{\text{inicial}}} \quad (7)$$

A temperatura de contato pé-piso pode ser estimada a partir dos resultados anteriores, considerando-se o pé a uma temperatura de 34°C em contato com os pisos expostos ao ambiente ensolarado a temperaturas superficiais apresentadas. Considerando-se que a variação de temperatura de contato pé-piso é semelhante aos resultados obtidos (temperatura de contato luva-piso) obtêm-se a temperatura de contato pé-piso ($T_{\text{contato estimada}}$) através da Eq. (8):

$$T_{\text{contato estimada}} = 34 + f (T_{\text{sol}} - 34) \quad (8)$$

As duas amostras do piso Granitti Enduro Bianco (rugoso e liso) foram avaliadas a uma temperatura superficial do piso medida através do dispositivo elaborado. Em seguida fez-se o contato súbito de um pé descalço (luva) sob os pisos, registrando a temperatura de contato (luva-piso) ao longo do tempo. Como esperado, o piso Granitti Enduro Bianco liso e rugoso atingiram uma temperatura de contato de 40,5 e 37,8, respectivamente. Já para as placas cerâmicas fabricadas,

M (sem resíduo porosidade igual a 29%) e MAR 40 (40% de resíduo porosidade igual a 43%) a temperatura foi de aproximadamente 42,8 e 39,1. Logo o MAR 40 apresenta aproximadamente 4°C a menos que a temperatura do piso M. Esse fato já representa uma pequena melhora no grau de conforto por contato.

A Tabela 6 apresenta a temperatura superficial das amostras expostas ao sol (T_{sol}), a temperatura inicial ($T_{inicial}$) dos pisos, valores máximos de temperatura de contato luva-piso ($\Delta T_{m\acute{a}x}$) e a temperatura de contato luva- piso ($T_{contato\ estimada}$) obtidos através do dispositivo elaborado.

Tabela 6. Estimativa da temperatura de contato pé-piso.

AMOSTRAS	$T_{inicial}$ (°C)	$\Delta T_{m\acute{a}x}$ (°C)	f	T_{sol} (°C)	$T_{contato\ estimada}$ (°C)
Piso Granitti Enduro Bianco (liso)	26,7	10,52	0,39	50,4	40,5
Piso Granitti Enduro Bianco (rugoso)	24,1	5,62	0,23	50,4	37,8
Placa cerâmica M (liso)	24,0	9,45	0,39	56,3	42,8
Placa cerâmica MAR 10	23,6	8,72	0,37	54,1	41,4
Placa cerâmica MAR 20	24,4	7,92	0,32	54,4	40,6
Placa cerâmica MAR 30	24,5	7,07	0,29	55,0	40,0
Placa cerâmica MAR 40	23,9	5,85	0,25	55,0	39,1
Placa cerâmica MAR 50	24,1	5,82	0,24	55,0	39,0
Placa cerâmica MAR75	24,3	4,80	0,20	55,0	38,0
Placa cerâmica RES	24,3	3,50	0,14	55,0	37,0

Dois sólidos (A e B) semi-infinitos, inicialmente nas temperaturas uniformes T_A e T_B , colocados em contato tenderão a entrar em equilíbrio. Desprezando a resistência de contato, pode-se demonstrar que a temperatura de interface ($T_{contato}$) será constante ao longo do tempo e apresentará o seguinte valor expresso pela Eq. (9):

$$T_{contato\ teórica} = \frac{\epsilon_A T_A + \epsilon_B T_B}{\epsilon_A + \epsilon_B} \quad (9)$$

A efusividade é um fator de ponderação que determina se a temperatura de contato ($T_{contato}$) ficará mais próxima de T_A (se $\epsilon_B > \epsilon_A$) ou de T_B (se $\epsilon_B < \epsilon_A$). Os materiais cerâmicos (porosos ou não) apresentam valores de calor específicos bastante semelhantes (em torno de 1 kJ/kg.K). Conseqüentemente, a efusividade depende basicamente da condutividade térmica e da massa específica do material. Dessa forma, a efusividade foi calculada a partir das medições da condutividade térmica e da massa específica, sendo o calor específico obtido de valores tabelados.

Considerando o pé e o piso como sólidos semi-infinitos, pode-se determinar a temperatura de contato teórico através da Eq. (9). O pé pode ser considerado com condutividade térmica igual a 0,37 W/mK, massa específica igual a 1000 kg/m³ e calor específico igual a 1000 J/kgK, resultando em uma efusividade igual a 600 W s^{0,5}/m²K (Incropera, 1992).

A Tabela 7, mostra uma comparação entre o valor da temperatura da sola do pé obtido nos ensaios e a temperatura teórica de contato.

Tabela 7. Resultados obtidos entre o valor da temperatura da sola do pé e a temperatura teórica da interface.

AMOSTRAS	T_{sol} (°C)	$T_{pé}$ (°C)	ϵ_{piso} (W s ^{0,5} /m ² K)	$T_{contato\ teórica}$ (°C)	$T_{contato\ estimada}$ (°C)
M (sem resíduo)	56,3	34	1359	49,4	42,8
MAR 40 (40% de resíduo)	55,0	34	898	46,6	39,1

Pode-se constatar uma significativa diferença entre os valores teóricos e experimentais. Entre as possíveis causas pode-se citar a incerteza do valor das propriedades térmicas dos corpos em contato e o modelo de sólido semi-infinito, como também as incertezas de medição.

Comprovou-se que a introdução de uma resistência de contato adicional (rugosidade superficial) produz uma redução na temperatura de contato. Dessa forma as duas estratégias poderiam ser combinadas (piso poroso e rugoso), produzindo pisos com elevado grau de conforto térmico, tanto para o calor quanto para o frio. Outros aspectos ainda necessitam ser melhor estudados com relação à resistência mecânica, resistência à abrasão, grau de incrustação e manchabilidade.

5. Conclusões

O desconforto sentido no contato com uma superfície fria ou quente está relacionada com a temperatura de interface. Essa temperatura é tradicionalmente correlacionada com a efusividade térmica dos corpos em contato. Procurou-se a redução da efusividade com a inclusão de poros, gerados pela adição de resíduo de porcelanato em uma

massa atomizada semi-grês. A incorporação de poros reduziu a resistência mecânica, mas esta pode ser compensada pelo aumento da espessura do piso.

O modelo teórico proposto por Aivazov e Domashnev (1968) correlaciona bem com a condutividade experimental obtida para as placas cerâmicas com várias percentagens de resíduo para o intervalo da porosidade entre 0 a 50% e para o valor de $n = 4,5$ e $\lambda_0 = 1,6$ W/m.K. Já para o intervalo de porosidade estudado (de 0 a 100% de resíduo), neste caso, os resultados experimentais não correlacionam tão bem com o modelo teórico proposto pois ele não considera o material cerâmico como um compósito. Por isso, é necessário utilizarmos outro modelo que considere a cerâmica como um compósito já que estamos incorporando o resíduo ao semi-grês e esses materiais possuem condutividades diferentes.

O dispositivo experimental elaborado para o ensaio de contato entre pé e piso, mostrou-se coerente e importante para o estudo da avaliação do conforto térmico visto que a temperatura teórica e experimental de interface diminuem com a redução da efusividade térmica. As pequenas diferenças entre os valores teóricos e experimentais podem ser creditados à incerteza do valor das propriedades térmicas dos corpos em contato e o modelo de sólido semi-infinito, como também as incertezas de medição.

A metodologia de medição da resistência térmica do piso rugoso mostrou-se eficaz, reproduzindo de maneira simples o contato da sola do pé com uma superfície qualquer.

Comprovou-se que a introdução de uma resistência de contato adicional (rugosidade superficial) produz uma redução na temperatura de contato. Dessa forma as duas estratégias poderiam ser combinadas (piso poroso e rugoso), produzindo pisos com elevado grau de conforto térmico, tanto para o calor quanto para o frio. Outros aspectos ainda necessitam ser melhor estudados com relação à resistência mecânica, resistência à abrasão, grau de incrustação e manchabilidade.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro recebido da CAPES, ao Departamento de Engenharia Mecânica, ao Laboratório de Materiais Porosos-LMPT e de Materiais-LABMAT, como também ao Centro de Tecnologia em Materiais-CTCmat, em Criciúma-SC.

7. Referências

- Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1997, “NBR13818: Placas Cerâmica para revestimento–Especificação e métodos de ensaios”, Procedimento, Rio de Janeiro.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1987, “NBR 10004: Resíduos Sólidos – Classificação – NBR 10004/1987”, Rio de Janeiro.
- Ashrae Fundamentals-Cap 8, 1987, “Thermal Comfort”, Atlanta, 1997.
- Aivazov, M.I., Domashnev, I.A, 1968, “Poroshkovaya Met.”, Vol. 8, 51p.
- British standards institution (BSI), 1983, “Medical information on human reaction to skin contact with hot surfaces”, PD 6504.
- Fanger, P.O., 1970, “Thermal Comfort”, New York, McGraw-Hill Book Company.
- IPAT (Instituto de Análises de Solo e Fertilizantes-UNESC), 2003, “Relatório de ensaio 313, 314 e 315”, Criciúma, SC.
- Incropera, F. e De Witt, D., 1992, “Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa”, Editora Guanabara Koogan, 3ª Edição.
- ISO 8301, 1991, “Standart Test Method for Steady-State Heat Flux Measurements and Thermal Transmission Properties by Means of the Heat Flow Meter Apparatus”.
- ISO 13006, 1995, “Ceramic tile-Definitions”, classification, characteristics and marking.
- Lemos, A.F., Ferreira, J.M.F., 2001, “Anais do 45º Congresso Brasileiro de Cerâmica”, Florianópolis, S.C.
- Norma reguladora NR-15, 1978, “Atividades e Operações Insalubres”.
- Rhee, S.K. Porosity, 1975, “Thermal Conductivity Correlations for Ceramic Materials”. Materials Science and Engineering, Vol. 20, pp. 89-93.
- Sugawara, A. , Yoshizawa, 1962, “J. Appl. Phys. ”, Vol. 33, 3135p.
- Xavier, A.A.P, 2000, “Predição de conforto térmico em ambientes internos com atividades sedentárias-Teoria física aplicada a estudos de campo”, Tese (Doutorado), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 251p.

EVALUATION OF THE THERMAL CONFORT IN CONTACT WITH CERAMIC TILES

Carmeane Effting

Universidade Federal de Santa Catarina: Departamento de Engenharia Mecânica-Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia dos Materiais. Campus Universitário-Trindade, Florianópolis-Santa Catarina, Brasil, CEP 88040-900, P.O. Box 476.
carmeane@terra.com.br

Saulo Güths

Universidade Federal de Santa Catarina: Departamento de Engenharia Mecânica-Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas. Campus Universitário-Trindade, Florianópolis-Santa Catarina, Brasil, CEP 88040-900, P.O. Box 476.
saulo@lmpt.ufsc.br

Orestes Estevam Alarcon

Universidade Federal de Santa Catarina: Departamento de Engenharia Mecânica-Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia dos Materiais. Campus Universitário-Trindade, Florianópolis-Santa Catarina, Brasil, CEP 88040-900, P.O. Box 476.
orestes@materiais.ufsc.br

Abstract. *In places where people are bare feet, the thermal sensation of cold or hot depends on the environmental conditions and material properties including its microstructure and crustiness surface. The uncomfoting can be characterized by heated floor surfaces in external environments which are exposed to sun radiation (swimming polls areas) or by cold floor surfaces in internal environments (bed rooms, path rooms). The property named thermal effusivity which define the interface temperature when two semi infinite solids are putted in perfect contact. The introduction of the crustiness surface on the ceramic tiles interfere in the contact temperature and also it can be an strategy to obtain ceramic tiles more comfortable. Materials with low conductivities and densities can be obtained by porous inclusion are due particularly to the processing conditions usually employed. However, the presence of pores generally involves low mechanical strength. This work has the objective to evaluate the thermal confort of ceramics floor obtained by incorporation of refractory raw materials (residue of the polishing of the porcelanato) in industrial atomized ceramic powder, through the thermal and mechanical properties. The theorical and experimental results show that the porosity and crustiness surface increases, there is sensitive improvement in the confort by contact.*

Keywords: *ceramic tiles, refractory raw materials, thermal properties, thermal confort, porosity.*

ESTUDO EXPERIMENTAL DE PARÂMETROS DE INFLUÊNCIA NA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM CÂMARAS DE COMBUSTÃO

Rafael Eduardo da Cruz

Universidades Federal de Santa Catarina – LABSOLAR/NCTS – Campus Universitário Trindade, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil - 88040-900
rafael@labsolar.ufsc.br

Profa. Marcia Barbosa Henriques Mantelli, PhD.

Universidades Federal de Santa Catarina – LABSOLAR/NCTS – Campus Universitário Trindade, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil - 88040-900
marcia@labsolar.ufsc.br

***Resumo.** Câmaras de combustão podem ser encontradas em vários tipos de equipamentos, desde domésticos, como fornos de cocção, até industriais, como geradores de vapor e fornos industriais de alimentos. A combustão do combustível, que no presente trabalho é GLP (gás liquefeito de petróleo), ocorre dentro destas câmaras. O presente trabalho tem por objetivo medir temperaturas dentro de uma câmara de combustão, bem como da parede da câmara, por conseguinte obtendo a distribuição interna de temperatura. Para tal, parâmetros como altura do queimador com relação ao teto da câmara, vazão de gás combustível e volume da câmara de combustão foram testados em um aparato experimental especialmente projetado e construído para este fim. Os testes foram realizados segundo planejamento fatorial 2³, onde os efeitos das variações dos fatores podem ser calculados, bem como os efeitos das interações entre os fatores. Assim, pode-se determinar não somente as distribuições de temperatura, mas também conhecer alguns parâmetros que influenciam estas distribuições. É esperado que, a partir do presente trabalho, sejam conhecidos os fatores, que mais influenciam as temperaturas e sua respectiva distribuição, em determinados níveis de operação, para diferentes configurações de operação. Espera-se também que este conhecimento seja utilizado no projeto de câmaras de combustão mais eficientes para a aplicação a que se destinam.*

Palavras chave: Câmara de combustão, distribuição de temperatura, temperatura média.

1. Introdução

Câmaras de combustão podem ser encontradas em vários tipos de equipamentos, desde domésticos, como fornos de cocção, até industriais, como geradores de vapor e fornos industriais de alimentos. A combustão do combustível, que no presente trabalho é o GLP (gás liquefeito de petróleo), ocorre dentro destas câmaras. Um bom desempenho térmico de câmaras de combustão é obtido quando uma quantidade balanceada de combustível (gás) e comburente (ar) é fornecida para queima, de maneira que seja garantida uma queima completa do gás disponível. Por sua vez, a câmara de combustão deve ser projetada para permitir que o equipamento possa absorver eficientemente a energia térmica disponível, por convecção e radiação, após a ocorrência da combustão.

O presente trabalho, que está em andamento no Laboratório de Tubos de Calor (Labtucal/Lepten), da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), tem aplicações em equipamentos como fornos de cocção de pães, fornos domésticos, fornos de pizzas, fornos de secagem de biscoitos, fornos de secagem de grãos (arroz, soja, e cereais em geral), aquecedores de tanques de armazenamento de óleos pesados como asfalto (aplicações na Refinaria LUBNOR, Fortaleza), etc. Em uma aplicação desenvolvida no laboratório, termossifões verticais foram adaptados dentro de câmaras de cocção de fornos de padaria. O objetivo principal foi obter um melhor desempenho térmico do forno, através da melhor distribuição de temperatura dentro da câmara e também do aumento da absorção do calor liberado, durante o processo de combustão, pelos evaporadores dos termossifões.

O calor necessário para cocção nos fornos tem sua origem na queima gás, realizada em queimadores de pequeno porte (queimadores domésticos), sendo estes queimadores localizados dentro da câmara de combustão. Este calor deve ser absorvido pelo termossifão, que se constitui em um tubo, o qual tem uma parte dentro do forno e outra parte dentro da câmara de combustão.

Portanto, o termossifão transfere energia térmica da câmara de combustão para o interior do forno, através do fluido de trabalho (água), sem misturar os gases da combustão com os gases do interior do forno (Mantelli 2004). Um esquema deste tipo de forno, existente nas dependências do Labtucal, está representado na Fig.1.

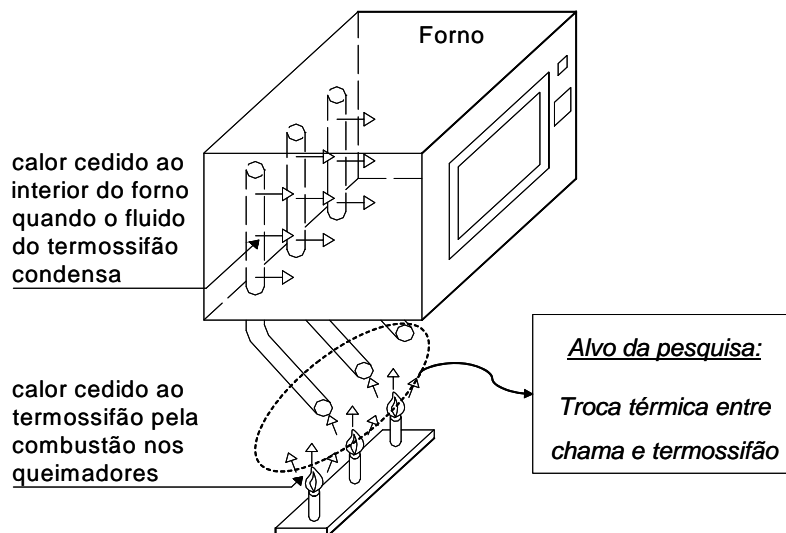


Figura 1: Esboço de um forno assistido por termossifões.

O presente trabalho tem o objetivo de medir as temperaturas dentro de uma câmara de combustão, bem como da parede da câmara, por conseguinte obtendo a distribuição interna de temperatura. Para tal, três parâmetros considerados importantes, segundo a literatura, foram testados em um aparato experimental especialmente projetado e construído para este fim, de forma que não somente fossem determinadas as distribuições de temperatura, mas também que pudessem ser conhecidas algumas variáveis que influenciam estas distribuições. Estes parâmetros, ou fatores (Neto, Scarminio e Bruns, 2002), foram testados em dois níveis. Abaixo, na Tabelas 1, seguem os fatores testados, bem como os seus respectivos níveis.

Tabela 1: Parâmetros e respectivos níveis de teste.

Fatores	Níveis	
	(-)	(+)
1 Altura queimador	0	1
2 Vazão	1 l/min	2 l/min
3 Volume Câmara	0,0445 m ³	0,089 m ³

É esperado que, a partir do presente trabalho, dados sejam disponibilizados, que permitam um melhor conhecimento da distribuição de temperatura dentro de câmaras de combustão, bem como o efeito dos fatores que, em determinados níveis, mais influenciem as temperaturas e respectivas distribuições, para diferentes configurações de operação.

2. Revisão Bibliográfica

2.1. Taxas de transferência de Calor

A taxa de liberação de energia térmica em processos de combustão consiste da taxa de geração de energia das reações químicas de combustão do gás (combustível) com o oxigênio do ar (oxidante). Esta taxa é conhecida como “taxa química de liberação de calor” (Tewarson, 1995), e se divide em taxa radiativa e taxa convectiva de liberação de calor, tendo, portanto, dois componentes.

A eficiência da combustão de combustíveis alifáticos, que são aqueles que contêm carbono, oxigênio e hidrogênio, é próxima a 95%, onde as parcelas convectiva e radiativa são aproximadamente iguais a 60% e 35%, respectivamente. Ainda segundo Tewarson (1995), o processo de combustão é sempre incompleto, ou seja, os resultados da queima (produtos) apresentam monóxido de carbono (CO), sendo o índice de liberação de CO uma medida da eficiência da queima do gás.

2.2. O processo de combustão

Constitui-se em reação química exotérmica entre o combustível e o oxidante (que na maior parte das aplicações de combustão é o ar atmosférico), formando os produtos da combustão, que são gases e cinzas. Diz-se exotérmica devido à liberação de energia decorrente do processo de combustão (De Carvalho Jr., 2004).

Isto se deve ao fato de que a nova matéria formada (gases e cinzas) tem menor energia (denominada entalpia a pressão constante para o presente caso) que a matéria original da combustão (combustível e oxigênio). Este excesso de energia é liberado na forma de luz e calor.

Apenas parte desta energia é utilizada para o processo de aquecimento aqui desejado. Isto se deve a perdas de parte da energia através dos fumos (gases produzidos na combustão), resíduos, perdas de calor pelas paredes dos equipamentos, entre outros.

Analogamente ao presente experimento a ser realizado, os processos de combustão geralmente de interesse caracterizam-se pelo fato de ocorrerem a pressões próximas a do ambiente. Portanto, não se tem afastamentos apreciáveis em relação ao comportamento ideal dos gases (Gomide, 1924).

Pela 1ª lei da termodinâmica, a lei da conservação da energia, pode-se inferir que a diferença entre as entalpias de formação dos reagentes (combustível + oxidante) e dos produtos é a entalpia ou calor de combustão (ΔH), também chamado de poder calorífico do combustível (De Carvalho Jr., 2004). A partir daí, pode ser calculada a energia liberada no processo de combustão e a temperatura adiabática da chama, sendo o maior valor que se pode obter para os produtos de combustão, conforme detalhado no trabalho de De Carvalho Jr. (2004).

2.2.1. Os queimadores

Queimador é o equipamento que processa a queima do combustível em uma fornalha. Para o presente caso, tem-se combustível gasoso (GLP). A principal função do queimador é promover uma mistura eficiente entre o ar e o combustível, de tal maneira que a chama seja estável e bem conformada (Garcia 2002). Ainda, deve garantir que não haverá retorno e nem deslocamento de chama.

Seguem algumas definições importantes:

- Ar primário: é o ar que entra misturando diretamente com o gás combustível.
- Ar secundário: é o ar que entra no queimador pela sua periferia, junto ao bloco refratário.
- Razão de redução de queima (ou Turn-Down Ratio): é uma medida da flexibilidade de variação de cargas do queimador, definindo-se como a razão entre a liberação máxima e mínima de calor.
- Retorno de chama: é o fenômeno que ocorre quando a velocidade de propagação da chama é maior do que a velocidade de saída da mistura ar primário e combustível, fazendo com que a chama venha a ocorrer dentro do queimador.
- Deslocamento de chama: é o contrário do retorno, isto é, ocorre quando a velocidade da mistura combustível e ar é muito maior do que a de propagação da chama, assim a chama ocorre a uma distância grande do queimador. Também é chamado de Lift-Off (Ghosal e Vervisch, 2001).

Os queimadores de gases combustíveis podem ser divididos em aspirantes e de queima direta (Garcia 2002). Nos aspirantes, que constitui o tipo de queimador utilizado no presente trabalho, a maior parte do ar de combustão é aspirada pela expansão do gás combustível dentro de um venturi, onde se realiza a mistura de ar e gás combustível. Estes são de chama curta, baixa capacidade e baixa razão de redução de queima. A Fig.2 trás um croqui em escala para ilustrar o queimador que será utilizado.



Figura 2: Esboço em escala do queimador.

Alguns testes já realizados no laboratório utilizaram um queimador aspirante. Estes testes também forneceram embasamento para a construção deste experimento. Contudo, foram testes preliminares de apenas medição de temperatura nos evaporadores dos termosifões.

Para a seleção de um queimador, se faz necessária à análise de alguns parâmetros (Garcia 2002), tais como:

- Excesso de ar para a combustão.
- Liberação de calor de cada queimador.
- Distância entre os queimadores.
- Pressão disponível de gás combustível.

O excesso de ar é a quantidade de ar adicionado, além do volume estequiométrico, que se introduz na região de queima, de modo a se ter certeza de que todo o combustível foi queimado (Garcia 2002). Isto acarreta em teores de monóxido de carbono (CO) desprezíveis nos produtos da combustão, o que é desejável. A distribuição homogênea do ar em volta do queimador, e de forma igualitária para todos os queimadores, é fundamental para se evitar má queima ou excessos de ar em uns e falta em outros pontos de queima. Para isto, devem-se usar baixas velocidades de escoamento de ar na entrada de cada queimador. Por outro lado, na saída do queimador (onde ocorre a chama), deve-se ter alta turbulência, de forma a se ter grande eficiência da mistura ar e combustível (Garcia 2002). Isto minimiza a exigência de excesso de ar e possibilita a queima com chama mais curta. Entretanto, deve-se ressaltar que a turbulência na saída do queimador não deve ser excessiva, pois pode haver apagamento da chama ou instabilidades da mesma. A partir destas informações obtidas, conclui-se que o ideal é que se tenha turbulência na área de mistura e não junto à chama. Normalmente, os queimadores convencionais demandam de 15% a 20% de excesso de ar (Garcia 2002), para a queima de gás combustível de maneira mais eficiente.

3. A bancada experimental

A Fig. 3 apresenta um croqui em escala da bancada experimental. Para melhor ilustração do experimento, as tampas frontal e traseira não estão sendo mostradas, assim como a estrutura em arames que contém os 26 termopares para medição das temperaturas em planos ortogonais ao comprimento do queimador.

Após o início da queima, a câmara de combustão acomoda os gases de combustão, até que seja atingido o regime permanente. Quando isto ocorre, a configuração do sistema (gás de combustão e troca térmica) não muda mais, permanecendo as temperaturas e a composição dos gases de combustão constantes.

Neste instante iniciam os testes, com a tomada das temperaturas, em seções ortogonais ao queimador e ao longo do comprimento do forno, paralelas ao plano xy da figura 3. Para cada configuração dos fatores, são tomadas cinco seções ao longo do forno, espaçadas 80 mm umas das outras, desta forma fazendo uma varredura das temperaturas no interior da câmara, na direção z da Fig. 3. Os testes terminam sempre quando as temperaturas nas seções permanecerem constantes, ou seja, quando regime permanente é atingido.

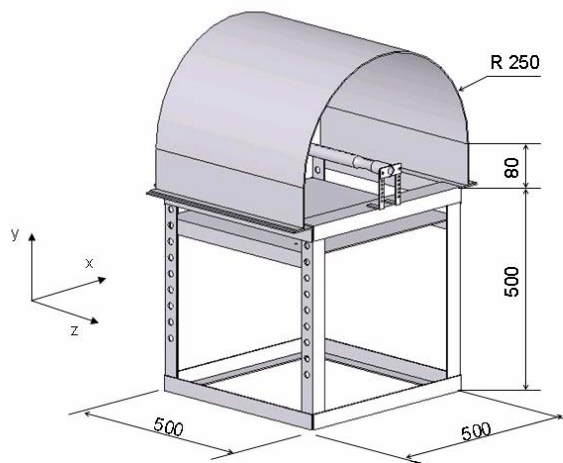


Figura 3: Desenho esquemático em escala da bancada experimental, em mm.

3.1. A estrutura de medição das temperaturas.

Na Fig. 4 segue um desenho ilustrativo em vista frontal, dos 26 termopares que são fixos em uma estrutura de arame, conforme ilustrado na Fig. 5.

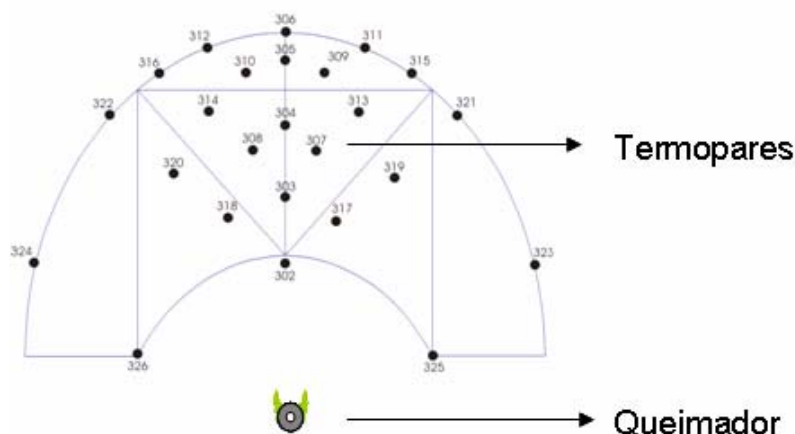


Figura 4: Localização de cada termopar na estrutura que corre ao longo do forno.



Figura 5: Foto ilustrando a estrutura que corre ao longo do comprimento do forno.

4. Testes preliminares

Com a finalidade de conhecer melhor o aparato experimental e inferir aspectos sobre o comportamento do processo de queima, foram realizados testes preliminares. Para se poder realizar a blocagem do teste experimental (verificar quais parâmetros indesejáveis que podem contaminar os dados a serem obtidos), foi necessária a análise de diversos parâmetros que mostraram ser significativamente influentes, os quais são descritos a seguir.

- Ar condicionado: deve ser mantido desligado durante os testes,
- Portas e exaustores da sala, que devem permanecer fechados e desligados, impedindo que correntes repentinas de ar, ou seja, que bolsões de ar frio entrem na câmara pela área de entrada de ar secundário,
- Isolamento térmico da carcaça externa da câmara: a câmara de ser cuidadosamente isolada termicamente do meio exterior executado, pois impede a fuga de calor para o exterior da câmara.

Além dos parâmetros citados acima, durante a realização de testes preliminares, pôde-se observar que:

- Mesmo variando a vazão de gás significativamente, o regime permanente no interior da câmara é sempre atingido em, no máximo, aproximados 30 minutos, todavia se dando a temperaturas diferentes para vazões diferentes.
- O processo de aquecimento da chapa de aço calandrada que constitui a câmara de combustão é contínuo, sem oscilações relevantes e apresentam curvas de aquecimento semelhantes as dos termopares. Porém, o processo de aquecimento do ar no interior da câmara, medido pelos termopares apresenta grande oscilação. Entretanto, não é interesse do presente trabalho conhecer a fundo o regime transiente, uma vez que os testes se dão em regime permanente.
- O gradiente térmico no interior da câmara de combustão é bastante elevado, podendo ser de 200 °C (diferença entre termopar 302 e 326 para o ensaio 3, ver Fig. 4, Seção 3).

- O comportamento das temperaturas no interior da câmara em regime permanente é bastante oscilante. Por exemplo, pode-se observar variação de quase ± 20 °C em posições logo acima do queimador, para condições de teste onde maiores níveis de temperatura são atingidos (Ensaio 3, ver Seção 5).

5. Testes realizados por planejamento fatorial 2^3

Os testes são realizados sob o princípio experimental da aleatorização, ou seja, em ordem aleatória, o que permite impedir que fatores indesejáveis e de não conhecimento do pesquisador contaminem os resultados. Experimentos com apenas dois níveis são muito úteis em investigações preliminares, quando se deseja saber se alguns fatores têm ou não influência significativa sobre a resposta do sistema (Neto, Scarminio e Bruns, 2002). Desta forma, utilizando dois níveis extremos e opostos podem ser detectadas grandes influências por parte de determinados fatores e respectivos níveis. Conseqüentemente, tais influências podem ser posteriormente testadas mais detalhadamente, através de novos ensaios em torno da região de resposta destes fatores e níveis. Analogamente, influências insignificantes podem ser logo descartadas não atrasando o trabalho de pesquisa, sendo assim denominadas variáveis inertes. Por esta razão, como se conhece pouco sobre o comportamento térmico do presente no experimento, bem como a variabilidade deste com relação aos parâmetros a serem controlados, uma triagem das variáveis pode ser feita numa primeira bateria de testes com dois níveis.

De acordo com um planejamento fatorial 2^3 , segue a matriz de planejamento contida na Tabela 2, a qual contém os ensaios a serem realizados, os níveis de cada fator em que os ensaios serão feitos e o espaço para anotar as temperaturas encontradas para cada ensaio.

Tabela 2: matriz de planejamento fatorial 2^3 .

PLANEJAMENTO FATORIAL 2^3										
Ensaio	fator 1	fator 2	fator 3	Resultados [°C]						
	altura	vazão	volume	T1 _m	T2 _m	T3 _m	T4 _m	T5 _m	T _m	T _{m cone}
1	-	-	-							
2	+	-	-							
3	-	+	-							
4	+	+	-							
5	-	-	+							
6	+	-	+							
7	-	+	+							
8	+	+	+							

Na tabela acima, T1_m significa a temperatura média na primeira seção do forno, contando a partir do começo do queimador, onde gás é injetado. De forma semelhante, seguem T2_m, T3_m, T4_m e T5_m, sendo também calculadas fazendo uma média simples entre as 26 temperaturas medidas. T_m significa temperatura média das médias nas seções medidas, calculada analogamente, através da seguinte equação:

$$T_m = \frac{T1_m + T2_m + T3_m + T4_m + T5_m}{5} \quad (1)$$

Por sua vez, T_{m cone} significa também uma temperatura média na respectiva seção, porém desconsiderando-se os termopares 323, 324, 325 e 326 (vide figura 4), representando, portanto a região em forma de cone invertido, localizada logo acima do queimador. A palavra cone é utilizada apenas para melhor ilustrar esta área acima do queimador, uma vez que não se trata de um volume e sim de uma região bidimensional. Esta região é a de interesse do presente trabalho, uma vez que nas aplicações presentes nos fornos e nas pesquisas do Labtucal – UFSC, é nesta região que se localizam os evaporadores que devem absorver a energia proveniente da queima de combustível. Por esta razão, os resultados são feitos para esta temperatura T_{m cone}.

6. Resultados: Cálculo dos efeitos

Segue tabela com os ensaios realizados, a configuração dos fatores nos respectivos ensaios e as temperaturas médias calculadas a partir dos valores de temperatura medidos em cada seção.

Tabela 3: Temperaturas médias encontradas para cada ensaio.

PLANEJAMENTO FATORIAL 2 ³										
Ensaio	altura	vazão	volume	Resultados [°C]						
				T1 _m	T2 _m	T3 _m	T4 _m	T5 _m	T _m	T _{m cone}
1	-	-	-	167,0	164,0	168,8	165,0	165,4	166,0	169,1
2	+	-	-	171,7	175,4	177,9	171,8	185,7	176,5	185,3
3	-	+	-	259,1	258,9	277,5	265,7	265,8	265,4	271,7
4	+	+	-	244,0	247,7	271,8	264,9	273,2	260,3	275,0
5	-	-	+	151,4	155,1	161,5	155,8	155,5	155,9	160,6
6	+	-	+	153,3	157,6	161,8	154,7	151,7	155,8	159,9
7	-	+	+	216,2	218,7	229,4	221,1	225,7	222,2	229,7
8	+	+	+	220,2	224,5	255,6	235,7	233,3	233,9	248,4

Para cálculo dos efeitos de cada fator bem como das interações entre os fatores, deve-se multiplicar cada coeficiente de contraste (mostrados na Tabela 4) pelo valor da temperatura correspondente (mostradas em amarela na Tabela 3), somar todos estes termos e posteriormente dividir o resultado por quatro, conforme descrito detalhadamente por Neto, Scarminio e Bruns (2002). Exemplificando, é calculado abaixo o efeito decorrente do aumento da vazão, que constitui o Fator 2.

$$Efeitoda\ vazão = \frac{-1 \times 169,1 - 1 \times 185,3 + 1 \times 271,7 + 1 \times 275,0 - 1 \times 160,6 - 1 \times 159,9 + 1 \times 229,7 + 1 \times 248,4}{4} = 87,5^{\circ}C$$

Todos os resultados obtidos são mostrados na Tabela 4, tendo todos os cálculos sido feitos em planilhas do software EXCEL, do Microsoft Office, não se fazendo necessário mostrá-los no presente trabalho. Assim a Tabela 4 apresenta os coeficientes de contraste, para cálculo dos efeitos dos fatores e também dos efeitos causados pelas interações entre os fatores, bem como todos os efeitos calculados.

Tabela 4: Coeficientes de contraste e efeitos.

EFEITOS DO PLANEJAMENTO FATORIAL 2 ³										
Ensaio	fator 1 altura	fator 2 vazão	fator 3 volume	inter 12	inter 13	inter 23	inter 123	Resultado [°C] para:		
								efeitos	T _m	T _{m cone}
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	fator 1 =	4,2	9,4
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	fator 2 =	81,9	87,5
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	fator 3 =	-25,1	-25,6
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	inter 12 =	-1,0	1,6
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	inter 13 =	1,6	-0,4
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	inter 23 =	-9,7	-8,7
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	inter 123 =	6,8	8,1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1			

A Tabela 4 mostra que a vazão é o parâmetro mais influente no presente experimento, uma vez que o seu aumento de 1 para 2 l/min, aumentou em média a T_{m cone} em 87,5 oC. Observando o efeito causado pela interação entre os fatores, não há evidência significativa de que esse aumento dependa da variação dos outros fatores, ao menos na faixa experimental investigada.

Segue abaixo uma representação gráfica para melhor ilustrar os dois efeitos mais significativos, sendo estes provenientes da variação da vazão de gás GLP e do volume da câmara de combustão. Todos os valores nesta representação estão em graus Celsius, com exceção dos eixos, os quais contêm os níveis de variação destes fatores, conforme apresentado na Tabela 1.

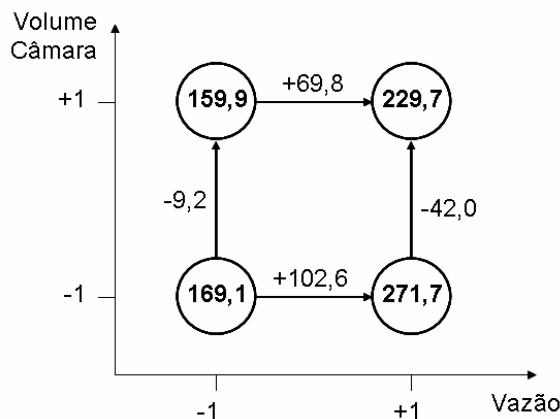


Figura 6: Diagrama para representar os efeitos da vazão e volume de câmara.

6.1. Os perfis de temperatura

De posse dos valores das temperaturas no plano de medição, foram gerados perfis de temperatura para cada seção medida, utilizando o software SURFER (Surface Mapping System, version 8.00, 2002). A partir das cinco seções medidas, foram gerados cinco perfis de temperatura para cada ensaio, totalizando 40 perfis. Por conveniência, apenas um perfil será mostrado, ou seja, o perfil obtido na Seção 3 do Ensaio 3. Este perfil foi escolhido por ilustrar bem o comportamento térmico obtidos pelos outros ensaios e por apresentar um nível maior de temperatura, o que facilita a visualização dos resultados. Desta forma, a Fig. 7 que segue abaixo, ilustra a ferramenta que fornece boa visualização dos campos de temperatura no interior do forno.

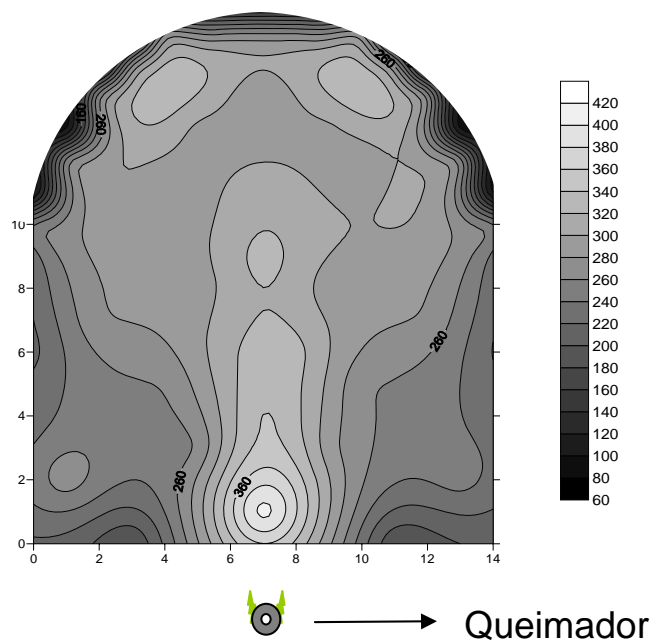


Figura 7: Campo de temperaturas em °C no interior do forno na Seção 3 do Ensaio 3.

A Fig. 7 acima mostra que, a partir dos campos de temperatura calculados, é possível confirmar a hipótese de que a região em forma de cone invertido acima do queimador é realmente aquela mais quente. Portanto, esta é a região de interesse da presente pesquisa, onde reside a maior parte da energia disponível liberada pelo processo de combustão.

O método de interpolação escolhido é aquele de função em base radial, consistente com a geometria do forno. A malha utilizada é de 100 linhas por 83 colunas. O tempo para gerar o perfil é menor que 1 segundo e o software fornece um relatório estatístico completo do processo de cálculo e geração dos perfis, o qual será aqui omitido por conveniência. Assim, o software mostra ser uma ferramenta eficiente para o fornecimento dos perfis de temperatura acima do queimador, possibilitando uma boa visualização dos campos de temperatura e do escoamento dos gases,

conforme mostra a Fig. 8 abaixo. Nesta figura, ilustra-se um mapa das temperaturas num plano vertical ao longo e acima do queimador, ou seja, perpendicular às seções de medição das temperaturas médias, o que fornece juntamente com estas seções intermediárias um mapeamento tridimensional do interior do forno.

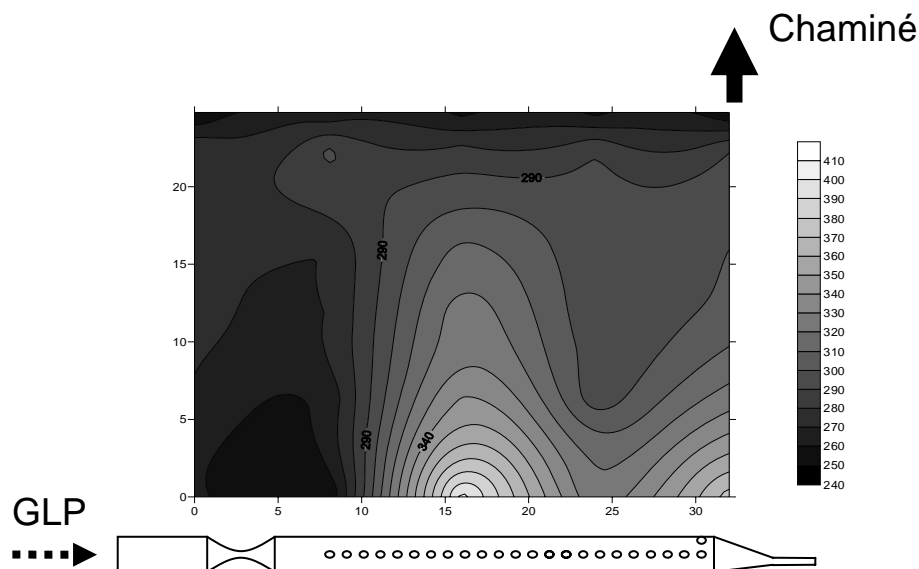


Figura 8: Campo de temperatura em °C ao longo do forno, no plano vertical perpendicular às seções de medição das temperaturas médias.

7. Análise das incertezas experimentais

Os testes foram realizados utilizando uma válvula para medição e controle da vazão de gás que entra no queimador. A válvula utilizada é do fabricante OMEGA, modelo FMA-A2415 com display, e pode operar na faixa de 0 a 40 SLM (Standard Liter per Minute).

A vazão na válvula foi medida durante os testes, através do sistema de aquisição de dados HP34970A e do software HP Bench Link Datalogger Application, em intervalos de 5 segundos. Isto possibilitou conhecer a variação da vazão com relação ao tempo durante os testes. O erro sistemático da válvula não foi considerado, todavia sabe-se que este é constante. Por esta razão, como apenas é essencial impor a mesma vazão em ensaios diferentes, de forma conservadora, assumiu-se uma distribuição retangular para cálculo do erro, considerando apenas o aleatório. Este pôde ser determinado como sendo de $\pm 0,13$ l/min.

Com relação a calibração dos termopares, um calibrador de termopares modelo Omega CL351A, que oferece uma incerteza de ± 1 °C, foi utilizado resultando na calibração do conjunto constituído pelos termopares utilizados (marca Omega tipo K) e a aquisição de dados HP34970A. O resultado foi de ± 5 °C de incerteza de medição da temperatura, as quais variaram de 150 °C até quase 600 °C, representando um erro máximo de 3,4%.

Como as temperaturas médias são obtidas em função de cada medida individual dos termopares, o erro para a média pode ser determinado conforme descrito por Holman (1994), tendo sido encontrado o valor de ± 1 °C para as temperaturas.

8. Conclusão

O experimento em questão possibilita uma investigação do desempenho térmico de um queimador doméstico de pequeno porte, além da verificação de sua performance considerando o equipamento a que se destina, através da determinação da ordem de grandeza das temperaturas que é possível atingir na câmara de combustão. Foram realizados testes variando a altura do queimador com relação ao forno, dobrando a vazão de gás GLP e dobrando o volume da câmara de combustão, no eixo z da Fig. 3.

Pôde-se observar que a potência do queimador, determinada pela vazão de gás GLP, é o fator dominante não só para o nível, mas também para a distribuição da temperatura no interior do forno, na faixa experimental investigada. Ainda, observando-se o efeito causado pela interação entre os fatores, não há evidência significativa de que estas interações exerçam influência significativa nas temperaturas no interior do forno, quando comparadas ao efeito provocado pela variação da vazão.

Mais adiante, serão investigadas as parcelas convectivas e radiativas de transferência de calor a partir do queimador, através do mesmo planejamento fatorial 2^3 , segundo método da capacitância global descrito por Incropera e De Witt (2003). Pequenos cubos de alumínio (15 mm x 15 mm x 15 mm) podem ser utilizados, sendo metade deles

pintados de preto e a outra metade polidos. Devido à baixa absorvidade dos cubos polidos, assume-se que a energia absorvida por eles se dá apenas por convecção. Desta forma, a taxa de transferência de calor radiativa pode ser determinada pela diferença de energia absorvida entre cubos polidos e pretos.

Posteriormente, somando-se estas pesquisas, será possível desenvolver uma câmara de combustão, que proporcione um melhor aproveitamento da energia disponibilizada pela queima, nos evaporadores dos termosifões verticais, que foram adaptados nas câmaras de cocção dos fornos, conforme descrito na introdução.

9. Referências Bibliográficas

- De Carvalho Jr., J. A., "Princípios da Combustão", Departamento de Energia – UNESP/Campus Guaratinguetá, 2004.
- Garcia, R., "Combustíveis e combustão industrial", editora Interciência, Rio de Janeiro, 2002.
- c., "Stability diagram for Lift-Off and Blowout of a round jet laminar diffusion flame", *Combustion and Flame* 123:646-655, 2001.
- Gomide, R., "Estequiometria industrial", 2ª edição, edição do autor, FEI – GRÁFICA, 1924.
- Holman, J. P., "Experimental Methods for Engineers", 6th edition, McGraw-Hill, 1994.
- Incropera, F. P. e De Witt, D. P., "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa", 2003.
- Mantelli, M. B. H. (coordenadora), "Application of thermosyphon technology to domestic ovens - Final Report", LABSOLAR/NCTS, 2004.
- Milanez, F. H. e Mantelli, M. B. H., "A new methodology for measuring heat transfer coefficients – Application to thermosyphon heated enclosures", 13o Congresso de Tubos de Calor (13th IHPC), Shangai, China, 2004.
- Neto, B. B., Scarminio I.S. e Bruns R. E., "Como fazer experimentos", 2ª edição, editora da Unicamp, 2002.
- Tewarson, A., "Heat release rate in diffusion flames", Factorial Mutual Research Corporation, 1995.

EXPERIMENTAL STUDY OF PARAMETERS THAT INFLUENCE THE TEMPERATURE DISTRIBUTION IN COMBUSTION CHAMBERS

Rafael Eduardo da Cruz

Universidade Federal de Santa Catarina – LABSOLAR/NCTS – Campus Universitário Trindade, Florianópolis,
Santa Catarina, Brasil - 88040-900
rafael@labsolar.ufsc.br

Profa. Marcia Barbosa Henriques Mantelli, PhD.

Universidade Federal de Santa Catarina – LABSOLAR/NCTS – Campus Universitário Trindade, Florianópolis,
Santa Catarina, Brasil - 88040-900
marcia@labsolar.ufsc.br

Abstract

Combustion chambers can be found in many types of equipments, from domestic, as cooking ovens, to industrial, as vapor production. Gas combustion takes place inside these chambers, which is LPG (liquefied Petroleum Gas). The current work has the objective of measuring temperatures inside a small combustion chamber and also of its walls, consequently obtaining an internal temperature distribution. In order to do that, parameters such as burner height in the chamber, gas flow and chamber internal volume were tested in an experimental apparatus specially designed for that purpose. The tests were carried out using a 2^3 factorial planning, where the effects of factor's variations can be evaluated, as well as the effects of the interactions related to these factor's variations. Thus, not only temperature distributions can be evaluated, but also some variables that influence these distributions can be better known. It is expected that, from the present work, there will be available data useful to better know the temperatures distributions inside combustion chambers, as well as the influence of some parameters in these distributions, considering some specific operation configurations. Thus, combustion chambers can be better designed.

Keywords: Combustion chamber, temperature distribution, average temperature.

ESTUDO NUMÉRICO DE ESCOAMENTOS AO REDOR DE TRÊS CILINDROS COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Marcelo Valenti Giacomello

Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Av. Ipiranga, 6681, 90.619-900
Porto Alegre, RS, Brasil
mvg-speed@gmail.com

Luiz Alberto Oliveira Rocha

Departamento de Física, Fundação Universidade Federal do Rio Grande, Av. Itália, km 8, Cx. P. 474,
Rio Grande, 96201-900, Brasil
dfsrocha@furg.br

Edith Beatriz Camaño Schettini

Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
Av. Bento Gonçalves, 9500, Bairro Agronomia, Porto Alegre-RS, 91501-970, Brasil
bcamano@iph.ufrgs.br

Jorge Hugo Silvestrini

Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Av. Ipiranga, 6681, 90.619-900
Porto Alegre, RS, Brasil
jorgehs@em.pucrs.br

Resumo. Este trabalho estuda numericamente o efeito da variação das distâncias entre três cilindros nos escoamentos bidimensionais e incompressíveis onde existe transferência de calor entre o fluido e os cilindros isotérmicos. Os obstáculos estão dispostos da seguinte maneira: dois cilindros estão alinhados verticalmente, enquanto que o terceiro cilindro está situado a jusante dos outros dois cilindros dos quais é equidistante. As equações de conservação de massa, Navier-Stokes e escalar passivo (temperatura) são resolvidas numericamente. O número de Reynolds e o número de Prandtl são mantidos constantes: $Re = 300$ e $Pr = 1$. O campo de velocidade, o campo de vorticidade e o campo de temperatura, assim como os coeficientes de arrasto e de sustentação e os fluxos de calor turbulentos médios são calculados para os diversos arranjos estudados. Os resultados indicam que o campo de temperatura é mais significativamente influenciado pela posição do cilindro a jusante. Os valores dos coeficientes de arrasto e sustentação médios para cada cilindro são correlacionados em função das separações verticais e horizontais entre os cilindros. As estatísticas apresentadas mostram razoável simetria ou anti-simetria com respeito a $y^* = 0$. O fluxo de calor turbulento transversal é cerca de dez vezes maior que o fluxo de calor longitudinal para os casos estudados. Os resultados mostram, ainda, que a dinâmica de desprendimento de vórtices depende da separação entre os cilindros e que ambas influenciam a transferência de calor entre o escoamento e os cilindros.

Keyword: escoamentos turbulentos, transferência de calor, simulação numérica, cilindros circulares

1. Introdução

O escoamento ao redor de cilindros tem merecido considerável atenção devido a sua importância para muitas aplicações em engenharia como, por exemplo, banco de tubos em trocadores de calor, reatores nucleares, pilares de pontes, gasodutos, altas edificações, etc. Particularmente, o escoamento entre cilindros dispostos lado a lado tem sido o objeto do estudo de diversos autores (Bearman and Wadcock, 1973, Williamson, 1985, Sumner and Paidoussis, 1999, Meneghini, 2001, Souza and Silvestrini, 2002, Kang, 2003 e Lima e Silva, 2006). Nestes estudos têm sido mostrados os diferentes tipos de desprendimento de vórtices que ocorrem em escoamentos ao redor cilindros dispostos lado a lado e, também, como a separação entre os cilindros caracteriza estes escoamentos. Polak and Weaver, 1995, estudaram experimentalmente o desprendimento de vórtices em um conjunto de tubos com arranjo triangular para um intervalo de número de Reynolds entre 760 e 49000, enquanto que Virahsawmy *et al.*, 2005, realizaram um estudo computacional do escoamento a jusante de três cilindros dispostos lado a lado com separações variáveis entre eles e o número de Reynolds igual a 300.

Entretanto, pouco se conhece sobre o estudo de transferência de calor aplicado a escoamentos ao redor de cilindros. Para o escoamento através de um cilindro estacionário, observações experimentais e predições numéricas do fenômeno de transferência de calor foram apresentadas por Eckert and Soehngen, 1952, Dennis and Smith, 1968, Karniadakis, 1988, Chun and Boehm, 1989 e Varaprasad Patnaik and Seetharamu, 1999.

Mais recentemente, Fu and Tong, 2002, simularam numericamente as características de transferência de calor de um cilindro aquecido que oscilava transversalmente a um escoamento. Eles apresentaram importantes resultados para o número de Nusselt médio em função das frequências e velocidades de oscilação. Yoon and Lee, 2004, investigaram

numericamente o escoamento e a transferência de calor ao redor de um cilindro circular alinhado com um campo magnético usando o Método Espectral. Interessante estudo foi realizado, ainda, por Zhou *et al.*, 2000. Eles analisaram o fluxo de calor e os gradientes de temperatura em complexas esteiras turbulentas geradas por dois e três cilindros dispostos lado a lado, assim como apresentaram interessantes resultados para diversos parâmetros turbulentos.

Este trabalho propõe a simulação numérica direta do desprendimento de vórtices e a determinação dos fluxos de calor turbulentos médios transversal e longitudinal ao redor de três cilindros arrançados triangularmente. Os obstáculos estão dispostos da seguinte maneira: dois cilindros estão alinhados verticalmente, enquanto que o terceiro cilindro está situado a jusante dos outros dois cilindros dos quais é equidistante. A separação entre os cilindros é variada de dois até quatro diâmetros. O código computacional resolve as equações de Navier-Stokes, conservação de massa e escalar passivo (temperatura) para escoamentos bidimensionais e incompressíveis. Os obstáculos são representados usando o Método das Fronteiras Imersas que permite discretizar o domínio computacional em malhas cartesianas, facilitando com isto o emprego de esquemas numéricos de alta precisão (Goldstein *et al.*, 1993, Von Terzi *et al.*, 2001, Silvestrini and Lamballais, 2002). O efeito das separações verticais e horizontais entre os cilindros é examinado para $Re = 300$ e $Pr = 1$.

2. Modelagem Matemática

O modelo matemático que representa o escoamento incompressível não isotérmico é dado pelas equações adimensionais de conservação de massa, de quantidade de movimento e do escalar passivo (temperatura) abaixo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = \vec{f} - \vec{\nabla} P^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \theta = \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta + q \quad (3)$$

Nas equações (1) – (3) \vec{u} , P^* são, respectivamente, os campos de velocidade, o campo de pressões modificado ($= P + \frac{\rho \vec{u}^2}{2}$) e a temperatura adimensionais. O número de Reynolds é definido como $Re = U_\infty D / \nu$, onde U_∞ (m/s) é a velocidade longitudinal na entrada do escoamento, D (m) é o diâmetro dos cilindros e ν (m^2/s) é a viscosidade cinemática. Note-se que U_∞ é utilizada como a escala para a adimensionalização das velocidades, enquanto D é utilizado como escala para a adimensionalização dos comprimentos. O número de Prandtl é definido como $Pr = \nu / \alpha$, onde α (m^2/s) é a difusividade térmica.

Na Eq. (2) foi incluído um termo que representa as forças de campo externas $\vec{f}(\vec{x}_s, t)$ que serão utilizadas para gerar a representação virtual do cilindro imerso. Este termo de força, introduzido por Goldstein *et al.*, 1993, pode ser descrito como um oscilador harmônico da forma

$$\vec{f}(\vec{x}_s, t) = \alpha \int_0^t \vec{u}(\vec{x}_s, t) dt + \beta \vec{u}(\vec{x}_s, t) \quad (4)$$

Numericamente é mais conveniente utilizar a Eq. (2) re-escrita na forma abaixo:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{u} = -\vec{\nabla} P^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} + \vec{f} \quad (5)$$

onde $\vec{\omega}(\vec{x}, t)$ é o campo de vorticidade ($= \vec{\nabla} \times \vec{u}$).

Na Eq. (3) a temperatura é adimensionalizada como

$$\theta(\vec{x}_s, t) = \frac{T(\vec{x}_s, t) - T_c}{T_\infty - T_c} \quad (6)$$

onde T_c (K) é a temperatura dos cilindros e T_∞ (K) representa a temperatura do escoamento na entrada.

De maneira similar ao que ocorre com o termo de força, \vec{f} , nas eqs. (2) e (5) o termo q introduzido na Eq. (3) é definido como

$$q(\vec{x}_s, t) = \alpha_\theta \int_0^t \theta(\vec{x}_s, t) dt + \beta_\theta \theta(\vec{x}_s, t) \quad (7)$$

Para o estudo das forças aerodinâmicas, o coeficiente de arrasto, C_D , é definido como

$$C_D = \frac{2F_D}{\rho A_t U_\infty^2} \quad (8)$$

onde F_D (N) é a força de arrasto, ρ (kg/m³) é a massa específica e A_t (m²) é a área transversal do cilindro. O coeficiente de sustentação, C_L , é definido como

$$C_L = \frac{2F_L}{\rho A_t U_\infty^2} \quad (9)$$

e F_L (N) representa a força de sustentação.

Na análise do balanço de quantidade de movimento é utilizada a decomposição de Reynolds (Möller and Silvestrini, 2004) onde o Tensor de Reynolds, τ (N/m²), é definido como

$$\tau = \langle -\rho u_i' u_j' \rangle \quad (10)$$

onde $u_i' u_j'$ é denominado tensor de correlações. A decomposição de Reynolds também é empregada para a definição do fluxo de calor turbulento q_j (W/m²)

$$\frac{q_j}{\rho C_p} = \langle u_j' T' \rangle \quad (11)$$

onde C_p (J/kg.K) é o calor específico a pressão constante.

3. Método Numérico

O modelo matemático representado através das equações (1, 3 e 5) é resolvido numericamente. Na Fig. 1 são apresentados o domínio bidimensional e as correspondentes condições de contorno. Note-se que U_b que aparece nas condições de contorno na saída é a velocidade de convecção dos vórtices aproximada na região de saída. O código empregado é o programa Incompac3d. Neste programa as equações diferenciais parciais são discretizadas utilizando-se o método de diferenças finitas de 6^a. ordem (Lele, 1992). A integração no tempo das equações discretizadas é efetuada empregando-se o método de Runge Kutta de baixo armazenamento de 3^a. ordem (Williamson, 1985). Os obstáculos imersos no fluido são representados com o auxílio do Método das Fronteiras Imersas. Neste método, um campo de forças externo com distribuição gaussiana acrescentado as equações do escalar passivo (temperatura) e de conservação da quantidade de movimento, q e \vec{f} , Eq. (3) e (5), impõem a condição de contorno $u_x = u_y = \theta_c = 0$ na região ocupada pelo obstáculo. Uma descrição mais detalhada do método pode ser encontrada nas referências Lamballais and Silvestrini, 2002 e Ribeiro, 2002.

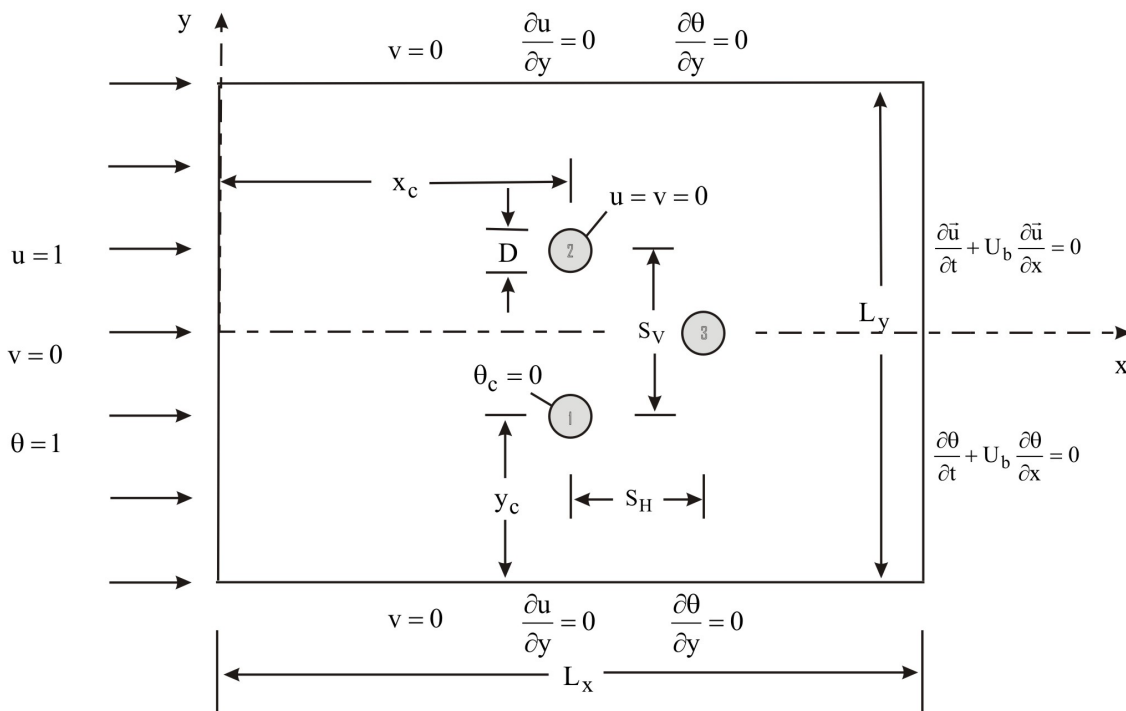


Fig. 1: Domínio Computacional

A independência de malha e das dimensões do domínio foram obtidas através de sucessivas simulações. Os valores mínimos obtidos para as dimensões longitudinal e transversal do domínio foram $L_x = 24D$ e $L_y = 16D$ respectivamente, enquanto que $\Delta x = \Delta y = D/32$ foram os valores mínimos empregados para a resolução da malha cartesiana até que a independência de malha fosse obtida.

Os resultados obtidos pelo método numérico foram validados através da comparação com resultados disponíveis na literatura. A Tabela 1 mostra nossos resultados de coeficientes de arrasto e de sustentação para $Re = 200$ e $S = 4$ comparados com os resultados de Surmas *et al.*, 2003. Nessa comparação os coeficientes de sustentação concordam muito bem, enquanto que os coeficientes de arrasto apresentam uma diferença de aproximadamente 9%. Tal diferença pode ser atribuída aos efeitos de confinamento presentes no cálculo quando efetuado para grandes valores de separação.

Literatura	$\langle C_{D,1} \rangle$	$\langle C_{L,1} \rangle$	$\langle C_{L,2} \rangle$
Surmas <i>et al.</i> 2003	1.52	-0.05	0.05
Este trabalho	1.67	-0.05	0.05

Tabela 1: Validação dos resultados

4. Resultados

Para o domínio mostrado na Fig. 1 foram realizadas simulações com separações verticais, S_V , e horizontais, S_H , de dois, três e quatro diâmetros entre os centros dos cilindros. Os resultados mostrados nas fig. 2 – 7 referem-se ao arranjo triangular onde $S_V = S_H = 2$ (diâmetros). A Fig. 2 mostra um exemplo do campo de temperatura obtido em função do tempo adimensional ($t = \tau U_\infty / D$). Os resultados mostram a geração de elevados gradientes de temperatura imediatamente a jusante de cada cilindro e como o campo de temperatura sofre o efeito da presença do jato central intenso formado a jusante do cilindro. Este jato, com o passar do tempo, acaba gerando vórtices cujo padrão aleatório se reflete no campo de temperatura.

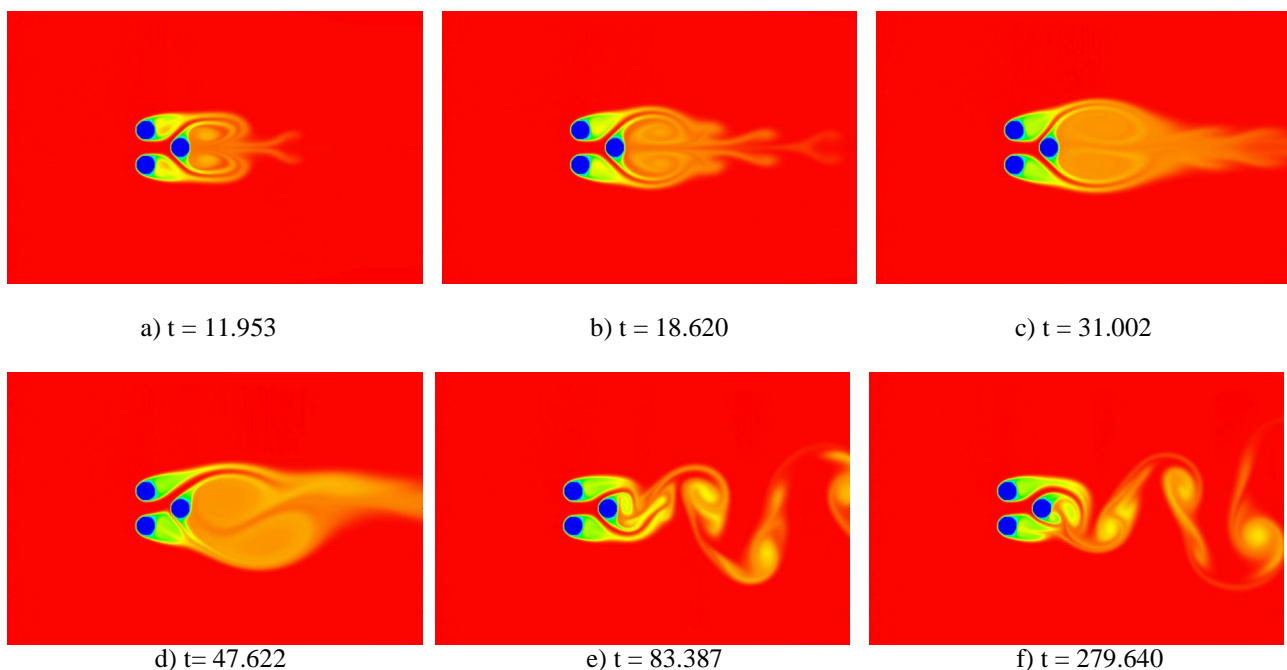


Fig. 2 - Campo de temperatura para os escoamentos com $S_V = 2$ e $S_H = 2$.

A Fig. 3 mostra a série temporal para o coeficiente de arrasto para cada cilindro na configuração $S_V = 2$ e $S_H = 2$. O comportamento dos coeficientes de arrasto para os cilindros 1 (inferior) e 2 (superior) ao longo do tempo são bastante semelhantes e seu valor médio é aproximadamente igual ao valor obtido para um cilindro isolado. Já a série temporal para o coeficiente de arrasto para o cilindro 3 (cilindro a jusante do escoamento) apresenta uma amplitude duas vezes maior que a dos cilindros anteriores e seu valor médio é cerca de 13% inferior ao calculado para os cilindros anteriores. A Fig. 4 mostra a série temporal para o coeficiente de sustentação nos cilindros 1, 2 e 3. O valor médio do coeficiente de sustentação dos dois cilindros anteriores (1 e 2) é aproximadamente o mesmo ($\langle C_L \pm 0.25 \rangle$) mas com sinais contrários, enquanto que o comportamento do coeficiente de sustentação ao longo do tempo para o cilindro 3 se aproxima daquele apresentado por um cilindro isolado tendo um valor médio próximo a zero.

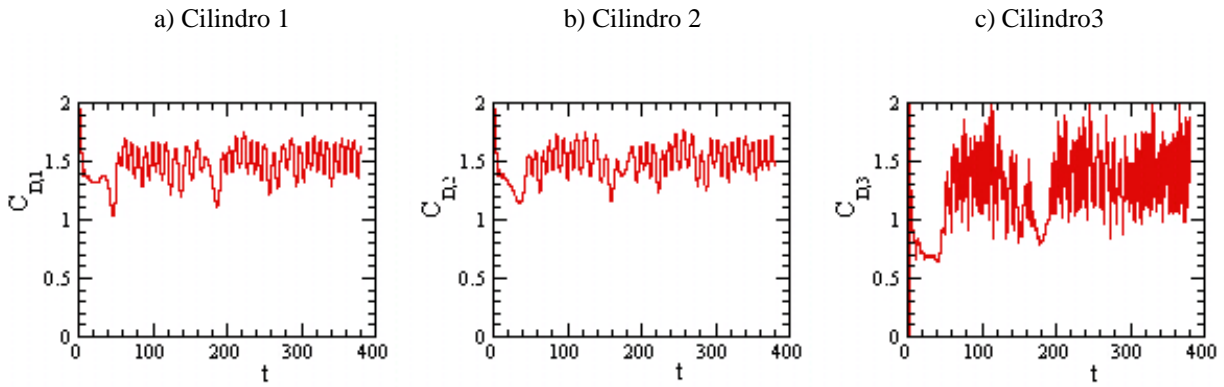


Fig. 3 – série temporal para o coeficiente de arrasto para os cilindros 1, 2 e 3 com $S_v = 2$ e $S_H = 2$

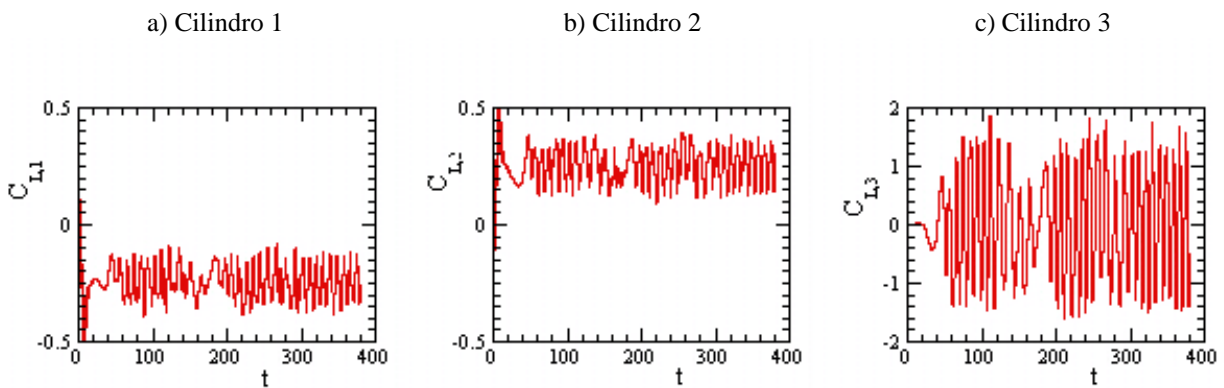


Fig. 4 – $\langle C_L \rangle$ em função do tempo adimensional para os cilindros 1, 2 e 3 com $S_v = 2$ e $S_H = 2$

Para a apresentação das estatísticas mostradas nas Figs. (5) – (7) foram selecionadas algumas seções do domínio. Estas seções foram escolhidas em função de sua distância da linha vertical que une os centros dos cilindros e correspondem aos valores de $x^* = 0, 1, 2, 4$ e 8 , onde $x^* = (x - x_c)/D = x/D - 8$. Note-se, ainda, que a definição $y^* = y/D$ é utilizada. Estas Figs. apresentam razoável simetria e anti-simetria (dependendo da variável) com respeito a $y^* = 0$.

A Fig. 5a mostra a velocidade média longitudinal para as diferentes seções estudadas. A velocidade longitudinal é significativamente modificada pela presença dos obstáculos e é negativa a jusante dos cilindros ($-2 < y^* < 2$) indicando que existe uma forte recirculação. A velocidade transversal média é mostrada na Fig. 5b. As velocidades negativas reforçam o aparecimento da recirculação, mas a presença dos obstáculos somente influencia a velocidade média transversal média na região próxima aos mesmos. Na região próxima a saída a velocidade transversal média praticamente não é afetada pelos obstáculos.

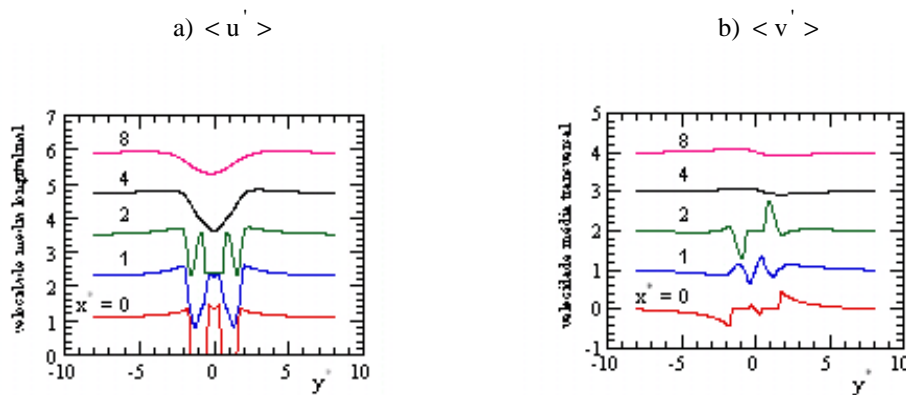


Fig. 5 – Velocidades médias longitudinais e transversais para $S_v = 2$ e $S_H = 2$

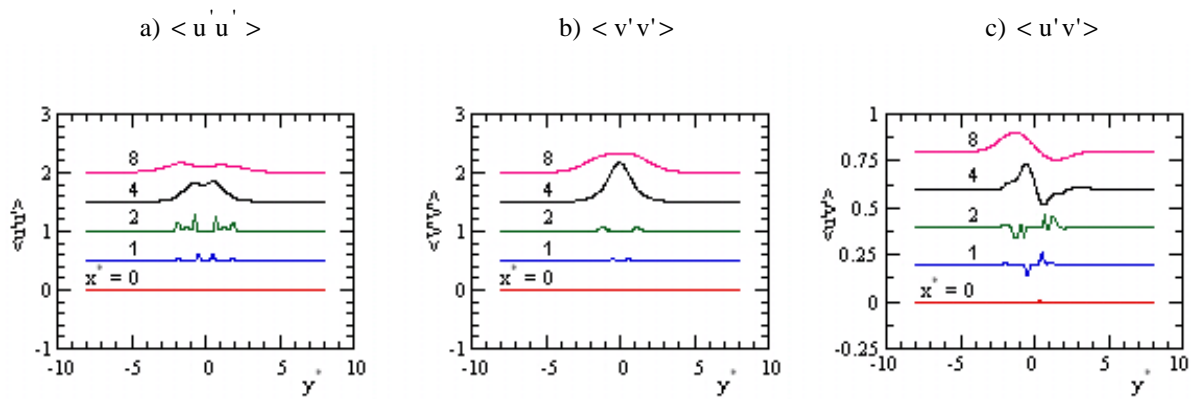


Fig. 6 – $\langle u'u' \rangle$, $\langle v'v' \rangle$ e $\langle u'v' \rangle$ para $S_V = 2$ e $S_H = 2$

A Fig. 6 mostra os resultados das componentes das tensões de Reynolds. As componentes normais das tensões de Reynolds apresentam um valor máximo na seção $x^* = 4$ (dois diâmetros após o cilindro posterior e $y^* = 0$) enquanto que a componente tangencial das tensões de Reynolds apresentam dois valores de pico (um positivo e outro negativo) e também têm seu valor máximo a uma distância de dois diâmetros a jusante dos cilindros ($x^* = 4$).

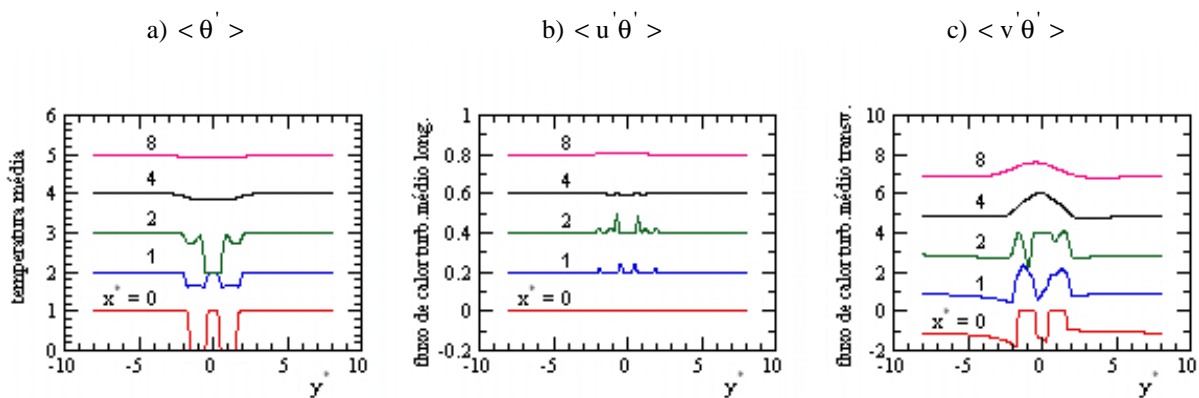


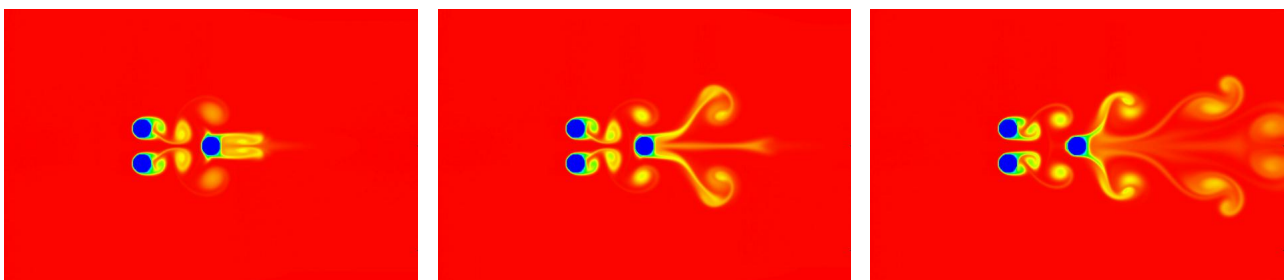
Fig. 7 – Temperatura média, fluxo de calor long. e fluxo de calor transv. para $S_V = 2$ e $S_H = 2$

A Fig. 7a mostra a distribuição de temperatura média nas seções estudadas. Nesta figura pode-se observar o efeito dos cilindros na temperatura média do escoamento entre eles. Esta influência, entretanto, diminui a medida que o fluido se afasta dos obstáculos e é quase nula na saída para os diversos casos estudados.

O fluxo de calor turbulento longitudinal $\langle u'\theta' \rangle$ pode ser visto na Fig. 7b. Ele é razoavelmente simétrico em relação a $y^* = 0$ e é mais acentuado nas proximidades do cilindro posterior (cilindro 3).

Já o fluxo de calor turbulento transversal, $\langle v'\theta' \rangle$, mostrado na Fig. 7c, ocorre ao longo de toda a esteira e é mais significativo que o fluxo de calor turbulento longitudinal. Pode-se notar, desta forma, que o valor de $\langle v'\theta' \rangle$ é significativo até o final do domínio, enquanto que as flutuações relacionadas a $\langle u'\theta' \rangle$ são desprezíveis a partir de $x^* = 4$.

A influência do padrão da dinâmica de desprendimento de vórtices no campo de temperatura estudada por Giacomello *et al.*, 2006, pode ser também percebida na análise dos resultados apresentados na Fig. 8, quando o cilindro posterior foi afastado em mais dois diâmetros, $S_H = 4$, em relação ao caso mostrado na Fig. 2. Nesta figura é mostrado que após $t = 35.764$ o campo de temperatura, que se mostrava simétrico em relação a horizontal $y^* = 0$, inicia um processo de mudança que culmina com um campo de temperatura que não obedece a nenhum padrão ao final da simulação.



a) $t = 11.953$

b) $t = 18.620$

c) $t = 31.002$

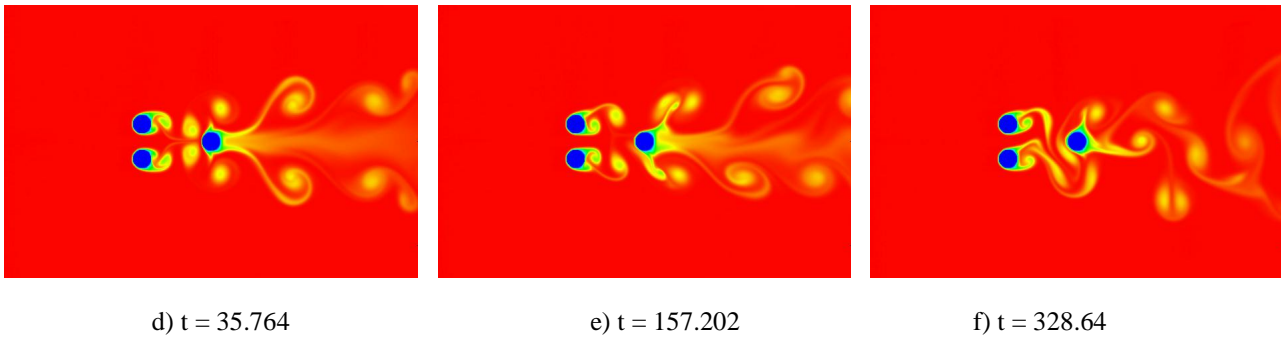


Fig. 8 – Campo de temperatura para os escoamentos com $S_V = 2$ e $S_H = 4$.

A separação também influencia as forças que agem na superfície dos cilindros. A Tabela 2 mostra os valores obtidos para os coeficientes de arrasto, C_D , e de sustentação, C_L , nos diversos casos estudados.

Tabela 2 – Coeficientes aerodinâmicos

S_V	S_H	$\langle C_{D,1} \rangle$	$C'_{D,1}$	$\langle C_{L,1} \rangle$	$C'_{L,1}$	$\langle C_{D,2} \rangle$	$C'_{D,2}$	$\langle C_{L,2} \rangle$	$C'_{L,2}$
2	2	1.47786	0.14245	-0.24272	0.06955	1.49211	0.14029	0.25292	0.07193
2	3	1.81881	0.25488	-0.18778	1.12015	1.81596	0.25353	0.18118	1.11680
2	4	1.85448	0.23511	-0.22623	0.95742	1.84172	0.24065	0.20620	0.95429
3	2	1.43134	0.09595	-0.12230	0.12100	1.43426	0.08997	0.10956	0.11733
3	3	1.72587	0.15357	-0.11503	0.98773	1.72908	0.15104	0.10091	0.99129
3	4	1.74965	0.11042	-0.12857	0.96194	1.75364	0.10416	0.11896	0.96527
4	2	1.61396	0.11456	-0.12100	0.63071	1.60492	0.12047	0.08913	0.62275
4	3	1.64495	0.09012	-0.08541	0.82152	1.67147	0.09021	0.06806	0.83572
4	4	1.67331	0.09432	-0.07939	0.84308	1.68204	0.092785	0.06178	0.84671

S_V	S_H	$\langle C_{D,3} \rangle$	$C'_{D,3}$	$\langle C_{L,3} \rangle$	$C'_{L,3}$
2	2	1.29611	0.31504	-0.01559	0.92769
2	3	0.77795	0.74007	-0.00003	0.42066
2	4	0.58942	0.60889	-0.00905	0.82783
3	2	1.54675	0.35770	-0.01197	0.99235
3	3	1.08946	0.69756	-0.00183	0.38540
3	4	1.06531	0.72628	-0.00185	0.26372
4	2	1.65352	0.42706	-0.03425	1.08607
4	3	1.29123	0.43635	-0.05483	0.71112
4	4	1.24992	0.47482	-0.01030	0.46796

Note-se que na Tabela 2 foi utilizada a seguinte convenção:

$\langle C_{D,i} \rangle$ - coeficiente de arrasto médio do cilindro i ;

$C'_{D,i}$ - amplitude média r.m.s. do $C_{D,i}$;

$\langle C_{L,i} \rangle$ - coeficiente de sustentação médio do cilindro i ;

$C'_{L,i}$ - amplitude média r.m.s. do $C_{L,i}$;

onde $i = 1$ para o cilindro localizado abaixo, $i = 2$ para o cilindro localizado acima e $i = 3$ para o cilindro situado a jusante na Fig. 1.

Os resultados para os coeficientes médio de arrasto são mostrados na Tabela 2 e plotados na Fig. 9 em escala logarítmica. Os valores de $\langle C_D \rangle$ para os cilindros 1 e 2 são aproximadamente iguais e, de um modo geral, diminuem a medida que aumentam as separações horizontais e/ou verticais. Já para o cilindro 3, os valores de $\langle C_D \rangle$ também diminuem com o aumento da separação horizontal, mas são diretamente proporcionais a separação vertical, S_V . Estes resultados sugerem as correlações apresentadas abaixo em função das separações vertical, S_V , e horizontal, S_H , para cada cilindro. Os coeficientes de determinação, R^2 , foram calculados para indicar quão significativamente as correlações obtidas relacionam os coeficientes médio de arrasto com as separações.

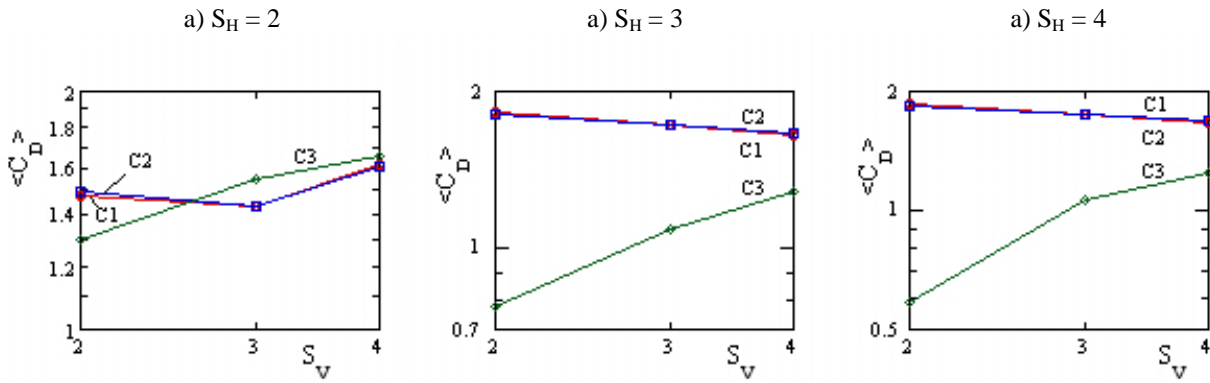


Fig. 9 – O efeito de S_V e S_H no coeficiente médio de arrasto

$$C_{D,1} = 1.38S_V^{-0.0595}S_H^{0.231} \quad (R^2 = 0.674) \quad (12)$$

$$C_{D,2} = 1.38S_V^{-0.0523}S_H^{0.229} \quad (R^2 = 0.697) \quad (13)$$

$$C_{D,3} = 1.09S_V^{0.734}S_H^{-0.707} \quad (R^2 = 0.882) \quad (14)$$

Os resultados para os coeficientes médio de sustentação são mostrados na Tabela 2 e plotados na Fig. 10. Esses resultados indicam que $\langle C_L \rangle$ decresce com o aumento da separação para os cilindros 1 e 2 e é aproximadamente zero para o cilindro 3, para o qual se aproxima do coeficiente de sustentação de um cilindro isolado.

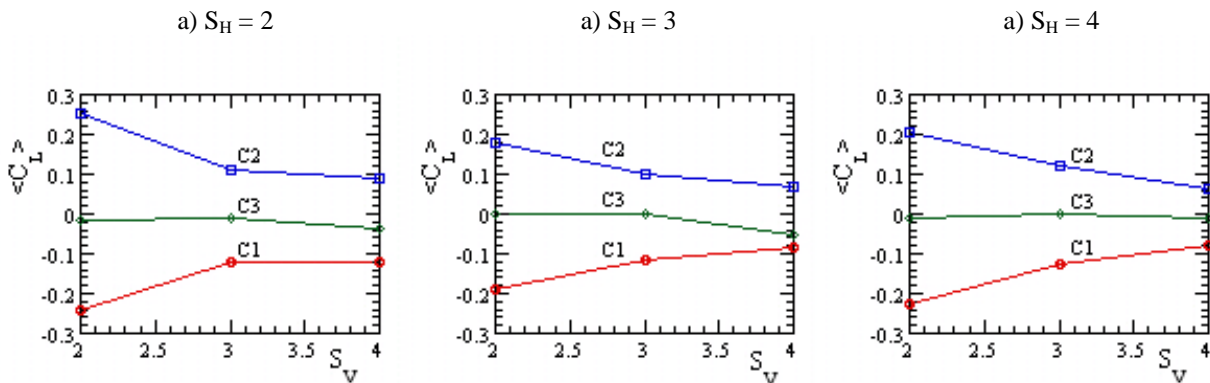


Fig. 10 – O efeito de S_V e S_H no coeficiente médio de sustentação

Os dados para o coeficiente médio de sustentação mostrados na Fig. 10 podem ser resumidos pela correlação abaixo onde os ótimos valores encontrados para o coeficiente de determinação, R^2 , indicam que as equações obtidas para o ajuste representam muito bem os dados utilizados.

$$C_{L,1} = -0.64S_V^{-1.23}S_H^{-0.234} \quad (R^2 = 0.9066) \quad (15)$$

$$C_{L,2} = 0.81S_V^{-1.556}S_H^{-0.256} \quad (R^2 = 0.9497) \quad (16)$$

Enfatizamos ainda que o coeficiente de sustentação médio para o cilindro 3 pode ser aproximado para zero, valor obtido para um cilindro em escoamento livre.

Na Fig. 11 é estudado o efeito das separações verticais e horizontais nas componentes tangenciais das tensões de Reynolds, $\langle u'v' \rangle$. Para o estudo deste efeito foi escolhida a seção transversal $x^* = 2$ na qual $\langle u'v' \rangle$ é bem pronunciada. Nesta figura também são comparados os valores de $\langle u'v' \rangle$ com aqueles obtidos para um cilindro e para dois cilindros com a mesma separação vertical. Note-se que na Fig. 11a, para 3 cilindros, $S_H = 2$ e na seção $x^* = 2$, o valor de $\langle u'v' \rangle$ é muito inferior aos valores apresentados para os outros casos, tendo em vista que nesta seção encontra-se localizado o cilindro 3 para este caso. Note-se, ainda, que, quanto maior a separação, mais o valor de $\langle u'v' \rangle$ aproxima-se dos valores apresentados para um cilindro, conforme pode-se observar na Fig. 11c.

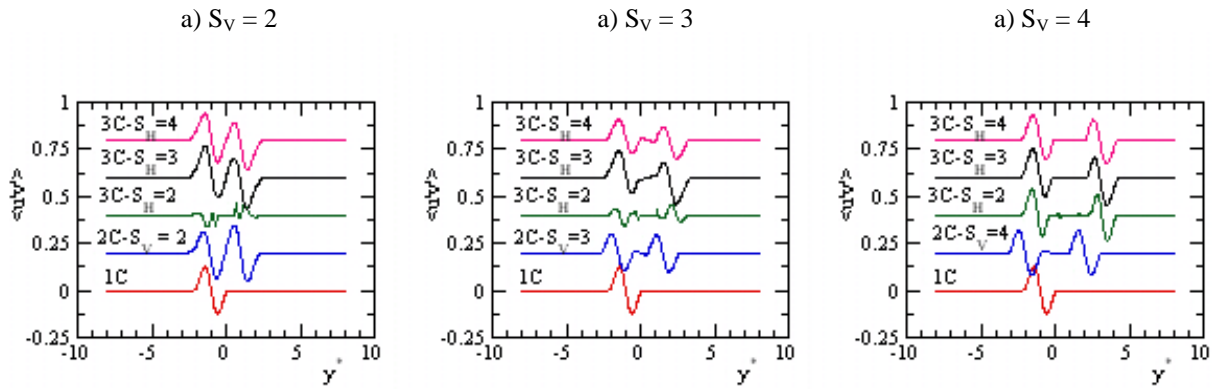


Fig. 11 – O efeito das separações verticais e horizontais entre os cilindros nas componentes tangenciais das tensões de Reynolds para a seção transversal $x^* = 2$.

Os resultados observados para as velocidades médias longitudinais e transversais nas figs. 4 e 5, assim como a distribuição de temperatura e fluxos de calor turbulentos médios longitudinais e transversais mostrados na Fig. 7 para escoamentos com separações horizontal e vertical iguais a dois, encorajam o exame dos fluxos de calor turbulentos médios nas seções transversais próximas aos cilindros. A Fig. 12 mostra o efeito da separação entre os cilindros no fluxo de calor longitudinal, $\langle u'\theta' \rangle$, na seção $x^* = 1$, isto é, a seção transversal situada a distância de um diâmetro a jusante da linha vertical que une os centros dos dois primeiros cilindros. Nesta figura, pode-se observar que o valor de $\langle u'\theta' \rangle$ é pouco significativo para $S_H = 2$, mas este valor aumenta a medida que S_H cresce e se aproxima do perfil apresentado para o caso de um cilindro isolado, assim como para o caso de dois cilindros lado a lado, quando $S_H = 4$ para os três valores de S_V estudados.

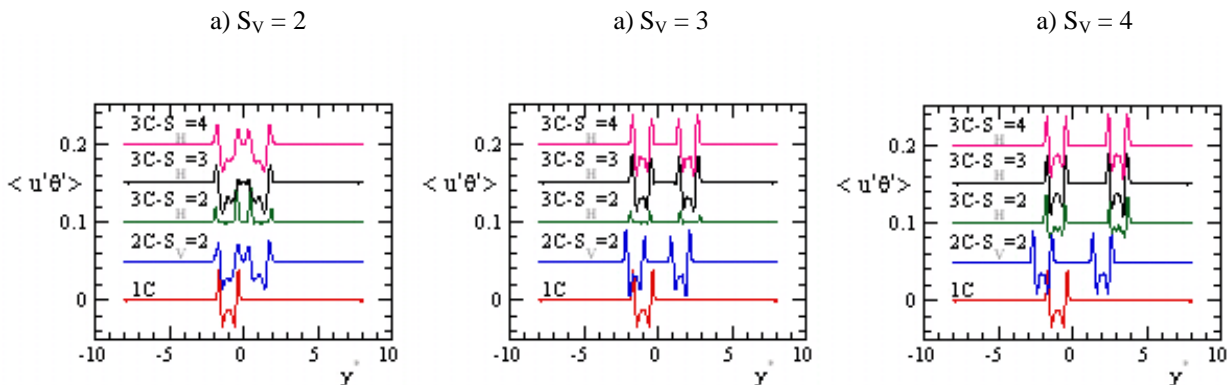


Fig. 12 – O efeito das separações verticais e horizontais entre os cilindros no fluxo de calor turbulento médio longitudinal para a seção transversal $x^* = 1$

Na Fig. 13 é apresentado o efeito das separações horizontais e verticais no fluxo de calor turbulento médio transversal, $\langle v'\theta' \rangle$, para a seção transversal $x^* = 1$. Quando comparado com os valores de $\langle u'\theta' \rangle$, os valores de $\langle v'\theta' \rangle$ são cerca de dez vezes maiores e apresentam um comportamento semelhante àquele observado para dois cilindros dispostos lado a lado ou ao comportamento de um cilindro isolado para os casos estudados. Note-se que tanto o fluxo de calor turbulento médio transversal quanto o longitudinal assumem valores positivos ou negativos tendo como provável causa a intensa circulação que ocorre na região a jusante dos cilindros.

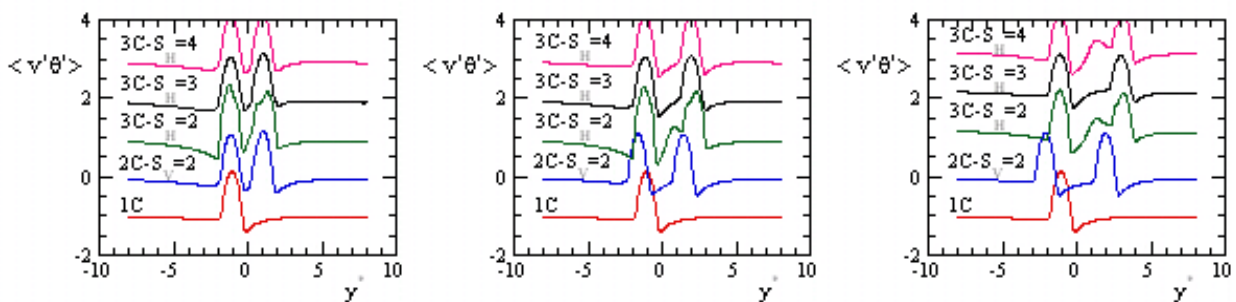


Fig. 13 – O efeito das separações verticais e horizontais entre os cilindros no fluxo de calor turbulento médio transversal para a seção transversal $x^* = 1$

5. Conclusão

O presente trabalho analisou dados obtidos a partir de simulações numéricas de escoamento ao redor de três cilindros dispostos triangularmente: dois cilindros estão alinhados verticalmente, enquanto o terceiro cilindro está situado a jusante dos outros dois cilindros dos quais é equidistante. Os resultados indicam que o campo de temperatura é, mais significativamente, influenciado pela posição do cilindro a jusante. Para uma separação horizontal $S_H = 2$ há, inicialmente, a formação de um jato central para, posteriormente, ocorrer o desprendimento de vórtices, enquanto que para uma separação $S_H = 4$ há um desprendimento simétrico de vórtices que irá, posteriormente, assumir um padrão aleatório. Os vórtices desprendidos em virtude da presença dos cilindros possuem uma distribuição de temperatura consideravelmente diferente daquela apresentada pelo fluido que não foi perturbado.

O estudo dos coeficientes de arrasto médio indicaram que estes são aproximadamente iguais para os cilindros 1 e 2 e possuem, de um modo geral, valores inversamente proporcionais as separações. Para o cilindro 3, entretanto, o coeficiente de arrasto médio é proporcional a separação vertical, mas inversamente proporcional a separação horizontal. Os coeficientes de sustentação médios para os cilindros 1 e 2 são simétricos e inversamente proporcionais a separação entre os cilindros, enquanto que o valor do coeficiente de sustentação médio para o cilindro 3 é aproximadamente nulo conforme também foi observado para o caso de apenas um cilindro. Os valores dos coeficientes de arrasto e sustentação médios são correlacionados em função das separações verticais e horizontais entre os cilindros.

As estatísticas apresentadas mostram razoável simetria ou anti-simetria com respeito a $y^* = 0$. O fluxo de calor turbulento transversal é cerca de dez vezes maior que o fluxo de calor longitudinal para os casos estudados. A medida que a separação horizontal entre os cilindros aumenta, os valores dos fluxos de calor turbulentos médios e das componentes das tensões tangenciais de Reynolds aproximam-se daqueles obtidos para o arranjo de dois cilindros dispostos lado a lado para as seções estudadas.

Observou-se, ainda, que as trocas de calor são influenciadas pela dinâmica de desprendimento de vórtices a qual, por sua vez, depende da separação entre os cilindros. Pretende-se, na seqüência do presente trabalho, implementar o cálculo do número de Nusselt para cada cilindro, assim como estudar outras configurações para a disposição dos cilindros.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte do CNPq, Conselho Nacional de Pesquisa, e a FAPERGS – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul.

7. Referências

- Bearman, P. W. and Wadcock, A. J., 1973, The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream, "J. Fluid Mech.", Vol. 61, pp. 499-511.
- Chun, W. Boehm, R. F., 1989, Calculation of forced flow and heat transfer around a cylinder in cross flow, "Numer. Heat Transfer", Vol. 15, pp. 101-122.
- Dennis, S. C. R. Hudson, J. D., and Smith, N., 1968, Steady laminar forces convection from a circular cylinder at low Reynolds number, "Phys. Fluids", Vol. 11, No. 5, pp. 933-940.
- Eckert, E. R. G., and Soehngen, E., 1952, Distribution of heat transfer coefficient around circular cylinders in cross flow at Reynolds number from 20 to 500, "J. Heat Transfer", Vol. 74, pp. 343-347.
- Fu, W. S., and Fong, B. H., 2002, Numerical investigation of heat transfer from a heated oscillating cylinder in a cross flow, "Int. J. Heat Mass Transfer", Vol. 45, pp. 3033-3043.
- Giacomello, M. V., Rocha, L. A. O., Schettini, E. B. C., Silvestrini, J. H., 2006, Simulação numérica de escoamentos ao redor de cilindros com transferência de calor, "Anais da 5^a. Escola de Primavera de Transição e Turbulência", Rio de Janeiro (aceito para publicação).
- Goldstein, D., Handler, R., and Sirovich, L., 1993, Modeling a no-slip boundary condition with an external force field, "J. Comp. Phys.", Vol. 105, pp. 354-366.
- Kang, S., 2003, Characteristics of flow over two circular cylinders in a side-by-side arrangement at low Reynolds number, "Physics of Fluids", Vol. 15, No. 9, pp. 2486-2498.
- Karniadakis, G. E., 1988, Numerical simulation of forced convection heat transfer from a cylinder in cross flow, "Int. J. Heat Mass Transfer", Vol. 31, No. 1, pp. 407-418.
- Lamballais, E. and Silvestrini, J. H., 2002, Direct numerical simulation of interactions between a mixing layer and a wake, "Journal of Turbulence", Vol. 3, No. 28, pp. 1-21.
- Lele, S., 1992, Compact difference schemes with spectral-like resolution, "J. Comp. Phys.", Vol. 103, pp. 16-42.
- Lima e Silva, A. L. F., Silva, A. R., and Silveira-Neto, A., 2006, Numerical simulation of two-dimensional complex flows over bluff bodies using the immersed boundary method, Journal of Fluids and Structures (aceito para publicação).
- Meneghini, J. R., Saltara, F., Siqueira, C. L. R., Ferrari Jr, J. A., 2001, Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements, "Journal of Fluids and Structures", Vol. 15, pp. 327-350.

- Möller, S. V., and Silvestrini, J. H., 2004, "Turbulência: Fundamentos", ABCM, Rio de Janeiro, RJ, Vol. 4.
- Polak, D. R., and Weaver, D. S., 1995, Vortex shedding in normal triangular tube arrays, "Journal of Fluids and Structures", Vol. 9, pp. 1-7.
- Ribeiro, P., 2002, Desprendimento de vórtices e controle de esteira de cilindros por simulação numérica direta, Dissertação de Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Silvestrini, J. H., and Lamballais, E., 2002, Direct numerical simulation of wakes with virtual cylinders, "Int. J. Comp. Fluid Dynam.", Vol. 16, pp. 305-314.
- Souza, T. F., and Silvestrini, J. H., 2002, Simulação numérica direta da esteira provocada por um par de cilindros, "Proceedings do IX Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas", paper CIT02-077.
- Sumner, D., Wong, S. S. T., Price, S. J., and Païdoussis, M. P., 1999, Fluid behaviour of side-by-side circular cylinders in steady cross-flow, "Journal of Fluids and Structures", Vol. 13, pp. 309-338.
- Surmas, R., Santos, L. O. E., and Philippi, P. C., 2003, Características da Formação e Desprendimento de Vórtices em Grupos de Cilindros. Segundo Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás, Rio de Janeiro, Brasil.
- Varaprasad Patnaik, B. S., Aswatha Narayana, P. A., and Seetharamu, K. N., 1999, Numerical simulation of vortex shedding past a circular cylinder under the influence of buoyancy, "Int. J. Heat Mass Transfer", Vol. 42, pp. 3495-3507.
- Virahsawmy, H. K., Chen L., MacGillivray, I. R., Tu J., and Zhou, Y., 2005, Computation of flow behind three side-by-side cylinders of unequal/equal spacing, "Anziam J.", Vol. 46, pp. C672-C689.
- Von Terzi, D. A., Linnick, M. N., Seidel, J., and Fasel, H. F., 2001, Immersed boundary techniques for high-order finite-difference methods, "AIAA-01-2918" paper.
- Williamson, C. H. K., 1985, Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies, "J. Fluid Mech.", Vol. 159, pp. 1-18.
- Yoon, H. S., Chun, H. H., Ha M. Y., and Lee, H. G., 2004, A numerical study on the fluid flow and heat transfer around a circular cylinder in an aligned magnetic field, "Int. J. Heat Mass Transfer", Vol. 47, pp. 4075-4087.
- Zhou, Y., So, R. M. C., Liu, M. H., and Zhang, H. J., 2000, Complex turbulent wakes generated by two and three side-by-side cylinders, "Int. J. Heat and Fluid Flow", Vol. 21, pp. 125-133.

NUMERICAL STUDY OF FLOWS AROUND THREE CYLINDERS WITH HEAT TRANSFER

Marcelo Valenti Giacomello

Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Av. Ipiranga, 6681, 90.619-900
Porto Alegre, RS, Brasil
mvg-speed@gmail.com

Luiz Alberto Oliveira Rocha

Departamento de Física, Fundação Universidade Federal do Rio Grande, Av. Itália, km 8, Cx. P. 474, Rio Grande,
96201-900, Brasil
dfsrocha@furg.br

Edith Beatriz Camaño Schettini

Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
Av. Bento Gonçalves, 9500, Bairro Agronomia, Porto Alegre-RS, 91501-970, Brasil
bcamano@iph.ufrgs.br

Jorge Hugo Silvestrini

Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Av. Ipiranga, 6681, 90.619-900
Porto Alegre, RS, Brasil
jorgehs@em.pucrs.br

Abstract. *This work studies numerically the effect of the variation of the gaps among three cylinders in bi-dimensional incompressible flow. There is heat transfer between the fluid and the isothermal cylinders. The obstacles are arranged in the following manner: two cylinders are aligned vertically while the third one is located immediately after and equidistant of the others. The Navier-Stokes, mass conservation and passive scalar (temperature) are solved numerically. The Reynolds and Prandtl numbers are kept constant: $Re = 300$ e $Pr = 1$. The velocity, vorticity and temperature fields, as well the drag and lift coefficients, and the average turbulent heat flux are calculated for several arrangements. The results indicate that the position of the cylinder located after the two aligned cylinders affects more significantly the temperature field. The average drag and lift coefficients are correlated as function of the vertical and horizontal gaps among the cylinders. The statistics show considerable symmetry or anti-symmetry with respect to $y^* = 0$. The streamwise turbulent heat flux is around ten times larger than the longitudinal turbulent heat flux for the studied cases. The results also show that the dynamics of the shedding vortex depends on the gap among the cylinders. Both of them affect the heat transfer between the flow and the cylinders.*

Keyword: *Turbulent flow, heat transfer, numerical simulation, circular cylinders*

UM PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA DINÂMICA DE GASES RAREFEITOS

Caio Sarmento Scherer

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - UFRGS - Rua Sarmento Leite, 425 - Porto Alegre, RS, 90050-170
cscherer@mecanica.ufrgs.br

Liliane Basso Barichello

Instituto de Matemática - UFRGS - Av. Bento Gonçalves, 9500 - Porto Alegre, RS, 91509-900
lbaric@mat.ufrgs.br

Resumo. Neste trabalho, consideramos o problema relativo à transferência de calor em um gás rarefeito confinado em um microcanal. Em particular, as perturbações de densidade, temperatura e o fluxo de calor são obtidos pela solução em ordenadas discretas desenvolvida para o modelo cinético Gross-Jackson da equação linearizada de Boltzmann. Resultados numéricos são apresentados para diferentes valores do número de Knudsen.

Palavras chave: Transferência de calor, Gross-Jackson, Equação linearizada de Boltzmann, Ordenadas discretas, Modelos cinéticos

1. Introdução

Neste trabalho, busca-se resolver um problema de transferência de calor associado ao comportamento de um gás contido num canal plano e no regime de transição, cuja perturbação do estado de equilíbrio é causada por temperaturas diferentes nas paredes do canal (Williams, 2001). Estando o gás no regime de transição, o problema é modelado pela equação linearizada de Boltzmann (ELB). Segundo Cercignani (Cercignani, 1988), um dos maiores problemas encontrados ao se trabalhar com a equação de Boltzmann é a complicada estrutura do termo integral associado às colisões. Por essa razão, não é surpresa que uma alternativa proposta para contornar esse problema seja substituir o núcleo de colisão por expressões mais simples. Essas expressões são chamadas de modelos de colisão, e uma equação simplificada de Boltzmann, onde a integral de colisão é substituída por um modelo de colisão, é chamada de equação modelo ou modelo cinético.

Para descrever o processo de colisão entre as partículas do gás no problema mencionado, foram escolhidos os modelos cinéticos BGK, S e Gross-Jackson, os quais são abordados em detalhes nas referências (Bhatnagar *et al.*, 1954; Shakov, 1968; Gross e Jackson, 1959). Assim, pretende-se estabelecer um tratamento unificado para estes três modelos, uma vez que, mediante a escolha apropriada de certos parâmetros, os mesmos podem ser descritos através de uma expressão geral.

Vários trabalhos já foram desenvolvidos com o objetivo de resolver problemas em dinâmica de gases rarefeitos com o método analítico de ordenadas discretas (ADO) (Barichello e Siewert, 1999). Na resolução dos problemas de Poiseuille, "Creep" térmico, Couette, Kramers e Deslizamento térmico, pode-se destacar as referências (Cabrera e Barichello, 2006; Barichello *et al.*, 2001; Siewert, 2002; Camargo e Barichello, 2004). Soluções para os problemas de transferência de calor e do salto de temperatura encontram-se em (Siewert, 1999; Barichello e Siewert, 2000; Barichello *et al.*, 2002; Siewert, 2003; Siewert, 2005; Garcia e Siewert, 2004).

Neste sentido, o problema de transferência de calor é abordado, neste trabalho, segundo o método de analítico de ordenadas discretas, com os modelos S e Gross-Jackson, para os quais ainda não se tinha resultados na literatura, buscando-se, entre outros aspectos, estabelecer comparações com resultados existentes para os demais modelos cinéticos e a equação linearizada de Boltzmann e, em especial, para analisar o fluxo de um gás em um microcanal.

2. Formulação Matemática

2.1. Definição dos problemas

O problema de transferência de calor, no regime de transição, pode ser modelado pela equação linearizada de Boltzmann ou por modelos cinéticos, com condições de contorno apropriadas. Pode-se escrever o problema mencionado como

$$c_x \frac{\partial}{\partial \tau} h(\tau, \mathbf{c}) + \varepsilon h(\tau, \mathbf{c}) = \varepsilon \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c'^2} h(\tau, \mathbf{c}') F(\mathbf{c}' : \mathbf{c}) d\mathbf{c}'_x d\mathbf{c}'_y d\mathbf{c}'_z, \quad (1)$$

onde $h(\tau, \mathbf{c})$ é uma perturbação da distribuição de partículas à partir da distribuição Maxwelliana absoluta e $F(\mathbf{c}' : \mathbf{c})$ é o núcleo de espalhamento do modelo a ser utilizado. Como neste trabalho serão utilizados os modelos BGK, S e Gross-Jackson

$$F(\mathbf{c}' : \mathbf{c}) = 1 + 2(\mathbf{c}' \cdot \mathbf{c}) + (2/3)(c'^2 - 3/2)(c^2 - 3/2) + \beta M(\mathbf{c}' : \mathbf{c}) + \varpi N(\mathbf{c}' : \mathbf{c}), \quad (2)$$

onde

$$M(\mathbf{c}' : \mathbf{c}) = (4/5)(\mathbf{c}' \cdot \mathbf{c})(c'^2 - 5/2)(c^2 - 5/2), \quad (3)$$

$$N(\mathbf{c}' : \mathbf{c}) = 2[(\mathbf{c}' \cdot \mathbf{c})^2 - (1/3)c'^2 c^2]. \quad (4)$$

Para obter o núcleo de cada modelo cinético deve-se fazer as escolhas dos parâmetros da seguinte maneira: para o modelo BGK usa-se $\beta = \varpi = 0$, para o modelo S, $\beta = 1/3$ e $\varpi = 0$, e para o modelo Gross-Jackson deve-se escolher $\beta = 5/9$ e $\varpi = 1/3$ (Scherer, 2005).

Ainda em relação a Eq. (1), $\tau = x/l$ é a variável espacial adimensionalizada pelo livre caminho médio l e \mathbf{c} é o vetor velocidade adimensional com coordenadas retangulares (c_x, c_y, c_z) e magnitude c . Assim, $h(\tau, \mathbf{c}) = h(\tau, c_x, c_y, c_z)$.

O parâmetro ε é dado por

$$\varepsilon = \sigma_0^2 n_0 \pi^{1/2} l, \quad (5)$$

onde σ_0 é o diâmetro de colisão das partículas de gás (em esferas rígidas) e n_0 é a densidade das partículas. Como o problema de transferência de calor é um problema em canal plano de largura $2a$, tem-se $\tau \in [-a, a]$.

2.2. Quantidades de Interesse

As quantidades de interesse físico a serem determinadas são as perturbações de densidade e temperatura definidas, respetivamente, como

$$N(\tau) = \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c^2} h(\tau, \mathbf{c}) d\mathbf{c}_x d\mathbf{c}_y d\mathbf{c}_z \quad (6)$$

e

$$T(\tau) = \frac{2}{3} \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c^2} (c^2 - 3/2) h(\tau, \mathbf{c}) d\mathbf{c}_x d\mathbf{c}_y d\mathbf{c}_z. \quad (7)$$

Ainda, se deseja determinar o fluxo de calor entre as paredes dado por

$$Q_x = \pi^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-c^2} (c^2 - 5/2) h(\tau, \mathbf{c}) c_x d\mathbf{c}_x d\mathbf{c}_y d\mathbf{c}_z. \quad (8)$$

Nota-se que multiplicando a Eq. (1) por $c^k e^{-c^2}$ para $k = 0, 2$, integrando-se para todo c_x, c_y, c_z , e usando-se as informações das condições de contorno, obtém-se que o fluxo de calor é constante (Williams, 2001).

2.3. Condições de Contorno

As condições de contorno associadas à Eq. (1) são escritas como

$$h(-a, c_x, c_y, c_z) = \alpha_1 \delta_1 (c^2 - 2) + (1 - \alpha_1) h(-a, -c_x, c_y, c_z) + \frac{2\alpha_1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-c'^2} h(-a, -c'_x, c'_y, c'_z) c'_x d\mathbf{c}'_x d\mathbf{c}'_y d\mathbf{c}'_z, \quad c_x > 0 \quad (9)$$

e

$$h(a, c_x, c_y, c_z) = \alpha_2 \delta_2 (c^2 - 2) + (1 - \alpha_2) h(a, -c_x, c_y, c_z) + \frac{2\alpha_2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-c'^2} h(a, c'_x, c'_y, c'_z) c'_x d\mathbf{c}'_x d\mathbf{c}'_y d\mathbf{c}'_z, \quad c_x < 0 \quad (10)$$

onde

$$\delta_1 = \frac{T_{\omega 1} - T_0}{T_0} \quad \text{e} \quad \delta_2 = \frac{T_{\omega 2} - T_0}{T_0}. \quad (11)$$

Na Eq. (11), $T_{\omega 1}$ e $T_{\omega 2}$ são as temperaturas das paredes localizadas em $\tau = -a$ e $\tau = a$, respectivamente, e T_0 é uma temperatura de referência. Usa-se $\alpha_1, \alpha_2 \in (0, 1]$ para denotar os coeficientes de acomodação do gás nessas mesmas paredes. A temperatura T_0 não é necessariamente a média entre as temperaturas $T_{\omega 1}$ e $T_{\omega 2}$, mas para que estas temperaturas não sejam negativas e o problema seja fisicamente possível, é necessário que δ_1 e δ_2 sejam maiores ou iguais a -1 (Scherer, 2005).

3. Formulação vetorial do problema

Observa-se nas Eqs. (6) a (8) que as quantidades de interesse são definidas em termos de integrais que envolvem a função $h(\tau, \mathbf{c})$. Dessa forma, ao invés de tratar-se diretamente com a Eq. (1), define-se problemas auxiliares que facilitam a resolução do problema original. Assim, define-se

$$g_1(\tau, c_x) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(c_y^2 + c_z^2)} h(\tau, c_x, c_y, c_z) dc_y dc_z \quad (12)$$

e

$$g_2(\tau, c_x) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (c_y^2 + c_z^2 - 1) e^{-(c_y^2 + c_z^2)} h(\tau, c_x, c_y, c_z) dc_y dc_z. \quad (13)$$

Multiplica-se a Eq. (1) por

$$\phi_1(c_y, c_z) = \pi^{-1} e^{-(c_y^2 + c_z^2)} \quad (14)$$

e integra-se para todo c_y, c_z . Da mesma forma, multiplica-se a Eq. (1) por

$$\phi_2(c_y, c_z) = \pi^{-1} (c_y^2 + c_z^2 - 1) e^{-(c_y^2 + c_z^2)} \quad (15)$$

e integra-se novamente para todo c_y, c_z . Fazendo $c_x = \xi$ obtém-se

$$\xi \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{G}(\tau, \xi) + \varepsilon \mathbf{G}(\tau, \xi) = \varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\xi') \mathbf{K}(\xi', \xi) \mathbf{G}(\tau, \xi') d\xi', \quad (16)$$

onde $\mathbf{G}(\tau, \xi)$ é o vetor de dimensão 2×1 com componentes $g_1(\tau, \xi)$ e $g_2(\tau, \xi)$, $\psi(\xi) = \pi^{-1/2} e^{-\xi^2}$ e as componentes do núcleo são dadas por

$$k_{11}(\xi', \xi) = 1 + 2\xi\xi' + (2/3)(\xi^2 - 1/2)(\xi'^2 - 1/2) + (4/5)\beta\xi\xi'(\xi^2 - 3/2)(\xi'^2 - 3/2) + 2\varpi [(2/3)\xi^2\xi'^2 - (1/3)(\xi^2 + \xi'^2) + 1/6], \quad (17)$$

$$k_{12}(\xi', \xi) = (2/3)(\xi^2 - 1/2) + (4/5)\beta\xi\xi'(\xi^2 - 3/2) + 2\varpi [1/6 - (1/3)\xi^2], \quad (18)$$

$$k_{21}(\xi', \xi) = (2/3)(\xi'^2 - 1/2) + (4/5)\beta\xi\xi'(\xi'^2 - 3/2) + 2\varpi [1/6 - (1/3)\xi'^2], \quad (19)$$

e

$$k_{22}(\xi', \xi) = 2/3 + (4/5)\beta\xi\xi' + (1/3)\varpi. \quad (20)$$

Para encontrar-se condições de contorno condizentes com a Eq. (16), repete-se o procedimento acima nas Eqs. (9) e (10) obtendo-se para $\xi > 0$

$$\mathbf{G}(\mp a, \pm \xi) = (1 - \alpha_j) \mathbf{G}(\mp a, \mp \xi) + 2\alpha_j \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \int_0^{\infty} \mathbf{G}(\mp a, \mp \xi') e^{-\xi'^2} \xi' d\xi' + \alpha_j \delta_j \begin{bmatrix} \xi^2 - 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

onde $j = 1, 2$. Ainda usando-se as Eqs. (12) e (13), encontra-se para as perturbações da densidade e da temperatura, em termos da solução $\mathbf{G}(\tau, \xi)$, as expressões

$$N(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\xi) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \mathbf{G}(\tau, \xi) d\xi \quad (22)$$

e

$$T(\tau) = \frac{2}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\xi) \begin{bmatrix} \xi^2 - 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{G}(\tau, \xi) d\xi, \quad (23)$$

e para o fluxo de calor

$$Q_x = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\xi) \xi \begin{bmatrix} \xi^2 - 3/2 \\ 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{G}(\tau, \xi) d\xi. \quad (24)$$

A fim de se fazer comparações dos resultados deste trabalho com outros, segue-se (Siewert, 2003) e calcula-se o fluxo de calor normalizado definido como

$$q = \frac{1}{Q_{fm}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\xi) \xi \begin{bmatrix} \xi^2 - 3/2 \\ 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{G}(\tau, \xi) d\xi, \quad (25)$$

onde Q_{fm} é o fluxo de calor adimensional em condições de moléculas livres dado por

$$Q_{fm} = \frac{\alpha_1 \alpha_2 (\delta_1 - \delta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2) \pi^{1/2}}. \quad (26)$$

4. Solução em ordenadas discretas

Primeiramente notando-se que $\psi(\xi) = \psi(-\xi)$, escreve-se o termo integral da Eq. (16) como

$$\xi \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{G}(\tau, \xi) + \varepsilon \mathbf{G}(\tau, \xi) = \varepsilon \int_0^{\infty} \psi(\xi') [\mathbf{K}(\xi', \xi) \mathbf{G}(\tau, \xi') + \mathbf{K}(-\xi', \xi) \mathbf{G}(\tau, -\xi')] d\xi'. \quad (27)$$

Introduzindo-se um esquema de quadratura para o intervalo $[0, \infty)$, pode-se discretizar a integral da Eq. (27) e escrever a equação resultante na forma

$$\xi \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{G}(\tau, \xi) + \varepsilon \mathbf{G}(\tau, \xi) = \varepsilon \sum_{k=1}^N \omega_k \psi(\xi_k) [\mathbf{K}(\xi_k, \xi) \mathbf{G}(\tau, \xi_k) + \mathbf{K}(-\xi_k, \xi) \mathbf{G}(\tau, -\xi_k)], \quad (28)$$

onde $\{\xi_k, \omega_k\}$ são os N pontos e pesos da quadratura. Fazendo-se $\xi = \pm \xi_i$ na Eq. (28), para $i = 1, \dots, N$, obtém-se o sistema de equações diferenciais ordinárias

$$\pm \xi_i \frac{d}{d\tau} \mathbf{G}(\tau, \pm \xi_i) + \varepsilon \mathbf{G}(\tau, \pm \xi_i) = \varepsilon \sum_{k=1}^N \omega_k \psi(\xi_k) [\mathbf{K}(\xi_k, \pm \xi_i) \mathbf{G}(\tau, \xi_k) + \mathbf{K}(-\xi_k, \pm \xi_i) \mathbf{G}(\tau, -\xi_k)]. \quad (29)$$

Para problemas da forma da Eq. (29) procura-se soluções da forma

$$\mathbf{G}(\tau, \xi) = \Phi(\nu, \xi) e^{-\varepsilon \tau / \nu}, \quad (30)$$

onde $\Phi(\nu, \xi)$ é o vetor de dimensão 2×1 com componentes $\Phi_1(\nu, \xi)$ e $\Phi_2(\nu, \xi)$. Assim, substituindo-se a Eq. (30) na Eq. (29) obtém-se

$$(1 \mp \xi_i / \nu) \Phi(\nu, \pm \xi_i) = \sum_{k=1}^N \omega_k \psi(\xi_k) [\mathbf{K}(\xi_k, \pm \xi_i) \Phi(\nu, \xi_k) + \mathbf{K}(-\xi_k, \pm \xi_i) \Phi(\nu, -\xi_k)]. \quad (31)$$

Fazendo $i = 1, \dots, N$ pode-se escrever matricialmente a Eq. (31) como

$$(\mathbf{I} - \mathbf{M}\nu^{-1}) \Phi_+(\nu) = \mathbf{W}(+, +) \Phi_+(\nu) + \mathbf{W}(-, +) \Phi_-(\nu) \quad (32)$$

e

$$(\mathbf{I} + \mathbf{M}\nu^{-1}) \Phi_-(\nu) = \mathbf{W}(+, -) \Phi_+(\nu) + \mathbf{W}(-, -) \Phi_-(\nu), \quad (33)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade de dimensão $2N \times 2N$, \mathbf{M} é a matriz de dimensão $2N \times 2N$ definida como

$$\mathbf{M} = \text{diag} \{ \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N \}, \quad (34)$$

$\Phi_{\pm}(\nu)$ são vetores $2N \times 1$ dados por

$$\Phi_{\pm}(\nu) = [\Phi_1(\nu, \pm \xi_1) \quad \dots \quad \Phi_1(\nu, \pm \xi_N) \quad \Phi_2(\nu, \pm \xi_1) \quad \dots \quad \Phi_2(\nu, \pm \xi_N)]^T \quad (35)$$

e

$$\mathbf{W}(\pm, \pm) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11}(\pm, \pm) & \mathbf{W}_{12}(\pm, \pm) \\ \mathbf{W}_{21}(\pm, \pm) & \mathbf{W}_{22}(\pm, \pm) \end{bmatrix}, \quad (36)$$

onde os elementos da matriz $2N \times 2N$ $\mathbf{W}(\pm, \pm)$ são submatrizes $N \times N$ definidas como

$$[\mathbf{W}_{m,n}(\pm, \pm)]_{i,j} = \omega_j \psi(\xi_j) k_{m,n}(\pm \xi_j, \pm \xi_i) \quad (37)$$

para $m, n = 1, 2$ e $i, j = 1, \dots, N$. A matriz $\mathbf{K}(\xi', \xi)$ apresenta propriedades (Scherer, 2005) que permitem escrever a matriz $\mathbf{W}(\pm, \pm)$ como

$$\mathbf{W}_+ = \mathbf{W}(+, +) = \mathbf{W}(-, -) \quad \text{e} \quad \mathbf{W}_- = \mathbf{W}(+, -) = \mathbf{W}(-, +). \quad (38)$$

Usando a Eq. (38), as Eqs. (32) e (33) podem ser reescritas como

$$(\mathbf{I} - \mathbf{M}\nu^{-1}) \Phi_+(\nu) = \mathbf{W}_+ \Phi_+(\nu) + \mathbf{W}_- \Phi_-(\nu) \quad (39)$$

e

$$(\mathbf{I} + \mathbf{M}\nu^{-1}) \Phi_{-}(\nu) = \mathbf{W}_{-}\Phi_{+}(\nu) + \mathbf{W}_{+}\Phi_{-}(\nu). \quad (40)$$

Agora, seja

$$\mathbf{U} = \Phi_{+}(\nu) + \Phi_{-}(\nu), \quad (41)$$

onde $\Phi_{+}(\nu)$ e $\Phi_{-}(\nu)$ são vetores $2N \times 1$ dados pela Eq. (35). Somando-se e subtraindo-se as Eqs. (39) e (40) e usando-se a Eq. (41) obtém-se o problema de autovalor

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \lambda\mathbf{X}, \quad (42)$$

onde \mathbf{A} é a matriz de dimensão $2N \times 2N$, \mathbf{X} é o vetor $2N \times 1$ dados, respectivamente, por

$$\mathbf{A} = (\mathbf{W}_{+} - \mathbf{W}_{-} - \mathbf{I})\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{W}_{+} + \mathbf{W}_{-} - \mathbf{I})\mathbf{M}^{-1} \quad \text{e} \quad \mathbf{X} = \mathbf{M}\mathbf{U} \quad (43)$$

e os autovalores, que neste caso são reais, são dados por $\lambda = \nu^{-2}$. A Eq. (42) gera um conjunto de $2N$ constantes de separação ν_j e $2N$ autovetores $\mathbf{X}(\nu_j)$. Usando as Eqs. (39) e (40) encontra-se as soluções elementares de dimensão $2N \times 1$

$$\Phi_{+}(\nu_j) = \frac{1}{2}\mathbf{M}^{-1} [\mathbf{I} - \nu_j(\mathbf{W}_{+} + \mathbf{W}_{-} - \mathbf{I})\mathbf{M}^{-1}] \mathbf{X}(\nu_j) \quad (44)$$

e

$$\Phi_{-}(\nu_j) = \frac{1}{2}\mathbf{M}^{-1} [\mathbf{I} + \nu_j(\mathbf{W}_{+} + \mathbf{W}_{-} - \mathbf{I})\mathbf{M}^{-1}] \mathbf{X}(\nu_j). \quad (45)$$

Determinadas as constantes de separação ν_j e as soluções elementares $\Phi_{+}(\nu_j)$ e $\Phi_{-}(\nu_j)$, pode-se então escrever a solução do problema em ordenadas discretas como

$$\mathbf{G}(\tau, \pm\xi_i) = \sum_{j=1}^{2N} \left[A_j \Phi(\nu_j, \pm\xi_i) e^{-\varepsilon(a+\tau)/\nu_j} + B_j \Phi(\nu_j, \mp\xi_i) e^{-\varepsilon(a-\tau)/\nu_j} \right]. \quad (46)$$

Ao resolver o problema de autovalor dado pela Eq. (42), encontra-se dois autovalores degenerados e, conseqüentemente, deve-se acrescentar quatro soluções exatas à Eq. (46). Assim, a solução em ordenadas discretas do problema pode ser escrita como

$$\mathbf{G}(\tau, \pm\xi_i) = \mathbf{G}^*(\tau, \pm\xi_i) + \sum_{j=1}^{2N-2} \left[A_j \Phi(\nu_j, \pm\xi_i) e^{-\varepsilon(a+\tau)/\nu_j} + B_j \Phi(\nu_j, \mp\xi_i) e^{-\varepsilon(a-\tau)/\nu_j} \right], \quad (47)$$

onde

$$\mathbf{G}^*(\tau, \xi) = A_1^* \mathbf{G}_1 + A_2^* \mathbf{G}_2(\xi) + B_1^* \mathbf{G}_3(\xi) + B_2^* \mathbf{G}_4(\tau, \xi). \quad (48)$$

Neste caso, as soluções exatas propostas são

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_2(\xi) = \begin{bmatrix} \xi^2 - 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_3(\xi) = \begin{bmatrix} \xi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

e

$$\mathbf{G}_4(\tau, \xi) = \tau \mathbf{H}(\xi) + \mathbf{F}(\xi), \quad \text{onde} \quad \mathbf{H}(\xi) = \begin{bmatrix} \xi^2 - 3/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

e $\mathbf{F}(\xi)$ é uma função a ser determinada para que se conheça a função $\mathbf{G}_4(\tau, \xi)$. Substituindo-se a Eq. (50) na Eq. (16) obtém-se

$$\mathbf{F}(\xi) = -(\xi/\varepsilon)\mathbf{H}(\xi) + \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\xi') \mathbf{K}(\xi', \xi) \mathbf{F}(\xi') d\xi'. \quad (51)$$

A função $\mathbf{F}(\xi)$ pode ser expressa como (Garcia e Siewert, 2004; Siewert, 2005)

$$\mathbf{F}(\xi) = \sum_{\alpha=0}^3 P_{\alpha}(\xi) \mathbf{F}_{\alpha}, \quad (52)$$

onde

$$P_0(\xi) = 1, \quad P_1(\xi) = \xi, \quad P_2(\xi) = \xi^2 - 1/2 \quad \text{e} \quad P_3(\xi) = \xi(\xi^2 - 3/2). \quad (53)$$

Substituindo a Eq. (52) na Eq. (51), multiplicando a equação resultante por $\psi(\xi)P_k(\xi)$, para $k = 0, 1, 2, 3$ e integrando para todo ξ , obtém-se um sistema linear com oito equações lineares e oito incógnitas, que, ao contrário do obtido no caso de misturas (Siewert, 2005), pode ser resolvido analiticamente para encontrar as componentes dos vetores \mathbf{F}_α . Resolvendo esse sistema linear, encontra-se

$$\mathbf{F}(\xi) = \frac{\xi}{\varepsilon(\beta - 1)} \begin{bmatrix} \xi^2 - 3/2 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (54)$$

Conhecidas as soluções exatas, o próximo passo é determinar-se os $4N$ coeficientes $A_1^*, A_2^*, B_1^*, B_2^*, A_j, B_j$ para $j = 1, \dots, 2N - 2$ na Eq. (47). Para isso, são necessárias as versões em ordenadas discretas das condições de contorno dadas pela Eq. (21)

$$\mathbf{G}(\mp a, \pm \xi_i) = (1 - \alpha_j)\mathbf{G}(\mp a, \mp \xi_i) + 2\alpha_j \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \sum_{k=1}^N \omega_k \xi_k \mathbf{G}(\mp a, \mp \xi_k) e^{-\xi_k^2} + \alpha_j \delta_j \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (55)$$

para $j = 1, 2$. Nota-se porém, que \mathbf{G}_1 satisfaz a parte homogênea das condições de contorno e, por isso, o coeficiente A_1^* não pode ser determinado. Apesar disso, aplica-se a Eq. (47) na Eq. (55) e obtém-se o sistema linear com $4N$ equações e $4N - 1$ incógnitas

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{2N-2} A_j \left\{ \Phi(\nu_j, \xi_i) - (1 - \alpha_1)\Phi(\nu_j, -\xi_i) - 2\alpha_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{S}_-(\nu_j) \right\} \\ & + \sum_{j=1}^{2N-2} B_j \left\{ \Phi(\nu_j, -\xi_i) - (1 - \alpha_1)\Phi(\nu_j, \xi_i) - 2\alpha_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{S}_+(\nu_j) \right\} e^{-2a\varepsilon/\nu_j} + \alpha_1 \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 1 \\ 1 \end{bmatrix} A_2^* \\ & + \left[\begin{array}{c} (2 - \alpha_1)\xi_i + (\alpha_1/2)\pi^{1/2} \\ 0 \end{array} \right] B_1^* + \left\{ \frac{(\alpha_1 - 2)\xi_i}{\varepsilon(1 - \beta)} \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 3/2 \\ 1 \end{bmatrix} - \alpha_1 a \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} B_2^* = \alpha_1 \delta_1 \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (56)$$

e

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{2N-2} A_j \left\{ \Phi(\nu_j, -\xi_i) - (1 - \alpha_2)\Phi(\nu_j, \xi_i) - 2\alpha_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{S}_+(\nu_j) \right\} e^{-2a\varepsilon/\nu_j} \\ & + \sum_{j=1}^{2N-2} B_j \left\{ \Phi(\nu_j, \xi_i) - (1 - \alpha_2)\Phi(\nu_j, -\xi_i) - 2\alpha_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{S}_-(\nu_j) \right\} + \alpha_2 \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 1 \\ 1 \end{bmatrix} A_2^* \\ & + \left[\begin{array}{c} (\alpha_2 - 2)\xi_i - (\alpha_2/2)\pi^{1/2} \\ 0 \end{array} \right] B_1^* + \left\{ \frac{(2 - \alpha_2)\xi_i}{\varepsilon(1 - \beta)} \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 3/2 \\ 1 \end{bmatrix} + \alpha_2 a \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} B_2^* = \alpha_2 \delta_2 \begin{bmatrix} \xi_i^2 - 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (57)$$

para $i = 1, \dots, N$, onde $\Phi(\nu_j, \pm \xi_i)$ são vetores 2×1 avaliados nos pontos de quadratura,

$$\mathbf{S}_-(\nu_j) = \sum_{k=1}^N \omega_k \xi_k e^{-\xi_k^2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \Phi(\nu_j, -\xi_k) \quad \text{e} \quad \mathbf{S}_+(\nu_j) = \sum_{k=1}^N \omega_k \xi_k e^{-\xi_k^2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \Phi(\nu_j, \xi_k). \quad (58)$$

Aplicando a Eq. (47) nas Eqs. (22) e (23) obtém-se para as perturbações da densidade e da temperatura

$$N(\tau) = A_1^* - B_2^* \tau + \sum_{j=1}^{2N-2} \left[A_j e^{-\varepsilon(a+\tau)/\nu_j} + B_j e^{-\varepsilon(a-\tau)/\nu_j} \right] \mathbf{V}(\nu_j) \quad (59)$$

e

$$T(\tau) = A_2^* + B_2^* \tau + \frac{2}{3} \sum_{j=1}^{2N-2} \left[A_j e^{-\varepsilon(a+\tau)/\nu_j} + B_j e^{-\varepsilon(a-\tau)/\nu_j} \right] \mathbf{Y}(\nu_j), \quad (60)$$

onde

$$\mathbf{V}(\nu_j) = \sum_{k=1}^N \omega_k \psi(\xi_k) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T [\Phi(\nu_j, \xi_k) + \Phi(\nu_j, -\xi_k)] \quad (61)$$

e

$$\mathbf{Y}(\nu_j) = \sum_{k=1}^N \omega_k \psi(\xi_k) \begin{bmatrix} \xi_k^2 - 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}^T [\Phi(\nu_j, \xi_k) + \Phi(\nu_j, -\xi_k)]. \quad (62)$$

Aplicando a Eq. (47) na Eq. (25), obtém-se para o fluxo de calor normalizado

$$q = \frac{1}{Q_{fm}} \left\{ \frac{5}{4\varepsilon(\beta - 1)} B_2^* + \sum_{j=1}^{2N-2} [A_j e^{-\varepsilon(a+\tau)/\nu_j} - B_j e^{-\varepsilon(a-\tau)/\nu_j}] \mathbf{Z}(\nu_j) \right\}, \quad (63)$$

$$\mathbf{Z}(\nu_j) = \sum_{k=1}^N \omega_k \xi_k \psi(\xi_k) \begin{bmatrix} \xi_k^2 - 3/2 \\ 1 \end{bmatrix}^T [\Phi(\nu_j, \xi_k) - \Phi(\nu_j, -\xi_k)]. \quad (64)$$

Observa-se que o problema não possui solução única pois o coeficiente A_1^* não foi determinado com as condições de contorno. Assim, para determiná-lo, segue-se (Siewert, 1999) e usa-se a condição de normalização sobre a densidade

$$\int_{-a}^a N(\tau) d\tau = 0. \quad (65)$$

Assim, aplicando a Eq. (59) na Eq. (65) encontra-se

$$A_1^* = \frac{1}{2a\varepsilon} \sum_{j=1}^{2N-2} \nu_j (e^{-2a\varepsilon/\nu_j} - 1) (A_j + B_j) \mathbf{V}(\nu_j). \quad (66)$$

Ao fazer a implementação computacional do problema, nota-se que o somatório da Eq. (63) tende a zero à medida que se aumenta a quantidade de pontos de quadratura. Assim aproxima-se a expressão para o fluxo de calor normalizado como

$$q = \frac{5}{4\varepsilon(\beta - 1)Q_{fm}} B_2^*, \quad (67)$$

embora esta equação não possa ser obtida teoricamente.

5. Implementação Computacional

Para se obter os resultados numéricos das quantidades de interesse, primeiramente deve-se definir o esquema de quadratura a ser usado na solução em ordenadas discretas. Para isso, usou-se a transformação não linear $u(\xi) = e^{-\xi}$ para mapear o intervalo $[0, \infty)$ para o intervalo $[0, 1]$ e então usa-se a quadratura de Gauss Legendre mapeada linearmente para o intervalo $[0, 1]$ pela transformação $v(u) = 2u - 1$.

Definido o esquema de quadratura, desenvolve-se a implementação em FORTRAN da solução em ordenadas discretas. Calcula-se os autovalores e autovetores da Eq. (42) e depois determina-se as constantes de separação ν_j e as soluções elementares $\Phi_{\pm}(\nu_j)$ definidas pelas Eqs. (44) e (45). Para determinar os coeficientes necessários na Eq. (47), utiliza-se o método de mínimos quadrados para resolver o sistema linear formado pelas Eqs. (56) e (57), que possui uma incógnita a menos que o número de equações. A seguir, calcula-se as quantidades de interesse desejadas.

É importante definir o valor do parâmetro ε dado pela Eq. (5), que pode ser determinado utilizando-se o livre caminho médio l baseado na viscosidade ou na condutividade térmica. Assim, utiliza-se ε_p e ε_t para denotar o parâmetro ε associado, respectivamente, à viscosidade ou à condutividade térmica. Seguindo (Scherer, 2005), para o modelo BGK tem-se $\varepsilon_p = \varepsilon_t = 1$, para o modelo S encontra-se $\varepsilon_p = 1$ e $\varepsilon_t = 3/2$, e para o modelo Gross-Jackson usa-se $\varepsilon_p = 3/2$ e $\varepsilon_t = 9/4$.

6. Resultados Numéricos

Devido a não existência de resultados numéricos na literatura para o problema com os modelos S e Gross-Jackson não foi possível verificar os resultados obtidos nestes casos. Por isso, buscou-se outros aspectos para dar confiabilidade aos novos resultados. Entre estes aspectos, nota-se que aumentando o número de pontos de quadratura no método ADO

obtem-se convergência nos resultados encontrados. Além disso, para os casos onde já existem resultados numéricos na literatura, os valores encontrados com o modelo BGK se mostram corretos em todos os dígitos apresentados. E ainda, o fato de se ter utilizado um único programa para os três modelos cinéticos, que diferem apenas nos valores dos parâmetros β e ϖ , aumenta a confiabilidade dos resultados apresentados.

Ainda, a fim de se comparar os resultados obtidos com os já existentes em outros trabalhos, a Tab. (1) apresenta a perturbação de temperatura para o problema de transferência de calor. Resultados para o fluxo de calor normalizado com diferentes valores de a , α e δ encontram-se na Tab. (2). Analisando a Tab. (1), observa-se de um modo geral que existe concordância de 1 a 2 dígitos entre os modelos cinéticos BGK, S e Gross-Jackson. Além disso, utilizando-se o livre caminho médio baseado na condutividade térmica (ε_t) os resultados dos modelos cinéticos estão mais próximos um do outro do que com o livre caminho médio baseado na viscosidade (ε_p). Analisando a Tab. (2), observa-se novamente 1 a 2 dígitos de concordância entre os modelos cinéticos e nota-se que em canais com paredes com mesmos coeficientes de acomodação, mesmas temperaturas mas de diferentes larguras, o fluxo de calor normalizado cresce à medida que a largura do canal diminui. Ainda, em todos os casos foram encontrados 7 algarismos significativos utilizando-se 30 pontos de quadratura no método ADO.

Nas Figs. (1) a (3), procura-se analisar o efeito, separadamente, da largura do canal, do tipo de superfície ou dos valores da temperatura do canal. Na Fig. (1), os valores de $\alpha = 0.20$, $\alpha = 0.67$ e $\alpha = 0.95$ representam os casos dos gases Hélio, Argônio e Xenônio, respectivamente, em contato com paredes de Molibdênio. Na Fig. (2) está o resultado da perturbação de temperatura em canais com diferentes larguras e a Fig. (3) representa canais onde se aplica variação na temperatura em apenas uma das paredes.

Ainda é importante salientar que todas as figuras foram geradas usando o modelo Gross-Jackson com $\varepsilon = \varepsilon_t$. Ainda, "espessura" é a variável espacial adimensionalizada pela largura do canal, isto é, τ/a .

Para finalizar, o tempo de execução do programa é de menos de um segundo em um Pentium VI com 2.66 GHz, o que demonstra a eficiência do método ADO.

Tabela 1: Perturbação de Temperatura $T(\tau)$ com $2a = 1.0$, $\alpha_1 = 0.7$, $\alpha_2 = 0.3$, $\delta_1 = 1.0$, $\delta_2 = -1.0$

τ	BGK	S ($\varepsilon = \varepsilon_p$)	S ($\varepsilon = \varepsilon_t$)	GJ ($\varepsilon = \varepsilon_p$)	GJ ($\varepsilon = \varepsilon_t$)
-0.5	6.268344(-1)	6.135068(-1)	6.357638(-1)	6.231024(-1)	6.438693(-1)
-0.4	5.738182(-1)	5.657401(-1)	5.756469(-1)	5.679494(-1)	5.756599(-1)
-0.3	5.349798(-1)	5.326576(-1)	5.349320(-1)	5.327610(-1)	5.334633(-1)
-0.2	4.996685(-1)	5.032282(-1)	4.988379(-1)	5.023141(-1)	4.971143(-1)
-0.1	4.658477(-1)	4.753425(-1)	4.646728(-1)	4.738430(-1)	4.631650(-1)
0.0	4.324811(-1)	4.479273(-1)	4.311029(-1)	4.459782(-1)	4.299627(-1)
0.1	3.987807(-1)	4.201663(-1)	3.971273(-1)	4.176922(-1)	3.962888(-1)
0.2	3.638978(-1)	3.911806(-1)	3.616651(-1)	3.878747(-1)	3.608223(-1)
0.3	3.265686(-1)	3.596612(-1)	3.230786(-1)	3.548427(-1)	3.215183(-1)
0.4	2.841106(-1)	3.228298(-1)	2.777998(-1)	3.149248(-1)	2.737742(-1)
0.5	2.218489(-1)	2.654875(-1)	2.053238(-1)	2.469719(-1)	1.894219(-1)

Tabela 2: Fluxo de calor normalizado q com $\varepsilon = \varepsilon_t$

$2a$	α_1	α_2	δ_1	δ_2	BGK	S	GJ
2.00	0.7	0.3	1.0	8.0	7.722926(-1)	7.677320(-1)	7.640570(-1)
1.00	0.7	0.3	1.0	8.0	8.622379(-1)	8.556544(-1)	8.492411(-1)
0.50	0.7	0.3	1.0	8.0	9.208396(-1)	9.143201(-1)	9.070751(-1)
0.20	0.7	0.3	1.0	8.0	9.642502(-1)	9.597169(-1)	9.540464(-1)
0.10	0.7	0.3	1.0	8.0	9.810851(-1)	9.781734(-1)	9.743014(-1)
0.01	0.7	0.3	1.0	8.0	9.979661(-1)	9.975623(-1)	9.969712(-1)
2.00	0.1	0.9	2.0	5.0	9.008353(-1)	8.985379(-1)	8.966734(-1)
1.00	0.1	0.9	2.0	5.0	9.435911(-1)	9.406100(-1)	9.376895(-1)
0.50	0.1	0.9	2.0	5.0	9.687938(-1)	9.660347(-1)	9.629470(-1)
0.20	0.1	0.9	2.0	5.0	9.862970(-1)	9.844793(-1)	9.821893(-1)
0.10	0.1	0.9	2.0	5.0	9.928340(-1)	9.916953(-1)	9.901712(-1)
0.01	0.1	0.9	2.0	5.0	9.992407(-1)	9.990886(-1)	9.988653(-1)

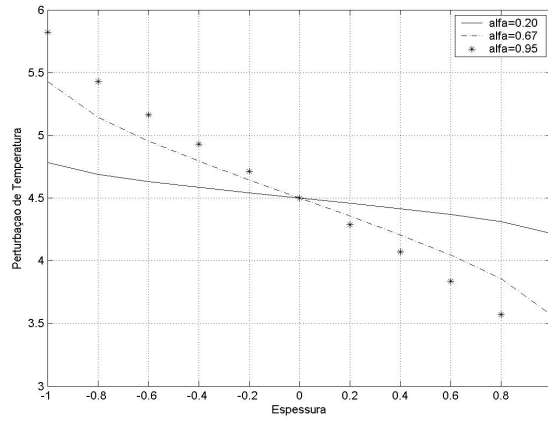


Figura 1: Perturbação de Temperatura $T(\tau)$ com $2a = 0.5$, $\delta_1 = 8.0$, $\delta_2 = 1.0$ e $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$

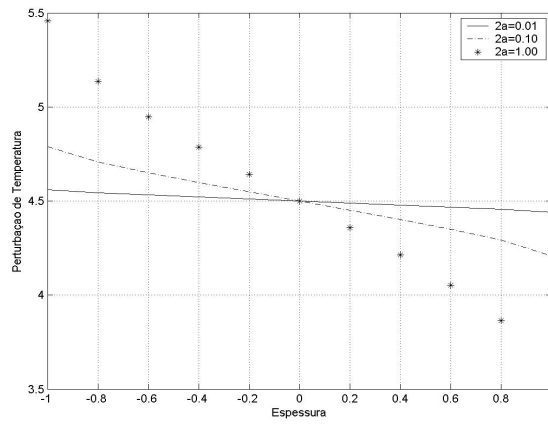


Figura 2: Perturbação de Temperatura $T(\tau)$ com $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.5$, $\delta_1 = 8.0$, $\delta_2 = 1.0$ e diferentes larguras de canal

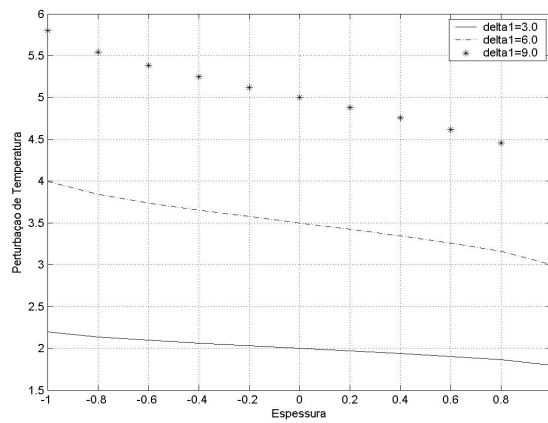


Figura 3: Perturbação de Temperatura $T(\tau)$ com $2a = 0.5$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.5$, $\delta_2 = 1.0$, e diferentes temperaturas δ_1

7. Referências

- Barichello, L. B., Bartz, A. C. R., Camargo, M., and Siewert, C. E., 2002, The temperature-jump problem for a variable collision frequency model, “Physics of Fluids”, Vol. 14, pp. 383–391.
- Barichello, L. B., Camargo, M., Rodrigues, P., and Siewert, C. E., 2001, Unified solutions to classical flow problems based on the BGK model, “Z. Angew. Math. Phys.”, Vol. 52, pp. 517–534.
- Barichello, L. B. and Siewert, C. E., 1999, A discrete-ordinates solution for a non-grey model with complete frequency redistribution, “Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer”, Vol. 62, pp. 665–675.
- Barichello, L. B. and Siewert, C. E., 2000, The temperature-jump problem in rarefied-gas dynamics., “European Journal of Applied Mathematics”, Vol. 11, pp. 353–364.
- Bhatnagar, P. L., Gross, E. P., and Krook, M., 1954, A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, “Phys. Rev.”, Vol. 94, pp. 511–525.
- Cabrera, L. C. and Barichello, L. B., 2006, Unified solutions to some classical problems in rarefied gas dynamics based on the S-model equations, “Z. Angew. Math. Phys.”, Vol. 57, pp. 285–312.
- Camargo, M. and Barichello, L. B., 2004, Unified approach for variable collision frequency models in rarefied gas dynamics, “Transp. Theory and Statistical Physics”, Vol. 33, pp. 227–260.
- Cercignani, C., 1988, “The Boltzmann Equation and its Applications”, Ed. Springer Verlag, New York, USA.
- Garcia, R. D. M. and Siewert, C. E., 2004, The McCormack model for gas mixtures: heat transfer in a plane channel, “Physics of Fluids”, Vol. 16, pp. 3393–3402.
- Gross, E. P. and Jackson, E. A., 1959, Kinetic models and the linearized Boltzmann equation, “The Physics of Fluids”, Vol. 2, pp. 432–441.
- Scherer, C. S., 2005, “Modelos Cinéticos da Equação Linearizada de Boltzmann e um Problema de Transferência de Calor em Microescala”, PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brazil.
- Shakov, E. M., 1968, Generalization of the Krook kinetic relaxation equation, “Fluid Dynamics”, Vol. 3, pp. 142–145.
- Siewert, C. E., 1999, A discrete-ordinates solution for heat transfer in a plane channel, “Journal of Computational Physics”, Vol. 152, pp. 251–263.
- Siewert, C. E., 2002, Poiseuille, Thermal Creep and Couette flow: results based on the CES model of the linearized Boltzmann equation, “European Journal of Mechanics B/Fluids”, Vol. 23, pp. 579–597.
- Siewert, C. E., 2003, Heat transfer and evaporation/condensation problems based on the linearized Boltzmann equation, “European Journal of Mechanics B/Fluids”, Vol. 22, pp. 391–408.
- Siewert, C. E., 2005, The McCormack model for gas mixtures: the temperature-jump problem, “Z. Angew. Math. Phys.”, Vol. 56, pp. 273–292.
- Williams, M. M. R., 2001, A review of the rarefied gas dynamics theory associated with some classical problems in flow and heat transfer, “Z. Angew. Math. Phys.”, Vol. 52, pp. 500–516.

A HEAT TRANSFER PROBLEM IN RAREFIED GAS DYNAMICS

Caio Sarmiento Scherer

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - UFRGS - Rua Sarmiento Leite, 425 - Porto Alegre, RS, 90050-170.
cscherer@mecanica.ufrgs.br

Liliane Basso Barichello

Instituto de Matemática - UFRGS - Av. Bento Gonçalves, 9500 - Porto Alegre, RS, 91509-900.
lbaric@mat.ufrgs.br

Abstract. *In this work, we consider a problem concerning heat transfer in a rarefied gas confined in a microchannel defined by two parallel plates at which arbitrary and unequal temperature and accommodation are allowed. In particular the temperature and density perturbations and the heat flux as well are obtained by a discrete-ordinates solution developed for a kinetic model, the Gross-Jackson model, of the linearized Boltzmann equation. Numerical results are presented for a wide range of the Knudsen number.*

Keywords *Heat transfer, Gross-Jackson, Linearized Boltzmann equation, Discrete-ordinates, Kinetics models*

AVALIAÇÃO TEÓRICO/EXPERIMENTAL DE UMA BANCADA DE MEDIÇÃO DE EFICIÊNCIA TÉRMICA DE ISOLAMENTO DE COBERTURA DE EDIFICAÇÕES

Saulo Güths

Universidade Federal de Santa Catarina
Dpto Engenharia Mecânica CEP 88040-900 Florianópolis / SC
saulo@lmpt.ufsc.br

Caren Michels

Universidade Federal de Santa Catarina
Dpto de Pós Graduação em Engenharia Civil CEP 88040-900 Florianópolis / SC
carenmichels@yahoo.com

Roberto Lamberts

Universidade Federal de Santa Catarina
Dpto de Pós Graduação em Engenharia Civil CEP 88040-900 Florianópolis / SC
lamberts@labeec.ufsc.br

Resumo. Em um país tropical com forte insolação como o Brasil, o maior ganho térmico em edificações horizontais é inegavelmente pela cobertura. Conhecendo essa característica, tem-se aumentado o emprego de isolamento térmico em coberturas, apresentando diferentes características no que se refere a espessura, tipo de material isolante e superfície reflexiva. Contudo existe uma deficiência quanto a métodos experimentais de avaliação da eficiência energética dessas mantas. Muitos fabricantes apresentam apenas a condutividade térmica, ou uma informação lacônica sobre o percentual de redução do calor radiante. Não existe até o momento uma normalização no que se refere a efetiva redução do calor devido ao emprego dessas mantas. Esse trabalho vem apresentar uma bancada compacta para determinação da eficiência de mantas isolantes baseado no uso de transdutores de fluxo de calor. Será ainda apresentado dois modelos utilizando resistências térmicas levando a uma correlação simples mas de grande utilidade. Explorando algebricamente essas correlações pode-se verificar a sensibilidade da eficiência em relação às diversas variáveis envolvidas. Serão ainda apresentados resultados de ensaios para diferentes tipos de mantas isolantes e comparados com o modelo teórico.

Palavras chave: isolamento térmico, manta isolante, fluxo de calor

1. Introdução

O uso de mantas isolantes reflexivas vem se popularizando no Brasil como forma de reduzir os ganhos térmicos pela cobertura. Como argumento secundário tem-se a proteção contra vazamentos e infiltrações do telhado. As informações sobre o rendimento térmico são pouco claras, e em certas situações, até tendenciosas. Muitos fabricantes informam apenas a redução de calor radiante, baseados em cálculos das emissividades tabeladas para o material reflexivo (considerando alumínio polido). Baseado apenas nessa informação a redução é alta, beirando a 90 %.

Entretanto para o consumidor o que importa é a redução da carga térmica total que houve com a aplicação da manta. Essa redução pode ser determinada analiticamente conhecendo as propriedades termofísicas da cobertura e da manta. Para a cobertura (telha, forro, laje, camada de ar...) já existem dados confiáveis na literatura (Touloukian et al, 1970, e Incropera e De Witt, 1985). Já para a manta faz-se necessário medições específicas, especialmente para as propriedades radiantes, pois cada fabricante utiliza películas com características distintas (alumínio laminado, alumínio metalizado, com película plástica, etc.). Essas medições podem representar um custo relativamente elevado, e o resultado final ainda irá incorporar as incertezas das propriedades termofísicas e do próprio modelo analítico empregado.

Os métodos experimentais vêm, então, preencher essa lacuna. Normalmente são construídos protótipos de edificações, e a eficiência do isolamento é extraída pela diferença de temperatura entre um módulo padrão e um módulo de teste (Desjarlais, 2004). Outro método, apresentado por Armelin e Cherry (2004), consiste na determinação do fluxo de calor medindo a diferença de temperatura em um forro cartonado. O telhado é aquecido por um conjunto de lâmpadas incandescentes.

Esse trabalho vem apresentar uma bancada experimental compacta para determinação da redução do ganho de calor proporcionado pela aplicação de uma manta isolante. O aquecimento do telhado é realizado por uma resistência aquecedora planar e o fluxo de calor é medido por um novo transdutor que apresenta grande sensibilidade de medição. É igualmente realizada uma análise teórica do sistema, avaliando a influência de alguns parâmetros no resultado final.

2. Modelos analíticos

A cobertura de uma edificação pode apresentar inúmeras variações construtivas e sempre está sujeita a um complexo regime térmico. Ela pode ainda ser porosa, absorvendo água durante o período de chuvas ou de condensação noturna e liberando durante o período de insolação (Bueno, 1994). Nesse trabalho procurou-se simplificar o problema, apresentando dois modelos unidimensionais, em regime permanente e sem evaporação

2.1. Modelo 1: ΔT constante

Esse modelo considera que a telha e a laje (ou forro) da edificação encontram-se a temperatura constante e uniforme, sendo o calor transmitido por convecção e radiação. As trocas radiantes estão incorporadas nas resistências térmicas das camadas de ar. A Figura 1 mostra o modelo térmico sem a manta (a) e com a manta isolante (b).

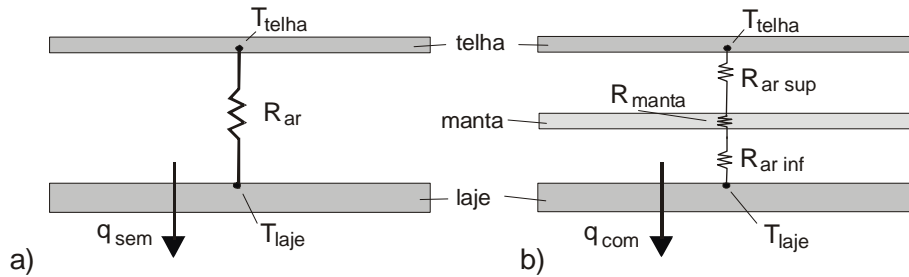


Figura 1 - Modelo térmico 1: a) sem a manta isolante, e b) com a manta isolante

A eficiência (η) de uma manta isolante pode ser considerada como sendo o percentual de energia bloqueada com a aplicação da mesma:

$$\eta = \left(1 - \frac{q_{com}}{q_{sem}} \right) \times 100 \quad (1)$$

reduzindo a:

$$\eta_{\Delta T} = \frac{R_{ar}}{R_{ar\,sup} + R_{manta} + R_{ar\,inf}} \quad (2)$$

onde $\eta_{\Delta T}$ é a eficiência para o modelo 1 (diferença de temperatura constante).

2.2. Modelo 2: Potência constante

O segundo modelo considera que uma potência constante (q_{rad}) é absorvida pelo telhado, fruto da irradiação solar. Parte é transmitida para o interior da edificação, e parte é perdida por convecção para ambiente externo. A parcela transmitida é conduzida por convecção e radiação em direção à laje (ou forro), sendo então dissipada por convecção para o interior da edificação. Esse modelo aproxima-se mais da condição real, dado que a instalação de uma manta isolante causa um aumento da temperatura da telha. A Figura 2 mostra o modelo térmico sem a manta (a) e com a manta isolante (b).

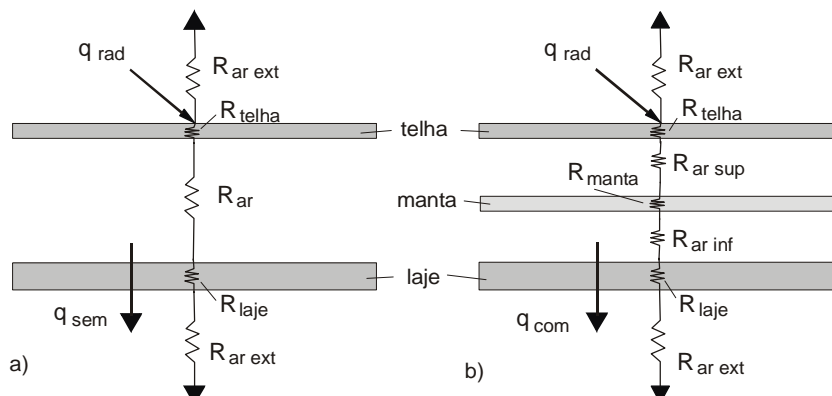


Figura 2 - Modelo térmico a potência constante: a) sem a manta isolante, e b) com a manta isolante

Solucionando o sistema de equações em função T_{telha} , chega-se ao fluxo de calor que penetra a edificação antes da instalação da manta (q_{sem}):

$$q_{sem} = \frac{R_{ar\ ext} \cdot q_{rad} + T_{ext} - T_{int}}{R_{ar\ ext} + R_{telha} + R_{ar} + R_{laje} + R_{ar\ int}} \quad (3)$$

e através da mesma metodologia chega-se ao fluxo que penetra a edificação após a instalação da manta (q_{com}):

$$q_{com} = \frac{R_{ar\ ext} \cdot q_{rad} + T_{ext} - T_{int}}{R_{ar\ ext} + R_{telha} + R_{ar\ sup} + R_{manta} + R_{ar\ inf} + R_{laje} + R_{ar\ int}} \quad (4)$$

Aplicando a Equação 1, chega-se à eficiência teórica do modelo 2 (η_{Pot}), considerando potência de irradiação constante.

$$\eta_{Pot} = \frac{R_{ar\ ext} + R_{telha} + R_{ar} + R_{laje} + R_{ar\ int}}{R_{ar\ ext} + R_{telha} + R_{ar\ sup} + R_{manta} + R_{ar\ inf} + R_{laje} + R_{ar\ int}} \quad (6)$$

Nota-se que a eficiência não depende da radiação solar e tampouco das temperaturas interna e externa. Trata-se de uma relação simples, onde somente as resistências térmicas dos elementos construtivos e das camadas de ar encontram-se presentes. Cabe ressaltar que nos modelos apresentados a troca radiante está linearizada, incorporada à resistência térmica convectiva.

O corpo de texto que contém o título, os nomes dos autores e afiliações, o resumo e as palavras chave tem uma barra à esquerda com linha de espessura de 2.5 pontos. A barra está recuada 0.1 cm em relação ao texto.

3. Dispositivo experimental

O dispositivo experimental é fundamentado na informação do fluxo de calor que atravessa o sistema. O fluxo é medido por um novo tipo de transdutor (Güths et al, 1995), chamado "a gradiente tangencial", com dimensões de 100 x 100 mm. Além da grande sensibilidade (20 $\mu\text{V}/(\text{W}/\text{m}^2)$), esse sensor apresenta como principal característica a espessura reduzida ($\approx 300 \mu\text{m}$), permitindo assim medições com baixa perturbação. O aparato procura reproduzir as características de um telhado convencional, no que se refere às resistências térmicas.

A resistência aquecedora simula o aquecimento por radiação solar e a "camada isolante 1" a resistência térmica da telha. Já a "camada isolante 2" reproduz a resistência térmica de uma laje convencional somada à resistência térmica do ar no interior da edificação. O dispositivo apresenta uma área útil de 0.6 x 0.6 m^2 e espessura variável, dependendo do isolamento lateral. Como padrão tem-se utilizado 40 mm ou 20 + 20 mm quando a manta é instalada. O transdutor de fluxo de calor é colado na região central da chapa metálica. Um termopar tipo T, em modo diferencial, monitora a diferença de temperatura entre as faces.

A resistência aquecedora apresenta uma potência máxima de 2500 W a 220 V, mas pode ser controlada através de dispositivo variador de tensão (varivolt) ou de um sistema PID. A temperatura inferior é mantida igual à temperatura ambiente através de convecção forçada induzida por 6 ventiladores axiais (diâmetro = 120 mm). As trocas térmicas na face superior da resistência aquecedora (simulando o ar externo) é por convecção natural, em ambiente com temperatura controlada ($22 \pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$).

Todas as superfícies, incluindo o transdutor, são pintadas com tinta preta fosca ($\epsilon \approx 0.95$). A tensão gerada pelo transdutor de fluxo de calor e pelo termopar é medida por um microvoltímetro marca AGILENT, modelo 34401A, com resolução de 0.1 μV . A Figura 4 mostra um vista aberta do dispositivo experimental.

Os ensaios visam reproduzir os dois modelos apresentados na seção anterior: i) ΔT constante e ii) potência constante. Para o ensaio a temperatura constante a resistência aquecedora é controlada por um dispositivo PID tendo como sinal de entrada o termopar diferencial. Após a obtenção do regime permanente é registrado o fluxo de calor indicado pelo transdutor (q_{sem}). A manta é inserida, e sob mesma diferença de temperatura, é registrado o novo valor do fluxo de calor (q_{com}).

A eficiência (η) é calculada através da relação apresentada na Equação 1. Sabendo-se que o transdutor de fluxo de calor responde de forma linear, tem-se:

$$\eta = \left(1 - \frac{V_{com}}{V_{sem}} \right) \times 100 \quad (7)$$

Onde V_{sem} é a tensão gerada pelo transdutor de fluxo de calor antes da colocação da manta, e V_{com} é tensão registrada após a aplicação da manta. Para o ensaio a potência constante o procedimento é idêntico, mas mantendo a potência dissipada na resistência aquecedora constante. Essa potência pode ser ajustada por um variador de voltagem (varivolt).

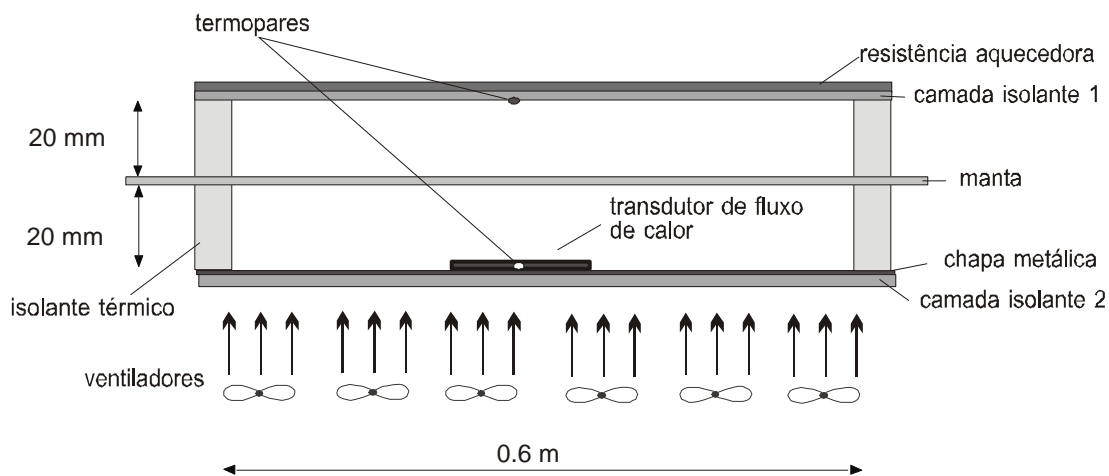


Figura 3 - Esquema do dispositivo experimental

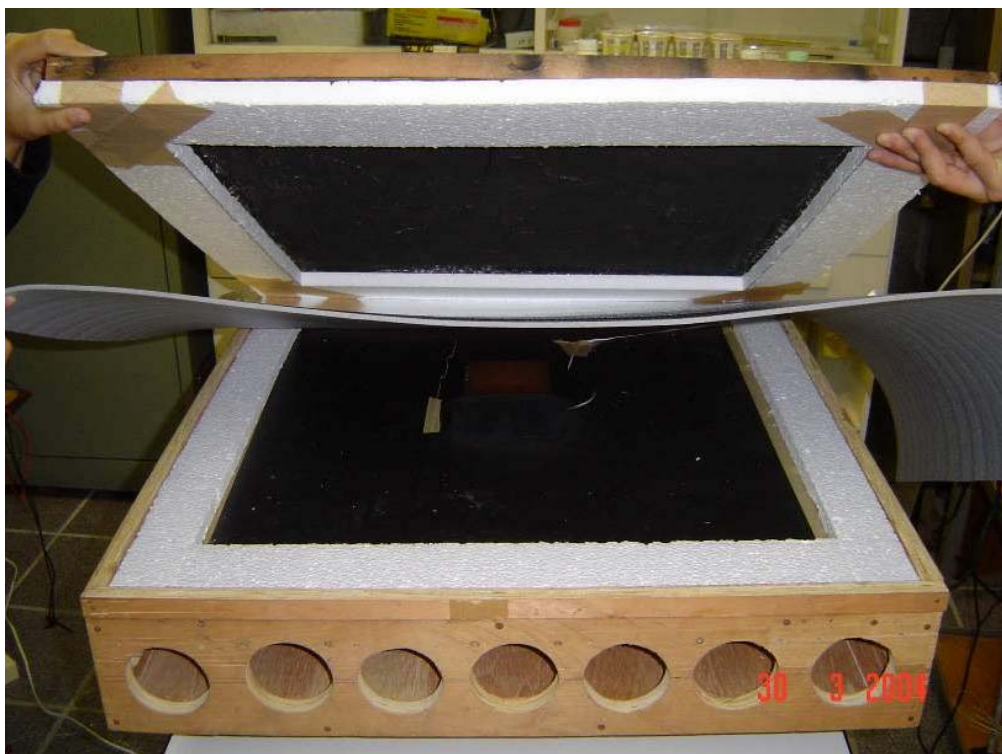


Figura 4 - Vista aberta do dispositivo experimental

Nota-se que o resultado independe da constante de calibração do transdutor. Trata-se de uma característica importante, pois significa que os erros estão associados somente à qualidade do equipamento de leitura. O tempo necessário para obtenção do regime permanente ficou em torno de 15 minutos, o que pode ser considerado um tempo bastante breve para esse tipo de teste. Essa característica foi obtida com o artifício de substituir a telha, laje e ar interno por materiais com resistências térmicas equivalentes, porém com inércias térmicas inferiores.

4. Comparação teórico experimental

A Tabela 1 mostra os resultados de ensaios para algumas configurações de barreira térmica com base no modelo 1 (diferença de temperatura constante). A eficiência (η_{AT}) foi determinada de forma experimental, através da Equação 7, e também analiticamente, através da Equação 2. O caso 1, considerado padrão, é a bancada vazia, somente com o ar interno (espessura da camada de ar = 40 mm). No caso 2 foi inserido um filme de alumínio pintado de preto fosco nos dois lados, com emissividade estimada em 0.95. Já o caso 3 é um filme de alumínio polido (filme de embalagem de alimento), com emissividade estimada em 0.05. O caso 4 é referente a uma manta de polietileno expandido (espessura = 4 mm, condutividade térmica = 0.040 W/mK), sem nenhuma cobertura reflexiva, com emissividade estimada em 0.95. A bancada encontra-se na posição horizontal, correspondendo a Nusselt = 1 (condução pura) (Bejan, 1990). Para as trocas radiantes foi considerado o modelo de placas planas paralelas infinitas, dado a grande relação de aspecto do dispositivo. Os valores da resistência térmica equivalentes encontram-se compiladas na Tabela 2.

Tabela 1 - Resultados teóricos e experimentais para o modelo 1 (diferença de temperatura constante)

Configuração		Resultados Experimentais			Resultados Teóricos
		Fluxo de Calor (W/m ²)	Diferença de Temperatura (K)	Eficiência (η_{AT}) experim.	Eficiência (η_{AT}) teórica
1	caso padrão (sem manta)	250.0	35.0	-	-
2	filme alumínio negro	141.7	35.0	43 %	45 %
3	filme alumínio polido	25.3	35.0	90 %	89 %
4	manta polietileno expandido, esp.= 4 mm (não aluminizada)	114.4	35.0	54 %	60 %

Tabela 2 - Resistências térmicas utilizadas na análise teórica do modelo 1

Configuração		Resistência Térmica (m ² K/W)			
		R_{ar}	$R_{ar\ sup}$	R_{manta}	$R_{ar\ inf}$
1	caso padrão: sem manta	0.14	-	0	-
2	alumínio negro	-	0.12	0	0.14
3	alumínio polido	-	0.65	0	0.67
4	manta polietileno não aluminizada	-	0.12	0.10	0.14

Pode-se verificar a boa concordância entre os valores teóricos e experimentais para os casos avaliados, mostrando o bom desempenho do dispositivo, em particular do transdutor de fluxo de calor. Nota-se que o emprego de um filme reflexivo reduz enormemente o fluxo de calor, pois nessa configuração (câmara horizontal, sem troca de ar) a radiação é o fenômeno preponderante, respondendo por 92 % do calor trocado.

O segundo modelo considera que uma potência constante (q_{rad}) é absorvida pelo telhado, fruto da irradiação solar. A resistência aquecedora simula o aquecimento por radiação solar, nesse caso mantido constante para todos os ensaios. A Tabela 3 mostra os resultados obtidos, comparando com os resultados teóricos, e a Tabela 4 os valores das resistências térmicas empregadas na análise teórica.

Tabela 3 - Resultados experimentais e teóricos para o modelo 2 (potência constante)

Configuração		Resultados Experimentais			Resultados Teóricos
		Fluxo de Calor (W/m ²)	Diferença de Temperatura (K)	Eficiência (η_{Pot}) experim.	Eficiência (η_{Pot}) teórica
1	caso padrão (sem manta)	94.6	12.3	-	-
2	filme alumínio negro	81.1	17.1	14 %	22 %
3	filme alumínio polido	26.2	27.2	72 %	74 %
4	manta polietileno expandido, esp.= 4 mm (não alumin.)	76.8	17.8	19 %	34 %

Nessa configuração os resultados teóricos diferem ligeiramente dos valores obtidos experimentalmente, mas mantêm a mesma tendência (maior eficiência para o filme polido, e menor para filme negro). Observa-se, contudo, uma clara redução dos valores da eficiência para todos os casos analisados. Trata-se do efeito de aumento de temperatura causado pelo isolamento do telhado. A medição da eficiência de mantas tende a ser mais simples quando avaliado a ΔT constante, mas fornece valores de eficiência superestimados.

Tabela 4 - Resistências térmicas utilizadas na análise teórica do modelo 2

Configuração		Resistência Térmica (m^2K/W)							
		$R_{ar\ ext}$	R_{telha}	R_{ar}	$R_{ar\ inf}$	$R_{ar\ sup}$	R_{manta}	R_{laje}	$R_{ar\ int}$
1	caso padrão (sem manta)	0.04	0.01	0.14	-	-	0	0.06	0.16
2	alumínio negro	0.04	0.01	-	0.13	0.12	0	0.06	0.16
3	alumínio polido	0.04	0.01	-	0.67	0.65	0	0.06	0.16
4	manta polietileno não aluminizada	0.04	0.01	-	0.13	0.12	0.10	0.06	0.16

5. Análise de caso

A Tabela 5 mostra a eficiência de alguns tipos de manta determinada experimentalmente através do método ΔT constante. A manta de polietileno expandido (com espessura = 2 mm) aluminizada nas duas faces apresentou uma eficiência de apenas 64 %. Trata-se de um valor bastante inferior ao esperado. Em uma simulação dessa manta, com emissividade igual a 0.05, a eficiência (teórica) alcançou 90 %. A eficiência de 64 % só é atingida quando a emissividade da manta é considerada igual a **0.65**. Esse tipo de manta apresenta uma camada de polietileno sobre a película metálica, sendo a possível causa dessa redução da emissividade.

O mesmo fenômeno pode ser observado em um ensaio de caixas Tetrapak® (embalagens de leite longa vida) abertas e unidas formando uma manta (Pagani, 2001). Nota-se que a retirada do filme de polietileno que recobre a película de alumínio aumentou significativamente a eficiência da manta. Nos ensaios apresentados a manta foi posicionada com a face reflexiva voltada para baixo. Contudo ensaios demonstraram que a eficiência aumenta apenas 3 % quando a face reflexiva é posicionada para cima, não compensando, dessa forma, o risco de diminuição de eficiência devido a deposição de poeira.

Tabela 5 - Resultados experimentais a diferença de temperatura constante (modelo 1)

Configuração		Resultados Experimentais		
		Fluxo de Calor (W/m^2)	Diferença de Temperatura (K)	Eficiência ($\eta_{\Delta T}$) experimental
1	caso padrão (sem manta)	95.2	20.0	-
2	Alumínio de cozinha	10.2	20.0	88 %
3	Alumínio negro	43.9	20.0	50 %
4	manta polietileno expandido, esp.= 2mm aluminizada dupla face	34.1	20.0	64 %
5	embalagem Tetrapak® (com filme polietileno)	25.8	20.0	73 %
6	embalagem Tetrapak® (sem filme polietileno)	14.6	20.0	85 %

A Tabela 6 mostra o ensaio do alumínio de cozinha, da embalagem Tetrapak® e da manta de polietileno expandido dupla face, mas realizado a potência constante (modelo 2). Novamente nesse método a eficiência é reduzida, fruto do aumento da diferença de temperatura. O ensaio produziu a eficiência de 36 % para a manta de polietileno dupla face, com emissividade igual a 0.65.

Tabela 6 - Resultados experimentais a potência constante (modelo 2)

Configuração		Resultados Experimentais		
		Fluxo de Calor (W/m ²)	Diferença de Temperatura (K)	Eficiência (η_{Pot}) experimental
1	caso padrão (sem manta)	58	9.0	-
2	Alumínio de cozinha	12	20.2	80 %
3	Alumínio negro	47	14.0	19 %
4	embalagem Tetrapak [®] (com filme polietileno)	30.6	15.6	47 %
5	manta polietileno expandido, esp.= 2mm aluminizada dupla face	36.4	12.7	36 %

6. Avaliação de parâmetros

O modelo a potência constante (modelo 2) reproduz de maneira mais realista as condições de uso da manta, ou seja, em um telhado exposto às condições atmosféricas. O coeficiente de troca por convecção externo é uma propriedade que pode apresentar grande variação, dependendo da velocidade do ar. A Figura 5 mostra a variação da eficiência e a comparação entre os resultados teóricos e experimentais de uma manta com dupla face reflexiva, emissividade igual a 0.05 e espessura = 0.2 mm, em função do coeficiente de transferência de calor externo (h_{ext}) e também do coeficiente de transferência de calor interno (h_{int}).

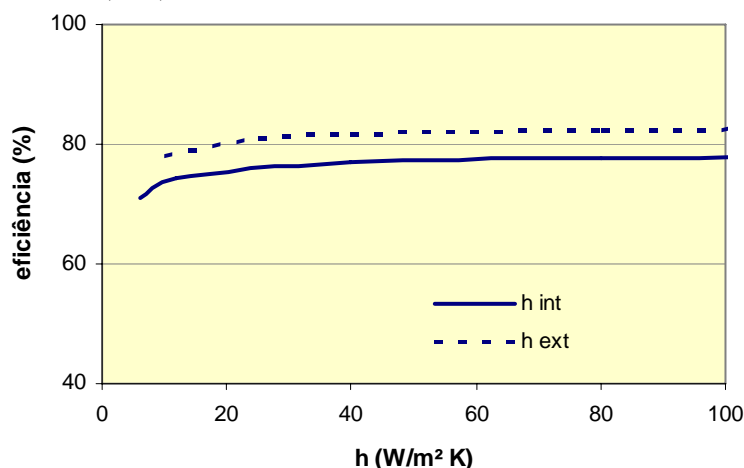


Figura 5 - Eficiência de uma manta dupla face (emissividade = 0.05) em função do coeficiente de troca de calor por convecção interno (h_{int}) e externo (h_{ext}) para o modelo 2 (potência constante)

Nota-se que a eficiência é ligeiramente afetada pelos coeficientes de troca de calor externo e interno da edificação. Segundo a Norma Técnica - Desempenho térmico de edificações, o coeficiente de troca externo é considerado igual a 25 W/m²K, e o coeficiente de troca interno é igual a 6 W/m²K, mas variações são admitidas.

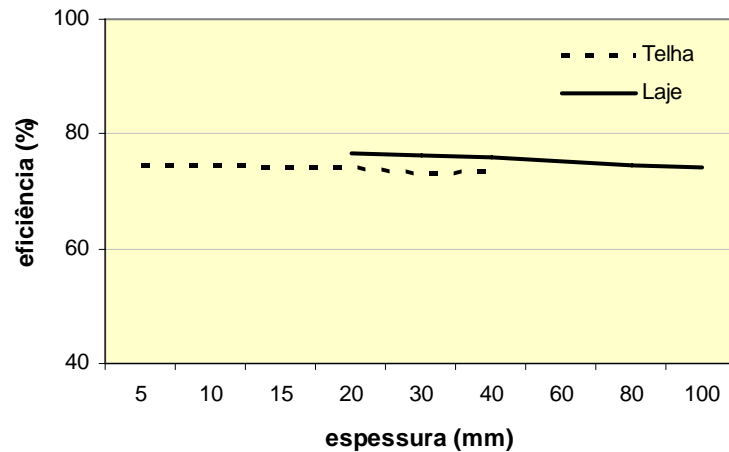


Figura 6 - Eficiência de uma manta dupla face em função da espessura da laje e da telha para o modelo 2 (potência constante)

Nas simulações apresentadas nessa seção a telha e a laje foram consideradas com condutividade térmica igual a 1.5 W/mK e espessuras iguais a 20 mm e 100 mm respectivamente e a emissividade das superfícies igual a 0.95. Foi ainda avaliado a influência da espessura da telha e da laje (condutividade térmica = 1.5 W/mK), conforme mostrado na Figura 6.

Percebe-se uma fraca dependência da eficiência com as espessuras, significando que o resultado obtido na bancada experimental pelo modelo a potência constante é representativo mesmo para coberturas com diferentes configurações. Já a Figura 7 mostra a variação da eficiência em função da espessura da manta, para 4 tipos de acabamento superficial: aluminizado dupla face com emissividade igual a 0.05, aluminizado dupla face com emissividade igual a 0.65, simples face ($\epsilon=0.65$ e 0.95) e manta não aluminizada ($\epsilon=0.95$).

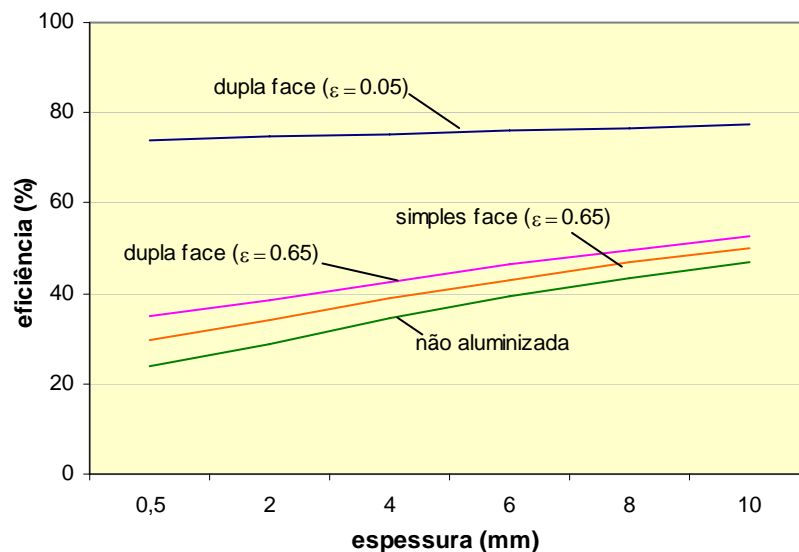


Figura 7 - Eficiência em função da espessura de manta aluminizada dupla face ($\epsilon=0.05$ e $\epsilon=0.65$), simples face e não aluminizada para o modelo 2 (potência constante)

Conforme esperado, a manta dupla face apresenta uma maior eficiência quando a emissividade é baixa. Com emissividade alta (0.65) não há grande diferença entre uma manta dupla face, simples face, ou mesmo não-aluminizada, especialmente para mantas mais espessas. A espessura da manta influencia na eficiência somente quando a emissividade é alta, sendo que a espessura zero reproduz o efeito de uma simples película. Caso ela seja brilhante nas duas faces ($\epsilon=0.05$) a eficiência é de 74 %, ou seja, reduz em 74 % a transferência de calor para o interior da edificação.

Foi ainda avaliada a influência da inclinação do telhado, utilizando as correlações apresentadas por Bejan (1990) para cavidades inclinadas com grande razão de aspecto. Para os casos apresentados a variação no cálculo da eficiência foi inferior a 4 % para ângulo de 20°. Da mesma forma foi avaliado a influência da potência (q_{rad}) e/ou da diferença de temperatura entre telha e laje, igualmente chegando a variações consideradas pequenas (<4 %) face às incertezas inerentes do modelo. Foram ainda realizados ensaios onde foi permitida renovação do ar na câmara através de uma abertura de 7 mm ao longo de todo o perímetro superior do dispositivo. Foi detectado uma leve redução do fluxo de calor, e um aumento da eficiência (em torno de 4 %) para todos os casos analisados. Novamente pode-se considerar essa variação pequena, não afetando de maneira significativa os resultados até aqui apresentados.

7. Conclusões

O aparato apresentado nesse trabalho teve como objetivo a medição em laboratório da eficiência térmica de mantas isolantes reflexivas. O sistema buscou reproduzir de forma compacta a cobertura de edificações submetidas à radiação solar e às trocas convectivas. O modelo a diferença de temperatura constante apresenta como característica a simplicidade. Já o modelo a potência constante visa reproduzir de uma maneira mais realista a cobertura de uma edificação. A instalação de isolamento acaba causando um leve aumento na temperatura do telhado. Segundo o modelo apresentado, o ensaio a ΔT constante acaba superestimando a eficiência do isolamento em até 30 %.

O modelo teórico a potência constante (modelo 2) utilizando resistências térmicas que englobam trocas convectivas e radiantes levou a uma correlação simples porém reveladora: a eficiência não depende da radiação solar e tampouco das temperaturas envolvidas. Somente as resistências térmicas dos componentes são pertinentes. Explorando algebricamente essa correlação pode-se verificar que a eficiência é pouco dependente dos coeficientes de convecção externo e interno, e também pouco dependente das variáveis construtivas (espessura da telha, espessura da laje, inclinação do telhado) e ambientais (coeficiente de troca por convecção interna e externa, diferença de temperatura). Dessa forma os resultados obtidos através da bancada podem ser considerados representativos para uma grande variedade de tipos construtivos.

Houve boa concordância entre os resultados teóricos e experimentais, capacitando a bancada para medição de diferentes tipos de isolamento. Para uma manta comercial analisada verificou-se que a eficiência ficou aquém do esperado. A superfície reflexiva possui uma fina cobertura de polietileno, sendo, possivelmente a causa do baixo desempenho. Esse fato foi comprovado com o ensaio de uma manta realizada a partir de caixas Tetrapak[®] (embalagens de leite longa vida) abertas e unidas. Essa manta mostrou uma excelente eficiência (82% no modelo a ΔT constante) quando é retirado o filme de polietileno. Obviamente serão necessários mais ensaios para verificar a viabilidade e a estabilidade da superfície quando sujeita a intempéries.

Esse trabalho vem demonstrar o grande potencial de utilização do transdutor de fluxo de calor, que permite medir de forma rápida e simples a energia trocada em sistemas térmicos e ainda pode-se mostrar uma ferramenta útil para determinação da emissividade de superfícies. Algumas análises e ensaios adicionais ainda se fazem necessários, mas a bancada já pode ser considerada apta a realizar ensaios das mantas isolantes reflexivas, permitindo uma melhor segurança do consumidor na escolha do produto.

8. Referências

- Armelin, H.S. e Cherry, N.H.S, 2004, "Uso e Avaliação de Barreiras de Radiação Térmica na Construção Civil. Comunicacao Técnica Revista E-MAT", vol 1 n1, Editora Antac.
- Bejan, A, 1990, "Convection Heat Transfer". Editora Mac GranHill, 2^a Edição, USA.
- Bueno, A. D., 1994, "Transferência de Calor e Umidade em Telhas: Simulação e Análise Experimental" Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Desjarlais, A.O., 2004, "Building Envelope Research. Oak Ridge National Laboratory"
http://www.ornl.gov/sci/roofs+walls/radiant/rb_01.html.
- Güths, S., Philippi, P.C., Gaviot, E. e Thery, P., 1995, "Um transdutor de fluxo de calor a gradiente tangencial", Anais do XI Congresso Brasileiro em Engenharia Mecânica (COBEM), CDROM, Belo Horizonte.
- Incropera, F. e De Witt, D., 1992, "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa", Editora Guanabara Koogan, 3^a Edição, 1992.
- Norma Técnica, 1998, "Métodos de cálculo da transmitância térmica, da capacidade térmica, do atraso térmico e do fator de calor solar de elementos e componentes de edificações", Projeto 02:135.07-002 Desempenho térmico de edificações - Parte 2.
- Pagani, M. C., 2001, "Na caixinha de leite, o frescor da população". Jornal da Unicamp, Vol 1.
- Touloukian, Y. S, Lilley, P.E. e Saxena, S.C , 1970, "Thermophysical Properties of Matter", IFI/ PLENUM, New York.

THEORETICAL/EXPERIMENTAL EVALUATION OF DEVICE FOR MEASUREMENT OF THERMAL EFFICIENCY OF ISOLATION OF COVERING OF CONSTRUCTIONS

Güths, Saulo
Federal University of Santa Catarina
Dpto Engenharia Mecânica CEP 88040-900 Florianópolis / SC
saulo@lmpt.ufsc.br

Michels, Caren
Federal University of Santa Catarina
Dpto de Pós Graduação em Engenharia Civil CEP 88040-900 Florianópolis / SC
carenmichels@yahoo.com

Abstract

In a tropical country with strong insolation as Brazil, the biggest thermal gain in horizontal constructions is undeniably for the covering. Knowing this characteristic, the use of thermal isolation in coverings has been increased, presenting different characteristics as for thickness, type of isolating material and reflective surface.

However we have a deficiency of experimental methods of evaluation of the energy efficiency of these isolants. Many manufacturers present only the thermal conductivity, or a information on the percentage of reduction of the radiating heat. This work comes to present a compact device for determination of the efficiency of isolating covers based in the use of heat fluxmeters. It will be presented two models using thermal resistances carrying to a simple correlation. Exploring these correlations the sensitivity of the efficiency in relation to the diverse variables can be verified. It will be presented resulted of tests for different types of isolating and compared with the theoretical model.

Keywords: heat flux, isolation, radiation, heat fluxmeter

Numerical Study of Turbulent Flow and Heat Transfer in a Rectangular Channel with Cubic-Shaped Pin-Fins

Paula M. B. Marinho

PEN/COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68509, CEP 21941-972 - Ilha do Fundão, RJ
pmarinho@con.ufrj.br

Mariana R. do Carmo

PEN/COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68509, CEP 21941-972 - Ilha do Fundão, RJ
marianarc@poli.ufrj.br

João F. Mitre

PEQ/COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68502, CEP 21941-972 - Ilha do Fundão, RJ
mitre@peq.coppe.ufrj.br

Jian Su

PEN/COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68509, CEP 21941-972 - Ilha do Fundão, RJ
sujian@con.ufrj.br

Paulo L. C. Lage

PEQ/COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68502, CEP 21941-972 - Ilha do Fundão, RJ
paulo@peq.coppe.ufrj.br

Abstract. *Pin fins are widely used for convective heat transfer enhancement in compact heat exchangers, electronic circuits, gas turbine blades, etc. This paper reports a numerical study of the three-dimensional turbulent flow and heat transfer in a rectangular channel with cubic-shaped pin-fins mounted across the channel. Both inline and staggered arrangements of the pin-fins were investigated. The objective of this work was to develop and validate a numerical model of pin-finned channel flow that is able to reproduce available experimental data in the literature and thus can be used to evaluate other arrangements of the pin-finned channel. The numerical simulation was carried out by solving the Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations with an advanced turbulent model, the Shear Stress Transport (SST) model, using a commercial CFD (Computational Fluid Dynamics) package ANSYS CFX 10.0. The numerical results of the steady-state heat transfer coefficient showed a good agreement with available experimental data.*

keywords: *CFD, turbulence models, pin-fin, heat exchanges, SST.*

1. Introduction

Pin fins heat exchangers are usually compounded by a large number of small pins with different geometries and arrangements to maximize the surface area for the heat transfer. Pin fin arrays are used to enhance convective heat transfer from an endwall in a variety of engineering applications. Early researches were motivated by the application of pin fins as heat transfer augmentation devices for cooling of gas turbine blades. Pin fin arrays are also used to increase heat transfer area in compact heat exchangers, in air-conditioning, in modern electronic devices, and more recently in solar absorbers. The pin fin heat transfer is highly sensitive to different geometries of the pins (cylindrical, cubic, diamond, etc) and to different arrangements (in-line, staggered, etc).

Forced convective heat transfer in pin finned channels have been a subject of extensive experimental studies. Armstrong and Winstanley, 1988 reviewed the heat transfer and flow friction data for staggered arrays of cylindrical pin fins in gas turbine cooling applications. Matsumoto *et al.*, 1998 analyzed experimentally the effect of pin-fin arrangements on endwall heat transfer. You and Chang, 1997 simulated numerically the heat transfer coefficient for a pin-fin channel flow. There are other studies done with cubic-shape pins. Chyu *et al.*, 1998 carried out an experiment of mass transfer to analyze the heat transfer by mass transfer analogy in a channel of cubic pin fins. Recently, Saha and Acharya, 2003 carried out a numerical study to analyze the unsteady three-dimensional turbulent and heat transfer in a parallel-plate channel heat exchanger with in-line arrays of periodically mounted rectangular pins at various Reynolds numbers and geometrical configurations.

Only one geometrically periodic domain is considered by imposing flow periodicity in order to save computational efforts. The unsteady Navier-Stokes equations are solved on a staggered grid by using a modified version of the MAC algorithm of Harlow and Welch, 1965. A minimum grid of $62 \times 62 \times 42$ and a maximum grid of $122 \times 122 \times 42$ were used. It was shown that the flow is three-dimensional for all configurations and unsteady in most of the cases above $Re = 180$. Mitre *et al.*, 2005 carried out numerical simulations of the turbulent heat transfer in a pin-finned channel with cylindrical geometry, using SST (Shear Stress Transport) turbulence model.

The purpose of this work is to analyze numerically the heat transfer and the fluid flow in a channel mounted with cubic-shaped pin fins. It has been found that a cubic element can produce greater heat transfer enhancement than a cylindrical pin (Chyu *et al.*, 1998). Following Mitre *et al.*, 2005, we simulated numerically the turbulent flow and heat transfer in the whole channel with 35 fins, without using periodic boundary conditions. A channel with inline and staggered arrangement was simulated. The SST (Shear Stress Transport) turbulence model is used for the Reynolds stress closure (Menter, 1993, Menter, 1994, Menter *et al.*, 2003). Our objective is to reproduce numerically the experimentally obtained the heat transfers coefficients available in the literature.

2. Experimental Validation

The validation of the numerical simulations was based on the experimental work of Chyu *et al.*, 1998, which studied the heat transfer in arrays with cubic and diamond pin-fins in inline and staggered arrangements. Chyu *et al.*, 1998 used the mass transfer analogy for the the heat transfer measurement and analyzed the behavior of a fluid in a channel compounded by a large number of small cubic pins. The cubes had 12.5 mm of edge (D) and $S = X = 2.5D$. They were disposed of two forms: in a align array were seven rows of five elements and in a staggered were seven rows of four or five elements. The channel had a rectangular cross section of 159 mm width and 12.5 mm height (equal to D). It had a hydraulic diameter (D_h) was 23.5 mm. The initial portion of the channel serves as the hydrodynamic development section and delivers the flow to the test section. The geometrical configuration of the pin-finned channel is shown in Fig.(1).

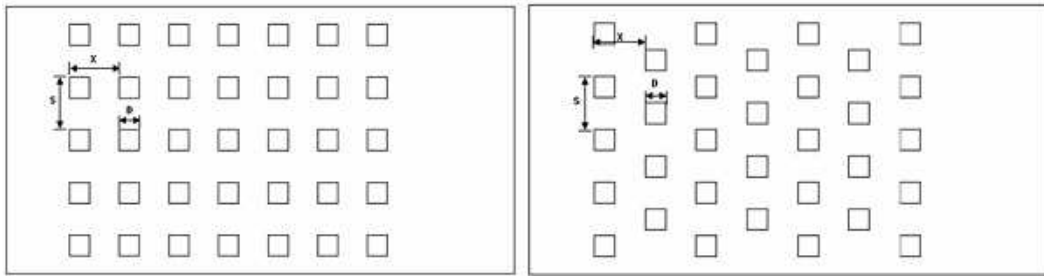


Figure 1: Cut view of pin-fin channel: inline channel and staggered channel

It was developed an experiment of mass transfer and study heat transfer by analogy. In this experiment, aluminum fins were covered with naphthalene. This was achieved by dipping the cube into molten naphthalene. A nearly 0.5 mm thick layer formed on the cube surface. Then, all the fins are separately weighed with 0.01 mg of accuracy in a 166 g range. The cubes were mounted on the wall, according to the geometry. Then, dry air was blown inside the finned channel for 30 minutes. The temperature was determined, during the experience, by the average of the readings of four thermocouple sensors embedded in the inner surface of the two finned walls of the channel. The results were rejected if, at least, two of the four sensors had registered a temperature difference of more than 0.2 C. After the test, all the fins were unmounted and weighed again. The lost weight was the amount of naphthalene sublimed during the test run. The average naphthalene mass sublimed was approximately 30 mg.

With the total mass of naphthalene before and after the experiment, it is possible to calculate the mass transfer coefficient. So, it is also possible to calculate the heat transfer coefficient by analogy. In the test the temperature was constant, therefore, fluid properties remain constant too.

It was assumed, in this simulation, that the fluid was air with temperature of 25 °C e pressure of 1 atm with Prandtl number equal to 0.7.

3. Mathematical Modeling

For the mathematical model, we considered three dimensional, transient, turbulent flow of a Newtonian fluid with constant thermophysical properties. The continuity equation is:

$$\nabla \bullet \mathbf{U} = 0 \tag{1}$$

where ρ is the specific mass, \mathbf{U} is the velocity vector and t is the time. The Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) equations are given by:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) - \nabla \bullet (\mu_{eff} \nabla \mathbf{U}) = \nabla p' + \nabla \bullet (\mu_{eff} \nabla \mathbf{U})^T + \mathbf{B} \quad (2)$$

where \mathbf{B} is the body force vector, that is null in this study, μ_{eff} is the effective viscosity and p' is turbulent modified pressure.

The turbulent modified pressure is defined by:

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k \quad (3)$$

where p is pressure, k is the turbulence kinetic energy.

The effective viscosity is given by:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (4)$$

where μ_t is the turbulent eddy viscosity and μ is the molecular viscosity of the fluid.

The Reynolds averaged energy equation, considering an incompressible fluid with constant specific heat, is defined by:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \nabla \bullet \mathbf{U} T = \nabla \bullet \left(\left(\lambda + \frac{c_p \mu_t}{\mathbf{Pr}_t} \right) \nabla T \right) + \mathbf{S}_E \quad (5)$$

where c_p is the specific heat, T is the temperature, λ is the thermal conductivity, \mathbf{Pr}_t is the turbulent Prandtl number, assumed to be 0.9, and \mathbf{S}_E is the thermal source term, which is null, in this study.

In this work, we employed the SST turbulence model - *Shear Stress Transport* (Menter, 1993, Menter, 1994, Menter *et al.*, 2003) which is indicated for calculation of skin friction and heat flow at solid surface. This model uses the $k - \omega$ near the wall and uses the $k - \epsilon$ far from the wall, where each one gives the better results.

The transformed equations for the $k - \epsilon$ and the $k - \omega$ for SST turbulence model are:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} k) = \nabla \bullet \mu + \mu_t \sigma_k \nabla k + \tilde{P}_k - \beta^* \rho \omega k \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \bullet \rho \mathbf{U} \omega = \nabla \bullet \mu + \mu_t \sigma_\omega \nabla \omega + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \bullet \nabla \omega + \frac{\alpha}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 \quad (7)$$

where ω is the turbulence frequency and $\nu_t = \mu_t / \rho \cdot P_k$ is the shear production of turbulence and its limits are defined by:

$$P_k = \tau : \nabla \mathbf{U} \quad \rightarrow \quad \tilde{P}_k = \min(P_k, 10 \beta^* \rho k \omega) \quad (8)$$

where the Reynolds stress tensor is given by $\tau = 2 \mu_t \mathbf{D} - \frac{2}{3} \rho k \delta$, where $\mathbf{D} = \frac{1}{2} \nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T$.

All the model constants are obtained by combination the corresponding constants of the $k - \epsilon$ and $k - \omega$ model using a blending function F_1 by $\alpha = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 (1 - F_1)$, where α_1 e α_2 are the constants of the models $k - \omega$ and $k - \epsilon$ respectively.

The constants for this model are: $\beta^* = 0,09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 3/40$, $\sigma_{kl} = 0,85$, $\sigma_{\omega l} = 0,5$, $\alpha_2 = 0,44$, $\beta_2 = 0,0828$, $\sigma_{k2} = 1$ e $\sigma_{\omega 2} = 0,856$.

The first blending function F_1 is defined by:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (9)$$

where $CD_{k\omega}$ is

$$CD_{k\omega} = \max \left(2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \bullet \nabla \omega, 10^{-10} \right) \quad (10)$$

which y is the distance to the nearest wall.

F_1 is equal to zero away from the surface ($k - \epsilon$ model), and switches to one inside the boundary layer ($k - \omega$ model). The turbulent eddy viscosity is defined as:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (11)$$

where $a_1 = 0,31$, S is the invariant measure of strain rate given by $\sqrt{2\mathbf{D}:\mathbf{D}}$ and F_2 is a second blending function defined by:

$$F_2 = \tanh \left[\left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \right]^2 \right] \quad (12)$$

This model requires the knowledge of the distance between the nodes and the nearest wall. So, it is obtained a better interaction between the $k - \omega$ and $k - \epsilon$. The wall scale equation is solved to get these wall distances:

$$\nabla^2\phi = -1 \quad (13)$$

where ϕ is the value of the wall scale. The wall distance can be calculated from the wall through:

$$WD = \sqrt{|\nabla\phi|^2 + 2\phi - |\nabla\phi|} \quad (14)$$

The mathematical model is solved numerically by using the commercial CFD package *ANSYS CFX-10.0*. This program uses numerical method of finite volume as solution (Element Based Finite Volume Method - EBFVM), which allows the solution of problems by blending of unstructured grids. Then, it is possible to obtain a numerical solution of discretized momentum and mass balance equations.

4. Computational Domain, Grid and Bondary Conditions

The computational domain consists of a channel with 40 mm long section before the first line of pins and 80 mm section after the last line of pins, resulting in a channel length of 320 mm. The cross section of the channel has a width of 159.0 mm and a height of 12.5mm. The channel has a hydraulic diameter (D_h) of 23.5 mm.

The hydraulic diameter (D_h) is a parameter of Reynolds number:

$$Re_D = \frac{\rho U_\infty D_h}{\mu} \quad (15)$$

where U_∞ is an average velocity of gas on inlet.

Two meshes were used, one for the inline configuration and other for the staggered configuration. Hybrid meshes were used in the two geometries . The meshes were compounded by wedges and hexahedral elements. They were extruded with 20 elements in the channel height direction, from the extremities to the center. In the two extrusions had a symmetric refinement near the upper and lower channel walls with a grown rate of 1.2. The global size of the meshes was 1 mm. It is possible to observe in Fig.(2), that shown the mesh of the staggered geometry.

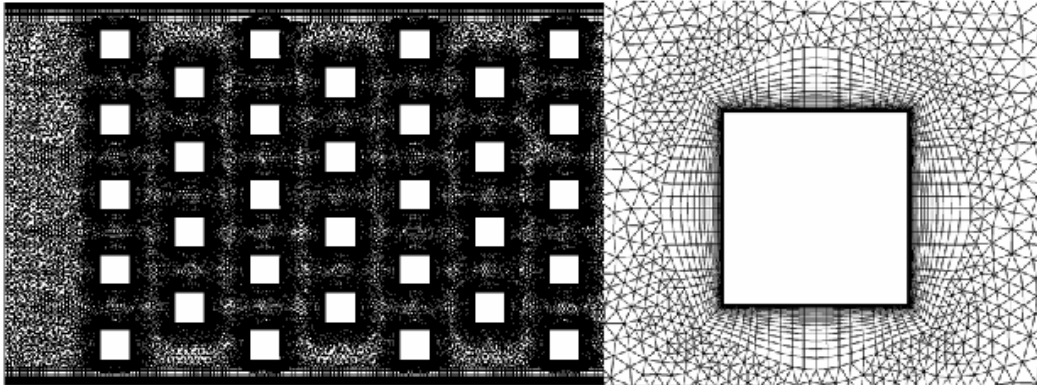


Figure 2: Mesh cut view and near fin mesh refinement

The refinement on the fins surfaces was in the normal direction of each surface. It consisted of 20 layers whose thickness grew at a factor of 1.2 away from the surface. In general, the meshes had about 2500000 nodes.

In the channel inlet, it was assumed a flow with constant velocity, as a function of the Re_D according to experimental data, and the temperature of 25 C. The channel walls were considered adiabatic and fins walls had a constant temperature of 30 C and non-slip conditions for the velocity.

At the channel outlet, the boundary condition called *Opening* by the CFX code was used. This condition consists in the prescription of a mean average relative static pressure (null, in this case) with the possibility of reflux. So it is possible to define a short downstream domain, which reduces the mesh size. In case of reflux, the inflow fluid temperature was set to be the mean outlet temperature.

5. Results

The simulations were carried out in parallel (using the MPICH parallelization library) with 4 Pentium 4 processors at 3 GHz and 2,3 Gb of RAM memory. The steady state convergence was reached in approximately 150 iterations, with the residual criteria (RMS value of the normalized residuum of each mesh node) of 10^{-3} . The simulation took about 24 hours on this cluster to approximately 700 iterations, in order to better observations about of simulation.

All results for the Nusselt number were in good agreement with the experimental data, as can be seen in Fig.(3). The largest relative deviation in Nusselt number was approximately 10%, which occurred for the highest Reynolds number simulation with the staggered arrangement.

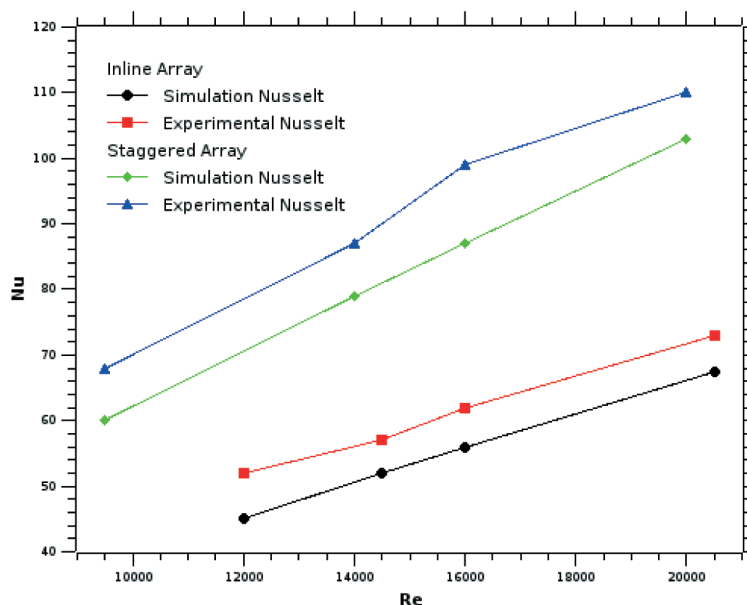


Figure 3: Comparison between the experimental and simulated Nusselt number data

Some difficulties were encountered in carrying out these simulations. The principal difficulty is the unstable character of the flow around the pins. The observed flow pattern clearly characterizes transient flow. Since the magnitude of these flow instabilities were sufficiently small, steady state solutions could be obtained for the not too strict convergence criterion used. Although a transient solution would be a better representation of the flow in these pin-fin channels, the steady state solution sufficed for Nusselt number evaluation and it saved a lot of computational time.

Figures(4) to (9), shown below, were computed for Reynolds number values of 16,000 for the in-line array and the staggered array, in order to minimize the effect off velocity in comparative analysis between configurations

It can be observed in Fig. (4) that no symmetry in velocity contours is encountered. A perfect steady state solution would not have this non-symmetrical appearance. This behavior is also shown in the Fig. (5), which present the heat rates along the solver iterations for each fin. For a perfect steady state solution, all the heat rate values should be constant. Figure (6) show the total heat transfer rates (in all fins). It is clear that their convergence is better.

It can be also observed in Fig. (7) a non simmetric contour for the temperature profile.

Figure(8) shows the streamlines near to the pins colored according to the velocity value. An unstable vortex can be clearly observed in this figure. Figure(9) shows the values of dimensionless normal distance of the nearest grid point to the fin wall, y_1^+ ($= u_\tau \Delta y_1 / \nu$), with a maximum observed value of 3.9.

6. Conclusions

CFX steady-state simulations using SST turbulence model were employed to evaluate the heat transfer in pin-finned channel inline and staggered configurations. It can be concluded from the numerical simulations the the turbulent flow in a pin-finned channel is an unstable phenomenon and there is not a steady-state solution. However, the amplitude of the oscillations is less than the coefficient lagging, therefore, the steady-state simulations on CFX converge to a quasi-steady regime. For the conditions analyzed in the work, the flows through the pin-finned channels reached quasi-periodic regimes. The total heat transfer rates were evaluated, whose values

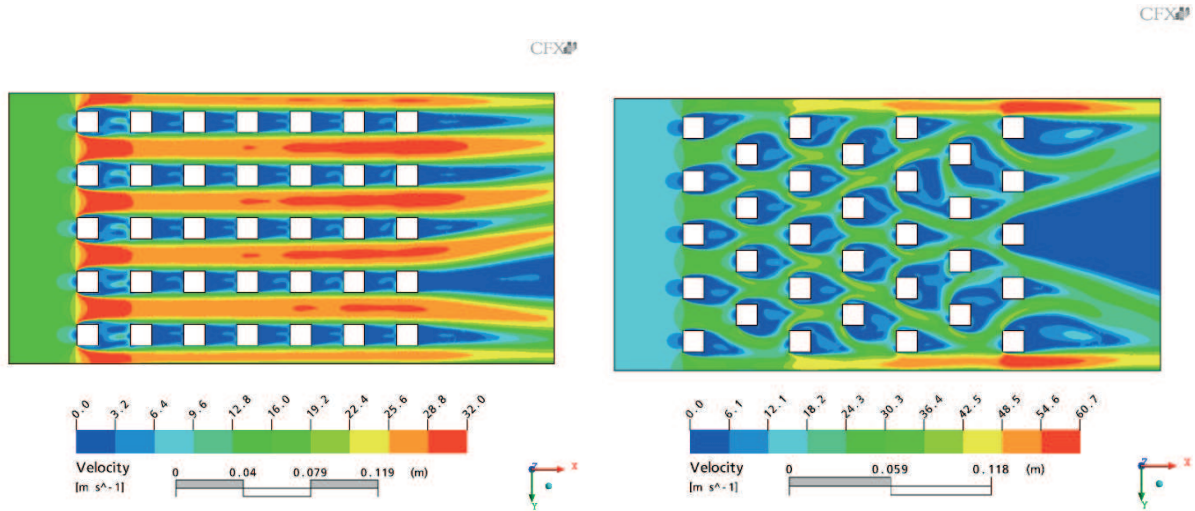


Figure 4: Velocity contours at mid-height: inline and staggered arrays

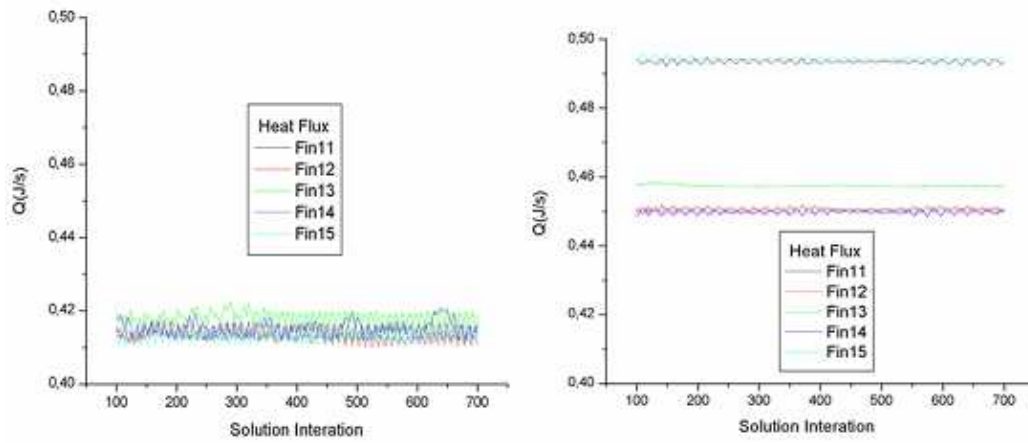


Figure 5: Heat flux in the fins: inline and staggered arrays. The matrix index $Fin_{i,j}$ represents the fin at line i and column j .

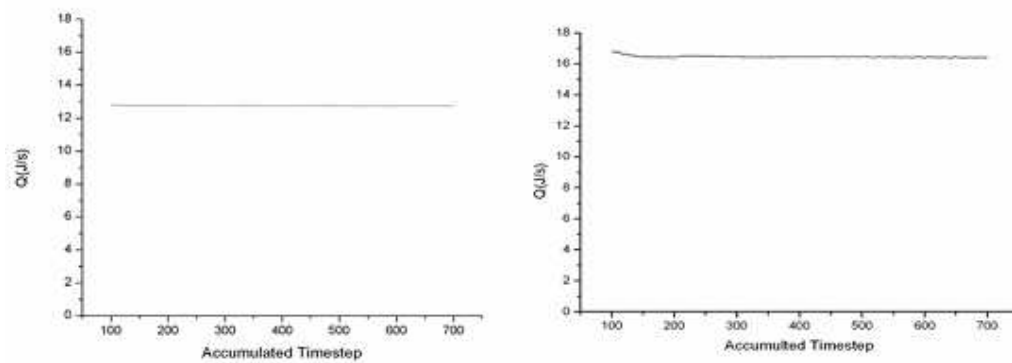


Figure 6: Total heat flux in all fins: inline and staggered arrays.

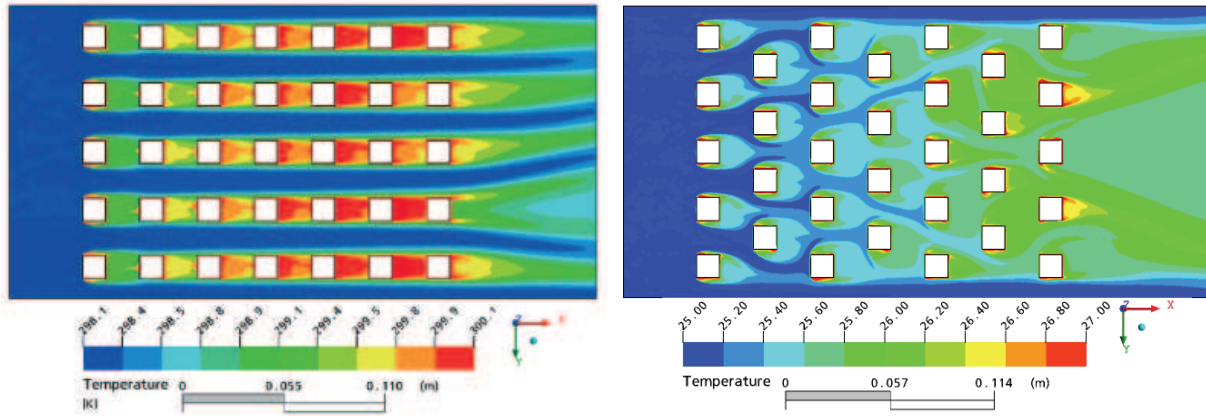


Figure 7: Temperature contours at mid-height: inline and staggered arrays.

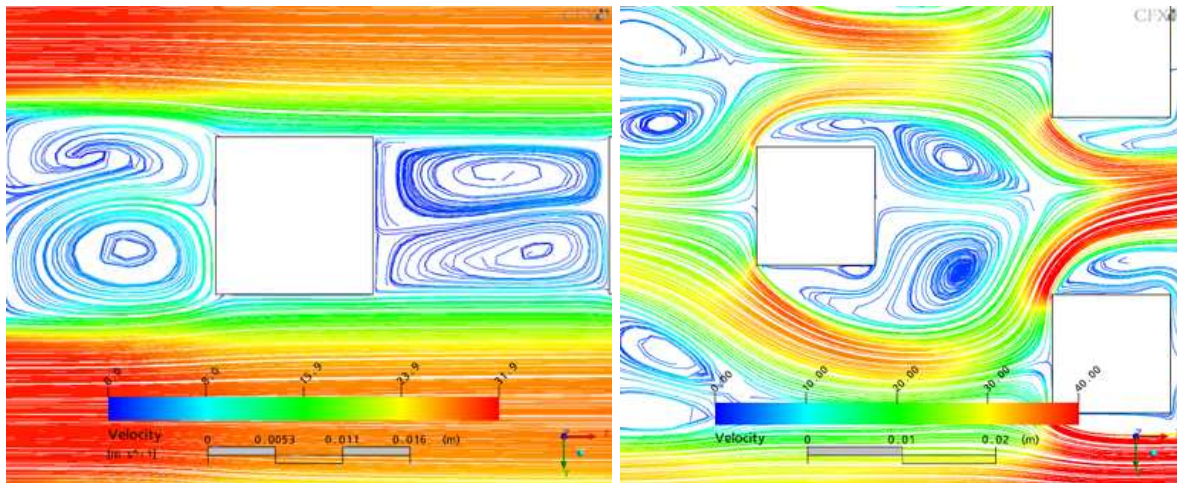


Figure 8: Velocity streamlines at mid-height: inline and staggered arrays.

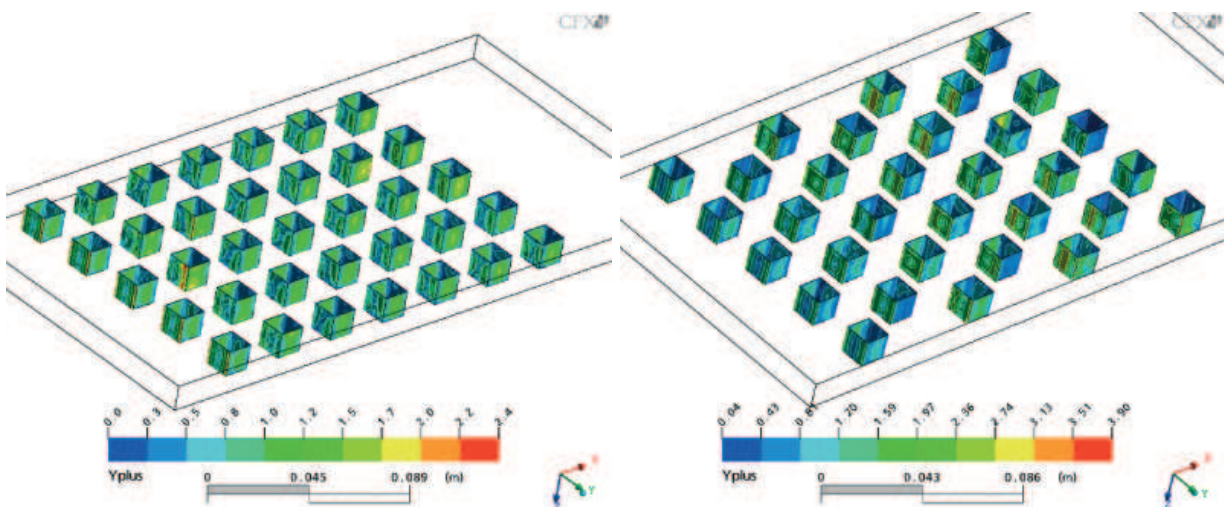


Figure 9: Contours of y_1^+ values: inline and staggered arrays.

oscillated much lesser than the fin heat transfer rates due to out of phase behavior of the latter. Therefore, the global Nusselt numbers could be evaluated with good accuracy from the CFX steady-state simulations and their values compared favorably to the available experimental data. Although transiente simulations should be used to investigate deeper the velocity and temperature fields, the performace of the SST turbulence model in prediction the global heat transfer rate can be regarded as very good.

7. Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the support of CNPq, CAPES and FAPERJ for the realization of the work.

8. References

- Armstrong, J. and Winstanley, D., 1988, A Review of Staggered Array Pin Fin Heat Transfer for Turbine Cooling Applications, “*Transations of the ASME Journal of Turbomachinery*”, Vol. 110, pp. 94–103.
- Chyu, M. K., Hsing, Y. C., and Natarajan, V., 1998, Convective Heat Transfer of Cubic Fin Arrays in a Narrow Channel, “*Transations of the ASME Journal of Turbomachinery*”, Vol. 120, pp. 362–367.
- Harlow, F. H. and Welch, J. E., 1965, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surfaces, “*Phys. Fluids*”, Vol. 8, pp. 2182–2188.
- Matsumoto, R., Kikkawa, S., and Senda, M., 1998, Effect of Pin Fin Arrangement on Endwall Heat Transfer, “*JSME International Journal*”, Vol. 40, pp. 142–151.
- Menter, F. R., 1993, Zonal two-equation $k-\omega$ turbulence model for aerodynamic flows, AIAA Paper 1993-2906.
- Menter, F. R., 1994, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, “*AIAA Journal*”, Vol. 32, pp. 269–289.
- Menter, F. R., Kunz, M., and Langtry, R., 2003, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, “*Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, K. Hanjalic, Y. Nagano and M. Tummers (eds.)”, Begell House.
- Mitre, J. F., Damian, R. B., Lage, P. L. C., and Su, J., 2005, Numerical Simulation of the Turbulent Heat Transfer in a Pin-Finned Channel, “*Proceedings of 18th Int. Congress Mech. Eng. (COBEM2005)*”, Ouro Preto, MG, Brazil.
- Saha, A. K. and Acharya, S., 2003, Parametric study of unsteady flow and heat transfer in a pin-fin heat exchanger, “*International Journal of Heat and Mass Transfer*”, Vol. 46, pp. 3815–3830.
- You, H. I. and Chang, C. H., 1997, Numerical Prediction of Heat Transfer Coefficient for a Pin-Fin Channel Flow, “*Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer*”, Vol. 119, pp. 840–848.

SOLUTION OF AN INVERSE MASS TRANSFER PROBLEM WITH A HYBRIDIZATION OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS AND LEVENBERG-MARQUARDT METHOD

Luciana Ferreira Lage

Ana Paula Curty Cuco

Antônio José da Silva Neto

Departamento de Engenharia Mecânica e Energia, Instituto Politécnico, IPRJ,
Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ,
P.O. Box 97282, 28601-970, Nova Friburgo, RJ, Brazil
lucianaflage@gmail.com, lema_ana@iprj.uerj.br, ajsneto@iprj.uerj.br

Flavio Moraes Folly

Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro – CEDERJ
IPRJ-UERJ - Av. Alberto Rangel S/Nº – Pólo de Nova Friburgo, RJ, Brazil
flaviofolly@yahoo.com.br

Francisco José da Cunha Pires Soeiro

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia,
Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, 20550-013, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.
soeiro@uerj.br

Abstract. *In the present work Artificial Neural Networks (ANN) and a hybridization with the Levenberg-Marquardt method (LM) are used for the solution of an inverse mass transfer problem, which is implicitly formulated as an optimization problem, for the estimation of parameters associated with the adsorption of biomolecules in resin beds.*

The sensitivity analysis indicates that difficulties may arise in the estimation of one parameter and such situation was confirmed by the high value of the standard deviation associated with the estimation of that specific parameter.

The ANN led in most cases to a good fit between the direct problem solution obtained with the Thomas model and the experimental data for lizozyme adsorption, but in the other cases the hybridization ANN-LM yielded an improvement in the solution.

Keywords. *Biotechnology, Inverse Problems, Mass Transfer, Artificial Neural Networks, Levenberg-Marquardt*

1. INTRODUCTION

Due to the relevant applications in the food and pharmaceutical industries, there is a growing demand for the formulation and solution of inverse mass transfer problems (Guiochon, 2002, Silva and Santana, 2000).

Just to give a few examples, Vasconcellos et al. (2003, 2002) Mendes et al. (2005), Folly et al. (2005) and Lage et al. (2006) investigated direct and inverse problems related to the solid-liquid adsorption of biomolecules in resin beds or stirred tanks, and Lugon and Silva Neto (2002) investigated the gas-liquid adsorption in bubble columns.

In the present work we are interested in the estimation of adsorption isotherms and mass transfer parameters using experimental data on the concentration of a given substance (biomolecules) measured at the exit of a resin bed. For the direct problem solution we use Thomas model, which provides good results when the effects of axial dispersion are negligible in comparison to the other mass transfer mechanisms (Fellinger, 2003).

For the direct problem solution Thomas' model is used (Thomas, 1944, Folly et al. 2005), and for the solution of the inverse problem, Artificial Neural Networks (ANN) are used (Haykin, 1994, Soeiro and Silva Neto, 2006, Silva Neto and Soeiro, 2005, Soeiro et al., 2004, 2004a).

The experimental determination of adsorption isotherms is an important step for the design of new methods in preparative chromatography (Fellinger, 2003), as well as for the scale-up from laboratory to industrial production level (Seidel-Morgenstein, 2004). For such task the inverse problem of chromatography has provided the best estimates for the isotherm coefficients (Gritti and Guiochon, 2004).

The inverse problem is formulated implicitly, in which we seek to minimize the norm of the squared residues between calculated and measured values of the breakthrough curves, i.e. the time dependent values of the biomolecules concentration at the exit of the adsorption column. For the solution of the inverse problem Artificial Neural Networks (ANN) are used, as well as a hybridization of ANN with the Levenberg-Marquardt method. It is observed that the stochastic method may lead to good solutions by itself, or at least provide good initial guesses for the deterministic method.

The sensitivity analysis which was performed before the inverse problem was solved indicated that difficulties could arise in the estimation of one of the parameters of interest.

2. DIRECT PROBLEM FORMULATION AND SOLUTION

Consider an adsorption column composed by a fixed bed of adsorbent resins, in which h represents the column length and A_c its cross section. A mobile phase, composed by a diluted solution of the adsorbate of interest (biomolecule), percolates through the resin bed (fixed phase). The adsorbate is transferred from the bulk of the solution to the vicinity of the resin particles, i.e. mass transfer through the liquid film, and then it diffuses to the interior of the particle pores, being then adsorbed by the solid matrix.

The mathematical model for the chromatography process is based on the mass balance for the two phases; one for the mobile phase that flows through the macro scale porous fixed resin bed, and the other for the resin particles involving the microscale porous solid matrix (Guiochon and Lin, 2003).

2.1. Direct Problem Formulation

Adsorbent mass balance (fixed phase) A simplified representation of the mass transfer mechanisms in the solid phase (Santacesaria et al., 1982) considers a time dependent average concentration \bar{C}_i , and the resistances to the mass transfer represented by a global mass transfer coefficient k_l . Being the adsorbate concentration in the bulk of the liquid phase represented by C , the mass balance in the adsorbent spherical particles is written as

$$\varepsilon_i \frac{d\bar{C}_i}{dt} = \frac{3k_l}{R} (C - \bar{C}_i) - \frac{\partial q_i}{\partial t} \quad (1)$$

where ε_i is the particle porosity, q_i is the adsorbate concentration in the solid matrix, and R is the radius of the adsorbent particles.

The mass transfer rate from the solution to the fixed phase is given by Chase (1984)

$$\frac{\partial q}{\partial t} = k_1 C (q_m - q) - k_2 q \quad (2)$$

where q is the adsorbate concentration, q_m is the maximum adsorbate concentration which the adsorbent may adsorb (maximum adsorption capacity), k_1 is the adsorption rate constant and k_2 is the desorption rate constant. Further, the dissociation rate constant k_d is defined as

$$k_d = \frac{k_2}{k_1} \quad (3)$$

Considering a very fast adsorption rate on the surface, an equilibrium can be reached ($\partial q / \partial t = 0$), (Silva and Santana, 2000), and from Eq. (2) we write

$$\frac{\partial q^*}{\partial t} = k_1 C^* (q_m - q^*) - k_2 q^* = 0 \quad (4)$$

which leads to the non-linear Langmuir isotherm

$$q^* = \frac{q_m \cdot C^*}{(k_d + C^*)} \quad (5)$$

Replacing C^* by \bar{C}_i , we obtain from Eqs. (1) and (5),

$$\left(\varepsilon_i + \frac{q_m \cdot k_d}{(k_d + \bar{C}_i)^2} \right) \frac{d\bar{C}_i}{dt} = \frac{3k_l}{R} (C|_{r=R} - \bar{C}_i) \quad (6)$$

We consider that at the beginning of the process there is no adsorbate in the resin particles. Therefore,

$$\bar{C}_i = 0 \quad \text{for } t = 0 \quad (7)$$

Column Mass Balance (mobile phase) A mathematical model which takes into account mass transfer in the liquid film, axial dispersion and a constant flow rate is given by (Guiochon and Lin, 2003)

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} = \varepsilon D_{ax} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u_0 \frac{\partial C}{\partial x} - (1 - \varepsilon) \frac{\partial q}{\partial t} \quad (8)$$

where ε represents the bed porosity, D_{ax} the axial dispersion coefficient, u the constant linear velocity and x represents the axial distance from the entrance of the column, with $0 \leq x \leq h$.

Using the same assumptions used for the mass balance in the fixed phase, Santacesaria et al. (1982) derived an approximation for the last term of Eq. (8) arriving at

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} = \varepsilon D_{ax} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u_0 \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{3k_f(1 - \varepsilon)}{R} (C|_{r=R} - \bar{C}_i) \quad (9)$$

Here we use the Danckwerts boundary conditions

$$u \cdot C_0 = u \cdot C|_{x=0} - D_{ax} \frac{\partial C}{\partial x}|_{x=0}, \text{ for } t > 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x}|_{x=h} = 0, \text{ for } t > 0 \quad (11)$$

and the initial condition

$$C = 0 \text{ for } t = 0, \text{ in } 0 \leq x \leq h \quad (12)$$

2.2. Direct Problem Solution

For the particular case in which the axial dispersion may be neglected, i.e. $D_{ax} = 0$, and the adsorbate inflow is constant, i.e. $C_0 = \text{constant}$, the adsorption problem described in the previous section has an analytical solution (Chase, 1984, Blanch and Clark, 1997, Rice and Do, 1994) and it was first derived by Thomas (1944). The adsorbate concentration in the mobile phase at the exit of the adsorption column, $x = h$, is given by

$$\frac{C}{C_o} = \frac{J(\eta/\sigma, \eta T)}{J(\eta/\sigma, \eta T) + [1 - J(\eta, \eta T/\sigma) \exp(1 - \sigma^{-1})](\eta - \eta T)} \quad (13)$$

where

$$\sigma = 1 + C_o/k_d \quad (14)$$

$$\eta = q_m k_1 h A_c / fl \quad (15)$$

$$T = fl t (k_d + C_o) / A_c q_m h \quad (16)$$

fl is the volumetric flow rate through the column, and the function $J(a, b)$ is given by

$$J(a, b) = 1 - e^{-b} \int_0^a e^{-\xi} I_0(2\sqrt{b\xi}) \partial \xi \quad (17)$$

where I_0 is the modified Bessel function of the first kind and of order zero.

The function $J(a, b)$ may be approximated by an asymptotic series whose two first terms are given by

$$J(a, b) \approx \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(\sqrt{a} - \sqrt{b})] + \frac{\exp[1 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2]}{2\pi^2 \left[\frac{1}{(ab)^4} + b^2 \right]} \quad (18)$$

3. INVERSE PROBLEM FORMULATION AND SOLUTION

Following the sensitivity analysis performed by Folly et al. (2005), we are interested in the present work in the simultaneous estimation of the vector of unknowns

$$\bar{Z} = \{k_d, q_m\}^T \quad (19)$$

We consider as experimental data the adsorbate concentration in the liquid phase at the exit of the column, at $x = h$, i.e. $C_{\text{exp}_i} = C_{\text{exp}}(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$, where N is the total number of experimental data.

As the number of measured data, N , is usually much larger than the number of parameters to be estimated, $M = 2$, the inverse problem is formulated implicitly as an optimization problem in which we seek to minimize the squared residues cost function given by

$$Q(\bar{Z}) = \sum_{i=1}^N [C_{\text{calc}_i}(\bar{Z}) - C_{\text{exp}_i}]^2 = \bar{F}^T \bar{F} \quad (20)$$

where $C_{\text{calc}_i}(\bar{Z}) = C_{\text{calc}}(t_i, \bar{Z})$ represents the calculated values of the concentration obtained with Thomas model, and the elements of the vector of residues \bar{F} are written as

$$F_i = C_{\text{calc}_i}(\bar{Z}) - C_{\text{exp}_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

This formulation is necessary for the solution of the inverse problem with the Levenberg-Marquardt method. As will be presented next the construction of an Artificial Neural Network for the solution of the inverse problem requires only the knowledge of sets of input parameters $\{k_d, q_m\}$ and the calculated values of the concentration.

Levenberg-Marquardt Method (LM). The minimization of the cost function $Q(\bar{Z})$ given by Eq. (20) with the Levenberg-Marquardt method consists on constructing an iterative procedure that starts with an initial guess \bar{Z}^0 , and new estimates are obtained with

$$\bar{Z}^{n+1} = \bar{Z}^n + \Delta \bar{Z}^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

being the variation $\Delta \bar{Z}^n$ calculated from

$$\Delta \bar{Z}^n = ((J^T)^n J^n + \lambda^n \Gamma)^{-1} (J^T)^n \bar{F}^n \quad (23)$$

where λ is the damping parameter, Γ represents the identity matrix, and the elements of the Jacobian matrix J are

$$J_{ij} = \frac{\partial C_{\text{calc}_i}}{\partial Z_j}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{and} \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (24)$$

The iterative procedure of sequentially calculating $\Delta \bar{Z}^n$ and \bar{Z}^{n+1} from Eqs. (23) and (22), is continued until the convergence criterion

$$|\Delta Z_j^n| < \varepsilon_1 \quad \text{for} \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (25)$$

is satisfied, where ε_1 is a small number, say 10^{-5} . The damping factor λ^n is varied during the iterative procedure, such that when convergence is achieved its value is close to zero.

Artificial Neural Networks (ANN). In order to solve the inverse mass transfer problem we use here a multi-layer perceptron (MLP) neural network (Haykin, 1994, Bishop, 1995). In Fig. 1 is given a representation of the MLP with the input and output layers, and one hidden layer, for the solution of the inverse mass transfer problem of determining the vector of unknowns \bar{Z} , given by Eq. (19), from the knowledge of the measured concentrations (breakthrough curve),

$Y_i, i=1,2,\dots,N$. By providing \bar{Y} at the input layer we expect that the ANN will provide at the output layer an estimate for \bar{Z} .

As real experimental data was not available, we generated sets of synthetic experimental data with

$$Y_i = C_{\text{exp}_i} = C_{\text{calc}_i}(\bar{Z}_{\text{exact}}) + \sigma r_i \quad (26)$$

where C_{calc_i} represents the calculated values of the concentration using the exact values of the physico-chemical properties, \bar{Z}_{exact} , which in a real application is not available and we want to determine with the inverse problem solution, σ simulates the standard deviation of the measurement errors, and r_i is a pseudo-random number generated in the range $[-1, 1]$.

Each neuron j , with $j=1,2,\dots,N_H$, in the hidden layer performs a linear combination of the input values provided at the input layer

$$p_j = \sum_{i=1}^N w_{ji}^{(1)} x_i + w_{j0}^{(1)} = \sum_{i=1}^N w_{ji}^{(1)} Y_i + w_{j0}^{(1)}, \quad j=1,2,\dots,N_H \quad (27)$$

where $w_{ji}^{(1)}, j=1,2,\dots,N_H, i=1,2,\dots,N$ are the weights of the connections between the nodes of the input layer and the neurons of the hidden layer, N is the number of nodes in the input layer, and N_H is the number of neurons in the hidden layer.

The weighted sum p_j given by Eq. (21) is viewed as an excitation to neuron j of the hidden layer, which provides in response

$$q_j = f(p_j), \quad j=1,2,\dots,N_H \quad (28)$$

where $f(\cdot)$ is an activation function. Various choices for the function $f(\cdot)$ are possible.

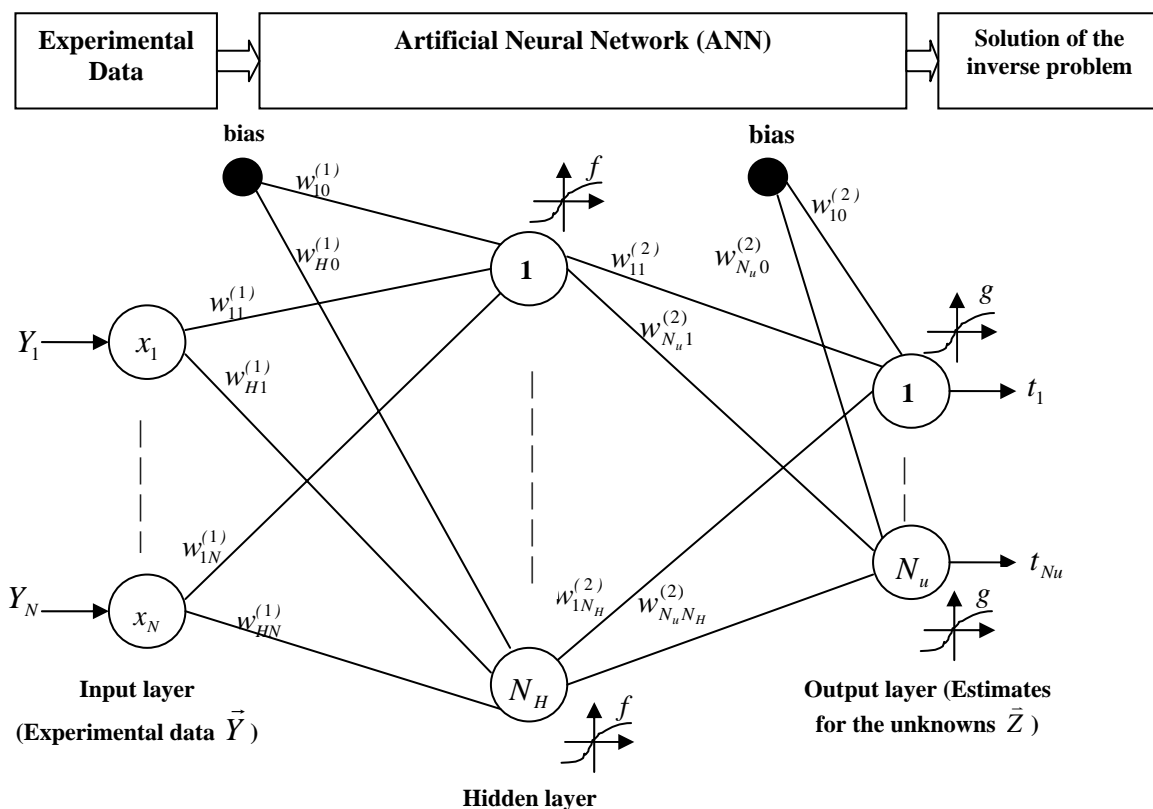


Figure 1 – Multi-layer perceptron network with one hidden layer for the inverse mass transfer problem.

Each neuron k , $k=1,2,\dots,N_u$, of the output layer performs a linear combination of the response q_j , $j=1,2,\dots,N_H$, of the neurons of the hidden layer

$$s_k = \sum_{j=1}^{N_H} w_{kj}^{(2)} q_j + w_{k0}^{(2)}, \quad k=1,2,\dots,N_u \quad (29)$$

where $w_{kj}^{(2)}$, $k=1,2,\dots,N_u$, $j=1,2,\dots,N_H$, are the weights of the connections between the neurons of the hidden layer and the neurons of the output layer, and N_u is the number of neurons in the output layer, which coincides with the number of unknowns of the inverse problem. Here we have $N_u = 2$ (see Eq. (19)).

The weighted sum s_k given by Eq. (29) is viewed as an excitation to neuron k of the output layer, which provides in response

$$t_k = g(s_k), \quad k=1,2,\dots,N_u \quad (30)$$

where $g(\cdot)$ is an activation function. Various choices for the function $g(\cdot)$ are possible.

Combining Eqs. (27-30) we get

$$t_k = g \left(\sum_{j=1}^{N_H} w_{kj}^{(2)} f \left(\sum_{i=1}^N w_{ji}^{(1)} Y_i + w_{j0}^{(1)} \right) + w_{k0}^{(2)} \right), \quad k=1,2,\dots,N_u \quad (31)$$

Considering available the experimental data Y_i , $i=1,2,\dots,N$, we observe in Eq. (31) that t_k , $k=1,2,\dots,N_u$, are estimates for the unknowns Z_k , $k=1,2,\dots,N_u$, obtained by the ANN. But before we can use Eq. (31) we must determine the weight parameters $w^{(1)}$ and $w^{(2)}$.

The determination of the weights $w^{(1)}$ and $w^{(2)}$ is accomplished by presenting a set of patterns (known input \vec{Y}_{exact} and outputs \vec{Z}_{exact}) and calculating the weights that provide the best match between the calculated values \vec{t} and the target values \vec{Z}_{exact} . The patterns used in this supervised training stage of the ANN were generated by calculating the values \vec{Y}_{exact} from known sets \vec{Z}_{exact} with the Thomas' model described in Section 2.2.

The presentation of a full set of patterns is denominated epoch. After one epoch is completed the set of patterns is presented again, in a different (random) order. After a number of epochs, once the comparison error is reduced to an acceptable level over the whole training set, the training phase ends and the ANN is established. Therefore, in our inverse mass transfer problem the unknowns \vec{Z} (output) can be determined using the experimental data \vec{Y} as the inputs to the ANN (see Fig. 1) and the simple forward sweep described by Eq. (31).

One interesting feature associated with the implementation of the ANN for the solution of the inverse problem was that in the training phase of the ANN we have corrupted the set of patterns with different levels of noise which led to an improvement on the estimated values for the unknowns.

Hybridization ANN-LM. The deterministic LM may not converge if a poor choice is made for the initial guess \vec{Z}^0 , and if it converges it may lead to a local minimum.

Silva Neto and Soeiro (2003) have used previously a hybridization GA-LM for the solution of inverse problems in heat conduction and radiative transfer, in which the stochastic method is used to generate an initial guess for the deterministic method. The hybridization ANN-LM has also been used for the solution of inverse radiative transfer problems (Soeiro et al., 2004, 2204a, 2006, Silva Neto and Soeiro, 2005)

The same approach is used in the present work for the solution of an inverse problem mass transfer problem as an attempt to estimate the vector of unknowns given by Eq. (19).

4. RESULTS AND DISCUSSION

In Table 1 are presented the physico-chemical and process parameters related to real experiments performed by Chase (1984) with the substance lisozyme.

Table 1: Physico-chemical and process parameters for Chase’s experiments (1984) with lisozyme.

Parameter	Value
h - column height (cm)	10.4
A_c - column cross section (cm ²)	0.785
fl - volumetric flow rate (ml/min)	1.0
C_0 - adsorbate concentration at the column inlet	0.1 mg/ml
q_m - maximum adsorption capacity	14 mg/ml
k_d - dissociation rate constant	0.025 mg/ml
k_1 - adsorption rate constant	0.20 ml/mg.min

The values of k_1 , k_d and q_m shown in Table 1 were obtained by Chase (1984) using a batch experiment with the Langmuir isotherm.

In Fig. 1 are shown the sensitivity coefficients for the parameters k_1 , k_d and q_m which are defined as

$$X_{k_1}(t) = k_1 \frac{\partial C_{calc}(t)}{\partial k_1}, \quad X_{k_d}(t) = k_d \frac{\partial C_{calc}(t)}{\partial k_d} \quad \text{and} \quad X_{q_m}(t) = q_m \frac{\partial C_{calc}(t)}{\partial q_m} \quad (32a-c)$$

From Fig. 1 it can be observed that using Thomas model and the experimental data obtained by Chase (1984) for lisozyme, it is not possible to estimate k_1 . Therefore, in all computations whose results will be presented next it has been considered a fixed value $k_1 = 0.20 \text{ ml/mg} \cdot \text{min}$. Difficulties may be observed in the estimation of k_d due to the low sensitivity of the model to that parameter, and good estimates may be obtained for the parameter q_m . This has been confirmed by Folly et al. (2005), as well as by the results obtained with the present work.

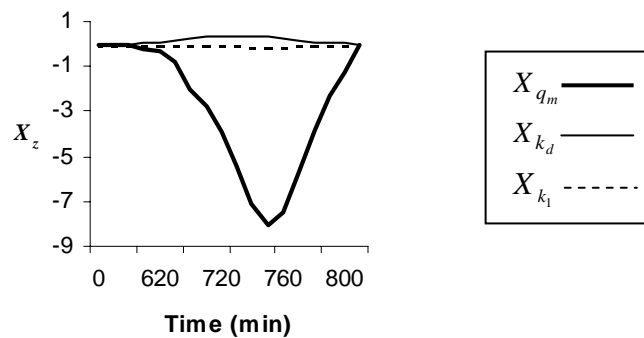


Figure 1: Sensitivity coefficients with respect to parameters k_1 , k_d and q_m Folly et al. (2005).

In Table 2 are shown the results obtained with the ANN method, as well as with the hybridization ANN-LM. It was considered a total number of 21 test cases but in Table 2 are shown the results for only four cases. One of the test cases selected is related to Chase’s experimental data (Chase, 1984) and the other three represent a broad range of variation of the parameters of interest. The level of noise corresponds to the noise artificially inserted in the patterns used for the ANN training. The hybridization consists in using the estimates obtained with ANN, \bar{Z}_{ANN} , as the initial guess for the Levenberg-Marquardt method, i.e. $\bar{Z}_{LM}^0 = \bar{Z}_{ANN}$.

Table 2: Estimates for k_d and q_m for lisozyme using the ANN method, the hybridization ANN-LM, and Chase’s experimental data (1984).

Method		ANN			ANN-LM		
Noise	Test-Case	k_d (mg/ml)	q_m (mg/ml)	Q [Eq. (20)]	k_d (mg/ml)	q_m (mg/ml)	Q [Eq. (20)]
0%	1	0.0198	13.2002	2.2083×10^{-4}	0.0200	13.2002	5.9478×10^{-9}
	12	0.0363	14.3002	8.7062×10^{-6}	0.0365	14.2999	6.8471×10^{-9}
	17	0.0445	14.9006	3.1505×10^{-4}	0.0440	14.9004	1.2466×10^{-7}
	21	0.0221	14.0912	0.1237	0.0451	14.2117	0.0211

Table 2 (Continuation): Estimates for k_d and q_m for lisozyme using the ANN method, the hybridization ANN-LM, and Chase's experimental data (1984).

Method		ANN			ANN-LM		
Noise	Test-Case	k_d (mg/ml)	q_m (mg/ml)	Q [Eq. (20)]	k_d (mg/ml)	q_m (mg/ml)	Q [Eq. (20)]
1%	1	0.0214	13.1877	8.6047×10^{-6}	0.0201	13.1896	3.7872×10^{-4}
	12	0.0362	14.3592	5.76924×10^{-3}	0.0369	14.3051	4.9353×10^{-5}
	17	0.0431	14.9810	0.14919×10^{-2}	0.0432	14.8719	2.4697×10^{-4}
	21	0.0395	14.0839	2.2107×10^{-2}	0.0420	14.1108	1.9450×10^{-2}
3%	1	0.0266	12.2859	0.2019	0.0425	12.9063	4.0347×10^{-2}
	12	0.0346	14.4627	4.4205×10^{-2}	0.0368	14.2971	1.1351×10^{-3}
	17	0.0414	15.0334	5.8851×10^{-2}	0.0438	14.8899	3.0664×10^{-4}
	21	0.0068	17.5899	0.8705	0.0024	18.8351	1.2038×10^{-2}
5%	1	0.0192	13.0654	3.8384×10^{-2}	0.0219	13.068	3.5052×10^{-3}
	12	0.0351	13.6334	0.6600	0.0514	14.8187	5.8252×10^{-2}
	17	0.0436	14.5103	0.1661	0.0428	14.8073	1.4931×10^{-3}
	21	0.0303	14.6805	0.5742	0.0354	14.0803	3.3026×10^{-2}
8%	1	0.0174	13.9508	0.3892	0.0190	13.2317	1.3382×10^{-2}
	12	0.0374	14.3773	2.3650×10^{-2}	0.0350	14.2682	9.7210×10^{-3}
	17	0.0395	15.0041	5.3445×10^{-2}	0.0443	14.9315	2.7835×10^{-3}
	21	0.0274	13.9981	4.9931×10^{-2}	0.0438	14.1659	1.9864×10^{-2}

From the results shown in Table 2, when compared to the value shown in Table 1, one observes that indeed the estimates for k_d seem to be poor. A much better result is obtained for the estimates for q_m . Nonetheless, as both parameters k_d and q_m are being estimated simultaneously, it is expected that the quality of the estimates for q_m are affected by the low sensitivity of the model to the parameter k_d .

The control parameters used in the ANN implementation are shown in Table 3. In this work the Neural Network Toolbox of the software MATLAB 6.5.1 (Mathworks, Inc.) was used with the following neuron model in the backpropagation network: 17 elements in the input vector (corresponding to the number of points where concentration is measured), log-sigmoid (logsig) transfer function between the input layer and the hidden layer (with 34 elements) and a linear transfer function (purelin) in the output layer (with 2 elements in the output vector, which are the unknowns of the formulated inverse problem). The number of epochs required in the training stage of the ANN varies with the convergence goal previously specified which on its turn depends on the test case under consideration.

Table 3: Control parameters used in the ANN method.

Control Parameter	Value
Output vector (N_u)	2 elements
Input vector (N)	17 elements
Patterns	400
Goal for convergence	from 10^{-2} up to 10^{-6}

In Figs. 2-6 are shown the corrupted, experimental and calculated breakthrough curves, being the latter computed with the estimated values for k_d and q_m obtained with either ANN or ANN-LM and the Thomas model. These results were selected because the hybridization ANN-LM led to a better fit of the model to the experimental data.

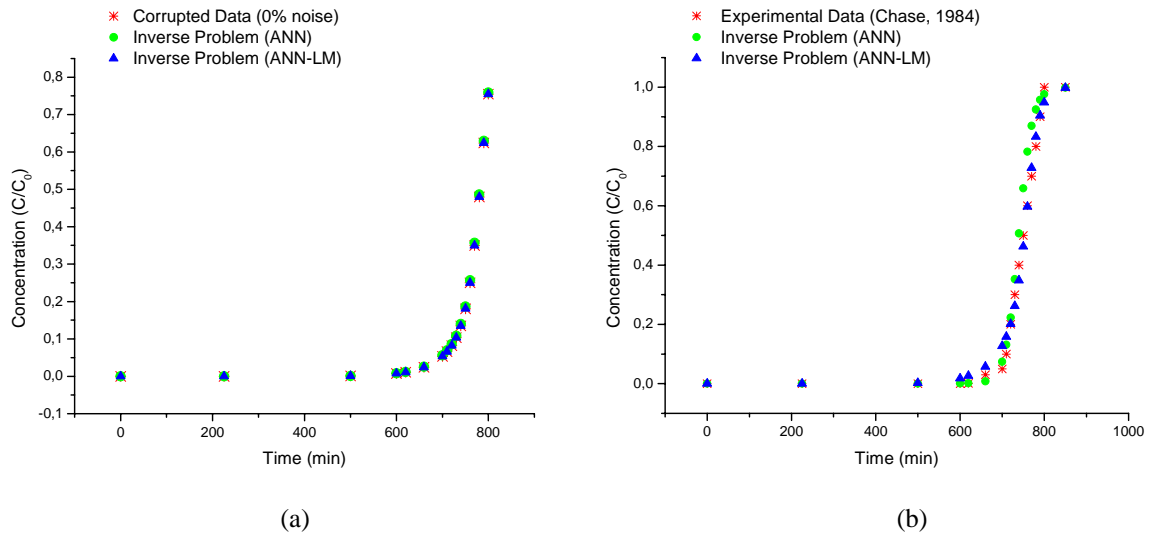


Figure 2: Corrupted, Experimental (Chase, 1984) and calculated breakthrough curves for lysozyme, with ANN method and hybridization ANN-LM

(a) Test-Case 17 with 0 % noise in the training set data. (b) Test-Case 21 with 0 % noise in the training set data.

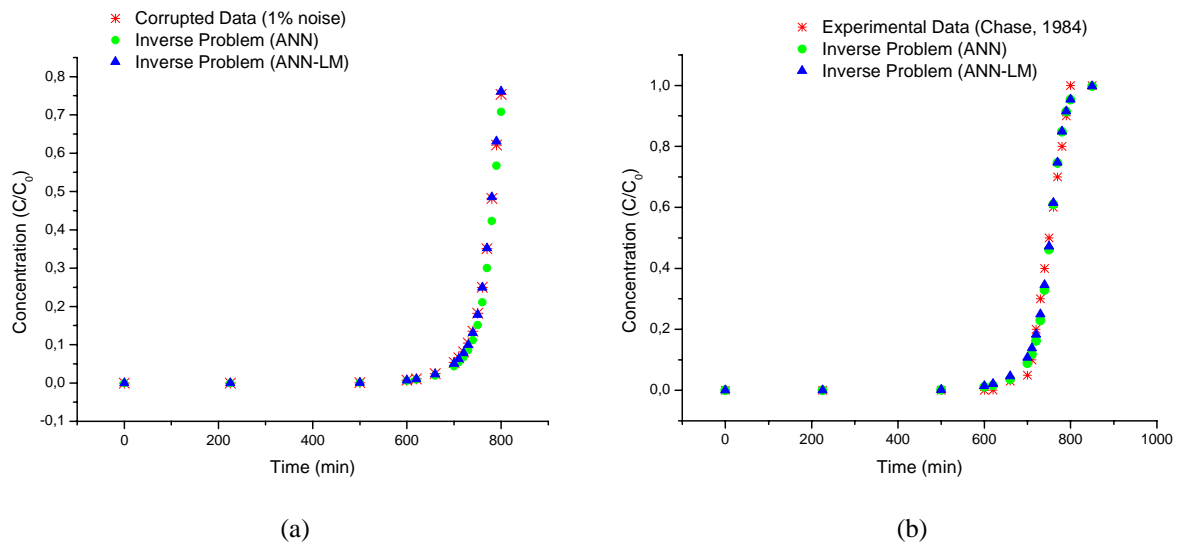


Figure 3: Corrupted, Experimental (Chase, 1984) and calculated breakthrough curves for lysozyme, with ANN method and hybridization ANN-LM

(a) Test-Case 17 with 1 % noise in the training set data. (b) Test-Case 21 with 1 % noise in the training set data.

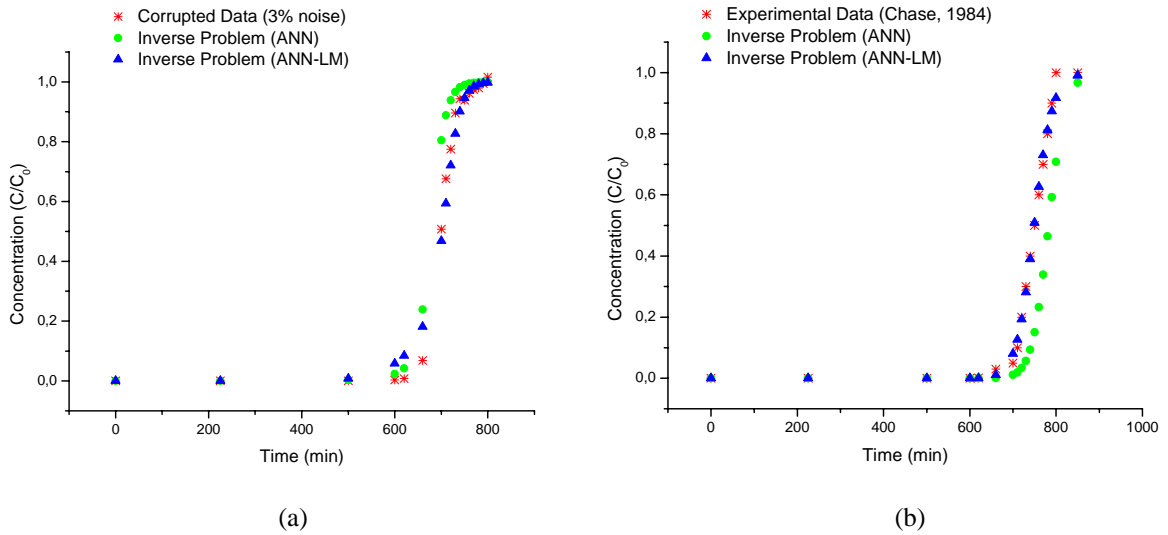


Figure 4: Corrupted, Experimental (Chase, 1984) and calculated breakthrough curves for lisozyme, with ANN method and hybridization ANN-LM

(a) Test-Case 1 with 3 % noise in the training set data. (b) Test-Case 21 with 3 % noise in the training set data.

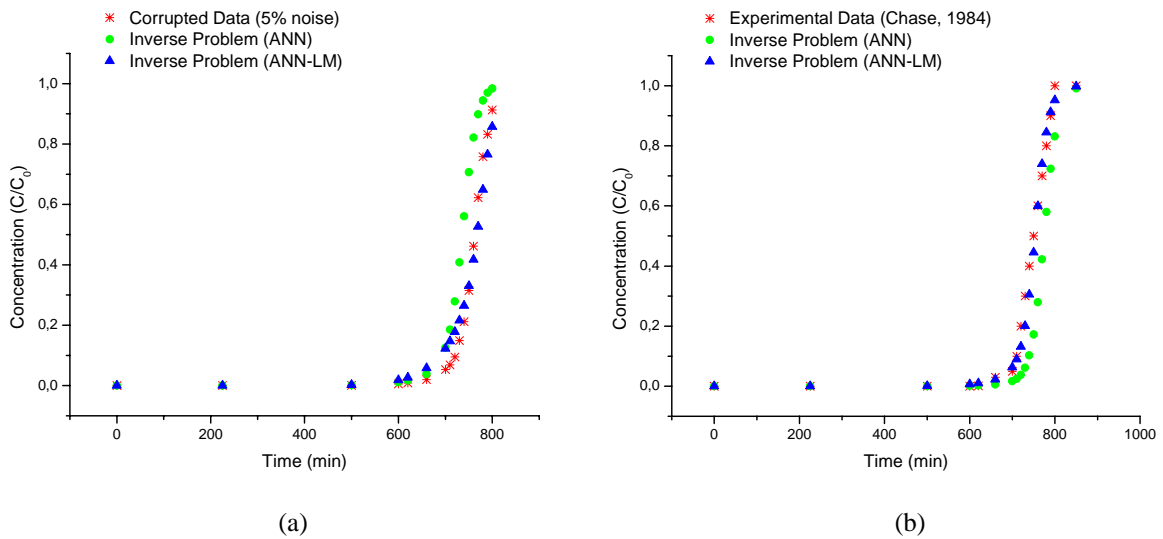


Figure 5: Corrupted, Experimental (Chase, 1984) and calculated breakthrough curves for lisozyme, with ANN method and hybridization ANN-LM

(a) Test-Case 12 with 5 % noise in the training set data. (b) Test-Case 21 with 5 % noise in the training set data.

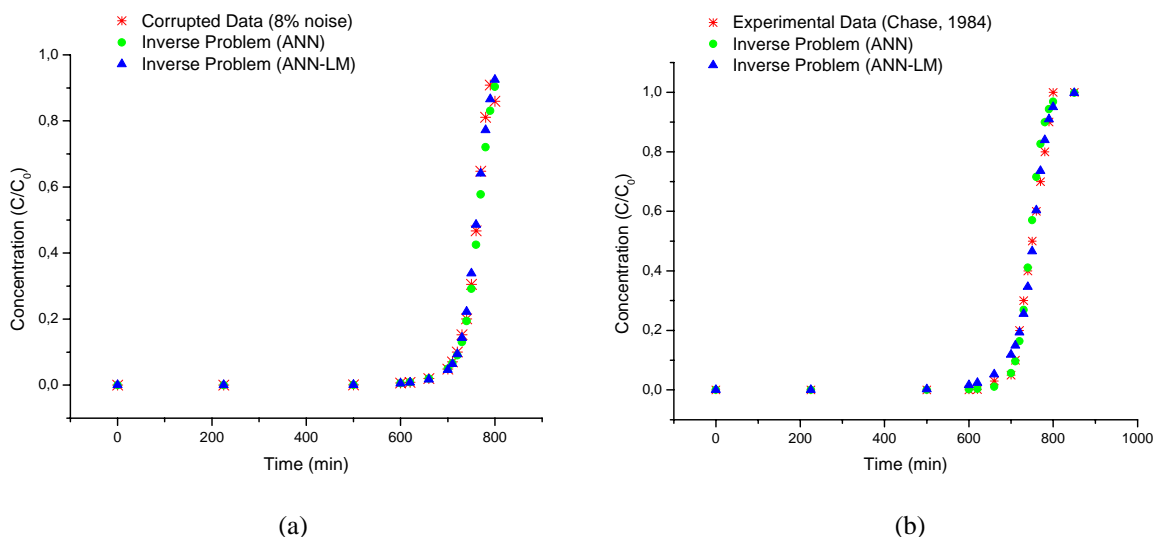


Figure 6: Corrupted, Experimental (Chase, 1984) and calculated breakthrough curves for lisozyme, with ANN method and hybridization ANN-LM

(a) Test-Case 12 with 8 % noise in the training set data. (b) Test-Case 21 with 8 % noise in the training set data.

5. CONCLUSIONS

In the present work it is observed that the hybridization of a deterministic (LM) with an stochastic (ANN) method may lead to a better fit of a model used for the direct problem solution to real experimental data available for a mass transfer problem involving solid-liquid adsorption. Nonetheless, the sensitivity analysis performed before the inverse problem is solved shows that difficulties may arise in the estimation of one mass transfer parameter, the dissociation rate constant k_d .

The estimates for the maximum adsorption capacity, q_m , are much better, but it may be affected by the poor sensitivity of the direct model to the parameter k_d .

In a future work the authors will investigate the estimation of parameters k_d and q_m separately.

As the direct problem solution is analytical, and very fast to compute, the approach described in the present work for the solution of the inverse mass transfer problem is not computationally intensive, and therefore CPU time requirement is not an issue.

6. Acknowledgements

The authors acknowledge the financial support provided by CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, and FAPERJ, Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro.

7. REFERENCES

- Bishop, C. M., 1995, "Neural Networks for Pattern Recognition", Ed. Clarendon Press.
- Blanch, H.W. and Clark, D.S., 1997, "Biochemical Engineering", Ed. Marcel Dekker, New York.
- Chase, H.A., 1984, "Prediction of the Performance of Preparative Affinity Chromatography". *Journal of Chromatography*, Vol. 297, pp. 179-202.
- Fellinger, A., Cavazzini, A. and Guiochon, G., 2003, "Numerical determination of the competitive isotherm of enantiomers", *Journal of Chromatography A*, 986, pp. 207-225.
- Folly, F. M., Silva Neto, A.J. and Santana, C.C., 2005, "An Inverse Mass Transfer Problem for the Characterization of Simulated Moving Beds Adsorption Columns". *Proc. 5th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, Cambridge, UK.
- Guiochon, G. and Lin, B., 2003 "Modeling for Preparative Chromatography". Ed. Academic Press, UK.
- Guiochon, G., 2002, "Preparative Liquid Chromatography (Review)". *Journal of Chromatography*, Vol. 965, pp. 129-161.

- Gritti, F. and Guiochon, G., 2004, "Effect of the ionic strength of the solution and the nature of its ions on the adsorption mechanism of ionic species in RPLC-III. Equilibrium isotherms and overload band profiles on Kromasil-C₁₈", *Journal of Chromatography A*, 1047, pp. 33-48.
- Haykin, S., 1994, "Neural Networks: A Comprehensive Foundation", Ed. Prentice Hall, Inc..
- Lage, L. F., Cuco, A. P. C., Folly, F. M., Soeiro, F. J. C. P. and Silva Neto, A. J., 2006, "Stochastic and Hybrid Methods for the Solution of an Inverse Mass Transfer Problem", Proc. III European Conference on Computational Mechanics, Lisbon, Portugal.
- Lugon Jr., J., Silva Neto, A.J. and Santana, C. C., 2002, "Estimation of Gas-Liquid Adsorption Isotherms Using an Inverse Problem Approach". TEMA – Tendências em Matemática Aplicada e Computacional, Vol. 3, No. 2, pp. 161-170. In Portuguese.
- Mendes, M. C. S., Silva Neto, A. J. and Vasconcellos, J. F. V., 2005, "Numerical Simulation of Adsorption Columns: Model Comparison and Sensitivity Analysis", Proc. 18th International Congress of Mechanical Engineering, ABCM, Ouro Preto, Brazil.
- Rice, G. R. and Do, D. D., 1994, "Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers", Ed. John Wiley & Sons, New York.
- Santacesaria, E., Morbidelli, M., Servida, A., Storti, G. and Carrã, S., 1982, "Separation of xylenes on γ zeolites-2. Breakthrough Curves and their Interpretation", *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, Vol. 21, pp. 446-451.
- Seidel-Morgenstein, A., 2004, Experimental determination of single solute and competitive adsorption isotherms. *Journal of Chromatography A*, 1037, 255-272.
- Silva Neto, A.J. and Soeiro, F.J.C.P., 2003, "Solution of implicitly formulated inverse heat transfer problems with hybrid methods", 2nd MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics, Cambridge, USA.
- Silva Neto A. J. and Soeiro, F. J. C. P., 2005, "Inverse problem of space dependent albedo estimation with artificial neural networks and hybrid methods", Proc. 18th International Congress of Mechanical Engineering, COBEM, ABCM, Ouro Preto, Brazil
- Silva, F.R.C. and Santana, C.C., 2000, "Adsorption of Inulinases in Ion Exchange Columns". *Appl. Biochem. Biotech.*, Vol. 84-86, pp. 1063-1078.
- Soeiro, F. J. C. P. and Silva Neto, A. J., 2006, "Solution of Inverse Radiative Transfer Problems in Two-Layer Media with Artificial Neural Networks", Proc. 14th Inverse Problems in Engineering Seminar, Ames, USA.
- Soeiro, F. J. C. P., Soares, P. O. and Silva Neto, A. J., 2004, "Solution of Inverse Radiative Transfer Problems with Artificial Neural Networks and Hybrid Methods", Proc. 13th Inverse Problems in Engineering Seminar, Cincinnati, USA, pp. 163-169.
- Soeiro, F. J. C. P., Soares, P. O., Campos Velho, H.F. and Silva Neto, A. J., 2004a, "Using Neural Networks to Obtain Initial Estimates for the Solution of Inverse Heat Transfer Problems", Proc. Inverse Problems, Design and Optimization Symposium, vol. I, pp. 358-363, Rio de Janeiro, Brazil.
- Thomas, H., 1944, "Heterogeneous Ion Exchange in Flowing System", *J. Am. Chem. Soc.*, Vol. 66, pp. 1664-1668.
- Vasconcellos, J.F.V., Silva Neto, A.J. and Santana, C.C., 2003, "An Inverse Mass Transfer Problem in Solid-Liquid Adsorption Systems". *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 11, No. 5, pp. 391-408.
- Vasconcelos, J.F.V., Silva Neto, A.J., Santana, C.C. and Soeiro, F.J.C.P., 2002, "Parameter Estimation in Adsorption Columns with a Stochastic Global Optimization Method". Proc. 4th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice, Angra dos Reis, Brazil, Vol. II, pp. 227-234.

ON THE USE OF MFS IN LINEAR INVERSE DIFFUSION PROBLEMS

Marcelo J. Colaço

Military Institute of Engineering
Department of Mechanical Engineering
Pç Gen. Tibúcio, 80, Rio de Janeiro, RJ, 22290-270, Brazil
colaco@ime.eb.br

Helcio R. B. Orlande

Federal University of Rio de Janeiro
Department of Mechanical Engineering
Cx. Postal 68503, Rio de Janeiro, RJ, 21945-970, Brazil
helcio@mecanica.coppe.ufrj.br

Nilson C. Roberty

Federal University of Rio de Janeiro
Department of Nuclear Engineering
Cx. Postal 68503, Rio de Janeiro, RJ, 21945-970, Brazil
nilson@con.ufrj.br

Carlos Alves

Instituto Superior Técnico
Department of Mathematics
Av. Rovisco Pais, 1049-001, Lisboa Codex, Portugal
calves@math.ist.utl.pt

Vitor Leitão

Instituto Superior Técnico
Department of Civil Engineering
Av. Rovisco Pais, 1049-001, Lisboa Codex, Portugal
vitor@civil.ist.utl.pt

Abstract. *This work deals with the estimation of the spatially source term distribution in a multidimensional linear diffusion problem. This work can be physically associated with the detection of material non-homogeneities such as inclusions, obstacles or cracks, heat conduction, groundwater flow detection, and tomography. The solution technique applied in this paper to the inverse problem under consideration relies on the use of the Method of Fundamental Solutions. Non-intrusive measurements were employed and the accuracy of the solution approach was examined by using simulated measurements containing random errors in the inverse analysis. The uniqueness of the problem is also investigated.*

Keywords. *Meshless Methods, MFS, Linear Heat Conduction, Inverse Problems*

1. Introduction

The problem of sources reconstruction from boundary measurements for the Laplace operator, and more generally in elliptic problems, has been studied by El Badia and Ha Duong (1998). They demonstrate that in general sources are unattainable except for its harmonic components. So the knowledge of the Dirichlet-Neumann map, which in the experimental framework means to formulate different boundary value problems with the same source and overdetermine in the least-squares sense the reconstruction problem, does not increase the existing information about the source. In mathematical terms we can say that for the same Dirichlet data two sources with different normal components with respect to the set of harmonic square integrated functions will create the same Neumann data in the boundary. With this limitation in the reconstruction problem, the problem is whether it is possible to determine the source if some *a priori* knowledge is assumed, that is some sourcelet information. We can distinguish the case in which the source is a product of a known function and an unknown one, such as the base and the height. Due to the nature of the space where the boundary visible component of the source lives, that is, the Harmonic functions space, the Method of Fundamental Solution creates a natural framework for this reconstruction problem.

2. MFS Background

The MFS is a straightforward method that allows approaching the solution of boundary value problems for a partial differential equation whenever its fundamental solution is known. The first contributions to this field can be dated back

to the 1960's with Kupradze and Alekside (1964) – for an overview a good reference still is Fairweather and Karageorghis (1998). However, due to ill conditioning problems and to the development of other methods, like the Finite Element Method, the MFS was not extensively applied and its rigorous mathematical justification was not proceeded. Over the last decade, the main advantage of the MFS and other meshless methods, namely, its simple computational implementation has been recognized. This work applies the features of the MFS to the treatment of inverse source problems.

In this paper, we considered a linear heat conduction with constant thermophysical properties over a finite medium Ω , subjected to prescribed temperature at the boundary $\partial\Omega$. For the sake of simplicity, let us consider the following geometry

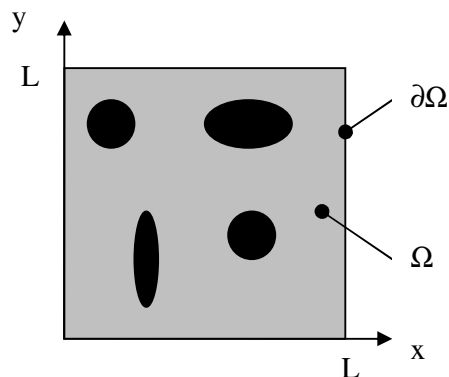


Figure 1. Geometry

which represents a square plate with side equals to L . The black patterns represent the location of unknown source terms and all the walls are subjected to Dirichlet boundary conditions. Thus, the mathematical formulation for this problem is given as

$$\nabla \cdot (K \nabla T) = g \quad \text{in } \Omega \quad (1.a)$$

$$T = T_0 \quad \text{at } \partial\Omega \quad (1.b)$$

The problem given by Eqs. (1.a) and (1.b) exists and have unique solution if the geometry, the boundary condition, the thermal conductivity K and the source term g are known. If, at least, one of these quantities is unknown, we must provide extra information in order to solve this problem. In this case, we don't know the source term g , and such extra information can be obtained by the measurements of the heat flux at the boundary, given as the following Neumann boundary condition

$$-K \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = q_{meas} \quad \text{at } \partial\Omega \quad (1.c)$$

where q_{meas} is the measured heat flux.

In a previous paper (Colaço et al, 2003), g was estimated by using intrusive measurements in a one-dimensional transient problem, through the Conjugate Gradient Method with Adjoint Problem Technique (Alifanov, 1994; Ozisik and Orlande, 2000). For that technique, the estimation of the source term by using only measurements at the boundary was unsatisfactory. In this paper we are interested in obtain g by using only non-intrusive measurements.

Considering a constant thermal conductivity K the problem given by Eq. (1.a) reduces to an inverse Poisson problem, that consists in the identification of $f = g/K$.

$$\nabla \cdot \nabla T = f \quad \text{in } \Omega \quad (2.a)$$

$$T = T_0 \quad \text{at } \partial\Omega \quad (2.b)$$

To this purpose we will use solutions of the Helmholtz equations

$$\nabla^2 u + \kappa^2 u = 0$$

since for some chosen wavenumbers κ the solutions of these equations simplify the Laplacian to $\nabla \phi^2 u = -\kappa^2 u$.

One class of solutions is given by point-sources $\phi_k(x-y_j)$ with y_j outside the domain. Here ϕ_k is the fundamental solution

$$\phi_k(x) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}[\kappa \|x\|] \quad \text{in 2D} \quad (3)$$

where $H_0 = J_0 + iY_0$ is the first Hänkel function, defined through the Bessel functions of first and second kind, J_0 and Y_0 . Thus, if we consider T as an expansion of point-sources (cf. Alves and Chen (2005))

$$T(x) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \beta_{i,j} \phi_{\kappa_i}(x - y_j) \quad (4)$$

we obtain

$$f(x) = \nabla^2 T = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \kappa_i^2 \beta_{i,j} \phi_{\kappa_i}(x - y_j) \quad (5)$$

As adopted by Alves and Valtchev (2005), instead of the whole fundamental solution with external points we may use the imaginary part that reduces to the J_0 function, that is non-singular, and allows us to consider internal points inside Ω (this is also related to the Boundary Knot Method, used by Chen (2001)). The use of these approaches produces similar results.

We just have to adapt T to the given/measured boundary conditions (Cauchy data). Taking the normal derivative of Eq. (4) we obtain

$$\frac{\partial T(x, y)}{\partial \mathbf{n}} = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_j}{\|\mathbf{r}_j\|} \kappa_i \beta_{i,j} J_1(\kappa_i \|\mathbf{r}_j\|) \quad (6)$$

with $\|\mathbf{r}_j\| = \|x - y_j\|$. Thus, applying Eqs. (4) and (6) the boundary conditions (1.b) and (1.c) we have

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \beta_{i,j} J_0(\kappa_i \|\mathbf{r}_j\|) = T_0 \quad \text{at } \partial\Omega \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_j}{\|\mathbf{r}_j\|} \kappa_i \beta_{i,j} J_1(\kappa_i \|\mathbf{r}_j\|) = \frac{q_{meas}(x, y)}{K} \quad \text{at } \partial\Omega \quad (8)$$

Note that we must write one pair of equations for each collocation point (x, y) , which is the point at the boundary $\partial\Omega$ where we impose the temperature T_0 and measure the heat flux q_{meas} . Thus, we have $2P$ equations, where P is the number of collocation points (x, y) . Since we know the location of the centers (x_i, y_i) , the imposed temperature T_0 , the measured heat flux q_{meas} , the thermal conductivity K and have fixed the number of frequencies κ_i , Eqs. (7) and (8) reduce to a linear system with $M \times N$ unknowns $\beta_{i,j}$ and $2P$ equations. Or, in matrix form

$$\mathbf{J}\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\varphi} \quad (9)$$

Since we have a non square matrix, we must solve a least squares problem given as

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varphi} \quad (10)$$

Note that, after solving such system we obtain an expression for the temperature, which was given by Eq. (4). Then, we can take the Laplacian of this expression and obtain

$$- \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \kappa_i^2 \beta_{i,j} J_0(\kappa_i \|\mathbf{r}_j\|) = \nabla^2 T \quad (11)$$

where we used Eq. (5) to obtain this compact form.

Since the conductivity K is constant, we may apply Eq. (11) to Eq. (1.a) and obtain, finally the unknown source term as

$$g(x, y) = -K \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \kappa_i^2 \beta_{i,j} J_0(\kappa_i \|\mathbf{r}_j\|) \quad (12)$$

where no intrusive measurement in the interior of the domain Ω was used.

3. Numerical Examples

Let us now apply the methodology presented in the previous section to the following dimensionless problem, where the geometry was given in Fig. (1)

$$\nabla^2 T = f(x_1, x_2) \quad \text{in } 0 < x_1 < 1; 0 < x_2 < 1 \quad (13.a)$$

$$T = T_0 \quad \text{at } x_1=0 \text{ and } x_1=1; 0 < x_2 < 1 \quad (13.b)$$

$$T = T_0 \quad \text{at } x_2=0 \text{ and } x_2=1; 0 < x_1 < 1 \quad (13.c)$$

where T_0 was taken as 0.0 and the measured heat fluxes are represented as

$$-K \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = q_{meas}(x_1, x_2) \quad \text{at } x_1=0 \text{ and } x_1=1; 0 < x_2 < 1 \quad (14.d)$$

$$-K \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = q_{meas}(x_1, x_2) \quad \text{at } x_2=0 \text{ and } x_2=1; 0 < x_1 < 1 \quad (14.e)$$

In order to test the above methodology, we used simulated measurements obtained by the solution of the direct problem, given by Eqs. (13.a,b,c), using a known distribution of source term $f(x_1, x_2)$. However, in order to avoid the so-called *inverse crime*, the methodology used to solve this direct problem was completely different from the methodology used to solve the inverse problem. In fact, we used the finite difference method to solve the direct problem and the MFS to solve the inverse problem. Thus, the measured heat fluxes at the boundaries already have some sort of error, due to the discretization used in the direct problem.

An open question in this MFS inverse solution gives respect to what number of centers (x_j) and frequencies κ_j to use in Eqs. (7), (8) and (11). However, since the solution of Eq. (10) is quite fast (less than one second), we performed an automatic search of the number of centers (x_j) and frequencies κ_j in all cases presented here, where $2 < N < 11$ and $2^2 < M < 11^2$. The best values of the frequencies and centers were such that the residual of the linear system given by Eq. (10) was minimized. In all cases, we used 50 collocation points in each one of the four boundaries. After some tests, the estimation was insensitive to an increase in the number of the collocation points beyond this value.

For the first case, we considered a source term varying as a sine function in the x_1 and x_2 coordinates, and took an error free (except for the inherent error of the method used in the direct problem for the simulated measurements) measurement of the heat fluxes at the boundaries. Figure (2) shows the exact and estimated $f(x_1, x_2)$, where one can see a very good estimation, considering that we took only measurements at the boundaries.

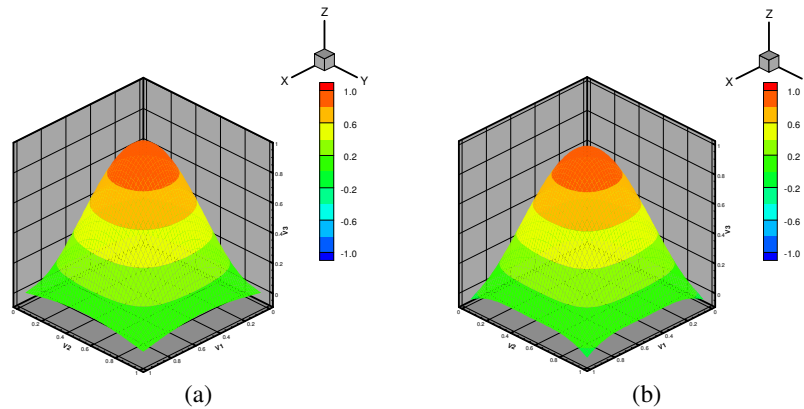


Figure 2. Exact (a) and estimated (b) periodical source term

Once the method worked out for a smooth function as showed in Fig. (2), we decided to test discontinuous function, which are very difficult to capture. For this second test case we considered a square function with peak value equal to 1.0 and located exactly at the center of the medium, having length and weight equal to 0.5. Figure (3) shows the exact and estimated values of this source term, where one can see that the estimation is not able to capture the

sharpness of the function, but captures reasonable well its peak value. It is also worth to note that the estimated location of the function is very well captured. Note that other techniques, as the Conjugate Gradient Method with Adjoint Problem (Colaço et al, 2003) was not able to estimate even smooth functions without intrusive measurements. For this estimation, we used 9 frequencies κ_j and 16 centers x_j inside the domain.

In order to facilitate the visualization, in all graphics of this paper the color scale was adapted to be the same for the exact and estimated functions. This leads to a better way to visualize the estimation than using 3D plots.

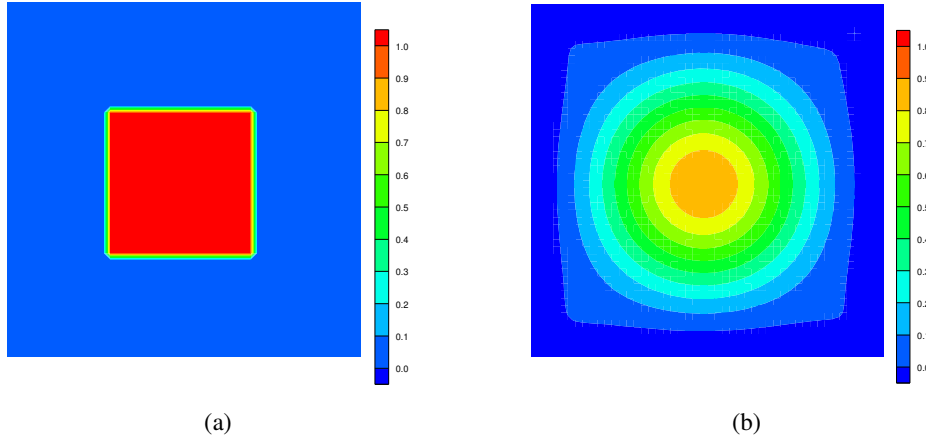


Figure 3. Exact (a) and estimated (b) symmetric square function, without measurement errors

Now, we used the same function of Fig. (3.a), but included errors in the measurements, which were obtained by using the following equation

$$(q_{meas})_{err} = q_{meas} + \sigma \mathcal{E} \tag{15}$$

where σ is the standard deviation of the measurements and \mathcal{E} is a random number with uniform distribution between 0 and 1. Equation (15) was applied to each one of the P measurement points.

Figure (4) show the results for the estimation of the source term g by using measurements with errors, whose standard deviation σ was taken as 1% and 10% of the original measurements, for figures (4.a) and (4.b), respectively. Note that the estimation deteriorates when σ increases. However, even for a large value of standard deviation, the location of the unknown source term is still captured. For these results we used 9 and 7 frequencies as well as 16 and 25 centers, respectively.

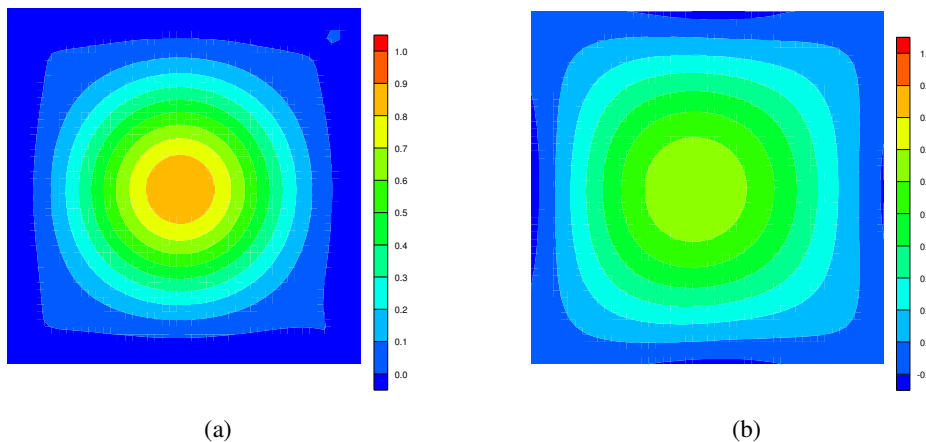


Figure 4. Estimation of the symmetric square function with (a) $\sigma=0.01 q_{meas}$ and (b) $\sigma=0.1 q_{meas}$

The next test case involves the estimation of a source term which hasn't symmetry with respect to x or y axes. Also, in this test case, we tried to capture two discontinuities. The function is defined as a square function with peak value equal to one in the intervals showed in the Fig. (5). One can see that, although the shape of the function is not exactly

estimated, the peak value of the source term and its locations are very well captured. The number of frequencies and centers used were 5 and 25, respectively.

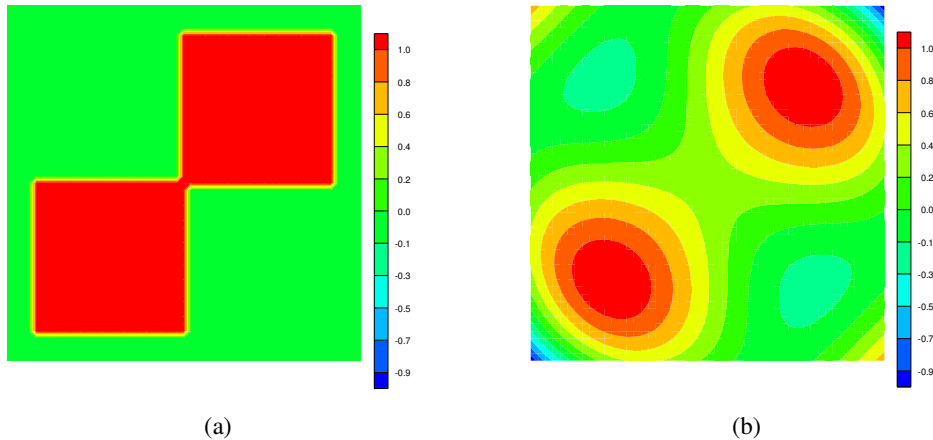


Figure 5. Exact (a) and estimated (b) unsymmetric square function, without measurement errors

Figure (6) show the results for the estimation of the source term g by using measurements with errors, whose standard deviation σ was taken as 10% and 100% for the original measurements, for figures (6.a) and (6.b), respectively. Note that the estimation deteriorates when σ increases (observe the values of the color scales). Note also that the estimation is worst in this case than in the case using symmetric source term, showed in Fig. (4). However, since the source terms are close to the boundaries (where the measurements were taken) we can obtain results even for large values of errors.

It is worth to note the large oscillations in the estimated function, having negative value at some locations. However, if one knows that the source term can be only positive for some specific problem; such plots give a good indication of the location of the peak values of the function. In fact, this information can also be used in the estimation in order to improve the results, although this was not done in this paper. For these results we used 5 frequencies and 36 centers.

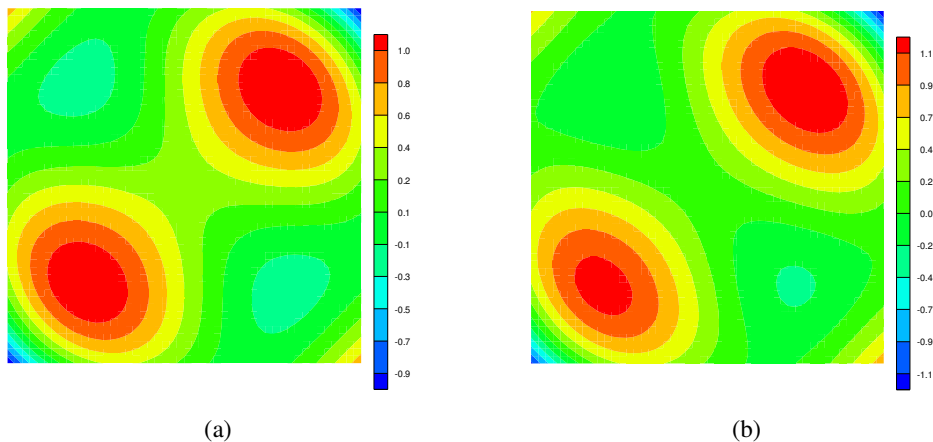


Figure 6. Estimation of the unsymmetric square function with (a) $\sigma=0.1$ and (b) $\sigma=1.0$

Finally, for the last test case, we tried to estimate the same function presented at Fig. (5.a), but with an underspecified boundary. In other words, the imposed boundary condition given by Eq. (1.b) and the measured heat flux given by Eq. (1.c) were unknown at some locations. This is a very extreme test case and Fig. (7.a) shows the result for a test case where nothing was known about the boundary $x=0$, while Fig. (7.b) shows the result where nothing was known for the boundaries $x=0$ and $x=1$, except the shape of the boundaries for both cases. Note, from Fig. (7.a) that the estimation only deteriorates close to $x=0$ (the underspecified boundary) and remains the same as showed in Fig. (5.b) close to $x=1$. However, the location of the peak values of the function is still well captured. Figure (7.b) shows a curious pattern, where the peak values are close to their exact location, but the function is stretched out in the x direction (where both boundary conditions are underspecified). When one more boundary is underspecified, the results are too worst and are not shown here. For these results we used 5 and 9 frequencies as well as 36 and 9 centers, respectively.

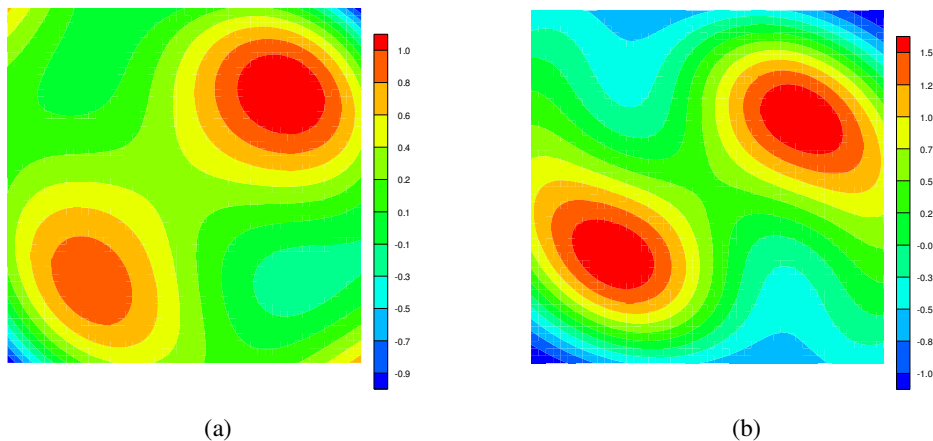


Figure 7. Underspecified boundary conditions at $x=0$ (a) and $x=0, x=1$ (b)

4. Conclusions

In this work we used a version of the Method of Fundamental Solutions, called the Boundary Knot Method to estimate an unknown source term in a linear heat conduction problem, by using only non-intrusive measurements.

Since we used simulated measurements, obtained from the solution of the direct problem for a known source term, two different methodologies were employed for the inverse and direct problems, in order to avoid the so-called inverse crime.

The MFS showed to be very fast and powerful to recover the location and peak values of discontinuous functions, even when more than one discontinuity was considered. It was also capable to recover the location of functions with measurement errors in the heat fluxes at the boundaries.

We also tested cases where some information of the boundaries was lost, except the location of the boundaries. Even when we did not know any boundary condition or measurement for parts of the boundary, the method was able to obtain a reasonable good estimation of the peak value and location of the unknown function.

5. Acknowledgements

This work was partially funded by CNPq, CAPES (agencies for the fostering of science from the Brazilian Ministry of Science and Education, respectively) and GRICES (agency for the fostering of science from the Portugal Ministry of Science and Education).

6. References

- Alifanov, O. M., 1994, *Inverse Heat Transfer Problems*, Springer-Verlag, Berlin.
- Alves, C.J.S. and Chen, C.S., 2005, "A New Method of Fundamental Solutions Applied to Non-Homogeneous Elliptic Problems", *Advances in Computational Mechanics*, Vol. 23, pp. 125-142.
- Alves, C.J.S. and Valtchev, S.S., 2005, "Numerical Comparison of Two Meshfree Methods for Acoustic Wave Scattering", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 29, pp. 371-382.
- Chen, W., 2001, "Boundary Knot Method for Laplace and Biharmonic Problems", *Proceedings of the 14th Nordic Seminar on Computational Mechancis*, pp. 117-120.
- Colaço, M.J., Orlande, H.R.B., Dulikravich, G.S.D. and Rodrigues, F.A., 2003, "A Comparison of Two Solution Techniques for the Inverse Problem of Simultaneously Estimating the Spatial Variations of Diffusion Coefficients and Source Terms", *Proceeding of the International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Washington, DC.
- El Badia, A. and Ha Duong, T., 1998, "Some Remarks on the Problem of Source Identification From Boundary Measurements", *Inverse Problems*, Vol. 14, pp. 883-891.
- Fairweather, G. and Karageorghis, A., 1998, "The Method of Fundamental Solutions for Elliptic Boundary Value Problems", *Advances in Comp. Math.*, Vol. 9, pp. 69-95.
- Kupradze, V.D. and Aleksidze, M.A., 1964, "The Method of Functional Equations for the Approximate Solution of Certain Boundary Value Problems", *U.S.S.R. Computational Mathematics and Mathematical Physics*, Vol. 4, pp. 82-126.

Ozisik, M. N. and Orlande, H. R. B., 2000, Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications, Taylor & Francis, New York.

6. Copyright Notice

The authors are the only responsible for the printed material included in their paper.

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF TRANSPORT COEFFICIENTS FOR ICE SLURRY IN PLATE HEAT EXCHANGER

Luis Castillo Martinez

Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rua Marquês de São Vicente 225, Rio de Janeiro, RJ – 22453-900, Brasil.
nvluis@mec.puc-rio.br

Sergio Leal Braga

Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rua Marquês de São Vicente 225, Rio de Janeiro, RJ – 22453-900, Brasil.
slbraga@mec.puc-rio.br

Abstract. Ice slurry is an aqueous solution, with fine ice crystals. This article presents an experimental procedure to measure the heat transfer, with phase change, and the pressure drop coefficients of a mixture of glycol and water, with 13.8% in weight, inside a U-plate heat exchanger. Tests were carried out with the ice slurry Reynolds numbers varying between 150 and 425. The thermal load was imposed using water as a second fluid under different mass flow rates and flow configurations. The results shown that the overall heat transfer coefficient increases up to 25% when the ice slurry flow is increased. By increasing the ice fraction the cooling capacity is improved while the overall heat transfer coefficient and the Nusselt number are reduced. The friction factor varies between 0.030 and 0.085. As it was expected, the friction factor increases with the ice fraction. Finally, correlations for the Nusselt number and the friction factor for the aqueous solution with and without ice crystals are shown as a function of Reynolds number.

Keywords. Heat Exchanger, pressure drop, ice slurry, secondary refrigerants, plate heat exchanger.

1. Introduction

If fine ice crystals are dispersed, as a phase change material, in a water solution, it is created a kind of blend known as ice slurry, which combines a high specific thermal energy, through the phase change of the solids in suspension, with the capacity to be pumped. These properties are enough to create a relatively simple and interesting secondary coolant. For these reasons many studies have been oriented to determine their behavior in pipes, pumps and heat exchangers, Egolf (2004).

Metz (1987) and Choi and Knodel (1992) studied the potential of the ice slurry for the internal flow in pipes. They showed that it is possible to reduce 35% of the mass flow rate using the ice slurry. The cooling capacity for ice fractions of 30% increases up to six times, when compared with conventional cold water systems.

Due to the described potential of these relatively simple mixtures, studies on the possibility of use of the ice slurry in other refrigeration system components began to be done. It is the case of the following studies on plate heat exchangers.

Grupta and Fraser (1990) conducted experimental studies for a mixture of ethylene glycol - water to 6%, with ice fractions reaching up to 20%, and volumetric flow rates between 0.18 and 2.16 m³/h. They reported an increase in the heat transfer coefficient with the mass flow rate and a decrease of the same coefficient while the ice fraction increases. The pressure drop stayed almost constant for ice fractions up to 20%.

Norgard (2001) studied a mixture of propylene glycol - water with concentration of 16% in weight, and mass flow rates between 0.05 and 0.3 m³/h. For low volumetric flow rates (0.05 m³/h) the results indicated an increase in the heat transfer coefficient and an increase also in the pressure drop as the ice fraction increases.

Bellas et al. (2002) reported results for mixtures of propylene - water with concentration up to 5%, ice fractions up to 25%, and flow rates between 1.0 and 3.7 m³/h. They observed an increase of 30% in the cooling capacity. The heat transfer coefficient increases with the ice slurry mass flow rate. On the other hand, the pressure drop presents an exponential increase.

Jiménez (2003) used a mixture of ethylene glycol - water with concentration up to 12%. He observed increasing up to three times in the cooling capacity and overall heat transference coefficients when comparing the ice slurry flow with the liquid water flow.

Frei and Boyman (2003) reported results for the overall heat transfer coefficient and pressure drop as a function of the mass flow rate of ice slurry, for ice fractions up to 30%. They observed that the heat transfer coefficient decreases in the presence of ice crystals.

The behavior of the ice slurry depends of a great number of parameters (mixture composition, mass flow rate, ice fraction, size and space between crystals), however the influence of these parameters are not totally characterized.

2. Mathematical model

2.1. Thermophysical properties of ice slurries

In order to determine the thermophysical properties of the slurry, it is possible to suppose that the ice particles consist of pure water, and the remnescent liquid consists of water and additives (fp). The concentration of the additive in the liquid phase increases as the ice crystals grows. The properties for the propylene glycol - water solution can be obtained from Melinder correlations (1997).

The ice fraction (X_g) is defined as the relationship between the mass of the ice and the total mass of the ice slurry. The carrying fluid is the remnescent fluid that contains the dispersed ice crystals. The concentration of the additive in the carrying fluid (C_{fp}) depends on the initial concentration of this additive for the solution without ice (C_0) and of the instantaneous ice fraction, as it is shown in Eq. (1). Equation (2) correlates the volume and the mass ice fraction.

$$C_{fp} = \frac{C_0}{1 - X_g} \quad (1)$$

$$Cv_g = \frac{\rho_g^{-1} X_g}{\rho_g^{-1} X_g + \rho_{fp}^{-1} (1 - X_g)} \quad (2)$$

The mass density (ρ_{pg}) and specific heat at constant pressure of the ice slurry (Cp_{pg}) can be calculated by weighting the properties of the two phases, Eq. (3) and (4). For the thermal conductivity (k_{pg}), Eucken proposes the Eq. (5), where k_{fp} and k_{pg} , were proposed by Kauffeld (1999). The viscosity (μ_{pg}) is determined from the Eq. (6), well-known for homogeneous Newtonian suspensions of Christensen and Kauffeld (1997) which is valid for Reynolds numbers between 3 and 2000, and ice fractions between 0 and 35%.

$$\rho_{pg}^{-1} = \rho_g^{-1} X_g + \rho_{fp}^{-1} (1 - X_g) \quad (3)$$

$$Cp_{pg} = Cp_g X_g + Cp_{fp} (1 - X_g) \quad (4)$$

$$k_{pg} = k_{fp} \left[\frac{1 + 2 Cv_g y}{1 - Cv_g y} \right] \quad (5)$$

$$\mu_{pg} = \mu_{fp} (1 + 2.5 Cv_g + 10.05 Cv_g^2 + 0.00273 e^{16.6 Cv_g}) \quad (6)$$

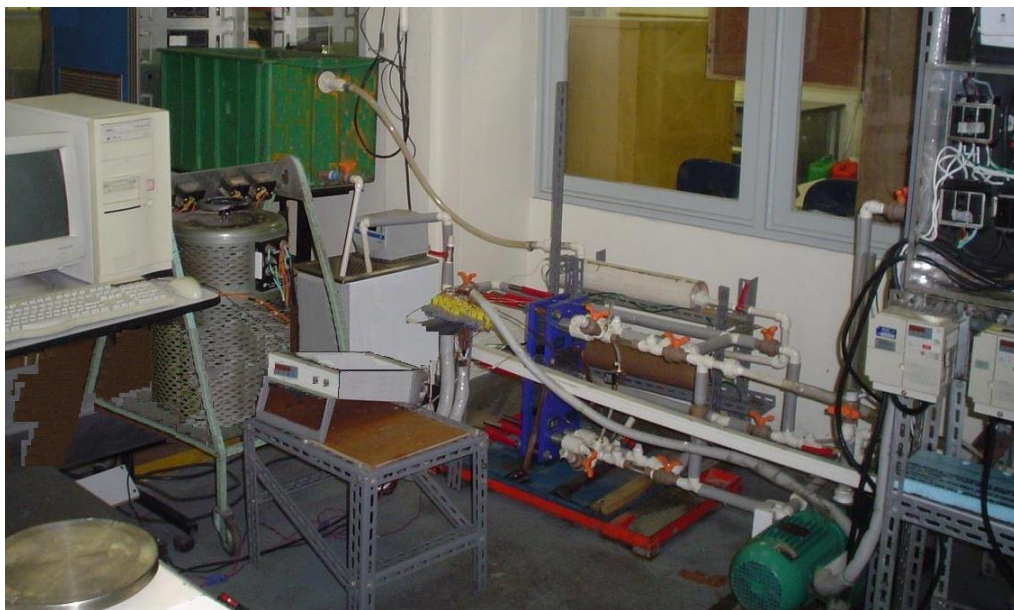


Figure 1. Test section, LRA –PUC-Rio.

2.2. Ice fraction

The calorimetric method was utilized to determine the ice fraction. The ice slurry sample is introduced inside the calorimeter. Equation (7) shows of the energy balance inside the calorimeter, the Eq. (8) make a differential analysis, taking into account the variation of the properties of the ice slurry, with the temperature (T) and the additive concentration of the carrier fluid (%C_m), during the samples warming-up process. The first term of the right hand side of the Eq. (8) represents the sensible heat of the carrier fluid. The second one is the sensible heat of the components of the calorimeter and the last one is responsible for the measurement of the latent heat that melts the ice and reduces the ice fraction. The value of the mean specific heat of the carrier fluid (C_{pm-fp}) can be assumed constant, for each differential time interval. The ice fraction is obtained by the integration of the Eq. (9) for each period of time.

$$\int P dt = (Q_{sen} + Q_{lat}) \quad (7)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} P dt = \int_{T_1}^{T_2} m_{pg} \left(\frac{\%C_0}{\%C_m} \right) C_{p_{fp}(T, C_0, X_m)} dT + \int_{T_1}^{T_2} m_{eq-ag} C_{p_{ag}(T)} dT + m_{pg} L (X_2 - X_1) \quad (8)$$

$$X_{i+1-t} = X_i + \frac{1}{L} \left[\frac{\dot{Q}}{m_{pg}} (t_{i+1} - t_i) - \frac{\%C_0}{\%C_{i+1}} C_{p_{m-fp}} (T_i - T_{i+1}) - m_{eq-ag} C_{p_{m-ag}} (T_i - T_{i+1}) \right] \quad (9)$$

2.3. Data reduction

With the experimental data obtained in the laboratory, the overall heat transfer coefficient (U) can be obtained from the Eq. (10) and (11). The thermal load (Q_{ag}) is calculated through Eq. (12). The cooling capacity (Q_{pg}) that represents the heat absorbed by the ice slurry is calculated as shown in Eq. (13) for each test condition.

$$U = \frac{\dot{Q}_{ag}}{A F \Delta T_{LM}} \quad (10)$$

$$\Delta T_{LM} = \frac{(\Delta T_{e-tr} - \Delta T_{s-tr})}{Ln \left[\frac{\Delta T_{e-tr}}{\Delta T_{s-tr}} \right]} \quad (11)$$

$$\dot{Q}_{ag} = \dot{m}_{ag} C_{p_{m-ag}} \Delta T_{ag} \quad (12)$$

$$\dot{Q}_{pg} = \dot{m}_{pg} \left[C_{p_{m-fp}} (T_{fp-e} - T_{fp-s}) + L (X_{g-e} - X_{g-s}) \right] \quad (13)$$

In order to know the convective heat transfer for the ice slurry (h_{pg}), it is necessary to know first the same coefficient for the water side (h_{ag}). This is done in a previous experiment, where the hot fluid is water and the cold one is a water solution without ice crystals (sol). In this case, it is possible to assume the same dimensionless heat transfer coefficient for both sides. Equation (14) shows a correlation for the thermal resistances in an element of the heat exchanger, Fig. 2. In this case, the Nusselt number is well correlated as shown in Eq. (15). Equation (16) is obtained by substituting Eq. (15) in (13). The values for the constants a and b, can be determined by using the previous equations and the knowledge of the mass flow rates, the temperatures in both fluids and dimensions of the heat exchanger.

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{R_{F-1}} + \frac{e_{plac}}{k_{plac}} + \frac{1}{R_{F-2}} + \frac{1}{h_2} \quad (14)$$

$$Nu = a Re^b Pr^c \quad (15)$$

$$\frac{1}{U} - \frac{e_{plac}}{k_{plac}} = \frac{1}{a Re_{ag}^b Pr_{ag}^{0.3} k_{ag}} + \frac{1}{a Re_{sol}^b Pr_{sol}^{0.4} k_{sol}} \quad (16)$$

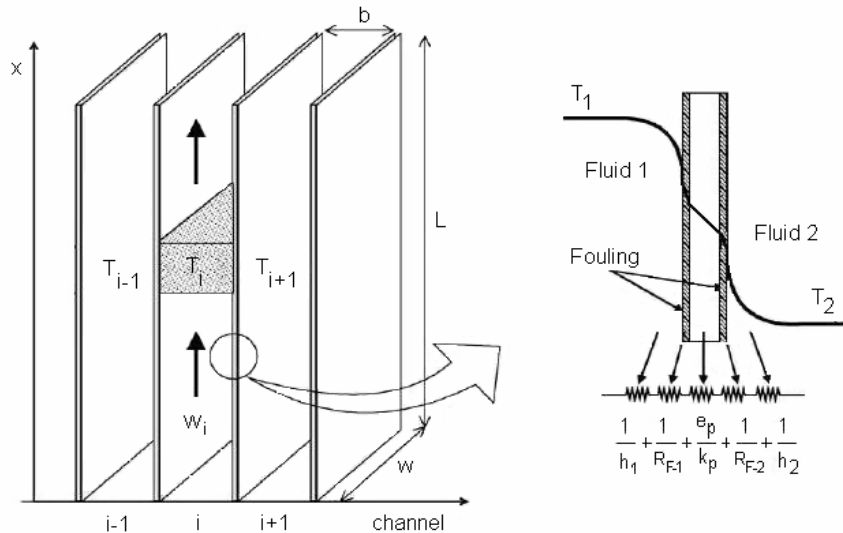


Figure 2. Resistances balance in a flow channel.

In a second phase, the tests are done with water (ag) and ice slurry (pg). From the experimental data of this new phase, it is obtained the new overall heat transfer coefficient. By knowing the heat transference coefficient of the water side, calculated from the Nusselt number expression determined in the first phase, the ice slurry convective heat transfer coefficient is then determined by using the Eq. (17). Finally it is possible to derive a new correlation for the Nusselt number for the ice slurry (Nu_{pg}), as shown in Eq. (18).

$$h_{pg} = \frac{1}{\frac{1}{U} - \frac{e_{plac}}{k_{plac}} - \frac{1}{h_{ag}}} \quad (17)$$

$$Nu_{pg} = a_2 Re^{b_2} Pr^{c_2} \quad (18)$$

The pressure drop can be calculated with a correlation used by Gut and Pinto (2003), which is based on Kaka (2002), and is presented on Eq. (19). The first term on the right hand side evaluates the pressure drop due to the friction inside the channels. The second one represents the pressure variation caused by the change in the cross section area of the flow at the heat exchanger entrance and the last one accounts for the variation in the pressure due to the difference in elevation. Being f the friction factor, L_H the large of the heat exchanger, N_p the number pass of the ice slurry, G_C the mass flow by unit of area in the channels of the heat exchanger, G_P the mass flow by unit of area at the entrance of the heat exchanger, and D_H the hydraulic diameter.

$$\Delta p = \left[\frac{2 f L_H N_p G_C^2}{\rho_m D_H} \right] + 1.4 \left[N_p \frac{G_P^2}{2 \rho_m} \right] + \rho_m g L_H \quad (19)$$

3. Experimental procedure

In a first stage it deals with the refrigeration system and the primary reservoir, where ice slurry is generated in a continued manner, in Fig. 3 is shows the schematic diagram of the test section. The temperature inside of the primary reservoir is controlled to guarantee a pre-determined ice fraction condition. For the thermal load side it is necessary to pay attention to the fluid flow by using a needle valve. Groups of electrical resistances are used to reach and maintain the desired condition. The thermal bath adjusts the water entrance temperature. The mass flow rate of the ice slurry can be adjusted between 0.10 and 0.23 kg/s. After obtaining the steady state condition, the data is acquired in the computer. Samples of the ice slurry are collected in both entrance and exit of the heat exchanger for their analysis in the calorimeter.

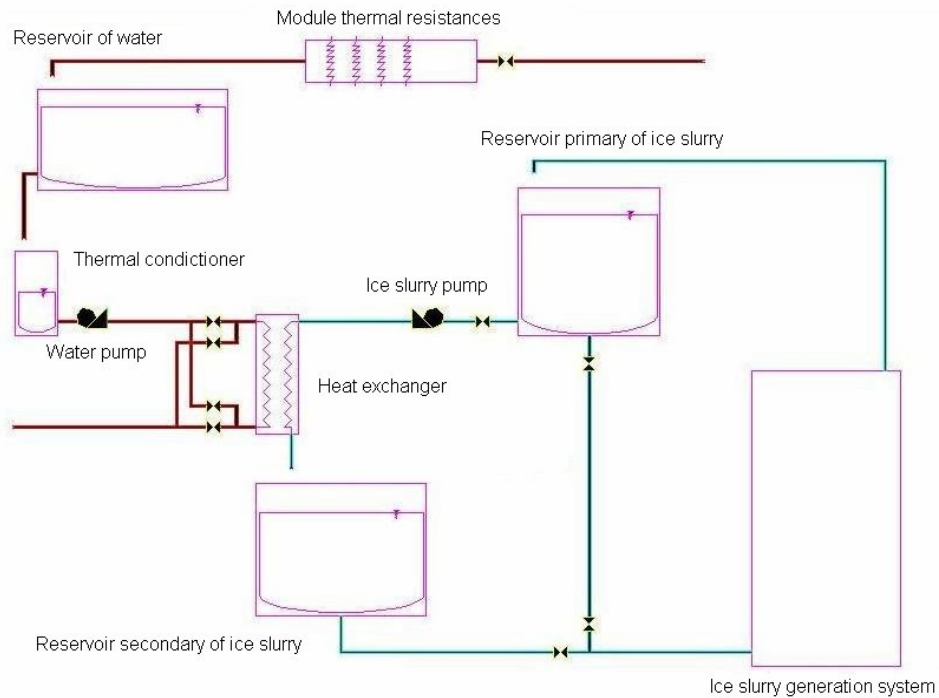


Figure 3. Schematic diagram of the test section.

4. Results and discussion

4.1. Cooling capacity

Figure 4, with the entrance conditions for the thermal load kept constant, shows the cooling capacity of the ice slurry (\dot{Q}_{pg}) increasing as its mass flow rate (\dot{m}_{pg}) increases for different initial ice fractions.

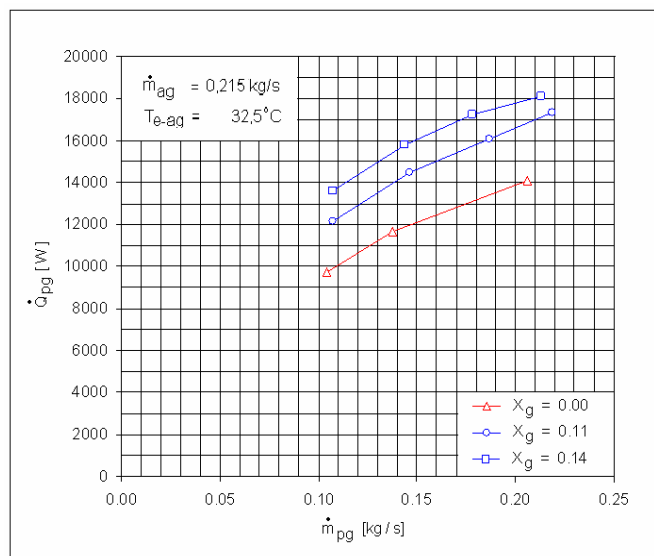


Figure 4. Cooling capacity vs. ice slurry mass flow rate.

Bellas et al. (2002) found a similar behavior for the overall coefficient with respect to the volumetric flow rate. For ice fractions of 0.20 they observed a 30% increase in the cooling capacity. Jiménez (2003) showed similar results in the cooling capacity, for ice slurry made from ethylene.

4.2. Overall heat transfer coefficient

Figure 5 presents two families of curves. In the first one Fig. 5.a, the water flow rate (\dot{m}_{ag}) is maintained constant with different temperatures imposed at the heat exchanger entrance ($T_{i,ag}$). The overall heat transfer coefficient decreases a little bit as the temperature is increased. The second Fig. 5.b shows the strong influence of the water flow rate on the overall coefficient that is reduced in approximately 23%, when the water flow drops from 0.215 to 0.128 kg/s, for an ice fraction equal to 0.11.

In both figures (Fig. 5.a and Fig. 5.b) it is possible to see that the overall heat transfer coefficient is greater in counter flow regime and greater slurry flow rates. The overall heat transfer coefficient diminishes with the increase of the ice fraction. The observed results for the same water flow rate present 25% variations as it can be seen by comparing Fig. 5.a and Fig. 5.b.

Frei and Boyman (2004) found, in a similar experiment, using ice slurry from ethanol and a 9% concentration in weight, similar behavior for the overall heat transfer coefficient.

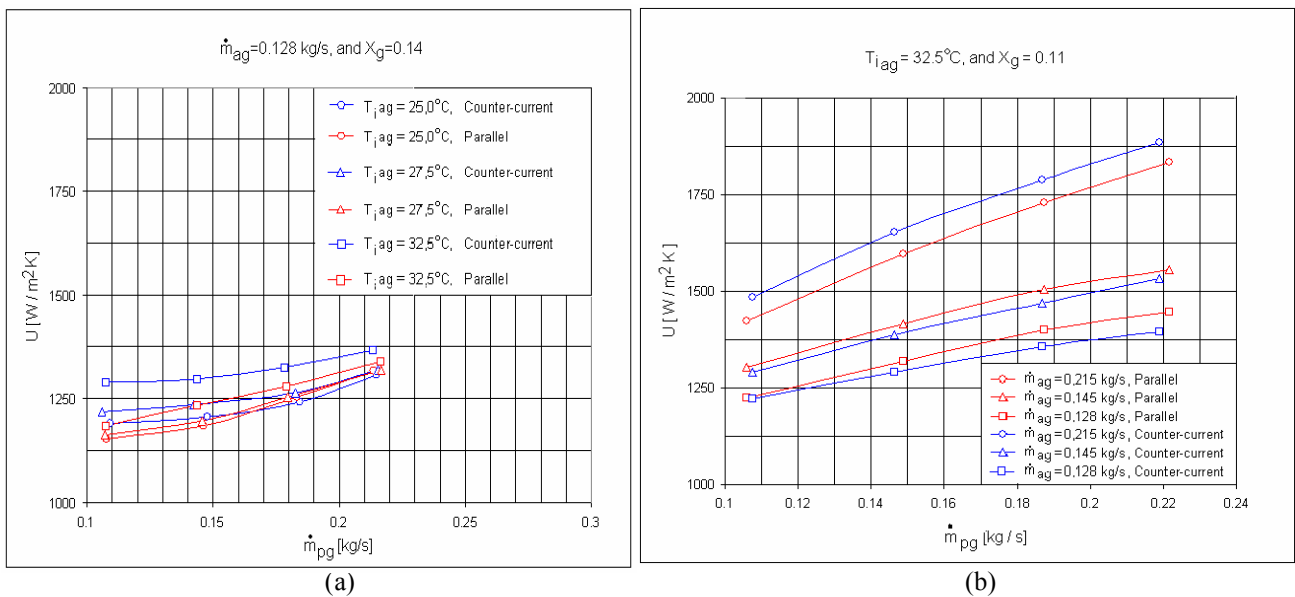


Figure 5. Overall heat transfer coefficient vs. mass flow of ice slurry.

4.3. Equivalent mass flow rates

When using the ice slurry instead of a solution without crystals, or water in similar conditions, it would be possible to reduce the mass flow rate to obtain the same cooling capacity. For instance, using an ice fraction of 0.11, keeping the same thermal load, the slurry mass flow rate could be reduced to approximately 87% of the water flow (\dot{m}_{ag-eq}). Under the same conditions, using an ice fraction of 0.14; the slurry mass flow rate could be reduced to approximately 75% of the water flow, Fig. 6.

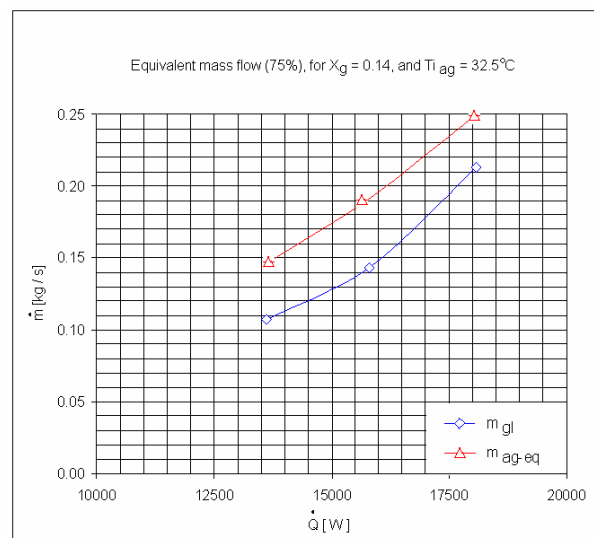


Figure 6. Equivalent mass flow rates for ice slurry.

4.4. Dimensionless correlations

Correlations for Nu, presented in Eq. (15), without phase change, were found imposing the exponents for the Prandtl number, were presented in Eq. (20) and (21). The adjustments had a mean error of the order of 4×10^{-9} .

$$Nu_{ag} = 0.159 Re^{0.742} Pr^{0.3} \quad (\text{Water side}), \quad 350 < Re < 705 \text{ and } 5.8 < Pr < 7.0. \quad (20)$$

$$Nu_{sol} = 0.159 Re^{0.742} Pr^{0.4} \quad (\text{Side without crystals}), \quad 296 < Re < 583 \text{ and } 5.9 < Pr < 7.9. \quad (21)$$

Similar expressions for Nu in different plate heat exchangers, without phase change, are presented in literature: Gut and Pinto (2004) for a mini flat plate heat exchanger Armfield Ft-43, Eq. (22). Holger (1992) displays Eq. (23), of Bassiouny (1985), in a treaty on heat exchangers.

$$Nu = 0.0169 Re^{0.897} Pr^{1/3} \quad (\text{with } R^2 = 0.98), \quad 100 < Re < 1000 \text{ and } 2.2 < Pr < 6.8 \quad (22)$$

$$Nu = 0.274 Re^{0.69} Pr^{0.4} \quad (\text{for plates of type H}), \quad 100 < Re < 10000 \text{ and } 2.0 < Pr < 40 \quad (23)$$

In Fig. 7.a these correlations are compared, for heat transfer without phase change. It is interesting to remember that the Eq. (22) is valid only for flat plate heat exchangers (without corrugation).

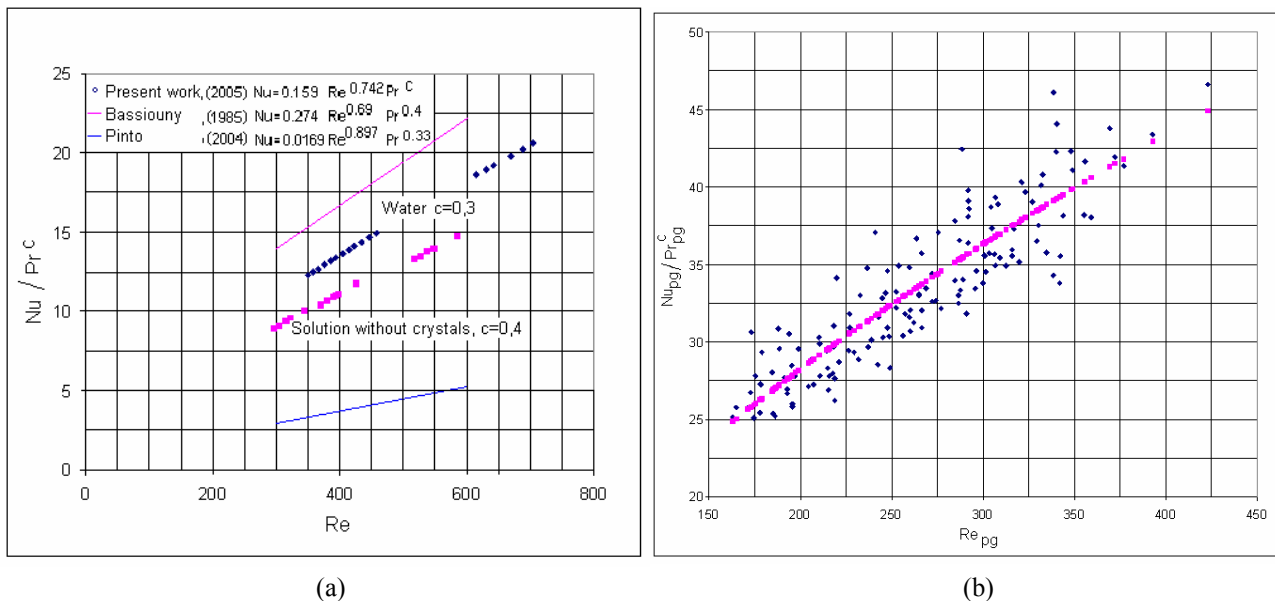


Figure 7. (a) Relations $Nu.Pr^c/Re$, for aqueous solution without Ice crystals, and (b) Ice slurry.

Figure 7.b presents the results obtained for the Nusselt number, versus Reynolds number, for the ice slurry. A poor correlation factor of $R^2=0.77$ was found, which indicates that this expression even depends of another parameters, not considered in the present work.

The Nusselt number experiments a strong decrease in the presence of ice crystals, due to its strong influence on the slurry viscosity. Adjusting all the ice slurry results for Nusselt by least square, Eq. (24), it is obtained an average quadratic deflection of $S=2.119$. Doing the same with the results for ice fractions 0.11 and 0.14, imposing the Prandtl exponent, it is possible to derive the Eq. (25) and (26), with average quadratic deflections of $S=1.443$ and $S=1.347$ respectively.

$$Nu_{pg} = 1.057 Re^{0.62} Pr^{-0.115} \quad (24)$$

$$Nu_{pg} = 0.387 Re^{0.581} Pr^{0.4} \quad (\text{to } X_g=11\%) \quad (25)$$

$$Nu_{pg} = 0.784 Re^{0.445} Pr^{0.4} \quad (\text{to } X_g=14\%) \quad (26)$$

The relation pressure drop versus mass flow rate is almost linear. The increase of the ice fraction at the heat exchanger entrance has a direct influence in the pressure drop inside the heat exchanger. The friction factor diminishes as the Reynolds number increases. It also decreases with the increasing of the ice fraction. For similar Reynolds numbers, the friction factor diminishes with the increase of the ice fraction, as it appears in Fig. 8. Bellas et al. (2002) found similar results in the same range of the present work.

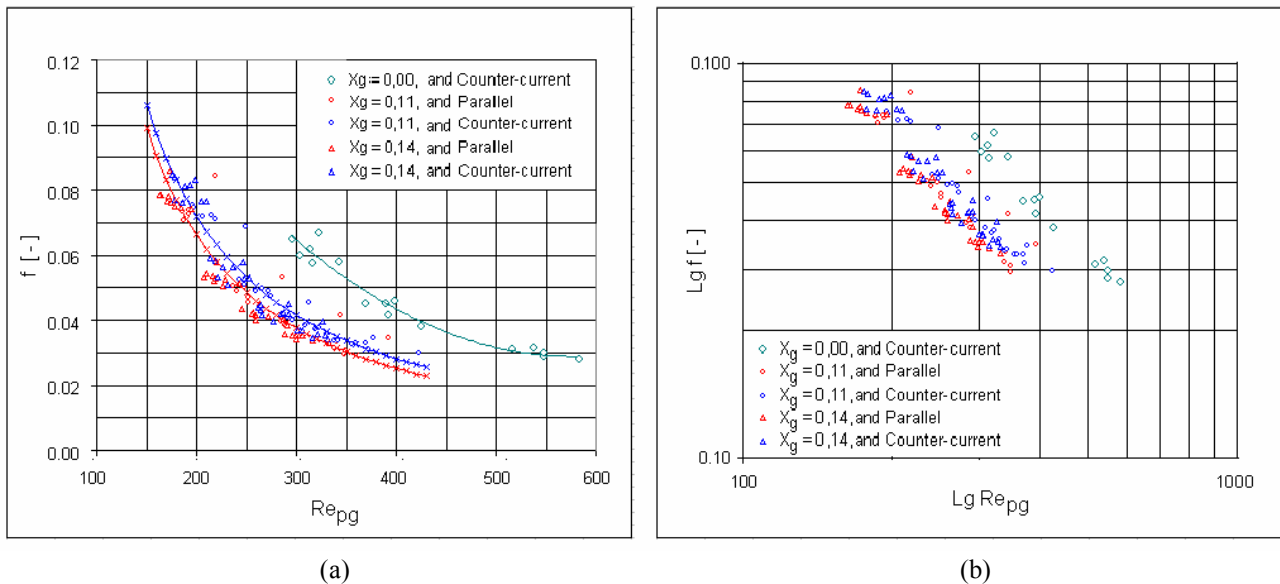


Figure 8. (a) Friction factor vs. Reynolds number, and (b) Logarithmic relation.

Using the data acquired, by least square, the following equations were carried out. For the water solution without crystals, the Eq. (27) was derived,

$$f_{pg} = 123.46 \text{ Re}^{-1.325} \quad (R^2=0.934) \quad (27)$$

For the ice slurry with ice fraction 0.11, Eq. (28).

$$f_{pg} = 94.14 \text{ Re}^{-1.355} \quad (X_g=0.11, R^2=0.972) \quad (28)$$

Finally, for the ice slurry with ice fraction 0.14, Eq. (29).

$$f_{pg} = 108.61 \text{ Re}^{-1.397} \quad (X_g=0.14, R^2=0.960) \quad (29)$$

From the present results, it is possible to conclude that the use of ice slurry has strong influence on both, the heat transfer and the pressure drop coefficients. Its use possibilities allow the mass flow rate reduction, keeping constant the cooling capacity.

Due to the strong dependency between viscosity and solid fraction, it is still necessary to introduce new dimensionless parameters in the Nusselt and friction factor correlations, in order to account for the presence of the crystals in the fluid.

5. References

- Bellas, J. Chaer, I., Tassou, S., 2002, "Heat transfer and pressure drop of ice slurries in plate heat exchangers", Applied Thermal Engineering (22), UK, pp.721-732.
- Choi, U.S., France, D.M., Knodel, B.D., 1992, "Impact of advanced fluids on costs of district cooling systems", in: Proceedings of the 83rd Annual Conference of the Int.District and Cooling Association, Danvers, pp.344-359.
- Christensen, K., Kauffeld, M., 1997, "Heat transfer measurements with ice slurry", in: International conference – Heat transfer Issues in Natural Refrigerants, IIR/IIF, pp.127-141.
- Egolf, P.W., 2004, "Ice Slurry: A Promising Technology", International Institute of Refrigeration.
- Frei, B., Boyman, T., 2003, "Plate heat exchanger operating with ice slurry", International Congress on Refrigeration, Washington, ICR0037.

- Gupta, R.P., Fraser, C.A., 1990, “Effect of new friction reducing additive on sunwell ice slurry characteristic”, National Research Council of Canada, Institute of Mechanical Engineering, Low Temperature Laboratory, Report no. TR-LT-023, NRC no. 32123.
- Gut, J. A., Pinto, J. M., 2003, “Modeling of plate heat exchangers with generalized configurations”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46, 2571-2585.
- Holger, M., 1992, “Heat Exchangers”, Hemisphere publishing corporation, Washington.
- Jimenez, H.G., 2003, “Coeficientes de Transporte de Gelo Líquido em um Trocador de Calor de Placas”, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- Kakaç, S., et al., 2002, “Heat Exchangers: Selection, Rating and Thermal Design”, 2nd ed., CRC Press, Boca Raton.
- Kauffeld, M., et al., 1999, “Experience with Ice Slurry, 003-Paper 200”, 20th International Congress of Refrigeration, IIR/IIF, Sydney.
- Melinder, A., 1997, “Thermophysical Properties of Liquid Secondary Refrigerants”, International Institute of Refrigeration.
- Metz, P., Margen, P., 1987, “The feasibility and economics of slush ice district cooling systems”, *ASHRAE Transactions* 932 (2), pp.1672-168.
- Norgard, E., 2001, “Performance of components of ice slurry systems: pumps, plate heat exchanger, fittings”, *Proceedings of the 3rd IIR Workshop on Ice Slurries*, Lucerne, pp.129-136.

6. Copyright Notice

The author is the only responsible for the printed material included in his paper.

RECONSTRUÇÃO DA TEMPERATURA REAL DE PROCESSOS INDUSTRIAIS ATRAVÉS DE UMA TÉCNICA DE PROCESSAMENTO NUMÉRICO

Juliana de Oliveira

Laboratório de Engenharia Térmica e Fluidos
Escola de Engenharia de São Carlos – EESC
Universidade de São Paulo – USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400
Cep: 13566-979 – São Carlos – SP – Brasil
juliana@sc.usp.br

Paulo Seleglim Jr.

Laboratório de Engenharia Térmica e Fluidos
Escola de Engenharia de São Carlos – EESC
Universidade de São Paulo – USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400
Cep: 13566-979 – São Carlos – SP – Brasil
seleglim@sc.usp.br

Resumo. *Uma das variáveis físicas que comumente são obtidas em processos industriais é a temperatura. A determinação correta da temperatura conduz a processos industriais mais eficientes e seguros, além de implicar em economia energética e material. Alguns processos têm aplicações em ambientes severos de modo que os transmissores de medida em contato com este meio devam ser protegidos, causando atrasos e distorções no sinal da temperatura medida. O objetivo deste trabalho é obter a temperatura correta dos processos industriais através de uma técnica de processamento numérico. Esta técnica é capaz de reconstruir a temperatura real do processo a partir do sinal obtido por uma sonda de detecção de fase e de contornar o mau condicionamento do modelo numérico inverso da equação de transdução. O método dos mínimos quadrados simplificado foi adotado como técnica de regularização, o que possibilitou a reconstrução da temperatura em tempo real, devido ao número reduzido de operações matemáticas associadas. Testes numéricos demonstraram as discrepâncias introduzidas pela inércia térmica, convecção e radiação, bem como a extrema sensibilidade da presença de ruídos quando o problema inverso é resolvido.*

Palavras chave: Sensor de temperatura inteligente, medida em tempo real, problema inverso, método de regularização.

1. Introdução

Escoamentos multifásicos têm sido amplamente estudados atualmente devido ao surgimento de novas tecnologias. Os sistemas com escoamentos multifásicos têm aplicações na área química, mineração, petroquímica, metalúrgica, farmacêutica, nuclear, energética, etc. (Fan, 1996; Roco, 1996 e Kantarci et al., 2005). Pesquisas com reatores de leitos fluidizados são desenvolvidas no intuito de obter resultados importantes para uma melhor compreensão e operação destes sistemas. Os reatores de leito fluidizado são usados na indústria para uma variedade de propósitos, tais como quebra catalítica de hidrocarboneto e combustão de carvão (Fan, 1996).

A modelagem de reatores de leito fluidizado consiste de uma mistura contendo duas fases, uma fase a bolhas e uma particulada. Bolhas são dispersas dentro da fase contínua formando uma emulsão quando o gás fluidizado é injetado no fundo do leito. Quando as bolhas movem-se para cima arrastam o particulado, podendo coalescer em bolhas maiores, dividir e recoallesce. Este fenômeno intrínseco e interdependente resulta em um dinâmico escoamento gás-sólidos extremamente complexo, caracterizado por elevadas reações e taxas de transferência de calor.

As propriedades e evolução das bolhas em reatores de leitos fluidizados são investigadas usando técnicas intrusivas e não-intrusivas de medida. Entre as técnicas não-intrusivas mais comuns de medida estão: as sondas capacitivas e eletroresistivas, observações óticas e raios X (Roco, 1996). Estes métodos, mesmo que não perturbando o processo, são limitados a equipamentos pequenos e permitem observações somente perto das paredes, no caso específico de reatores de leitos fluidizados. Técnicas intrusivas são baseadas em sondas de detecção de fase para medir propriedades físicas locais. As sondas mais usadas são: térmicas, capacitivas, óticas, pressão diferencial e eletroresistivas (Cartellier e Achard, 1991). Embora perturbem o processo a alguma extensão, sondas intrusivas são aplicáveis em leitos de qualquer tamanho e constituem a mais adequada escolha em sistemas industriais de grande escala.

O principal problema envolvido na sondagem de escoamentos gás-sólidos em reatores de leito fluidizado diz respeito ao meio extremamente severo no qual a sonda está imersa: temperaturas excedendo 800 K, deterioração do material devido ao atrito com o particulado fluidizado, corrosão química, presença de carga eletrostática, etc. Sondas térmicas são uma boa opção para trabalhar em tais condições por causa do baixo custo e robustez intrínseca. O princípio

de medição das sondas térmicas é baseado na diferença de temperatura entre fase de emulsão reagente e a fase de bolhas de gás. Os sinais fornecidos por tais sondas tendem a concentrar-se em níveis característicos e podem ser usados para construir o sinal indicador de fase, o qual por definição assume valores binários dependendo de qual fase está instantaneamente em contato com o sensor. Um algoritmo de processamento capaz de transformar os ruídos medidos em um sinal indicador de fase tem sido estudado por Zun et al. (1995), o qual propõe uma técnica de discriminação de fase baseada nos níveis de corte, previamente otimizados por um algoritmo genético e Selegim e Milioli (2001) apresentaram um novo algoritmo de discriminação de fase usando filtragem wavelet associado com a frequência instantânea de Ville para suavizar os efeitos da presença de ruído no sinal. Embora vários trabalhos venham a contribuir na detecção de fase, o problema persiste especialmente em processamentos em tempo real e por causa do procedimento de reconstrução do sinal original ser fortemente dependente dos fenômenos físicos do escoamento e de sua interação com a sonda.

O sinal de detecção de fase é muito importante no monitoramento dos processos de fluidização, pois é a primeira informação sobre o sistema, no qual pode-se definir parâmetros importantes tais como tempos de residência, histogramas de diâmetro de bolhas, temperatura e pressão do escoamento, os quais são difíceis de obter por medição indireta. Numa aplicação industrial, o sinal indicador de fases é importante para obter uma melhor eficácia e controle do processo de fluidização. Existem restrições na obtenção de alguns dos parâmetros físicos descritos e qualquer distorção nos sinais medidos, por mais insignificante que seja, pode comprometer seriamente os resultados. Já que erros experimentais e distorções na medida são difíceis de serem evitados, técnicas especiais de processamento de sinais devem ser aplicadas para minimizar erros e obter resultados aceitáveis.

Este trabalho está focalizado no problema de desenvolver uma técnica de processamento numérico capaz de reconstruir o sinal da temperatura real do processo a partir do sinal distorcido, atrasado e ruidoso, medido através de uma sonda intrusiva. No caso de sondas térmicas usadas em reatores de leito fluidizado, tais distorções são causadas principalmente pela proteção dos sensores e por efeitos não-lineares tais como radiação ou a dependência do coeficiente de convecção com a temperatura local (Reis, 1999). O método proposto é baseado na deconvolução do sinal medido através de um modelo numérico inverso da equação de transdução para obter o sinal do processo. Esta aproximação é apropriada para uma implementação em tempo real devido ao número reduzido de operações matemáticas associadas.

Testes numéricos foram realizados para demonstrar as discrepâncias introduzidas pela inércia térmica, convecção e radiação, e também a extrema sensibilidade do problema inverso na presença de ruídos. Diferentes parâmetros foram testados para verificar o comportamento do algoritmo de reconstrução com altos níveis de ruídos e ainda assim obter a melhor performance computacional.

2. Formulação do problema

Considere uma sonda térmica encapsulada imersa num escoamento bifásico reagente como indicado na Fig. 1.

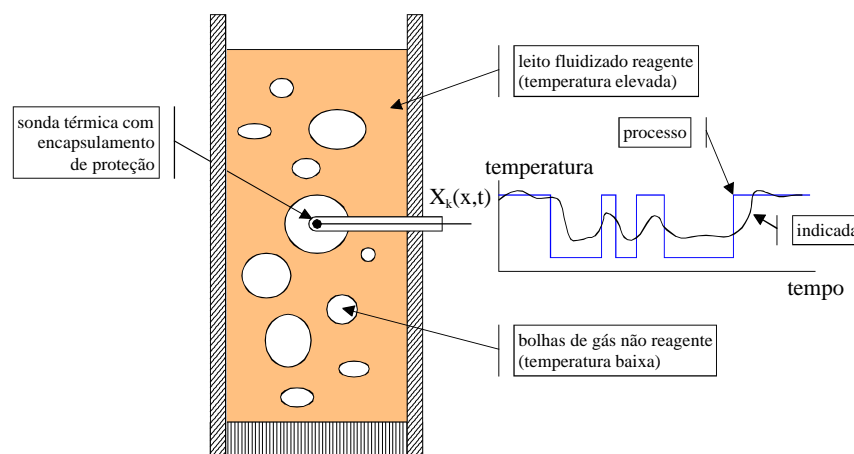


Figura 1. Uso de uma sonda térmica para detecção de fase num escoamento gás-sólidos reagente.

A temperatura local instantânea é representada pela temperatura real do processo chamada por T_{proc} e a temperatura do escoamento é denotada pela temperatura indicada pela sonda térmica nomeada por T_{ind} . A diferença entre as temperaturas do processo e indicada está associada ao acúmulo térmico, devido ao revestimento do sensor (distorção), e às razões de transferência de calor, devidas à convecção e radiação (atrasos). Adicionalmente, a transferência radiativa ocorrendo no interior das bolhas de gás tende a deslocar a temperatura indicada para a temperatura mais alta da emulsão reagente.

O acúmulo térmico é caracterizado pela massa M (kg) do encapsulamento e pelo calor específico C (J/kg/K). As propriedades das transferências de calor convectiva e radiativa através da área A (m^2) são calculadas, respectivamente, pelo coeficiente de convecção h ($W/m^2/K$), pela emissividade e (adimensional) e pela constante de Stefan-Boltzmann

s ($=5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$). Assim, negligenciando a condução de calor através do cabo do sensor e admitindo que o meio radiativo envolve completamente o sensor, a equação que relaciona T_{proc} e T_{ind} pode ser escrita como segue:

$$MC \frac{dT_{ind}}{dt} - hA(T_{proc} - T_{ind}) - eSA(T_{\infty}^4 - T_{ind}^4) = 0 \quad (1)$$

onde T_{∞} denota a temperatura na qual ocorre a transferência radiativa. A Eq. (1) pode ser reescrita dividindo ambos os lados por hA e reorganizando as potências de T_{∞} e T_{ind} , o qual resulta em

$$t \frac{dT_{ind}}{dt} - (T_{proc} - T_{ind}) - g(T_{\infty} - T_{ind}) = 0 \quad (2)$$

onde

$$t = \frac{MC}{hA} \quad (3)$$

$$g \cong \frac{4eS}{h} \left(\frac{T_{\infty} + T_{ind}}{2} \right)^3 \quad (4)$$

Na Eq. (3), t (s) representa a constante de tempo da sonda, isto é, o aumento de temperatura causado pelo acúmulo de calor sobre o calor transferido por convecção. E na Eq. (4), o coeficiente de radiação g avalia a intensidade de transferência de calor radiativo em comparação com a transferência de calor convectivo.

A Eq. (2) representa a relação entre a variável do processo e a variável indicada. O problema direto pode ser resolvido de maneira imediata, calculando a saída (T_{ind}) da conhecida entrada (T_{proc}). Entretanto, resolver o problema inverso correspondente é certamente uma tarefa difícil por causa de sua natureza intrínseca mal condicionada.

Em termos matemáticos, o problema inverso é intrinsecamente mal posto, ou seja, a solução pode não existir ou, se existir, pode não ser única ou não contínua com respeito à entrada de dados. Na prática isto significa que o processo de solução de T_{proc} a partir de T_{ind} será fortemente afetado pela presença de erros experimentais na medida de T_{ind} .

Então, pelo método de diferenças finitas a Eq. (2) pode ser discretizada no tempo. Definindo um passo no tempo Δt e um esquema de discretização atrasado com índices n e $n-1$ indicando que a variável se refere nos tempos $t = n\Delta t$ e $t = (n-1)\Delta t$, respectivamente. É possível obter

$$\frac{t_n}{\Delta t} (T_{ind,n} - T_{ind,n-1}) - (T_{proc,n} - T_{ind,n}) - g_n (T_{\infty} - T_{ind,n}) = 0 \quad (5)$$

Assim os problemas direto e inverso são expressos como:

$$T_{ind,n} = \frac{1}{\frac{t_n}{\Delta t} + 1 + g_n} \left(T_{proc,n} + g_n T_{\infty} + \frac{t_n}{\Delta t} T_{ind,n-1} \right) \quad (6)$$

$$T_{proc,n} = \frac{t_n}{\Delta t} (T_{ind,n} - T_{ind,n-1}) + T_{ind,n} - g_n (T_{\infty} - T_{ind,n}) \quad (7)$$

Para demonstrar as discrepâncias introduzidas pela inércia térmica, convecção e radiação, e também a extrema sensibilidade do problema inverso na presença de ruídos um experimento numérico foi realizado. Considere um escoamento a bolhas gás-sólidos reagente, cuja temperatura varia entre níveis característicos ao redor de 900 K e 1000 K. Estes níveis de temperatura são respectivamente associados com o gás inerte no interior das bolhas e com as partículas de sólidos reagente na fase de emulsão. E é assumido que a temperatura varia de acordo com uma onda quadrada.

Assim, $T_{\infty} = 1000$ K e parâmetros adicionais foram adotados representando valores tipicamente experimentais: $M = 4.712 \times 10^{-6}$ kg, $C = 380$ J/kg/K, $h = 550$ W/m²/K, $A = 3.142 \times 10^{-6}$ m² e $e = 0.9$, o qual implica numa constante de tempo média de 1.1 s e coeficiente de radiação médio de 0.351, adotados nas Eq. (6) e (7), portanto $t_n = t = 1.1$ s e $g_n = g = 0.351$.

Os problemas direto e inverso são calculados pela resolução da Eq. (6) e Eq. (7), respectivamente. Não foi adicionado ruído num primeiro momento e o período da amostragem foi de 0.001 s. Observando a Fig. 2, nota-se que a temperatura do processo (T_{proc}) e a temperatura do processo reconstruída pela Eq. (7) (T_{rec}) são exatamente idênticas.

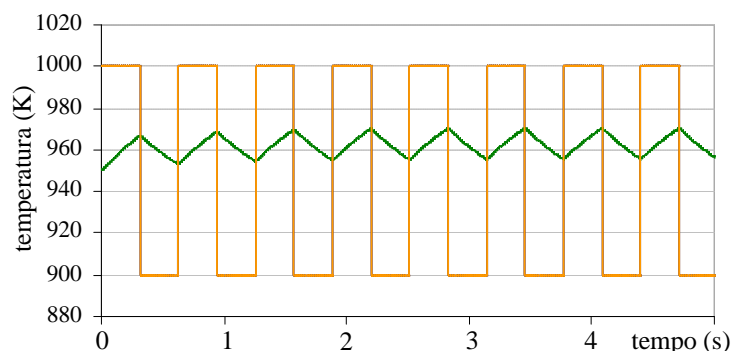


Figura 2. Temperatura do processo, temperatura indicada (Eq. (6)) e temperatura do processo reconstruída (Eq. (7)), sem adição de ruído (traços em azul, verde e laranja são, respectivamente, T_{proc} , T_{ind} e T_{rec}).

Adicionado um ruído de 0.01 K a Fig. 3 mostra a temperatura do processo reconstruída obtida de uma T_{ind} , com valores perturbados pela aplicação da Eq. (7) e sem nenhuma preocupação pela natureza mal condicionada intrínseca do problema inverso. Pode ser visto que, apesar do nível de ruído extremamente baixo e irreal de 0.01 K sobre 950 K, o erro entre a temperatura do processo (T_{proc}) e a temperatura do processo reconstruído pela Eq. (7) (T_{rec}) tem um valor médio de 0.093 K e um desvio padrão de 5.9786 K. Se aplicar um aumento no nível de ruído para 0.1 K, Fig. 4, a temperatura do processo reconstruída (T_{rec}) obtida pela Eq. (7) fica extremamente degradada, e apesar de um erro médio relativamente pequeno de 0.57 K o desvio padrão correspondente de 59.7 K é inaceitável.

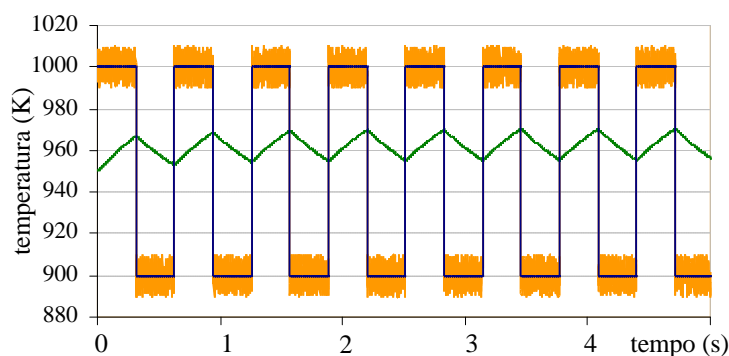


Figura 3. Temperatura do processo, temperatura indicada (Eq. (6)) e temperatura do processo reconstruída (Eq. (7)), com ruído de 0.01 K (traços em azul, verde e laranja são, respectivamente, T_{proc} , T_{ind} e T_{rec}).

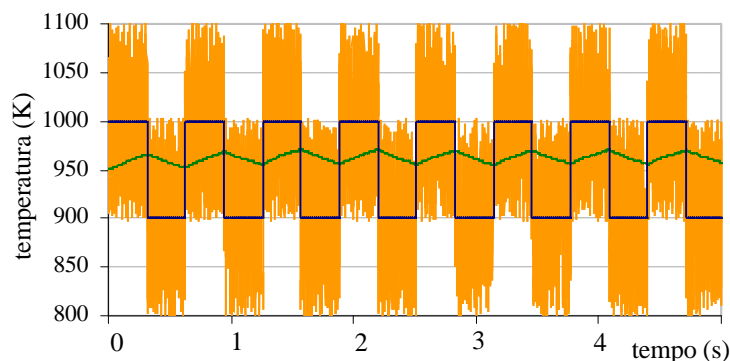


Figura 4. Temperatura do processo, temperatura indicada (Eq. (6)) e temperatura do processo reconstruída (Eq. (7)), com ruído de 0.1 K (traços em azul, verde e laranja são, respectivamente, T_{proc} , T_{ind} e T_{rec}).

A degradação ocorrida na temperatura do processo reconstruída na Fig. 4 é provocada pelo mau condicionamento do problema inverso, o que indica a necessidade de um método de regularização para suavizar os dados.

3. Algoritmo de reconstrução

Um método de regularização adotado neste trabalho é baseado na técnica de alisamento Savitzky-Golay (1964) (método dos mínimos quadrados simplificado) para calcular os termos mais complexos da Eq. (2) e assim reconstruir a temperatura do processo. Dos termos da Eq. (2), a derivada temporal é seguramente a mais importante, pois atua como um filtro passa-alta e conseqüentemente os componentes de baixa freqüência presentes no sinal original da temperatura indicada são atenuados enquanto há um ganho elevado dos componentes de alta freqüência, onde muito do ruído está contido.

A idéia básica do algoritmo de reconstrução é ajustar um polinômio de baixo grau N para as últimas $m+1$ temperaturas indicadas e substituir dT_{ind}/dt e T_{ind} na Eq. (2) por valores suavizados ou regularizados obtidos deste polinômio. Considerando que $T_{suave}(x)$ indique tal polinômio, onde x é um eixo de suporte centrado na última temperatura adquirida e de forma oposta orientada no tempo, Fig. 5.

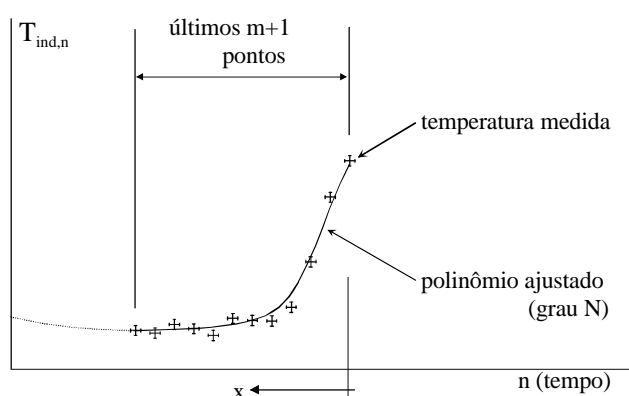


Figura 5. T_{ind} e dT_{ind}/dt da Eq. (2) são calculadas através de um polinômio ajustado sobre os últimos $m+1$ pontos de temperatura.

Assim, as equações seguintes devem ser resolvidas:

$$\begin{cases} T_{ind,n} \cong T_{suave}(x=0) = a_0 + a_1(0) + a_2(0)^2 + \dots + a_N(0)^N \\ T_{ind,n-1} \cong T_{suave}(x=1\Delta t) = a_0 + a_1(1\Delta t) + a_2(1\Delta t)^2 + \dots + a_N(1\Delta t)^N \\ T_{ind,n-2} \cong T_{suave}(x=2\Delta t) = a_0 + a_1(2\Delta t) + a_2(2\Delta t)^2 + \dots + a_N(2\Delta t)^N \\ \vdots \\ T_{ind,n-m} \cong T_{suave}(x=m\Delta t) = a_0 + a_1(m\Delta t) + a_2(m\Delta t)^2 + \dots + a_N(m\Delta t)^N \end{cases} \quad (8)$$

Com o intuito de ajustar-se ao sinal, a técnica residual com ponderação (ou mínimos quadrados ponderados) associada ao método dos mínimos quadrados simplificado foi usada neste trabalho. As principais razões para isto são a possibilidade de definir diferentes valores de peso e enfatizar diferentes partes do sinal da temperatura indicada. A possibilidade de escolher diferentes valores resulta em um conjunto de coeficientes que variam com específicas necessidades. Em notação matricial a solução da Eq. (8) pode ser escrita como segue:

$$\begin{pmatrix} a_0 \Delta t^0 \\ a_1 \Delta t^1 \\ \vdots \\ a_N \Delta t^N \end{pmatrix} = [G]^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,k} k^0 \\ \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,k} k^1 \\ \vdots \\ \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,k} k^N \end{pmatrix} \quad (9)$$

onde w_k denota os valores dos pesos e $[G]$ está associada a matriz de Gram dada por

$$[G] = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^m w_k k^0 & \sum_{k=0}^m w_k k^1 & \cdots & \sum_{k=0}^m w_k k^N \\ \sum_{k=0}^m w_k k^1 & \sum_{k=0}^m w_k k^2 & \cdots & \sum_{k=0}^m w_k k^{N+1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sum_{k=0}^m w_k k^{n+1} & \sum_{k=0}^m w_k k^{N+2} & \cdots & \sum_{k=0}^m w_k k^{2N} \end{bmatrix} \quad (10)$$

A principal vantagem desta aproximação é que a matriz de Gram na Eq. (9) pode ser previamente invertida por causa de sua dependência somente com w_k e com os $m+1$ pontos de temperaturas ajustados. Além disso, não é necessário implementar todas estas operações por completo desde que somente $T_{ind,n}$ e a primeira derivada são exigidas em $x=0$ para serem repetidas na Eq. (2). De acordo com a Eq. (8) estes valores podem ser calculados por

$$T_{ind}(n\Delta t) \cong T_{suave}(0) = a_0 \quad (11)$$

$$\frac{dT_{ind}}{dt}(n\Delta t) \cong -\frac{dT_{suave}}{dx}(0) = -a_1 \quad (12)$$

e da Eq. (7) tem-se

$$T_{proc,n} = -\mathbf{t}_n a_{1,n} + a_{0,n} - \mathbf{g}_n (T_\infty - a_{0,n}) \quad (13)$$

onde o índice n foi introduzido para enfatizar o fato que a_0 e a_1 referem-se a $t = n\Delta t$ e devem ser recalculados em todos os passos no tempo. Sinteticamente estas operações podem ser resumidas nas seguintes linhas de instruções:

1. seja m , N e w_k
2. calcule G^{-1} na Eq. (9) e obtém a primeira e segunda linhas, isto é,

$$(A_0, A_1, \dots, A_N) = [G]^{-1} \Big|_{linha=1} \quad (14)$$

$$(B_0, B_1, \dots, B_N) = [G]^{-1} \Big|_{linha=2} \quad (15)$$

3. inicie o laço temporal com valores adequados para $T_{ind,n}$, $T_{ind,n-1}$, ..., $T_{ind,n-m}$
4. calcule a_0 e a_1 através das fórmulas

$$a_0 = (A_0, A_1, \dots, A_N) \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,n-k} k^0 \\ \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,n-k} k^1 \\ \vdots \\ \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,n-k} k^N \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$a_1 = (B_0, B_1, \dots, B_N) \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,n-k} k^0 \\ \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,n-k} k^1 \\ \vdots \\ \sum_{k=0}^m w_k T_{ind,n-k} k^N \end{pmatrix} \quad (17)$$

5. calcule $T_{proc,n}$ da Eq. (13)
6. faça $n = n + 1$ e obtenha a nova temperatura indicada atualizando todos os valores prévios de acordo com as regras dadas por

$$\begin{cases} T_{ind,n-m} \leftarrow T_{ind,n-m+1} \\ T_{ind,n-m+1} \leftarrow T_{ind,n-m+2} \\ \vdots \\ T_{ind,n-1} \leftarrow T_{ind,n} \\ T_{ind,n} \leftarrow T_{ind,n+1} \end{cases} \quad (18)$$

7. volte ao passo 4.

Então considerando o mesmo experimento numérico anterior, pode-se obter uma reconstrução muito melhor, do que a obtida pela Fig. 4, através da Eq. (13) com o ajuste polinomial linear sobre os últimos 45 pontos da temperatura indicada, como mostra a Fig. 6. O erro médio entre a temperatura do processo (T_{proc}) e a temperatura do processo regularizada pela Eq. (13) (T_{reg}) é igual a 0.76 K, com um desvio padrão de 12.7 K da média do sinal da temperatura do processo. O atraso na reconstrução da temperatura do processo e a temperatura do processo original é de 0.022 s.

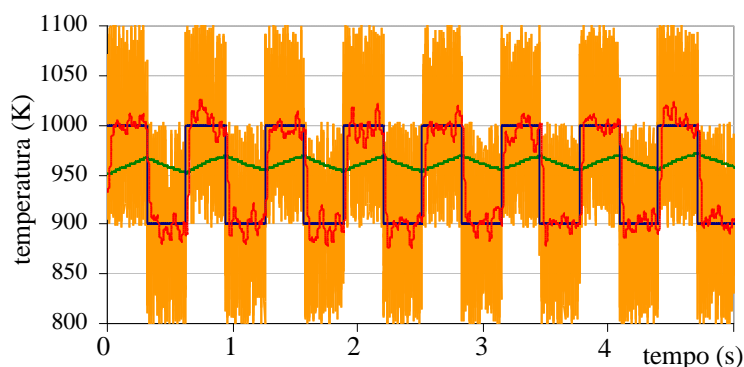


Figura 6. Temperatura do processo, temperatura indicada (Eq. (6)), temperatura do processo reconstruída (Eq. (7)) e temperatura do processo regularizada (Eq. (13)), com ruído de 0.1 K (traços em azul, verde, laranja e vermelho são, respectivamente, T_{proc} , T_{ind} , T_{rec} e T_{reg}).

É importante enfatizar que a escolha da parametrização intrínseca do algoritmo de reconstrução proposto (o número de pontos de temperatura ajustada e coeficientes de ponderação) é de grande importância para aplicações que exigem a obtenção dos valores em tempo real porque envolve um compromisso entre regularização e custo computacional.

No que diz respeito a aplicações consideradas neste trabalho, os aspectos mais importantes para serem otimizados são a semelhança e o atraso entre a temperatura reconstruída e a temperatura do processo real, o que será mostrado nos resultados numéricos.

4. Resultados numéricos

Como mencionado acima, a semelhança e o atraso entre a temperatura reconstruída e a temperatura do processo é importante, pois a intenção é reconstruir um sinal o mais idêntico possível ao original e com o mínimo atraso. O polinômio de ajuste na Eq. (8), o número de pontos de temperaturas ajustadas e o coeficiente de ponderação influenciam nas semelhanças e atrasos entre os sinais das temperaturas do processo e regularizado. A determinação apropriada do número de temperaturas ajustadas ($m + 1$) é necessária para que $a_{0,n}$ e $a_{1,n}$ sejam calculados nas Eq. (16) e (17). Já a escolha dos coeficientes de ponderação (w_k) é importante com relação as propriedades dinâmicas da temperatura reconstruída, tal como limites excedidos.

Para demonstrar o comportamento de semelhança e de atraso com respeito ao número de temperaturas ajustadas, simulações numéricas foram realizadas considerando o mesmo experimento numérico da seção anterior. O polinômio ajustado é linear, isto é, $N = 1$ na Eq. (8), a fim de otimizar a quantidade de memória necessária para implementar o método de reconstrução, e o peso é unitário. Em todos os casos a amplitude do erro aleatório adicionado na temperatura indicada correspondente foi de 0.1 K e $m + 1$ estava variando entre 3 e 400.

A temperatura do processo reconstruída obtida pela Eq. (13) com $m + 1 = 10$ tem um desvio padrão de 20.33 K e um atraso de 0.005s, Fig. 7.

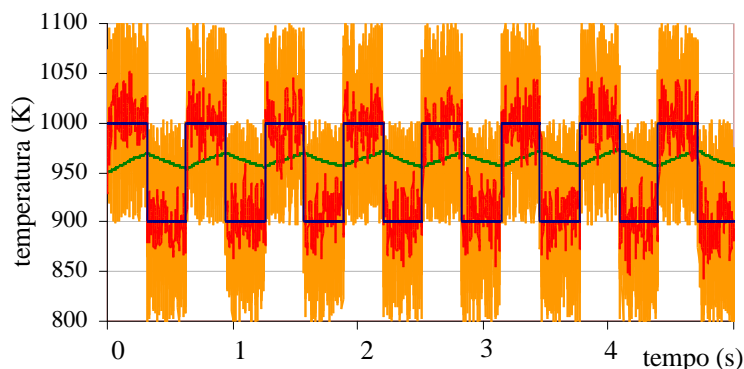


Figura 7. Temperatura do processo, temperatura indicada (Eq. (6)), temperatura do processo reconstruída (Eq. (7)) e temperatura do processo regularizada (Eq. (13), com ruído de 0.1 K e $m + 1 = 10$ (traços em azul, verde, laranja e vermelho são, respectivamente, T_{proc} , T_{ind} , T_{rec} e T_{reg}).

Fazendo $m + 1 = 60$ a temperatura do processo reconstruída obtida pela Eq. (13) tem um desvio padrão de 13.09 K e um atraso de 0.03s, como mostra a Fig. 8.

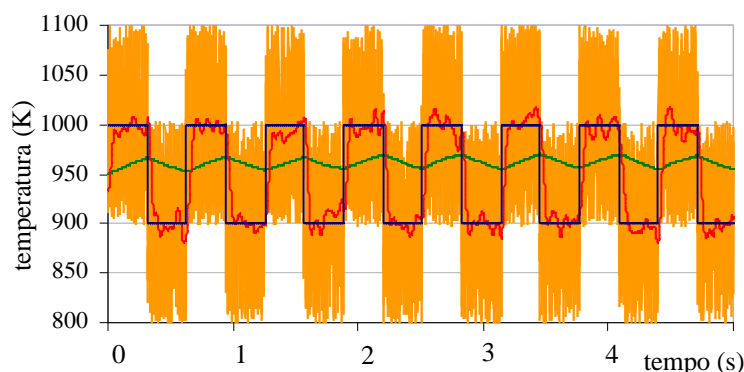


Figura 8. Temperatura do processo, temperatura indicada (Eq. (6)), temperatura do processo reconstruída (Eq. (7)) e temperatura do processo regularizada (Eq. (13), com ruído de 0.1 K e $m + 1 = 60$ (traços em azul, verde, laranja e vermelho são, respectivamente, T_{proc} , T_{ind} , T_{rec} e T_{reg}).

Aumentando a quantidade de temperaturas ajustadas para $m + 1 = 300$, Fig. 9, a temperatura do processo reconstruída obtida pela Eq. (13) tem um desvio padrão de 22.60 K e um atraso de 0.145s.

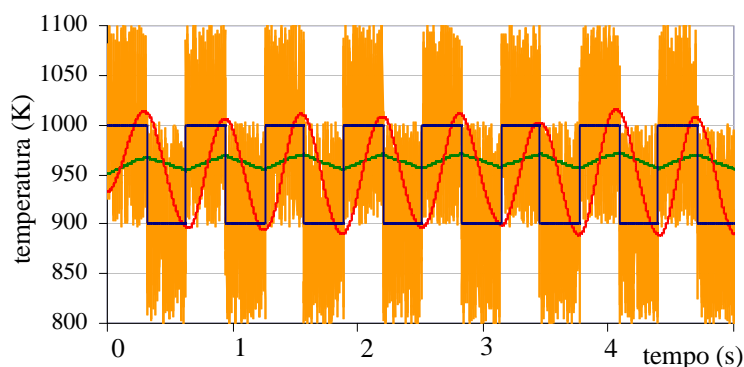


Figura 9. Temperatura do processo, temperatura indicada (Eq. (6)), temperatura do processo reconstruída (Eq. (7)) e temperatura do processo regularizada (Eq. (13), com ruído de 0.1 K e $m + 1 = 300$ (traços em azul, verde, laranja e vermelho são, respectivamente, T_{proc} , T_{ind} , T_{rec} e T_{reg}).

Comparando os sinais da temperatura do processo regularizado nas Fig. 7, 8 e 9 verifica-se na Fig. 7 que o sinal oscila bastante, já na Fig. 8 o sinal está mais suave, enquanto que na Fig. 9 o sinal está totalmente atenuado. Ainda observa-se que o atraso eleva-se de acordo com o aumento do número de temperaturas ajustadas, o que pode ser uma desvantagem no caso de aplicações que envolvem monitoramento e controle em tempo real.

Para verificar o quanto os sinais são semelhantes foi realizado uma análise da função de densidade de probabilidade (PDF) com os sinais dos testes representados pelas Fig. 7, 8 e 9. Na Fig. 10 é apresentada a PDF da temperatura do processo e se verifica que realmente a temperatura varia entre níveis característicos ao redor de 900 K e 1000 K.

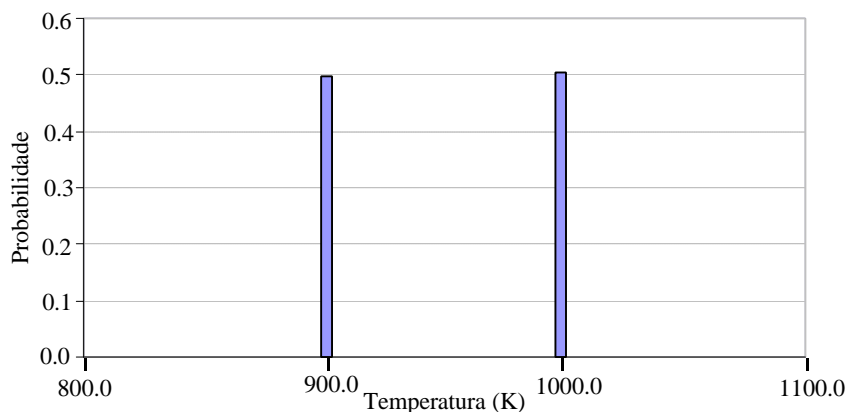


Figura 10. PDF da temperatura do processo (T_{proc}).

Já a PDF da temperatura do processo reconstruída, Fig. 11, não define as temperaturas máximas e mínimas da temperatura do processo. Então fica claro que a reconstrução da temperatura sem a aplicação do método de regularização é inútil para determinar as características dos níveis de temperatura da PDF.

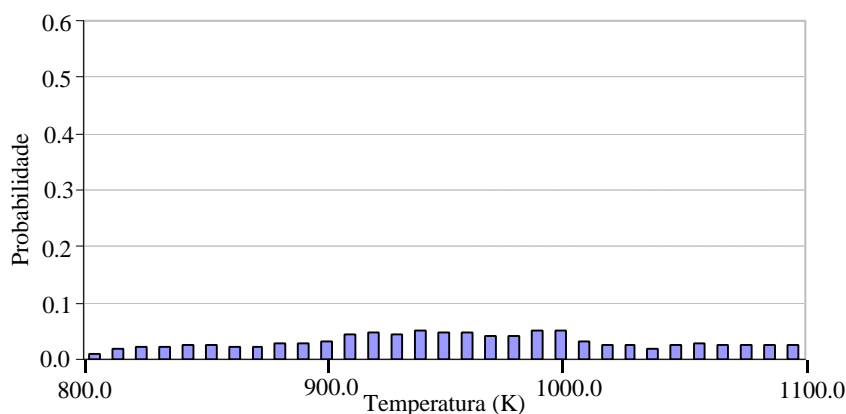


Figura 11. PDF da temperatura do processo reconstruída (T_{rec}).

A PDF da temperatura do processo regularizada especifica com maior transparência as temperaturas máximas e mínimas da temperatura do processo. Na Fig. 12, é apresentada a PDF da temperatura do processo regularizada com $m + 1 = 10$ e pode-se notar picos ao redor de 900 K e 1000 K. Já a PDF da temperatura do processo, Fig. 10, e a PDF da temperatura do processo regularizada com $m + 1 = 60$, Fig. 13, tem melhor harmonia, da qual as características dos níveis de temperatura pode ser facilmente extraídos. Enquanto que a PDF da temperatura do processo regularizada com $m + 1 = 300$, Fig. 14, está deslocada com relação aos valores máximos e mínimos.

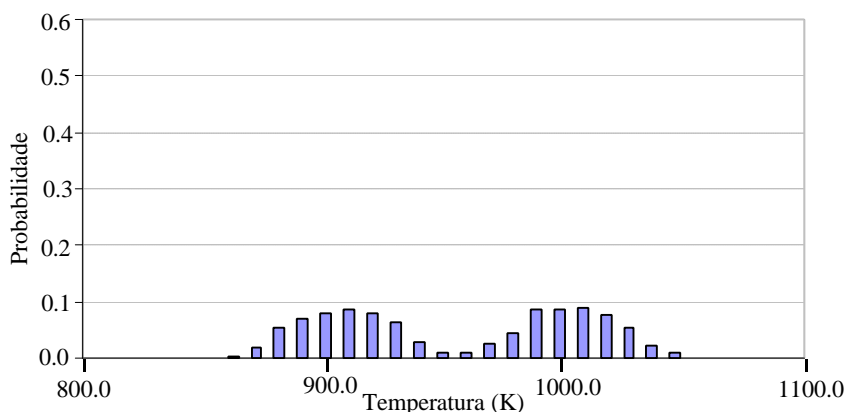


Figura 12. PDF da temperatura do processo regularizada (T_{reg}) com $m + 1 = 10$.

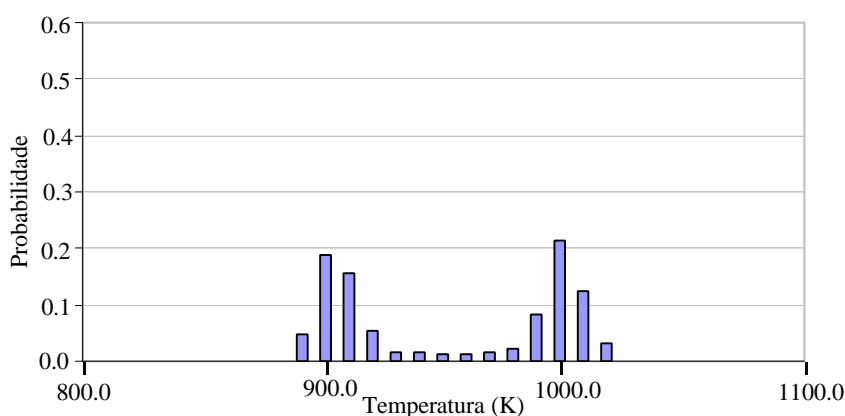


Figura 13. PDF da temperatura do processo regularizada (T_{reg}) com $m + 1 = 60$.

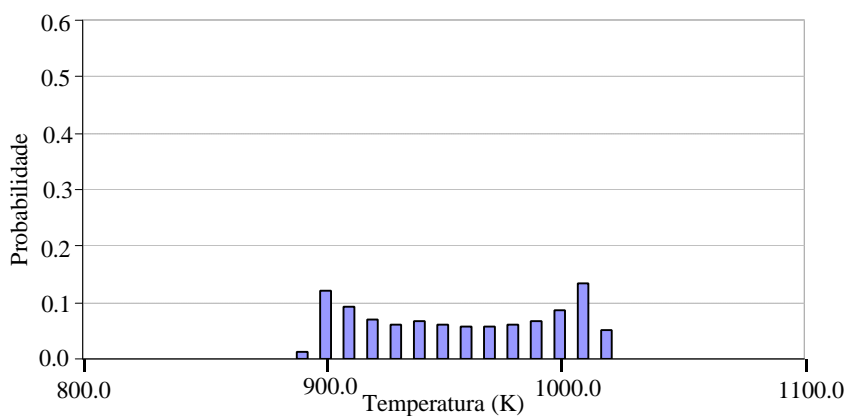


Figura 14. PDF da temperatura do processo regularizada (T_{reg}) com $m + 1 = 300$.

Outra importante conclusão que pode ser tirada das Fig. 7, 8 e 9 é que uma escolha conveniente de parametrização intrínseca (número de pontos de temperatura ajustados e coeficientes de ponderação) é de crucial importância para o sucesso do método de reconstrução proposto. Estes parâmetros devem ser escolhidos de modo a proporcionar a melhor semelhança e o menor atraso possível, considerando-se que as respostas devem ser obtidas em tempo real.

Doze simulações foram executadas com este mesmo experimento, mas considerando um grande número de diferentes temperaturas ajustadas e os seguintes pesos nas Eq. (14) até (17):

$$w_k = 1, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m \quad (19)$$

$$w_k = \frac{m}{k + m}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m \quad (20)$$

Os resultados correspondentes são mostrados na Fig. 15 que indica que as semelhanças ótimas são obtidas por volta de 20 a 60 pontos de temperaturas ajustadas em ambos os casos, Eq. (19) e (20), apesar da variação hiperbólica dos coeficientes na Eq. (20) produzir razoável semelhança com poucos pontos ajustados, $m + 1 \cong 10$, o que é vantajoso em termos de minimização do atraso associado.

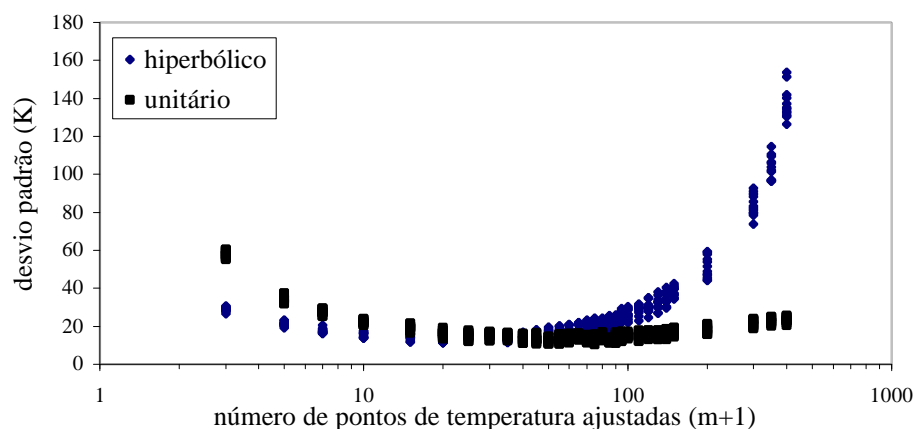


Figura 15. Desvio padrão do erro entre a temperatura do processo e temperatura do processo regularizada em função do número de pontos de temperatura ajustada e por coeficientes de ponderação (hiperbólico e unitário).

5. Conclusões

Um procedimento para reconstruir a temperatura do processo real a partir da temperatura indicada foi proposto neste trabalho. O algoritmo é baseado num modelo discreto inverso da equação de transdução, seguido por um procedimento de regularização, já que o problema inverso é intrinsecamente mal condicionado. A regularização adotada foi o método dos mínimos quadrados simplificado, no qual ajusta por polinômios as últimas poucas temperaturas indicadas e faz a correção da temperatura atual e da derivada temporal através dos coeficientes do polinômio. Este procedimento é apropriado para uma implementação em tempo real devido ao número reduzido de operações matemáticas associadas. Os testes numéricos foram realizados para demonstrar as discrepâncias introduzidas pela inércia térmica, convecção e radiação, e também a extrema sensibilidade do problema inverso na presença de ruídos, o que indicou a necessidade do uso de um método de regularização para suavizar os dados. Os testes numéricos mostraram que o método de regularização adotado é capaz de reconstruir a temperatura do processo a partir do modelo matemático inverso, mesmo sob forte influência de ruídos. Outra conclusão é que uma escolha conveniente de parametrização intrínseca (número de pontos de temperatura ajustados e coeficientes de ponderação) é de crucial importância para o sucesso do método de reconstrução proposto. Estes parâmetros devem ser escolhidos de modo a proporcionar a melhor semelhança e o menor atraso possível, considerando-se que as respostas devem ser obtidas em tempo real. Para verificar a semelhança entre os sinais das temperaturas do processo e regularizada foi realizado uma análise das PDF's correspondentes, na qual apontou que uma boa semelhança entre os sinais é obtida com $m + 1$ entre 20 e 60. Também foram executados doze simulações com um grande número de diferentes temperaturas ajustadas e os pesos hiperbólico e unitário, onde confirmou os resultados obtidos pela análise das PDF's.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro da Capes.

7. Referências

- Cartellier, A. and Achard, J.L., 1991, "Local phase detection probes in fluid/fluid two-phase flows", Review of Scientific Instruments, Vol.62, No. 2, pp.279-303.
- Fan, L.S., 1996, "Summary paper on fluidization and transport phenomena", Powder Technology, Vol. 88, No.3, pp.245-253.
- Kantarci, N.; Borak, F.; Ulgen, K.O., 2005, "Bubble column reactors", Process Biochemistry, Vol.40, No.7, pp.2263-2283.
- Reis, A.M., 1999, "Desenvolvimento de técnica de medição de temperatura e velocidade com termopares em escoamentos turbulentos de baixa frequência", Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 134p.
- Roco, M.C., 1996, "Multiphase flow: summary paper", Powder Technology, Vol. 88, No. 3, pp.275-284.

- Savitzky, A. and Golay, M.J.E., 1964, "Smoothing and differentiation of data by simplified least square procedures", *Analytical Chemistry*, Vol. 36, No. 8, pp.1627-1639.
- Selegim Jr., P. and Milioli, F.E., 2001, "Improving the determination of bubble size histograms by wavelet de-noising techniques", *Powder Technology*, Vol. 115, No. 2, pp.114-123.
- Zun, I. et al., 1995, "Phase discrimination in void fraction measurement via genetic algorithms" *Review of Scientific Instruments*, Vol. 66, No.10, pp.5055-5064.

RECONSTRUCTION OF THE REAL TEMPERATURE OF INDUSTRIAL PROCESSES THROUGH ONE NUMERICAL PROCESSING TECHNIQUE

Juliana de Oliveira
Thermal and Fluid Engineering Laboratory
School of Engineering of São Carlos – EESC
University of São Paulo – USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400
Zip code: 13566-970 – São Carlos – SP – Brazil
juliana@sc.usp.br

Paulo Selegim Jr.
Thermal and Fluid Engineering Laboratory
School of Engineering of São Carlos – EESC
University of São Paulo – USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400
Zip code: 13566-970 – São Carlos – SP – Brazil
selegim@sc.usp.br

Abstract

The most common physical variable obtained in industrial processes is the temperature. The correct determination of the temperature leads the more efficient and safe industrial processes, beyond to imply in energy and material economy. Some processes have applications in severe environments in way that the transmitters of measure in contact with this way must be shielded, causing delays and distortions in the signal of the measured temperature. The objective of this work is to obtain the correct temperature of the industrial processes through one numerical processing technique. This technique is capable to reconstruct the real process temperature from the signal obtained for a phase detection probes and to turn round the ill-conditioning of the inverse numerical model of the transduction equation. The method of the simplified least squares was adopted as regularization technique, what allow the reconstruction of the temperature in real time, due to the reduced number of mathematical operations associated. Numerical tests had demonstrated the discrepancies introduced for thermal inertia, convection and radiation, as well as the extreme sensitivity of the noise presence when the inverse problem is solved.

Keywords: Intelligent temperature sensor, on-line measurement, inverse problem, regularization method.

HEAT TRANSFER COEFFICIENT FOR TURBULENT FLOW IN A POROUS MEDIUM FORMED BY A TRIANGULAR ARRAY OF SQUARE RODS

Marcelo B. Saito

Marcelo J.S. De-Lemos¹

Departamento de Energia - IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

12228-900 - São José dos Campos - SP - Brasil

¹ Corresponding author, delemos@ita.br.

Abstract. *Interfacial heat transfer coefficients in a porous medium modeled as a staggered array of square rods are numerically determined. High and low Reynolds k - ϵ turbulence models are used in conjunction of a two-energy equation model, which includes distinct transport equations for the fluid and the solid phases. The literature has documented proposals for macroscopic energy equation modeling for porous media considering the local thermal equilibrium hypothesis and laminar flow. In addition, two-energy equation models have been proposed for conduction and laminar convection in packed beds. With the aim of contributing to new developments, this work treats turbulent heat transport modeling in porous media under the local thermal non-equilibrium assumption. Macroscopic time average equations for continuity, momentum, and energy are presented based on the recently established double decomposition concept (spatial deviations and temporal fluctuations of flow properties). The numerical technique employed for discretizing the governing equations is the control volume method. Turbulent flow results for the macroscopic heat transfer coefficient, between the fluid and solid phase in a periodic cell, are presented.*

Keywords. *Porous Media, Heat Transfer Coefficient, Thermal Non-Equilibrium.*

1. Introduction

The present investigation is concerned with the modeling of heat transfer in a porous medium which the solid material consists of square rods, or alternatively in which the pore space consist of square tubes, in a situation in which local equilibrium is not valid. The wide applications available have led to numerous investigations in this area. Such applications can be found in electronic cooling, heat pipes, nuclear reactors, drying technology, multiphase catalytic reactors and others. The use of two-equation model is required for these types of problems. Kuwahara et al. (2001) proposed a numerical procedure to determine macroscopic transport coefficients from a theoretical basis without any empiricism. They used a single unit cell and determined the interfacial heat transfer coefficient for the asymptotic case of infinite conductivity of the solid phase. Nakayama et al. (2001) extended the conduction model of Hsu (1999) for treating also convection in porous media. Having established the macroscopic energy equations for both phases, useful exact solutions were obtained for two fundamental heat transfer processes associated with porous media, namely, steady conduction in a porous slab with internal heat generation within the solid, and also, thermally developing flow through a semi-infinite porous medium.

Saito & De Lemos (2004) considered local thermal non-equilibrium and obtained the interfacial heat transfer coefficient for laminar flow using a single unit cell with local instantaneous transport equations.

In all of the above, only laminar flow has been considered. When treating turbulent flow in porous media, however, difficulties arise because the flow fluctuates with time and a volumetric average is applied Gray & Lee (1977). For handling such situations, a new concept called *double decomposition* has been proposed for developing a macroscopic model for turbulent transport in porous media Pedras & De Lemos (2000) Pedras & De Lemos (2001a) Pedras & De Lemos (2001c) Pedras & De Lemos (2001b) Pedras & De Lemos (2003). This methodology has been extended to non-buoyant heat transfer Rocamora & De Lemos (2000), buoyant flows by De Lemos & Braga (2003) and mass transfer by De Lemos & Mesquita (2003). Based on this same concept, De Lemos & Rocamora (2002) have developed a macroscopic turbulent energy equation for a homogeneous, rigid and saturated porous medium, considering local thermal equilibrium between the fluid and the solid matrix. A general classification of all methodologies for treating turbulent flow and heat transfer in porous media has been recently published De Lemos & Pedras (2001).

Motivated by the foregoing, this work focuses on turbulent flow through a packed bed, which represents an important configuration for efficient heat and mass transfer and suggests the use of equations governing thermal non-equilibrium involving distinct energy balances for both the solid and fluid phases. Accordingly, the use of such two-energy equation model requires an extra parameter to be determined, namely the heat transfer coefficient between the fluid and the solid. The contribution herein consists in proposing a new correlation for obtaining the interfacial heat transfer coefficient for turbulent flow in a packed bed. The bed is modeled as an infinite array of square rods and the range of Reynolds number, based on the size of the rod, is extended up to 10^7 .

The next sessions details the basic mathematical model, including the mean and turbulent fields for turbulent flows. Although the discussion of turbulent motion in porous media is not presented in this work the definition and concept to calculating the interfacial heat transfer coefficient for macroscopic flows are presented.

2. Microscopic Transport Equations

Microscopic transport equations for incompressible fluid flow in a rigid homogeneous porous medium have been already presented in the literature and for that they are here just presented (e.g. reference De Lemos & Rocamora (2002)). They read,

$$\text{Continuity: } \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 . \quad (1)$$

$$\text{Momentum: } \rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} . \quad (2)$$

$$\text{Energy - Fluid Phase: } (\rho c_p)_f \left\{ \frac{\partial T_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}T_f) \right\} = \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) + S_f . \quad (3)$$

$$\text{Energy - Solid Phase (Porous Matrix): } (\rho c_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) + S_s . \quad (4)$$

where the subscripts f and s refer to fluid and solid phases, respectively. Here, ρ is the fluid density, \mathbf{u} is the fluid instantaneous velocity, p is the pressure, μ represents the fluid viscosity, T is the temperature k_f is the fluid thermal conductivity, k_s is the solid thermal conductivity, c_p is the specific heat and S is the heat generation term. If there is no heat generation either in the solid or in the fluid, one has further $S_f = S_s = 0$.

3. Decomposition of Flow Variables in Space and Time

Macroscopic transport equations for turbulent flow in a porous medium are obtained through the simultaneous application of time and volume average operators over a generic fluid property φ Gray & Lee (1977). Such concepts are mathematically defined as,

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \varphi dt , \text{ with } \varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (5)$$

$$\langle \varphi \rangle^i = \frac{1}{\Delta V_f} \int_{\Delta V_f} \varphi dV ; \langle \varphi \rangle^v = \phi \langle \varphi \rangle^i ; \phi = \frac{\Delta V_f}{\Delta V} , \text{ with } \varphi = \langle \varphi \rangle^i + \varphi' \quad (6)$$

where ΔV_f is the volume of the fluid contained in a Representative Elementary Volume (REV) ΔV .

The *double decomposition* idea first introduced and fully described in Pedras & De Lemos (2000) Pedras & De Lemos (2001a) Pedras & De Lemos (2001c) Pedras & De Lemos (2001b) Pedras & De Lemos (2003), combines Eqs. (5)-(6) and can be summarized as:

$$\overline{\langle \varphi \rangle^i} = \langle \bar{\varphi} \rangle^i ; \overline{\varphi'} = \bar{\varphi}' ; \langle \varphi' \rangle^i = \langle \varphi \rangle^{i'} \quad (7)$$

and,

$$\left. \begin{array}{l} \varphi' = \langle \varphi' \rangle^i + \varphi'^i \\ \varphi' = \bar{\varphi}' + \varphi'^i \end{array} \right\} \text{ where } \varphi'^i = \varphi' - \langle \varphi' \rangle^i = \bar{\varphi}' - \bar{\varphi}'^i . \quad (8)$$

Therefore, the quantity φ can be expressed by either,

$$\varphi = \overline{\langle \varphi \rangle^i} + \langle \varphi \rangle^{i'} + \bar{\varphi}' + \varphi'^i , \quad (9)$$

or

$$\varphi = \langle \bar{\varphi} \rangle^i + \bar{\varphi}' + \langle \varphi' \rangle^i + \varphi'^i . \quad (10)$$

The term φ'^i can be viewed as either the temporal fluctuation of the spatial deviation or the spatial deviation of the temporal fluctuation of the quantity φ .

4. Macroscopic Flow and Energy Equations

When the average operators (5)-(6) are applied over Eqs. (1)-(2), macroscopic equations for turbulent flow are obtained. Volume integration is performed over a Representative Elementary Volume (REV), Gray & Lee (1977) and Slattery (1967) resulting in,

$$\text{Continuity: } \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_D = 0. \quad (11)$$

where, $\bar{\mathbf{u}}_D = \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i$ and $\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i$ identifies the intrinsic (liquid) average of the time-averaged velocity vector $\bar{\mathbf{u}}$.

Momentum:

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_D}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\bar{\mathbf{u}}_D \bar{\mathbf{u}}_D}{\phi} \right) \right] = -\nabla (\phi \langle \bar{p} \rangle^i) + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}}_D - \nabla \cdot (\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}}' \bar{\mathbf{u}}' \rangle^i) - \left[\frac{\mu \phi}{K} \bar{\mathbf{u}}_D + \frac{c_F \phi \rho |\bar{\mathbf{u}}_D| \bar{\mathbf{u}}_D}{\sqrt{K}} \right], \quad (12)$$

where the last two terms in Eq. (12), represent the Darcy and Forchheimer contributions by Forchheimer (1901). The symbol K is the porous medium permeability, c_F is the form drag or Forchheimer coefficient, $\langle \bar{p} \rangle^i$ is the intrinsic average pressure of the fluid, and ϕ is the porosity of the porous medium.

The macroscopic Reynolds stress $-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}}' \bar{\mathbf{u}}' \rangle^i$ appearing in Eq. (12) is given as,

$$-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}}' \bar{\mathbf{u}}' \rangle^i = \mu_{t_\phi} 2 \langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v - \frac{2}{3} \phi \rho \langle k \rangle^i \mathbf{I}, \quad (13)$$

where,

$$\langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v = \frac{1}{2} \left[\nabla (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i) + [\nabla (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i)]^T \right], \quad (14)$$

is the macroscopic deformation tensor, $\langle k \rangle^i = \langle \bar{\mathbf{u}}' \cdot \bar{\mathbf{u}}' \rangle^i / 2$ is the intrinsic turbulent kinetic energy, and μ_{t_ϕ} , is the turbulent viscosity, which is modeled in De Lemos & Pedras (2001) similarly to the case of clear flow, in the form,

$$\mu_{t_\phi} = \rho c_\mu \frac{\langle k \rangle^i}{\langle \varepsilon \rangle^i}, \quad (15)$$

The intrinsic turbulent kinetic energy per unit mass and its dissipation rate are governed by the following equations,

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle k \rangle^i) + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}_D \langle k \rangle^i) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t_\phi}}{\sigma_k} \right) \nabla (\phi \langle k \rangle^i) \right] - \rho \langle \bar{\mathbf{u}}' \bar{\mathbf{u}}' \rangle^i : \nabla \bar{\mathbf{u}}_D + c_k \rho \frac{\phi \langle k \rangle^i |\bar{\mathbf{u}}_D|}{\sqrt{K}} - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle^i. \quad (16)$$

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \varepsilon \rangle^i) + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}_D \langle \varepsilon \rangle^i) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t_\phi}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla (\phi \langle \varepsilon \rangle^i) \right] + c_1 \left(-\rho \langle \bar{\mathbf{u}}' \bar{\mathbf{u}}' \rangle^i : \nabla \bar{\mathbf{u}}_D \right) \frac{\langle \varepsilon \rangle^i}{\langle k \rangle^i} + c_2 c_k \rho \frac{\phi \langle \varepsilon \rangle^i |\bar{\mathbf{u}}_D|}{\sqrt{K}} - c_2 \rho \phi \frac{\langle \varepsilon \rangle^i}{\langle k \rangle^i}. \quad (17)$$

where, c_k , c_1 , c_2 and c_μ are non-dimensional constants.

Similarly, macroscopic energy equations are obtained for both fluid and solid phases by applying time and volume average operators to Eqs. (3)- (4). As in the flow case, volume integration is performed over a Representative Elementary Volume (REV) resulting in,

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_f \left[\frac{\partial \phi \langle \bar{T}_f \rangle^i}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ \phi \left(\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \langle \bar{T}_f \rangle^i + \langle \bar{\mathbf{u}}^i \bar{T}_f \rangle^i + \langle \bar{\mathbf{u}}' \bar{T}_f' \rangle^i \right) \right\} \right] &= \nabla \cdot [k_f \nabla (\phi \langle \bar{T}_f \rangle^i)] + \\ \nabla \cdot \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n}_i k_f \bar{T}_f dA \right] &+ \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n}_i \cdot k_f \nabla \bar{T}_f dA, \end{aligned} \quad (18)$$

$$(\rho c_p)_s \left[\frac{\partial (1-\phi) \langle \bar{T}_s \rangle^i}{\partial t} \right] = \nabla \cdot \left\{ k_s \nabla [(1-\phi) \langle \bar{T}_s \rangle^i] \right\} - \nabla \cdot \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n}_i k_s \bar{T}_s dA \right] - \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n}_i \cdot k_s \nabla \bar{T}_s dA, \quad (19)$$

where $\langle \bar{T}_s \rangle^i$ and $\langle \bar{T}_f \rangle^i$ denote the intrinsically averaged temperature of solid and fluid phases, respectively, A_i is the interfacial area within the REV and \mathbf{n}_i is the unit vector normal to the fluid-solid interface, pointing from the fluid towards the solid phase. Eqs. (18) and (19) are the macroscopic energy equations for the fluid and the porous matrix (solid), respectively.

Further, using the *double decomposition* concept, Rocamora & De Lemos (2000) have shown that the fourth term on the left hand side of Eq. (18) can be expressed as:

$$\langle \bar{\mathbf{u}}' \bar{T}_f' \rangle^i = \langle (\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i + \bar{\mathbf{u}}') (\langle \bar{T}_f \rangle^i + \bar{T}_f') \rangle^i = \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \langle \bar{T}_f \rangle^i + \langle \bar{\mathbf{u}}' \bar{T}_f' \rangle^i. \quad (20)$$

Therefore, in view of Eq. (20), Eq. (18) can be rewritten as:

$$\begin{aligned}
 (\rho c_p)_f \left[\frac{\partial \phi \langle \overline{T_f} \rangle^i}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ \phi \left(\langle \overline{\mathbf{u}} \rangle^i \langle \overline{T_f} \rangle^i + \langle \overline{\mathbf{u}'} \rangle^i \langle \overline{T_f} \rangle^i + \langle \overline{\mathbf{u}} \rangle^i \langle \overline{T_f'} \rangle^i + \langle \overline{\mathbf{u}'} \rangle^i \langle \overline{T_f'} \rangle^i \right) \right\} \right] = \\
 \nabla \cdot \left[k_f \nabla \left(\phi \langle \overline{T_f} \rangle^i \right) \right] + \nabla \cdot \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n}_i k_f \overline{T_f} dA \right] + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n}_i \cdot k_f \nabla \overline{T_f} dA .
 \end{aligned} \tag{21}$$

5. Interfacial Heat Transfer Coefficient

In Eqs. (19) and (21) the heat transferred between the two phases can be modeled by means of a film coefficient h_i such that,

$$h_i a_i \left(\langle \overline{T_s} \rangle^i - \langle \overline{T_f} \rangle^i \right) = \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n}_i \cdot k_f \nabla \overline{T_f} dA = \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n}_i \cdot k_s \nabla \overline{T_s} dA . \tag{22}$$

where, h_i is known as the interfacial convective heat transfer coefficient and $a_i = A_i/\Delta V$ is the surface area per unit volume and A_i is the interfacial heat transfer area.

Wakao *et al.* (1979) obtained a heuristic correlation for closely packed bed, of particle diameter D and compared their with experimental data. This correlation for the interfacial heat transfer coefficient is given by,

$$\frac{h_i D}{k_f} = 2 + 1.1 Re_D^{0.6} Pr^{1/3} . \tag{23}$$

For determining h_i , Kuwahara *et al.* (2001) modeled a porous medium by considering an infinite number of solid square rods of size D , arranged in a regular triangular pattern (see Fig. (1)). They numerically solved the governing equations in the void region, exploiting to advantage the fact that for an infinite and geometrically ordered medium a repetitive cell can be identified. Periodic boundary conditions were then applied for obtaining the temperature distribution under fully developed flow conditions. A numerical correlation for the interfacial convective heat transfer coefficient was proposed by Kuwahara *et al.* (2001) as,

$$\frac{h_i D}{k_f} = \left(1 + \frac{4(1-\phi)}{\phi} \right) + \frac{1}{2} (1-\phi)^{1/2} Re_D Pr^{1/3} , \text{ valid for } 0.2 < \phi < 0.9 , \tag{24}$$

Eq. (24) is based on porosity dependency and is valid for packed beds of particle diameter D .

This same physical model will be used here for obtaining the interfacial heat transfer coefficient h_i for macroscopic flows.

Saito & De Lemos (2004) obtained the interfacial heat transfer coefficient for laminar flows though an infinite square rod; this same physical model will be used here for obtaining the interfacial heat transfer coefficient h_i for turbulent flows.

The flow though an infinite square rod can be associated with flow across bundle of tubes, furthermore the heat transfer coefficient related with a tube is determined by its position in the package. The tube rows of a bundle are either aligned or staggered in the direction of the fluid velocity. In this work the geometric arrangement is staggered (see Fig. (1)). For the staggered configuration Zhukauskas (1972) has proposed a correlation of the form,

$$\frac{h_i D}{k_f} = 0.022 Re_D^{0.84} Pr^{0.36} , \tag{25}$$

where the values 0.022 and 0.84 are constants for tube bank in cross flow and for this particular case $2 \times 10^5 < Re_D < 2 \times 10^6$.

6. Periodic Cell and Boundary Conditions

The macroscopic hydrodynamic and thermodynamic behavior of practical interest can be obtained from the direct application of the first principles to viscous flow and heat transfer at a pore scale. In reality, however, it is impossible to resolve the details of the flow and heat transfer fields within a real porous medium Nakayama *et al.* (2001) and Kuwahara *et al.* (2001) modeled a porous medium in terms of obstacles arranged in regular pattern, and solved the set of the microscopic governing equations, exploiting periodic boundary conditions. Moreover, the main objective of this research is, in fact, to enhance the reliability of the numerical results with respect to those obtained from experiments and one step forward to this direction is the formulation of the two-equation model for turbulent flows.

In order to evaluate the numerical tool to be used in the determination of the film coefficient given by Eq. (22), a test case was run for obtaining the flow field in a periodic cell, which is here assumed to represent the porous medium.

Consider a macroscopically uniform flow through an infinite number of square rods of lateral size D , placed in a staggered arrangement and maintained at constant temperature T_w . The periodic cell or representative elementary volume, ΔV , is schematically showed in Fig. (1) and has dimensions $2H \times H$. Computations within this cell were carried out using a non-uniform grid, as shown in Fig. (2), to ensure that the results were grid independent. The Reynolds number $Re_D = \rho \bar{u}_D D / \mu$ was varied from 104 to 107 and the porosity, $\phi = 1 - (D/H)^2$.

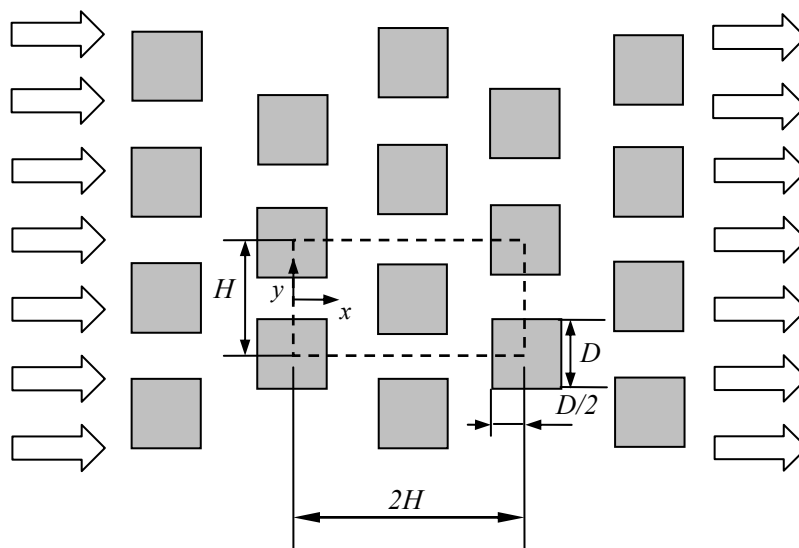


Figure 1. Physical model and coordinate system.

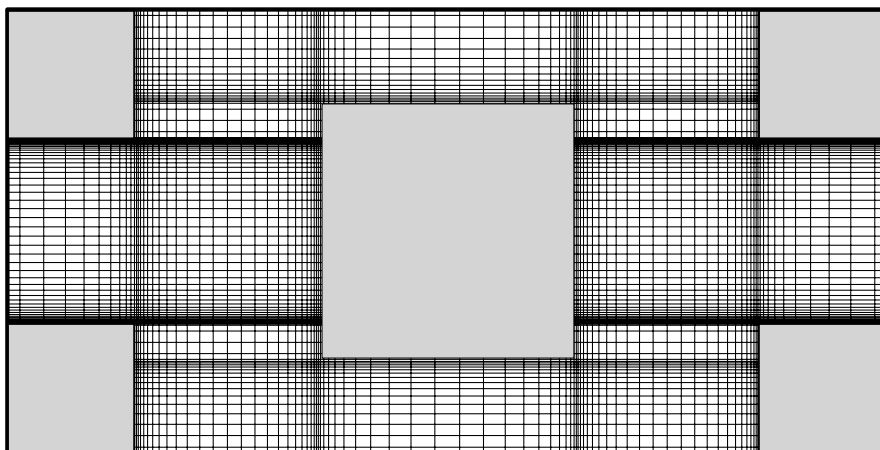


Figure 2. Non uniform computational grid.

The numerical method utilized to discretize the flow and energy equations in the unit cell is the Finite Control Volume approach. The SIMPLE method of Patankar (1980) was used for the velocity-pressure coupling. Convergence was monitored in terms of the normalized residue for each variable. The maximum residue allowed for convergence check was set to 10^{-9} , being the variables normalized by appropriate reference values.

For fully developed flow in the cell of Fig. (1), the velocity at exit ($x/H = 2$) must be identical to that at the inlet ($x/H = 0$). Temperature profiles, however, are only identical at both cell exit and inlet if presented in terms of an appropriate non-dimensional variable. The situation is analogous to the case of forced convection in a channel with isothermal walls. Thus, boundary conditions and periodic constraints are given by:

Thus, boundary conditions and periodic constraints are given by:
 On the solid walls (Low Re):

$$\bar{u} = 0, \quad k = 0, \quad \varepsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial y^2}, \quad \bar{T} = \bar{T}_w, \quad (26)$$

On the solid walls (high Re):

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+ E), \quad k = \frac{u_\tau^2}{c_\mu^{1/2}}, \quad \varepsilon = \frac{c_\mu^{3/4} k_w^{3/2}}{\kappa y_w}, \quad q_w = \frac{(\rho c_p)_f c_\mu^{1/4} k_w^{1/2} (\bar{T} - T_w)}{\left(\frac{Pr_t}{\kappa} \ln(y_w^+) + c_Q(Pr) \right)} \quad (27)$$

where, $u_\tau = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}$, $y_w^+ = \frac{y_w u_\tau}{\nu}$, $c_Q = 12.5 Pr^{2/3} + 2.12 \ln(Pr) - 5.3$ for $Pr > 0.5$

where, Pr and Pr_t are Prandtl and turbulent Prandtl number, respectively, q_w is wall heat flux, u_τ is wall-friction velocity, y_w is the coordinate normal to wall, κ is constant for turbulent flow past smooth impermeable walls or von Kármán's constant and E is an integration constant that depends on the roughness of the wall. For smooth walls with constant shear stress $E = 9$.

On the symmetry planes:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0, \quad (28)$$

where \bar{u} and \bar{v} are components of $\bar{\mathbf{u}}$.

On the periodic boundaries:

$$\bar{u}|_{inlet} = \bar{u}|_{outlet}, \quad \bar{v}|_{inlet} = \bar{v}|_{outlet}, \quad k|_{inlet} = k|_{outlet}, \quad \varepsilon|_{inlet} = \varepsilon|_{outlet}, \quad (29)$$

$$\theta|_{inlet} = \theta|_{outlet} \Leftrightarrow \frac{\bar{T} - \bar{T}_w}{\bar{T}_B(x) - \bar{T}_w}|_{inlet} = \frac{\bar{T} - \bar{T}_w}{\bar{T}_B(x) - \bar{T}_w}|_{outlet}, \quad (30)$$

The bulk mean temperature of the fluid is given by:

$$\bar{T}_B(x) = \frac{\int \bar{u} \bar{T} dy}{\int \bar{u} dy} \quad (31)$$

Computations are based on the Darcy velocity, the length of structural unit H and the temperature difference $(\bar{T}_B(x) - \bar{T}_w)$, as references scales.

6.1 Film Coefficient h_i

Determination of h_i is here obtained by calculating, for the unit cell of Fig. (1), an expression given as,

$$h_i = \frac{Q_{total}}{A_i \Delta T_{ml}} \quad (32)$$

where $A_i = 8Dx1$. The overall heat transferred in the cell, Q_{total} , is giving by,

$$Q_{total} = (H - D) \rho \bar{u}_B c_p (\bar{T}_B|_{outlet} - \bar{T}_B|_{inlet}), \quad (33)$$

The bulk mean velocity of the fluid is given by:

$$\bar{u}_B(x) = \frac{\int \bar{u} dy}{\int dy} \quad (34)$$

and the logarithm mean temperature difference, ΔT_{ml} is,

$$\Delta T_{ml} = \frac{(\bar{T}_w - \bar{T}_B|_{outlet}) - (\bar{T}_w - \bar{T}_B|_{inlet})}{\ln[(\bar{T}_w - \bar{T}_B|_{outlet}) / (\bar{T}_w - \bar{T}_B|_{inlet})]} \quad (35)$$

Eq. (33) represents an overall heat balance on the entire cell and associates the heat transferred to the fluid to a suitable temperature difference ΔT_{ml} . As mentioned earlier, Eqs. (1)-(4) were numerically solved in the unit cell until conditions Eqs. (29)-(30) were satisfied.

7. Results and Discussion

7.1 Periodic Flow

Results for velocity and temperature fields were obtained for different Reynolds numbers. In order to assure that the flow was hydrodynamically and thermally developed in the periodic cell of Fig. (1), the governing equations were solved repetitively in the cell, taking the outlet profiles for \bar{u} and θ at exit and plugging them back at inlet. In the first run, uniform velocity and temperature profiles were set at the cell entrance for $Pr = 1$ giving $\theta = 1$ at $x/H = 0$. Then, after convergence of the flow and temperature fields, \bar{u} and θ at $x/H = 2$ were used as inlet profiles for a second run, corresponding to solving again the flow for a similar cell beginning in $x/H = 2$. Similarly, a third run was carried out and again outlet results, this time corresponding to an axial position $x/H = 4$, were recorded. This procedure was repeated several times until \bar{u} and θ did not differ substantially at both inlet and outlet positions.

7.2 Developed Flow and Temperature Fields

The expression “macroscopically developed” is used herein to account for the fact that periodic flow has been achieved at that axial position. Figures (3) show distributions of pressure, isotherms and turbulence kinetic energy in a microscopic porous structure, obtained at $Re_D = 10^5$ for cases of $\phi = 0.65$. The pressure increases at the front stagnation face of the square rod and decreases drastically around the corner as can be seen from the pressure contours, Fig. (3a). The turbulence kinetic energy is high around the corner where a strong flow acceleration takes place, therefore, a strong shear layer is formed downstream of the corners, as shown in Fig. (3b). Temperature distribution pattern is shown in Fig. (3c). Colder fluid impinges on the rod left surfaces yielding strong temperature gradients on that face. Downstream the obstacles, fluid recirculation smoothes temperature gradients and deforms isotherms within the mixing region. When the Reynolds number is sufficiently high, the thermal boundary layers cover the rod surfaces indicate that convective heat transfer overwhelms thermal diffusion.

Once fully developed flow and temperature fields are achieved, for the fully developed condition ($x > 6H$), bulk temperatures were calculated according to Eq. (31), at both inlet and outlet positions. They were then used to calculate h_i using Eqs. (32)-(35). Results for h_i are plotted in Fig. (4) for Re_D up to 10^7 . Also plotted in this figure are results computed with correlation (24) using $\phi = 0.65$. The figure seems to indicate that both computations show a reasonable agreement for laminar results, moreover the turbulent numerical results for low and high Re model are presented in this figure.

The numerical correlation for the interfacial convective heat transfer coefficient has proposed by Kuwahara et al. (2001) is used only for laminar flows while for turbulent results a correlation is needed that is the long term objective of the present research endeavour and results herein represent the first step towards such goal.

The Figure (5) shows the turbulent numerical results of the interfacial convective heat transfer coefficient for various porosities ($\phi = 0.44$, $\phi = 0.65$ and $\phi = 0.90$), results for h_i are plotted for Re_D up to 10^7 . The results for $Re_D < 2 \times 10^5$ present distinct data then $Re_D > 2 \times 10^5$ arise due the thermal boundary layers cover the rod surfaces and the viscous effect. In order to obtain the numerical correlation for turbulent flow it was used a fit for Re_D/ϕ and h_i , furthermore the quarter minimal technique it was used to determine the best correlation, as showed in Fig. (6). Thus, the following expression can be established:

$$\frac{h_i D}{k_f} = 0.08 \left(\frac{Re_D}{\phi} \right)^{0.8} Pr^{1/3}; \text{ for } 1.0 \times 10^4 < \frac{Re_D}{\phi} < 2.0 \times 10^7, \text{ valid for } 0.2 < \phi < 0.9, \quad (36)$$

The expression for interfacial convective heat transfer coefficient for turbulent flow Eq. (36) is compared with numerical results for low and high Re model in Fig (7), moreover is compared with correlations given by Eq. (23) and Eq. (25), respectively by Wakao et al. (1979) and Zhukauskas (1972). The agreement between the present correlation, other herein correlations and the numerical results can be regarded as good quality.

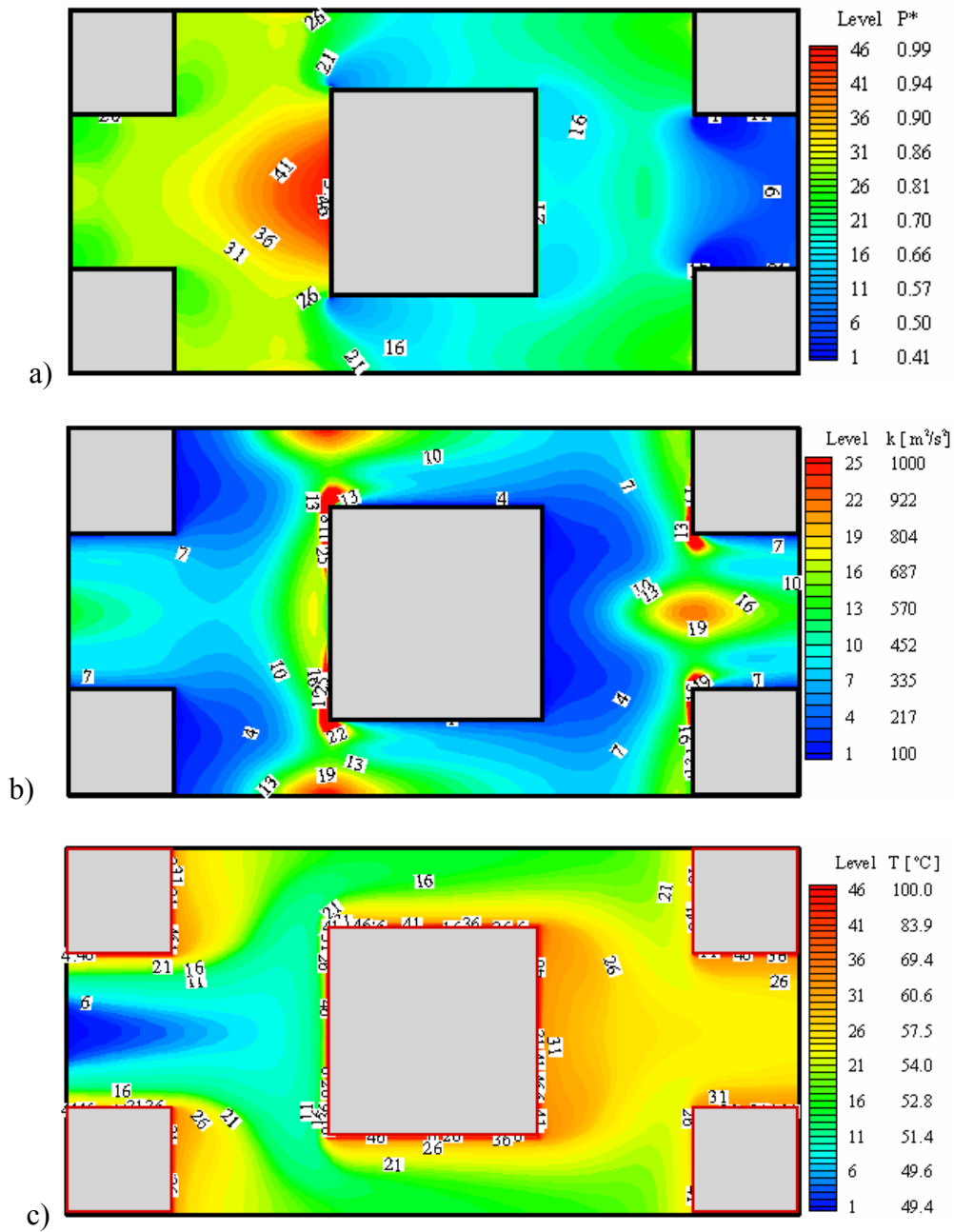


Figure 3. Square rods: (a) non-dimensional pressure; (b) turbulence kinetic energy; (c) Temperature field.

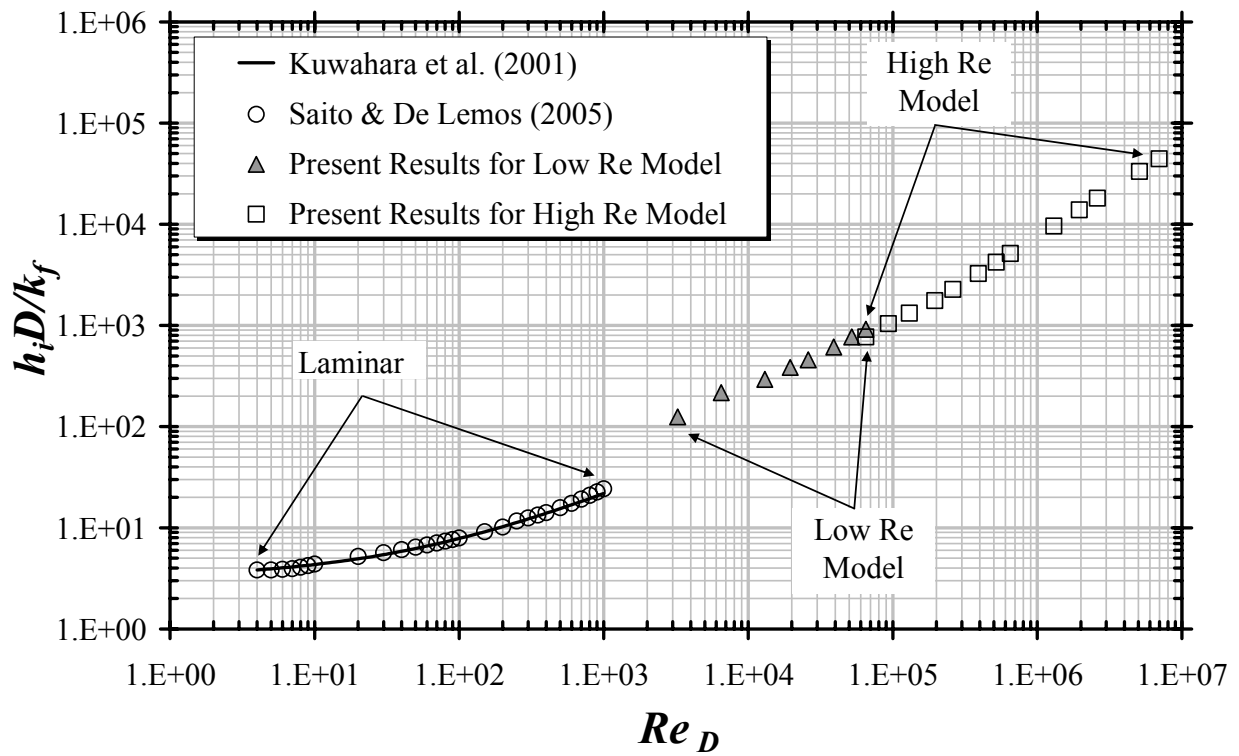


Figure 4. Effect of Re_D on h_i for $Pr = 1$ and $\phi = 0.65$.

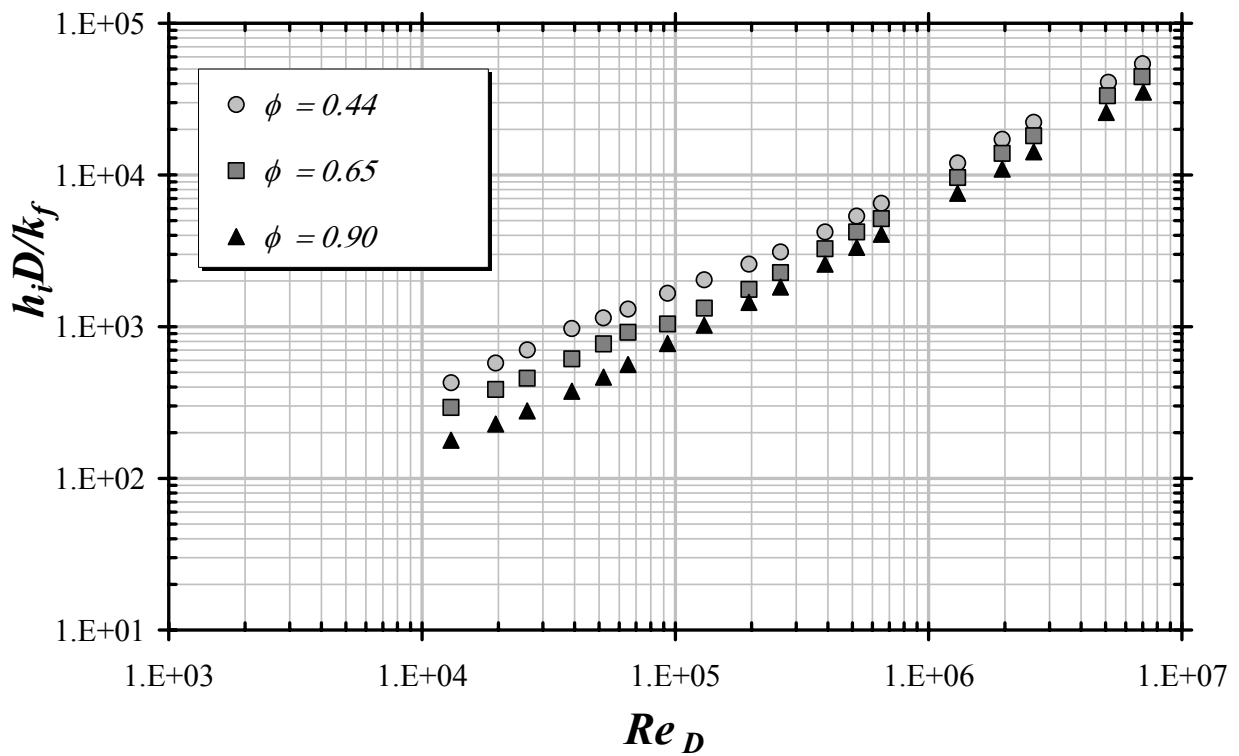


Figure 5. Effect of porosity on h_i for $Pr = 1$.

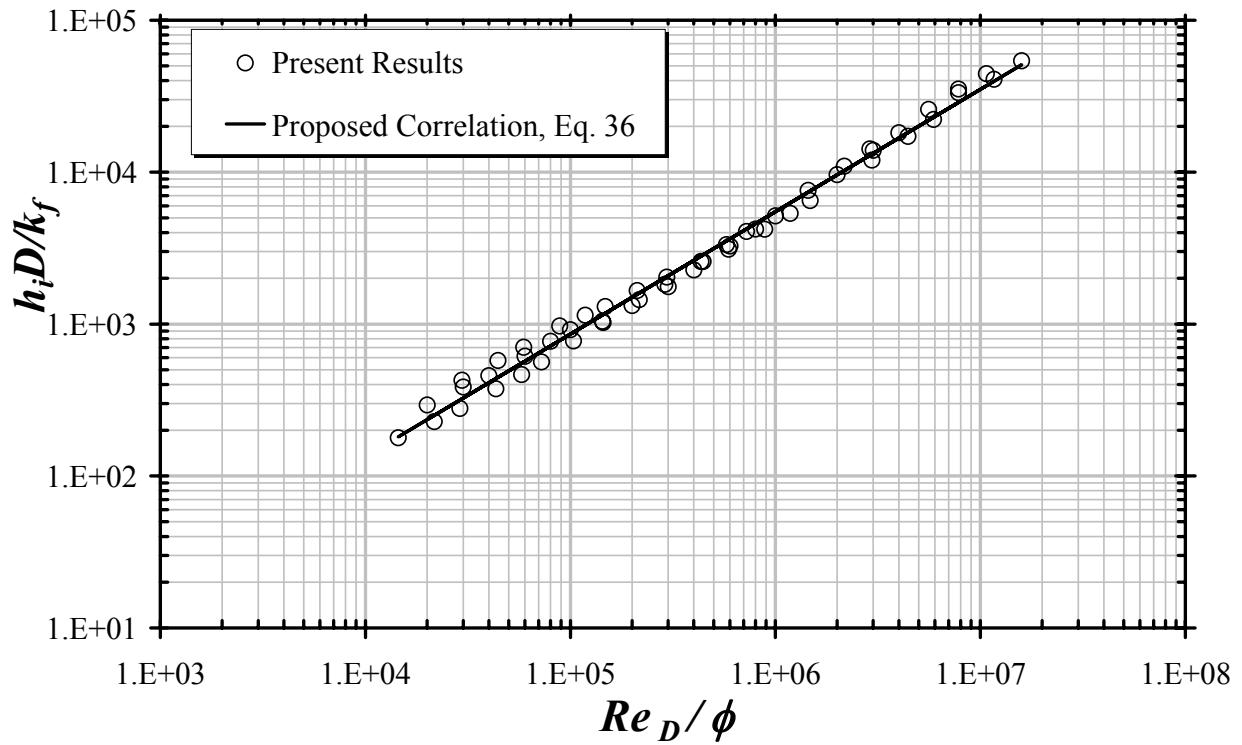


Figure 6. Comparison of the numerical results and proposed correlation.

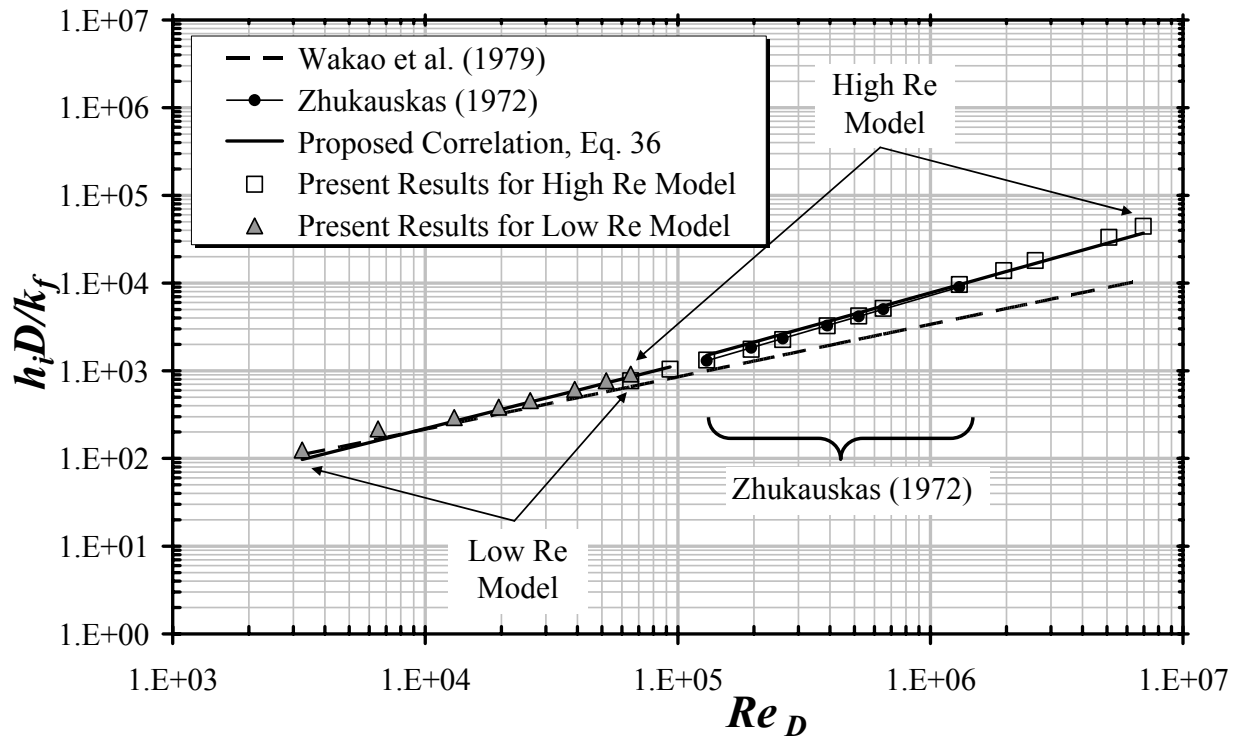


Figure 7. Comparison of the numerical results and various correlations for $\phi = 0.65$.

8. Concluding remarks

A computational procedure for determining the convective coefficient of heat exchange between the porous substrate and the working fluid for a porous medium was detailed. As a preliminary result, a macroscopically uniform laminar and turbulent flow through a periodic cell of isothermal square rods was computed, considering periodical velocity and temperature fields. Quantitative agreement was obtained when comparing the preliminary laminar results herein with simulations by Kuwahara et al. (2001) and this work obtained the heat transfer coefficient for turbulent flow using low and high Reynolds, respectively, by mean a single unit cell formed by an array of square rods. Moreover, the numerical correlation for the interfacial convective heat transfer coefficient for turbulent flow was obtained. Further work will be carried out in order to simulate fully turbulent flow and heat transfer in a porous medium formed by an array of elliptic, cylindrical and transverse elliptic rods. Besides, aligned arrangement will be analyzed. Ultimately, it is expected that a correlation for the heat transfer coefficient for turbulent flow be used in macroscopic two-energy equation model.

9. Acknowledgements

The authors are thankful to CNPq and FAPESP, Brazil, for their invaluable financial support during the course of this research.

10. References

- de Lemos, M.J.S., Pedras, M.H.J., “Recent mathematical models for turbulent flow in saturated rigid porous media”, *Journal of Fluids Engineering*, 2001, 123 (4), 935 – 940.
- de Lemos, M.J.S., Braga, E.J., “Modeling of turbulent natural convection in porous media”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2003, 30 (5), 615 – 624.
- de Lemos, M.J.S., Mesquita, M.S., “Turbulent mass transport in saturated rigid porous media”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2003, 30 (1), 105 – 115.
- de Lemos, M.J.S., Rocamora Jr, F.D., “Turbulent Transport Modeling for Heated Flow in Rigid Porous Media”, *Proc. of IHTC12 - 12th International Heat Transfer Conference, Grenoble, França, 18-23 August 2002*.
- Forchheimer, P., 1901, “Wasserbewegung durch Boden”, *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, vol. 45, pp. 1782-1788.
- Gray, W. G. & Lee, P. C. Y., “On the theorems for local volume averaging of multiphase system”, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 3, pp. 333-340, 1977.
- Hsu, C.T., 1999, “A Closure Model for Transient Heat Conduction in Porous Media”, *J. Heat Transfer* 121. pp. 733-739.
- Kuwahara, F., Shirota, M., Nakayama, A., 2001, “A Numerical Study of Interfacial Convective Heat Transfer Coefficient in Two-Energy Equation Model for Convection in Porous Media”, *Int. J. Heat Mass Transfer* 44. pp. 1153-1159.
- Nakayama, A., Kuwahara, F., Sugiyama, M., Xu, G., 2001, “A Two-Energy Equation Model for Conduction and Convection in Porous Media”, *Int. J. Heat Mass Transfer* 44. pp. 4375-4379.
- Patankar, S.V., 1980, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Mc-Graw Hill.
- Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., “On the definition of turbulent kinetic energy for flow in porous media”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2000, 27 (2), 211 – 220.
- Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., “Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2001a, 44 (6), 1081 – 1093.
- Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., “Simulation of turbulent flow in porous media using a spatially periodic array and a low-reynolds two-equation closure”, *Numerical Heat Transfer Part A – Applications*, 2001b, 39 (1).
- Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., “On the mathematical description and simulation of turbulent flow in a porous medium formed by an array of elliptic rods”, *Journal of Fluids Engineering*, 2001c, 123 (4), 941 – 947.
- Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., “Computation of turbulent flow in porous media using a Low Reynolds $k - \epsilon$ model and an infinite array of transversally-displaced elliptic rods”, *Numerical Heat Transfer Part A – Applications*, 2003, 43 (6), 585 – 602.
- Rocamora Jr, F.D., de Lemos, M.J.S., “Analysis of convective heat transfer for turbulent flow in saturated porous media”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2000, 27 (6), 825-834.
- Saito, M.B., de Lemos, M.J.S., “Interfacial Heat Transfer Coefficient for Non-Equilibrium Convective Transport In Porous Media”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 32 (5), pp. 667-677 2005.
- Slattery, J. C., “Flow of viscoelastic fluids through porous media”, *A.I.Ch.E. J.*, vol. 13, pp. 1066-1071, 1967.
- Wakao, N., Kaguei, S., Funazkri, T., “Effect of fluid dispersion coefficients on particle-to-fluid heat transfer coefficients in packed bed”, *Chemical Engineering Science*, vol. 34 pp. 325-336 (1979)
- Zhukauskas, A., “Heat transfer from tubes in cross flow”, *Advances in Heat Transfer*, vol. 8, Academic Press, New York, 1972.

COEFICIENTES DE TRANSPORTE DA PASTA DE GELO EM UM TROCADOR DE CALOR DE PLACAS

Hugo G. Jiménez Pacheco¹

¹Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Rua Marquês de São Vicente 225, Rio de Janeiro, RJ – 22453-900 – Brasil.

hugojp@mec.puc-rio.br

Sergio Leal Braga²

²Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Rua Marquês de São Vicente 225, Rio de Janeiro, RJ – 22453-900 – Brasil.

slbraga@mec.puc-rio.br

Resumo. O uso da pasta de gelo em sistemas de refrigeração e condicionamento de ar é relativamente novo. Dentro de suas vantagens, citam-se a capacidade de “armazenar frio” sob forma de calor latente e a possibilidade de ser bombeada como qualquer fluido. Para que esta tecnologia seja mais bem aceita, informações de engenharia são necessárias, principalmente no que se refere às características de escoamento do fluido e troca de calor. Neste trabalho, uma bancada experimental foi desenvolvida para determinar os coeficientes de perda de carga e troca de calor da pasta de gelo em um trocador de calor de placas. Utilizou-se água como fluido quente (carga térmica). Foram investigadas várias situações para diferentes frações iniciais de gelo e diferentes vazões da pasta de gelo. As condições de entrada da carga térmica foram mantidas constantes. Foram monitoradas ao longo de cada teste: as temperaturas de entrada e saída, tanto da pasta como da água; a queda de pressão, a fração de gelo e a vazão da pasta no trocador de calor. Os resultados indicam que a capacidade de resfriamento e o coeficiente global de troca de calor, aumentam em função da fração inicial de gelo e da vazão da pasta de gelo. Comparações foram realizadas com casos de troca de calor água-água, sob as mesmas condições de temperatura. Finalmente foi constatado que, como era esperado, a perda de carga também aumenta com ou aumento da fração inicial de gelo.

Palavras-chave: Trocador de calor de placas, pasta de gelo, fração de gelo, mudança de fase, termoacumulação.

1. INTRODUÇÃO

Em sistemas de termoacumulação encontra-se com facilidade calor sensível (água fria, por exemplo) e calor latente (gelo, por exemplo), cada um com suas vantagens e desvantagens, segundo a aplicação. Merecem destaque, em cada sistema, a facilidade de movimentação da água e a capacidade de armazenamento térmico (calor latente) do gelo.

Uma das últimas alternativas tecnológicas em sistemas de termoacumulação consiste na produção de finos cristais de gelo dispersos em uma solução aquosa, dando origem a uma “pasta de gelo”. Esta funciona com as duas boas características citadas dos sistemas de termoacumulação, ou seja, fácil bombeamento e alta capacidade de armazenamento presente nos sistemas de calor latente. Por isto, os sistemas de pasta de gelo representam uma alternativa com potencial elevado para melhorar os sistemas de refrigeração e condicionamento de ar. A pasta de gelo, também chamada de gelo líquido, “flo ice”, “ice slurry” entre outros, é formada por cristais de gelo em suspensão em uma determinada solução aquosa. As características de manipulação e a capacidade de refrigeração podem ser combinadas para a maioria das aplicações em refrigeração e condicionamento de ar.

Bellas, et al. (2001) estudaram o desempenho térmico da pasta de gelo em trocador de calor com 24 placas. Os resultados mostram que a troca de calor e queda de pressão da pasta de gelo são funções da viscosidade da pasta, tamanho dos cristais e fração do gelo. Por outro lado, Knodel, et al. (2000) observaram o comportamento da pasta de gelo em um trocador de calor tipo tubo horizontal. São apresentados resultados de queda de pressão e coeficientes de troca de calor para diferentes condições. Os resultados indicam que, para pequenos cristais de gelo, o processo de transferência de calor é incrementado, assim como o fator de atrito. O desempenho da pasta de gelo também foi avaliado para diferentes vazões mássicas por Gupta e Fraser et al. (1990), para soluções de glicol-água com 6% de concentração e frações de cristais de gelo desde 0% até 20%. Foram determinadas correlações para diferentes tubulações, mostrando que a troca de calor melhora para cristais pequenos, na faixa de 2 a 3 mm. Sanchez et al. (2002) estudaram o comportamento da pasta de gelo, obtendo as propriedades termofísicas para soluções com um ou mais solutos. Os resultados obtidos comparam soluções com etanol-água e sal. Ticona (2003) desenvolveu um dispositivo experimental para a geração de pasta de gelo. Foram determinados parâmetros de transferência de calor no gerador, assim como um método confiável de medição de fração de gelo quando comparado a outros métodos de medida.

2. MODELO EXPERIMENTAL

A bancada experimental é constituída pela seção de teste (trocador de calor), sistema de termoacumulação (gerador de pasta de gelo, reservatórios de pasta de gelo primário e secundário, bomba de pasta de gelo), sistema de carga térmica

(banho de temperatura constante, reservatório de água, banco de resistências elétricas e bomba de água) e o sistema de aquisição e processamento de dados (computador), observados nas Figs. 1 e 2.

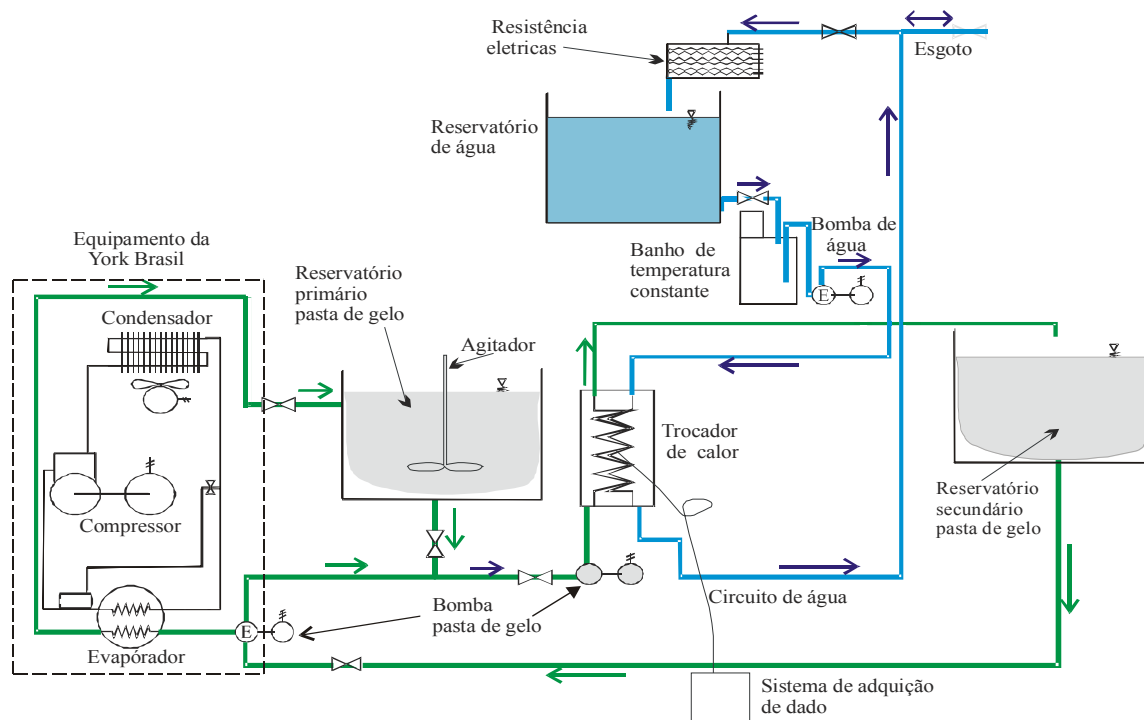


Figura 1 - Esquema da bancada experimental.

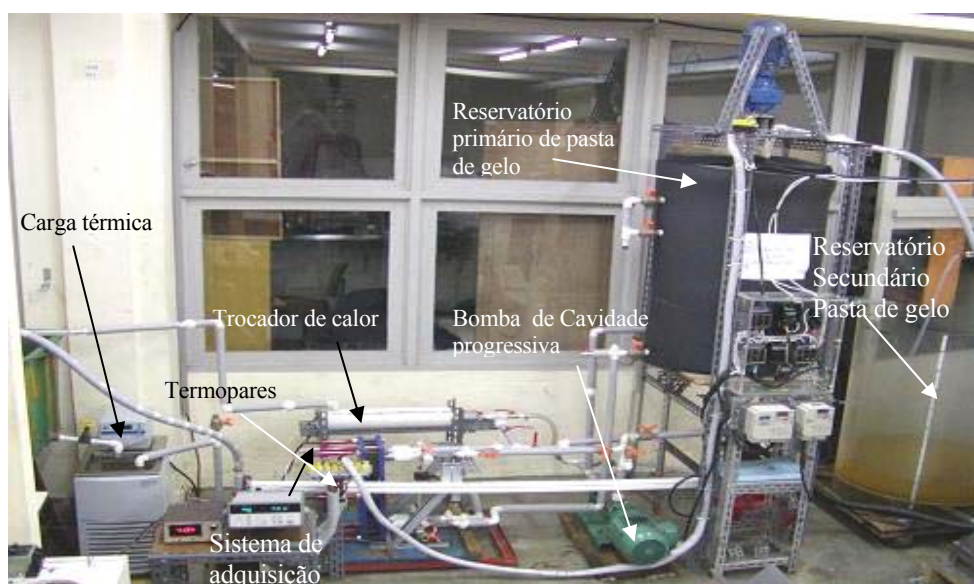


Figura 2 - Fotografia da bancada experimental.

2.1. Seção de teste

O objeto do estudo é o trocador de calor de placas. Este foi escolhido pelas características térmicas, aplicáveis nas mais diferentes situações em refrigeração e condicionamento de ar. Neste trabalho foi utilizado um trocador de calor de placas de marca Alfa Laval com 16 placas de aço inox 316 e NBR como material das gaxetas, operando em fluxo cruzado.

Na Fig.3 é observado o tipo de trocador, que permite o escoamento dos fluidos alternadamente entre as placas e em sentido cruzado. Cada placa apresenta 0.032 m^2 de área de transferência de calor. Para medir a queda de pressão da pasta de gelo dentro do trocador de calor foi utilizado um transdutor de pressão diferencial, com faixa de operação de 0 até 10 kPa. O sinal gerado em voltagem pelo transdutor é enviado ao sistema de aquisição de dados.

Para colher amostras da pasta de gelo foram instaladas válvulas na entrada e na saída do trocador.

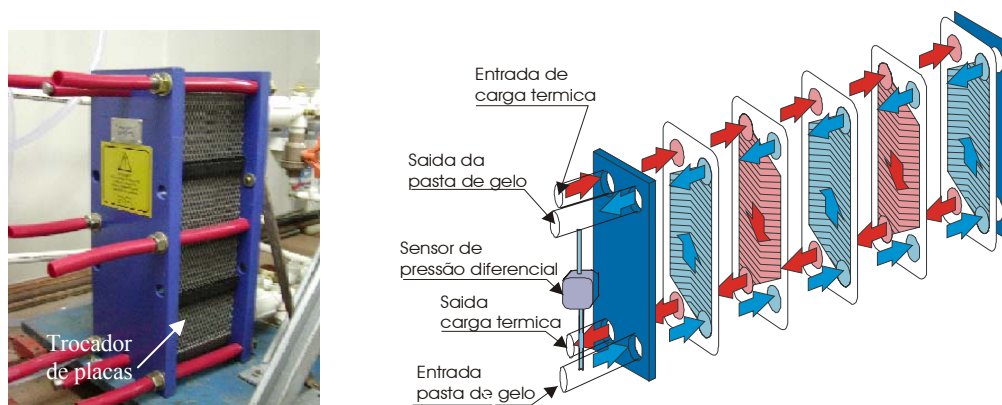


Figura 3 – Fotografia e esquema da seção de teste.

Para a medição da fração de gelo nas amostras, foi empregado um calorímetro, desenvolvido por Ticona (2003), formado por uma resistência elétrica (voltagem de alimentação de 24 V), sensor de temperatura e um misturador (Fig. 4). A amostra é colocada no calorímetro ao mesmo tempo em que se acionam o misturador e a resistência elétrica. Enquanto tudo isso acontece os sinais de amperagem, voltagem e temperatura são adquiridos para posterior tratamento.

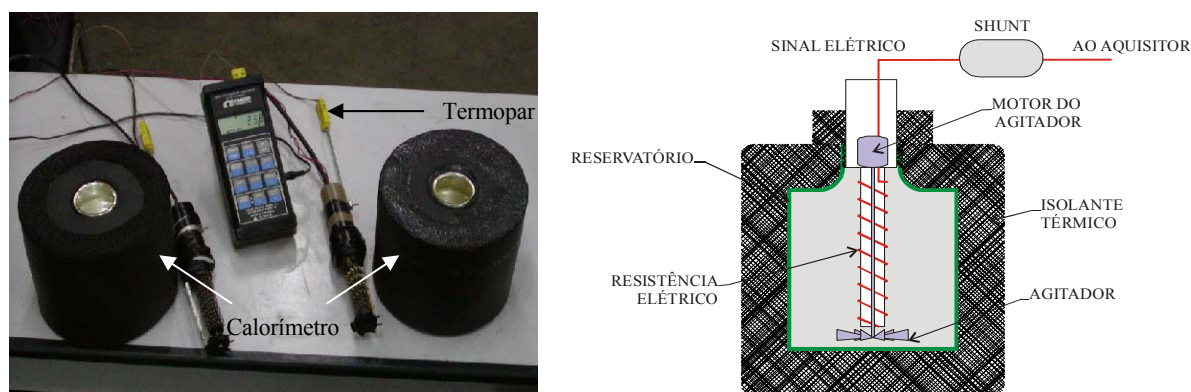


Figura 4 – Fotografia e esquema do calorímetro utilizado

2.2. Sistema de termoacumulação

Formado por um gerador de pasta de gelo, dois reservatórios (principal e secundário), uma bomba de deslocamento positivo e o painel de controle e força. O gerador de pasta de gelo é do tipo evaporador tubo carcaça, com raspador helicoidal, de marca York. Um fluido secundário (mistura de etileno glicol e água) é transportado pela bomba de pasta de gelo desde o reservatório até a parte inferior do evaporador. O refrigerante absorve calor da mistura gerando a pasta de gelo. Esta é armazenada no reservatório principal. Um agitador foi instalado no reservatório principal para manter a pasta de gelo em estado homogêneo. A bomba de pasta de gelo é de cavidade progressiva. Um inversor de frequência foi instalado para regular vazão da pasta de gelo. O reservatório secundário é utilizado para receber a pasta de gelo depois de passar pelo trocador. Desta forma, não se modifica a fração de gelo no reservatório principal. O painel de controle concentra todos os comandos em um só dispositivo.

2.3. Sistema de carga térmica

Tem a função de absorver a energia da pasta de gelo no trocador de calor. Formado por um banho de temperatura constante, um banco de resistências elétricas, um reservatório de água e a bomba de água. O banho de temperatura constante (BTC) tem a função de manter as condições de temperatura no reservatório de água durante os testes. É da marca NESLAB, modelo RTE 17, capaz de fornecer uma potência elétrica de 1600 W e uma potência de refrigeração de 700 W a 0 °C. O controle de temperatura é realizado mediante o método PID com 0,05 °C de resolução de controle de temperatura. O banco de resistências (três de 2,0 kW cada) esquenta a água rapidamente, elevando sua temperatura perto da temperatura de teste. Uma vez que isto é feito, o banho térmico passa a controlar a temperatura do fluido “carga térmica”, permitindo um ajuste preciso da temperatura de teste. O reservatório de água tem a função de armazenar líquido suficiente, à temperatura desejada, para todo o tempo de teste. Um agitador foi instalado para uniformizar esta temperatura. A bomba de água tem a função de circular a água através do trocador na realização dos testes. Esta é do tipo centrífuga e trabalha com uma vazão constante, regulada por uma válvula de gaveta instalada na saída da bomba.

2.4. Sistema de aquisição e processamento de dados

É formado por um sistema de aquisição de dados, um terminal de conexão e um computador. O sistema de aquisição de dados é da marca Agilent, tem a capacidade para até três placas de aquisição, com 20 canais cada, para temperatura, voltagem ou corrente elétrica.

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Realizado em 3 etapas: geração de pasta de gelo, aquecimento da água à temperatura desejada e transferência de calor no trocador de calor. A obtenção da pasta de gelo é realizada a partir de uma solução de etileno glicol-água, a 12% em peso. Esta é bombeada através do evaporador, onde se gera a pasta de gelo, em um processo contínuo. A pasta de gelo é armazenada no reservatório primário. O volume produzido de pasta de gelo é de 0,5 m³. Para evitar a aglomeração de cristais na pasta de gelo, o misturador funciona constantemente. A pasta de gelo é produzida com diferentes frações de gelo, pré-definidas para cada teste, desde 3,0 até 25%, com temperaturas variando entre -2°C e -3,8°C e bombeadas a diferentes vazões. Em paralelo à geração da pasta de gelo se prepara a carga térmica. As resistências esquentam a água, previamente filtrada, até perto de 29°C. O volume requerido para cada teste foi de aproximadamente 0,4 m³. Uma vez que a água atinge a temperatura prevista para o teste, o banco de resistências é desligado e o banho de temperatura constante passa a controlar a temperatura da água. Logo que as condições pré-determinadas, tanto para pasta de gelo quanto para a carga térmica são atingidas, inicia-se o processo de aquisição de dados e, em seguida, se procede à troca de calor.

4. REDUÇÃO DE DADOS

Das amostras coletadas foi possível calcular as frações de gelo na entrada e saída do trocador. Para tal foi adotado o procedimento descrito mais adiante.

4.1. Calor sensível da pasta de gelo (Q_{sen})

$$Q_{sen} = m_{pg} C_{p_{fp}} (T_{f,pg} - T_{i,pg}) + m_v C_{p_v} (T_{f,pg} - T_{i,pg}) + m_{re} C_{p_{re}} (T_{f,pg} - T_{i,pg}) \quad (1)$$

Onde:

- m_{pg} massa do pasta de gelo no calorímetro [kg]
- $C_{p_{pg}}$ calor específico do fluido portador [J/kg °C]
- $T_{f,pg}$ temperatura final da pasta no teste de calorímetro [°C]
- $T_{i,pg}$ temperatura inicial da pasta no teste de calorímetro (°C).
- m_r massa do recipiente do calorímetro (kg).
- C_{p_r} calor específico do recipiente do calorímetro (J/kg °C).
- m_{re} massa de conjunto da resistência elétrica de calorímetro (kg).
- $C_{p_{re}}$ calor específico da resistência elétrica do calorímetro (J/kg °C).

4.2. Fração de gelo da amostra do calorímetro (x_{pg})

$$x_{pg} = \frac{Q_{el} - Q_{sen}}{L m_{pg}} \quad (2)$$

onde:

- L Calor latente do gelo, kJ/kg

4.3. Calor latente da pasta de gelo (Q_{lat}):

$$Q_{lat} = m_{pg} x_{pg} L \quad (3)$$

4.4. Capacidade de resfriamento da pasta de gelo (\dot{Q}_{pg})

É definida como a potência térmica de resfriamento sentida pela pasta de gelo no trocador de calor

$$\dot{Q}_{pg} = \dot{m}_{pg} \left[C_{p_{fp}} (T_{f,e} - T_{f,s}) + (x_{pg,e} - x_{pg,s}) L \right] \quad [W] \quad (4)$$

4.5. Coeficiente global de troca de calor

Para a determinação do desempenho do trocador de calor foi utilizada a definição do coeficiente global de troca de calor em função da temperatura média logarítmica, área de troca de calor e capacidade de resfriamento da pasta de gelo.

$$U = \frac{\dot{Q}_{pg}}{A(LMTD)} \quad (5)$$

Onde:

$$LMTD = \frac{(T_{q,e} - T_{f,s}) - (T_{q,s} - T_{f,e})}{\ln \left(\frac{T_{q,e} - T_{f,s}}{T_{q,s} - T_{f,e}} \right)} \quad (6)$$

4.6. Carga Térmica

A potência térmica é calculada com os dados de temperatura e vazão da água.

$$\dot{Q}_{ag} = \dot{m}_{ag} C_{p_{ag}} \Delta T \quad (7)$$

Onde:

\dot{m}_{ag} Vazão mássica da água (kg/s)

$C_{p_{ag}}$ Calor específico da água (J/kg°C)

ΔT Diferença de temperatura entre a entrada e a saída da água

5. RESULTADOS

5.1. Temperaturas no trocador de calor

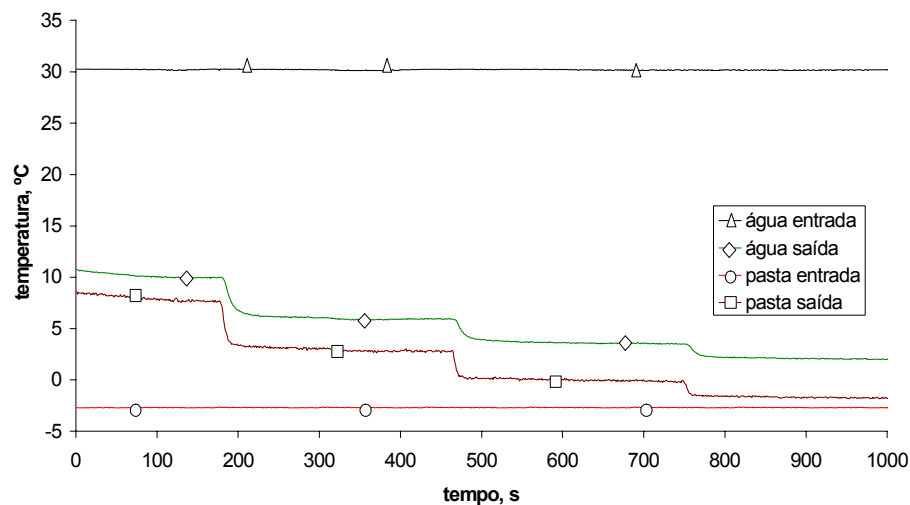


Figura 5. Medição típica das temperaturas no trocador de calor

Pode-se observar na Fig. 5 os valores das temperaturas de entrada e saída do trocador de calor, tanto da pasta de gelo como da água. As condições de entrada da pasta de gelo e de entrada da água são mantidas constantes, para cada teste. Ao longo de cada seqüência de testes se varia a vazão da pasta de gelo. Observa-se que, para cada vazão imposta, as temperaturas de saída da água e da pasta de gelo variam até atingir o regime permanente. Neste instante pode-se realizar a amostragem e o teste no calorímetro para determinar a fração de gelo.

5.2. Calorímetro

Para cada vazão da pasta de gelo, em regime permanente, procedem-se a medição e a coleta dos parâmetros elétricos e térmicos dentro do calorímetro. Na Fig. 6 pode-se observar que, quando o calorímetro é ligado, a voltagem cai levemente e a corrente assume um valor constante. Com estes valores e as temperaturas, pode-se realizar o cálculo da energia consumida pela amostra de pasta de gelo.

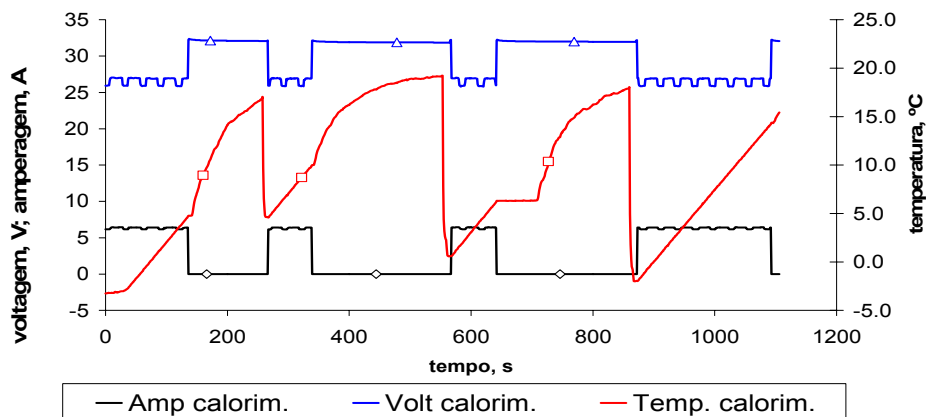


Figura 6 – Medição dos parâmetros elétricos e térmicos da experiência

5.3. Queda de pressão

Na Fig. 7 apresenta-se um exemplo da medição da queda de pressão em um teste típico. Os valores foram aquisitados para diferentes vazões da pasta de gelo. Percebe-se que a flutuação na medida aumenta ao longo da experiência, função do aumento da vazão. Para a análise da queda de pressão foi tomada uma média dos valores após o estabelecimento do regime permanente.

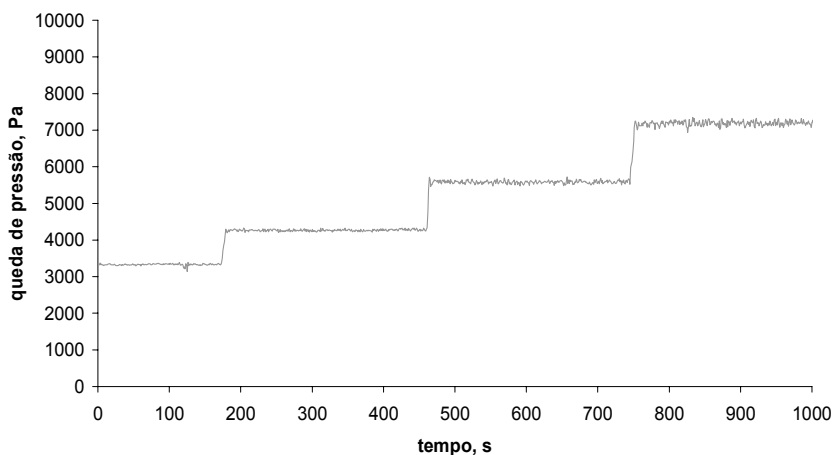


Figura 7 – Medição da perda de pressão no trocador de calor

5.4. Capacidade de resfriamento do trocador de calor

A Fig. 8 mostra a variação da capacidade de resfriamento do trocador de calor em função da vazão mássica. Pode-se observar que, para frações iniciais de gelo maiores, a capacidade de resfriamento aumenta consideravelmente. Quando comparando com os testes com água, a capacidade de resfriamento do trocador aumenta em até 3 vezes. Para cada teste é mostrada a fração de gelo na saída do trocador de calor. Em vários casos a fração de gelo à saída do trocador chegou a

zero, ou seja, apenas líquido deixava o trocador. Para maiores frações iniciais de gelo e vazões maiores, a fração na saída do trocador é maior que zero, indicando a presença de cristais de gelo na saída do trocador.

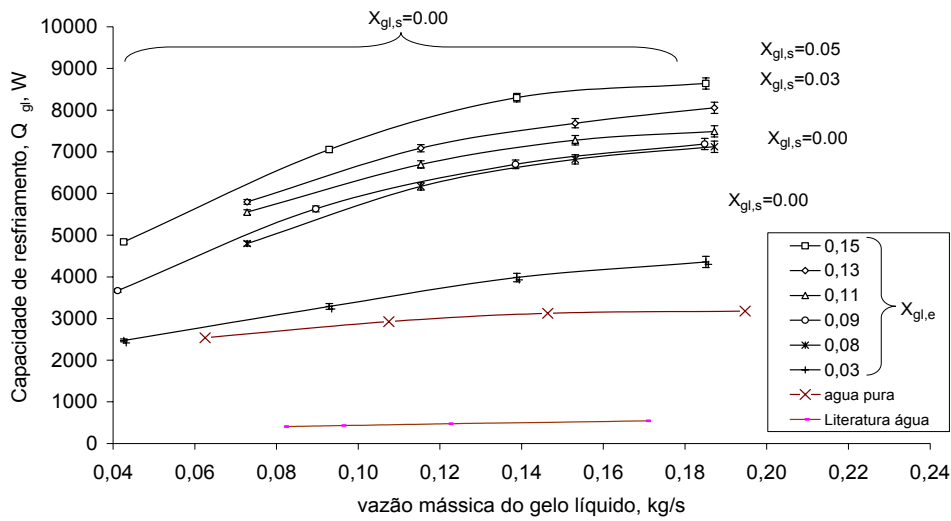


Figura 8. Variação da capacidade de resfriamento do trocador de calor em função da vazão mássica.

5.5. Coeficiente global de troca de calor

Na Fig. 9 são apresentadas as variações do coeficiente global de troca de calor em função da vazão mássica da pasta de gelo. Observa-se que para maiores concentrações iniciais de pasta de gelo, este coeficiente aumenta. Pode ser visto na mesma figura o comportamento do caso água-água que, como era de esperar, fica bastante próximo do caso de baixa fração de gelo. Também é apresentada comparação com o caso de Bellas (2001) que mostra boa concordância com o presente trabalho.

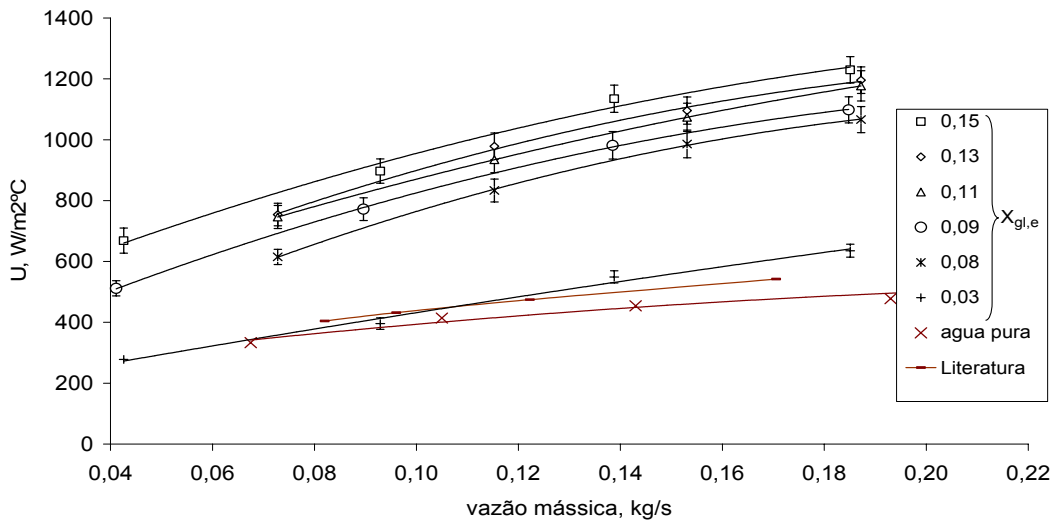


Figura 9 – Coeficiente global de troca de calor versus vazão mássica da pasta de gelo

5.6. Queda de pressão

Pode-se observar na Fig. 10 a variação da queda de pressão no trocador de calor de placas como função da vazão mássica. Cada caso é mostrado para diferentes frações iniciais de pasta de gelo. Pode-se observar que, para maiores concentrações iniciais de pasta de gelo, a queda de pressão aumenta. Também é observado, como esperado, que o diferencial de pressão aumenta com a vazão, isto para todas as diferentes concentrações iniciais de pasta de gelo. Quando comparado com o caso água-água, a queda de pressão aumenta para os casos com pasta de gelo, sendo o caso de mínima fração inicial de gelo semelhante ao caso de água pura.

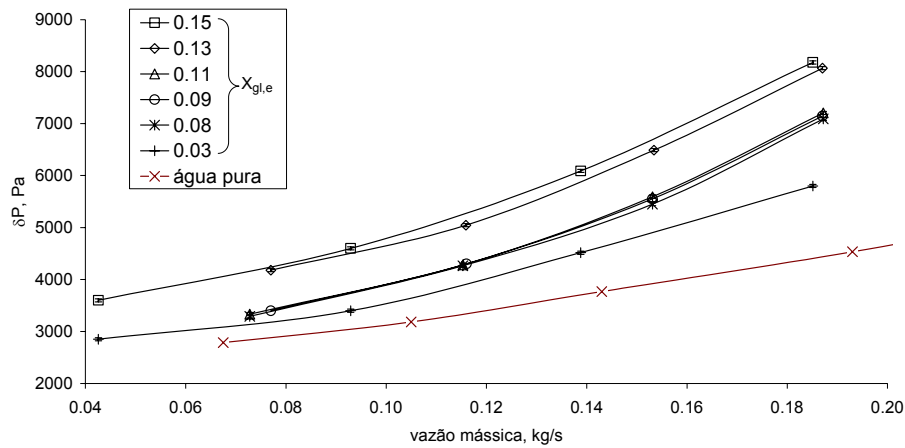


Figura 10. Variação da queda de pressão para diferentes vazões e frações de gelo da pasta de gelo.

6. CONCLUSÕES

Foi construída uma bancada experimental para o estudo das propriedades de transporte da pasta de gelo em trocadores de calor de placas. Os resultados obtidos no presente trabalho mostram a viabilidade técnica da utilização da pasta de gelo através do trocador de calor de placas, mostrando algumas vantagens, quando se compara ao caso água-água.

A capacidade de resfriamento e o coeficiente global de troca de calor aumentam em até três vezes com a utilização da pasta de gelo, quando comparado ao caso só com água. Estas vantagens vêm acompanhadas de um aumento aceitável na queda de pressão, que apresenta valores maiores com o incremento da fração de gelo.

REFERÊNCIAS

- ASHRAE. Industrial Refrigeration Handbook, Ashrae Standard. USA, 1998.
- Bellas, J. Chaer, S. Heat transfer and pressure drop of ice slurries in plate heat exchangers. Department of Mechanical Engineering, Brunel University, pp. 721-732. 2001
- E.N. Jensen, E. et all, Pressure drop and heat transfer with ice Slurry, University, USA., 2000.
- Grupta, R. e Fraser, C. Effect of new friction reducing additive on sunwell ice slurry characteristics, Canada, Institute of Mechanical Engineering, Low Temperature Laboratory, Report no. TRLT-023, 1990.
- Knodel, B. et all, Heat transfer and pressure drop in ice-water slurries, Applied Thermal Engineering University of Illinois at Chicago, USA, pp. 671-685. 2000
- Knodel, B. et all, Performance of an ice-water slurry based district cooling system. Baltimore, MD. Proceedings of 78th. Annual, Conference of the IDHCA. 1987
- Knodel, B. et all, Pressure drop in ice-water slurries for thermal storage applications, Experimental Heat Transfer, pp. 265 -275. 1987
- Kauffeld, M. Christensen, K. Hansen, T.M. Experience with ice slurry IIR. Congress, Sydney. 1999.
- Sanchez, R. et all. Determinacion de propiedades de um hielo líquido formado a partir de água y ClNa, Pamplona, Espana, 2001.
- Ticona, E.M., Determinação Experimental do coeficiente de Troca de Calor em um Gerador de gelo. Dissertação de mestrado. Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2003

TRANSPORT COEFFICIENTS OF ICE SLURRY IN PLATE HEAT EXCHANGER

Hugo G. Jiménez Pacheco¹

¹Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Rua Marquês de São Vicente 225, Rio de Janeiro, RJ – 22453-900 – Brasil.

hugojp@mec.puc-rio.br

Orientador: Sergio Leal Braga²

²Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Rua Marquês de São Vicente 225, Rio de Janeiro, RJ – 22453-900 – Brasil.

slbraga@mec.puc-rio.br

Abstract. The use of ice slurry in refrigeration and air conditioning systems is relatively new. Among its advantages, it can be cited the facilities to be pumped and its high energy storage capacity. In order to be employed in those applications, it is necessary the knowledge of the heat transfer and fluid flow characteristics. An experimental device was developed to study the transport properties of the ice slurry in plate heat exchangers. Several situations were investigated for different initial ice fractions and mass flows rates of the ice slurry. The conditions of the thermal load (pure water, had been kept constant. The temperature field, the pressure loss, the initial fraction and the mass flow rate of the ice slurry are continuously monitored in the heat exchanger, beyond the flow and the temperature field is monitored in the part of the thermal load.

The overall heat transfer coefficient, increases as a function of the initial ice fraction. The capacity cooling of the heat exchanger increases with the use of ice slurry when compared to pure water. Finally, it can be showed that the pressure drop increases for higher initial ice fraction.

Keywords. Plate heat exchanger, ice slurry, ice fraction, phase change, thermal storage

NUMERICAL STUDY OF THE PULTRUSION PROCESS WITH VARIABLE THERMAL PROPERTIES

Gylles Ricardo Ströher

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Departamento de Energia – 12228-900 – São José dos Campos, SP, Brasil.
gylles@ita.br

Cláudia Regina de Andrade

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Departamento de Energia – 12228-900 – São José dos Campos, SP, Brasil.
claudia@ita.br

Edson Luiz Zapparoli

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Departamento de Energia – 12228-900 – São José dos Campos, SP, Brasil.
zapparoli@ita.br

Abstract: Pultrusion process has gained significance as a composite manufacturing method over the past few years. It is a continuous process for composite materials with constant cross-sections with a high productivity and cost-effective. Pultrusion of thermosetting matrices consists of two phases, namely impregnation and curing. At first, a fiber creel passes through a resin bath. The fiber impregnated with liquid resin enters a heated die where the elevated temperature induces the curing resin process. Then, the pultruded bar is pulled through the die with a constant speed. The pulling speed, the die temperature, the fiber volume fraction and the thermal properties are important parameters that must be set carefully to obtain a high quality of the final product. At the present work, the carbon/Epoxy system has been simulated with a three-dimensional parabolic model employing the finite element method using thermal properties as a function both of temperature and degree of cure distributions inside the pultruded rectangular bar and making comparison with the assumption of to use constants average thermal properties. The evaluating the degree of cure and temperature profiles in different conditions for die-wall set-point temperature was also performed. Results showed that the degree of cure development is delayed for the variables properties case, requiring a larger die length to reach a suitable design value of the degree of cure and cure and temperature's positions in the die is important for to increase the rate degree of cure.

Keywords. Pultrusion, Finite Element Method, Thermal Simulation, carbon/Epoxy system.

1. Introduction

The last decade has seen an intense interest in processes using composite materials. The potential product improvements related to damage tolerance, toughness, corrosion resistance and reparability, have been the main reasons for this growing interest. Pultrusion is one of several manufacturing processes for composite materials. A schematic representation of the pultrusion is shown in Fig. 1, initially the fiber reinforcements are impregnated with a resin formulation and continuously pulled firstly through a perform fixture which gives the desirable shapes to the resin/fiber combination and extracts the excess of resin. After that, the reformed material passes through a heated die where the resin cures and consolidates into a profile with the same cross-section as the die cavity. The profile is extracted at a uniform speed by a set of pullers and cut to the desired length by a synchronized cutoff saw.

As in the case of any other manufacturing process, it is important for pultrusion, although the process appears to be simple, to understand and optimize the processing parameters that can influence the properties of the finished parts such as pull speed die temperature, quality of fiber/resin wet-out, thermal properties and die temperature and fiber volume profile can affect the pultruded product final quality. Among all, the die temperature is closely related to the final state of cure of the product and the uniformity of cure can be improved significantly by optimizing the die-heating environment Li et al (2002).

During recent years, a great deal of work has been published concerning the optimization of the process parameters by means of thermochemical and physical model: Many previous works have analyzed the pultrusion process simulation: Loss and Springer (1983) developed a one-dimensional model to simulate the cure process of a flat-plate by solving the governing equation using an implicit finite difference method. Han and Lee (1986) applied an empirical kinetic model with a prescribed wall temperature profile in the simulation. Pultrusion characteristics were studied with variables such as resin type, fiber type and the pulling speed. Wu and Joseph (1990) developed an unsteady-state model to describe transient conditions for start-up or change of operation conditions, which includes the degree of cure and temperature distributions in the material and die.

Ma and Chen (1993) developed a kinetic model for heat transfer to predict profiles of temperature and degree of cure in a pultruded glass-fiber composite of rectangular cross-section for a block-polyurethane resin by using a finite-difference method.

Batch and Macosko (1993) studied the effect of die temperature, pull speed, resin properties and initiator concentration on part temperature profile and cure using a one-dimensional model in traditional pultrusion.

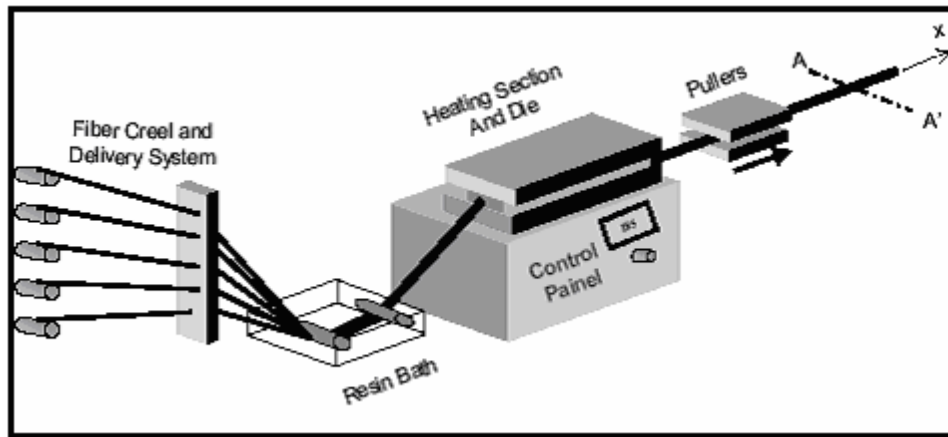


Figure 1. Schematic representation of the pultrusion process.

Their studies indicate that, prior knowledge of the die temperatures, resin physical properties and reaction kinetics can be used to predict the part temperature and cure profile.

Gorthala et al. (1994) extended this approach using a comprehensive two-dimensional model in cylindrical coordinates for resin flow, cure and heat transfer associated with the traditional pultrusion process. Different types of viscosity and velocity models were developed and experimentally validated to predict the temperature and cure profiles in the radial and axial direction. Their work provides some insights into the basic processing science.

Chachad et al. (1995) used an unsteady three-dimensional model for the pultrusion of irregular shaped glass composites using a finite difference scheme; no comparison of predicted results and experimental data was provided.

Amazouz and Gauvin (1997) analyzed the thermal conductivity increase of polymer matrix composites replacing a small amount of glass fibers by carbon fibers, resulting in a decrease in the composite material temperature. The authors employed a finite element technique and showed that the distribution of the anisotropic conductive fibers in the composite has an important effect on its thermal efficiency.

In this context, the objective of the present work is to study numerically the pultrusion process using a three-dimensional parabolic approach to simulate the carbon/Epoxy composite materials, employing the assumption of to use constants average thermal properties and evaluating the degree of cure and temperature profiles in different conditions for die-wall set-point temperature. Results showed that the use thermal properties constants overestimate the degree of cure and temperature's positions in the die is important for to increase the rate degree of cure.

2. Mathematical formulation

With the assumption that a fibrous medium impregnated with incompressible resin forms a macroscopically homogeneous material system for heat transfer analysis, the three-dimensional energy equation for a moving composites lay-up in a pultrusion die may be written as:

$$u\rho_c C p_c \frac{\partial T}{\partial x} - \nabla \cdot [k_c \nabla T] - \frac{\partial}{\partial x} \left(k_c \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \dot{q} \quad (1)$$

with the boundary conditions, as is shown in Fig 2.:

at $x = 0$ (die entry) $\rightarrow T = T_0$ (ambient temperature)

at bar/die interface $\rightarrow T = T_{wi}$, $i = 1, 2, 3$ (control set point temperature)

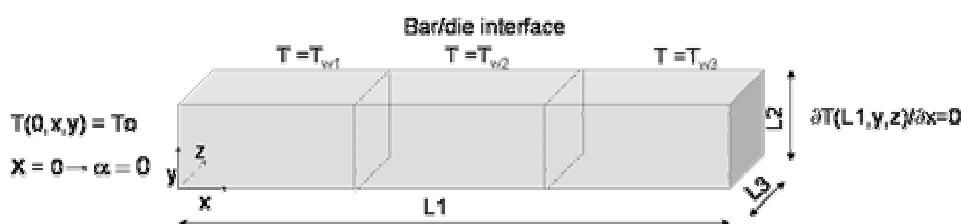


Figure 2 – Schematic representation of the composite material with boundary conditions this problem.

Where T is the temperature, u the velocity vector in pull (x) direction, ρ the density, C_p the specific heat, k the thermal conductivity, \dot{q} the heat of reaction. The subscript c denotes the composites and ∇ denotes differential operator. The values of the thermal properties are given in Tab. 1.

Table 1. The thermal properties of carbon/Epoxy composite materials (Scott and Beck, 1992)

Material	Density (kg m ⁻³)	Thermal conductivity (W m ⁻¹ °C ⁻¹)	Specific heat (MJm ⁻³ °C ⁻¹)
carbon/Epoxy	1850	0.668 + 0.000902T + 0.0742α	1.251 + 0.0045T + 0.139α

The volumetric heat rate (q) due to the resin-cure reaction is related to the degree of cure (α) by the Eq. (2):

$$\dot{q} = \rho r(1 - FV)\Delta H \frac{D\alpha}{Dt} \quad (2)$$

with ΔH = total heat of reaction per unit mass of resin.

The degree of cure is defined as the ratio between the energy liberated by the reaction until an instant of time (t) and the total energy liberated in whole cure reaction. The degree of cure variation with the time $d\alpha/dt$, is obtained from the appropriate kinetic models and kinetic parameters for the composite under study. In this case, the models for $\alpha \leq 0.5$ and $\alpha > 0.5$ presented by Scott (1989) for a carbon/epoxy system were used. The model for $\alpha(t) \leq 0.5$ is:

$$\frac{d\alpha}{dt} = (c_1 + c_2\alpha^m)(1 - \alpha)^{2-m} \quad 0 < \alpha \leq 0.5 \quad (3)$$

and, the model for $\alpha(t) > 0.5$ is:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} \Big|_{\alpha=0.5} + c_3(0.5 + \alpha)\exp(-D(0.5 - \alpha)) \quad \alpha > 0.5 \quad (4)$$

where $m=0.98-0.0023T$, $D=13.4-0.177T$, and T is in °C. The rate constants, c_1 , c_2 and c_3 , are assumed to follow Arrhenius relationships with temperature, that is

$$c_i = A_i \exp\left\{-\frac{E_i}{R(T + 273.15)}\right\} \quad i = 1,2,3 \quad (5)$$

where R is the gas constant, the E_i 's are the activation energy constants, and the A_i 's are the pre-exponential factors. The values used for kinetic parameters are: $E_1=55.8$ kJ/mole, $E_2=49.2$ kJ/mole and $E_3 = 56.9$ kJ/mole, $A_1 = A_2 = 12100$ s⁻¹, and $A_3 = 2.75 \times 10^7$ s⁻¹.

$$\frac{D(\)}{Dt} = u \frac{\partial(\)}{\partial x} = \text{Steady-state one-dimensional substantial derivative.} \quad (6)$$

3. Solution methodology

For the convective-diffusive problems simulated by Eq. (1) the Peclet number is defined as:

$$Pe = (\rho C_p / k) u R \quad (7)$$

When the Peclet number is high, the pultrusion process shown in Fig. 1 can be solved using a parabolic model and the Eq. (1) is simplified by neglecting the axial conduction term, as follow:

$$u C_p \partial T / \partial x - \nabla \cdot [k \nabla T] = \dot{q} \quad (8)$$

In this parabolic approximation, Eq. (2), to Eq. (5) and Eq. (8) were discretized in the pultruded bar cross-section (Fig. 2) by the Galerkin finite element and the axial direction (pulling axis) was evaluated by a similar time marching

technique. A computational grid in the intermediate process solution is shown in Fig. 2, where represent one fourth of material.

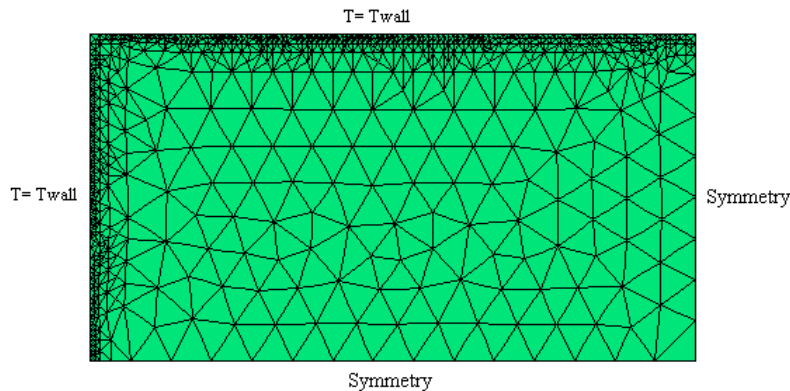


Figure 2. Computational grid in the intermediate process solution, 12x6mm, 1549 cells.

The heat transfer process and the resin cure kinetics equations in this parabolic approach are solved by a commercial code named PDEase2D. At the present work the Galerkin Finite Element Method of weighted residuals with quadratic basis to convert continuous partial differential equations into discrete nodal equations is used. This method insures highly accurate results and rapid convergence. An adaptive scheme was used with successive mesh refinement in the more intense gradient regions, using an unstructured mesh with triangular elements of six nodes and second-degree interpolation polynomials. The algebraic equations were solved by Conjugated Gradient and Newton-Raphson iterative methods.

The solution in the axial direction is obtained applying a Crank-Nicolson scheme where the cubic term in the Taylor series expansion is determined by a three-step approach. The z-axis step was controlled imposing this cubic term less than a pre-determined error limit.

4. Results

4.1. Parabolic Approach Validation

Pantaleão et al. (2000) presented a comparison between the elliptic Taylor-Galerkin and the parabolic results for the pultrusion process of thermosetting composite with circular cross-section. Both methodologies showed a good agreement for the pultrusion pulling speed typical values. Authors also reported a comparison with the experimental data provided by Suratno et al. (1998) and their numerical results are illustrated in Fig. 3a and Fig. 3b for the temperature and degree of cure profiles at the bar cross-section centerline. It was concluded that the parabolic scheme has some advantages: it requires smaller computational time processing and is easier to be implemented than the elliptic model.

Based on these previous results, at the present work a parabolic approach, Eq.(8), was used to study the effect of different controlling parameters in the pultrusion process of a bar with rectangular circular cross-section. The pultruded material aspect ratio ($L2/L3$, Fig 2) was maintained constant for all numerical simulations and the carbon/Epoxy composite materials properties were presented in Tab1.

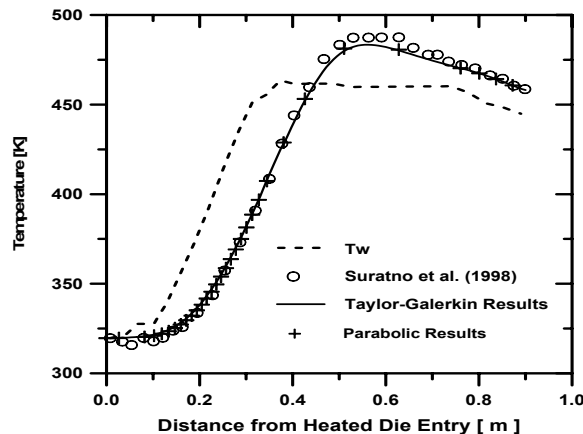


Figure 3a. Results for the axial temperature profile ($u = 0.1/60$ m·s⁻¹ and $FV = 0.7$)

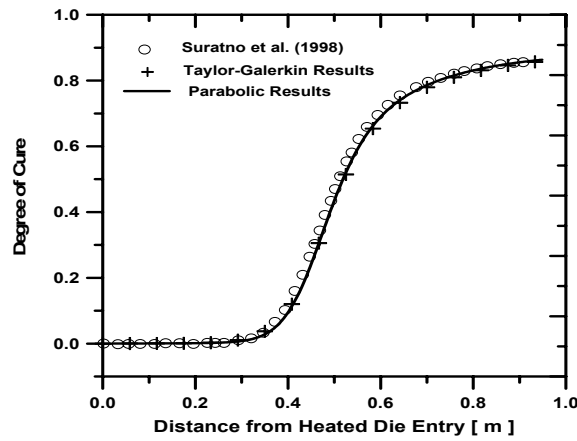


Figure 3b. Results for the axial degree of cure profile ($u = 0.1/60$ m·s⁻¹ and $FV = 0.7$)

4.2. Parabolic approach with variables thermal properties.

The effect of the constant properties material assumption was employed using an volumetric average thermal conductivity (k_{av}) and specific heat (Cp_{av}) values, defined as:

$$Cp_{av} = \frac{1}{V} \int_0^V Cp dV \qquad k_{av} = \frac{1}{V} \int_0^V k dV \qquad (9)$$

Figure 4 shows the variation of the thermal properties (as function of both temperature and degree of cure) along the rectangular bar centerline and its respective average values.

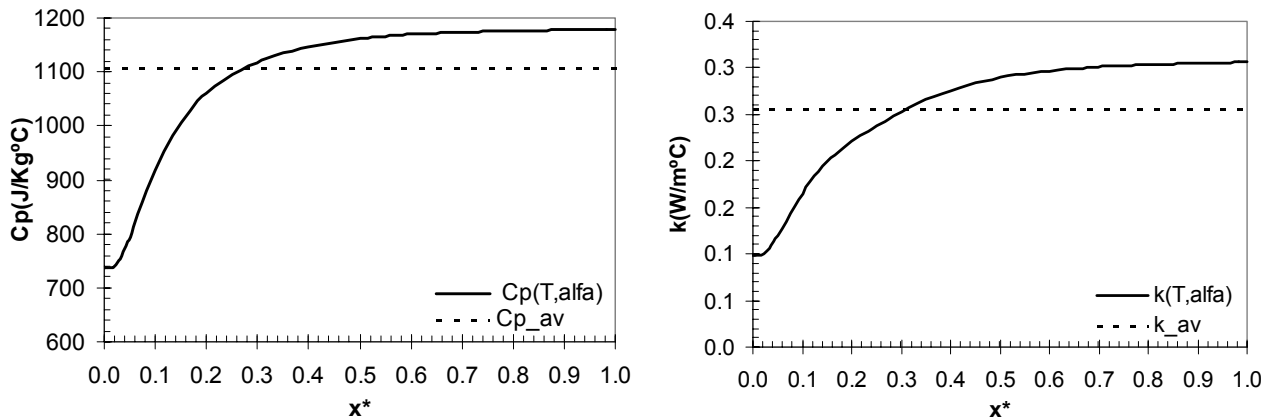


Figure 4: Variation of the thermal properties along the dimensionless rectangular bar centerline ($x^* = x/L$).

The profiles in Fig. 4 showed that the heat specific and thermal conductivity values increase during the pultrusion process. This fact induced significant differences on the process simulation, as depicted in Fig. 5 which compares the temperature and the degree of cure profiles for average and variable properties cases. These results show that the increase in the thermal mass (due to the increase in the specific heat capacity of the resin with the degree of cure) contributed most to the fall in the temperatures (Fig 5a) of the pultruded material in the region where the cure reaction rate was higher (Fig. 5b).

The higher the thermal mass of the resin, the more the heat energy required to raise the temperature of the bar composite. This shows that ignoring the temperature-dependence of the material properties leads to higher estimations of temperatures and degree of cure of the pultruded bar. This same conclusion was also met by Joshi and Lam (2001), working with a cylindrical rod epoxy resin system and 1% fiber volume.

It must be noted that temperature and degree of cure evolution presented in Fig. 5 were obtained imposing a constant die-wall temperature as boundary condition. The influence of the die-wall set-point temperature in the pultrusion process is described in the following section of this work.

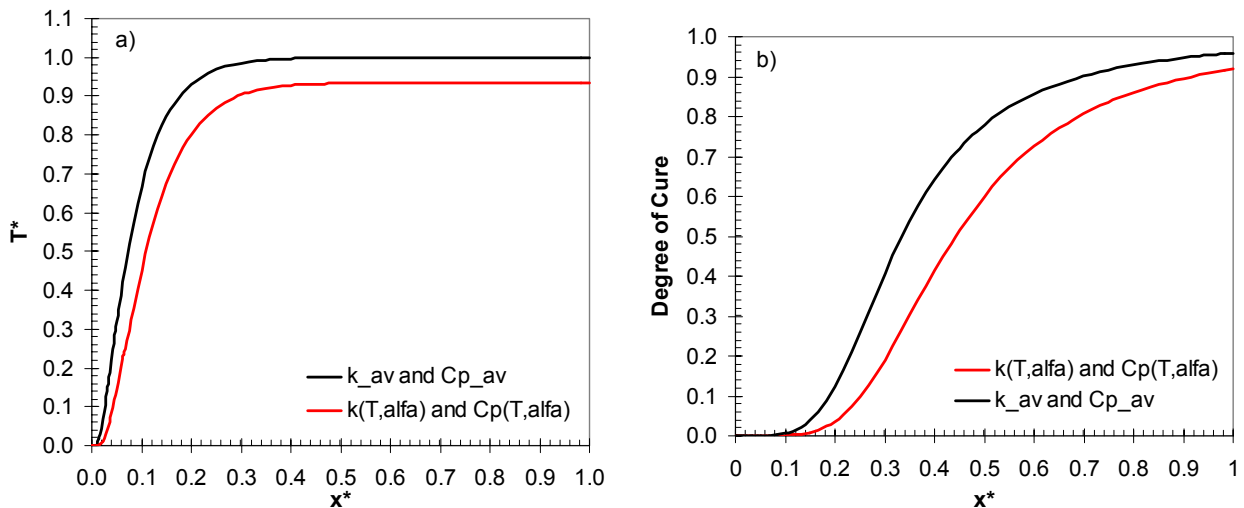


Figure 5 - Predicted center line temperature and degree of cure profiles for the rectangular bar and their comparison using average values of the thermal properties. $T^* = (T - T_0) / (T_w - T_0)$

4.3. Influence of the Die-Wall Set-Point Temperature.

Firstly, the die extension was divided in three same parts. After, three values of die-wall set-point temperature were imposed as boundary condition at each part (Fig. 2). Simulations were performed both decreasing and increasing the imposed temperature values, as illustrated in Tab.2. The non-dimensional temperature's values are calculated by: $T^* = (T - T_0) / (T_w - T_0)$.

Table 2 – Temperature boundary condition and validity region.

Region	distance from heat die entry	T^*_{w} increasing Case 1	T^*_{w} decreasing Case 2	$T^*_{average}$ Case 3
$0 \leq x \leq L_1 / 3$		$T^*_{w1} = 0.868$	$T^*_{w1} = 1.000$	$T^*_{w1} = 0.868$
$L_1 / 3 < x \leq 2L_1 / 3$		$T^*_{w2} = 0.934$	$T^*_{w2} = 0.934$	$T^*_{w2} = 0.868$
$2L_1 / 3 < x \leq L_1$		$T^*_{w3} = 1.000$	$T^*_{w3} = 0.868$	$T^*_{w3} = 0.868$

Results using parabolic approach model with temperature-dependent thermal properties are given in figs 6, 7 and 8. The predicted rectangular bar centerline temperature with different die-wall set-point temperature are shown.

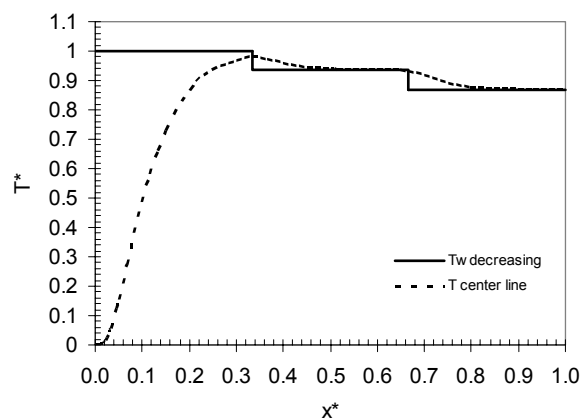


Figure 6 - Predicted center line temperature profiles for the rectangular bar with die-wall set-point temperature decreasing.

At the beginning of the resin cure process, the centerline temperature elevates independent of the boundary condition variation. When the die-wall set-point temperature increases (Fig.6) or decreases (Fig.7), the centerline temperature follows the same tendency along the dimensionless die extension. At the final portion of the heated die, the

centerline temperature value for the constant die-wall set-point temperature (case 3, Fig. 8) is located at the average level between the cases 1 and 2.

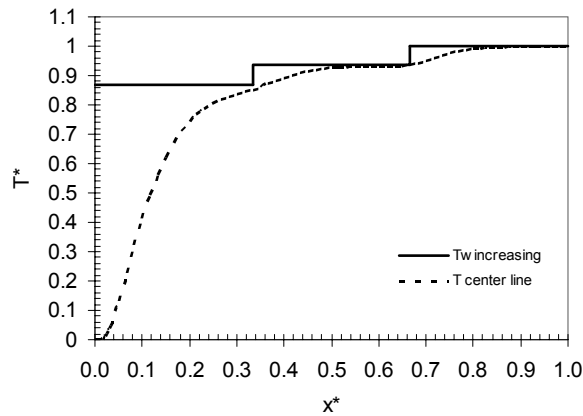


Figure 7 - Predicted center line temperature profiles for the rectangular bar with die-wall set-point temperature increasing.

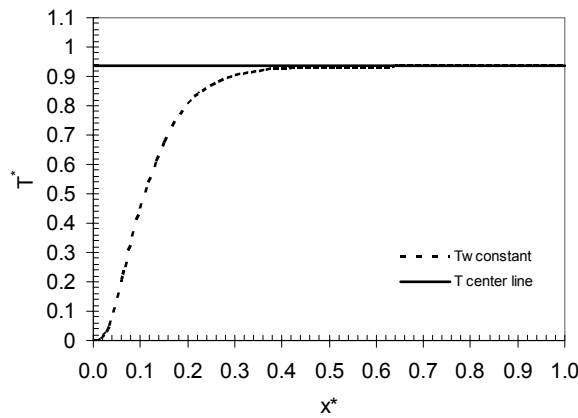


Figure 8 - Predicted center line temperature profiles for the rectangular bar with die-wall set-point temperature constant.

Numerical simulation results for the degree of cure are given in Fig. 9 for the three boundary conditions depicted in Tab. 2. The thermal properties (C_p and k) were calculated using the temperature and degree of cure dependence expressed in Tab.1.

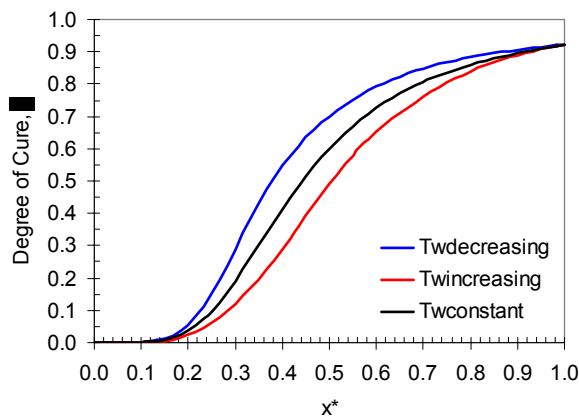


Figure 9 - Predicted degree of cure at center line for the rectangular bar for different conditions of wall temperature.

As it was expected, the die-wall temperature decrease (case 1) along the die-extension was favorable to accelerate the resin cure reaction rate due to higher temperature values at the die entry region. On the other hand, the case 2 (temperature increasing along the die-extension) induces a slower degree of cure evolution. So, the temperature

boundary condition were only interchanged (the total thermal energy supply was the same) between the three cases, but the effect it was a variable performance in the temporal evolution of the pultrusion process.

4. Conclusions

At the present work a three-dimensional parabolic approach model was employed to numerically simulate the pultrusion process of a composite material composed Epon 828/mPDA epoxy system using finite element method. The constant/variable thermal properties and the influence of the die-wall set-point temperature were analyzed. Results showed that the use of constant specific heat and thermal conductivity values overestimates the degree of cure and temperature evolutions. The imposed temperature boundary condition also affects the pultrusion process, once the higher temperature values at the die entry accelerates the resin cure reaction rate.

5. Acknowledges

The authors are grateful to CNPq (grant#133598) by the support to development of this work.

6. References

- Amazouz, M. and Gauvin, R., 1997, "Solving Heat Dissipation Problems in Unidirectional Composite Structure", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 16: 689-697.
- Batch GL, Macosko CW., 1993, "Heat transfer and cure in pultrusion: model and experimental.", *AIChE J* 39:1228-41.
- Chachad Y.R., Roux JA and Vaughan JG., 1995 "Three-dimensional characterization of pultruded fiberglass-epoxy composite materials.", *J Reinforced Plastics and Composites*; 14, 495-512.
- Gorthala, R., J. A. Roux, and J. G. Vaughan, 1994, *Journal of Composite Materials*, 28:6:486-506.
- Han, C., and Lee, D. S., 1986, "Development of a mathematical model for the pultrusion process", *Polym. Eng. Sci.*, 26, 393-404.
- Joshi S. C., Y.C. Lam., 2001, "Three-dimensional finite-element/nodal-control-volume simulation of the pultrusion process with temperature-dependent material properties including resin shrinkage", *Composites Science and Technology*, 61, 1539-1547.
- Li Jianhua, Sunil C. Joshi, Y.C. Lam, 2002, "Curing optimization for pultruded composite sections", *Composites Science and Technology* 62, 457-467.
- Loss A. C., Springer G. S., 1983, "Curing of epoxy matrix composites". *J. Compos. Mater.* 17, 135-169.
- Ma, E. M. and Chen, C., 1993, "The development of a mathematical model for the pultrusion of blocked polyurethane composites", *J. Appl. Polym. Sci.*, 50, 759-764.
- Pantaleão, A. V., Andrade, C.R., and Zapparoli, E.L., 2000, "Comparison between the parabolic and elliptic models in the pultrusion process simulation, , 8th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences, CD-Rom;
- Scott E. P., BECK J.V., Estimation of Thermal Properties in Epoxy Matrix/ Carbon Fiber Composite Materials", *J. Composites Materials*, v.26, n° 1, p.132-147, 1992-A.
- Scott, E. P. 1989. "Estimation of the thermal and Kinetic Properties Associated with Carbon/Epoxy Composite Materials during and after Curing," Ph.D. dissertation, Michigan State University, East Lansing, MI.
- Suratno, R. B., Ye, L. e Mai, Y. W., 1998, "Simulation of Temperature and Curing Profiles in Pultruded Composites Rods", *Composites Science and Technology*, 58: 191-197.
- Wu, H. and Joseph, B., 1990, "Model based and knowledge based control of pultrusion processes", *SAMPE J.*, 26, 59-70.

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA DESCARGA DINÂMICA DE GÁS EM UM RESERVATÓRIO DE GEOMETRIA TOROIDAL

Souza, Márcio Rodrigo de Araújo

Lima, João Alves de

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – PPGEM/DEM/UFRN

Av. Senador Salgado Filho, sn. Lagoa Nova, Natal - RN, 59078-970

mrengmec@yahoo.com.br

jalima@dem.ufrn.br

Resumo. A aplicação de adsorventes no armazenamento de gás natural veicular tem sido pesquisada com frequência devido à sua capacidade de reduzir a pressão dentro dos reservatórios que armazenam esse combustível. Contudo, o uso desse material nos cilindros proporciona inconvenientes, como os efeitos térmicos durante o ciclo carga/descarga, que inibem sua aplicação no referido mercado. Por outro lado, os baixos níveis de pressão obtidos com a adsorção do gás, contribuem para projetos de reservatórios com geometria não cilíndrica, onde a capacidade de armazenamento pode ser aumentada e o espaço ocupado pelo cilindro tradicional melhor aproveitado. No presente trabalho os efeitos térmicos e o desempenho de um reservatório de geometria toroidal são simulados numericamente para o processo de descarga de gás, adotando-se galerias em torno de sua seção transversal para o escoamento de um fluido, de maneira a intensificar a transferência de calor por convecção na parede e, desta forma, reduzir os efeitos térmicos característicos do processo estudado. Esses resultados são comparados com os obtidos sem a proposição dos trocadores de calor no reservatório toroidal. As simulações possibilitam constatar a influência que os trocadores de calor exercem sobre a viabilidade dos adsorventes aplicados à reservatórios não cilíndricos.

Palavras chave: métodos numéricos, adsorção, gás natural, reservatório não convencional.

1. Introdução

Diante do aumento da aplicação do gás natural (GN) no setor de abastecimento automotivo, algumas alternativas têm sido frequentemente consideradas para favorecer o armazenamento desse combustível de maneira a incentivar sua adequação no referido mercado. Além da tradicional compressão do gás natural nos robustos reservatórios cilíndricos, a adsorção, que tem sido aplicada em diversos processos na indústria, sendo inicialmente utilizada na área de abastecimento automotivo, unicamente para o transporte desse gás, atualmente é alvo de inúmeros estudos que buscam sua viabilidade a bordo de veículos populares (Mota *et al.*, 1997; Biloe *et al.*, 2001b). Segundo Lozano *et al.* (2002), as duas grandes vantagens do processo de adsorção para armazenamento do gás natural são, em primeiro lugar, de caráter econômico para quem o fornece. Durante o carregamento de um reservatório com adsorvente, há uma diminuição de até 82 % da pressão que seria necessária ao enchimento desse reservatório somente pela compressão do gás. Isso significa que um compressor que comprime o gás natural a 26 MPa, no processo convencional (compressão), poderá ser substituído por outro que comprima o gás, no máximo, a 4 MPa (adsorção). A segunda vantagem associada ao armazenamento por adsorção está, ainda, ligada aos moderados valores de pressão proporcionados pelo processo citado. Com a diminuição da pressão na parede do reservatório há, portanto, a possibilidade de se propor novas geometrias para o reservatório atualmente cilíndrico, visando melhor adequação desse vaso de pressão no interior do veículo. Entretanto, na prática, a implantação de um sistema de adsorção para armazenamento de gás natural implica em alguns inconvenientes, como o “calor de adsorção”, oriundo das reações inerentes à aderência e desprendimento das moléculas de metano (que constituem aproximadamente 94 % do GN) no meio poroso, dificultando seu escoamento para dentro e para fora do reservatório nos respectivos processos de carga e descarga do gás.

Uma alternativa proposta, a partir dos estudos já realizados (Chang e Talu, 1996; Mota *et al.*, 1997; Vasiliev *et al.*, 2000; Biloe *et al.*, 2001b), para amenizar as variações de temperatura no meio poroso durante o ciclo citado foi adequar, ao reservatório, um dispositivo que produza convecção forçada em torno de sua parede, de maneira a aumentar a transferência de calor do meio poroso para o meio externo. Porém, devido à rapidez com que ocorre o processo de carga, tal dispositivo não apresenta efeitos tão satisfatórios quanto no processo de descarga (Souza e Lima, 2005), uma vez que esse último é naturalmente bem mais lento que o enchimento do reservatório (Chang e Talu, 1996).

Tendo em vista o contexto apresentado, o presente trabalho se propõe a investigar, por meio de simulação numérica, o comportamento dinâmico do processo de descarga em um reservatório não convencional, cuja proposta geométrica é inspirada na adaptação da forma clássica de vaso de pressão toroidal (Higdon *et al.*, 1985). Por meio das simulações numéricas, é analisada a influência dos dispositivos para troca de calor em seu desempenho, bem como os resultados produzidos também por simulação para a situação onde os trocadores de calor são desconsiderados. Tais análises ressaltam a relação entre o material que constitui o toróide e o fluido que circula pelas galerias do trocador de calor. A realização desta etapa representa um avanço na pesquisa referente ao melhoramento de novas tecnologias para viabilizar o uso do gás natural como combustível alternativo.

2. Modelagem Matemática

O reservatório ilustrado na Fig. 1 é proposto de forma tal que se encaixe nos compartimentos destinados ao pneu reserva dos automóveis, liberando, portanto, o espaço anteriormente ocupado por um reservatório cilíndrico tradicional. Contudo, as dimensões desse compartimento limitam as dimensões máximas do toróide, já que esse deve ser encaixado onde antes era alocado o pneu. Dessa forma, tem-se, como proposta de geometria, um reservatório de seção transversal circular com diâmetro interno de 238 mm , espessura de parede de 6 mm e dimensões externas máximas (largura e altura do reservatório) com 700 mm e 300 mm , respectivamente, levando-se em conta as galerias superior e inferior (Fig. 1) necessárias para a circulação de fluido para favorecer a troca de calor com o meio poroso. Tais dimensões proporcionam ao reservatório toroidal uma capacidade de armazenamento de aproximadamente 63 litros , ou seja, quase o dobro da capacidade de um cilindro utilizado em automóveis populares (33 litros). Esse aumento da capacidade de armazenamento se dá devido ao reservatório com formato toroidal ser, na verdade, um cilindro cujo comprimento é equivalente ao da circunferência descrita pela linha imaginária que passa pelo centro do toróide. Dessa forma, o reservatório ocupa um espaço bem menor do que o cilindro convencional.

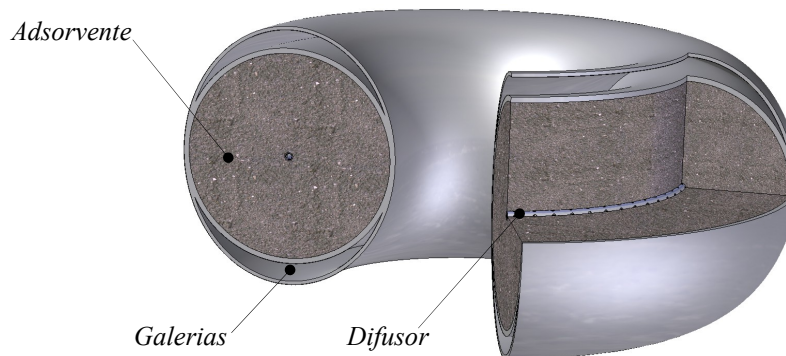


Figura 1. Ilustração, em corte, do reservatório de geometria toroidal

Os modelos matemáticos do reservatório cilíndrico (Biloe *et al.*, 2001b) e do toroidal são praticamente idênticos. Entretanto, na presente situação, aborda-se o modelo em duas dimensões (r e θ), devido às galerias de troca de calor, uma vez que as mesmas não envolvem todo o contorno da seção transversal, fazendo surgir gradientes de temperaturas ao longo da direção angular (Fig. 2). Tal disposição proporciona uma intensificação da troca de calor em um ângulo de aproximadamente 63° , uma vez que considerou-se $1/4$ do domínio computacional, embora a existência do difusor, faça com que o escoamento do gás seja preferencialmente radial.

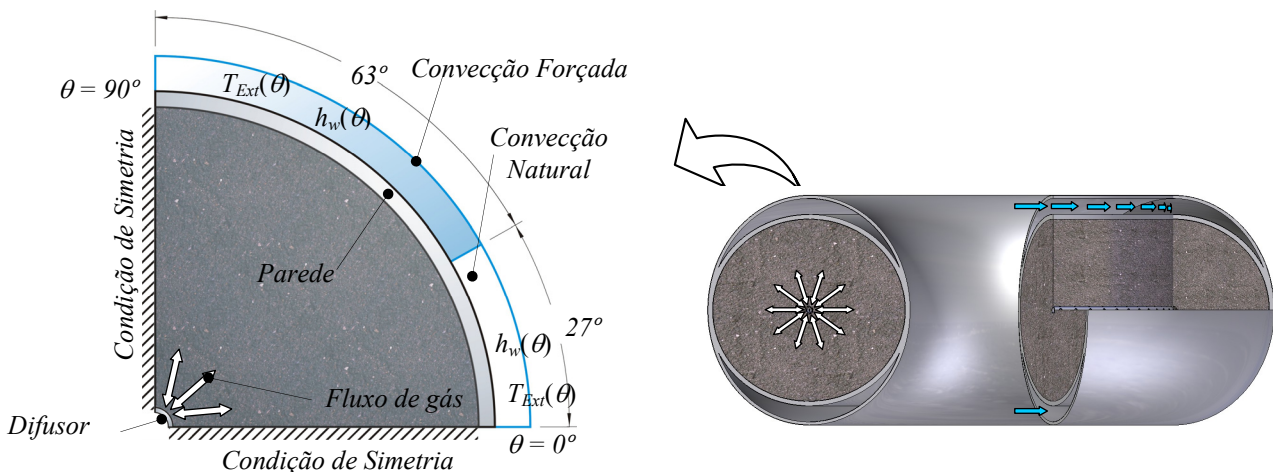


Figura 2. Domínio de análise do modelo proposto com as indicações das temperaturas do trocador de calor. Ao lado o esquema das direções de escoamento de gás (setas brancas) e do fluido para troca de calor (setas azuis)

Considerando-se ainda as seguintes hipóteses simplificadoras:

- As resistências entre as partículas são desprezadas para transferência de massa e calor, representando equilíbrio local entre a fase gasosa e o sólido poroso (Mota *et al.*, 1995);
- As propriedades referentes ao gás natural são consideradas como sendo unicamente do metano. Isso se dá devido a grande quantidade deste gás presente na composição do gás natural (Biloe *et al.*, 2001b);

- O metano assume o comportamento de um gás ideal devido a seu coeficiente de compressibilidade (Z) ser próximo de 97 % (Biloe *et al.*, 2002);
- Propriedades do gás como massa específica e viscosidade, além das propriedades do material que constitui o reservatório são consideradas constantes na faixa de temperatura e pressão abordadas (Biloe *et al.*, 2001b);
- A lei de Fourier rege o fluxo de calor no bloco adsorvente. Para o processo de descarga, a lei de Darcy determina o fluxo de massa no meio poroso (Biloe *et al.*, 2001b);
- A convecção natural dentro do reservatório é desprezada (Mota *et al.*, 1995).

O modelo matemático do processo de descarga sob adsorção é normalmente constituído dos balanços de massa e de energia no sistema investigado.

2.1. Balanços de Massa e Energia no Sistema de Adsorção

O balanço de massa realizado no meio poroso produz:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_t \rho_g + \rho_s q) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho_g r u_{gr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho_g \frac{1}{r} u_{g\theta} \right) = 0 \quad (1)$$

onde:

$$\rho_g = \frac{M_g P}{RT}; \quad q = W_0 \rho_a \exp \left[- \left(\frac{RT \ln \left(\frac{P_s}{P} \right)}{E_0 \beta} \right)^n \right] \quad (2, 3)$$

$$u_{gr} = - \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r}; \quad u_{g\theta} = - \frac{k}{\mu r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (4, 5)$$

As parcelas do termo transiente da Eq. (1), correspondem, respectivamente, às taxas de acumulação da fase gasosa livre e de gás na fase adsorvida. Os termos de variação espacial representam os fluxos advectivos do gás nas direções radial e angular. A porosidade acessível ao gás (ε_t) é função da quantidade adsorvida (q), sendo expressa em Biloe *et al.*, (2002). A Eq. (2) representa a massa específica do gás não adsorvido (ρ_g), dada em kg/m^3 , e a quantidade de metano dessorvido (q), dada em kg/kg , é representada pela Eq. (3) (isoterma de Dubinin-Astakhov); ambas relacionando pressão (P) e temperatura (T). As Eq. (4) e (5) representam as componentes radial e angular da velocidade (\vec{u}_g), expressas pela relação de Darcy (Mota *et al.*, 1997).

Por sua vez o balanço de energia no meio poroso produz:

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho_s C_{ps} + q \rho_a C_{pa}) T] + \rho_s \frac{\Delta h}{M_g} \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (6)$$

Os parâmetros que constituem a Eq. (6) são a massa específica do meio poroso (ρ_s), em kg/m^3 , a massa molar do metano (M_g), dada em kg/mol , os parâmetros C_{ps} e C_{pa} que são as respectivas capacidades de calor do adsorvente e do gás na forma adsorvida, dados em $(J/kg.K)$ e o calor isostérico de adsorção (Δh), dado em J/kg .

As propriedades referentes às referidas equações são definidas experimentalmente por Biloe *et al.* (2001b) ou por meio da literatura, sendo listadas na Tab. 1. Na Tab. 2 estão elencados os valores atribuídos às variáveis que constituem os balanços de massa e energia. O adsorvente adotado como referência para a simulação proposta no presente trabalho consiste em um compósito onde é misturado carvão ativado (PX-21®) altamente empacotado dentro de uma matriz de flocos de grafite com polímeros. Este bloco adsorvente foi utilizado e caracterizado por Biloe *et al.* (2001a), tendo como grande vantagem de aplicação o alto valor da condutividade térmica (λ) que, tradicionalmente, é muito baixo, prejudicando a troca de calor no meio poroso.

Tabela 1. Propriedades dos parâmetros da isoterma de Dubinin-Astakhov.
Referências: Biloe *et al.*, 2001b, Stoekli *et al.*, 2000* e Ozawa *et al.*, 1976**.

Parâmetros	W_0 (m^3/kg)	R ($J/mol.K$)	E_0 (J/mol)	ρ_a (kg/m^3)	$P_s(P,T)$ (MPa)	β	n
Valor	$1,17 \times 10^{-3}$	8,31441	15884	$f(T)^*$	$f(P,T)^*$	0,35**	1,39

Tabela 2. Propriedades dos parâmetros que constituem as equações de conservação da massa e de energia. Referências: Biloe *et al.*, 2001b, Mota *et al.*, 1997* e Ozawa *et al.*, 1976**.

Adsorvente					
Propriedades	Massa específica: ρ_s (kg/m ³)	Capacidade calorífica: C_{ps} (J/kg.K)	Condutividade térmica: λ (W/m.K)	Permeabilidade: k (m ²)	
Valor	450	1241,25	7,3	1x10 ⁻¹⁴	
Gás adsorvido					
Propriedades	Massa específica: ρ_a (kg/m ³)	Capacidade calorífica: C_{pa} (J/kg.K)	Calor de adsorção: Δh (J/mol)	Viscosidade absoluta: μ (kg/m.s)	Massa molar: M_g (kg/mol)
Valor	$f(P,T)**$	2316	-16000	1,25x10 ^{-3*}	1,604x10 ^{-2*}
Cilindro					
Propriedades	Massa específica: ρ_w (kg/m ³)		Capacidade calorífica: C_{pw} (J/kg.K)		
Valor	8238		468		

2.2. Condições Iniciais e de Contorno

Antes do início da descarga ($t = 0$), são dados como condições iniciais das equações gerais (Eq. 1 e 6), a pressão máxima como sendo de carga (P_{Carga}), em MPa, dado que o reservatório está completamente cheio e a temperatura ambiente (T_{Ext}) em K, dado o equilíbrio térmico antes do início do esvaziamento do reservatório, de forma que:

$$P(r, \theta, 0) = P_{carga} ; \quad T(r, \theta, 0) = T_{Ext} \quad (8, 9)$$

onde T_{Ext} e P_{carga} são a temperatura inicial do sistema (298,15 K) e a pressão no interior do reservatório antes da abertura da válvula, respectivamente.

Por sua vez, as condições de contorno para as respectivas equações da conservação da massa e da energia são descritas nas interfaces difusor, r_0 , e parede, r_1 , respectivamente, conforme ilustrado na Fig. 3. Devido à simetria característica da seção transversal do toróide, as simulações propostas podem ser desenvolvidas em apenas $\frac{1}{4}$ do domínio como sugerido na ilustração da Fig. 2. Assim, há ainda a necessidade de aplicação de condições de contorno de simetria em $\theta = 0^\circ$ e em $\theta = 90^\circ$ (ver Fig. 2). Logo, tem-se:

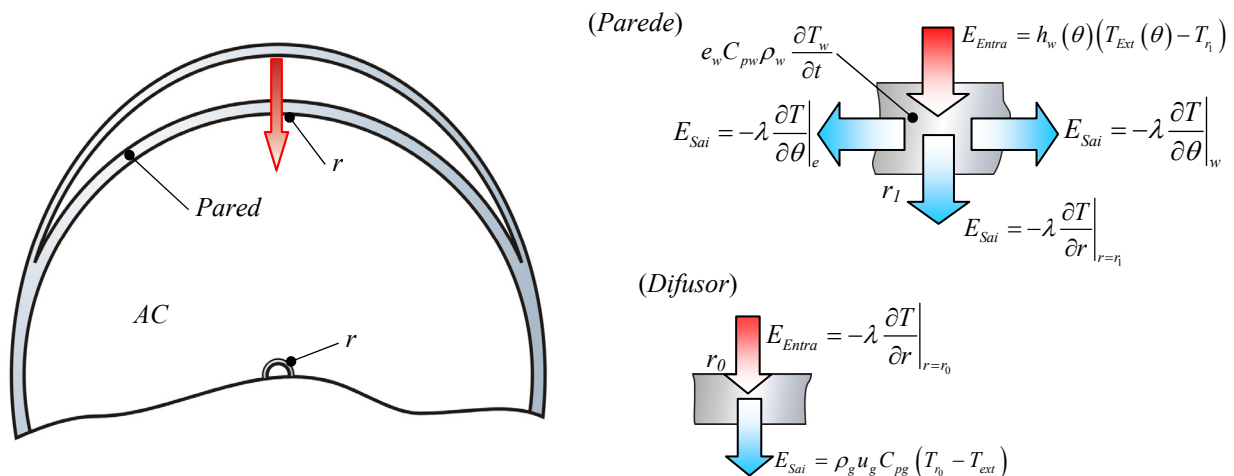


Figura 3. Seção transversal do reservatório toroidal, com os balanços de energia na parede e no difusor.

- Equação da conservação da massa (difusor e parede):

$$P(r_0, \theta, t) = P_{Difusor} ; \quad \frac{\partial P}{\partial r}(r_1, \theta, t) = 0 \quad (9, 10)$$

onde $P_{Difusor}$ é a pressão no difusor de gás, obtida por meio de um ciclo iterativo como será visto na seção 2.3. Nesse processo, a pressão no difusor tem seu valor decrementado até que se obtenha a pressão atmosférica (0,101 MPa). A partir desse instante, a vazão de descarga sofre uma redução brusca como visto nos gráficos que segue.

- Equação da conservação da massa (simetria em $\theta = 0^\circ$ e 90°):

$$\frac{\partial P}{\partial \theta}(r, 0^\circ, t) = 0 ; \quad \frac{\partial P}{\partial \theta}(r, 90^\circ, t) = 0 \quad (11, 12)$$

- Equação da energia (difusor):

$$\rho_g \mu_g C_{pg} (T_{Ext} - T_{r_0}) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0} \quad (13)$$

- Equação da energia (simetria em $\theta = 0^\circ$ e 90°):

$$\frac{\partial T}{\partial \theta}(r, 0^\circ, t) = 0 ; \quad \frac{\partial T}{\partial \theta}(r, 90^\circ, t) = 0 \quad (14, 15)$$

- Equação da energia (parede do cilindro):

$$e_w C_{pw} \rho_w \frac{\partial T}{\partial t} = h_w(\theta) [T_{r_1} - T_{Ext}(\theta)] + \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} - \lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_e - \lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_w ; \quad 0^\circ < \theta < 90^\circ \quad (16)$$

$$e_w C_{pw} \rho_w \frac{\partial T}{\partial t} = h_w(\theta) [T_{r_1} - T_{Ext}(\theta)] + \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} - \lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_w ; \quad \theta = 0^\circ \quad (17)$$

$$e_w C_{pw} \rho_w \frac{\partial T}{\partial t} = h_w(\theta) [T_{r_1} - T_{Ext}(\theta)] + \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} - \lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_e ; \quad \theta = 90^\circ \quad (18)$$

Os balanços de energia aplicados à interface “parede” do domínio computacional são formulados considerando-se o fluxo de energia que é transferido do meio externo para o meio poroso dentro do reservatório, cuja temperatura diminui devido aos efeitos térmicos da dessorção. Os parâmetros das condições de contorno referentes à equação da energia, e_w e ρ_w representam a espessura e a massa específica da parede do reservatório. O termo $h_w(\theta)$ corresponde ao coeficiente de transferência de calor por convecção sobre a parede do reservatório, o qual valor varia em função do trecho do reservatório envolvido pelos trocadores de calor (Fig. 2). Para o trecho do perímetro envolvido pelas galerias adotou-se $h_w = 206 \text{ W/m}^2\text{K}$, devido ao fluxo forçado de água nessas galerias concomitante ao processo de descarga do gás. No trecho não envolvido pelo trocador de calor, considerou-se convecção natural (ar), com $h_w = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$.

2.3. Metodologia de Solução

Para que os resultados simulados pelo modelo abordado no presente trabalho sejam satisfatórios e confiáveis, é necessário que esse modelo seja validado com os resultados disponíveis na literatura de referência (Biloe *et al.*, 2001b). Dessa forma, as equações sugeridas por Biloe *et al.* (2001b), que governam o fenômeno de dessorção em um domínio unidimensional, são estendidas para uma situação bidimensional (r, θ), discretizadas e transformadas em equações algébricas por meio da metodologia dos volumes finitos (Patankar, 1980) de maneira que as curvas de temperatura (Fig. 4a), pressão (Fig. 4b), vazão volumétrica (Fig. 4c) e desempenho (Fig. 4d) sejam obtidas com uma aproximação aceitável dos resultados adotados como referência.

Devido às não linearidades características das equações que constituem o modelo numérico e da variação do parâmetro $P_{Difusor}$ (a pressão do difusor, a qual é uma condição de contorno que deve ser determinada dinamicamente), a metodologia empregada na solução desse modelo para a simulação do processo de descarga (ou de carga) é constituída por dois laços iterativos, onde, no laço mais externo, os campos de temperatura e pressão calculados, a partir de uma estimativa inicial, são comparados à essas variáveis em níveis de iteração anteriores até que o erro relativo entre os campos de temperatura e pressão dos níveis “atual” e “anterior” esteja de acordo com a tolerância especificada. Uma vez convergido o laço mais externo, tem-se o cálculo da pressão no difusor que é realizado por método de dicotomia (Biloe *et al.*, 2001b; Souza 2005), onde a vazão mássica que sai do meio poroso (à montante do difusor) é comparada à vazão mássica que sai da válvula do reservatório (à jusante do difusor) dentro da tolerância considerada. Com a convergência do laço mais interno o programa avança no tempo até um período especificado ou até que o regime permanente seja alcançado.

3. Resultados

O processo de descarga está diretamente ligado ao consumo do gás natural pelo automóvel no decorrer de seus vários níveis de desempenho. Dessa forma, diferente da vazão fixa, imposta pelo regulador de vazão do posto de abastecimento, considerada no processo de carga (Souza, 2005), o fluxo com que o reservatório é esvaziado varia conforme a necessidade requerida pelo sistema de alimentação do motor. Diante disso, se propõe no presente trabalho uma associação entre valores significativos de vazão (7 L/min, 13 L/min e 19 L/min) e algumas das diferentes fases de desempenho de um veículo, tais como marcha lenta, velocidade de tráfego e de cruzeiro, respectivamente. Para cada valor de vazão têm-se campos de pressão e temperatura resultantes da desorção para o período avaliado, bem como a comparação entre as duas configurações usadas para as galerias do trocador de calor atrelado ao reservatório toroidal, como visto no final da seção 2.2: convecção forçada com água representando maiores coeficientes de transferência de calor por convecção na parede do reservatório e convecção natural representando a ausência do trocador de calor.

Os primeiros resultados obtidos são referentes à validação do modelo numérico como mencionado na seção 2.3. Na Fig. 4 estão ilustrados os perfis obtidos com os mesmos dados de entrada utilizados por Biloe *et al.*, (2001b).

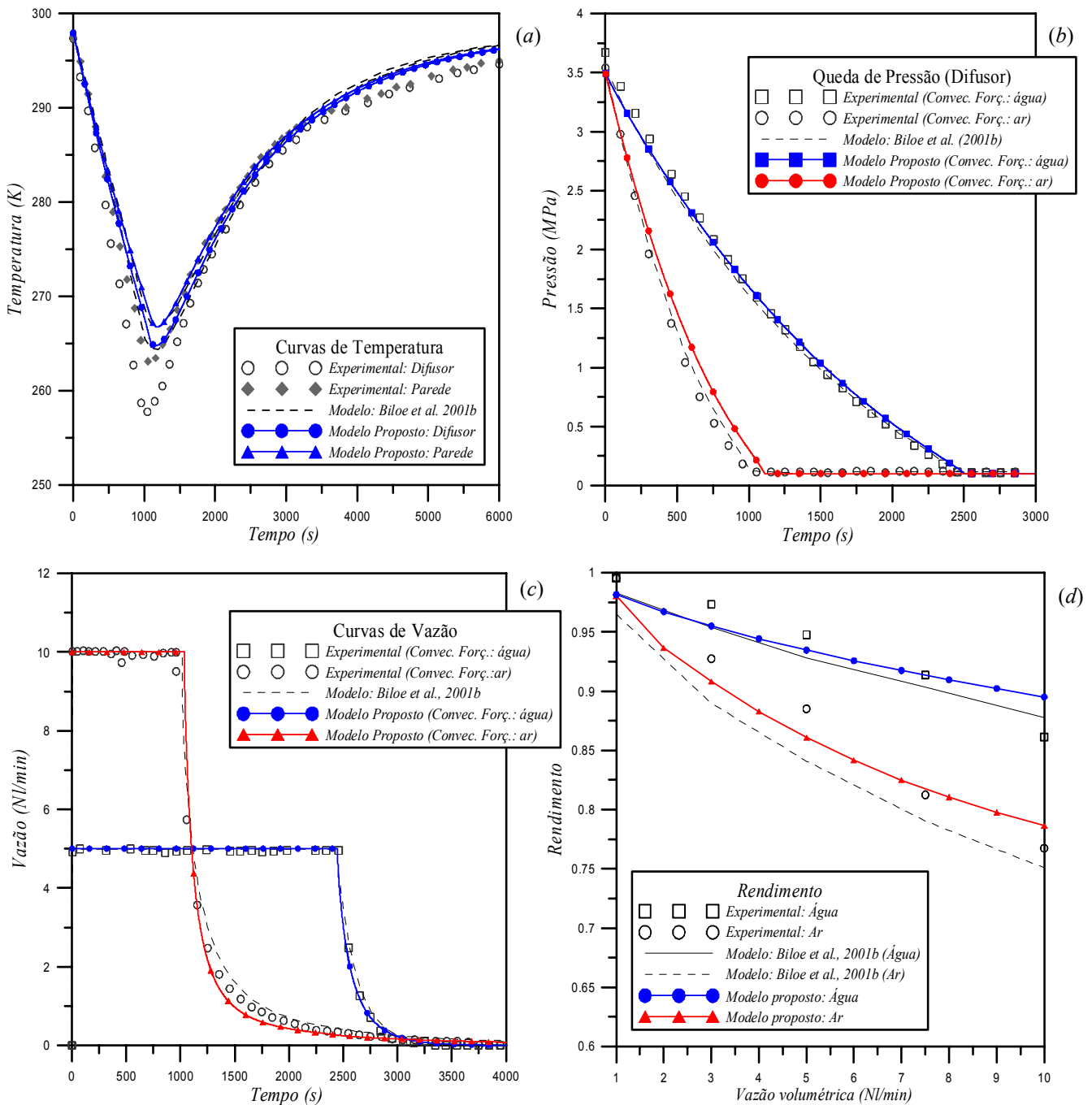


Figura 4. Comparação dos perfis de (a) temperatura, (b) pressão, (c) vazão volumétrica e (d) rendimento entre os resultados obtidos pelo presente trabalho e por Biloe *et al.*, (2001b).

Para a análise dos resultados referentes à descarga do reservatório toroidal, sob convecção forçada, os campos de temperatura para cada vazão de descarga são ilustrados em três instantes que melhor representam o resfriamento do meio poroso (a atuação dos trocadores de calor), e em um instante após a pressão no difusor atingir o valor da pressão atmosférica (0,101 MPa). Por outro lado, o campo de pressão é mostrado apenas nesse último instante, mostrando que o reservatório ainda está sob pressão, mesmo quando o valor atmosférico é verificado na válvula. Para o modelo cuja descarga é realizada com convecção natural não há necessidade de se mostrar os campos de pressão e temperatura em diagramas bidimensionais (r, θ) uma vez que o valor de h_w é o mesmo em torno de toda a seção transversal.

Na simulação de descarga com vazão de 7 L/min, verificam-se, após 1 hora, temperaturas no difusor por volta de 297,4 K. Na parede envolvida pelo trocador de calor obtém-se 297,8 K, tal qual ilustrado na Fig. 5a. O resfriamento máximo nesse instante é de 0,73 K (difusor). Após 15 horas de descarga, a máxima variação de temperatura verificada (Fig. 5b) foi de aproximadamente 0,92 K. A temperatura obtida no difusor para o referido instante é de 297,2 K, enquanto que na parede do reservatório registrou-se o valor de 297,7 K para a região envolvida pelo trocador de calor.

A pressão no difusor atinge o valor atmosférico em aproximadamente 15 horas e 42 minutos (942 minutos). Nesse instante registram-se as menores variações de temperatura no difusor e na parede com os respectivos valores de 297,2 K e 297,7 K respectivamente. Após 16 horas (960 min), os efeitos térmicos da dessorção já são consideravelmente reduzidos, como visto na figura 5c. Para esse momento, a variação de temperatura no difusor se dá por volta de 0,58 K, para a qual a temperatura no difusor aumenta para 297,5 K e na interface “parede” no trecho submetido à circulação de água, para 297,8 K. Para o trecho do perímetro não envolvido pelas galerias dos trocadores de calor, a temperatura obtida fica em torno de 297,8 K. Na figura 5d, é perceptível a variação de pressão ao longo de r . Mesmo 18 minutos depois da pressão no difusor ter se igualado à pressão atmosférica, os resultados da simulação indicam, para esse instante, uma pressão de aproximadamente 0,123 MPa na interface “parede”.

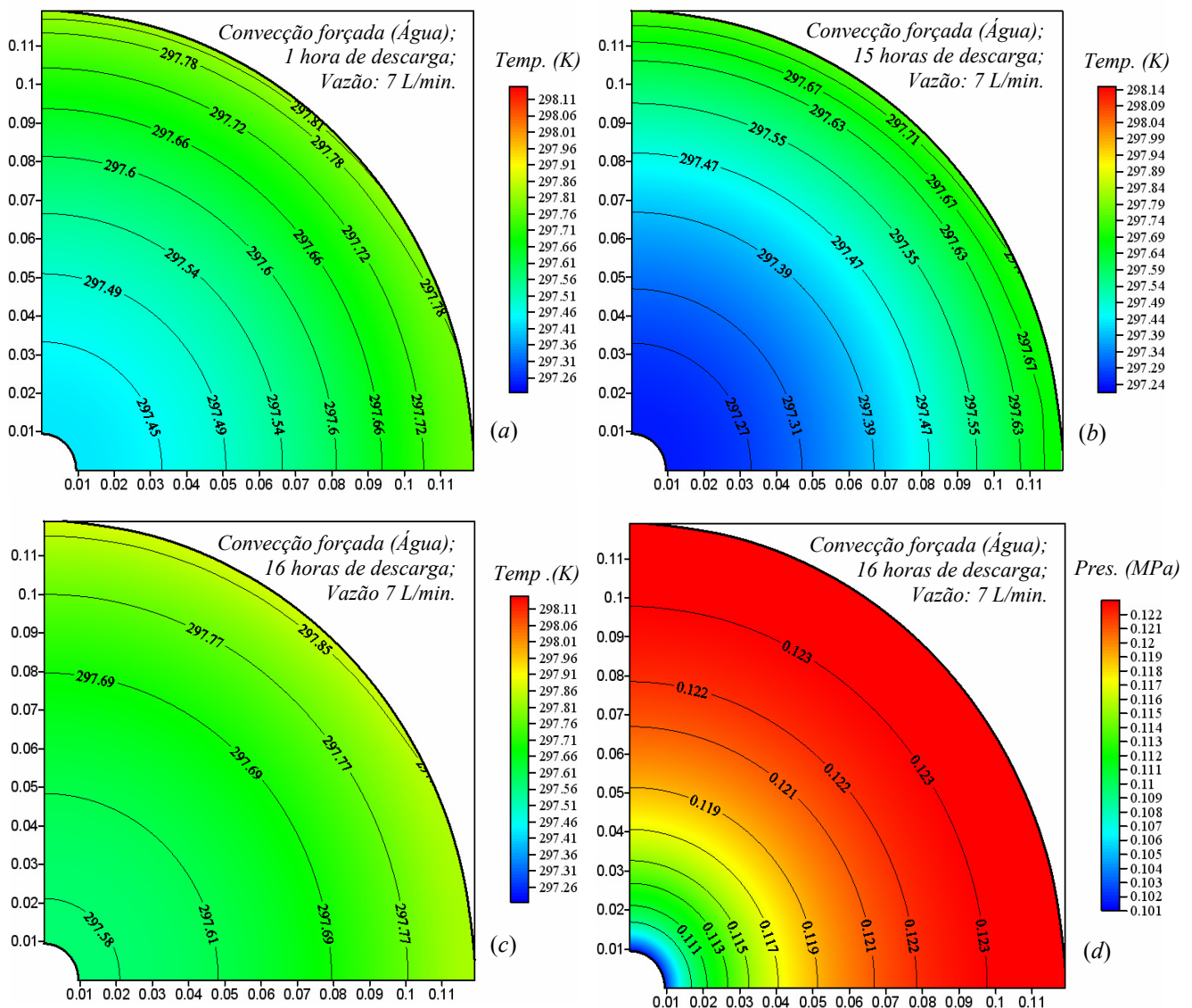


Figura 5. Diagramas de temperatura para uma vazão de descarga de 7 L/min. Descarga após (a) 1 h, (b) 15 h, (c) 16 h. (d) Diagrama de pressão alguns minutos depois da pressão na válvula se igualar à pressão atmosférica.

Para a descarga de 13 L/min com circulação de água nos trocadores de calor, vê-se, na Fig. 6a, que 1 hora após o início da descarga as temperaturas no difusor e na parede ($\theta = 90^\circ$) são, respectivamente 296,7 K e 297,5 K. Em $\theta = 0^\circ$ obteve-se 297,4 K devido a essa região não sofrer influência dos trocadores de calor. Na Fig. 6b se verifica o campo de temperatura para 8 horas (480 min) de descarga. Nesse período se percebe uma queda de temperatura de aproximadamente 1,72 K. Associadas a essas variações estão as menores temperaturas registradas no difusor (296,4 K) e na parede do reservatório (297,4 K).

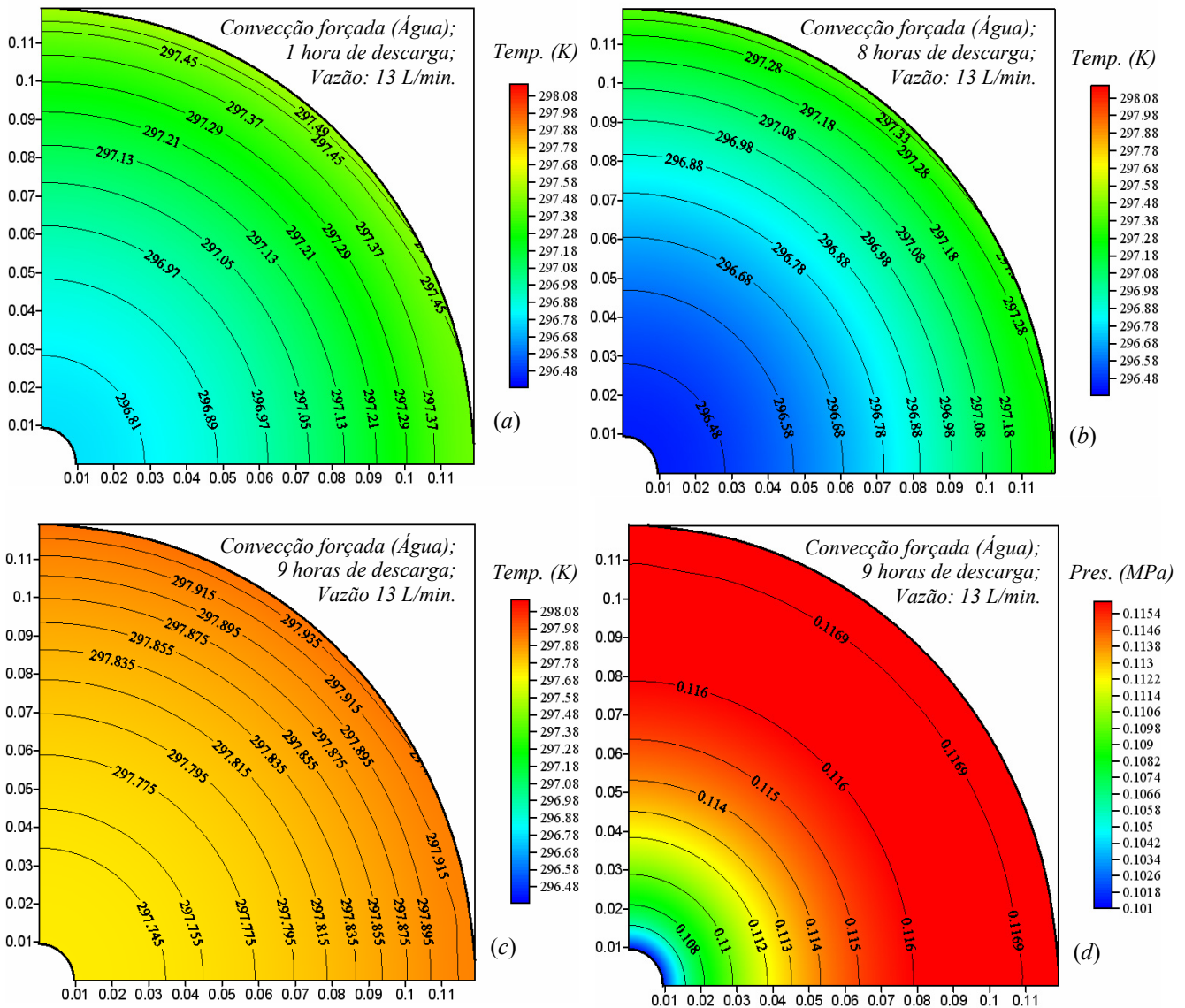


Figura 6. Diagramas de temperatura para uma vazão de descarga de 13 L/min. Descarga após (a) 1 h, (b) 8 h e (c) 9 h. (d) Diagrama de pressão alguns minutos depois da pressão na válvula se igualar à pressão atmosférica.

Depois de 9 horas (540 min) de descarga (Fig. 6c), a queda de temperatura diminui de intensidade em função da diminuição dos efeitos térmicos conseqüentes do consumo de gás, que também começa a ser reduzido. Para esse momento, obtém-se como queda de temperatura na interface “difusor” 0,42 K. A temperatura obtida no difusor é de aproximadamente 297,7 K. No mesmo instante obtém-se 297,9 K na interface “parede” para a superfície envolvida pelos trocadores de calor e 297,91 K para o trecho submetido somente à convecção natural.

A ultima configuração de descarga simulada para convecção forçada é a de vazão constante de 19 L/min. Como nos processos anteriores, são mostrados na Fig. 7 o comportamento do campo de temperatura para instantes relevantes do processo de descarga. Além disso, na figura 7d é ilustrado o campo de pressão para 23 minutos depois da diminuição da vazão na válvula do reservatório. Os mesmos aspectos físicos referentes à descarga relatados com as vazões anteriores estão presentes para essa vazão, porém, como pode ser observado através de comparações entre as figuras, com mais intensidade nessa última situação.

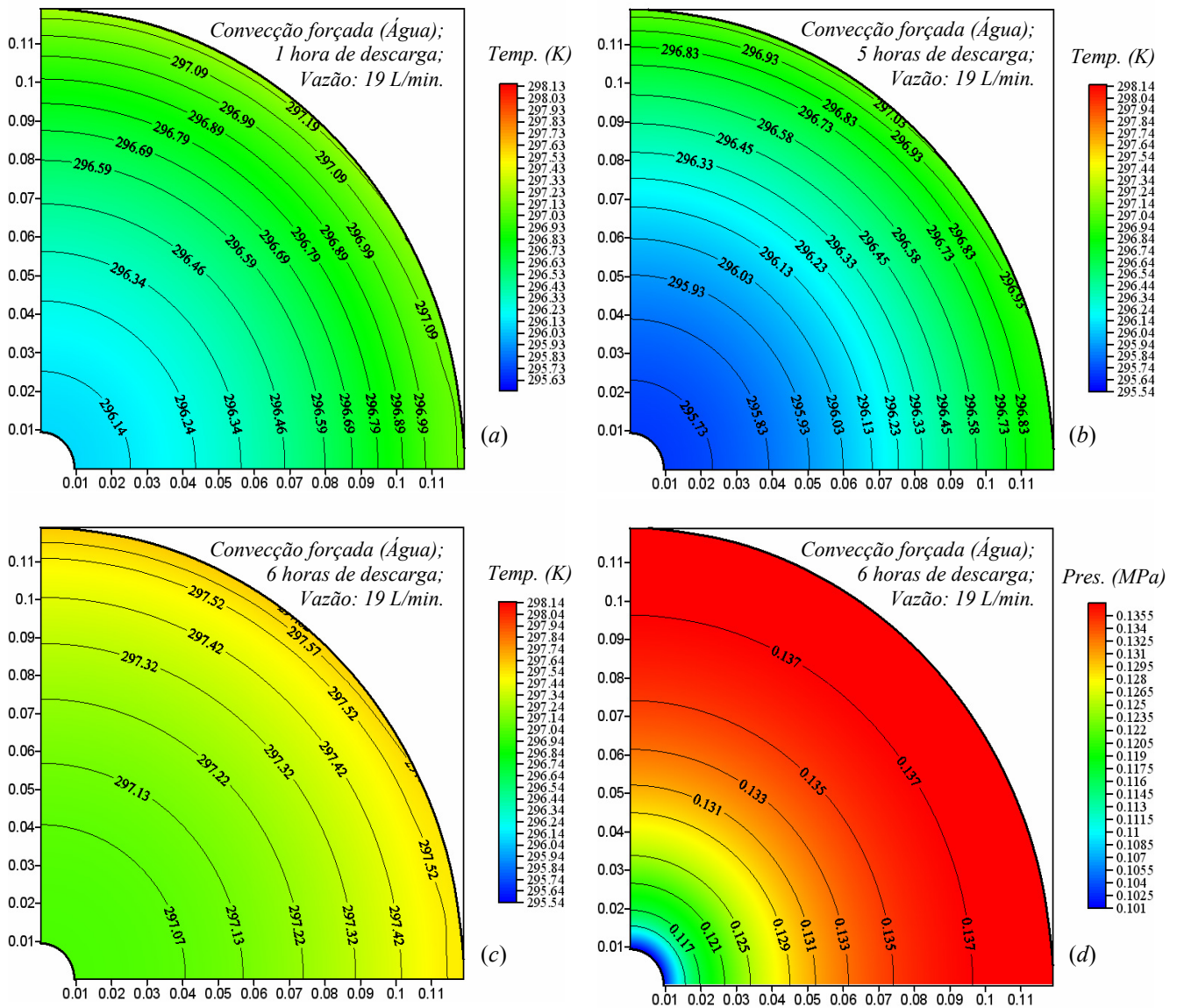


Figura 7. Diagramas de temperatura para uma vazão de descarga de 19 L/min. Descarga após (a) 1 h, (b) 5 h e (c) 6 h. (d) Diagrama de pressão alguns minutos depois da pressão na válvula se igualar à pressão atmosférica.

Dentre todas as simulações apresentadas ao longo desta seção é perceptível que para o modelo cuja vazão volumétrica de descarga é menos intensa (7 L/min), obtêm-se variações de temperatura mais amenas, em relação ao modelo que apresenta descarga mais rápida (19 L/min). Isso se reflete na disponibilidade com que o gás deixa o reservatório, conseqüentemente, também em seu desempenho como será visto mais adiante. Maiores vazões de descarga desencadeiam maiores efeitos térmicos (resfriamento do meio poroso), necessitando-se de tempos ligeiramente mais longos para o equilíbrio térmico, mesmo com os trocadores de calor atuando quase que em todo perímetro da seção transversal do reservatório.

Para que se perceba a relevância dos trocadores de calor envolvendo o reservatório proposto, ilustra-se na Fig. 8a o processo de descarga sob convecção natural, ou seja, sem os trocadores de calor. Uma vez que não há variação da temperatura ou outro parâmetro em relação à direção angular, os resultados dessas simulações são ilustrados em forma de curvas. Comparando-se as quedas de temperatura para a descarga com convecção natural e forçada, verifica-se que, para a menor vazão considerada (7 L/min), a maior variação de temperatura obtida é de 12,8 K sem os trocadores de calor, enquanto que, considerando-se a convecção forçada, indicou-se anteriormente o valor de 0,94 K. Isso representa uma redução de 92,6 % na variação de temperatura para as situações extremas.

Para a vazão de 13 L/min, a redução na queda de temperatura, comparando-se a descarga do gás sob convecção forçada (Fig. 6c) em relação à convecção natural (Fig. 8a), é de aproximadamente 92 %, e a maior variação de temperatura registrada com convecção natural é de 22,29 K. Ao se descarregar o toróide a uma vazão de 19 L/min, verifica-se para o modelo com convecção natural uma variação máxima de temperatura de 28,98 K. Comparando essa queda de temperatura com a obtida com a mesma vazão, porém com circulação de água nos trocadores de calor, têm-se uma diferença de 2,62 K, representando uma redução de quase 91 % do resfriamento do leito.

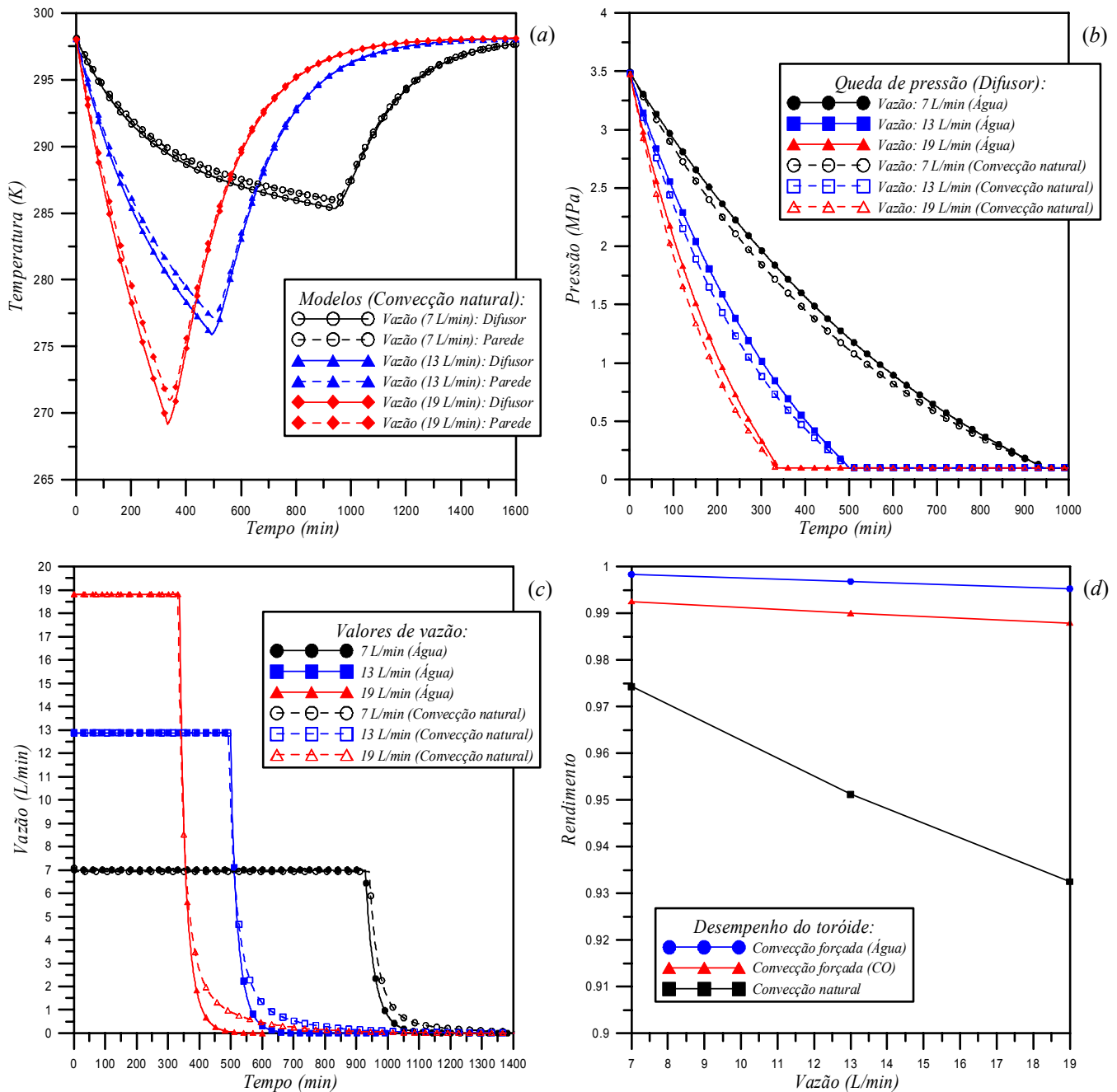


Figura 8. Perfis de temperatura, pressão, vazão e rendimento obtidos para o modelo de descarga do reservatório toroidal (a) sem trocador de calor e (b), (c) e (d) para os modelos com trocador de calor.

Das Figs. 8b e 8c, percebe-se, por meio das discrepâncias entre as curvas, a influência da convecção forçada para o comportamento da vazão, principalmente após a pressão na válvula do reservatório atingir o valor atmosférico (Fig. 8b). Embora os gráficos apresentados até o momento sejam um indicador do desempenho do reservatório de geometria toroidal, devido às diferentes variações de temperatura diante da vazão volumétrica adotada para a descarga, as curvas ilustradas na Fig. 8d representam, de fato, o desempenho de cada configuração proposta, de maneira que suas curvas convergem para as considerações discutidas até agora.

Por fim, é ainda verificado nas curvas de desempenho que, para valores substanciais de vazão de descarga, principalmente quando associados à não utilização das galerias, rendimentos considerados insatisfatórios para a viabilização de um sistema de armazenamento de gás por adsorção são obtidos, uma vez que o percentual de perda para a maior vazão proposta é de 6,76 % (convecção natural), que, somada ao percentual perdido durante o enchimento do reservatório (30,4 %), representa 37,16 % do gás utilizado para o consumo no motor. Para o escoamento de água, ou outros fluidos (monóxido de carbono - CO), sobre a parede do reservatório durante sua descarga, verifica-se quase que uma estabilidade do percentual de rendimento, mesmo para solicitações variadas (entre 7 e 19 L/min).

5. Conclusões

Considerando as análises realizadas para as configurações propostas com e sem trocador de calor associado ao reservatório no instante da descarga, se verificou um excelente desempenho para a circulação de água, onde foram constatados rendimentos maiores que 98 % para altas solicitações de vazão do motor (19 L/min). Assim, a desconsideração desse dispositivo pode chegar a inviabilizar uma possível aplicação de sistemas de adsorção para o setor veicular, haja vista os baixos rendimentos obtidos para tal configuração de descarga. A utilização de um reservatório para armazenamento de gás natural na forma toroidal, ou qualquer outra forma não convencional, é sem dúvida a aplicação mais viável para o uso de um sistema de adsorção no setor de abastecimento automotivo popular. A utilização de reservatórios cuja forma geométrica propicia a “retomada” do porta-malas do automóvel é mais atrativa ao mercado automotivo, uma vez que, dependendo do modelo proposto, é possível empregar-se reservatórios que ocupem menores espaços dentro do veículo e ao mesmo tempo ofereçam maior capacidade de armazenamento que os cilindros tradicionais. Esse argumento fundamenta a necessidade de associar adsorção com armazenamento de gás natural veicular, pois somente com esse processo de armazenamento se tem a oportunidade de aliar baixas pressões (necessário para se pensar em outras formas geométricas) a uma quantidade viável de gás armazenado. Contudo, é importante que se tenha associado à pesquisa de novas formas geométricas, a busca da redução dos incômodos efeitos característicos da adsorção e dessorção.

6. Referências

- Biloe, S., Goetz, V. and Mauran, S., 2001a, “Characterization of Adsorbent Composite Blocks for Methane Storage”, Carbon, Vol. 39, p. 1653-1662.
- Biloe, S., Goetz, V. and Mauran, S., 2001b, “Dynamic Discharge and Performance of a New Adsorbent for Natural Gas Storage”, Environmental and Energy Engineering, Vol. 47, pp. 2819-2830.
- Biloe, S., Goetz, V. and Mauran, S., 2002, “Optimal Design of an Activated Carbon for an Adsorbed Natural Gas Storage System”, Carbon, Vol. 40, pp. 1295-1308. (b)
- Chang, K. J. and Talu, O., 1996, “Behavior and Performance of Adsorptive Natural Gas Storage Cylinders During Discharge”, Applied Thermal Engineering, Vol. 16, pp. 359-374.
- Higdon, A., Ohlsen, E. H., Stiles, W. B. and Weese, J. A., 1985, “Mechanics of Materials”, 2a ed., New York, Wiley and Sons, 502 p.
- Lozano-Castelló, D., Alcañiz-Monge, J., Casa-Lilo, M. A., Cazorla-Amorós, D. and Linares-Solano, A., 2002, “Advances in the Study of Methane Storage in Porous Carbonaceous Materials”, Fuel, Vol. 81, pp. 1777-1803.
- Mota, J. P. B., Saatdjian, E. and Tonder, D., 1995, “A Simulation Model of a High-Capacity Methane Adsorptive Storage System”, Adsorption, Vol. 1, pp. 17- 27.
- Mota, J. P. B., Saatdjian, E. and Tonder, D., 1997, “Dynamics of Natural Gas Adsorption Storage System Employing Activated Carbon”, Carbon, Vol. 35, pp. 1259-1270.
- Ozawa, S., Kusumi, S. and Ogino, Y., 1976, “Physical Adsorption of Gases at High Pressure IV. A Improvement of the Dubinin-Astakhov Equation”, Journal of Colloid and Interface Science, Vol. 56, pp. 83-91.
- Patankar, S. V., 1980, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, 1st ed. Philadelphia, Taylor & Francis, 197 p.
- Vasiliev, L. L., Kanonchik, L. E., Mishkinis, D. A. and Rabetsky, M. I., 2000, “Adsorbed Natural Gas Storage and Transportation Vessels”, International Journal of Thermal Science, Vol. 39, pp. 1047-1055.
- Souza, M. R. A., 2005, “Simulação Computacional dos Efeitos da Adsorção Durante os Ciclos de Carga e Descarga de Gás em Reservatórios Não-Convencionais”, Dissertação de Mestrado, 189 p., Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN, Natal, Brasil.
- Souza, M. R. A. And Lima, J. A., 2005, “Simulação Numérica da Influência da Convecção forçada no Processo de Descarga de Sistemas de GNA”, 3º Congresso de P & D em Petróleo e Gás Natural, Salvador, Bahia, Brasil, Vol. 1, p. 139.

COMPUTATIONAL SIMULATION OF THE DYNAMIC GAS DISCHARGE IN A RESERVOIR OF DOUGHNUT GEOMETRY

Souza, Márcio Rodrigo de Araújo

Lima, João Alves de

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – PPGEM/DEM/UFRN

Av. Senador Salgado Filho, sn. Lagoa Nova, Natal - RN, 59078-970

mrengmec@yahoo.com.br

jalima@dem.ufrn.br

***Abstract.** Application of materials with adsorbent properties for natural gas storage has been studied with frequency due to inherent capacity of porous media to decrease pressure inside the reservoirs that store this fuel. To this pressure drop is always associated the possibility of use of reservoirs made of lighter materials, such as aluminum or composites. However, the use of adsorbents in the system of refueling of an automobile causes serious inconveniences, such as thermal effects during the charge/discharge cycle and loss of capacity due to the filling of the reservoir with the porous media. Based on these observations, previous studies indicate that the storage by adsorption in cylindrical reservoirs is not viable for popular consumption. However, the low levels of pressure attained with the gas adsorption points towards the project of reservoirs with non-cylindrical geometry, where the storage capacity can be increased and the space occupied by the traditional cylinder better employed, thus overcoming the inconveniences of the storage by adsorption. Therefore, in the present work the thermal effect and the performance of a reservoir of doughnut geometry are simulated numerically for the gas discharge process, by adopting galleries around its transversal section for fluid flow, in order to intensify the convective heat transfer in the wall, and then, minimizing the thermal effects due to the adsorption process. The results obtained through simulation with and without the heat exchanger (galleries) are compared, in order to evidence the influence that the heat exchanger exerts on the viability of the adsorption systems, including the non-cylindrical reservoirs.*

Keywords: numerical methods, finite volume method, adsorption, natural gas, non-cylindrical reservoirs

CONVECÇÃO NATURAL NUMA CAVIDADE CÚBICA COM AQUECIMENTO INFERIOR

Rogério Fernandes Brito

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Av. Benedito Pereira dos Santos, nº1303, CEP 37500-903, Itajubá, MG, Brasil
rogbrito@unifei.edu.br

Harley Souza Alencar

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Av. Benedito Pereira dos Santos, nº1303, CEP 37500-903, Itajubá, MG, Brasil
haarley@terra.com.br

Genésio José Menon

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Av. Benedito Pereira dos Santos, nº1303, CEP 37500-903, Itajubá, MG, Brasil
genesio@unifei.edu.br

Resumo. A convecção natural do ar que ocorre em uma cavidade é um fenômeno físico importante que deve ser investigado, uma vez que pode ser aplicado no projeto de diversos componentes eletrônicos. O modelo testado consiste em uma cavidade cúbica com aquecimento localizado na superfície inferior e com o resfriamento nas superfícies verticais. A superfície inferior é parcialmente mantida na temperatura isotérmica alta por uma fonte de calor de comprimento retangular. A superfície superior da cavidade é isolada termicamente e adota-se que as superfícies verticais são mantidas na temperatura isotérmica baixa. São obtidas as soluções para alguns números de Rayleigh com número de Prandtl fixo em $Pr = 0,70$. É aplicada a Dinâmica dos Fluidos Computacionais a qual utiliza o Método de Volumes Finitos (MVF) com o esquema Euleriano que é usado para resolver a equação de conservação para o regime não permanente. Neste caso, é necessário elaborar um modelo 3D com largura suficientemente grande a fim de eliminar os efeitos de parede no cálculo, com o objetivo de se comparar com resultados 2D amplamente apresentados na literatura. Com isto, é possível obter as distribuições do campo de velocidades e das linhas isotérmicas em função dos diversos parâmetros térmicos e geométricos. Com os resultados obtidos no presente trabalho, pôde-se mostrar que com o aumento do número de Rayleigh, aumentaram-se as taxas de transferência de calor.

Palavras chave: Convecção Natural, Cavidades, Método de Volumes Finitos, Dinâmica dos Fluidos Computacionais.

1. Introdução

A transferência de calor por convecção natural laminar em espaços confinados é de grande interesse no campo da engenharia. Em geral, os trabalhos tratam do escoamento não isotérmico, tais como: no projeto térmico de construções, no projeto de um forno, em câmaras de combustão, em equipamentos eletrônicos, em sistemas nucleares, etc. A convecção natural em cavidades retangulares, preenchidas completamente por um único fluido e com temperaturas assimétricas, tem sido investigada por vários anos por causa das suas diversas aplicações no campo da engenharia.

Muitos equipamentos eletrônicos têm sido projetados como se fosse uma caixa retangular fechada. Apenas algumas frestas na base inferior são colocadas nesta caixa para ventilação não forçada. Os componentes dos equipamentos eletrônicos geralmente se encontram na base inferior da cavidade e estes aparelhos, mesmo no modo *standby*, estão sempre dissipando calor a uma temperatura constante. Muitos trabalhos lidam com a convecção natural com escoamento não isotérmico no regime laminar, mas foram encontrados apenas alguns com a base parcialmente aquecida.

O desenvolvimento de modelos teóricos, de algoritmos numéricos e da experimentação constitui uma base sólida para o avanço no conhecimento dessa área da engenharia, onde se tem uma cavidade retangular preenchida por um único fluido. O presente trabalho utiliza a Dinâmica dos Fluidos Computacionais com o objetivo que este estudo sirva como *benchmark* para outros estudos numéricos e experimentais que venham a ser realizados no futuro.

No caso da convecção natural em um domínio retangular bidimensional, muitos trabalhos têm sido desenvolvidos experimentalmente e numericamente.

Dong e Li (2004) realizam o estudo da convecção natural em uma cavidade vazada em seu centro por um cilindro horizontal, constituída por um líquido e elemento sólido usando o Método da Função Corrente e Vorticidade de Boussinesq nas equações diferenciais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. Investiga-se a influência do material, da geometria e do número de Rayleigh na transferência de calor num regime aproximadamente permanente. A transferência de calor é pouco afetada pela condutividade do líquido e do sólido, sendo

significativamente afetada pela geometria e pelo número de Rayleigh (10^3 a 10^5). A cavidade é discretizada por uma malha de elementos hexaédricos.

Bilgen e Oztop (2005) realizam um estudo similar ao proposto pelo presente trabalho, diferenciando no trato da transferência de calor por convecção natural em uma cavidade quadrada parcialmente inclinada, formada por paredes isoladas e uma parede semi aberta, em regime permanente com escoamento laminar para o número de Rayleigh variando entre 10^3 a 10^6 e inclinação variando de 0° até 120° . Aplica-se o Método Função Corrente Vorticidade de Boussinesq nas equações diferenciais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia na análise da convecção natural. Realiza-se o cálculo de número de Nusselt local, mostrando as distribuições de função corrente, vorticidade, temperatura e da vazão volumétrica adimensional existente na abertura. Nota-se que a vazão volumétrica e o número de Nusselt variam significativamente em função da inclinação adotada.

Brito *et al.* (2005) estudaram a convecção natural com escoamento turbulento no interior de uma cavidade quadrada com aquecimento localizado na superfície inferior. O aquecimento localizado foi simulado através de uma fonte aquecida colocada na superfície inferior, sendo que dois valores de comprimentos diferentes da fonte foram considerados no trabalho de Brito *et al.* (2005). As soluções foram obtidas para alguns valores do número de Rayleigh e com número de Prandtl fixo em $Pr = 0,7$. A superfície horizontal superior foi considerada isolada e as superfícies verticais foram adotadas como sendo as superfícies isotérmicas colocadas na temperatura baixa. A fonte quente foi colocada na superfície inferior, mantida na temperatura isotérmica alta. Neste estudo, as equações de Navier-Stokes foram utilizadas considerando o escoamento turbulento, bidimensional e no regime não permanente. O método de elementos finitos com o esquema de Galerkin foi considerado para resolver as equações de conservação, utilizando-se um código computacional escrito em FORTRAN. A formulação das equações de conservação foram realizadas para escoamento turbulento e a turbulência foi modelada utilizando-se a Simulação de Grandes Escalas (*Large-Eddy Simulation – LES*). Os resultados mostraram que com o aumento do número de Rayleigh, aumentou-se o número de Nusselt médio calculado na superfície mantida na temperatura isotérmica alta. O número de Nusselt médio aumentou também com o aumento do comprimento da fonte aquecida.

Dhiman *et al.* (2005) analisam o escoamento e a transferência de calor na esteira formada ao redor do cilindro de seção quadrada com razão de aspecto de 1/4, 1/6 e 1/8 imerso num meio fluido que escoar com $1 \leq Re \leq 45$ e $0,7 \leq Pr \leq 4000$ ($Pelet \leq 4000$), em regime permanente. O cilindro está aquecido, enquanto as paredes laterais estão isoladas adiabaticamente. A região é discretizada por uma malha de elementos hexaédricos. Aplica-se o Método de Volumes Finitos em um domínio 2D. Levantam-se a distribuição da função corrente / vorticidade, bem como a variação de número de Nusselt a partir de cada face do cilindro quadrado. Estudo aplicado à torres de resfriamento e vaporização. Mostra-se que as diferenças no número de Nusselt e no número de Prandtl aumentam significativamente com o número de Reynolds para a razão de aspecto 1/4.

Nasr *et al.* (2005) analisam um caso semelhante ao proposto pelo presente trabalho, se diferenciado quanto ao tratamento a superfície aquecida com temperatura constante em um pequeno trecho de uma das paredes laterais verticais do modelo bidimensional. Este trabalho considera um sistema genérico de resfriamento e aquecimento, em regime permanente e convecção natural com escoamento laminar do ar em uma cavidade fechada. Uma superfície é mantida com distribuição isotérmica de temperatura constante e uma porção vertical é mantida a alta temperatura, enquanto uma outra porção é mantida com baixa temperatura. As demais porções são consideradas adiabáticas. Utilizam-se volumes de controle pelo Método de Elementos Finitos para resolver a equação de transporte de vorticidade junto com a função corrente e as equações de conservação de massa e energia. Verifica-se que as correntes convectivas encontradas são fortemente afetadas pela geometria, tendo a intensidade aumentada na medida em que percorrem o domínio.

Snoussi *et al.* (2005) estudam a convecção natural considerando o efeito da radiação solar na transferência de calor. É uma proposta para a melhoria da taxa de destilação em sistemas de destilação solar. Admite-se um meio submetido a escoamento laminar na convecção natural, cuja variação da densidade decorre simultaneamente por transferência de calor por difusão e pelas espécies químicas. A concentração destas espécies é considerada pequena, como ocorre normalmente em muitos processos na água e no ar atmosférico. Utiliza-se o Método de Elementos Finitos para resolver as equações de transporte, obtendo as distribuições de massa, temperatura, velocidade, função corrente, função vorticidade, número de Nusselt e número de Sherwood para diferentes combinações de razões de aspecto, número de Rayleigh e efeitos convectivos.

Bakkas *et al.* (2006) investigam a convecção natural em regime permanente com escoamento laminar em um canal bidimensional horizontal contendo blocos retangulares montados ao longo da parede da base e aquecidos com temperatura constante e conectados por superfícies isoladas adiabaticamente. A parede superior do canal é mantida a baixa temperatura constante. Os parâmetros que governam o fenômeno são: número de Rayleigh ($10^2 \leq Ra \leq 10^6$), distância adimensional entre blocos ($0,25 \leq l/L \leq 0,75$) e altura adimensional dos blocos ($1/8 \leq h/H \leq 1/2$).

Usando ar ($Pr = 0,70$) como fluido de trabalho, constata-se que as dimensões dos blocos afetam os campos de temperatura e velocidade convectivos e as diferenças nestas distribuições para os dois números de Rayleigh atingem 34 [%].

Por outro lado, o estudo da convecção natural em um domínio tridimensional é insipiente, destacando-se os trabalhos de Janssen *et al.* (1993) e Tric *et al.* (2001).

Janssen *et al.* (1993) realizam um estudo sobre a convecção natural em uma cavidade cúbica utilizando o Método de Volumes Finitos com escoamento em regime permanente e transiente. No caso do regime permanente, é investigada a camada limite ao longo das paredes, enquanto no caso do regime transiente, é investigada a frequência das correntes de convecção geradas no modelo 3D em comparação ao modelo clássico 2D. Constata-se que as correntes convectivas são semelhantes.

Tric *et al.* (2001) estudam soluções exatas das equações que governam a convecção natural do ar em cavidade cúbica termicamente carregada por duas faces verticais opostas com diferentes temperaturas para diversos casos para Números de Rayleigh até 10^7 . Estas soluções são obtidas com o Algoritmo Pseudo-Espectral de Chebyshev baseado no Método de Projeção e Difusão com uma resolução fornecida por expansões polinomiais, as quais constituem matrizes $111 \times 111 \times 111$. As soluções encontradas são consideradas exatas para erros globais relativos inferiores a 0.03 [%] e 0.05 [%] para os números de Rayleigh 10^3 e 10^7 , respectivamente. Isto indica uma evolução não mono tônica da estrutura do escoamento com o aumento do número de Rayleigh.

No presente trabalho, pretende-se estudar a convecção natural em regime não permanente com escoamento laminar em um domínio tridimensional formado por uma cavidade cúbica. Neste domínio, a transferência de calor é investigada a partir do levantamento dos campos de temperatura e velocidade, bem como pelo levantamento do número de Nusselt local ao longo da parede inferior da base constituída por uma superfície aquecida isotermicamente com temperatura alta, cujas dimensões correspondem a 40 [%] do lado da base da cavidade cúbica, e uma superfície inferior horizontal isolada adiabaticamente. As paredes laterais verticais são mantidas isotermicamente com baixa temperatura e a parede superior da cavidade é isolada adiabaticamente. A figura 1.a mostra detalhes deste domínio geométrico.

A solução deste problema é encontrada pela aplicação do Cálculo da Dinâmica de Fluidos, utilizando o Método de Volumes Finitos com esquema Euleriano para a discretização espacial e temporal do domínio, a partir da integração das equações diferenciais de transporte de massa, quantidade de movimento e energia.

A malha gerada é constituída por 117907 elementos tetraédricos e 13878 elementos plismáticos sobre as camadas limites das paredes laterais verticais.

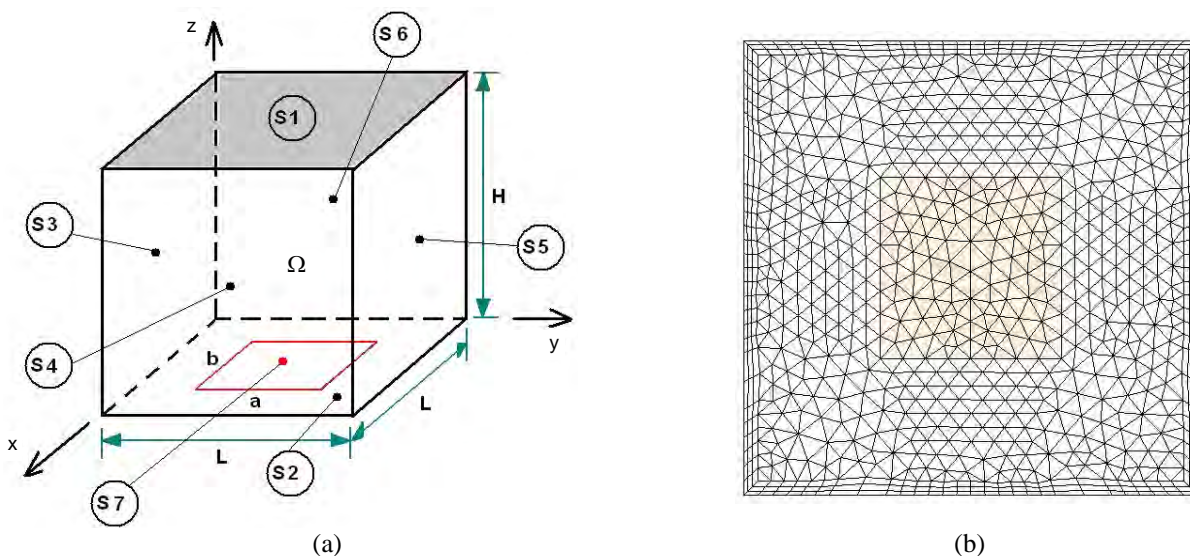
São simulados três casos para diferentes números de Rayleigh (10^6 , 10^7 e 10^8) com o levantamento das distribuições de temperatura e vetor velocidade sobre um plano vertical localizado no meio da base, bem como são obtidas as distribuições do número de Nusselt ao longo da base e em função do número de Rayleigh.

Os cálculos são efetuados em um computador com um processador AMD Athlon de 1,6 GHz e memória RAM de 314 MB, consumindo 1h e meia, aproximadamente, para cada um dos casos, utilizando a ferramenta computacional ANSYS CFX 5.7®.

2. Descrição do Problema

A Figura 1 mostra a geometria com o domínio Ω , preenchido pelo fluido de trabalho ar ($Pr = 0,7$). É considerada uma cavidade cúbica, onde S_1 e S_2 representam superfícies isoladas termicamente. As superfícies S_3 a S_6 são mantidas na temperatura isotérmica baixa, enquanto a superfície S_7 é mantida na temperatura isotérmica alta, com lados iguais a a e b , sendo ($a/L = b/L = 0,40$). O aquecimento local é simulado por uma fonte de calor localizada no meio da parede da base, S_7 .

A condição inicial no domínio Ω adota-se temperatura adimensional $\theta = 0$ e as projeções da velocidade do escoamento do ar $u = v = w = 0$. Todas as propriedades do fluido de trabalho são consideradas constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo, que obedece a aproximação de *Boussinesq*.



Figuras 1 e 2. Discretização espacial: (1) Geometria 3D; (2) Malha utilizada para os casos 1, 2 e 3 no plano XY.

A Figura 2 apresenta a malha utilizada pela simulação computacional, projetada sobre o plano XY.

2.1. Hipóteses do Problema

As seguintes hipóteses são empregadas neste trabalho:

- domínio geométrico tridimensional;
- regime não permanente;
- escoamento laminar e incompressível;
- função dissipação viscosa desprezada;
- propriedades físicas do fluido (ρ , μ , c_p , K) são constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo;
- sem geração interna de calor.

2.2. Equacionamento

Mediante as considerações acima, as equações de conservação podem ser representadas pelas seguintes expressões gerais:

i) Continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

ii) Quantidade de movimento

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho g \beta (T - T_0), \quad (4)$$

iii) Energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{K}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (5)$$

onde u, v e w são as componentes das velocidades do escoamento (m/s); x, y e z são as posições no espaço (m); t é o tempo (s); ρ é a densidade do fluido (kg/m^3); p é a pressão relativa do escoamento (Pa); g_x, g_y e g_z são as componentes das acelerações da gravidade local (m/s^2); e β é coeficiente volumétrico de expansão térmica (K^{-1}).

2.3. Condições de Contorno e Condições Iniciais

As condições iniciais e de contorno da presente análise são:

i) Condições iniciais:

para $t = 0$:

$$u = v = w = 0, \quad (\text{em } \Omega) \quad (6)$$

$$T = T_0 = \frac{T_c + T_h}{2}, \quad (\text{em } \Omega) \quad (7)$$

ii) Condições de contorno:

para $t > 0$:

$$T = T_h, \quad (\text{em } S_7) \quad (8)$$

$$T = T_c, \quad (\text{em } S_3 \text{ a } S_6) \quad (9)$$

$$q = \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (\text{em } S_1 \text{ e } S_2) \quad (10)$$

$$u_{\text{Parede}} = v_{\text{Parede}} = w_{\text{Parede}} = 0, \quad (\text{em } S_1 \text{ a } S_7) \quad (11)$$

onde $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ e S_7 representam as superfícies na fronteira do domínio Ω , mostrado pela figura 1.

2.4. Adimensionalização das Equações

São introduzidas as seguintes variáveis adimensionais nas equações de conservação, visando assim, generalizar a análise teórica:

$$\tau = \frac{vt}{H^2}, X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, Z = \frac{z}{H} U = \frac{uH}{v}, \quad (12)$$

$$V = \frac{vH}{v}, W = \frac{wH}{v}, P = \frac{pH^2}{\rho v^2}, \theta = \frac{T - T_o}{T_h - T_o}, \quad (13)$$

onde τ é a tempo adimensional; X, Y e Z são as coordenadas adimensionais; U, V, W são as componentes adimensionais da velocidade; P é a pressão relativa adimensional; e θ é a temperatura adimensional.

Substituindo nas equações (1) a (5), resulta:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right), \quad (15)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right), \quad (16)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{2} \theta, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial X} + v \frac{\partial \theta}{\partial Y} + w \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right), \quad (18)$$

onde Gr é o número de Grashof definido pela relação:

$$\text{Gr} = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{v^2}, \quad (19)$$

onde Pr é o número de Prandtl definido pela relação:

$$\text{Pr} = \frac{v}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{K} = \frac{\rho v c_p}{K}. \quad (20)$$

Outro parâmetro adimensional igualmente importante é o número de Nusselt local (Nu_L), definido pela seguinte forma:

$$Nu_L = \frac{h_x H}{K}, \quad (21)$$

onde: K é a condutibilidade térmica do fluido; e h_x é o coeficiente local de transferência de calor por convecção, calculado pela expressão:

$$h_x = \frac{q_n}{T_h - T_c}, \quad (22)$$

onde q_n é o fluxo de calor normal à superfície quente S_7 (Fig. 1), calculada pela Lei de *Fourier* e dada pela expressão na forma dimensional, Brito (2005):

$$\vec{q}_n = -K \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{S_1}. \quad (23)$$

Considerando os parâmetros adimensionais (11) e (12), o número de Nusselt pode ser também calculado pela expressão:

$$Nu_L = - \frac{H}{(T_h - T_c)} \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{S_1}. \quad (24)$$

Desta forma, as condições de contorno iniciais, definidas pelo item 2.3, também podem ser dadas pelas seguintes formas:

i) Condições iniciais:
para $\tau = 0$:

$$U = V = W = 0, \quad (\text{em } \Omega), \quad (25)$$

$$\theta = \theta_0 = 0, \quad (\text{em } \Omega), \quad (26)$$

iii) Condições de contorno:
para $\tau > 0$:

$$\theta = 1, \quad (\text{em } S_7), \quad (27)$$

$$\theta = -1, \quad (\text{em } S_3 \text{ a } S_6), \quad (28)$$

$$Q = - \frac{\partial \theta}{\partial N} = 0, \quad (\text{em } S_1 \text{ e } S_2), \quad (29)$$

$$U_{\text{Parede}} = V_{\text{Parede}} = W_{\text{Parede}} = 0, \quad (\text{em } S_1 \text{ a } S_7). \quad (30)$$

3. Método Numérico

A solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia em regime não permanente utiliza o Cálculo da Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD). Entende-se Dinâmica de Fluidos como a ciência que estuda o movimento de fluidos regidos pelas Equações de Navier Stokes, equações diferenciais parciais que governam o movimento de um fluido com ou sem transferência de calor, considerando os efeitos viscosos e turbulentos.

Neste trabalho, aplica-se o Método de Volume Finito (MVF), o qual é baseado na formulação analítica de elementos de volume de controle para descrever a dinâmica de fluidos, que emprega um algoritmo de pressão-velocidade tipo SIMPLE (“*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation*”) desenvolvido por Pantakar e Spalding (1972), o qual acopla e resolve as equações de Navier Stokes discretizadas, permitindo obter num mesmo passo de tempo todas as variáveis termo-aerodinâmicas. Foi concebido junto com o Método de Diferenças Finitas (MDF) aplicado à casos específicos envolvendo malhas não-estruturadas, Chung (2002) e Barth e Ohlberger (2004).

Este método utiliza basicamente três etapas: a primeira etapa é dividir o domínio computacional por uma malha formada por um número finito de elementos de volume, onde as variáveis de interesse são posicionadas nos centróides destes elementos; a próxima etapa é a integração em uma forma integral das PDE's a serem resolvidas (i.e. conservação

de massa, quantidade de movimento e energia) sobre cada elemento de volume aplicando o Teorema de Divergência de Gauss; a terceira e última etapa é a interpolação das variáveis para descrever sua variação entre os centróides dos elementos de volume, bem como entre os nós (vértices) dos elementos. Nesta última parte, pode-se o Método de Resíduos de Gauss Seidel para a solução das equações implementadas no formato matricial.

A vantagem básica do MVF em relação ao MDF é não requerer o uso restrito de malhas estruturadas, que são formadas por quadriláteros ou hexaedros não alinhados aos eixos principais, como os que aparecem em grades esféricas ou curvilíneas. Desta forma, utilizando malhas não-estruturadas, que contém polígonos ou poliedros sem qualquer padrão explícito de conectividade, este método também tem a capacidade de trabalhar com geometrias mais complexas, contendo pequenas saliências e/ou reentrâncias, graças também ao fato do cálculo das variáveis ser efetuados nos nós localizados no meio dos elementos por interpolação.

A Figura 3 apresenta as variantes sobre o volume de controle utilizado pelo Método de Volumes Finitos: face centrada e volume centrado, Barth e Oehlberger (2004).

Mais detalhes, sobre os conceitos envolvidos pelo Método de Volumes Finitos, podem ser encontrados no trabalho de Barth e Oehlberger (2004), que exploram as técnicas de discretização, técnicas de aproximação das integrais, critérios de convergência e estabilidade do cálculo.

4. Análise dos Resultados

No decorrer do cálculo iterativo realizado pelo CFD, verificou-se a convergência com relação ao desvio calculado pelo erro médio no calor no decorrer dos incrementos de tempo para os três casos de número de Rayleigh, $Ra = 10^6$, 10^7 e 10^8 . A Figura 4 apresenta as Curvas de Convergência para o número de Nusselt Local nas superfícies S_2 e S_7 para $Ra = 10^6$, 10^7 e 10^8 .

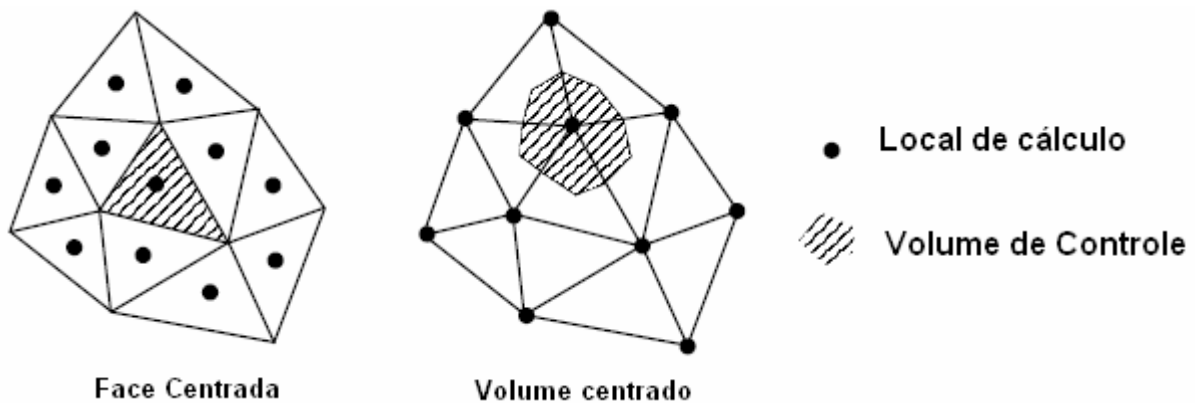


Figura 3: Variantes de volume de controle utilizadas pelo Método de Volumes Finitos, Barth e Oehlberger (2004).

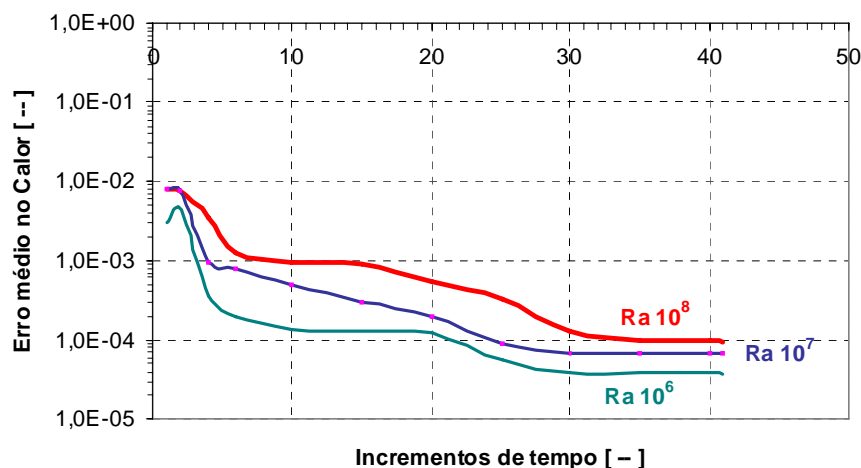


Figura 4: Curva de convergência para o número de Nusselt Local nas superfícies S_2 e S_7 para $Ra = 10^6$, 10^7 e 10^8 .

Nota-se da Fig. 4 que a convergência é mais rapidamente atingida para menores números de Rayleigh, onde o escoamento interno é significativamente laminar e os efeitos viscosos são mais influentes.

A Figura 5 mostra a distribuição do número de Nusselt Local em relação à base da cavidade formada pela superfície quente S_7 e a superfície isolada termicamente S_2 , pela equação:

$$Nu_i = \frac{H}{T_h - T_c} \left(\frac{T_w_i - T(\delta_i)}{\delta_i} \right) \quad (31)$$

Onde δ representa o modulo do vetor normal a parede da base paralelo ao plano de referênci na posiçã ($x / L = 0,50, 0 \leq y / L < 1, z / H = 0$). O valor adotado para coletar a temperatura $T(\delta)$ é $\delta / H = 0,025$. A Figura 4 apresenta o número de Nusselt local nas superfícies S_2 e S_7 para $Ra = 10^6, 10^7$ e 10^8 no ultimo instante de tempo.

Nota-se da Fig. 5 que o número de Nusselt local sobre a base da cavidade cúbica aumenta com o número de Rayleigh., em decorrência do maior gradiente de temperatura entre a superfície quente e a temperatura no meio.

Para mostrar a dependência do número de Nusselt em função do número de Rayleigh, a Fig. 6 apresenta os números de Nusselt locais calculados para as posições $x/L = 0,35$ e $x/L = 0,50$ ao longo da parede da base da cavidade cúbica.

Constata-se da Fig. 6 que o número de Nusselt local na base da cavidade cúbica aumenta com o número de Rayleigh, sendo este aumento mais significativo na região próxima a transição entre a superfície quente e a superfície isolada adiabaticamente na base da cavidade cúbica, em decorrência do alto gradiente de temperatura.

Além disso, para observar o efeito do número de Rayleigh no processo de transferência de calor e de massa na cavidade cúbica, as Fig. 7, 8 e 9 apresentam as distribuições de temperatura e campos do vetor velocidade plotados sobre um plano de referênci adotado na posição ($x / L = 0,50, 0 \leq y / L < 1, z / H = 0$), posicionado no meio da cavidade cúbica mostrada pela Fig. 1, paralelo ao plano XZ.

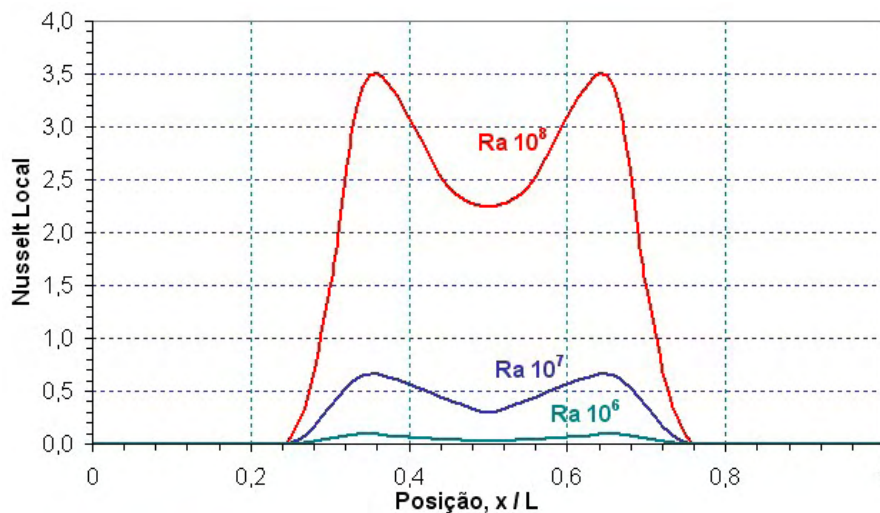


Figura 5: Número de Nusselt Local nas superfícies S_2 e S_7 para $Ra = 10^6, 10^7$ e 10^8 no ultimo instante de tempo.

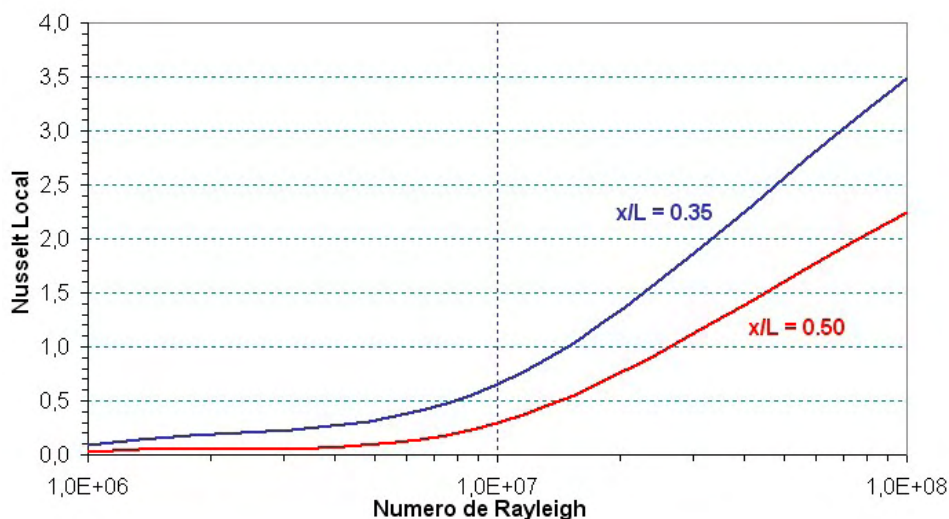


Figura 6: Número de Nusselt Local nas posições $x / L = 0,35$ e $x / L = 0,50$ (ambas com $y / L = 0,50$ e $z / H = 0$) ao longo das superfícies S_2 e S_7 para $Ra = 10^6, 10^7$ e 10^8 no ultimo instante final de tempo.

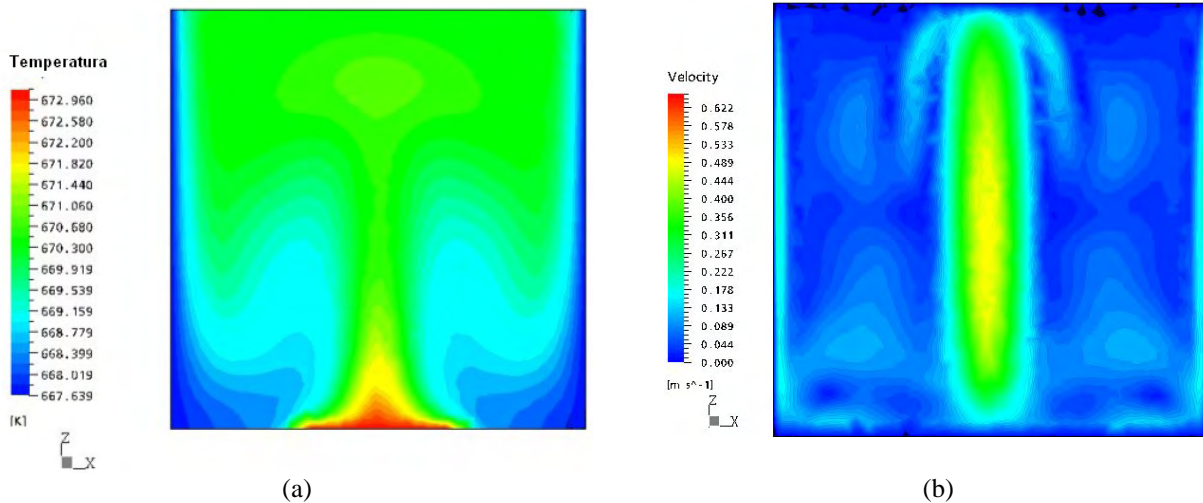


Figure 7. Caso 1 – $Ra\ 10^6$ no instante final de tempo: (a) Distribuição de temperatura; (b) Campo vetor velocidade.

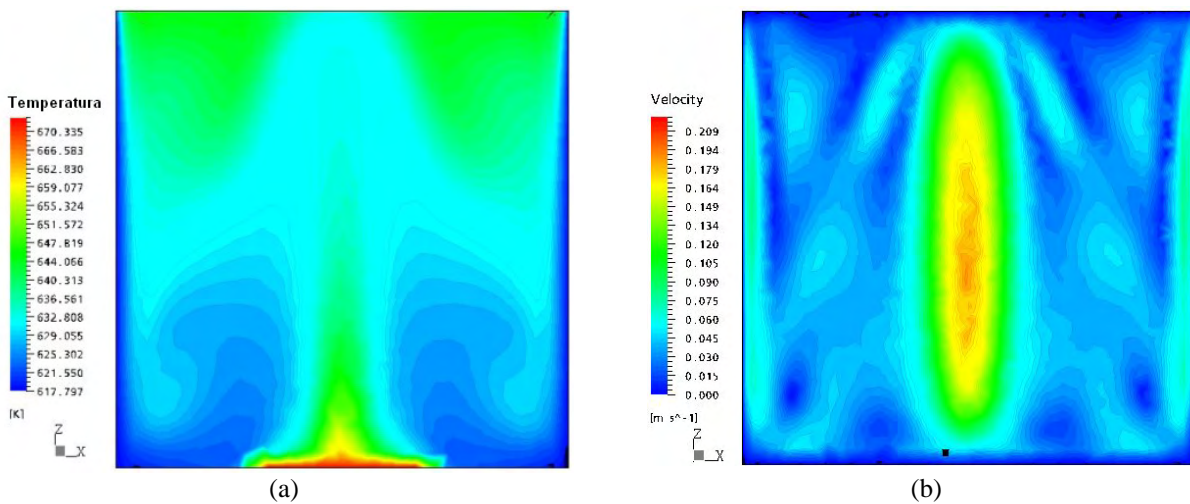


Figure 8. Caso 2 – $Ra\ 10^7$ no instante final de tempo: (a) Distribuição de temperatura; (b) Campo vetor velocidade.

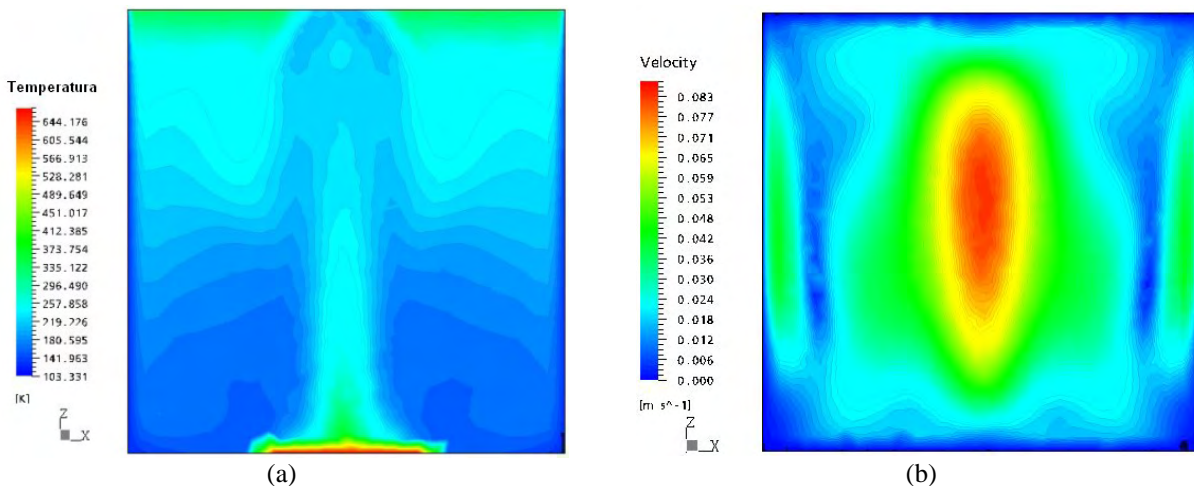


Figure 9. Caso 3 – $Ra\ 10^8$ no instante final de tempo: (a) Distribuição de temperatura; (b) Campo vetor velocidade.

Das Figuras 7(b), 8(b) e 9(b), observa-se o aumento progressivo da velocidade máxima do escoamento com o aumento do número de Rayleigh, assim como um aumento também progressivo na velocidade do escoamento a uma determinada distância a partir das paredes laterais. Em particular, o efeito convectivo descendente nas proximidades das paredes laterais é mais significativo após o resfriamento do fluido nas proximidades da parede superior.

Sob o aspecto de transferência de calor, mostra-se também das Fig. 7(a), 8(a) e 9(a) que na camada limite próxima da superfície aquecida, o gradiente de temperatura (em cor vermelha e amarela), aproxima-se desta superfície na

medida que ocorre o aumento do número de Rayleigh. De forma representativa, o cálculo indica que o gradiente de temperatura se torna mais acentuado nesta região do domínio com o aumento do número de Rayleigh.

Comparando as distribuições das temperaturas das Fig. 7(a) e 8(a) para os dois casos de número de Rayleigh $Ra 10^6$ e 10^7 com relação as distribuições de temperatura nas cavidades planas quadradas obtidas pelos trabalhos de Bilgen e Oztop (2005) e Nasr *et al.* (2005), constata-se que a distribuição de temperatura, bem como a intensidade dos vórtices gerados sofrem os efeitos secundários do escoamento convectivo ascendente dados pela 3ª dimensão da cavidade. Este fenômeno reforça a importância de estudar o efeito convectivo em regiões tridimensionais, conforme foi sugerido pelo trabalho de Janssen *et al.* (1993).

Outro fenômeno detectado é o efeito da camada limite na região de fluido próxima às superfícies S_2 e S_7 (ver Fig. 1), onde o campo de velocidade apresenta valores pequenos em relação ao centro da cavidade, conforme figuras 7(b), 8(b) e 9(b).

5. Conclusão

O estudo da convecção natural em uma cavidade cúbica aplicando o cálculo CFD demonstra que:

a) Número de Nusselt local sobre a base da cavidade cúbica aumenta com o número de Rayleigh em decorrência do maior gradiente de temperatura entre a superfície quente e a temperatura no meio;

b) A penetrabilidade do escoamento convectivo ascendente a partir da superfície aquecida aumenta com o número de Rayleigh;

c) É perceptível a formação de uma região com vorticidade em formato de cogumelo a partir da superfície quente inferior, progressivamente mais próxima da superfície quente com o aumento do número de Rayleigh. Este fenômeno projetado sobre um plano de referência definido por ($x / L = 0.50$, $0 \leq y / L < 1$, $z / H = 0$), assemelha-se aos resultados obtidos por Bilgen e Oztop (2005) e Nasr *et al.* (2005) em cavidades planas quadradas, cuja fenomenologia consiste em dois vórtices de mesma intensidade e sentido contrário em formação; e

d) Constata-se o aumento progressivo do vetor velocidade máxima do escoamento induzido pela convecção com o aumento do número de Rayleigh.

Desta forma, com satisfatória precisão, o cálculo da dinâmica de fluidos aplicado neste trabalho se revela mais uma vez promissor no estudo da convecção natural aplicada no projeto de componentes eletrônicos.

6. Agradecimentos

Ao Núcleo de Excelência em Sistemas Térmicos e Geração Distribuída (NEST) da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) pela disponibilização do software ANSYS CFX 5.7®.

7. Referências

- Bakkas M., Amahmid A., Hasnaoui M., 2006, Steady Natural Convection in a Horizontal Channel Containing Heated Rectangular Blocks Periodically Mounted on its Lower Wall, *Energy Conversion and Management* n° 47, pp. 509–528.
- Barth T. and Ohlberger M., 2004, Finite Volume Methods: Foundation And Analysis, *Encyclopedia of Computational Mechanics*, John Wiley & Sons Ltd.
- Bilgen E., Oztop H., 2005, Natural Convection Heat Transfer in Partially Open Inclined Square Cavities, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, n° 48, pp. 1470 – 1479.
- Brito, R. F., 2005, Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos Não Isotérmicos utilizando o Método de Elementos Finitos, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Itajubá - Brasil, 195 p.
- Brito, R. F., Guimarães, P. M., Silveira Neto, A. and Menon, G. J., 2005, Large-Eddy Simulation of Air Flow within a Square Enclosure with a Partially Heated Bottom Surface and Cooled Vertical Walls, 18th International Congress of Mechanical Engineering - COBEM, pp. 1-8.
- Chung T. J., 2002, *Computational Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, UK, ISBN 0-521-59416-2, 1012 p.
- Dhiman A.K. *et al.*, 2005, Flow and Heat Transfer Across a Confined Square Cylinder in The Steady Flow Regime: Effect of Peclet Number, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, n° 48, pp. 4598–4614.
- Dong S. F., Li Y. T., 2004, Conjugate of Natural Convection and Conduction in a Complicated Enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer* n° 47, pp. 2233 -2239.
- Janssen R. J. A., Henkes R. A. W. M. e Hoogendoorn C. J., 1993, Transition to Time-Periodicity of a Natural Convection Flow in a 3D Differentially Heated Cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 36, Issue 11, pp. 2927-2940.
- Nasr B. K., Chouikh R., Kerkeni C., Guizani A., 2006, Numerical Study of the Natural Convection in Cavity Heated From the Lower Corner and Cooled from the Ceiling, *Applied Thermal Engineering* n°26, pp. 772–775.
- Pantakar S. V. e Spalding D. B., 1972, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flows, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, No. 15, pp. 1787-1806.

- Shaw C. T., 1992, Using Computational Fluid Dynamics - An Introduction to the Practical Aspects of using CFD, Prentice Hall Publications.
- Snoussi L. B., Chouikh R., Guizani A., Desalination, 2005, Numerical Study of the Natural Convection Flow resulting from the Combined Buoyancy Effects of Thermal and Mass Diffusion in a Cavity with Differentially Heated Side Walls, Desalination n° 182, pp. 143–150.
- Tric E., Labrosse G. e Betrouni M., 2000, A First Incursion into the 3D Structure of Natural Convection of Air in a Differentially Heated Cubic Cavity, from Accurate Numerical Solutions, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 43, Issue 21, pp. 4043-4056.

8. Direitos autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

NATURAL CONVECTION INSIDE A CUBICAL CAVITY WITH BOTTOM HEATING

Rogério Fernandes Brito

Federal University of Itajubá - UNIFEI, Benedito Pereira dos Santos Avenue, #1303, Zip Code 37500-903, Itajubá, MG, Brazil
rogbrito@unifei.edu.br

Harley Souza Alencar

Federal University of Itajubá - UNIFEI, Benedito Pereira dos Santos Avenue, #1303, Zip Code 37500-903, Itajubá, MG, Brazil
haarley@terra.com.br

Genésio José Menon

Federal University of Itajubá - UNIFEI, Benedito Pereira dos Santos Avenue, #1303, Zip Code 37500-903, Itajubá, MG, Brazil
genesio@unifei.edu.br

Abstract

Natural convection of air which happens inside a cavity is an important physical phenomenon that must be investigated due to its application to a number of electronic components. The model tested consists of a cubical cavity with bottom heating and cooling on its vertical surfaces. The bottom surface is partially kept at a high isothermal temperature, using a heat source of rectangular length. The top surface is thermally isolated, and the vertical surfaces are kept at a low isothermal temperature. The results are obtained for some Rayleigh number with Prandtl number fixed at $Pr = 0.70$. The Computation Fluid Dynamics is applied which uses the Finite Volume Method with the Eulerian scheme used to solve the conservation equations for an unsteady state. In this case, there is a need to develop a 3D model wide enough to eliminate the wall effects on the calculation, with the objective of comparing with the 2D results widely shown in literature. With this, it's possible to obtain the distributions of the velocity field and of the isothermal lines according to the many thermal and geometric parameters. With the results obtained in this work, it was possible to show that with the increase of Rayleigh number the rate of heat transfer also increased.

Keywords: Natural Convection, Cavities, Finite Volume Method, Computation Fluid Dynamics.

ESTUDO DA VIABILIDADE DO USO DE NAFTALENO COMO FLUIDO DE TRABALHO EM TERMOSSIFÕES

Márcia B. H. Mantelli

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica
Laboratório de Tubos de Calor
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
Endereço eletrônico: marcia@emc.ufsc.br

Cláudia T. Kniess

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica
Laboratório de Tubos de Calor
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
Endereço eletrônico: kniess@labsolar.ufsc.br

Geraldo J. M. Martins

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica
Laboratório de Tubos de Calor
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
Endereço eletrônico: geraldo@labsolar.ufsc.br

Gustavo G.V. Nuernberg

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica
Laboratório de Tubos de Calor
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
Endereço eletrônico: verdieri@labsolar.ufsc.br

Charles Nuremberg

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica
Laboratório de Tubos de Calor
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
Endereço eletrônico: charles@labsolar.ufsc.br

Resumo. O tubo de calor ou “heat pipe” é um dispositivo bastante eficiente para a transmissão de altas taxas de calor através de uma distância considerável, com pequenas diferenças de temperatura. Os termossifões diferenciam-se dos tubos de calor apenas pela ausência da estrutura capilar. Possuem três regiões distintas, evaporador, onde o calor é injetado, seção adiabática, onde teoricamente não ocorre transferência de calor, e condensador, onde o calor é rejeitado. Este tubo é evacuado e preenchido com um volume de fluido de trabalho. As características dos termossifões fazem com que estes sejam cada vez utilizados nas mais diversas aplicações industriais e comerciais, como por exemplo, como dispositivos de recuperação de calor em fornos de cocção de pães. Diversos trabalhos encontrados na literatura descrevem o uso de água como fluido trabalho mais utilizado em termossifões. No entanto, o uso de água é recomendado para baixas temperaturas, em torno de 300 °C. Metais líquidos são recomendados para altas temperaturas (450-1200 °C), evidenciando assim a importância do estudo de fluidos de trabalho para temperaturas intermediárias (300-450 °C). Dentro deste contexto, este trabalho busca avaliar a viabilidade do uso de naftaleno como fluido de trabalho em termossifões de temperatura intermediária. As propriedades físico-químicas do naftaleno, juntamente com ensaios preliminares, demonstraram seu potencial como fluido de trabalho nas condições estabelecidas.

Palavras chave: termossifões, fluido de trabalho, naftaleno, temperatura intermediária.

1. Introdução

O tubo de calor ou “heat pipe” é um dispositivo capaz de transportar grandes quantidades de calor, quando submetido a pequenos gradientes de temperatura. São dispositivos de condutividade térmica muito elevada, apresentando uma eficiência na troca de calor de 500 a 1000 vezes superior quando comparados a tubos de cobre maciços da mesma geometria (Kosoy, 2004).

Um tubo de calor consiste tipicamente de um tubo metálico com as extremidades seladas e com uma estrutura capilar junto à parede interna. Este tubo é evacuado e preenchido com um volume de fluido de trabalho suficiente para saturar por completo a estrutura capilar. Os termossifões bifásicos do tipo fechado são dispositivos semelhantes aos tubos de calor, diferenciam-se apenas pela ausência da estrutura capilar interna.

Um tubo de calor possui três regiões principais: um evaporador, um condensador e uma região adiabática. Pode-se resumir o funcionamento de um termossifão bifásico da seguinte maneira: grande parte no fluido de trabalho concentrado na região do evaporador, no qual recebe calor externo de uma fonte térmica, vaporiza internamente; por diferença de pressão, o vapor gerado é conduzido em direção à parte superior do tubo (condensador); nessa região o sistema perde calor para o ambiente e o vapor sofre condensação; para finalizar o ciclo, o vapor retorna ao evaporador por efeito de gravidade (Pioro e Pioro, 1997). Esse processo ocorre ciclicamente transferindo calor da região do evaporador para a região do condensador. Nesse sistema, a pressão do vapor no evaporador e no condensador é praticamente constante, portanto o processo é essencialmente isotérmico. Uma região adiabática pode ser adicionada para auxiliar na condução do fluido da região do evaporador até o condensador, sem que ocorram perdas térmicas para a parede do tubo e conseqüentemente para as vizinhanças do sistema (Kosoy, 2004).

A tecnologia envolvendo tubos de calor e termossifões pode ser aplicada em diversas áreas, como por exemplo, em trocadores de calor, no controle térmico de veículos espaciais, em sistemas de refrigeração para componentes eletrônicos e em fornos de cocção de pães.

As propriedades termo-físicas dos fluidos de trabalho utilizados em termossifões e a compatibilidade térmica e química do material com o fluido são importantes questões científicas (Devarakonda e Anderson, 2005). Os agentes de transferência de calor incluem água, gases liquefeitos, líquidos orgânicos e metais líquidos. As tecnologias envolvendo termossifões diferem-se consideravelmente dependendo do intervalo de temperatura de operação. A água vem sendo amplamente utilizada como fluido de trabalho em termossifões de baixa temperatura, até aproximadamente 300 °C. A literatura cita também o uso da amônia (NH₃) e do propano (C₃H₈) (Anderson *et al.*, 2004). No entanto, no caso da água, ao chegar a aproximadamente 230 °C, a pressão de vapor interna do sistema alcança 26 atmosferas, o que pode ocasionar o colapso do sistema (Devarakonda e Olminsky, 2004). Para que o sistema resista a essa temperatura, as paredes devem ser extremamente espessas, o que gera aumento de peso, de custos e perda de eficiência da troca térmica.

Para algumas aplicações, como na recuperação de calor de processos industriais que envolvam níveis mais altos de temperatura, existe necessidade da utilização de termossifões que funcionem a temperaturas mais elevadas. A literatura lista uma série de potenciais candidatos como fluido de trabalho para termossifões de temperatura intermediária (250-450 °C): naftaleno (C₁₀H₈), fenol (C₆H₆O), tolueno (C₆H₅CH₃), anilina (C₆H₇N) e hidrazina (N₂H₄). Para temperaturas acima de 450 °C, metais alcalinos como sódio, lítio e potássio funcionam bem como agentes de transferência de calor (Devarakonda e Anderson, 2005).

A seleção do fluido de trabalho e do material constituinte do tubo são importantes considerações no desenvolvimento de sistemas de transferência de calor que empregam tecnologia de termossifões (Mantelli e Milanez, 2004). O fluido de trabalho é selecionado conforme as seguintes considerações: temperatura e pressão de operação, máximo fluxo de calor no evaporador, propriedades termo-físicas do fluido (ponto de evaporação e de fusão, parâmetros críticos, calor latente de evaporação, densidade do vapor e etc.), toxicidade, risco de ignição e explosão e condições do equipamento com tempo de uso. Devarakonda e Olminsky (2004) citam como principais propriedades requeridas dos fluidos de trabalho para termossifões de temperatura intermediária: alto calor latente de vaporização, estabilidade química, ponto de fusão abaixo de 130 °C, temperatura crítica acima de 530 °C, baixa viscosidade do líquido, não toxicidade e baixa volatilidade. O naftaleno é um dos agentes de transferência de calor mais promissores para a utilização em termossifões de temperatura intermediária (Vasiliev *et al.*, 1988).

O naftaleno é um produto da produção do petróleo, e apresenta-se sob a forma de cristais brancos, com um forte odor a alcatrão, que habitualmente se sente a partir de 0,3 p.p.m. O naftaleno líquido possui uma viscosidade muito baixa, no qual decresce consideravelmente com o aumento da temperatura (Vasiliev *et al.*, 1988). A Tabela 1 apresenta algumas propriedades termofísicas do naftaleno (Rohsenow *et al.*, 1998; Perry e Green, 1997; Goldstein e Cho, 1995). A Fig. 1 mostra a curva pressão de vapor em relação à temperatura do composto orgânico (Perry e Green, 1997).

Dentro desse contexto, este trabalho tem como objetivo investigar a viabilidade do uso do naftaleno como fluido de trabalho em termossifões de temperatura intermediária para aplicações industriais (Milanez e Mantelli 2004). Para tal, o estudo foi realizado utilizando um termossifão constituído de material vítreo, para a melhor visualização dos fenômenos decorrentes do processo.

Tabela 1. Propriedades termo-físicas do naftaleno.

Peso Molecular (mol)	128,17		
Ponto de fusão (°C)	80,35		
Ponto de evaporação (°C)	217,95		
Temperatura crítica (°C)	475,25		
Pressão crítica (Mpa)	4,05		
Volume Crítico (m ³ /mol)	413 x 10 ⁻⁶		
Ponto Triplo (°C)	80,28		
Densidade do Sólido a 20 °C (kg/m ³)	1175		
Densidade (kg/m ³) (a 100, 150 e 200 °C)	963	922	878
Capacidade de calor específico (kJ/Kg.K) (a 100, 150 e 200 °C)	1,805	1,993	2,139
Condutividade térmica [(W/m ²)/(K/m)] (a 100, 150 e 200 °C)	0,137	0,130	0,123
Viscosidade dinâmica (10 ⁻⁵ N.s/m ²) (a 100, 150 e 200 °C)	77,4	52,0	37,5

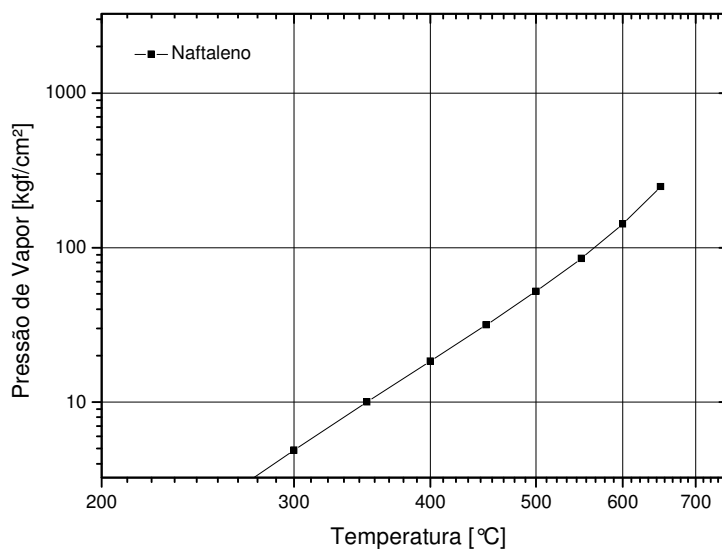


Figura 1. Curva pressão de vapor em função da temperatura do composto naftaleno.

2.0 Metodologia Experimental

2.1. Preparação e Instrumentação do Termossifão

Para a construção do termossifão de testes foi utilizado um tubo de material vítreo do tipo boro-silicato com 900 mm de comprimento, 24 mm de diâmetro externo e 3 mm de espessura. O sistema foi instrumentado com 16 termopares instalados na parede externa do tubo, dispostos da seguinte maneira: 4 termopares na região do evaporador (108, 109, 110 e 111), 7 termopares na região do condensador (101, 102, 103, 104, 105 e 107), 4 termopares na resistência elétrica (112, 113, 114 e 115) e um termopar para medição da temperatura ambiente (116). A Fig. 2(a) apresenta o aparato usado no estudo e a Fig. 2(b) a forma esquemática e a disposição dos 16 termopares.

Em relação o processo de carregamento com o fluido de trabalho, o mesmo foi introduzido no termossifão na forma líquida, por meio de fusão do composto orgânico sólido comercializado, na temperatura de 81,0 °C. O fator de enchimento determinado foi 40% da altura da região do evaporador, equivalente, nesse caso, a 40g de naftaleno. O naftaleno utilizado possui um grau de pureza de 98,5%.

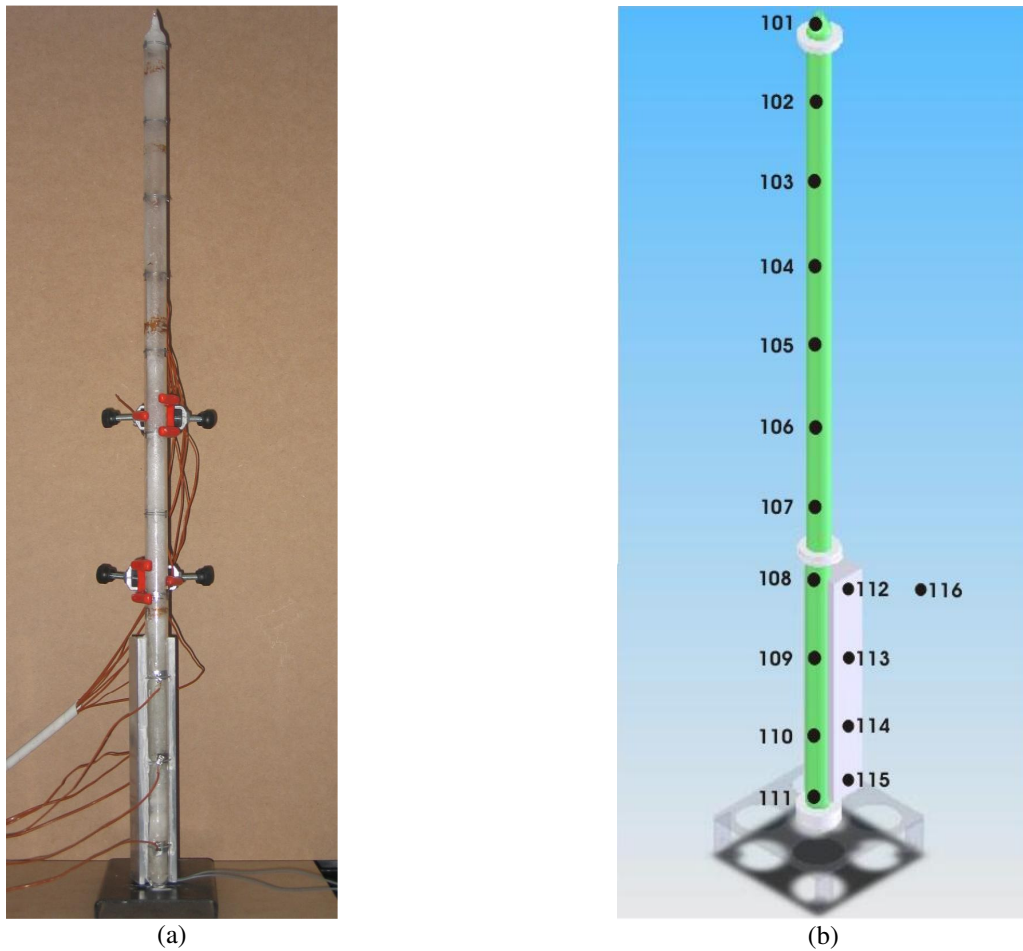


Figura 2. (a) Fotografia do aparato. (b) Diagrama esquemático e a disposição dos termopares instalados no termosifão.

Posteriormente ao carregamento, o sistema foi aquecido até a ebulição do fluido de trabalho, e submetido ao processo desgaseificação, por meio de duas purgas sucessivas. A Figura 3 ilustra com maior detalhe o sistema utilizado para os testes em início de trabalho. Na Fig. 3(a) observa-se o evaporador e a formação da piscina e a nucleação das primeiras bolhas no evaporador, a Fig 3(b) mostra o naftaleno cristalizado na parte superior do tubo.

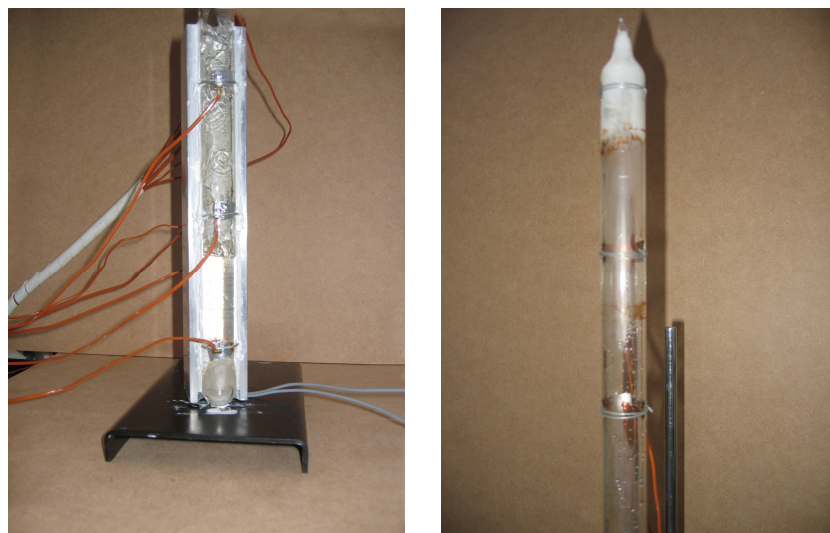


Figura 3. Sistema utilizado para os testes do termosifão de material vítreo utilizando naftaleno como fluido de trabalho (a) Detalhamento do evaporador (b) Parte superior do condensador.

2.2. Metodologia de Testes

Para a avaliação do comportamento do termossifão em funcionamento, adotou-se uma metodologia de testes em que a potência fornecida na região do evaporador foi o parâmetro variável. O fator de enchimento permaneceu constante. As potências selecionadas para os testes foram de 50, 100, 200, 300, 400 e 500 Watts. O sistema foi aquecido por meio de uma fonte externa. Os dados de temperatura foram adquiridos em intervalos de tempo regulares de 10 s, através de um sistema de aquisição de dados HP Benchlink Data Logger 34970. Em todos os testes o sistema foi refrigerado por convecção natural na região do condensador.

3. Resultados e Discussão

3.1. Carregamento do Termossifão

A questão do carregamento do termossifão com naftaleno precisou ser amplamente estudada, em função das suas características diferenciadas, em relação a fluidos de trabalho já bastante explorados, como por exemplo, a água. Num primeiro momento pensou-se em carregar o sistema com o naftaleno sólido, mas haveria problemas com o posterior processo de evacuação. O carregamento do composto na forma líquida, utilizado nesse trabalho, foi o que apresentou uma melhor eficiência. No entanto, esse método apresenta a desvantagem de que, quando o composto entra em contato com uma região mais fria do tubo de vidro durante o carregamento, o mesmo recristaliza, ficando retido nas paredes do tubo. Nesse caso, é necessário aquecer o tubo previamente antes do início dos testes, para que todo o naftaleno fique na região do evaporador.

3.2. Comportamento Térmico do Termossifão

A Fig. 4 apresenta a distribuição de temperatura em função do tempo ao longo do termossifão para o teste realizado com a potência de 100 W. O gráfico do estudo efetuado a 50 W não é mostrado, pois nesta condição o termossifão não conseguiu dar o “start up”. Observou-se experimentalmente e através do gráfico o efeito “slug flow” devido à baixa potência fornecida na região do evaporador, Fig. 5(a). Quando esse efeito acontece, causa uma diminuição da quantidade de líquido na piscina da região do evaporador. Outro fator observado, é que no “slug flow” parte do naftaleno líquido encontra uma região mais fria no termossifão, parte superior, onde recristaliza e fica retido, Figura 5(b). Nesta figura observa-se que, como esperado, as resistências apresentam o maior nível de temperatura. Em seguida, a região que apresenta maiores níveis de temperatura é a do evaporador, pois está em contato direto com a resistência térmica, lembrando que os termopares estão instalados nas paredes externas do tubo. Já as temperaturas dos termopares instalados ao longo do condensador vão subindo sequencialmente, a medida em que o vapor atinge a sua altura. Isto ocorre porque, durante o processo de início de operação ou “start up”, a medida em que o vapor vai entrando em contato com regiões ainda não aquecidas, este vai se condensando e o líquido formado vai retornando ao evaporador por gravidade. Observa-se uma grande extratificação na temperatura do condensador de cerca de 80° C .

O aumento súbito de temperatura que se observa por volta do instante 37 min ocorre devido a necessidade de se promover um aquecimento extra ao sistema, por meio de um jato de ar quente por todo o tubo termossifão. Uma das principais dificuldades encontradas, tanto nesse teste como nos demais, é o início de operação do termossifão (start up). Quando o termossifão esfria, o naftaleno se cristaliza e tem diminuído seu volume, não encostando na parede do tubo. Isto faz com que o calor recebido pelo tubo não seja transferido para o naftaleno cristalizado e dificulte sua fusão. Com o auxílio de uma pistola térmica foi aquecido a parede de todo o tubo, fazendo com que os vapores cristalizados na parte superior da parede do tubo se funda, escorra até a parte inferior, molhe o naftaleno sólido e estabeleça contato físico entre ele e a parede dando início a transferência térmica e o termossifão comece a funcionar.

A Fig. 6 apresenta o comportamento do termossifão para o teste realizado com a potência de 200 W. Observa-se que houve uma diminuição do efeito “slug flow”, provavelmente em função do aumento da potência fornecida ao sistema. A temperatura média de funcionamento aumentou, em comparação ao ensaio com a potência de 100 W. Uma observação importante é o distanciamento entre a temperatura do termopar 101 e as temperaturas registradas pelos demais termopares situados ao longo do tubo. Isso indica que não houve o fornecimento de potência para a geração de vapor suficiente para que todo o tubo funcione eficientemente.

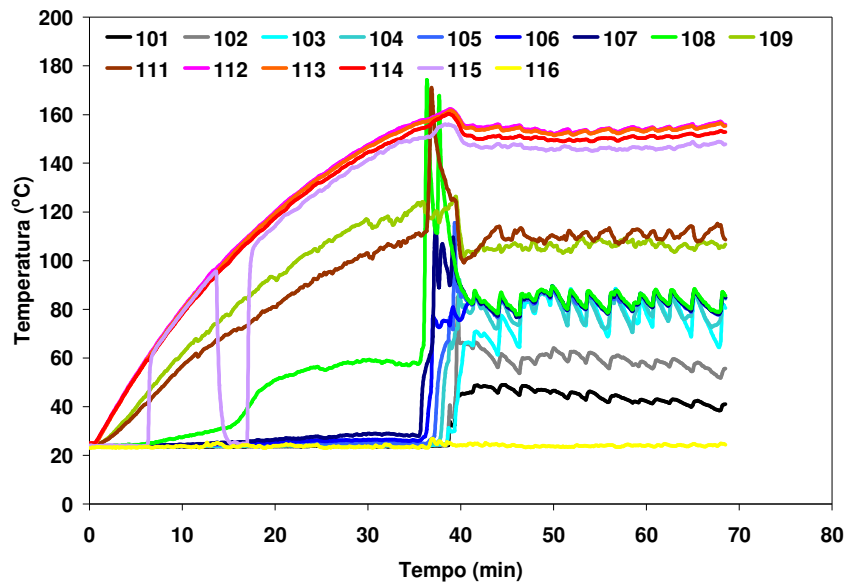


Figura 4. Distribuição de temperatura em função do tempo para o teste realizado com a potência de 100 W.

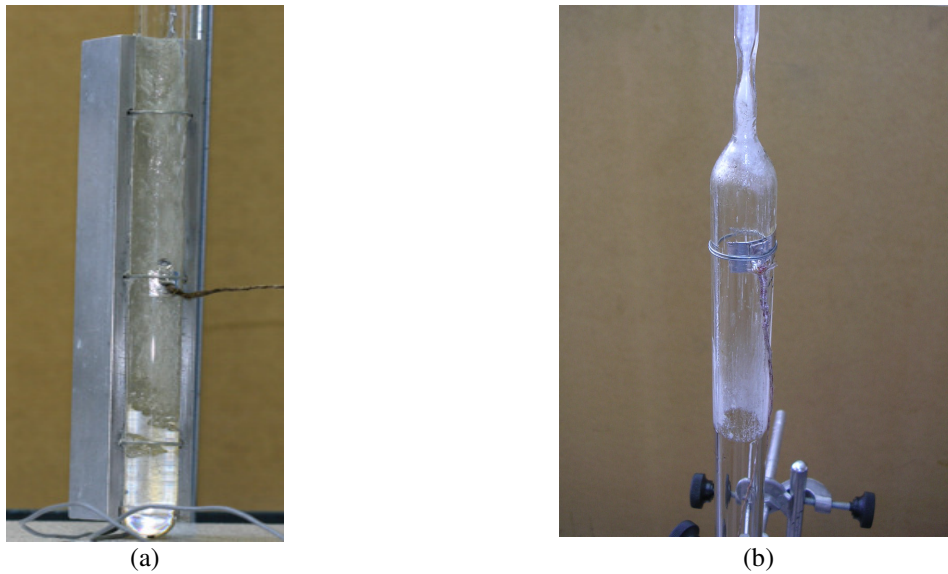


Figura 5. (a) Efeito “slug flow” devido à baixa potência fornecida na região do evaporador do termossifão. (b) Recristalização do naftaleno na região do condensador do termossifão.

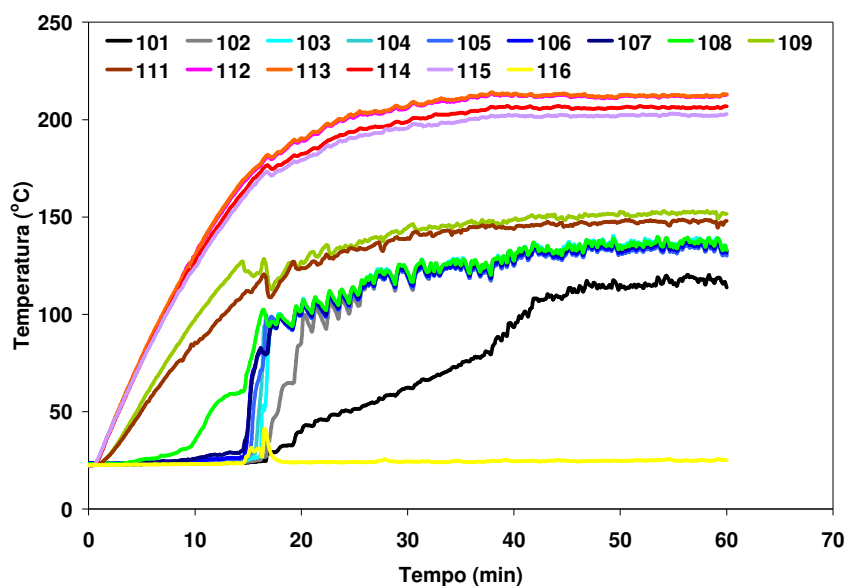


Figura 6. Distribuição de temperatura em função do tempo para o teste realizado com a potência de 200 W.

A Fig. 7 apresenta o comportamento do termossifão para o teste realizado com a potência de 300 W. O gráfico mostra a aproximação entre as temperaturas dos termopares situados ao longo do tubo de vidro, tendendo a um comportamento isotérmico. Esse comportamento é esperado de acordo com o princípio de funcionamento de um termossifão. Novamente deve-se notar o comportamento das temperaturas por volta de 7 minutos, quando o jato externo de ar quente é utilizado para auxiliar no início do “start up”.

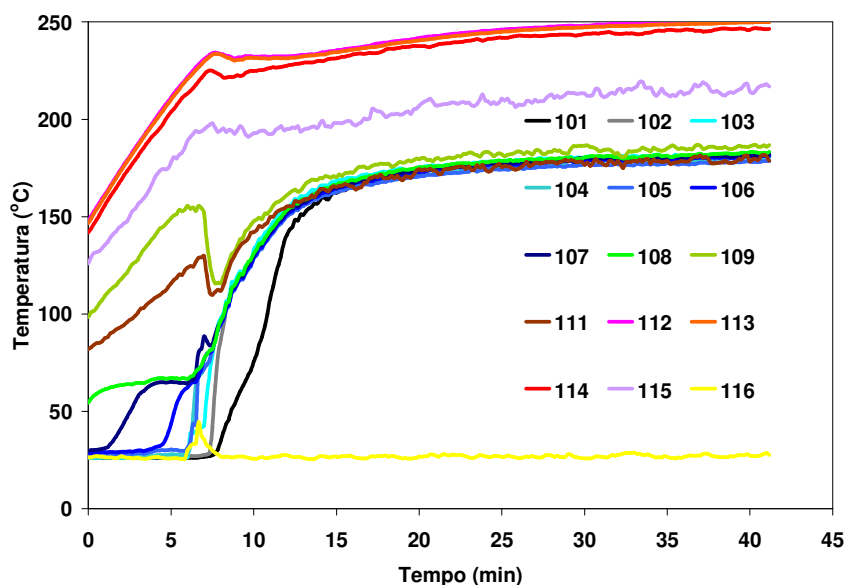


Figura 7. Distribuição de temperatura em função do tempo para o teste realizado com a potência de 300 W.

A Fig. 8 mostra o comportamento do termossifão para o teste realizado com a potência de 400 W. Observa-se, além do aumento da temperatura de funcionamento do sistema, que as curvas referentes às temperaturas dos termopares situados no termossifão tendem a uma maior aproximação (diferença máxima de cerca de 10° C), quando comparadas aos comportamentos constatados nos testes realizados com potências de valores inferiores. Segundo a literatura (Vasiliev *et al*, 1988), para aumentar a capacidade do evaporador pode ser realizado um procedimento nos quais os resíduos de gases não condensáveis com o vapor de naftaleno são eliminados através de uma válvula situada no condensador.

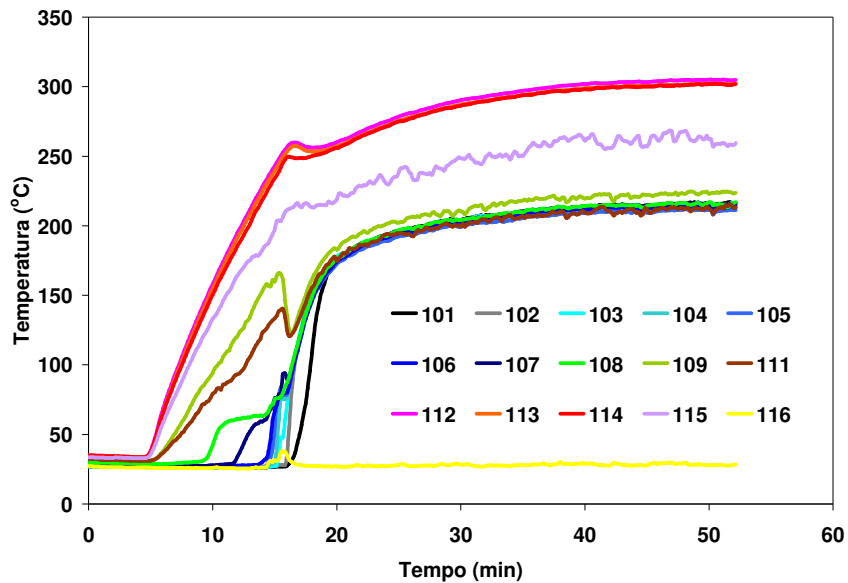


Figura 8. Distribuição de temperatura em função do tempo para o teste realizado com a potência de 400 W.

O teste utilizando 500 W, Fig. 9, apresentou maior homogeneidade térmica no condensador, deixando claro que para o termossifão usado foi a melhor potencia de trabalho utilizada. Nesta figura estão mostradas as curvas de aquecimento (“start up”) e de resfriamento, quando a potência térmica imposta é retirada. A Fig. 10(a) mostra um detalhamento da subida da frente de calor, enquanto a Fig. 10(b) a descida. Observa-se nestas figuras que, da mesma forma que acontece o aquecimento, onde as temperaturas aumentam sequencialmente a medida em que o vapor alcança maior extensão ao longo do tubo, no resfriamento, as temperaturas vão retornando uma a uma ao nível da temperatura ambiente, a medida em que o tubo vai se resfriando. O primeiro termopar do condensador a registrar um aumento significativo de temperatura é o mesmo a registrar o último decaimento significativo quando o calor deixa de ser imposto ao sistema.

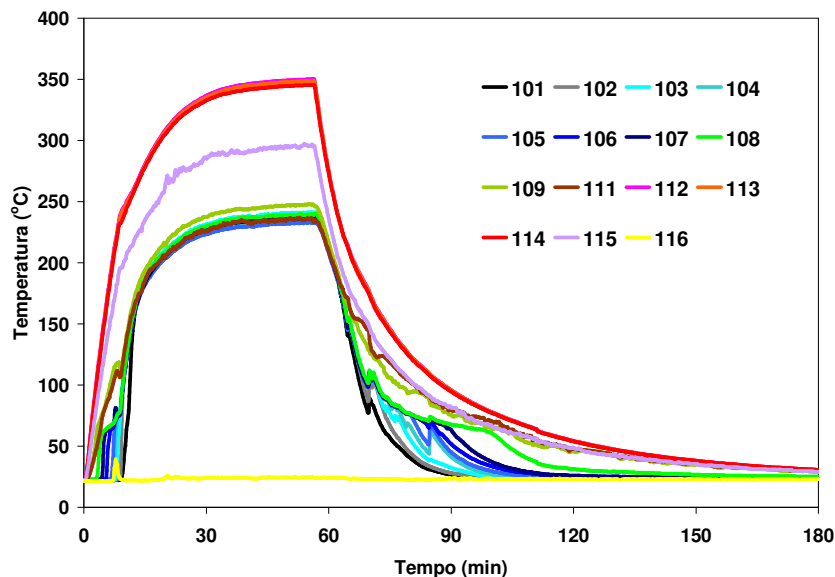


Figura 9. Distribuição de temperatura em função do tempo para o teste realizado com a potência de 500 W.

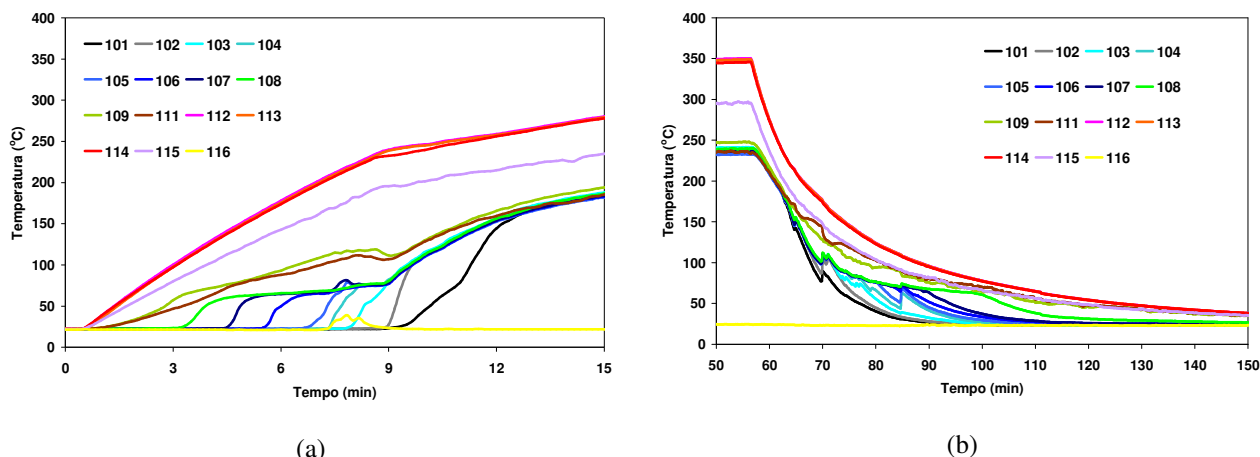


Figura 10. Detalhamento da rampa de aquecimento e resfriamento para o teste realizado com a potência de 500 W.

Para comparação entre os testes realizados, foi calculada a média de todos os termopares instalados no condensador, do 101 a 111, e construído um gráfico comparando estes valores, mostrado na Fig. 11. Com isto percebe-se que a temperatura média do condensador aumenta com o aumento da potência térmica, já que a frente de aquecimento consegue atingir os pontos superiores do termossifão e tornar as curvas de temperatura homogêneas eliminando o comportamento transitório apresentado para as potências 200 W ou menores.

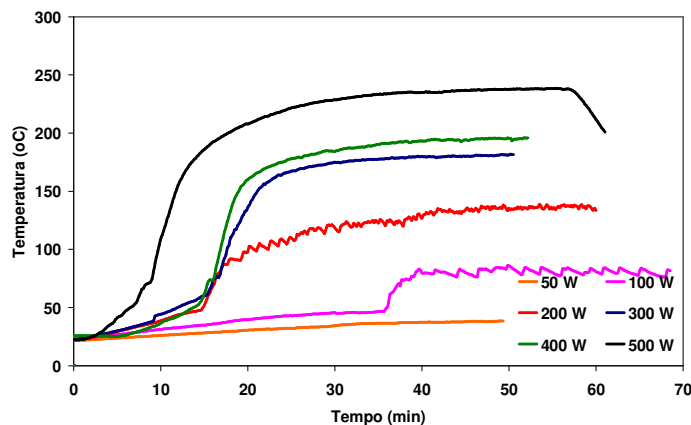


Figura 11. Comparação entre as temperaturas médias do condensador para os diversos ensaios realizados

4. Conclusões

O estudo realizado mostrou a possibilidade da utilização do naftaleno como fluido de trabalho em termossifões de temperatura intermediária. Observou-se que o aumento da potência fornecida na região do evaporador diminui o efeito de “slug flow” e melhora a eficiência do sistema. Um fator limitante para testes em potências superiores às estudadas foi o tipo de material no qual o tubo é constituído. O material vítreo utilizado não resiste a pressões muito elevadas, comparado aos materiais metálicos comumente utilizados na construção de termossifões (aço inox, ferro carbono). Pela mesma razão, os resultados foram considerados bastante satisfatórios, pois o vidro não é um bom condutor de calor em comparação a esses metais.

O estudo realizado também proporcionou a constatação de alguns problemas relacionados à operação de termossifões utilizando naftaleno, que serão alvos de estudos futuros nessa direção. Como exemplo, pode-se citar a questão da presença de gases não condensáveis. Para tal pesquisa será necessário um tempo de ensaio superior a 2000 horas, no sentido de estudar a formação de gases não condensáveis, a degradação do naftaleno e de seus contaminantes. O comportamento térmico do início de operação também deve ser objeto de futuras investigações, pois os fenômenos físicos observados podem representar uma severa limitação ao uso de termossifões com naftaleno como fluido de trabalho em equipamentos para a indústria.

5. Referências Bibliográficas

Anderson, W. G., Angirasa, J. H., Me, D., 2004, “Evaluation of heat pipe working fluids in the temperature range 450 to 700 K”, Space Technology and Applications International Forum - STAIF, Albuquerque, NM.

Devarakonda, A., Olminsky, J. K., 2004, "An Evaluation of Halides and Other Substances as Potential Heat Pipe Fluids", 2nd International Energy Conversion Engineering Conference, Providence, Rhode Island.

Devarakonda, A., Anderson, W. G., 2005, "Thermo-physical Properties of Intermediate Temperature Heat Pipe Fluids", Space Technology and Applications International Forum - STAIF, Albuquerque, NM.

Goldstein, R. J., Cho, H. H., 1995, "A Review of mass transfer measurements Using naphthalene sublimation", Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 10, pp. 416-434.

Kosoy, B., 2004, "Kirk-Othmer Encyclopedia of Chemical Technology", Ed. John Wiley & Sons.

Mantelli, M. B. H. ; Martins, G. J. ; Reis, F. ; Zimmerman, R. ; Rocha, G. K. L. ; Landa, H. G. . Experimental Study of Vertical Thermosyphons for Industrial Heat Exchanger Applications. In: 13th International Heat Pipe Conference, 2004, Shanghai, 2004.

Milanez, F. H. ; Mantelli, M. B. H. . A New Methodology for Measuring Heat Transfer Coefficients-Application to Thermosyphon Heated Enclosures. In: 13th International Heat Pipe Conference, 2004, Shanghai, 2004.

Perry, H. R., Green, D.W. "Perry's Chemical Engineers' Handbook", 1997, Ed. McGrawHill, New York, 7ed.

Pioro, L. S., Pioro, I. L. 1997, "Industrial Two-phase Thermosyphons", Ed. Begell house, New York, Estados Unidos da América, 288p.

Rohsenow, Hartnett, Cho, 1998, "Handbook of Heat Transfer", 3 ed.

Vasiliev, L.L., Volokhov, G.M., Gigevich, A. S., Rabetskii, M. I., "Heat pipes based on Naphthalene", 1988, Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal, Vol. 54, No.6, pp.934-938.

STUDY OF THE VIABILITY OF THE USE OF NAPHTHALENE AS WORKING FLUID IN THERMOSYPHONS

Márcia B. H. Mantelli

Federal University of Santa Catarina
Mechanic Engineering Department
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
marcia@emc.ufsc.br

Cláudia T. Kniess

Federal University of Santa Catarina
Mechanic Engineering Department
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
kniess@labsolar.ufsc.br

Geraldo J. M. Martins

Federal University of Santa Catarina
Mechanic Engineering Department
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
geraldo@labsolar.ufsc.br

Gustavo Verdieri

Federal University of Santa Catarina
Mechanic Engineering Department
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
verdieri@labsolar.ufsc.br

Charles Nuremberg

Federal University of Santa Catarina
Mechanic Engineering Department
Campus Universitário – Trindade – Florianópolis – SC
CEP: 88040-900
charles@labsolar.ufsc.br

Abstract

The heat pipe is a high efficient device for the transmission of high heat fluxes through a considerable distance with small temperature differences. The thermosyphons are different of the heat pipes only due the absence of the porous structure. They posses three distinct regions, the evaporator where the heat is injected, the adiabatic section in which, theoretically, there is no heat transference between the pipe and the outsides, and the condenser where the heat is rejected. This pipe is evacuated and filled with a volume of work fluid. These thermosyphon characteristics makes it each time more used in many diverse industrial and commercial applications, for example, as heat recovery device in bakery ovens.

Several papers describe the use of water as working fluid in thermosyphons. However, the use of water is recommended for low temperatures, around 300°C. Liquid metal are recommended for high temperatures (450-1200°C), thus evidences the importance of the study of the working fluid for intermediate temperatures (300-450°C). At this context, the present paper explores the viability of using the naphthalene as working fluid for intermediate temperature thermosyphons. The physic-chemistries properties of the naphthalene and the preliminary assays, presents its potential as working fluid at the needed conditions.

Keywords: thermosyphons, working fluid, naphthalene, intermediate temperature.

MODELAGEM MATEMÁTICA DA SECAGEM DE MADEIRA EM ESTUFAS - FASE DE AQUECIMENTO

Laudelino Pontes Fernandes

Universidade Regional do Noroeste do Rio grande do Sul.
Instituto de Ciência, Tecnologia e Saúde, Santa Rosa, RS.
CEP – 98.900-000, laudef@brturbo.com.br

Valdeci José Costa

Universidade do Planalto Catarinense.
Departamento de Ciências exatas e Tecnológicas. Av. Castelo Branco, 170.
CEP – 88509-900, valdeci@uniplac.net

Gilberto Carlos Thomas

Universidade Regional do Noroeste do Rio grande do Sul.
Instituto de Ciência, Tecnologia e Saúde, Santa Rosa, RS.
CEP – 98.900-000, gcthomas@uol.com.br

Resumo. Foi efetuado um estudo numérico experimental com o objetivo de simular a fase de aquecimento de uma tábua de madeira exposta a diferentes temperaturas ambientais, estando ela seca ou verde. Experimentalmente foram efetuados testes a temperatura de 80, 90 e 100 °C em uma estufa com capacidade para 0,25 m³. O aquecimento é elétrico e a circulação de ar ocorre apenas por convecção natural. Por intermédio de termopares foi monitorada a temperatura em um ponto central da tábua. Para a tábua seca, em 35 minutos o ponto central atingiu a temperatura de 56 °C, enquanto que para a tábua verde este tempo subiu para mais de 5 horas. Numericamente foi resolvido o problema térmico e fluidodinâmico usando o software comercial CFX. Foi utilizada uma geometria hipotética que em seu design se aproxima significativamente de uma estufa real. Os principais fenômenos envolvidos no processo de transferência de calor e massa foram considerados. Foi modelado um escoamento com swirl nos dutos de entrada de ar quente, com o objetivo de simular a presença de ventiladores no interior da estufa. Mesmo utilizando este swirl, os resultados numéricos apresentam boa concordância com os resultados experimentais apenas nos primeiros 70 minutos. Este fato ocorre devido a variação das propriedades físicas, principalmente a difusividade térmica.

Palavras chave: Secagem de madeira, medida fitossanitária, simulação numérica, validação experimental.

1. Introdução

A secagem da madeira é um dos processos mais importantes na fase de industrialização da mesma. A agregação de valor pela secagem adequada tem sido alvo de pesquisa ao longo dos anos. Sua secagem apresenta importantes vantagens (Keine, 1997):

- Substancial redução de peso, com conseqüente redução nos custos de transporte;
- Aumento da resistência a fungos, bolores e insetos;
- As contrações que acompanham o processo de secagem ocorrem antes dela ser transformada em seu produto final;
- Melhora suas propriedades mecânicas, facilita a união com pregos, parafusos ou colas, favorece o recebimento de pinturas e outros acabamentos;
- Passa a ser isolante térmico e elétrico;
- Pode ser facilmente torneada, fresada, lixada, etc.

No passado acreditou-se que o plástico iria substituir os artefatos de madeira, contudo nunca se produziu tanta madeira serrada (Keine, 1997). Neste cenário sua rápida transformação de árvore em produto final deve ser cada vez mais exigida. Por isto a utilização da secagem artificial via emprego de estufas tem recebido especial atenção e aplicação de vultosas somas por parte das indústrias madeireiras da região serrana. A secagem a céu aberto além de requerer um longo tempo, de várias semanas, e exigir grandes espaços físicos, expõe a madeira ao ataque de fungos que iniciam o processo de deterioração das camadas mais externas, produzindo manchas e outros problemas que reduzem o valor comercial das peças atacadas.

Até o momento existem vários problemas relativos ao processo de secagem artificial controlada que ainda não foram resolvidos adequadamente. Ocorre que, tanto a fabricação das estufas, quanto seu uso pelas empresas, são efetuados tendo como base o conhecimento empírico adquirido pela prática dos técnicos envolvidos na operação da secagem. O tempo de secagem, grandeza fundamental no processo, é estabelecido empiricamente e tem sido motivo de discussão. Outra variável importante é a circulação de ar dentro da estufa. Os efeitos convectivos provocados pelas correntes de ar afetam diretamente a velocidade do processo de secagem, por isto merecem atenção e estudo.

As dificuldades de um estudo aprofundado no processo de secagem residem na complexidade e acoplamento de fenômenos físicos importantes: transferência de calor e massa na superfície da madeira, difusão da umidade no interior da extensa rede porosa, anisotropia da madeira, altas razões de permeabilidade, além de outros (Turner e Ferguson (I), 1995). Paralelamente, as dificuldades ligadas à modelagem do processo exigem alto grau de conhecimento das equações matemáticas que descrevem acopladamente estes fenômenos.

O trabalho teórico de Johansson et al. (1997) está focado na secagem de cavacos de madeira com ar e vapor superaquecido. Um estudo comparativo é realizado. A utilização do vapor superaquecido apresenta algumas vantagens: incremento na eficiência energética total pela possibilidade de reutilizar o calor latente de evaporação; a “ausência” de oxigênio elimina os riscos de explosões e vapor e é de mais simples controle do que ar quente. Por outro lado existem problemas quando aparecem materiais sensíveis ao vapor superaquecido; aparecem dificuldades na obtenção de um baixo grau de umidade e uma condensação inicial que pode aumentar o tempo total de secagem. Seus resultados mostram que a secagem via ar quente apresenta uma significativa vantagem sobre a secagem via vapor superaquecido. Este trabalho não faz nenhuma referência à aplicação da metodologia apresentada ao caso da secagem de tábuas de madeira.

Já Turner e Ferguson (I) (1995) desenvolveram um modelo matemático aplicável à secagem de tábuas de madeira. Na sua primeira parte, o modelo foi simplificado para o caso de um material poroso isotrópico. Foi então resolvido numericamente usando uma técnica conhecida como UM-CV: volume de controle com malha não estruturada com avaliação no centro da célula. Foram utilizados os modelos com dois nós e quatro nós, e foi estabelecida uma comparação entre os dois casos, com relatos sobre vantagens e desvantagens de um sobre o outro. O modelo matemático utiliza equações diferenciais parciais de conservação da massa de água, energia total, massa de ar, fluxo gasoso, de líquido livre, de líquido confinado, de vapor e de ar, temperatura e pressão. Estas equações são bastante complexas e altamente não lineares, pois a física do problema, é um processo de difícil compreensão, contudo necessárias ao intuito de elucidar os fenômenos de transporte que ocorrem durante a secagem.

O principal objetivo de Turner e Ferguson (I) (1995) foi estender a técnica SM-CV a malhas não estruturadas, com elementos ou volumes de controle da malha consistindo em perfis poligonais de ordem superior. Uma das vantagens do código que adota esta filosofia é a capacidade em trabalhar com geometrias complexas e, pelo uso de um maior número de faces no volume de controle, a conservação dos fluxos é mais precisa. O principal benefício do uso de volumes de controle é que o método numérico é conservativo, não somente no domínio de cálculo, mas em cada volume de controle do domínio computacional. Isto facilita, após a convergência, a conservação no balanço de massa e energia.

De acordo com Turner e Ferguson (I) (1995), foi necessário analisar o transporte de líquido e gás através do meio, bem como prever tempo, análise da distribuição de umidade, temperatura, pressão, capacidade térmica e capilaridade do meio poroso, para com isto, conseguir resultados adequados.

Turner e Ferguson (II) (1995) fazem uma complementação do estudo iniciado com método quatro nós em um meio anisotrópico, aplicando o referido método para um meio anisotrópico, especificamente a secagem de madeira. Nesta segunda parte da pesquisa, eles constataram que o processo exige rígidas condições numéricas para sua operacionalização, devido ao excessivo gradiente de umidade causado pela alta temperatura, condição aplicada para problemas complexos. As dificuldades encontradas para secagem de madeira, são pelo fato de ser esta composta por uma estrutura higroscópica, isto é, possui um alto grau de anisotropia tendo uma razão entre o fluxo transversal e longitudinal de permeabilidade da ordem de 10^2 a 10^4 . Também, o caso das contrações provocadas pelo gradiente de pressão, e pelo gradiente de umidade durante a secagem, é causa de empenamentos e rachaduras. Estes fatos indicam a exigência de uma formulação numérica flexível e conservativa, capaz de ser implementada em geometrias complexas e permitir a simulação da distribuição do stress interno, requisitos necessários para material anisotrópico.

No trabalho de Turner e Ferguson (II) (1995), foi usada uma técnica SM-CV (structured mesh control volume) para volume de controle em malha estruturada, aplicando-a na secagem de madeira. Segundo os autores, os resultados foram precisos e eficientes usando uma malha retangular refinada. As condições iniciais e de contorno foram as mesmas do trabalho (I). Como conclusão, os mesmos citam que a formulação quatro nós proporciona uma precisa representação dos fluxos nas faces do volume de controle para o material anisotrópico; entretanto, gera um elevado esforço computacional na geração dos coeficientes das matrizes do sistema. A orientação dos elementos dentro da malha pode ter impacto na convergência da solução. Pois os elementos das faces dos eixos paralelo e longitudinal oferecem melhores propriedades de solução.

Perré et al. (1999) desenvolveram um modelo matemático com solução 2-D para secagem com vaporização interna de um meio anisotrópico. Este modelo já está mais envolvido com a física do problema. Contudo, algumas hipóteses são adotadas de modo a possibilitar a descrição do campo de pressões por uma expressão analítica. Desta forma o modelo obtido é semi-analítico. Também são resolvidas: a equação da energia e equação para migração líquida. Outras hipóteses simplificadoras são adotadas de modo a facilitar ainda mais a solução do problema.

Segundo Perré et al. (1999), a condução de calor e transferência de massa ocorre durante a secagem com vaporização interna, o qual envolvem mecanismos físicos complexos, juntamente com sistemas de equações não lineares resolvidos por método numérico computacional, cujos modelos existem na literatura. Geralmente os modelos encontrados são de difícil uso devido sua complexidade, e a maior problemática é a falta de conhecimento com certa profundidade, relativo ao processo, pois a maioria dos trabalhos relatados é de dados obtidos de forma empírica.

Portanto não existem reais evidências de uso compreensivo de modelos experimentais adequados a uma formulação geral expressa para a escala completa do processo de secagem.

Awadalla et al. (2004) desenvolveram um modelo matemático para otimização da secagem de madeira à base de energia solar. É efetuada análise numérica e experimental. No desenvolvimento do modelo são empregadas algumas hipóteses. As estantes no interior da câmara de secagem de madeira são divididas em (m) colunas, em direção ao fluxo de ar. Para cada coluna, cada tabua é dividida em (n) segmentos da superfície para o centro, enquanto o volume de ar da secagem entre as tabuas nas colunas é dividido em dois segmentos. A mudança de temperatura e umidade da madeira em cada coluna é unidimensional, pois a espessura é pequena se comparada com a largura da tabua. A mudança de temperatura do ar seco entre as tabuas na estante é unidimensional na direção do fluxo, enquanto é constante em cada coluna. A energia específica de coesão da água da madeira pode ser desprezada. A taxa do fluxo de ar seco é uniformemente distribuída entre as tábuas, isto é, o volume do fluxo de ar entre as tabuas é o mesmo. A densidade do ar usado na secagem em cada coluna é constante. A temperatura do ar em cada coluna é igual, supostamente, à temperatura do ar de secagem nesta coluna no passo precedente de tempo. A temperatura inicial da madeira é constante e igual à temperatura ambiente. Como a espessura da madeira é pequena se comparada à sua largura, a condução de calor e transferência de massa nas laterais pode ser negligenciada.

Com estas hipóteses, Awadalla et al. (2004) desenvolveram vários experimentos, mostrando a viabilidade do modelo, contudo, o tempo necessário obtido, para que o processo de secagem ocorra, é demasiado longo: em torno de 15 dias.

Um detalhado estudo da transferência de umidade na secagem a altas temperaturas de partículas de madeira foi desenvolvido por Di Blasi (1998). A formulação matemática é unidimensional e resolve equações de conservação da energia, massa e quantidade de movimento para as fases sólida, líquida e gasosa. O fenômeno do transporte de umidade inclui convecção e difusão de vapor d'água, convecção de água por capilaridade nos poros da partícula e difusão da água retida no interior da madeira sólida. Outras considerações de natureza física ainda são efetuadas. O sistema de equações obtido é resolvido por um método semi-implícito.

O estudo realizado por Di Blasi (1998) é efetuado com o objetivo de avaliar as aplicações da conversão de biomassa no campo termoquímico. Segundo ele, a dinâmica de evaporação e transporte da umidade na matriz sólida da madeira ainda não está bem esclarecida, mesmo do ponto de vista qualitativo.

Todas as equações e condições de contorno que compõem o modelo são descritas como constituindo um problema bem-posto. A discretização das mesmas é efetuada por um método semi-implícito de diferenças finitas. Outros detalhes de natureza numérica também são descritos. Um estudo paramétrico é realizado e seus resultados são avaliados qualitativamente para altas temperaturas, em torno de 600 K. Uma validação é realizada a partir de dados experimentais de outro autor e segundo ele, a concordância é boa.

Pang (2002) testou três modelos matemáticos diferentes para simular a secagem de madeira em estufas. Um modelo para única tábua, outro aplicado a uma estufa e um terceiro que considera o stress aplicado à madeira durante as trocas de calor e massa com o meio. Ele conclui que massa específica, conteúdo de umidade e outras propriedades físicas desempenham papel fundamental no controle do processo de secagem. Paralelamente padrões de serragem, velocidade do ar secante, o formato das pilhas, a espécie da madeira também exercem influência no resultado do processo.

Como pode ser observado, além de escassos, os trabalhos ligados a simulação do processo de secagem da madeira, apresentam limitações ligadas tanto a física do problema quanto a especificidades da própria pesquisa realizada, e também das dificuldades de natureza computacional. Por isto estabelecer modelos matemáticos mais realísticos e confiáveis, e que estejam suportados pela experimentação, é de grande interesse para a comunidade científica e para a indústria que ainda não possui grandes ferramentas computacionais que possibilitem simular virtualmente a secagem da madeira.

Com relação à experimentação, certo fato tem preocupado estes autores: a publicação de uma resolução da FAO (Food and Agricultural Organization) estabelecendo a temperatura de secagem suficiente para eliminar organismos vivos no interior de uma peça de madeira (ISPMS nº 15, 2002). Ocorre que no Brasil, não existe ou não é do conhecimento destes pesquisadores, literatura que justifique ou disserte acerca deste fato. Contudo, esta resolução foi simplesmente endossada pelo Ministério da Agricultura, o qual editou norma (IN04/2004), não só confirmando como também determinando que a temperatura no ponto central de qualquer peça de madeira deve ser de no mínimo 56 °C durante pelo menos 30 minutos. Esta necessária medida fitossanitária deve eliminar vários insetos presentes na madeira, também listados pela referida norma, e certo tipo de nematóide. Porém, não existe certeza de que para madeiras produzidas e industrializadas no Brasil, tal medida realmente venha a atingir o objetivo proposto. Diante do exposto, tornou-se objetivo deste grupo, investigar, paralelamente a outras metas, se este procedimento é eficaz para as espécies *Pinus sp.*, ao mesmo tempo em que se estabelecem testes experimentais de comportamento térmico das peças com o objetivo de validar o código numérico.

2. Procedimento experimental

Foram realizados vários testes experimentais de secagem de madeira em duas estufas distintas. A primeira é uma estufa com aquecimento elétrico, de fabricação da DELEO Cia Ltda, com dimensões: 1 m de largura, 70 cm de comprimento e 90 cm de altura. Sua capacidade é de aproximadamente 0,25 m³ de madeira gradeada. Sua temperatura

pode variar de 70 °C até 300 °C. Foram realizados 4 ensaios com tabuas secas e três com tabuas úmidas; todas com dimensões de 2,5 cm X 15 cm X 40 cm. Em um dos ensaios foram colocadas simultaneamente duas tábuas na estufa: uma seca com teor de umidade de 16,8 % e uma verde com teor de umidade acima de 60 %. Neste caso a temperatura da estufa foi regulada para 100 °C. Os demais dados experimentais foram obtidos sempre para uma peça. Para a madeira seca o teor médio de umidade variou entre 14,2 % e 16,8 % e para a madeira verde a umidade permaneceu em torno de 60 %. Os experimentos foram conduzidos para temperaturas da estufa iguais a 80 °C, 90 °C e 100 °C.

Em cada uma das peças foi feita uma perfuração central onde foi acoplado um termopar. Através de equipamento fabricado pela MARRARI foi monitorada a temperatura no centro de cada peça. Este equipamento foi fabricado com o objetivo de monitorar a temperatura no centro das peças como forma de controle fitossanitário estabelecido pela NINF-15. A temperatura no interior da estufa foi monitorada por três termopares estrategicamente dispostos. Os registros foram feitos a cada cinco minutos.

Outros dados também foram obtidos de uma estufa experimental fabricada pela CONTRACO. Seu aquecimento é efetuado pela queima de gás GLP e tem capacidade para 2 m³. Foram aquecidas simultaneamente duas tábuas: uma seca com teor de umidade de 16,2 % e outra verde, com teor de umidade em torno de 60 %; ambas com dimensões de 2,5 cm X 15 cm X 2,5 m. A temperatura ambiente foi fixada em 90 °C por um período de 9 horas. A temperatura interna das peças foi monitorada pelo termo-medidor da MARRARI, enquanto que umidade, temperatura de bulbo seco e temperatura de bulbo úmido foram registradas e controladas pelo CLP da estufa.

As peças de madeira seca foram obtidas em ponto de venda da região após longo período de exposição ao sol e guardadas posteriormente em barracão coberto. As peças de madeira verde foram obtidas logo após a serragem, foram embaladas e armazenadas em ambiente devidamente climatizado.

2. Formulação numérica

O modelo matemático foi estabelecido em função das equações já disponíveis no software comercial CFX, o qual foi utilizado em todas as simulações. Algumas expressões foram estabelecidas via aproximação polinomial a partir dos dados experimentais obtidos nas estufas do CCET (Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas).

Para o fluido foram resolvidas equações de conservação da massa, momento e energia; 3D, transiente e turbulento. Para a fase sólida somente a equação da energia é resolvida. Formulação baseada no método de volumes finitos é empregada na solução do problema. O método é robusto, totalmente implícito, conservativo no tempo e usa a aceleração multigrid com técnica de decomposição LU para resolver o sistema de equações linearizadas. Um método iterativo resolve o sistema de equações até que o critério de convergência seja atingido.

3. Resultados e discussões

Inicialmente vamos fazer uma análise dos resultados experimentais. As Figs. 1 a 3 mostram os valores obtidos para a temperatura de madeira seca e madeira verde.

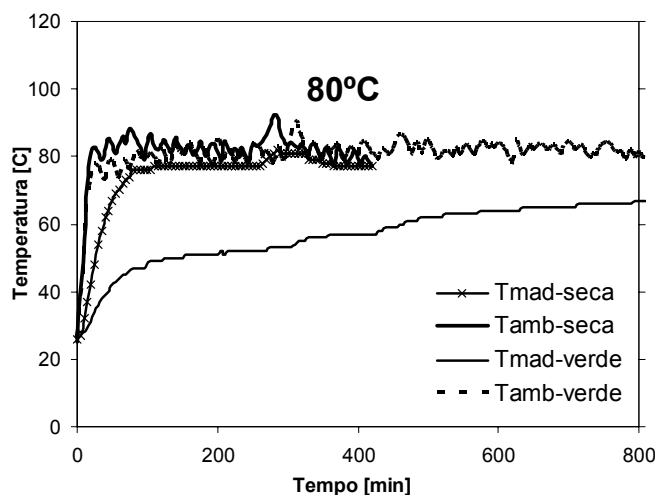


Figura 1: Comportamento da temperatura da madeira em um ponto localizado exatamente no centro da mesma, para uma temperatura ambiente de 80 °C, para madeira seca e para madeira verde.

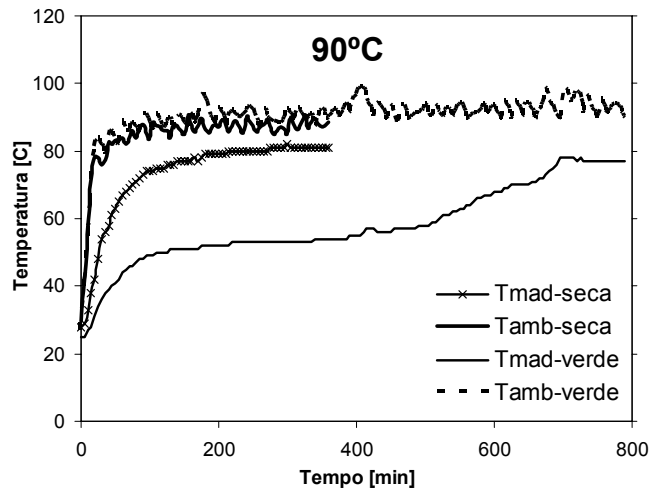


Figura 2: Comportamento da temperatura da madeira em um ponto localizado exatamente no centro da mesma, para uma temperatura ambiente de 90 °C, para madeira seca e para madeira verde.

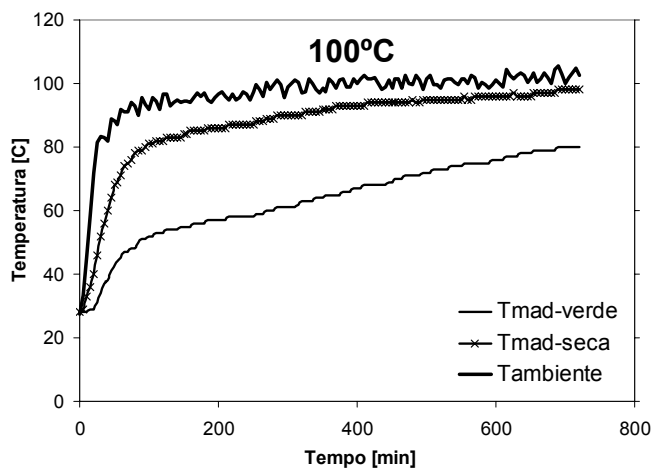


Figura 3: Comportamento da temperatura da madeira em um ponto localizado exatamente no centro da mesma, para uma temperatura ambiente de 100 °C, para madeira seca e para madeira verde.

A Fig. 1 mostra o comportamento da temperatura em um ponto central das peças para madeira verde e seca quando submetidas a uma temperatura de 80 °C. Como se pode observar, a temperatura no interior da madeira seca atinge a temperatura de 56 °C em aproximadamente 35 minutos, e temperatura igual a ambiente em 4,5 horas. Já a madeira verde leva 5,5 horas para atingir 56 °C em seu ponto central e somente depois de 25 horas é que se aproxima da temperatura ambiente.

A Fig. 2 mostra o comportamento da temperatura em um ponto central das peças para madeira verde e seca quando submetidas a uma temperatura de 90 °C. Como se pode observar, a temperatura no interior da madeira seca atinge a temperatura de 56 °C também em aproximadamente 35 minutos, e temperatura próxima a ambiente em 4 horas. Já a madeira verde leva 5,5 horas para atingir 56 °C em seu ponto central levando mais de 20 horas para se aproximar da temperatura ambiente.

A Fig. 3 mostra os resultados obtidos para uma temperatura ambiente igual a 100 °C. A tendência é a mesma dos testes anteriores. Observe-se que a temperatura ambiente plotada é a mesma para ambos os casos. Isto foi empregado, pois para 100 °C os testes foram realizados com duas peças, uma seca e uma verde. Em todos os gráficos foram apresentados os valores médios das temperaturas obtidas para o ambiente.

Com relação aos resultados obtidos, inicialmente pensou-se que a madeira verde deveria apresentar taxas mais rápidas de aquecimento. Uma intensa revisão bibliográfica foi realizada para elucidar esta situação, onde se constatou que existe uma intrínseca relação de dependência entre a condutibilidade térmica, massa específica e calor específico.

Esta relação é representada por uma grandeza física chamada difusividade térmica; e que se explica o resultado obtido nos testes. Com o incremento da umidade existe uma significativa redução no valor da difusividade térmica. Do ponto de vista da NINF-15, comprovou-se com os experimentos realizados que são necessários aproximadamente 35 min para que o ponto central da tábua seca atinja a temperatura de 56 °C estabelecida como temperatura fitossanitária pela referida medida. Note que o tempo estabelecido não mostrou grande dependência com a temperatura.

O estudo numérico foi realizado para várias configurações de estufas e diferentes condições iniciais. Os resultados mais significativos serão expostos aqui. A Figura 4(a) ilustra uma estufa em miniatura proporcional a uma estufa real, na qual vários testes foram realizados. A Figura 4(b) mostra as linhas de corrente obtidas para uma velocidade de 30 m/s na região de entrada. Com isto um número de Reynolds da ordem de 10^5 foi obtido. Este valor é extremamente alto se comparado a valores reais. Contudo um dos objetivos deste trabalho é conseguir resolver o problema para condições bastante severas. Melhoria das condições de contorno da pressão, temperatura e controle do passo no tempo, propiciaram a convergência. Um procedimento já conhecido foi utilizado: primeiro foi resolvido o campo fluido-dinâmico nos primeiros 10 s de simulação. Uma vez estabelecidos os perfis de velocidade, os resultados obtidos foram utilizados como dados de entrada para uma nova simulação com tamanho de passo no tempo igual a 10 min e o problema de transferência de calor também foi resolvido.

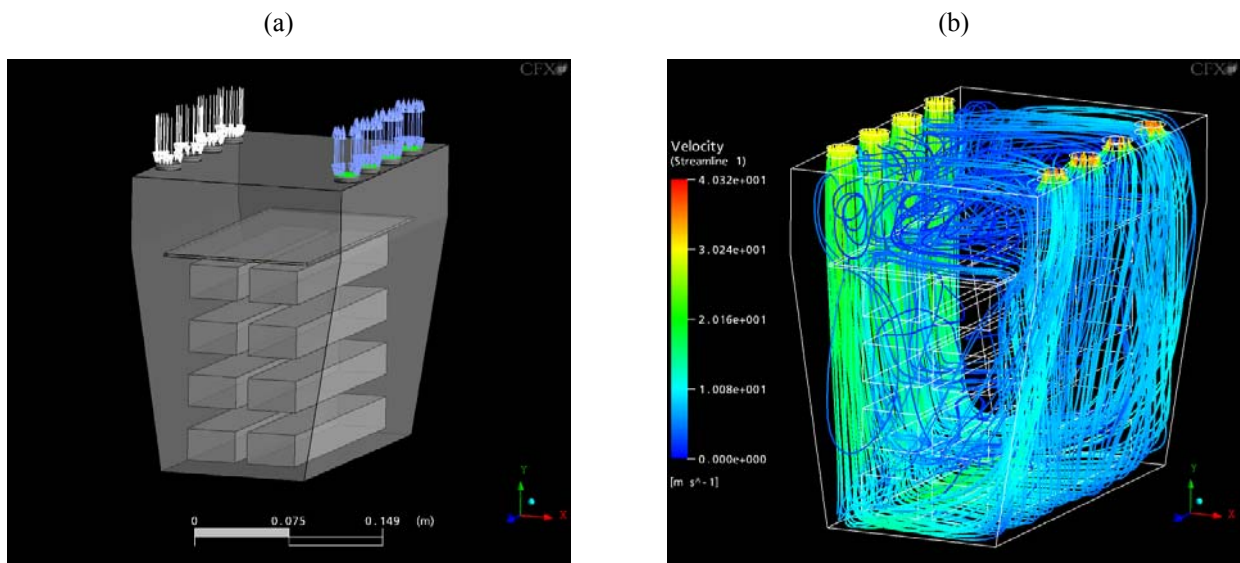


Figura 4: (a) Estufa em miniatura com oito tábuas em seu interior. Os dutos de entrada estão indicados com as setas brancas e os dutos de saída com as setas azuis. (b) Linhas de corrente para uma velocidade de 30 m/s na entrada da estufa com temperatura do ar igual a 80 °C.

Mediante inspeção da Fig. 4(a) pode-se verificar o comportamento do escoamento entre as peças de madeira. Como a velocidade é bastante alta, as linhas de corrente se concentram na parte inferior da estufa, otimizando as trocas de calor nesta região.

As Figuras 5 e 6 mostram a temperatura no interior das tábuas e do escoamento em uma seção transversal, para 0,1 s; 0,2 s; 0,4 s; 1 s; 5 s; 10 s; 10 min e 10 s; 20 min e 10 s e 30 min e 10 s. Como se pode observar a taxa de aquecimento é bastante rápida. Pode-se visualizar claramente o campo fluido-dinâmico sendo estabelecido. O nível de turbulência produzido favorece as trocas de calor, e em aproximadamente 30 minutos toda a madeira está à temperatura do escoamento. Nas Figuras 5(a) e 5(b) os níveis de flutuação podem ser facilmente visualizados. Analisando mais detalhadamente a Fig. 6(a) observa-se que o gradiente de temperatura entre as tábuas superiores e inferiores ultrapassa 25 °C. Neste caso a velocidade do escoamento e a geometria da estufa estão influenciando diretamente nos resultados obtidos.

Com o intuito de validar o modelo e simular o uso de ventiladores no interior da estufa foi implementado um “swirl” em cada entrada da mesma. Assim foi constituída a geometria mostrada na Fig. 7(a). Vários testes foram efetuados para madeira seca e madeira verde. As constantes físicas e algumas condições iniciais consideradas importantes são mostradas nas Tabelas 1 e 2. O “swirl” é produzido mediante a introdução de dois pequenos dutos laterais em cada tubo de entrada. A velocidade de entrada nos dutos laterais deve ser várias vezes maior que a velocidade axial do ar no duto cilíndrico. A interação destes dois escoamentos gera um novo escoamento com componente de velocidade tangencial. Os efeitos produzidos por esta interação são muito significativos do ponto de vista do estabelecimento do campo de velocidades dentro da estufa.

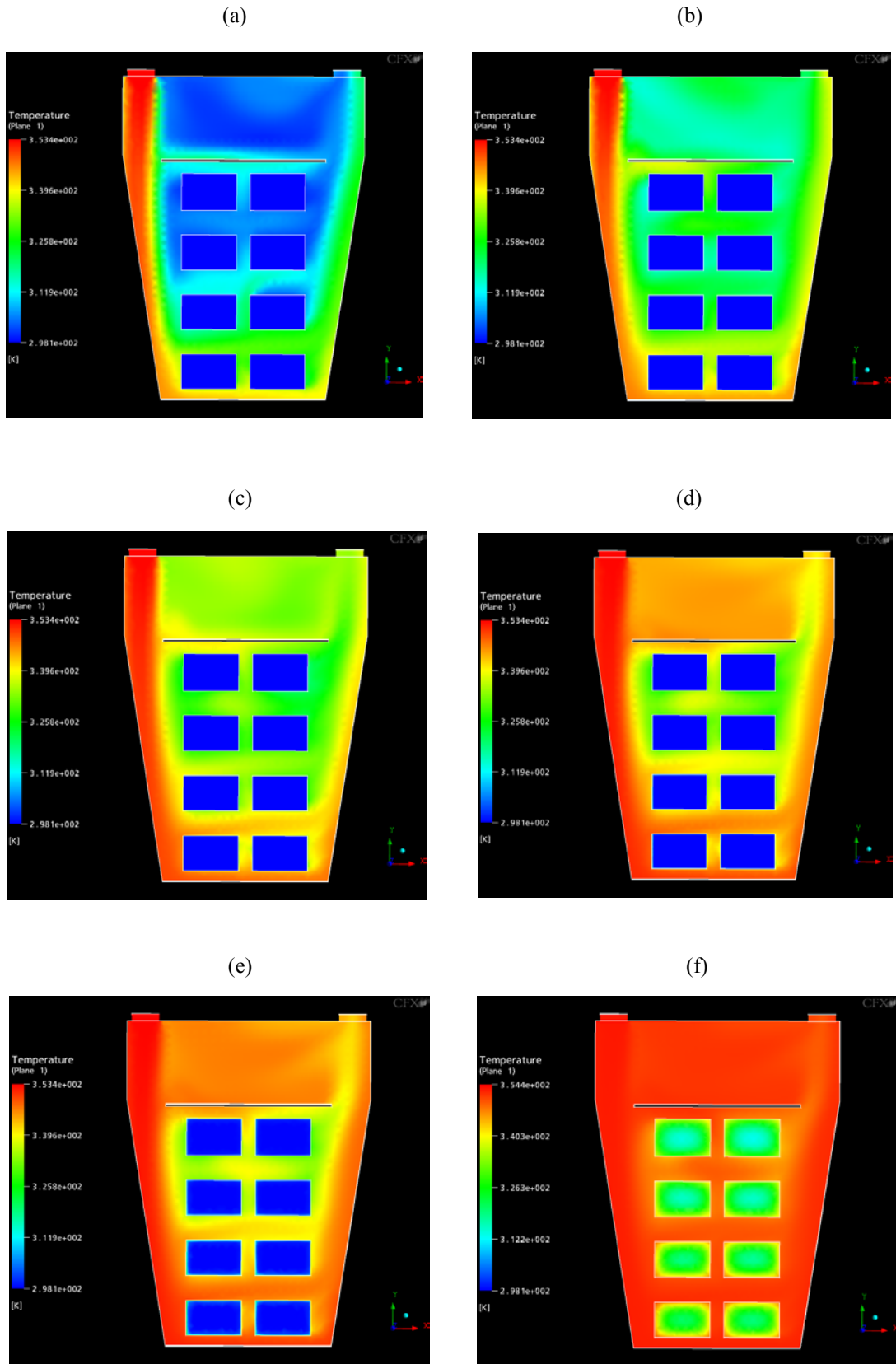


Figura 5: Distribuição de temperatura global num plano transversal à pilha de madeira: (a) 0,1 s. (b) 0,2 s. (c) 0,4 s. (d) 1 s. (e) 5 s. (f) 10min e 10 s.

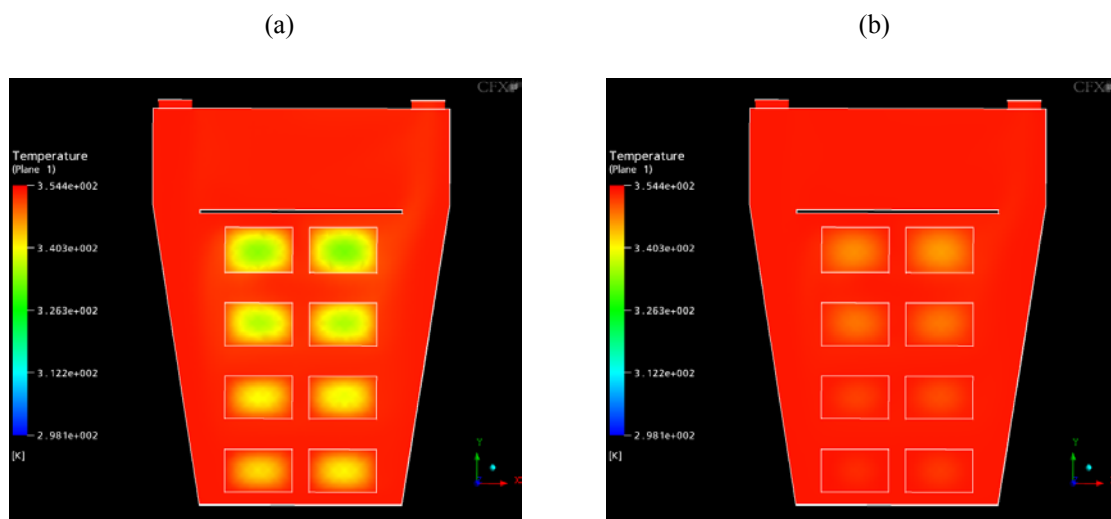


Figura 6: Distribuição de temperatura num plano transversal à pilha de madeira: (a) 20 min e 10 s. (b) 30min e 10 s.

Tabela 1: Características físicas da madeira tipo Building Board Softwood utilizada nas simulações de madeira verde.

Propriedade	Valor
Velocidade na entrada	1 m/s
Velocidade no swirl	4 m/s
Massa específica	1.143 kg/m ³
Calor específico	1.976,17 J/kg K
Condutividade térmica	0,12 W/mK
Massa molar	1 kg/kmol
Dimensões das peças	15 x 40 x 2,54 cm

Tabela 2: Características físicas da madeira tipo Building Board Softwood utilizada nas simulações de madeira seca.

Propriedade	Valor
Velocidade na entrada	1 m/s
Velocidade no swirl	4 m/s
Massa específica	510 kg/m ³
Calor específico	1380 J/kg K
Condutividade térmica	0,12 W/m K
Massa molar	1 kg/kmol
Dimensões das peças	15 x 40 x 2,54 cm

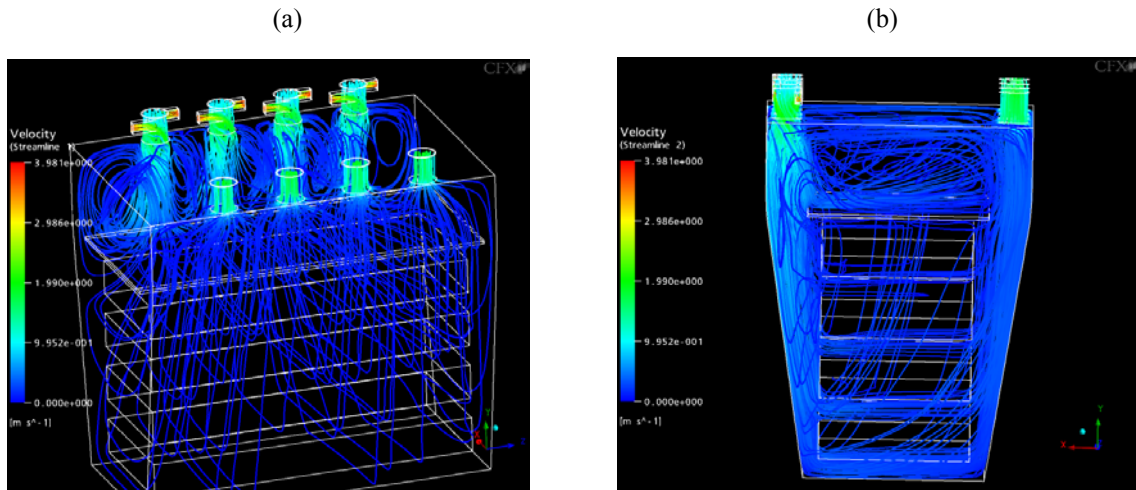


Figura 7: (a) Isolinhas de velocidade obtidas com “swirl” na entrada e temperatura do ar igual a 90 °C, depois de 0,2 s de iniciado o processo de entrada de ar quente dentro da estufa. (b) Isolinhas de velocidade depois de 6 horas de instalação do fluxo de ar a 90°C.

Os resultados obtidos para o campo fluidodinâmico com uma temperatura do ar igual a 90 °C e depois de 0,2 s de vazão de ar quente, são mostrados na Fig. 7(a). É fácil observar que são formados grandes vórtices logo na entrada da estufa. Existe até uma pequena redução nos índices gerais de velocidade, se comparadas a outros resultados anteriores. Por outro lado, mediante inspeção da Fig. 7(b), pode-se inferir que a presença do “swirl” melhora a distribuição do fluxo de ar à medida que o escoamento evolui. A distribuição da energia ocorre de maneira bastante uniforme. Por observação da Fig. 9 (a)-(f), a qual mostra a evolução do campo de temperaturas local, num plano central da estufa, no período de 15 min a 6 h depois de iniciado o aquecimento, pode-se verificar como está acontecendo a transferência de calor entre o ar quente e as peças de madeira. Os resultados encontrados contrariam a hipótese de Awadalla *et al.* (2004) em que o mesmo afirma que a transferência de calor pelas laterais da madeira pode ser desprezada. Pode-se verificar ao longo da Fig. 9 que o aquecimento evolui justamente a partir da lateral da peça. Nisto reside a importância de uma solução 3D para este tipo de problema.

Os resultados numéricos obtidos para a madeira verde não concordam com os dados experimentais (Fig. 8). Durante os primeiros 70 minutos, os resultados são muito próximos, porém, com o passar do tempo, os valores monitorados da temperatura em um ponto localizado no centro da segunda tábua da estufa mostrada na Fig. 7, tende aos valores da madeira seca. Isto implica em que os valores estabelecidos para a difusividade térmica não estão variando de maneira a simular o caso da madeira verde.

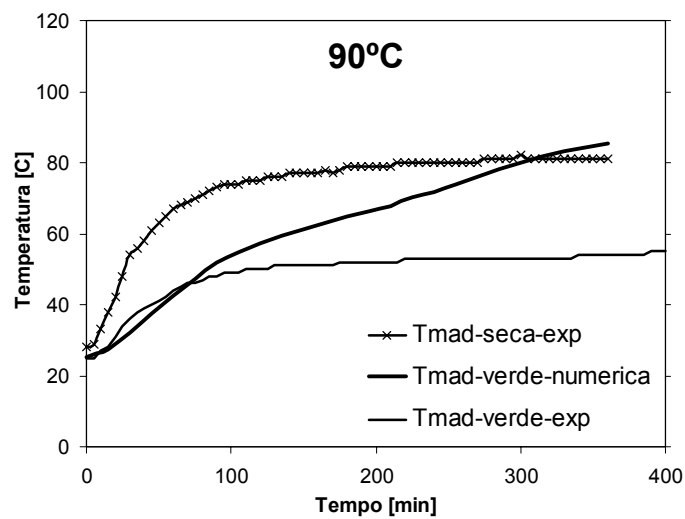


Figura 8: Comparação entre os valores obtidos experimentalmente para madeira verde e seca com os valores numéricos obtidos para a madeira verde

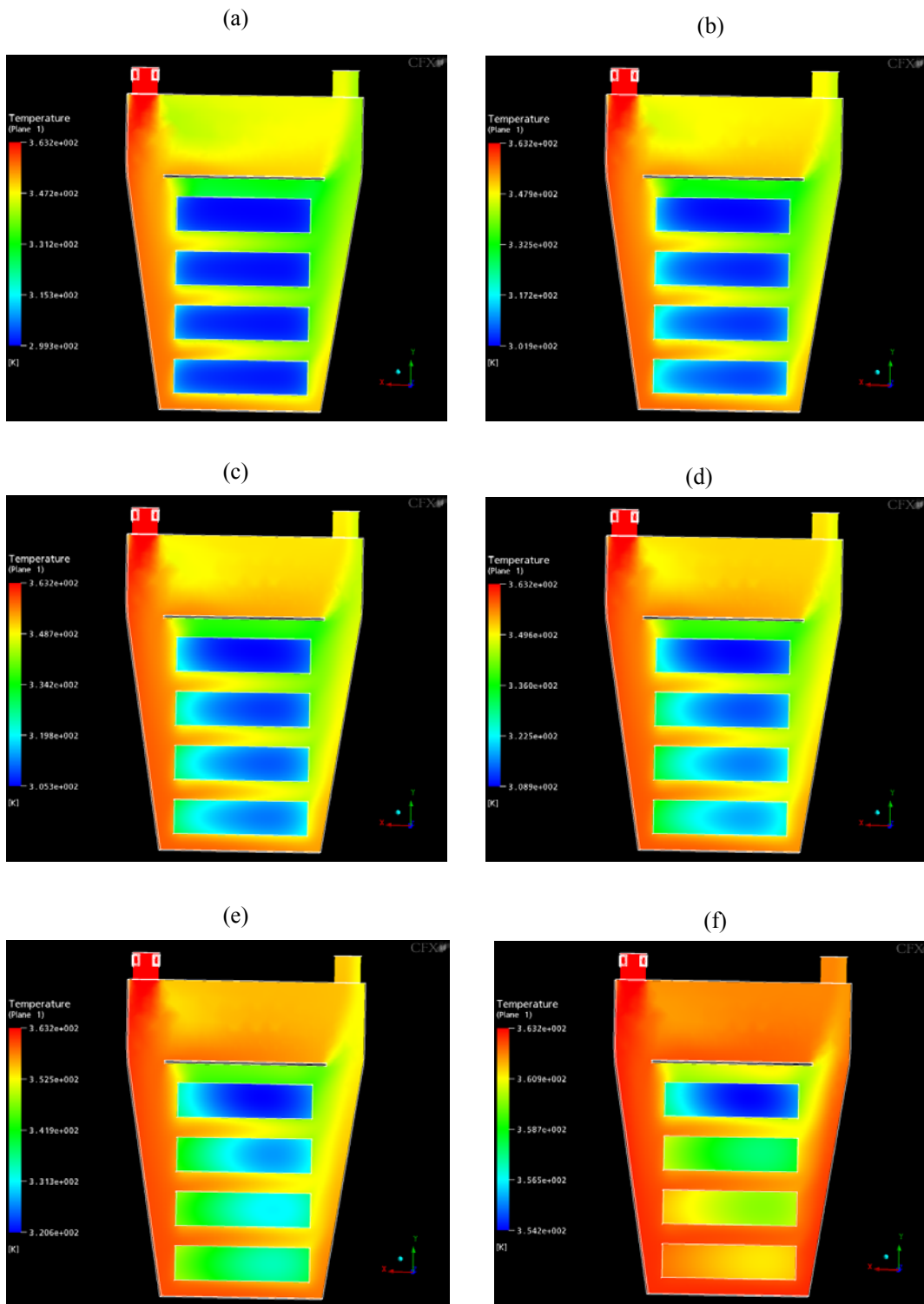


Figura 9: Distribuição local de temperatura com o tempo para: (a) 15 min (b) 30 min (c) 45 min (d) 1 hora (e) 2 horas (f) 6 horas.

Estudos mais detalhados são necessários em função de tornar a umidade variável no interior da madeira. Todos os resultados mostrados nas Figs. 7 a 9, foram estabelecidos para um valor médio da umidade igual a 28%; valor este já determinado por Kollmann e Côté (1968). Tornar os valores da condutibilidade térmica, densidade e calor específico variáveis no CFX não é difícil, o problema é tornar a madeira um material poroso e que aceite estas características físicas. Esta tem sido uma grande barreira à evolução de um projeto maior, que é simular na íntegra o processo de secagem da madeira. Esforços têm sido feitos no sentido de romper estas dificuldades e espera-se que logo tenhamos um modelo mais real e eficaz.

4. Considerações finais

Como conclusões deste trabalho pode-se destacar:

- a) Foi efetuada intensa revisão bibliográfica acerca das propriedades físicas: condutibilidade térmica, massa específica, calor específico e difusividade térmica da madeira;
- b) Foram efetuados testes experimentais com o objetivo de estabelecer o comportamento da temperatura no centro de uma peça de madeira da espécie *pinus taeda* fixando-se temperaturas ambientes iguais a 80, 90 e 100 °C. Os testes foram realizados para madeira seca e para madeira verde.
- c) Os testes indicaram que para madeira seca são necessários 35 minutos para que o ponto central alcance 56°C (normatização fitossanitária), não importando significativamente a temperatura externa.
- d) Para madeira úmida são necessárias em torno de 5,5 horas para que o ponto central atinja a temperatura de 56 °C. A difusividade térmica é drasticamente reduzida enquanto a condutividade térmica é ligeiramente incrementada com a umidade. Este fato vem de encontro aos resultados experimentais encontrados por Gu (2001), Fotsing e Takan (2004) e Tanaka (2001), obtidos para outras espécies de madeira.
- e) Foram obtidos importantes resultados numéricos no sentido de simular o processo de aquecimento de tábuas de madeira em estufas. Foram impostas altas velocidades na entrada da estufa (30 m/s) e através de uma técnica especializada foi obtida a convergência.
- f) Foi modelado um escoamento, com “swirl” nos dutos de entrada de ar quente, com o objetivo de simular a presença de ventiladores no interior da estufa. Este tipo de simulação ainda não foi encontrada pela equipe na literatura pesquisada.
- g) Os resultados numéricos obtidos para tábua úmida não apresentam boa concordância com os resultados experimentais, mesmo utilizando um “swirl” na entrada. O problema está na variação das propriedades físicas, principalmente a difusividade térmica.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da UNIPLAC e da FUNCITEC, sem o qual não teria sido possível a realização desta pesquisa.

6. Referências bibliográficas

- Awadalla, H. S. F., El-dib, A. F., Mohamad, M. A., Reuss, M., Hussein, H. M. S., 2004, “Mathematical Modelling and Experimental Verification of Wood Drying Process”, *Energy Conversion and Management*. Vol. 45, pp. 197–207.
- Di Blasi, C., 1998, “Multi-phase moisture transfer in the high temperature drying of wood particles”, *Chemical Engineering Science*. Vol 53, No 2, pp. 353-366.
- Fotsing, J. A. M., Takan, M., 2004, “A Prediction of the Thermal Conductivity of Sapelli”, *Academic Open Internet Journal*. Vol. 11.
- Gu, H., 2001, “Structure Based, Two-dimensional Anisotropic, Transient Heat Conduction Model for Wood”, PhD. Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Johansson, A.; Fyhr, C.; Rasmunson, A., 1997, “High Convective Drying of Wood Chips With Air and Superheated Steam”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, No 12, pp. 2843-2858.
- Keine, S., 1997, “Avaliação do Processo de Secagem de Madeira em Estufa com Banho de Vapor”, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 215p.
- Kollmann, F. F. P. e Côté, W. A. Jr., 1968, “Principles of Wood Science and Technology”, Vol. 1, New York, Springer-Verlag.
- NIMF 15, 2002, “Directrices para Reglamentar el Embalaje de Madera Utilizado en el Comercio Internacional”, FAO, Roma.
- Pang, S., 2002, “Investigation of Effects of Wood Variability and Rheological Properties on Lumber Drying: Application of Mathematical Models”. *Chemical Engineering Journal*, 86, pp. 103–110.
- Perré, P.; Turner, I. W.; Passard, J., 1999, “2-D Solution for Drying with Internal Vaporization of Anisotropic Media”. *AIChE Journal*, Vol. 45, No 1, pp. 13-26.

- Tanaka, T., 2001, "Wood Inspection of Thermography", 12th International Symposium on Nondestructive Testing of Wood. Vol. 6, N° 3.
- Turner, I. W.; Ferguson, W. J., 1995, "An Unstructured Mesh Cell-Centered Control Volume Method for Simulating Heat and Mass Transfer in Porous Media: Application to Softwood Drying, Part I: The Isotropic Model., Appl. Math. Modelling, Vol. 19, pp. 654-667.
- Turner, I. W.; Ferguson, W. J., 1995, "An Unstructured Mesh Cell-Centered Control Volume Method for Simulating Heat and Mass Transfer in Porous Media: Application to Softwood Drying, Part II: The Anisotropic Model., Appl. Math. Modelling, Vol. 19, pp. 668-674.

MATHEMATICAL MODELING OF WOOD DRYING IN KILNS – HEATING PHASE

Laudelino Pontes Fernandes

Regional University of the Norwest of the State of the Rio Grande do Sul
Institute of Science, Technology and Health, Santa Rosa, RS, 98900-000, Brazil.
laudef@brturbo.com.br

Valdeci José Costa

University of the Planalto Catarinense.
Department of the Science and Technology, Av. Castelo Branco, 170, Lages, SC, 88509-900, Brazil.
valdeci@uniplac.net

Gilberto Carlos Thomas

Regional University of the Norwest of the State of the Rio Grande do Sul
Institute of Science, Technology and Health, Santa Rosa, RS, 98900-000, Brazil.
gcthomas@uol.com.br

Abstract

Wood drying is the most important industrial processes in the wood engineered products. The numerical and experimental study was developed with the objective to simulate the heating phases of wooden boards in a kiln. The different kiln temperatures were established for dry or green pieces. Temperatures around of 80, 90 and 100 °C were used in a kiln with capacity for 0.25 m³. The heating is electric and the air circulation occurs by only natural convection. By means of thermocouples, the temperature in a central point of the board was monitored. For dry board, in 35 minutes the central point reach the temperature of 56 °C, while that for the green board this time went up more than 5 hours. Numerically, the thermal and fluid flow problem was solved using the commercial software CFX. The main coupled phenomena in the process of heat and mass transfer were considered. A hypothetical geometry was used whose design approaches significantly to a real kiln. With the objective to simulate the occurrence of fans inside the kiln, swirl in the hot air inlets was generated. The numerical result presents good agreement with the experimental results only in first 70 minutes. This occurs due changes in physical properties, such as the thermal diffusivity.

Keywords: Wood drying, phytosanitary measure, numerical simulation, validation.

GENERALIZED FIBONACCI SEQUENCES AND FINS

Júlio M. Pureza

Departamento de Engenharia Mecânica, UDESC. C.P. 631, 89223-100, Joinville, SC
pureza@joinville.udesc.br

Gil Bazanini

Departamento de Engenharia Mecânica, UDESC. C.P. 631, 89223-100, Joinville, SC
dem2gb@joinville.udesc.br

Abstract. *In this work we studied the application of generalized Fibonacci sequences to resistances networks. We obtain the equivalent resistance for a polygon of non-identical resistors and for a plane fin, seen as a ladder network with an infinite number of differential elements, for different contour conditions.*

Keywords. *Fibonacci, resistance, fin.*

1. Fibonacci and Generalized Fibonacci Sequences

The study of aperiodically ordered structures has inspired a large amount of theoretical and experimental work, concerning natural and hand-made materials, like biological growth patterns, scale-rotational crystal growth (Boeyens, 2003), non-linear excitations in DNA (Cueda and Sanchez, 2004), defects in conducting polymers (Malhotra, 1988; Adame, Sanchez and Kiushar, 1995) and Josephson junction arrays (Lennholm and Hornquist, 1999). The aim is to simulate the behavior of these systems that relate non-linearity and disorder using aperiodic chains generated by specific inflation rules.

For example, the Fibonacci chain is generated from two basic units A and B using the rules: $A \rightarrow AB$ and $B \rightarrow A$. Thus, beginning with a single unit chain, one generates after n successive applications of these rules a self-similar N unit aperiodic chain. Moreover, this chain is related to the Fibonacci sequence, defined by the recurrence relation:

$$F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$$

where $F_0 = 0$ and $F_1 = 1$, in such a way that it gives the number of units of the corresponding chain ($N = F_n$). On the other hand, as the sequence proceeds, the ratio between two consecutive terms approaches the golden ratio (Dunlap, 1997; Huntley, 1970),

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618..$$

closely related to the self-similarity property in fractal structures (Boeyens, 2003; Dixon, 2002; Janner, 2001; Mandelbrot, 1988).

The Fibonacci sequence can be generalized in many ways (Paladino and Ferreira, 2000; Mouline and Rachidi 1995; Rachidi, Saidi and Zerouaoui, 2003). The simplest way is by introducing a coefficient in one of the terms of the equation (Paladino and Ferreira, 2000):

$$G_{n+2} = G_n + \alpha \cdot G_{n+1}$$

in such a way that the general term of the sequence is given by the expression

$$G_n = \frac{1}{\sqrt{4 + \alpha^2}} \left[\left(\frac{\alpha + \sqrt{4 + \alpha^2}}{2} \right)^n - \left(\frac{\alpha - \sqrt{4 + \alpha^2}}{2} \right)^n \right]$$

and the ratio between two consecutive terms approaches the value

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{G_{n+1}}{G_n} = \phi(\alpha) = \left(\frac{\alpha + \sqrt{4 + \alpha^2}}{2} \right)$$

2. Resistance Networks and Fibonacci Sequences

Electric resistor networks are self-similar systems which behavior is related to the Fibonacci sequences (Paladino and Ferreira, 2000; March, 1993; Srinivasan, 1992; Basin, 1963). As an example be the ladder network of identical resistors ($R=R'$) in Fig (1). The equivalent resistance R_n between the axis X and Y is given by Srinivasan (1992) and Basin (1963):

$$R_n = \frac{F_{2n}}{F_{2n-1}} R$$

in such a way that the equivalent resistance for the infinite network is $\phi \cdot R \approx 1.618 \cdot R$.

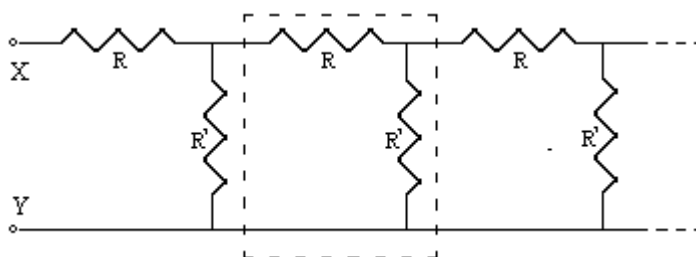


Figure 1. Ladder network of resistors.

Polygons of resistors like the one in Fig. (2) have a similar convergence when the number n of sides becomes large. For a small number of sides, the equivalent resistance can be obtained by considering the symmetry of the figure and it is possible to identify recursion relations that relate these systems with Fibonacci sequences. For instance, the equivalent resistance of an n -sided polygon of identical resistors ($R'=R$) is given by (March, 1993):

$$R_n = \frac{F_{n-1} + F_{n+1}}{2(F_{n-1} + F_{n+1}) + F_{n-2} + F_{n-4}} R \quad n \text{ is even}$$

$$R_n = \frac{F_n}{F_{n-1} + F_{n+1}} R \quad n \text{ is odd}$$

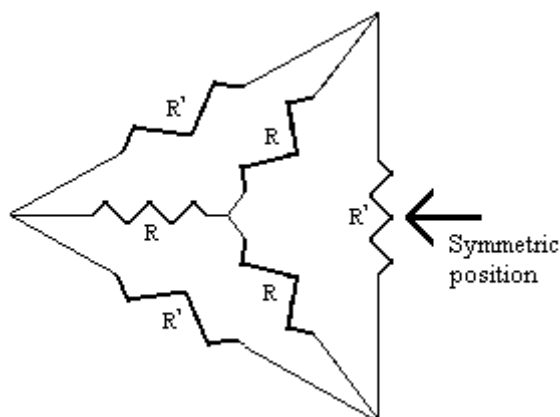


Figure 2. Resistors polygon.

Now, the generalized Fibonacci sequence is related to the description of networks with non-identical resistors. Paladino and Ferreira (2000) obtained the formula for the ladder network described in Fig (1), with $R = \alpha \cdot r$ and $R' = r/\alpha$:

$$R_n = \frac{G_n}{G_{n-1}} r$$

Our first objective of this work is to calculate the equivalent resistance in an n-side polygon with non-identical resistors (see Fig. (2), for $R' = \alpha^2 \cdot R$). This network has different symmetries for even and odd number of sides through at the limit $n \rightarrow \infty$ the result must be the same for both.

Polygons with an odd number of sides have a symmetry that allows the elimination of a resistor (in Fig (2), indicated by the arrow). Fig. (3) shows some networks after the elimination of the resistors and it indicates the self-similarity structure that relates the $(2n+3)$ -sided polygon with the $(2n+1)$ -sided polygon.

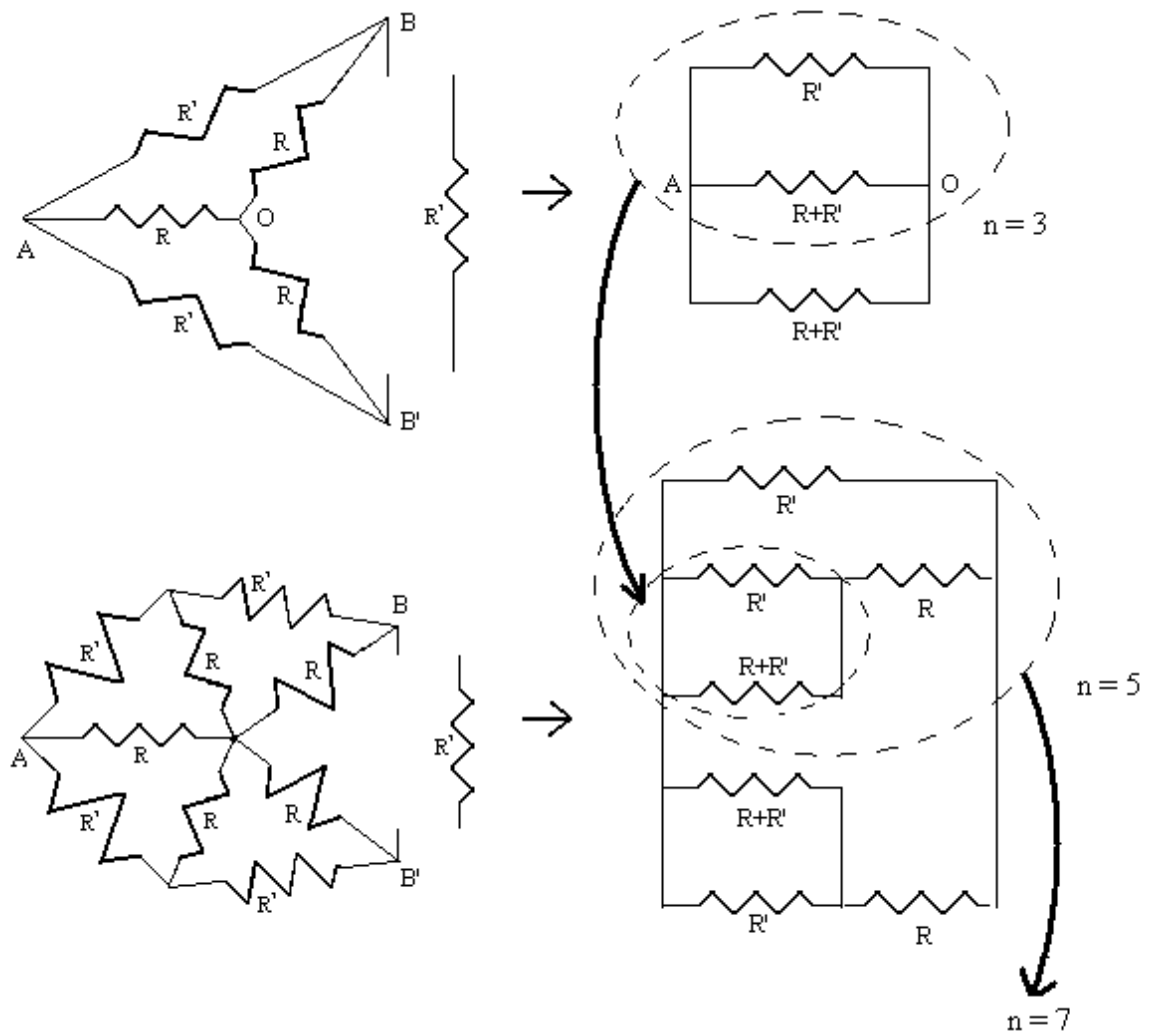


Figure 3. Similarity in polygons with an odd number of sides.

$$\frac{1}{R'_{2n+3}} = \frac{1}{R'_{2n+1} + R'} + \frac{1}{R} \tag{1}$$

where

$$\frac{1}{R'_n} = \frac{1}{R_n} + \frac{1}{R}$$

This relation allows us to obtain the equivalent resistance:

$$R_n = \frac{G_n}{G_{n-1} + G_{n+1}} r \quad n \text{ is odd}$$

where $R = r/\alpha$ and $R' = \alpha \cdot r$. In case of a polygon with an even number of sides, it is necessary to replace the $2n$ -sided polygon by an equivalent $(2n+1)$ -sided polygon and then identify the self-similarity structure that relates the networks. It is shown in Fig. (4). Equation (1) holds, so we obtain the formula for the equivalent resistance:

$$R_n = \frac{\alpha}{4 + \alpha^2} \frac{G_{n+1} - G_{n-1}}{G_{n+1} + G_{n-1}} r \quad n \text{ is even}$$

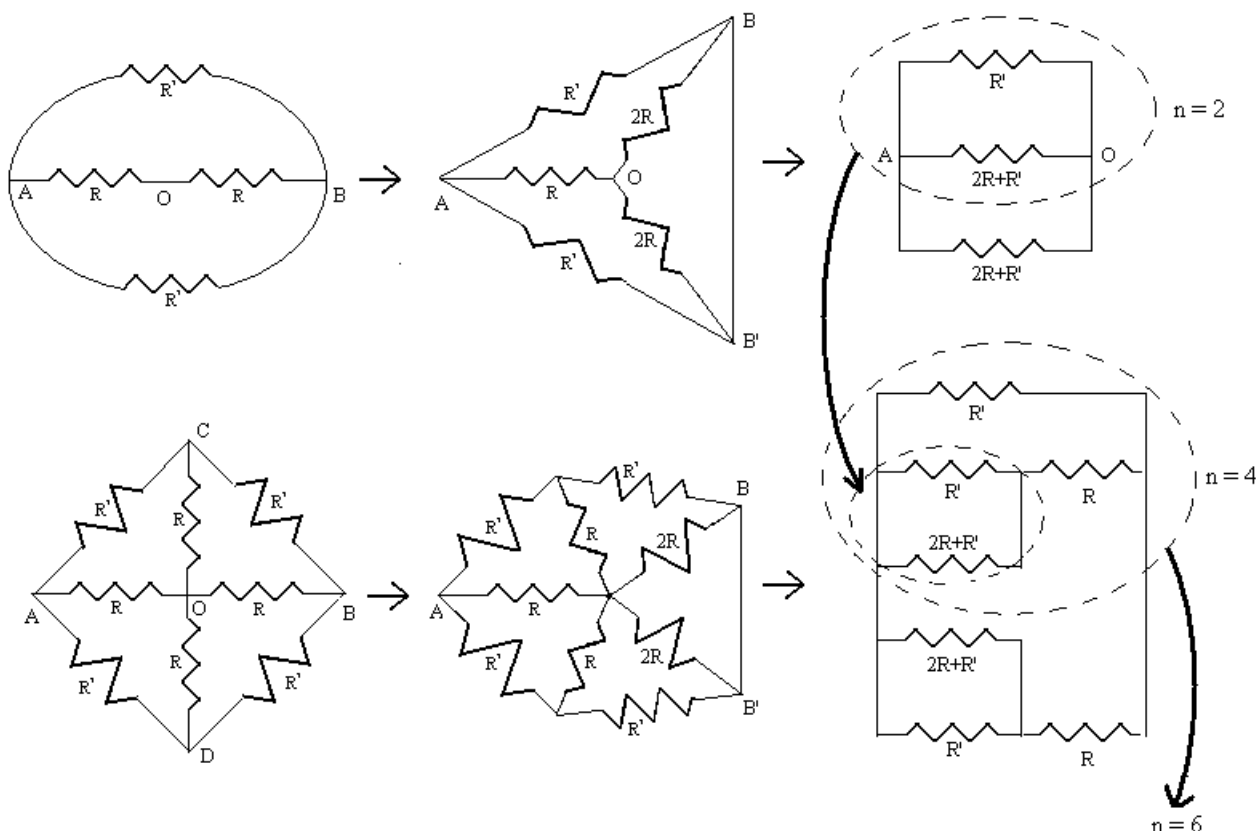


Figure 4. Similarity in polygons with an even number of sides.

3. Plane Fins and Generalized Fibonacci Sequences

Resistance networks may describe other energy transfer processes, such as thermal and optical systems. For instance, a plane fin defined by its length L and its transverse section with area A and perimeter P (see Fig. (5)) transfers heat according to the equation:

$$q = \frac{T_{\text{base}} - T_{\infty}}{R_{\text{fin}}}$$

where T_{base} is the temperature at the basis of the fin, T_{∞} is the free fluid temperature and R_{fin} is the equivalent thermal resistance of the fin. Although the process is two-dimensional, the high thermal conductivity k of the (metallic) fin and the low convection coefficient h of the surface allows the one-dimensional analysis described in Fig. (5) (Incropera and DeWitt, 2002). The thermal resistances $R = \Delta x/(kA)^{-1}$, $R' = (hP\Delta x)^{-1}$ and $R'' = (hA)^{-1}$ represent respectively the conduction process along a differential section Δx , the convection process around this differential section and the convection process at the end of the fin.

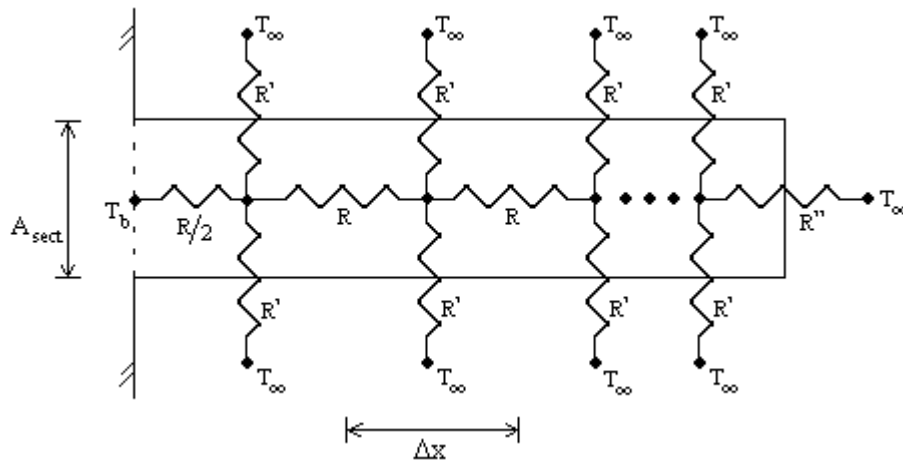


Figure 5. A plane fin, seen as a ladder network.

This system is a ladder network with an infinite number of differential elements. Here, we introduce three adimensional parameters: $\alpha = \Delta x \sqrt{hP/kA}$, $\beta = \sqrt{hA/kP}$ and $r = 1/\sqrt{hPkA}$, in such a way that $R = \alpha r$, $R' = r/\alpha$ and $R'' = r/\beta$.

In the case the end of the fin is isolated, $R'' = 0$, and the network can be represented by a generalized Fibonacci sequence, with $G_0 = 0$ and $G_1 = 1$. Then, for a fin $L_n = n\Delta x$ long,

$$\frac{R_n}{r} = \frac{G_{2n+1}}{G_{2n}} - \frac{\alpha}{2}$$

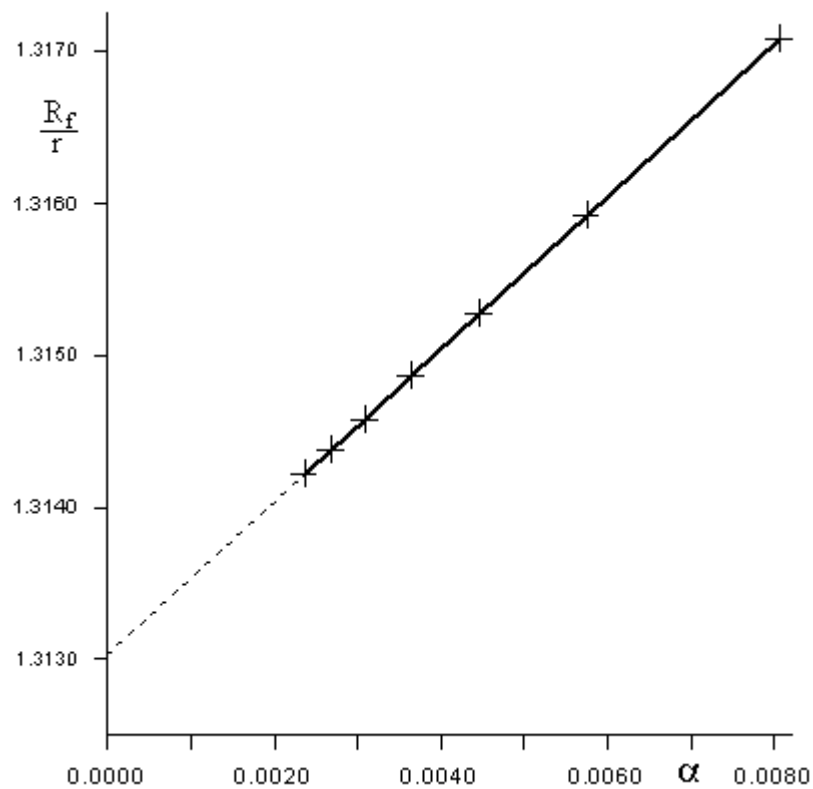


Figure 6. The generalized golden rule ϕ .

and we obtain the general term of the sequence:

$$\frac{G_{2n+1}}{G_{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\alpha_o/n + \sqrt{4 + (\alpha_o/n)^2})^{2n+1} - (\alpha_o/n - \sqrt{4 + (\alpha_o/n)^2})^{2n+1}}{2 \left((\alpha_o/n + \sqrt{4 + (\alpha_o/n)^2})^{2n} - (\alpha_o/n - \sqrt{4 + (\alpha_o/n)^2})^{2n} \right)} \quad (2)$$

$$\alpha_o = L\sqrt{hP/kA}$$

in such a way that $R_n \rightarrow R_{fin}$ as $n \rightarrow \infty$. At this limit Δx and α_o go to zero while the ratio in Eq. (2) goes to $1,31303 \approx (\tanh(1))^{-1}$ (see Fig. (6)) and

$$R_{fin} \approx \frac{1,31303}{\sqrt{hPkA}}$$

the classic result (Incropera and DeWitt, 2002). We also considered the case $R'' \neq 0$. Then, a distinct generalized Fibonacci sequence, with $G_0 = 1$ and $G_1 = \beta^{-1}$, applies. We could not obtain the general term of the equation, but it is possible to calculate R_{fin} and show that it agrees with the classic result (Incropera and DeWitt, 2002).

$$R_{fin} \approx \frac{\cosh(\alpha_o) + \beta \sinh(\alpha_o)}{\sinh(\alpha_o) + \beta \cosh(\alpha_o)} r \quad (3)$$

For instance, fixing $\alpha_o = 1.0$ and $\beta = 0.5$ we get $R_{fin} \approx 1.0944r$ (see Fig. (7), the same value obtained by Eq. (3)).

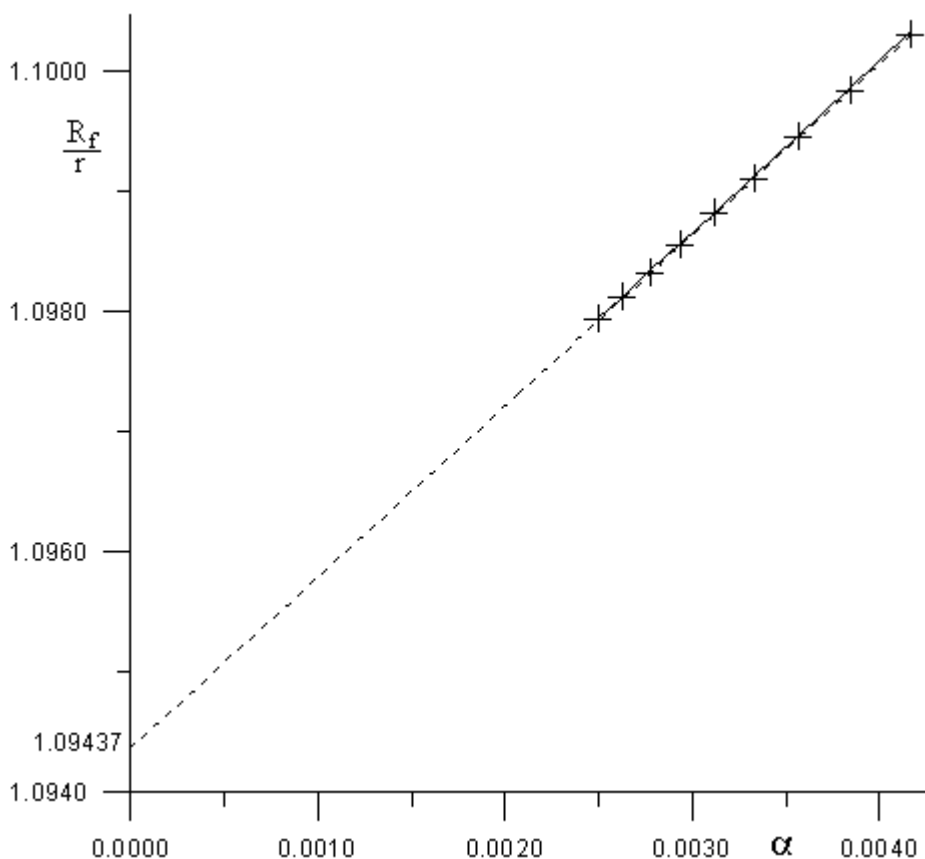


Figure 7. The equivalent resistance for the fin with $R'' \neq 0$.

4. Final Considerations

In this work, we identify an application for Fibonacci sequences, with differential coefficients and different initial conditions, G_0 and G_1 . Moreover, we analyzed the problem of an n-sided polygon of resistors in an innovative way, by identifying self-similar elements in the networks. This approach may be applied to other thermal and optical systems, for which the resistance correspondence holds.

5. References

- Basin, S. L., 1963, "The Fibonacci sequence as it appears in nature", *Math. Magazine*, march, pp 53-56.
- Boeyens, J. C. A., 2003, "Number patterns in nature", *Crystal Engineering* 6, 167-185.
- Cueda, S. and Sanchez, A., 2004, "Disorder and fluctuations in nonlinear excitations in DNA", *Fluctuation and Noise Letters*, 4, L491-504.
- Dixon, R., 2000, "Fibonacci phyllotaxis: mathematically speaking", in: I. Hargittai, T. C. Laurent (eds), *Symmetry 2000*, Portland Press, Portland.
- Dominguez-Adame, F., Sanchez, A. and Kiushar, Y. S., 1995, "Soliton pinning by long-range order in aperiodic systems", *Physical Review E* 52, R2183-2186.
- Dunlap, R. A., 1997, "The Golden ratio and Fibonacci numbers", World Scientific, New Jersey.
- Huntley, H. E., 1970, "The divine proportion: A study in mathematical beauty", Dover, New York.
- Incropera, F. P. and DeWitt, D. P., 2002, "Fundamentals of heat and mass transfer", John Wiley, New York.
- Janner, A., 2001, "DNA enclosing forms from scaled growth forms of snow crystals", *Crystal Engineering*, 4, 119-129.
- Lennholm, E. and Hornquist, M., 1999, "Role of aperiodic order for fluxon dynamics in Josephson junction arrays", *Physical Review E* 59, 381-389.
- Malhotra, B. D., 1988, "Defects in conducting polymers", *Bulletin of Materials Science* 10, 85-96.
- Mandelbrot, B. B., 1988, "Fractal geometry of nature", Freeman, New York.
- March, R. H., 1993, "Polygons of resistors and convergent series", *American Journal of Physics*, 61, 900-901.
- Mouline, M. and Rachidi, M., 1995, "Suites de Fibonacci Generalisees et chaînes de Markov", *Review of the Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid* 89, 6-77.
- Paladino, B. E. and Ferreira, P.L., 2000, "A new type of generalized Fibonacci sequences", pre-print, Institute of Theoretical Physics - IFT, São Paulo, P.062, 1-13.
- Rachidi, M., Saidi, and J. Zerouaoui, E. H., 2003, "Fractional statistics in terms of the r-generalized Fibonacci sequences", *International Journal of Modern Physics, A* 18, 59-68.
- Srinivasan, T. P., 1992, "Fibonacci sequence, goldenratio, and a network of resistors", *American Journal of Physics*, 60, 461-462.

6. Copyright Notice

The authors are the only responsible for the printed material included in his paper.

ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS DA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE ANULAR FECHADA

Guilherme Henrique Sempionato Souza Santos
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
guilhermehss@universia.com.br

Alcides Padilha
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
padilha@feb.unesp.br

Ismael de Marchi Neto
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho – UNESP
ismael_marchi@yahoo.com.br

Vicente Luiz Scalon
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
scalon@feb.unesp.br

Resumo. Os problemas de convecção natural tem sido objeto de muitas pesquisas sendo encontrado na literatura um grande número de trabalhos abordando este assunto em geometrias planas. O estudo deste processo em geometrias cilíndricas, entretanto, é bem menos freqüente e tão importante quanto. Na formulação para coordenadas cilíndricas ocorre o aparecimento de termos adicionais da equação o que pode ser um fator complicador. Além disto, a própria implementação de métodos como o de elementos finitos, que independam da utilização de malhas ortogonais, permitem que em determinados casos este problema possa ser contornado com o próprio uso das equações no sistema cartesiano. Entretanto, este fato normalmente conduz à solução de um problema tridimensional e com elevado custo computacional. Ainda assim, existe um grande número de problemas que o tratamento bidimensional em coordenadas cilíndricas permite a obtenção da mesma solução a um custo computacional mais baixo. Por conta disto, este trabalho se propõe a implementar um modelo utilizando técnica de elementos finitos para a solução de problemas em coordenadas cilíndricas e bidimensionais e voltado para análise de um problema de convecção natural em cavidade anular fechada formada por cilindros concêntricos. Discussões sobre os parâmetros de maior influência na solução são também apresentadas.

Palavras chave: convecção natural, estratificação térmica, elementos finitos, métodos numéricos, cavidades cilíndricas verticais.

1. Introdução

No tocante à pesquisa de convecção natural em geometria cilíndrica os estudos são poucos perante aos que estudaram essa em cavidades retangulares. Contudo, vários trabalhos foram desenvolvidos nesse sentido como Evans et al. (1967), que desenvolveram estudos analíticos e experimentais de convecção natural em cilindros verticais; nesse trabalho um cilindro foi cheio de líquido e submetido a um fluxo de calor constante nas paredes. Termopares foram usados para medir o campo de temperaturas transientes no líquido e traçadores de tinta para estudar os padrões de fluxo. Os parâmetros variados foram a razão de mistura água-glicerina, a profundidade do líquido e o fluxo de calor na parede. Uma faixa de valores do número de Prandtl de 2 a 8000 bem com uma razão de aspecto de um a três e do número de Grashof de 10^3 a 10^{11} foram estudadas compreendendo regimes laminares e turbulentos. Um modelo analítico foi desenvolvido dividindo-se o sistema em três regiões. O modelo implementado computacionalmente teve a capacidade de prever a distribuição de temperaturas no fluido em função do tempo com boa aproximação. Lin e Armfield (2000) também realizaram um importante estudo numéricos no tocante à cilindros verticais. Sun e Oosthuizen (1989), dando sequência a estudos anteriores, realizaram estudos numéricos para cilindros verticais com uma mudança abrupta no fluxo de calor e usando diferenças finitas obtendo resultados para números de Rayleigh variando de 5000 a 30000 e Prandtl de 0.7 a 10, bem como razões de aspecto para os corpos cilíndricos de 1 a 6.

Alizadeh (1999) analisou tanques de estratificação térmica com água sendo injetada pela face inferior. Guo e Wu (1985) estudam a convecção natural em tanques cilíndricos destinados à estocagem térmica para sistemas de aquecimento solar; o modelo foi baseado em convecção forçada e natural e foram usados altos números de Grashoff e Prandtl. Ivancic et al. (1999) analisam um cilindro vertical aquecido em sua superfície inferior com parede lateral sob duas condições: adiabática e condutora sendo que nesse último caso é levada em conta a transferência de calor por condução; os efeitos do número de Rayleigh, Prandtl, razão de aspecto e condições de contorno foram estudadas. Ma et al. (2005) desenvolvem um modelo numérico tridimensional para modelagem de fluxo de fluido estacionário e

transiente em um cilindro vertical aquecido lateralmente; os parâmetros são variados tais como razão de aspecto de dois a oito e o número de Prandtl fixo em 0.021.

Tratando de geometrias anulares Desai e Vafai (1996) desenvolvem um interessante estudo sobre cavidades anulares abertas e fluxo de calor constante nas paredes internas e externas, para números de Rayleigh de 1.3×10^9 e 5.1×10^9 . Al-Nimr (1993) enfoca cavidades anulares abertas combinando condições de contorno de fluxo de calor uniforme e temperatura uniforme. Al-Arabi et al. (1987) desenvolvem estudo similar contudo agora as condições de contorno se resumem em parede interna aquecida uniformemente e parede externa adiabática; três raios são testados e o estudo experimental é realizado para validação obtendo-se bons resultados. Yeung (1989) realiza uma análise da convecção natural dentro de casca cilíndrica fechada com paredes isotérmicas e superfícies inferior e superior insuladas; a análise prediz a estratificação térmica e a taxa média de transferência de calor para quaisquer curvaturas e razões de aspecto; com os resultados numéricos uma comparação experimental também é feita, obtendo-se assim resultados numéricos aceitáveis. Fu et al. (1991) também no mesmo campo de estudo investigam numericamente uma cavidade anular, dessa vez com paredes superior e inferior adiabáticas, a exterior mantida à uma temperatura baixa e a interna submetida à um brusco aumento de temperatura e o número de Rayleigh é variado de 10^4 à 10^6 .

O método de elementos finitos consiste em aproximações nodais em subdomínios que simplificam enormemente a resolução de equações complexas simplesmente implementando-se o algoritmo iterativo em um computador quer seja para um número grande de pontos ou para geometrias complexas. Davis e Thomas (1969) realizaram um estudo numérico em cavidade anular fechada com paredes horizontais adiabáticas, parede interna com temperatura adimensional unitária e parede externa com temperatura adimensional nula; o número de Rayleigh foi variado até 2×10^5 , Prandtl de 0.5 a 5, raio de 1 a 4 e razão de aspecto de 1 a 20. Ismail e Scalon (2000) usam tal conceito para construção de código computacional a fim de analisar cavidades retangulares fechadas.

Cavidades anulares verticais fechadas formadas por dois cilindros concêntricos são de uso comum em diversas aplicações industriais, nucleares e outros fins avançados onde, devido à complexidade do problema, devem ser usadas técnicas computacionais com o menor custo possível para otimização de dispositivos. Neste trabalho é discutida a implementação de um programa computacional baseado na técnica de elementos finitos para resolução de problemas de convecção natural dentro dessa geometria. Os resultados são descritos e analisados levando-se em conta razões geométricas de aspecto, tipos de fluido e razão entre os raios das cascas cilíndricas da cavidade, para estudo da influência da área interna aquecida.

2. Modelo Físico

O problema, exemplificado na fig.1, é baseado no desenvolvimento da convecção livre de gás em regime laminar confinado no interior de duas cascas cilíndricas concêntricas, com paredes adiabáticas nas extremidades. Assume-se também que o fluido contido na cavidade é um gás com número de Prandtl igual a um e que obedece a aproximação de Boussinesq (propriedades constantes exceto a temperatura). A parede interna é aquecida e a parede externa está a uma temperatura menor.

3. Formulação

As equações da continuidade (1), do movimento (2 e 3) e equação da energia (4), ou Equações de Navier-Stokes, em coordenadas cilíndricas podem ser escritas como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

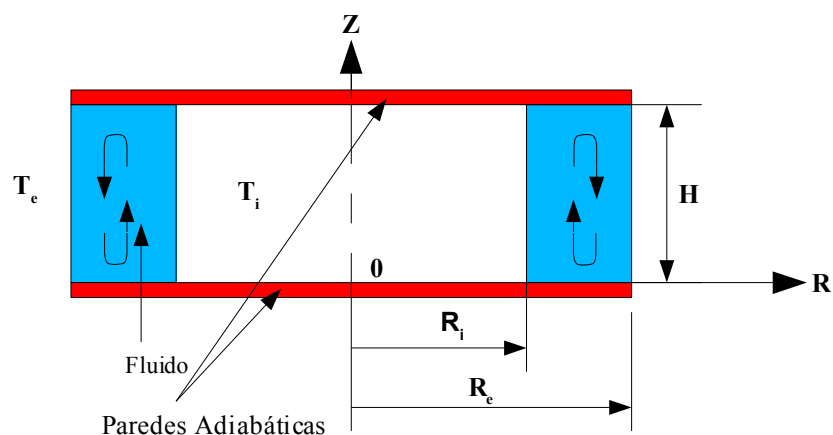


Figura 1. Layout do problema.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + g \beta \delta T \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + g \beta \delta T \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

onde os parâmetros adimensionais considerados são os seguintes:

$$R = \frac{r}{H} ; Z = \frac{z}{H} ; U = \frac{uH}{\alpha} ; V = \frac{vH}{\alpha} ; P = \frac{p}{\rho} \left(\frac{H}{\alpha} \right)^2 ; \quad (5)$$

$$\theta = \frac{T - T_f}{\delta T} ; Pr = \frac{\nu}{\alpha} ; Ra = \frac{g \beta \delta T H^3}{\nu^2} Pr ; \tau = Fo = \frac{\alpha t}{H^2}$$

Então, as equações de Navier-Stokes adimensionalizadas:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial (RU)}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial (U)}{\partial R} + V \frac{\partial (U)}{\partial Z} = \frac{-\partial P}{\partial R} + Pr \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial (RU)}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right] + Ra \cdot Pr \quad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial (V)}{\partial R} + V \frac{\partial (V)}{\partial Z} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Z} + Pr \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right] + Ra \cdot Pr \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial R} + v \frac{\partial \theta}{\partial Z} = Pr \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right] \quad (9)$$

Onde Ra e Pr representam os números de Rayleigh e Prandtl, R e Z as coordenadas adimensionais, U e V as velocidades nas direções R e Z respectivamente, P a pressão adimensional e θ a temperatura adimensional.

O problema está sujeito às seguintes condições de contorno:

➤ Superfícies das extremidades adiabáticas:

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad , \text{ para } Z=1 \text{ e } Z=0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad , \text{ para } Z=1 \text{ e } Z=0 \quad (11)$$

➤ Superfícies laterais sob temperatura imposta:

$$\theta = 1 \quad , \text{ para } R=R_i \quad (12)$$

$$\theta = 0 \quad , \text{ para } R=R_e \quad (13)$$

Admitindo-se que não há escorregamento nas fronteiras rígidas do tanque ou seja, as velocidades nas direções radial e axial são zero. As condições de contorno para velocidades para todo o domínio são:

$$U = 0 \\ V = 0 \quad , \text{ para } R=R_i, R=R_e, Z=0 \text{ e } Z=1 \quad (14)$$

4. Método de solução

O sistema de equações de (6) a (14) é resolvido numericamente pelo método de elementos finitos que, neste caso, consiste na discretização da equação de Navier-Stokes usando o método de Galerkin para geometrias bidimensionais cilíndricas. Utilizando a formulação por resíduos ponderados obtém-se equações que pode ser subdivididas através da integração por partes resultando na forma fraca das equações reduzindo dessa forma sua ordem. Cada um dos termos resultantes são denominados por: termo transiente, termo convectivo, termo difusivo e termo fonte. São usadas então funções de interpolação em cada termo para elaboração das equações de transporte discretizadas. Após a utilização dos métodos descritos tais equações podem ser montadas em sua forma matricial:

➤ Equação da pressão

$$[\overline{A}_p][P] = [B_p] \quad (15)$$

onde:

$$[\overline{A}_p] = \int_{\Omega} R \left(\frac{\partial N_i}{\partial R} \frac{\partial N_k}{\partial R} + \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial N_k}{\partial Z} - N_i \frac{\partial N_k}{\partial R} \right) N_j K_{p,j} d\Omega \quad (16)$$

$$[B_p] = \int_{\Omega} R \left(\frac{\partial N_i}{\partial R} N_j (\hat{U}_j + S_j^{p,r}) d\Omega - \frac{\partial N_i}{\partial Z} N_j (\hat{V}_j + S_j^{p,z}) - N_i N_j (\hat{U}_j + S_j^{p,r}) \right) d\Omega - \int_{\Gamma} N_i U_n d\Gamma \quad (17)$$

$$\hat{U}_i = -\frac{\sum_{j \neq i} a_{i,j} U_j}{a_{i,i}}; \quad \hat{V}_i = -\frac{\sum_{j \neq i} a_{i,j} V_j}{a_{i,i}}; \quad K_{p,i} = \frac{b_i}{a_{i,i}}; \quad S_i^{p,z} = \frac{s_i^{p,z}}{a_{i,i}}; \quad (18)$$

➤ Equação da quantidade de movimento:

• Direção r

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K_r] \right) [U]^{(m+1)} = \Gamma_x + \frac{1}{\Delta \tau} [M] [U]^m + [S_x] - [P_x] [P]^m \quad (19)$$

• Direção z

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K] \right) [V]^{(m+1)} = \Gamma_y + \frac{1}{\Delta \tau} [M] [V]^m + [S_y] - [P_y] [P]^m + Ra Pr [\theta] \quad (20)$$

➤ Equação da conservação da energia:

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} [M] + [C] + Pr [K] \right) [\theta]^{(m+1)} = \Gamma + \frac{1}{\Delta \tau} [M] [\theta]^m \quad (21)$$

onde:

• Termo convectivo

$$[C] = \int_{\Omega} W \left[U \frac{\partial \Phi}{\partial R} + V \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right] d\Omega = \int_{\Omega} \left(N_k u_k N_i \frac{\partial N_i}{\partial x} + N_k v_k N_i \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) d\Omega \quad (22)$$

• Termo difusivo

$$[K_r] = \int_{\Omega} W \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial (R\Phi)}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right] d\Omega = \int_{\Omega} \left(-\frac{1}{R} N_i N_j + N_i \frac{\partial N_j}{\partial R} - R \left[\frac{\partial N_i}{\partial R} \frac{\partial N_j}{\partial R} + \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right] \right) d\Omega \quad (23)$$

$$[K] = \int_{\Omega} W \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right] d\Omega = \int_{\Omega} \left(N_i \frac{\partial N_j}{\partial R} - R \left[\frac{\partial N_i}{\partial R} \frac{\partial N_j}{\partial R} + \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial N_j}{\partial Z} \right] \right) d\Omega \quad (24)$$

- Termo transiente

$$[M] = \int_{\Omega} W \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right] d\Omega = \int_{\Omega} N_i d\Omega \quad (25)$$

- Termo fonte:

$$S = \int_{\Omega} W S d\Omega = \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega S_j \quad (26)$$

O método utiliza-se de elementos finitos baseado em variáveis primitivas com solução acoplada e aproximação de igual ordem. A solução acoplada consiste em resolver separadamente cada equação e seus resultados serem acoplados por um processo iterativo. Solução por variáveis primitivas é aquele que não faz nenhum tipo de transformação de variáveis, em contraposição ao método da vorticidade e função corrente e a técnica de grade colocalizada, muito utilizada em elementos finitos, define que pressões e velocidades ocupem a mesma posição na malha e tenham a mesma ordem. O método de elementos finitos é uma ramificação dos métodos integrais que se baseiam na aproximação por função da variável em um domínio determinado, considerando-se as condições de contorno iniciais. A discretização é realizada transformando-se equações diferenciais parciais em equações algébricas a serem resolvidas por iterações computacionais (Dhatt & Touzot, 1984). Deve-se aplicar o Método de Resíduos Ponderados buscando dessa forma um desvio mínimo utilizando-se uma função peso. O domínio é dividido em diversos elementos para solução individual que depois devem ser agrupados. Reduz-se então a ordem usando-se a forma fraca da equação resultando em dois termos. Um deles é de superfície e será desprezado em nosso caso visto que se está tratando de elementos internos. Esses passos anteriores são os membros da esquerda das equações 22, 23, 24, 25 e 26. Então procede-se à utilização da aproximação nodal que é uma forma de aproximação onde as expressões utilizam valores das propriedades em cada nó para se obter resultados individuais através das funções básicas de interpolação; isso é visualizado nos termos da direita dessas mesmas equações. A aplicação do método de Galerkin que consiste na utilização da própria função de interpolação como função peso é também visualizada.

O uso da integração numérica para cada um desses termos é então iniciado. Nesse ponto do processo se aplicam funções peso e pontos de integração pré-definidos de acordo com diversos métodos, considerando-se o número de pontos constituintes de cada elemento. No caso de elementos retangulares, utilizados neste estudo o método será o da Quadratura de Gauss. Diversas matrizes elementares são adicionadas em uma matriz global A a qual representa um sistema de n equações relacionadas com os n nós. Todas são dispostas seguindo-se uma ordem apresentada em uma matriz de conectividade, na qual são relacionados os números dos nós constituintes de cada elemento e um número atribuído a este. As condições de contorno são a próxima etapa e são incluídas em duas matrizes, B e C, formadas a partir de um tratamento simplificado (Pantakar, 1980), tais matrizes representam modificações nos elementos de contorno sendo que B corresponde à uma matriz coluna. Desta forma a solução do sistema seria dada por:

$$(A+C)T = B$$

4. Resultados e Discussões

As fig. 2(a) e 2(b) mostram o perfil de velocidades e temperaturas em regime permanente respectivamente para uma razão de aspecto $(H/(R_o - R_i)) = 5$ e razões entre raios $R_o/R_i = 21$ ou seja, com o r_i igual à $R_i = 0,01$, espessura de 0.02 e altura 1; o número de Rayleigh utilizado neste caso foi de 1.25×10^7 . Para as condições estabelecidas o tempo para estabilização foi considerado atingido quando a variação entre as iterações consecutivas no código atingia valores suficientemente pequenos. Pode-se observar, pelas figs. 2, 3 e 4 que o aumento do raio interno para valores grandes permite que a análise se aproxime das condições de convecção entre superfícies planas. Nota-se, nestes casos, o surgimento de mais vorticidades na região superior e inferior, fato mostrado nas fig. 3(b) e 4(b), provocado pelo aumento do raio interno nessa razão de aspecto da cavidade cilíndrica. Tais células de convecção distintas na região central superior da cavidade anular foram comprovadas experimentalmente por Elder apud Davis (1969). Outro fato interessante é o aumento da velocidade próxima à superfície aquecida conforme se reduz o diâmetro, como no caso da fig. 2(a), com razão entre os raios de 21, o que nos dá uma medida indireta dos efeitos da área cilíndrica que, como visto nessa figura, fazem com que as isotermas se acumulem próximas à parede aquecida.

Na fig. 3(a), com razão entre os raios de 2, pode-se observar um maior espaçamento das isotermas se comparadas à fig. 2(a). Na fig. 3(b) a formação de uma segunda célula de convecção na parte central superior, conforme descrito no modelo computacional de Davis e Thomas (1969) para a mesma geometria e as mesmas condições de contorno. Os perfis de temperatura e velocidade obtidos também se apresentaram praticamente idênticos aos obtidos por Davis e Thomas (1969). Velocidades altas nas arestas inferior esquerda e superior direita são notadas decorrente da expansão do fluido na aresta superior esquerda, as velocidades diminuem abruptamente quando o fluido colide com a parede externa perdendo sua energia cinética e ganhando pressão. Tais condições tendem a fazer o fluido permanecer com velocidades baixas na aresta inferior direita. A fig. 4, com raio interno muito grande, tem como intuito simular a convecção natural em cavidade retangular e que permite realizar uma comparação com uma larga gama de trabalhos publicados, como os de Ismail e Scalon (2000), Davis (1993) e outros.

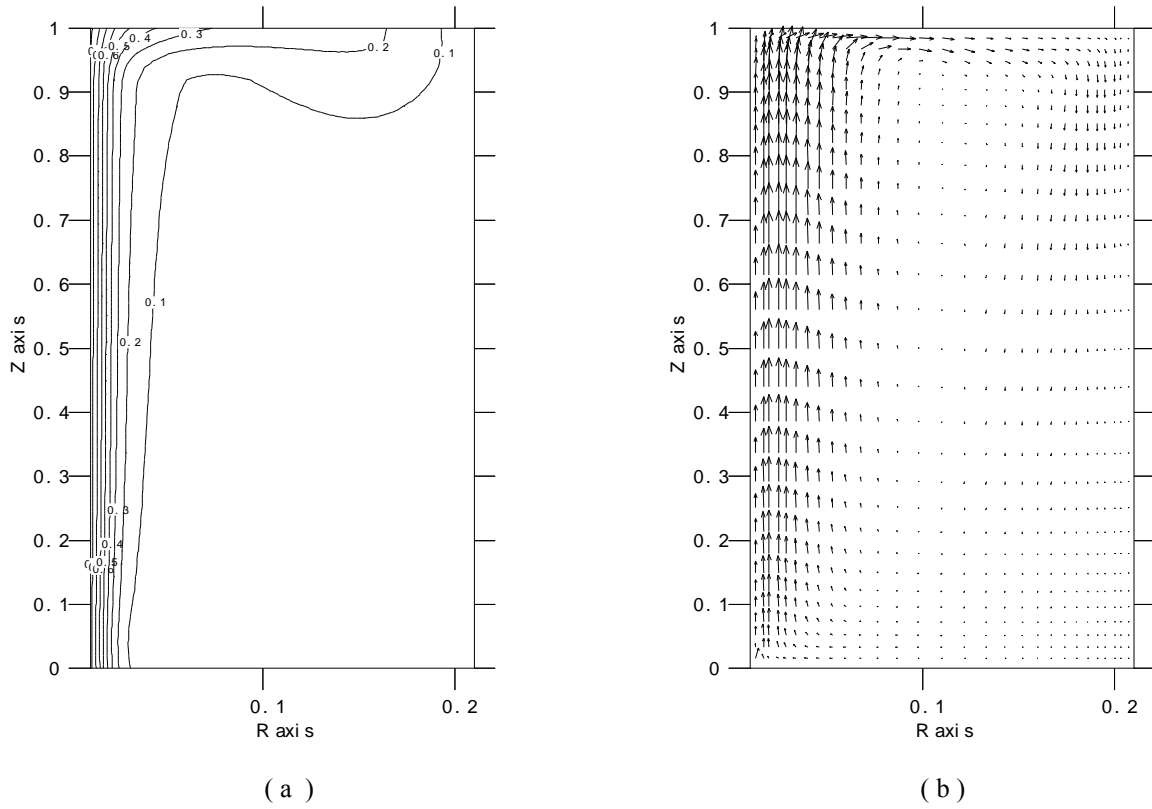


Figura 2. Perfil de temperaturas (a) e velocidades(b). Razão de Aspecto 5, número de Rayleigh 1.25×10^7 e razão de raio 21. (Raio em escala 3:1)

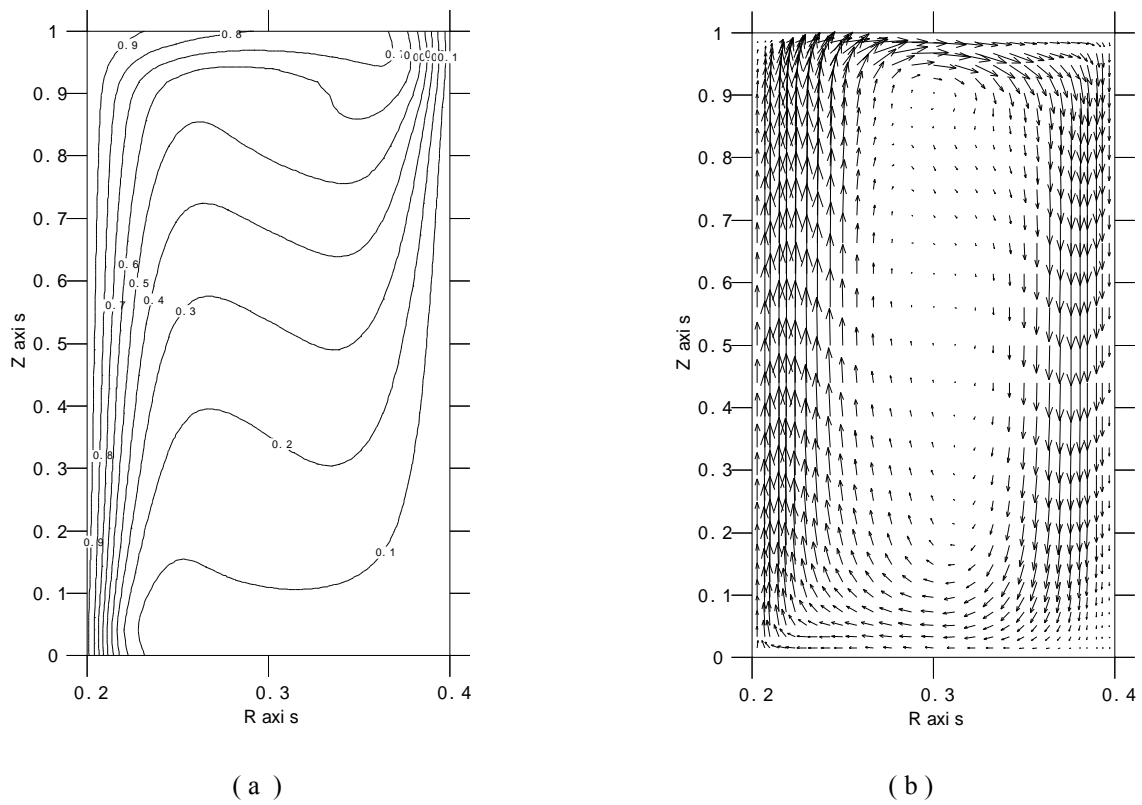


Figura 3. Perfil de temperaturas (a) e velocidades (b). Razão de Aspecto 5, número de Rayleigh 1.25×10^7 e razão de raio 2 (Raio em escala 3:1).

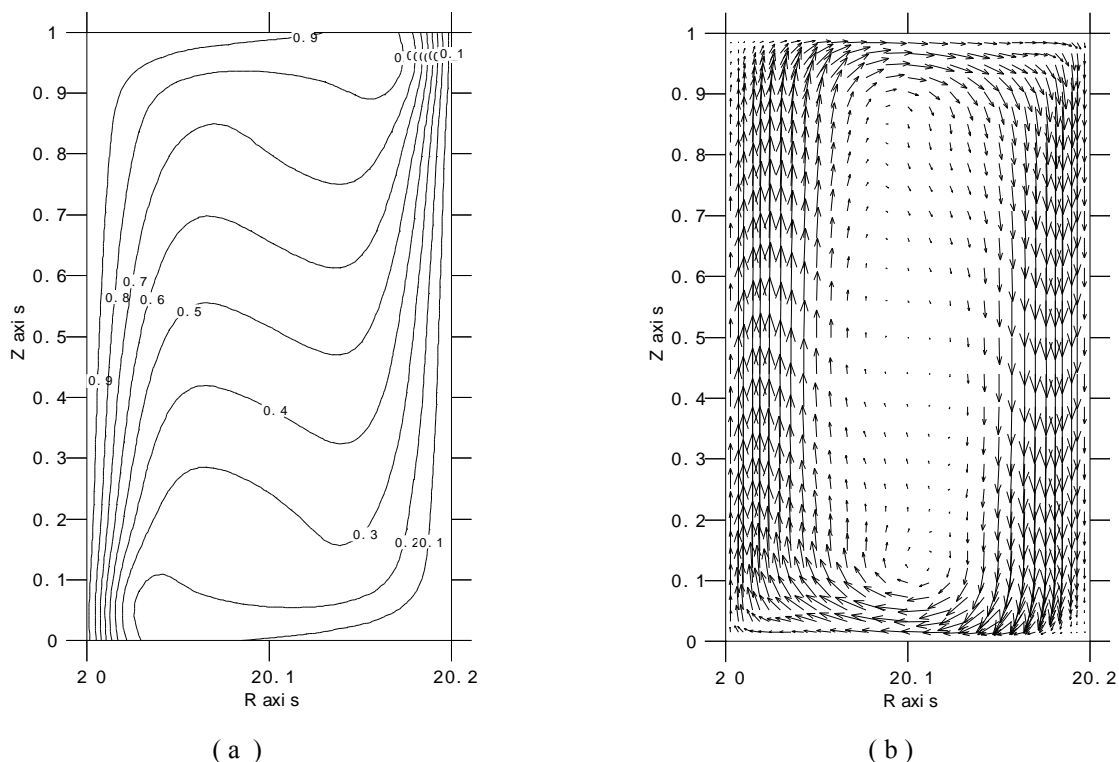


Figura 4. Perfil de temperaturas (a) e velocidades (b). Razão de Aspecto 5, número de Rayleigh 1.25×10^7 e razão de raio 100. (Raio está em escala 3:1).

As fig. 5(a) e 5(b) mostram a progressão das curvas do número de Nusselt na parede aquecida mantendo-se a razão de aspecto e para diferentes razão de raios. Conforme pode ser observado nas figuras, a curva vai tomando a forma de uma reta inclinada. Nota-se através destes gráficos que para a superfície aquecida o ponto que assume o maior valor de número de Nusselt, é um ponto próximo, mas deslocado, da aresta inferior da cavidade. Outro aspecto importante a ser ressaltado é que o valor do número de Nusselt na parede interna diminui proporcionalmente à razão de raios.

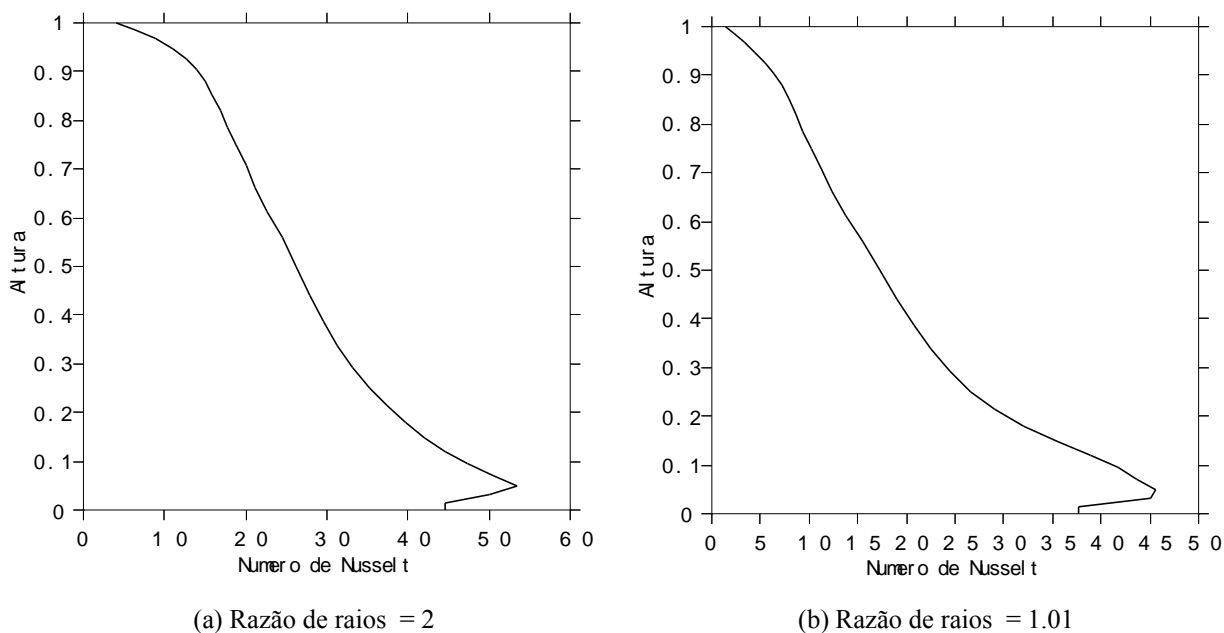


Figura 5. Progressão do número de Nusselt x Altura Adimensional. Razão de Aspecto 5, número de Rayleigh 1.25×10^7 e diferentes razão entre raios.

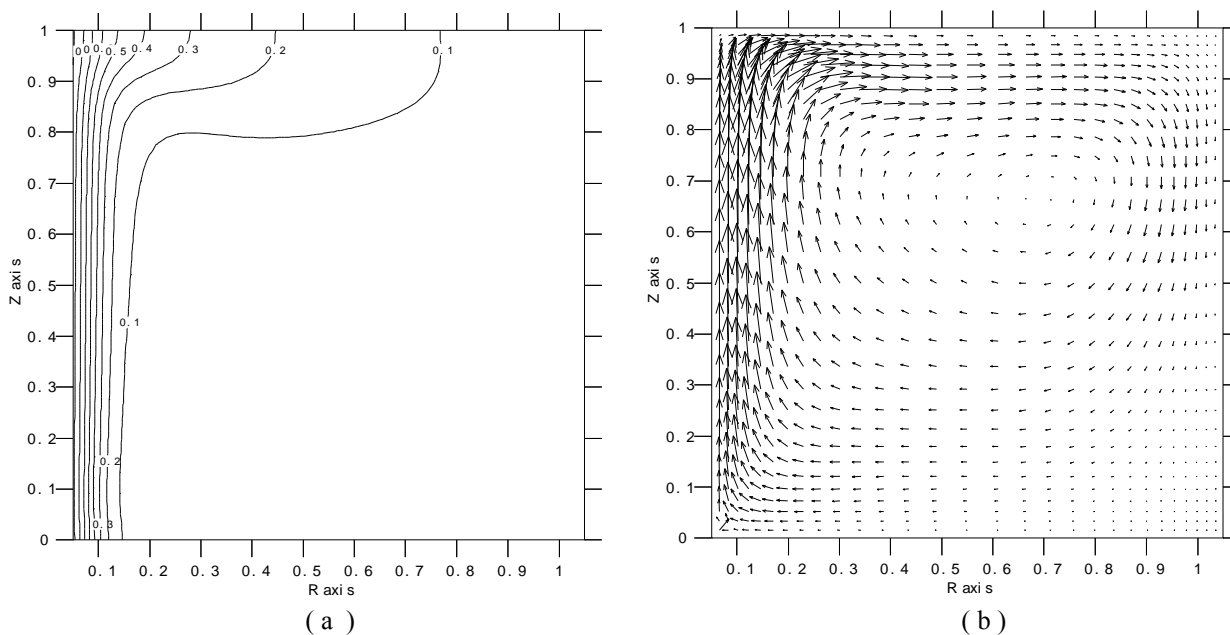


Figura 6. Perfil de temperaturas e velocidades. Razão de Aspecto 1, número de Rayleigh 1.25×10^5 e razão de raios 21.

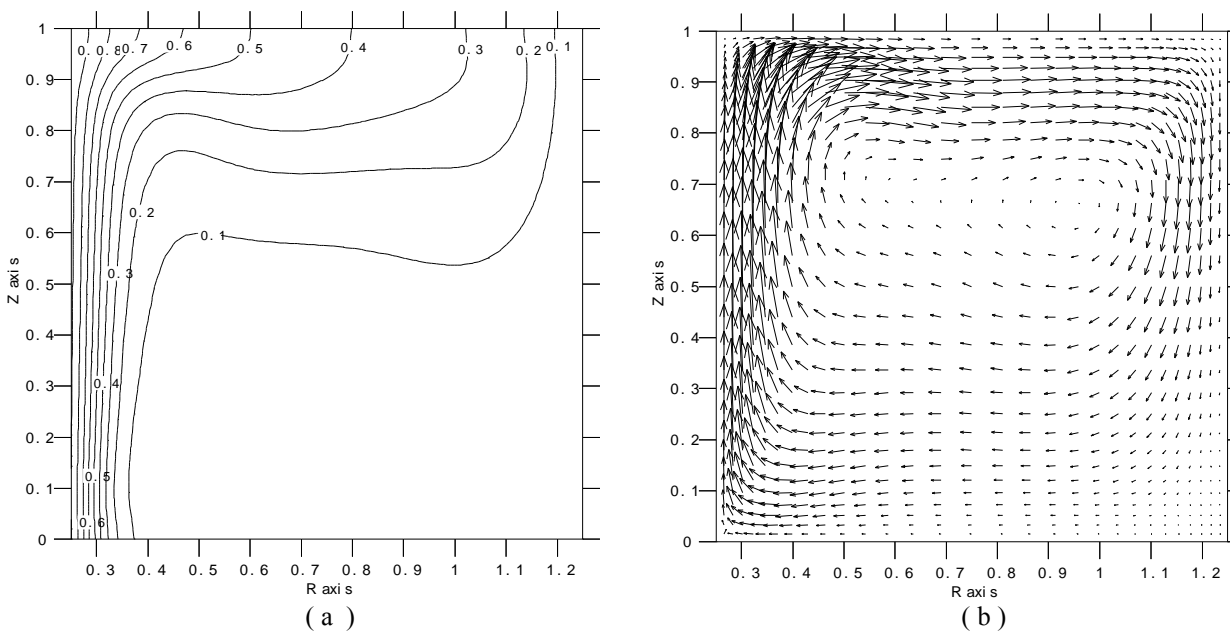


Figura 7. Perfil de temperaturas(a) e velocidades(b). Razão de Aspecto 1, número de Rayleigh 1.25×10^5 e razão de raios 5.

Em escoamentos com valores baixos de número de Rayleigh é observada um gradiente de temperaturas predominante na direção radial que indica uma predominância dos efeitos condutivos perante aos convectivos. O aumento dos valores do número de Rayleigh aumenta os efeitos convectivos acentuando o efeito responsável pela estratificação térmica, conforme descreve Padilha (1984).

Nas fig. 6(a) e 6(b) são apresentados os isotermas e isocurvas de velocidades, respectivamente, para razão de aspecto 1 com razão de raios 21 e número de Rayleigh 1×10^5 . Nestas figuras nota-se que uma pequena quantidade de fluido é aquecido nas proximidades da parede interna e ascende devido às forças de empuxo. Deve-se ressaltar que em geometrias radiais, a área de aquecimento é diretamente proporcional ao raio interno e, conseqüentemente, um valor maior de raio interno implica numa maior quantidade de energia transferida ao fluido. A fig. 8(b) apresenta resultados e comportamentos quase idênticos aos obtidos por Ismail e Scalon (2000) e Davis e Jones (1993), que utilizaram as mesmas condições de contorno, propriedades do fluido e número Rayleigh, contudo para convecção em cavidades retangulares.

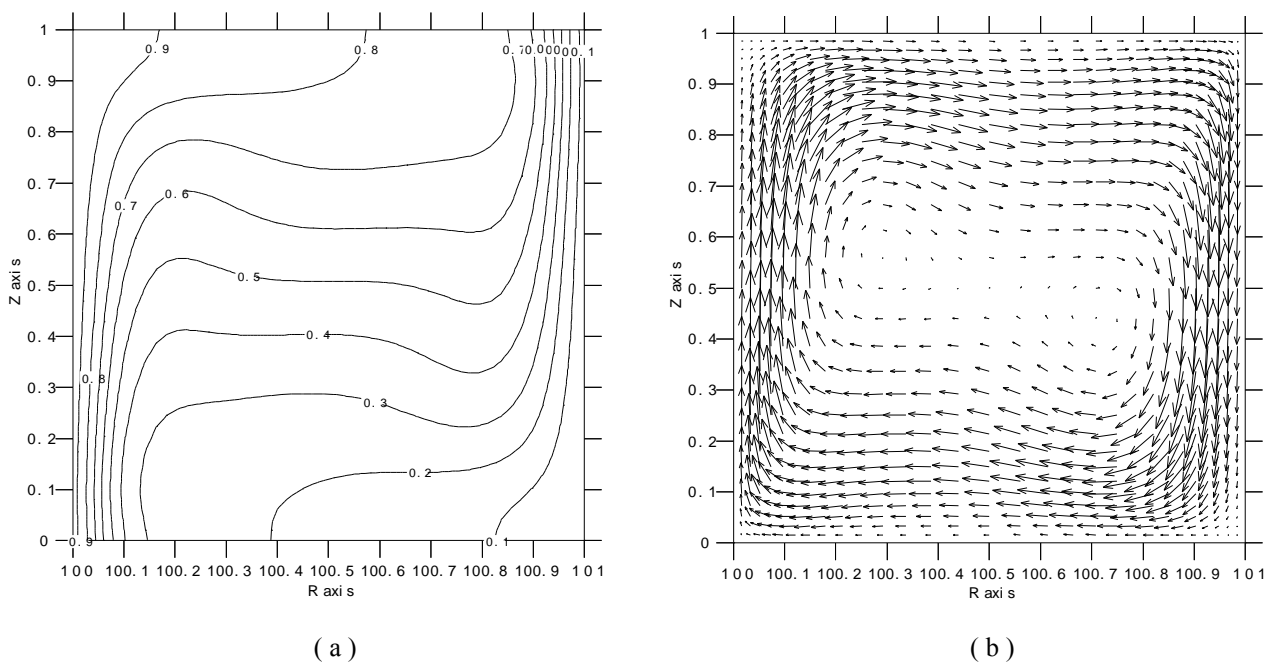


Figura 8. Perfil de temperaturas(a) e velocidades(b). Razão de Aspecto 1, número de Rayleigh 1.25×10^5 e razão de raios 1.01.

As fig. 9(a), 9(b) e 9(c) mostram uma diminuição contínua dos valores do Número de Nusselt em função do aumento do raio interno (diminuição do razão de raios). Nota-se ainda, através destas figuras que a inclinação das curvas também muda e tendem a apresentar valores mais uniformes para o Nu, aqueles casos onde a razão de raios é maior.

Em função do observado nos gráficos pode-se dizer que a diminuição da espessura, a diminuição do número de Rayleigh e da razão de raios tem efeitos negativos sobre a taxa transferência de calor por convecção. Na fig. 10 é apresentado um comparativo do número de Nusselt e a espessura, para números de Rayleigh de 1.25×10^7 , 1.25×10^5 e razões de aspecto 1 e 5. Uma análise comparativa similar é feito na figura 11 para os casos de velocidade axial. Neste caso, nota-se um comportamento linear das velocidades em todos os casos, exceto para os casos de maior Ra e maior razão de aspecto. Nesta situação verifica-se, inicialmente, um sobressalto de velocidades que está, provavelmente associado à formação de regiões de recirculação.

A fig. 12(a) mostra uma representação do módulo das velocidades na cavidade de razão de aspecto 1, número de 1.25×10^7 e razão de raios 5 e a fig. 12(b) um detalhe de seu canto superior esquerdo onde pode-se observar detalhes de duas vorticidades formadas nesta região. Com a diminuição do número de Rayleigh as distribuição de velocidades tendem a se tornarem mais uniformes e menores na cavidade, facilitando a estabilidade da estratificação térmica.

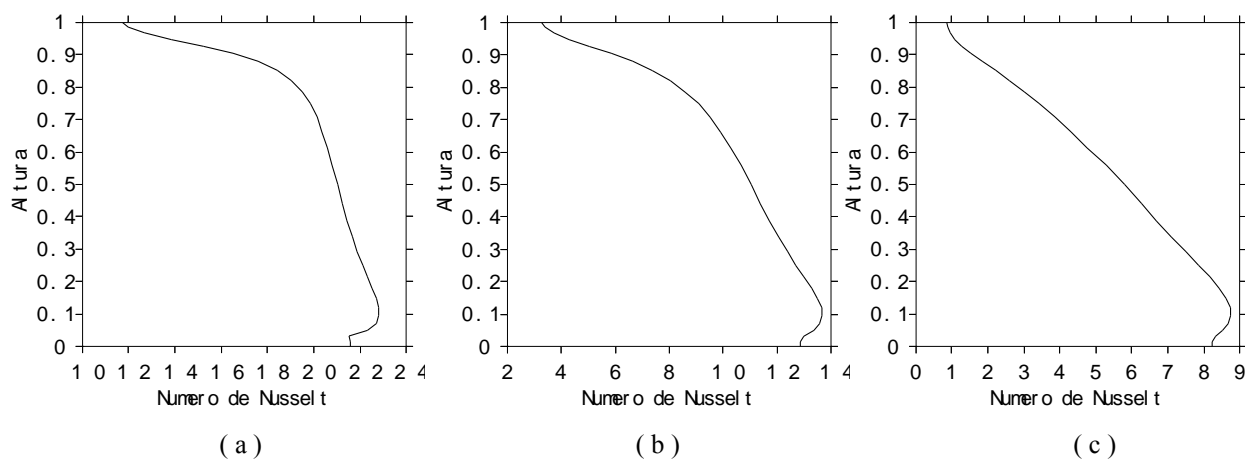


Figura 9. Progressão do número de Nusselt x Altura Adimensional. Razão de Aspecto 1, número de Rayleigh 1×10^5 e razão de raios igual à (a)21, (b)5 e (c)1,01 respectivamente.

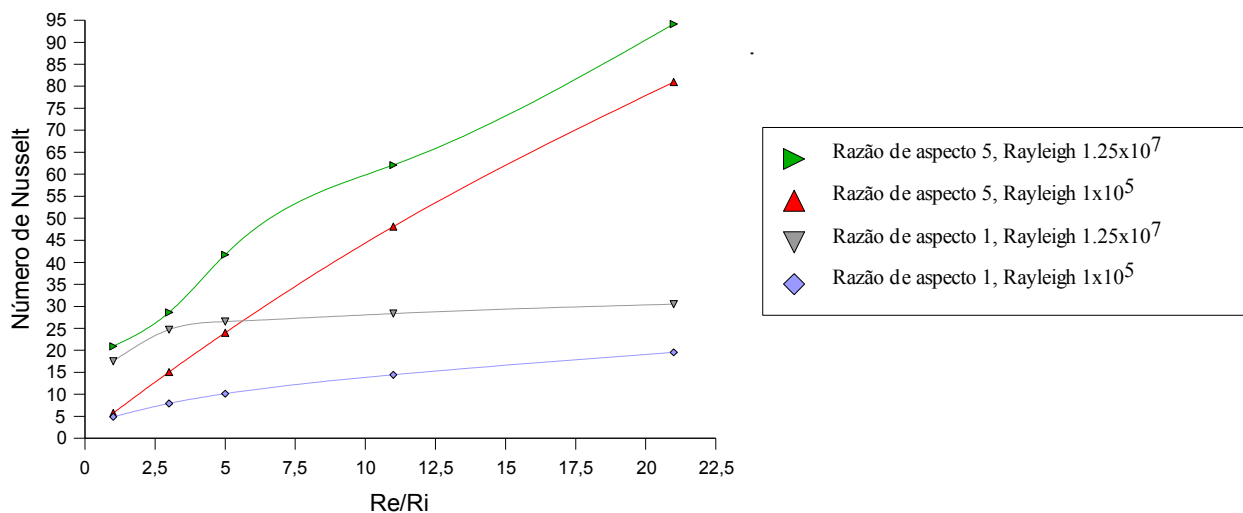


Figura.10. Variação dos número de números de Nusselt médios com a razão de raios para números de Rayleigh e razões de aspecto vistos na legenda.

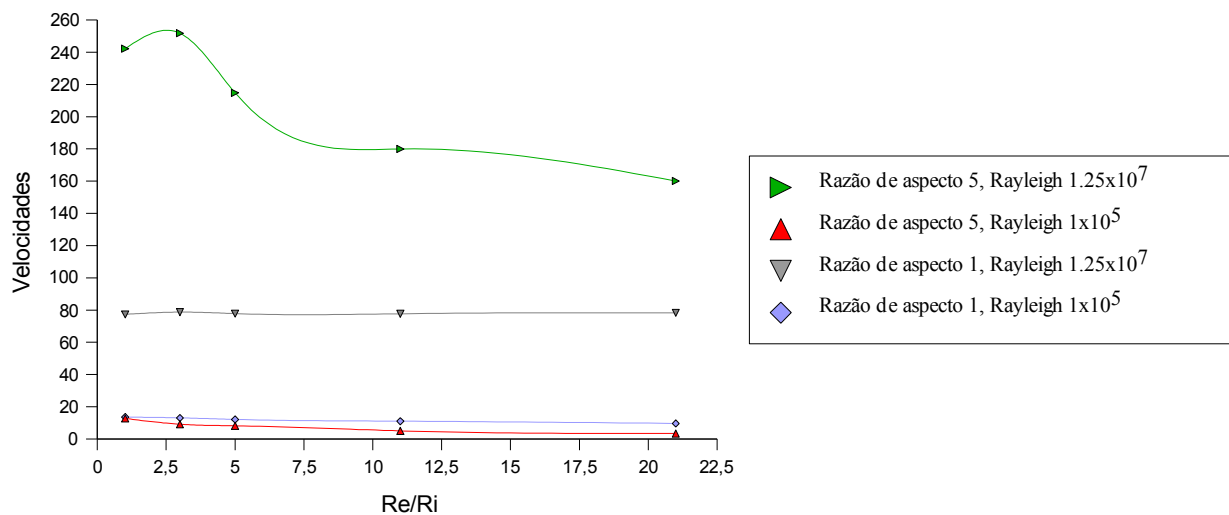


Figura.11. Variação das velocidades médias com a razão de raios para números de Rayleigh e razões de aspecto vistos na legenda.

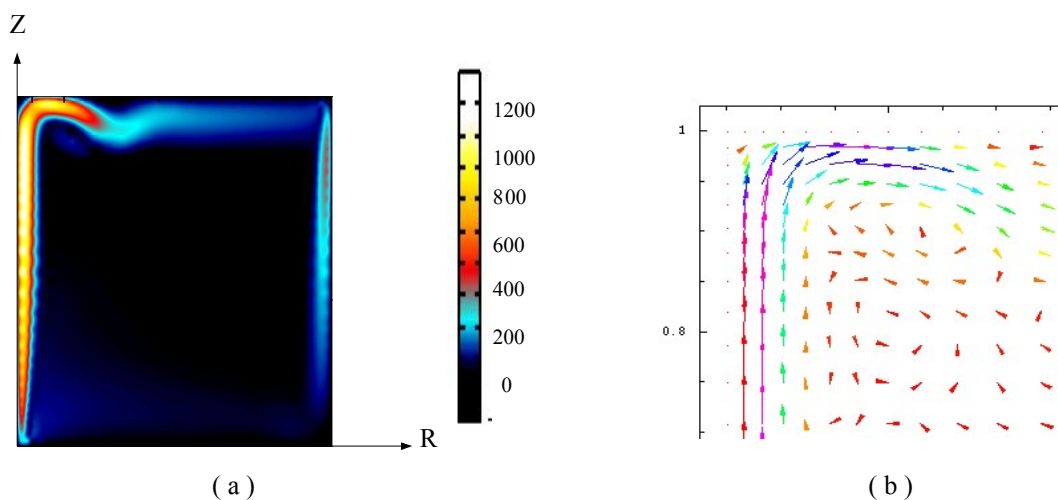


Figura.12. Vorticidades ocasionando fluxo em contra-corrente para razão de aspecto 1 e números de Rayleigh 1.25x10⁷ e razão de raios 5 na representação do módulo das velocidades (a) e mostradas em detalhe do campo de vetores (b) .

5. Conclusão

No presente trabalho é apresentado resultados que comprovam a validade do código computacional proposto para estudo da convecção natural em cavidades cilíndricas fechadas para uma vasta gama de razões de raio, razões de aspecto e números de Rayleigh. Parâmetros de maior importância, como pressões, temperaturas e velocidades são obtidos permitindo a investigação de fenômenos como a formação de vorticidades, movimentação do fluido e formação do fluxo secundário.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao Programa UNESP/PROAPP/CAPES pela bolsa de mestrado oferecida ao aluno e que viabilizou o desenvolvimento deste trabalho.

7. Referências

- Al-Arabi, M. , El-Shaarawi, M. A. I. and Khamis, M., 1987, "Natural Convection in Uniformly Heated Vertical Annuli, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, No. 7, July, pp. 1381-1389.
- Albert, M. and O'Neil, K., 1986, "Moving Boundary-Moving Mesh Analysis of Phase Change Using Finite Elements with Transfinite Mappings", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 23, pp. 591-607
- Alizadeh, S., 1999, "An experimental and numerical study of thermal stratification in a horizontal cylindrical solar storage tank.", Solar Energy, Vol. 66, No. 6, pp. 409-421.
- Al-Marafie, Abbas, Moustafa, Safwat M. and Al-Kandarie, Abdullah, 1989, "Factors Affecting Static Stratification of Thermal Water Storage", Energy Sources, Kuwait University, Kuwait City, Kuwait.
- Al-Nimr, M. A., 1993, "Analytical solution for transient laminar fully developed free convection in vertical concentric annuli", International Journal of Heat and Mass Transfer Vol.36, No. 9, pp. 2385-2395.
- Davis, G. de Vahl and Thomas, R. W., 1969, "Natural Convection between Concentric Vertical Cylinders", Physics of Fluids, Vol. 12, No. 12, pp. II-198-II-207.
- Davis, G. de Vahl and Jones, I., 1993, "Natural convection in a square cavity: a comparison exercise", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 3, pp. 227-248.
- Davis, G. de Vahl, 1983, "Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 3, pp 249-264.
- Desai C. P. and Vafai K., 1996, "Experimental and Numerical Study of Buoyancy-Induced Flow and Heat Transfer in an Open Annular Cavity, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 39, No. 10, pp. 2053-2066.
- Dhatt, G. and Touzot, G, 1984, "The Finite Element Method Displayed. [s.i.], John Wiley & Sons.
- Evans, L.B., Reid, R.C. and Drake, E.M., 1967, "Transient Natural Convection in a Vertical Cylinder", AIChE Journal, Vol. 14, No. 2, pp. 251-259.
- Fu, Wu-Shung, Jou, Yi-Horng and Chien-Hsiung Lee, 1991, "A transient natural convection in an annular enclosure ", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 18, May-June, n. 3, p. 373-384.
- Guo, K. and Wu, S. T., 1985, "Numerical Study of Flow and Temperature Stratifications in a Liquid Thermal Storage Tank", Journal of Solar Energy Engineering, Transactions of the ASME, Vol. 107, No. 1, February 1985, pp. 15-20.
- Ismail, K. A. R. and Scalon, V. L., 2000, "A finite element free convection model for the side wall heated cavity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 1373-1389
- Ivancic, A., Oliva, A., Segarra, C. D. Pérez and Costa, M., 1999, "Heat Transfer Simulation in Vertical Cylindrical Enclosures for Supercritical Rayleigh Number and Arbitrary Side-Wall Conductivity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, No. 2, pp. 323-343.
- Ma, D. J., Henry, D. and Hadid, H. Ben, 1989, "Three-dimensional numerical study of natural convection in vertical cylinders partially heated from the side", Phys. Fluids 17, 124101 (2005) (12 pages).

Padilha, A., 1982, “Estocagem por Estratificação Térmica de Líquido em Reservatório”, dissertação (mestrado), Universidade Federal do Rio de Janeiro (copperj).

Scalon, V. L., 1998, “Estudo de Mudança de Fase em Geometria Plana Aletada Incluindo os Efeitos Convectivos”, Dissertação (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Sun, J. and Oosthuizen, P.H., 1989, “Transient Natural Convection in a Vertical Cylinder with a Specified Wall Flux”, American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, (publication) htd, Vol. 107, pp. 305-314.

Weidman, P. D. and Mehrdadthranfar, G., 1985, “Instability of natural convection in a tall vertical annulus”, Physics of Fluids, Volume 28, n. 3, pp. 776-787

Wenxian, Lin and Armfield, S.W., 2000, “Direct Simulation of Natural Convection Cooling in a Vertical Circular Cylinder”, Department of Mechanical and Mechatronic Engineering, The University of Sydney, Sydney, Australia.

Yeung, Woon-Shing, 1989, “Analysis of natural convection in a closed vertical annulus”, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 16, May-Jun, No. 3, pp. 445-455.

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF NATURAL CONVECTION IN AN ANNULAR CAVITY

Guilherme Henrique Sempionato Souza Santos
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
guilhermehsss@universia.com.br

Alcides Padilha
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
padilha@feb.unesp.br

Ismael de Marchi Neto
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho – UNESP
ismael_marchi@yahoo.com.br

Vicente Luiz Scalon
Universidade Estadual Julio de Mesquita Filho - UNESP
scalon@feb.unesp.br

Abstract

The physical problems which involves free convection had been widely researched and several works analyze this phenomenon in plain geometry. However, studies of this process in cylindrical geometry is less frequent and so much, important. The formulation for cylindrical coordinates leads new terms to the problem equation, which complicate its solution. The implementation of the finite elements methods, which are independent of orthogonal meshes, allows that several cases can be contouring with the use of cartesian system. This fact, normally, leads to the solution of a three-dimensional problem and with expensive computational cost. Meanwhile, several problems can be solved with bidimensional treatment and cylindrical coordinates with a lower computational cost. This work implements a model with the finite elements technique for the solution of bidimensional problems in cylindrical coordinates treating a problem of natural convection in a closed annular cavity formed by concentric cylinders. The influence parameters for the solution are presented and results were discussed.

Keywords: Natural Convection, Thermal Stratification, Finite Elements Method, Numerical Methods, Cylindrical Annular Cavity.

CÁLCULO DE PARÂMETROS TÉRMICOS PARA ESCOAMENTO EM DUTOS COM SEÇÃO NO FORMATO DE SETOR DE ANEL CIRCULAR

Thiago Antonini Alves

Departamento de Energia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, Caixa Postal 6122,
CEP 13.083-970, Campinas, SP, Brasil
antonini@fem.unicamp.br

Marcelo Ferreira Pelegrini

Ricardo Alan Verdú Ramos

Cassio Roberto Macedo Maia

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Unesp/Iha Solteira, Caixa Postal 31,
CEP 15.385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil
mpelegrini@gmail.com
ramos@dem.feis.unesp.br
cassio@dem.feis.unesp.br

Resumo. O presente trabalho apresenta o cálculo dos parâmetros de transferência de calor para escoamento laminar em regime permanente e termicamente não desenvolvido, em dutos de seção transversal com formato de setor de anel circular e com condições de temperatura prescrita na parede. Para a geração do contorno geométrico da seção transversal dos dutos foi feito uso de uma transformação conforme adequada para facilitar a aplicação das condições de contorno. A Técnica da Transformada Integral Generalizada - TTIG é aplicada, então, sobre a equação de energia para a determinação do campo de temperatura do fluido durante o escoamento. Desta forma, parâmetros físicos de interesse, tais como: temperatura média, números de Nusselt local e médio, comprimento de entrada térmica, são obtidos para dutos de diversas configurações geométricas.

Palavras chave: transformada integral, transformação conforme, escoamento laminar, convecção, setor anular.

1. Introdução

Processos de transferência de calor para escoamento interno de fluidos em dutos representam uma classe de problemas difusivo-convectivos de grande interesse na Engenharia Mecânica. Na concepção de um projeto de um dado equipamento, dutos de seção transversal circular são largamente empregados em razão da sua simplicidade construtiva. Desta forma, inúmeros trabalhos e investigações relacionados a esta classe de problemas já foram realizados e uma vasta documentação é encontrada na literatura. Por sua vez, o escoamento de fluidos em dutos que apresentam seção transversal de geometria não-convencional encontra aplicações mais restritas, porém, do ponto de vista analítico-numérico, estes problemas sempre despertam amplo atenção, pois, devido a sua maior complexidade, a busca de soluções fomenta o desenvolvimento de novas metodologias e a construção de novas ferramentas computacionais.

Neste contexto, o presente trabalho trata do cálculo de parâmetros de transferência de calor para o problema de escoamento laminar de fluidos em regime permanente, termicamente em desenvolvimento, com perfil de temperatura de entrada uniforme e sujeito a condições de contorno do primeiro tipo (condições de *Dirichlet*), em dutos de seção transversal com formato de setor de anel circular. Geralmente, problemas com essa geometria são resolvidos utilizando-se do sistema de coordenadas cilíndricas. Entretanto, para facilitar o tratamento analítico, utiliza-se uma transformação conforme apropriada com o objetivo de transformar o domínio original em um retângulo no novo sistema de coordenadas. Além de facilitar a aplicação das condições de contorno, esta transformação permite escrever a equação diferencial da energia de forma mais simples. Para a obtenção do campo de temperatura do escoamento aplica-se a Técnica da Transformada Integral Generalizada – TTIG (Cotta, 1998), pois, para este caso, a equação diferencial parcial – EDP da equação da energia é transformada em um sistema de equações diferenciais ordinárias – EDO de primeira ordem, que é de fácil solução. Este procedimento já vem sendo aplicado com sucesso para a obtenção de solução analítica de forma elegante de problemas difusivos e difusivo-convectivos que apresentam geometrias relativamente complexas (Maia, 2003 e Alves, 2006). Os parâmetros físicos de interesse, tais como: temperatura média, números de *Nusselt* local e médio, comprimento de entrada térmica, são, então, calculados e comparados, quando possível, para dutos de diversas configurações geométricas de setor anular.

2. Análise

Para a formulação do problema considera-se o escoamento laminar de fluidos *Newtonianos* em regime permanente, termicamente não desenvolvido, com perfil de temperatura de entrada uniforme e temperatura prescrita na parede. Além disso, considera-se ainda que as propriedades do fluido permanecem constantes em todo o domínio e que os efeitos da dissipação viscosa e da condução axial são desprezíveis. Desta forma, a equação da energia é dada por:

$$\rho c_p w(x,y) \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z} = k \nabla^2 T(x,y,z), \quad \{(x,y) \in \Omega, z > 0\}, \quad (1)$$

sendo que, ρ é a massa específica, c_p é o calor específico a pressão constante, k é condutividade térmica, w é a velocidade, T é a temperatura e Γ e Ω são o contorno e o domínio, respectivamente, da seção transversal do duto analisado, conforme ilustrado na Fig. 1.

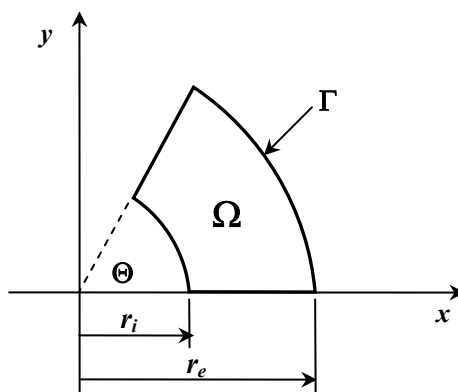


Figura 1. Geometria original do problema.

As condições de entrada e de contorno são dadas por:

$$T(x,y,z) = T_0, \quad \{(x,y) \in \Omega, z = 0\}, \quad (2)$$

$$T(x,y,z) = T_p, \quad \{(x,y) \in \Gamma, z > 0\}, \quad (3)$$

sendo que, T_0 é a temperatura da entrada e T_p a temperatura da parede do duto.

O perfil de velocidade $w(x,y)$ do escoamento no interior do duto de setor de anel circular é obtido através da TTIG, conforme apresentado por Alves *et al.* (2006).

2.1. Adimensionalização

O potencial temperatura e os demais parâmetros físicos e geométricos foram adimensionalizados da seguinte forma:

$$\theta(X,Y,Z) = \frac{T(X,Y,Z) - T_p}{T_0 - T_p}, \quad (4)$$

$$X = \frac{x}{D_h}, \quad Y = \frac{y}{D_h}, \quad Z = \frac{z}{D_h Pe}, \quad D_h = \frac{4 A_S}{Per}, \quad (5,6,7,8)$$

$$W(X,Y) = \frac{w(x,y)}{w_{méd}}, \quad Pe = \frac{\rho c_p w_{méd} D_h}{k}. \quad (9,10)$$

sendo que, D_h é o diâmetro hidráulico, Pe é o número de *Peclet*, A_S é a área da seção transversal, Per é o perímetro do contorno analisado e $w_{méd}$ é a velocidade média do fluido.

Dessa forma, a equação da energia pode ser reescrita na forma adimensional, como:

$$W(X,Y) \frac{\partial \theta(X,Y,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta(X,Y,Z)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta(X,Y,Z)}{\partial Y^2}, \quad (11)$$

Por outro lado, as condições de entrada e de contorno adimensionalizada são:

$$\theta(X,Y,Z) = 1, \quad \{(X,Y) \in \Omega, Z = 0\}, \quad (12)$$

$$\theta(X,Y,Z) = 0, \quad \{(X,Y) \in \Gamma, Z > 0\}. \quad (13)$$

2.2. Transformação de Coordenadas

Para facilitar o tratamento analítico do problema proposto considere a transformação conforme da forma como segue:

$$Z = R_e e^{i\omega}, \quad (14)$$

sendo que, $R_e = r_e/D_h$, $Z = X + iY$ e $\omega = u + iv$.

Esta relação permite transformar o domínio do setor de anel circular no plano (X,Y) em um domínio retangular no plano (u,v) conforme ilustrado na Fig. 2. As relações de transformação de coordenadas são dadas por:

$$X = R_e e^{-v} \cos(u), \quad (15)$$

$$Y = R_e e^{-v} \sin(u). \quad (16)$$

A transformação dada pela Eq. (14) satisfaz as condições de *Cauchy-Riemann*. Portanto, os coeficientes métricos h_u, h_v e o Jacobiano $J(u,v)$ da transformação são dados por:

$$h_u(u,v) = h_v(u,v) = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial u}\right)^2} = R_e e^{-v}, \quad (17)$$

$$J(u,v) = \frac{\partial(X,Y)}{\partial(u,v)} = R_e^2 e^{-2v}. \quad (18)$$

Como pode ser observado, o arco externo do setor de anel é dado pela reta $v = 0$ no novo sistema de coordenadas e o arco interno pela reta $v = v_0$, com $v_0 = \ln(r_e/r_i)$. A coordenada u corresponde com a definição dada para o ângulo Θ do sistema de coordenadas cilíndricas.

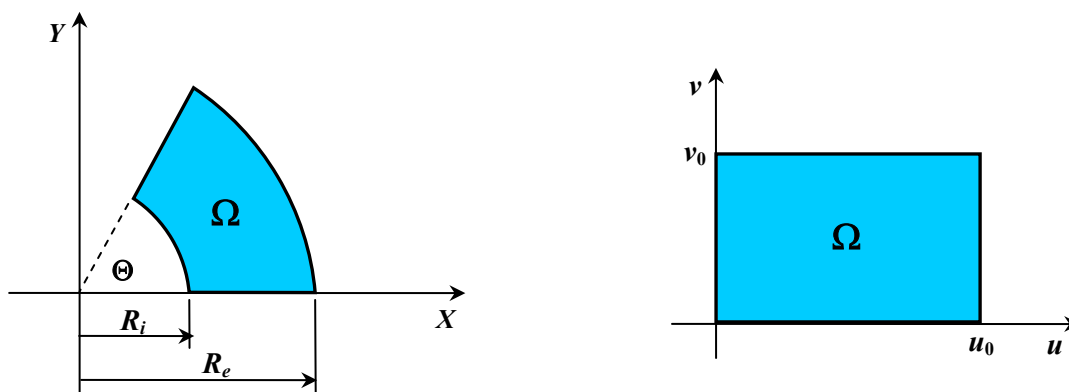


Figura 2. Transformação do domínio de setor anular no plano (X,Y) para o plano (u,v) .

Com estas novas variáveis definidas, a equação da energia, transforma-se em:

$$H(u,v) \frac{\partial \theta(u,v,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta(u,v,Z)}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \theta(u,v,Z)}{\partial v^2}, \quad (19)$$

sendo que:

$$H(u,v) = J(u,v)W(u,v). \quad (20)$$

As condições de entrada e de contorno no novo sistema de coordenadas são dadas por:

$$\theta(u,v,Z) = 1, \quad \{(u,v) \in \Omega, Z = 0\}. \quad (21)$$

$$\theta(u,v,Z) = 0, \quad \{u=0, 0 < v < v_0, Z > 0\}, \quad (22)$$

$$\theta(u,v,Z) = 0, \quad \{u=u_0, 0 < v < v_0, Z > 0\}, \quad (23)$$

$$\theta(u,v,Z) = 0, \quad \{0 < u < u_0, v=0, Z > 0\}, \quad (24)$$

$$\theta(u,v,Z) = 0, \quad \{0 < u < u_0, v=v_0, Z > 0\}. \quad (25)$$

2.3. Aplicação da Técnica da Transformada Integral Generalizada

Para a solução da equação da energia no novo sistema de coordenadas aplica-se a TTIG, que na sua essência, procederá à remoção das derivadas parciais de segunda ordem. Para esta finalidade, escreve-se o potencial $\theta(u, v, Z)$ em termos de uma expansão em autofunções normalizadas obtidas de problemas auxiliares de autovalor para cada coordenada espacial. Neste sentido, considera-se inicialmente o seguinte problema auxiliar de autovalor:

$$\frac{d^2\psi(u)}{du^2} + \mu^2\psi(u) = 0, \quad \{0 \leq u \leq u_0\}, \quad (26)$$

com,

$$\psi(u) = 0, \quad \{u = 0\}, \quad (27)$$

$$\psi(u) = 0, \quad \{u = u_0\}, \quad (28)$$

Os autovalores e as autofunções associados a este problema são dados, respectivamente, por:

$$\mu_i = \frac{i\pi}{u_0}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (29)$$

$$\psi_i(u) = \text{sen}(\mu_i u). \quad (30)$$

As autofunções acima definidas têm a propriedade de ortogonalidade que permitem o desenvolvimento do seguinte par transformada-inversa:

$$\bar{\theta}_{im}(Z) = \int_0^{u_0} K_i(u) Z_m(v) \theta(u, v, Z) du, \quad \text{transformada}, \quad (31)$$

$$\theta(u, v, Z) = \sum_{i=1}^{\infty} K_i(u) \bar{\theta}_i(v, Z), \quad \text{inversa}, \quad (32)$$

sendo que $K_i(u)$ são as autofunções normalizadas dadas por:

$$K_i(u) = \frac{\psi_i(u)}{\sqrt{N_i}}, \quad (33)$$

com

$$N_i = \int_0^{u_0} \psi_i(u)^2 du = \frac{u_0}{2}. \quad (34)$$

Efetuada-se o produto interno das autofunções normalizadas $K_i(u)$ com a equação da energia, Eq. (19), e utilizando-se as condições de contorno dadas pelas Eqs. (22-25) e das equações que definem o problema auxiliar de autovalor, Eqs. (26-28), obtém-se que:

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}(v) \frac{\partial \bar{\theta}_j(v, Z)}{\partial Z} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(v, Z) = \frac{\partial^2 \bar{\theta}_i(v, Z)}{\partial v^2}, \quad (35)$$

$$A_{ij}(v) = \int_0^{u_0} K_i(u) K_j(u) H(u, v) du. \quad (36)$$

Para a remoção da derivada parcial de segunda ordem em v considere o seguinte problema de autovalor:

$$\frac{d^2\phi(v)}{dv^2} + \lambda^2 \phi(v) = 0, \quad \{0 \leq v \leq v_0\}, \quad (37)$$

com:

$$\phi(v) = 0, \quad \{v = 0\}, \quad (38)$$

$$\phi(v) = 0, \quad \{v = v_0\}. \quad (39)$$

Os autovalores e as autofunções para este novo problema são:

$$\lambda_m = \frac{m\pi}{v_0}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (40)$$

$$\phi_m(v) = \cos(\lambda_m v). \quad (41)$$

As autofunções acima definidas têm a propriedade de ortogonalidade que permitem o desenvolvimento do seguinte par transformada-inversa:

$$\tilde{\theta}_{im}(Z) = \int_0^{v_0} \int_0^{u_0} K_i(u) Z_m(v) \theta(u, v, Z) du dv, \quad \text{transformada}, \quad (42)$$

$$\theta(u, v, Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} K_i(u) Z_m(v) \tilde{\theta}_{im}(Z), \quad \text{inversa}, \quad (43)$$

sendo que $Z_m(v)$ são as autofunções normalizadas dadas por:

$$Z_m(v) = \frac{\phi_m(v)}{\sqrt{M_m}}, \quad (44)$$

com:

$$M_m = \int_0^{v_0} \phi_m(v)^2 dv = \frac{v_0}{2}. \quad (45)$$

Para a determinação do potencial transformado, adota-se o mesmo procedimento que foi aplicado ao primeiro problema de autovalor. Assim, efetuando-se o produto interno das autofunções normalizadas $Z_m(v)$ com a equação transformada em u , Eq. (35), e utilizando-se das condições de contorno e da equação que define o problema auxiliar de autovalor em v , Eqs. (37-39), obtém-se o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} B_{ijnm} \frac{d\tilde{\theta}_{jn}(Z)}{dZ} + (\mu_i^2 + \lambda_m^2) \tilde{\theta}_{im}(Z) = 0, \quad j, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (46)$$

$$B_{ijnm} = \int_0^{v_0} Z_m(v) Z_n(v) A_{ij}(v) dv. \quad (47)$$

Os parâmetros B_{ijnm} são integráveis e, conseqüentemente, conhecidos. A solução deste sistema de equações diferenciais ordinárias permite a obtenção do potencial transformado, quando submetido à condição de entrada transformada dada por:

$$\tilde{\theta}_{im}(0) = \int_0^{v_0} \int_0^{u_0} K_i(u) Z_m(v) \theta(u, v, 0) du dv = \int_0^{v_0} \int_0^{u_0} K_i(u) Z_m(v) du dv. \quad (48)$$

Para fins computacionais, o potencial transformado pode ser determinado numericamente quando a expansão é truncada em uma dada ordem $m = M$ e $n = N$. Portanto, utilizando-se da fórmula de inversão, determina-se o potencial temperatura adimensional:

$$\theta(u, v, Z) = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M K_i(u) Z_m(v) \tilde{\theta}_{im}(Z). \quad (49)$$

Obviamente, quanto maior N e M maior será a precisão dos resultados.

2.4. Parâmetros Físicos de Interesse

2.4.1. Temperatura Média

A determinação da temperatura média em sua forma adimensional é dada por:

$$\theta_{méd}(Z) = \frac{1}{A_S^*} \int_{\Omega} \theta(X, Y, Z) W(X, Y) d\Omega, \quad (50)$$

sendo que, $A_S^* = A/D_h^2$ é a área da seção transversal adimensional. Portanto, no plano (u, v) , $\theta_{méd}$ é dado por:

$$\theta_{méd}(Z) = \frac{1}{A_S} \int_0^{u_0} \int_0^{v_0} \theta(u, v, Z) W(u, v) J(u, v) dv du. \quad (51)$$

2.4.2. Número de Nusselt

O número de *Nusselt* local e o médio podem ser definidos (Kakaç *et al.*, 1998), respectivamente, por:

$$Nu(Z) = -\frac{1}{4\theta_m(Z)} \frac{d\theta_{méd}(Z)}{dZ} \quad (52)$$

$$Nu_{méd}(Z) = -\frac{1}{4Z} \ln \theta_{méd}(Z) \quad (53)$$

2.4.3. Comprimento de Entrada Térmica

O comprimento de entrada térmica é definido como sendo a posição em que o número de *Nusselt* local é 5% maior que o número de *Nusselt* na região em que o fluido está termicamente desenvolvido (Shah & London, 1978). Assim,

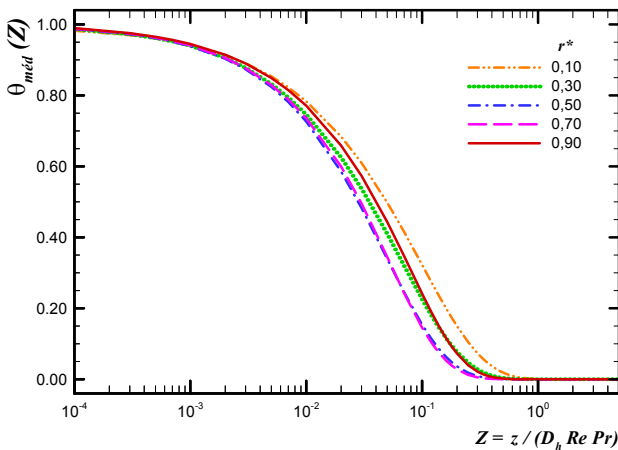
$$L_{th} = \text{raiz positiva de } \{1,05 Nu(\infty) - Nu(Z) = 0\} \quad (54)$$

3. Resultados e Discussão

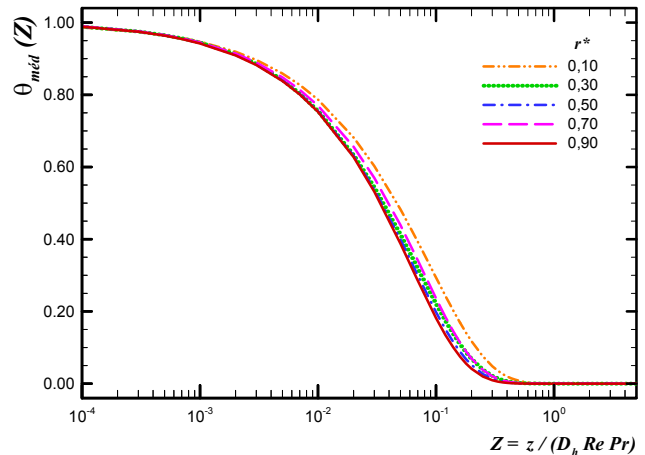
Para a obtenção de resultados numéricos, utiliza-se o Método de Quadratura de *Gauss* para o cálculo das integrais envolvida nos coeficientes B_{ijmn} e nos parâmetros físicos de interesse. Desta forma, é necessária, também, a determinação das autofunções e do Jacobiano nestes pontos de quadratura. Feito isso, resolve-se o sistema de equações diferenciais para a determinação dos coeficientes do potencial transformado utilizando-se da rotina *DIVPAG* da biblioteca *IMSL Fortran* (1994) e do truncamento da expansão dada pela Eq. (49) para diversas ordens M e N .

Verifica-se através de uma análise de convergência, que na região de entrada do escoamento, $Z < 0,001$, a convergência é relativamente lenta, sendo necessário considerar truncamentos da série com ordem $M = N = 30$ para a obtenção de pelo menos três dígitos de precisão. Para a região onde o escoamento já se encontra termicamente desenvolvido observa-se que a série que determina o potencial temperatura converge mais rapidamente, sendo necessário considerar apenas 20 termos para cada direção para uma precisão em torno de quatro dígitos.

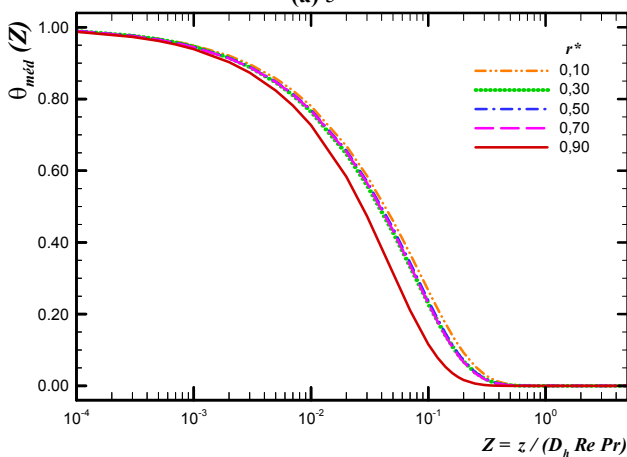
Nas Figuras 3(a) a 3(h), o comportamento da temperatura adimensional média é apresentado para os ângulos Θ iguais a 5° , 15° , 30° , 60° , 90° , 180° , 270° e 350° em função da razão $r^* = r_i / r_e$. Já as Figuras 4(a) a 4(h) e 5(a) a 5(h) apresentam o comportamento do número de *Nusselt* local e médio, respectivamente, para estes mesmos ângulos.



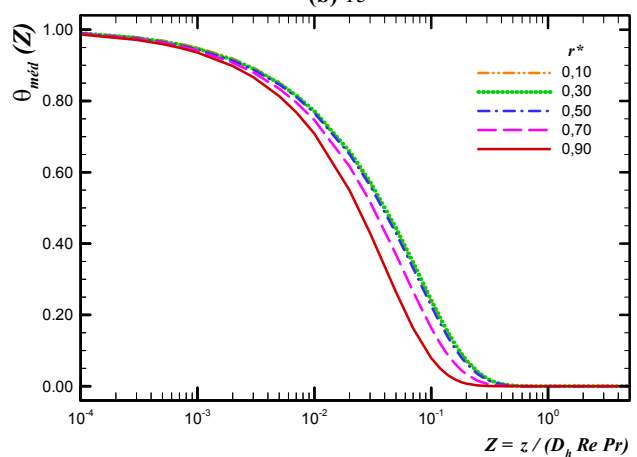
(a) 5°



(b) 15°



(c) 30°



(d) 60°

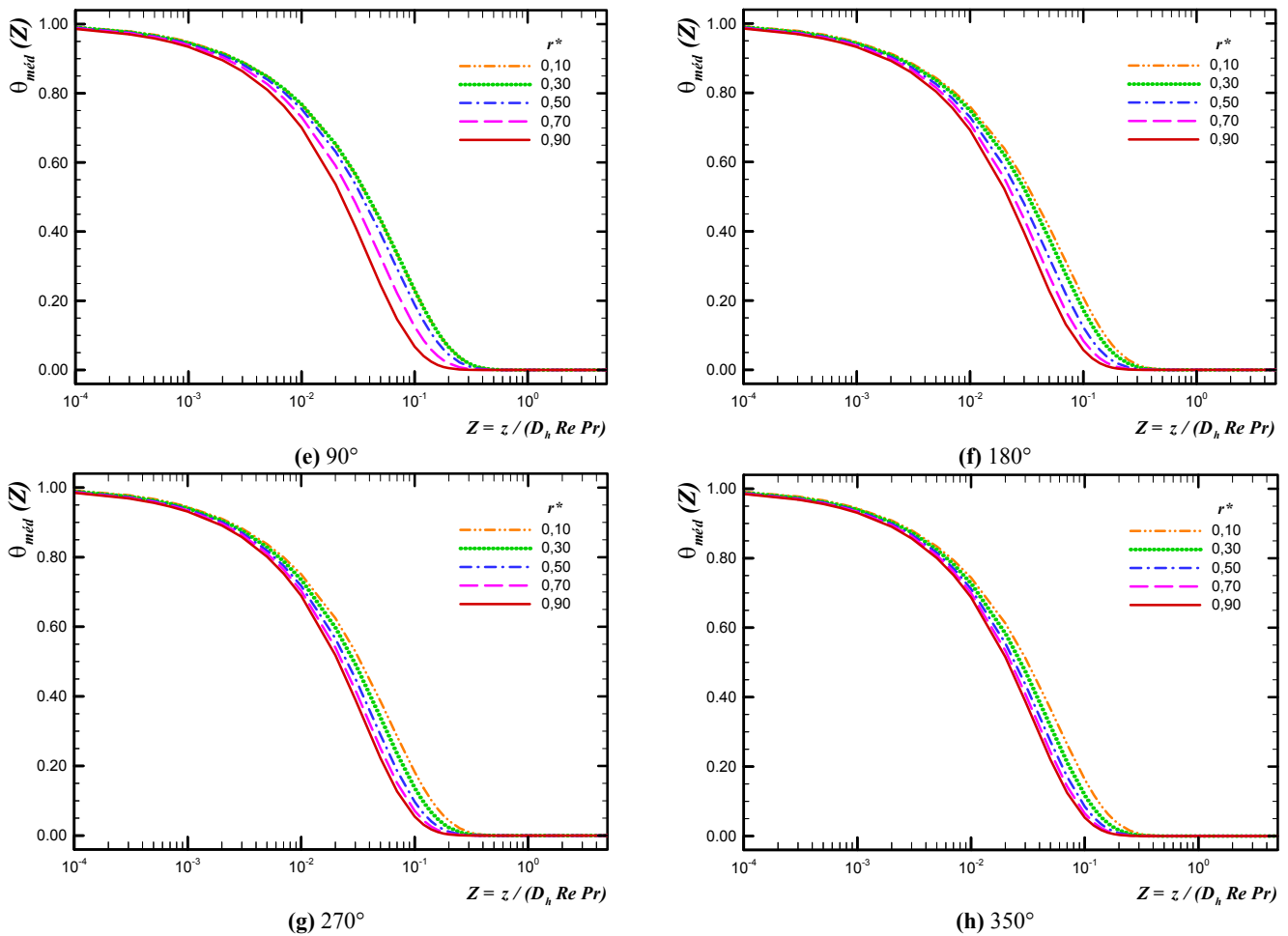
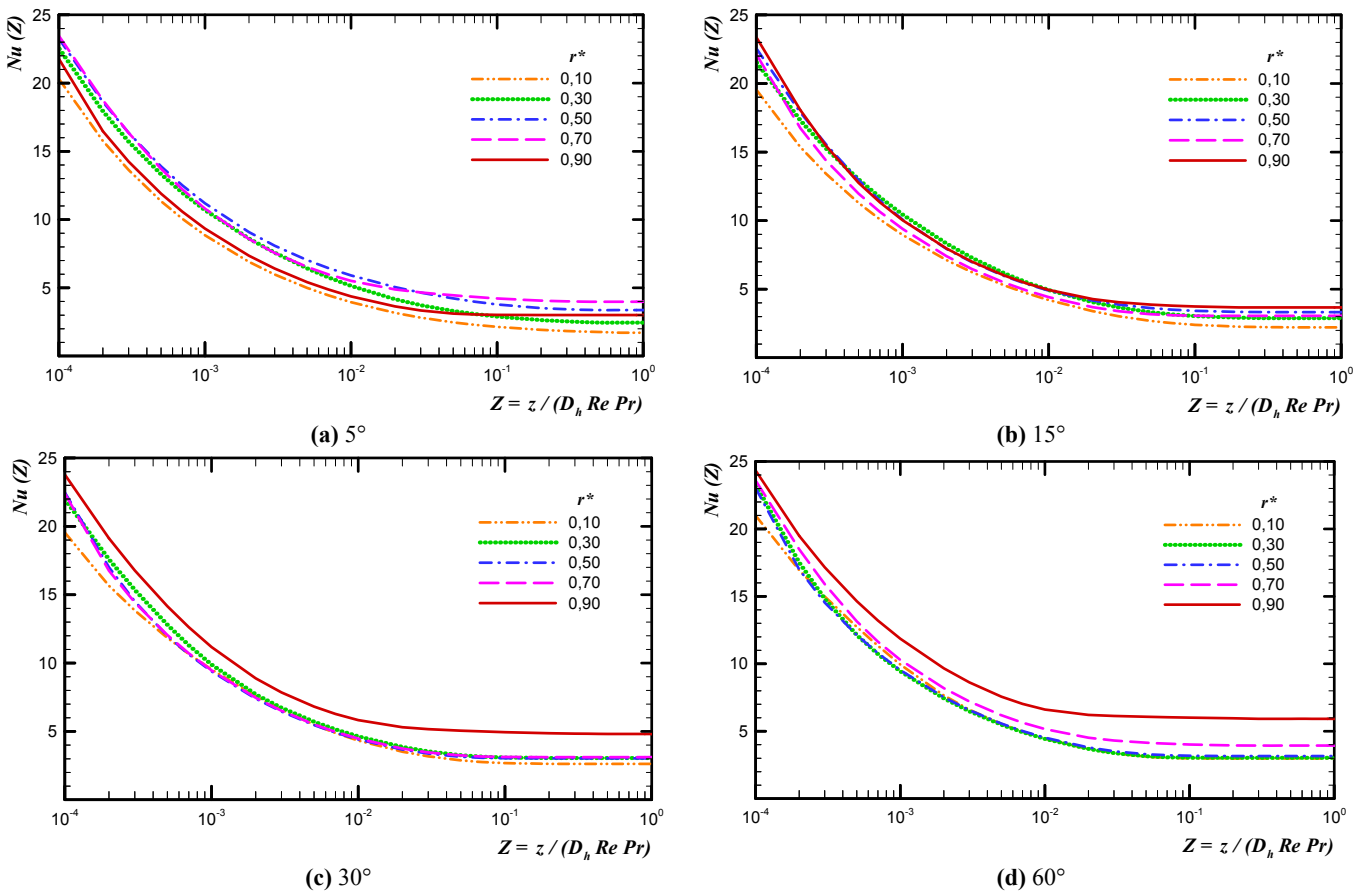


Figura 3. Comportamento da temperatura adimensional média para diversas configurações dos dutos de setor anular.



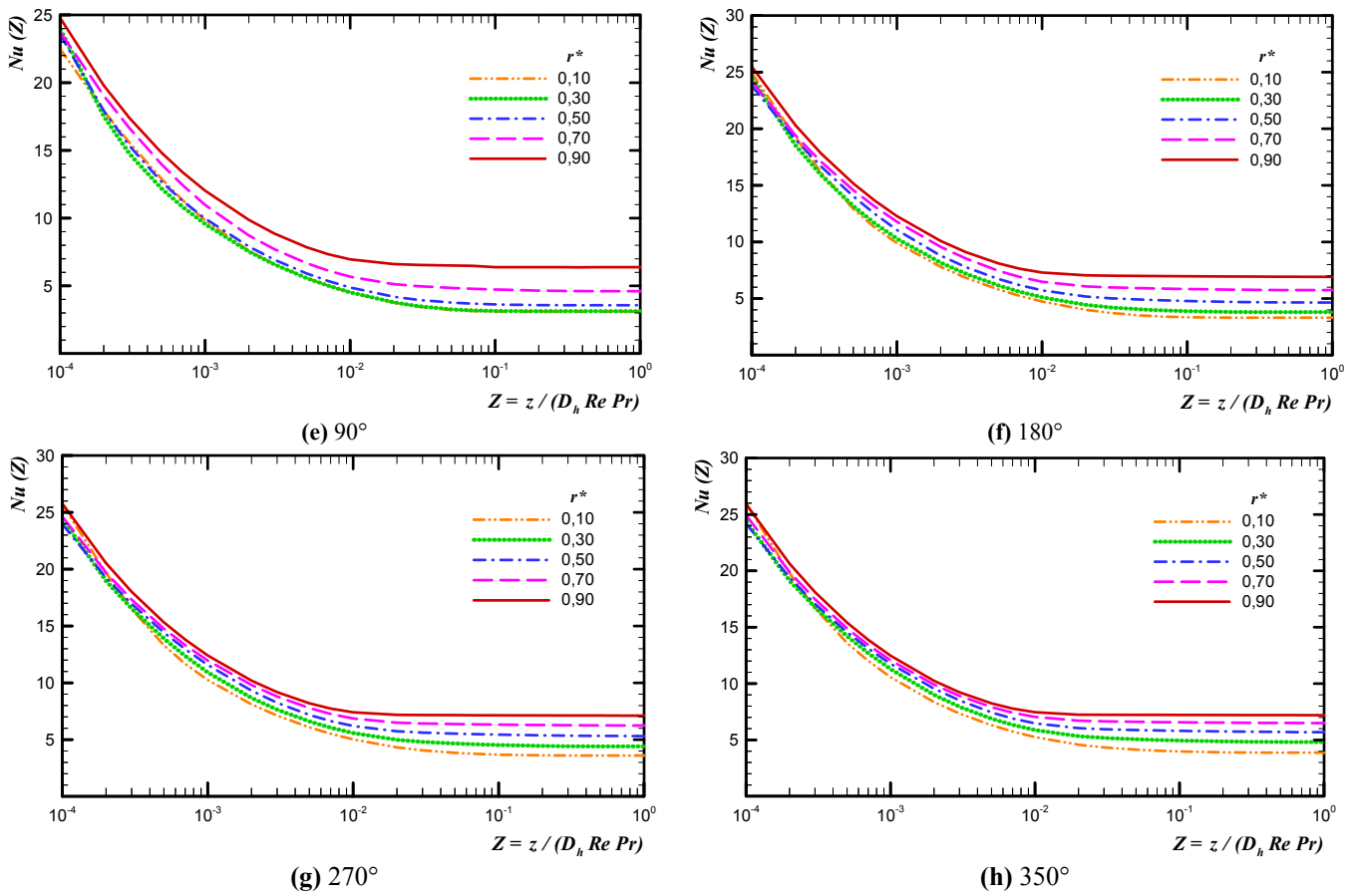
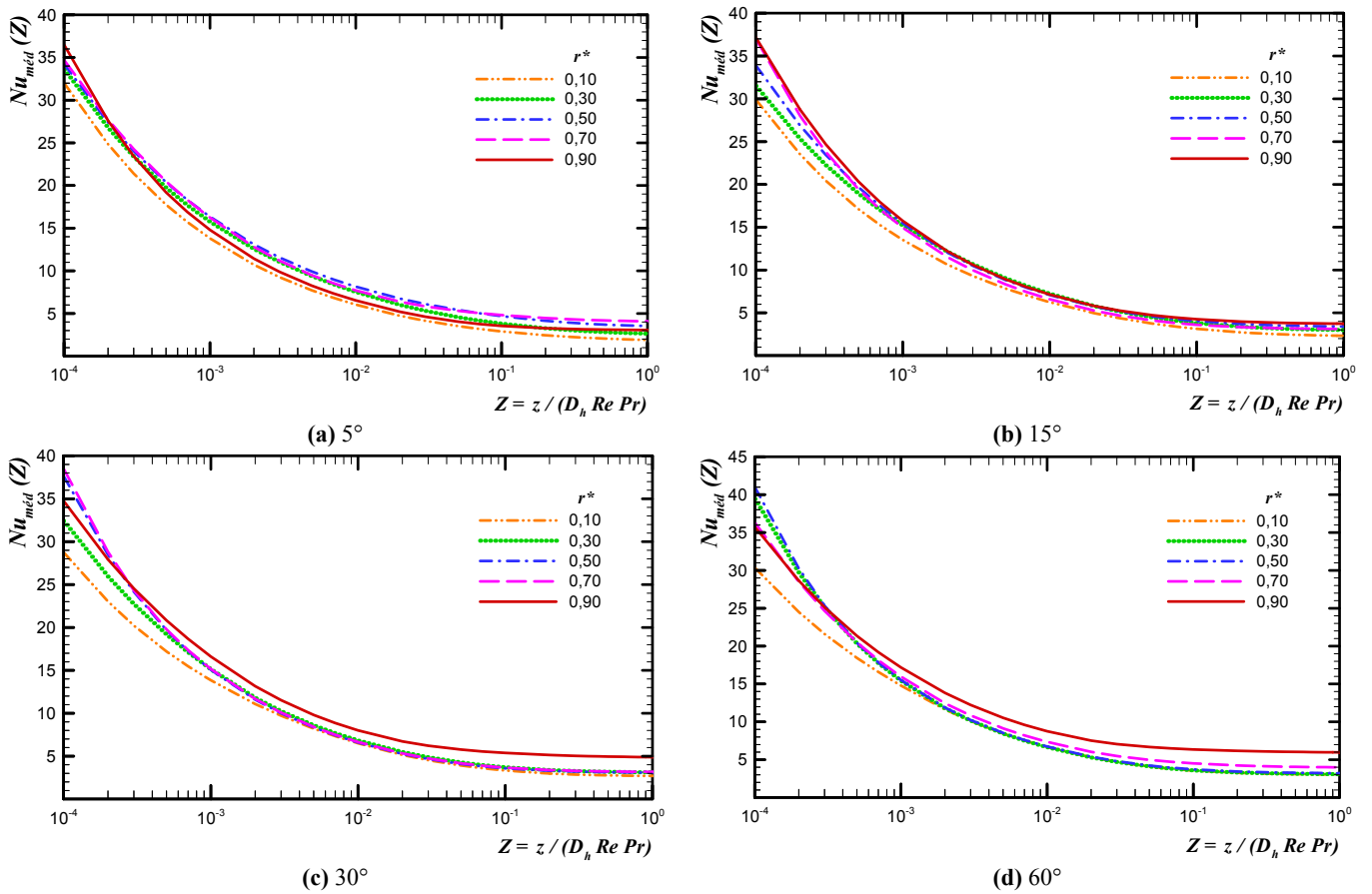


Figura 4. Comportamento do número de *Nusselt* local para diversos dutos de setor de anel circular.



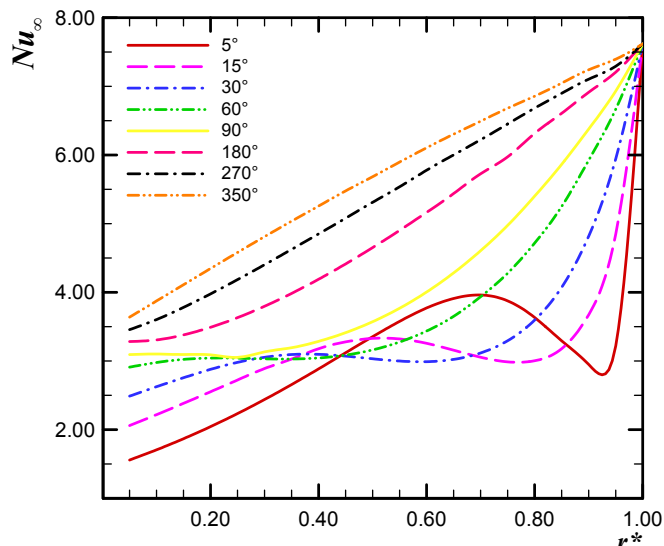


Figura 6. Comportamento do número de Nusselt limite para diversos formatos de setor anular.

Tabela 2. Comprimento de entrada térmica, L_{th} , para diversas configurações dos dutos analisados.

r^*	5°	15°	30°	60°	90°	180°	270°	350°
0,05	0,3309	0,1494	0,0774	0,0497	0,0458	0,0520	0,0599	0,0650
0,10	0,3242	0,1372	0,0714	0,0481	0,0453	0,0530	0,0607	0,0646
0,15	0,3096	0,1260	0,0675	0,0469	0,0452	0,0542	0,0613	0,0632
0,20	0,2861	0,1163	0,0639	0,0458	0,0453	0,0554	0,0614	0,0607
0,25	0,2648	0,1085	0,0610	0,0448	0,0458	0,0569	0,0607	0,0564
0,30	0,2425	0,1015	0,0577	0,0444	0,0466	0,0581	0,0584	0,0511
0,35	0,2237	0,0954	0,0537	0,0442	0,0478	0,0589	0,0548	0,0454
0,40	0,2089	0,0901	0,0498	0,0446	0,0494	0,0584	0,0498	0,0394
0,45	0,1914	0,0828	0,0468	0,0453	0,0512	0,0567	0,0442	0,0324
0,50	0,1790	0,0727	0,0448	0,0467	0,0534	0,0532	0,0372	0,0277
0,55	0,1689	0,0620	0,0439	0,0485	0,0559	0,0482	0,0316	0,0227
0,60	0,1567	0,0546	0,0436	0,0511	0,0573	0,0416	0,0257	0,0193
0,65	0,1421	0,0478	0,0441	0,0536	0,0568	0,0337	0,0215	0,0166
0,70	0,1158	0,0448	0,0454	0,0554	0,0536	0,0256	0,0183	0,0143
0,75	0,0823	0,0429	0,0484	0,0567	0,0462	0,0201	0,0149	0,0120
0,80	0,0596	0,0423	0,0528	0,0514	0,0334	0,0165	0,0121	0,0105
0,85	0,0491	0,0464	0,0567	0,0394	0,0228	0,0130	0,0101	0,0093
0,90	0,0438	0,0538	0,0497	0,0205	0,0158	0,0100	0,0088	0,0084
0,95	0,0473	0,0534	0,0213	0,0122	0,0093	0,0084	0,0081	0,0081
1,00	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080

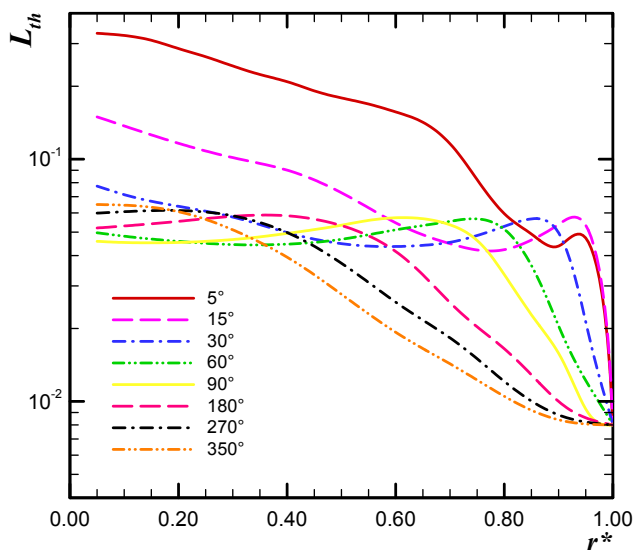


Figura 7. Comportamento do comprimento de entrada térmica para diversos formatos de setor anular.

No caso limite de $r^* \rightarrow 0,00$ a geometria para qualquer ângulo Θ se aproxima da do setor circular. Já para $r^* \rightarrow 1,00$ e um ângulo Θ qualquer, a geometria, bem como os resultados obtidos, aproximam-se do caso da placa plana. Ressalta-se ainda, que os resultados obtidos para o número de *Nusselt* limite quando comparados com os apresentados em Ben-Ali *et al.* (1989) apresentam uma excelente concordância, gerando um erro inferior a 1%.

4. Conclusões

No presente trabalho, utiliza-se a Técnica da Transformada Integral Generalizada – TTIG para obtenção de solução do problema de escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido e termicamente não desenvolvido em dutos cuja seção transversal apresentam o formato de um setor de anel circular submetidos a condição de temperatura de parede prescrita (condições de *Dirichlet*) e perfil de temperatura de entrada uniforme. Devido ao formato geométrico não-convencional do duto, as dificuldades inerentes para a aplicação das condições de contorno foram removidas utilizando-se uma transformação conforme adequada capaz de representar a geometria do duto em um domínio com contorno de formato retangular. A aplicação da TTIG sobre a equação da energia gerou um sistema acoplado e infinito de equações diferenciais ordinárias para o potencial temperatura transformado que foi resolvido numericamente truncando-se a expansão em um número finito de termos. Observou-se, que a convergência do potencial temperatura é lenta na região de entrada do escoamento ($Z < 0,001$), sendo necessário uma ordem de truncamento relativamente alta para o sistema de equações diferenciais do potencial transformado para a obtenção de quatro dígitos de precisão. Parâmetros físicos de interesse, tais como: temperatura média, números de *Nusselt* local e médio, comprimento de entrada térmica, foram calculados e comparados, quando possível com os resultados disponíveis na literatura, para dutos de diversas configurações geométricas de setor anular.

Finalizando, observa-se que a TTIG é aplicada com sucesso para a obtenção de solução de problemas difusivos e difusivo-convectivos multidimensionais, ressaltando-se, aqui, o presente problema, o qual muitas vezes não admite solução pelas técnicas analíticas clássicas.

5. Agradecimentos

O primeiro autor gostaria de externar agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pela concessão de bolsa de mestrado sob processo nº 130294/2005-5.

6. Referências

- Alves, T.A., 2006, “Aplicação da Transformada Integral na Solução de uma Classe de Problemas Difusivos e Difusivo-Convectivos em Domínios de Geometria Não-Convencionais”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira/SP, Brasil, 345p.
- Alves, T.A., Ramos, R.A.V., Maia, C.R.M., 2006, “Perda de Pressão para Escoamento de Fluidos em Dutos com Seção no Formato de um Setor de Anel Circular”, Proceedings of the 27th Iberian Latin American Congress on Computational Methods (CILAMCE), ABMEC, Belém/PA, Brasil, CIL09-514, 15p.
- Ben-Ali, T.M., Soliman, H.M. & Zariffah, E.K., 1989, “Further Results for Laminar Heat Transfer in Annular Sector and Circular Sector Ducts”, Journal of Heat Transfer, Vol. 111, pp. 1090-1093.
- Cotta, R.M., 1998, “The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Science and Engineering”, Begell House Inc., New York.
- IMSL Library, 1994, Edition 7, “GNB Building”, 7500 Ballaire Blvd, Houston, Texas 77036.
- Kakaç, S., Shah, R.K. & Aung, W., 1998, “Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer”, John Wiley, New York.
- Maia, C.R.M., 2003, “Solução de Problemas Difusivos e Difusivo-convectivos em Domínio de Geometria Elíptica e Bicôncava pela Técnica da Transformada Integral Generalizada”, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 251p.
- Shah, R.K. & London, A.L., 1978, “Laminar Flow Forced Convection in Ducts. Advances in Heat Transfer”, Supplement 1, Academic Press Inc., New York, 477 p.

CALCULATION OF THERMAL PARAMETERS IN LAMINAR FORCED CONVECTION INSIDE ANNULAR-SECTOR DUCTS

Thiago Antonini Alves

State University of Campinas - Unicamp, College of Mechanical Engineering, Department of Energy,
13.083-970, Campinas, SP, Brazil
antonini@fem.unicamp.br

Marcelo Ferreira Pelegrini

Ricardo Alan Verdú Ramos

Cassio Roberto Macedo Maia

Paulist State University - Unesp, College of Engineering of Ilha Solteira, Department of Mechanical Engineering,
15.385-000, Ilha Solteira, SP, Brazil
mpelegrini@gmail.com
ramos@dem.feis.unesp.br
cassio@dem.feis.unesp.br

Abstract

Analytical solutions for laminar forced convection problems in annular sector ducts have been developed in this work. The inherent difficulties to apply the boundary conditions due to irregular geometry are overcome by an adequate variable change. The Generalized Integral Transform Technique – GITT is used to obtain solutions for thermal entry region problem in steady state with fully developed laminar flow and uniform inlet temperature. In the present analysis, the diffusion problem is subjected to the first kind boundary conditions. Numerical results are obtained for quantities of practical interest, such as bulk temperature and local and global Nusselt number, for several geometric configurations.

Keywords: Laminar forced convection, Thermally developing problem, Integral Transform, Conform Transform.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM UMA GOTÍCULA LÍQUIDA SUBMETIDA A VARIAÇÕES DE PRESSÃO PERIÓDICAS

Tobias R. Gessner

Polo – Laboratórios de Pesquisa em Refrigeração e Termofísica
Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 88040-900, Brasil.
tobias@polo.ufsc.br

Jader R. Barbosa Jr.

Polo – Laboratórios de Pesquisa em Refrigeração e Termofísica
Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 88040-900, Brasil.
jrb@polo.ufsc.br

Resumo. Problemas de transferência de calor sem e com mudança de fase em situações onde o comportamento da pressão ambiente é função do tempo são encontrados em inúmeras aplicações de engenharia. A transferência de calor com mudança de fase em uma gotícula líquida esférica é analisada do ponto de vista fundamental para o caso onde a pressão ambiente varia forma periódica. As equações de conservação da massa e da energia para a gotícula, para a camada de vapor que a envolve e para a interface são deduzidas e resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes Finitos. São analisados dois casos particulares da formulação geral com mudança de fase (o primeiro para uma parede plana impermeável e o segundo para uma esfera impermeável), de modo a comprovar a existência de uma defasagem entre as distribuições temporais do fluxo de calor e da diferença entre as temperaturas da superfície e do seio do vapor. No caso onde há mudança de fase, é mostrado que a frequência de oscilação da pressão exerce forte influência sobre a taxa de variação do raio da gotícula em função do tempo.

Palavras chave: transferência de calor com mudança de fase, evaporação, condensação, pressão variável.

1. Introdução

São inúmeras as aplicações de engenharia envolvendo a transferência de calor entre uma superfície e um gás (ou um vapor) em processos de compressão e expansão sucessivos. Como exemplos, podem ser citados motores de combustão interna, compressores e máquinas alternativas em geral. Nestas situações, a inaplicabilidade da Lei de Resfriamento de Newton (Eq. 1) para o cálculo do fluxo de calor através das superfícies do cilindro é um fato há muito reconhecido e comprovado teórica e experimentalmente (Pfriem, 1943; Overbye et al, 1961).

$$\bar{q} \cdot \hat{n} \propto (T_f - T_\infty) \quad (1)$$

Durante processos de compressão e expansão, a proporcionalidade entre o fluxo de calor e a diferença de temperaturas entre a superfície e o seio do gás ou vapor expressa na Eq. (1) deixa de ser válida devido ao surgimento de uma defasagem entre o fluxo de calor (que é diretamente proporcional ao gradiente de temperaturas no gás junto à parede) e a diferença de temperaturas, $T_f - T_\infty$, entre a superfície e fluido longe dela. Como consequência desta defasagem, o coeficiente de transferência de calor, definido como a razão entre \bar{q} e $T_f - T_\infty$, pode exibir valores negativos, nulo e infinito ao longo de um ciclo de compressão e expansão (Kornhauser e Smith, 1994). Entretanto, a despeito desta aparente inconsistência na Lei de Resfriamento de Newton para esta classe de problemas, a maioria dos modelos para a transferência de calor em processos de compressão ainda ignora essa diferença de fase, conforme relatado por Fagotti et al. (1994).

O problema fundamental da transferência de calor entre uma superfície plana impermeável e um gás cuja pressão varia de forma periódica tem sido intensamente estudado experimentalmente e analiticamente através de modelos com vários níveis de sofisticação e complexidade. Uma revisão recente e extensa da literatura foi realizada por Catto e Prata (2000) e não será, portanto, repetida aqui.

O objetivo do presente trabalho é estender a análise da transferência de calor descrita acima a um problema fundamental de grande importância prática (Sirignano, 2000), mas que ainda não foi suficientemente explorado no contexto de processos de compressão e expansão (Haywood et al., 1994; Sheu and Liou, 1999); o problema da transferência de calor com mudança de fase de uma gotícula líquida pura suspensa em um meio infinito superaquecido. Neste caso, os gradientes de temperatura que se desenvolvem em ambos os lados da interface líquido-vapor contribuem para um avanço (condensação) ou recuo (evaporação) da interface em resposta ao comportamento instantâneo da pressão em um ciclo de compressão e expansão. Nas condições investigadas no presente trabalho, o efeito líquido ao longo do ciclo é a evaporação da gotícula, em virtude da manutenção do superaquecimento do meio vapor distante da gota, ou seja,

$$T_\infty > T_{sat}(p), \quad \forall p(t). \quad (2)$$

Como será visto a seguir, para uma dada amplitude, a frequência de oscilação do campo de pressão é crucial para a determinação dos gradientes de temperatura junto à interface líquido-vapor e, conseqüentemente, do fluxo de massa interfacial, do qual depende integralmente a taxa de variação do raio da gotícula com o tempo.

O presente trabalho é estruturado da seguinte forma. Na Seção 2 são apresentadas as equações de conservação e as principais hipóteses adotadas pelo modelo físico. As condições da simulação são discutidas na Seção 3, juntamente com o detalhamento da implementação computacional. O problema é abordado em três diferentes casos. No primeiro, investiga-se a transferência de calor entre vapor de R-134a e uma parede plana (equivalente a uma esfera de raio infinito) impermeável com condição de temperatura interfacial prescrita. No segundo caso, é estudada a transferência de calor entre vapor de R-134a e uma esfera sólida impermeável na qual a resistência interna à transferência de calor é suposta nula ($Bi \rightarrow 0$). Finalmente, no terceiro caso, é investigado o problema da transferência de calor entre uma gotícula líquida de R-134a imersa em um meio infinito (R-134a vapor) superaquecido. Resultados para os três casos são apresentados na Seção 4 sob a forma de perfis radiais de temperatura e diagramas de fase dos fluxos de calor e de massa interfaciais em função de $T_i - T_\infty$ para diversas frequências de oscilação da pressão. Conclusões e sugestões para pesquisas futuras são discutidas na Seção 5.

2. Modelagem

É suposto que o vapor (R-134a) é um gás real e que sua densidade varia com o tempo segundo a expressão,

$$\rho_G = \rho_{G,0} \left\{ \frac{2(1 + R_V)}{1 + 2R_V - \sin(\omega t + 3\pi/2)} \right\} \quad (3)$$

onde $R_V = 0,1$, ω é a frequência de oscilação e $\rho_{G,0} = 4,6232 \text{ kg/m}^3$ é a densidade do vapor em um estado de referência (1 bar, 0°C). A variação da pressão é calculada supondo processos de compressão e expansão isentrópicos e ausência de gradientes espaciais (Sheu and Liou, 1999). Assim, $p = p(\rho_G, s_{G,0})$, onde $s_{G,0}$ é a entropia específica do vapor no estado de referência. A variação temporal da temperatura no seio do vapor é calculada analogamente, isto é, $T_\infty = T_\infty(\rho_G, s_{G,0})$. A Fig. 1 ilustra os perfis de p , T_∞ e $T_{sat}(p)$ em função do tempo adimensional, onde $\tau = \omega^{-1}$.

A equação de conservação da massa para um elemento de área interfacial infinitesimal (ver Fig. 2) fornece,

$$\rho_L V_{L,r}^I - \rho_L \dot{R} = \rho_G V_{G,r}^I - \rho_G \dot{R} = \dot{m}_I \quad (4)$$

onde \dot{R} é a taxa de variação no tempo do raio da gota e $V_{L,r}^I$ e $V_{G,r}^I$ são as velocidades interfaciais do líquido e do vapor na direção radial e \dot{m}_I é o fluxo de massa interfacial. A conservação da massa no vapor é dada por,

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_G + \nabla \cdot (\rho_G \vec{V}_G) = 0 \quad (5)$$

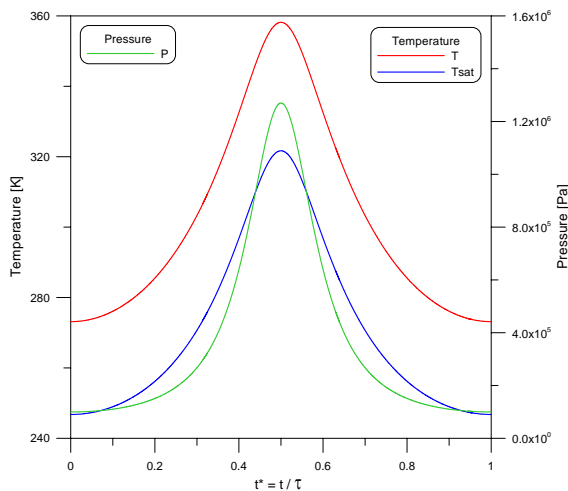


Figura 1. Distribuições de pressão e temperatura.

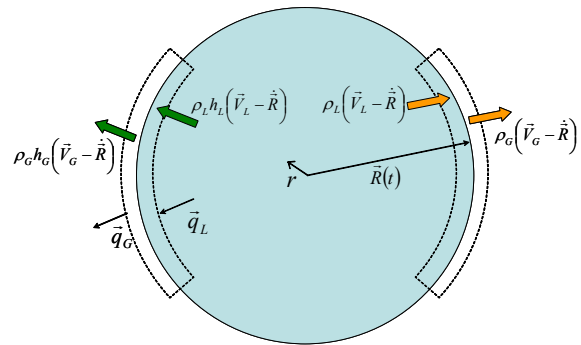


Figura 2. Balanços de massa e energia na interface da gota líquida.

onde, fazendo uso da simetria radial e com a hipótese de que a densidade do vapor é somente função do tempo,

$$\frac{d}{dt} \rho_G + \rho_G \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V_{G,r}) = 0 \quad (6)$$

A condição de contorno para a equação acima é, com base na conservação da massa interfacial (Eq. 4) e admitindo que o líquido no interior da gota encontra-se estagnado, dada por,

$$V_{G,r}(R,t) = V_{G,r}^I = \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_G}\right) \dot{R} \quad (7)$$

Integrando a Eq. (6) em r , tem-se,

$$V_{G,r}(r) = \frac{R^2}{r^2} \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_G}\right) \dot{R} + \frac{1}{\rho_G} \frac{d\rho_G}{dt} \left(\frac{R}{3} - \frac{r}{3}\right) \quad (8)$$

A conservação da massa na gota líquida fornece,

$$\dot{R} = -\dot{m}_I / \rho_L \quad (9)$$

Analogamente ao balanço de massa interfacial (Fig. 2), a equação de conservação da energia para a interface, com os fluxos de calor por difusão na direção radial, \tilde{q}_L e \tilde{q}_G , definidos a partir da lei de Fourier, é dada por (h é a entalpia),

$$\dot{m}_I (h_G - h_L) = k_G \frac{\partial T_G}{\partial r} - k_L \frac{\partial T_L}{\partial r} \quad (10)$$

A equação da energia no vapor é dada por (admitindo simetria radial e desprezando a dissipação viscosa),

$$\rho_G c_{pG} \left(\frac{\partial T_G}{\partial t} + V_{G,r} \frac{\partial T_G}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_G r^2 \frac{\partial T_G}{\partial r} \right) + \frac{dp}{dt} \quad (11)$$

onde as condições de contorno são,

$$T_G(r,0) = T_{G,0} \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial T_G}{\partial r} \right|_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad (13)$$

$$T_G(R,t) = T_I(t) \quad (14)$$

A equação da energia na gota líquida é dada por (admitindo não haver circulação interna de líquido),

$$\rho_L c_{pL} \frac{\partial T_L}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_L r^2 \frac{\partial T_L}{\partial r} \right) \quad (15)$$

onde as condições de contorno são,

$$T_L(r,0) = T_{L,0} \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial T_L}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (17)$$

$$T_L(R,t) = T_I(t) \quad (18)$$

Equilíbrio termodinâmico é suposto na interface líquido-vapor, de modo que T_I nas Eqs. (14) e (18) representa a temperatura de saturação à pressão instantânea, $T_I(t) = T_{sat}(p)$. O efeito de curvatura na pressão de saturação foi incorporado através da equação de Kelvin (Vehkamaki, 2006). Efeitos associados à nucleação de vapor (cavitação) no interior da gotícula e de deformação da interface (Haywood et al., 1994; Mashayek, 2001) foram ignorados.

3. Implementação

3.1. Condições da Simulação

A implementação do modelo foi realizada para 3 casos onde a pressão ambiente (do vapor) e a temperatura do vapor, T_∞ , varia de forma periódica conforme ilustra a Fig. 1. Em todos os casos, foram avaliados quatro níveis de frequência, ω , a saber, 0,1, 1, 10 e 100 Hz. As propriedades do R-134a foram calculadas com base nas rotinas em FORTRAN do REFPROP 7.0 (Lemmon et al., 2002). No primeiro caso, a transferência de calor foi modelada entre uma parede plana e o vapor de R-134a. Neste caso, a temperatura da parede foi suposta constante e igual a 343,15 K. No segundo caso, foi modelada a transferência de calor entre uma esfera sólida de raio 0,1 mm e uma camada de vapor de R-134a de espessura infinita para a condição de $Bi \rightarrow 0$ (ausência de resistência interna). Assim, a temperatura na superfície da esfera sólida foi calculada a partir de (formulação de parâmetros concentrados),

$$\frac{dT_I}{dt} = - \frac{3\bar{q} \cdot \hat{n}}{R \rho_E c_{PE}}, \quad (19)$$

onde o sub-índice E denota a esfera sólida, \bar{q} é o fluxo de calor instantâneo e o vetor unitário \hat{n} aponta na direção r . As temperaturas iniciais do vapor e da esfera sólida foram estabelecidas em 273,15 K. Finalmente, no terceiro caso, foi modelada a transferência de calor com mudança de fase entre uma gota esférica líquida de R-134a puro e uma camada de vapor de R-134a de espessura infinita. As temperaturas iniciais do vapor e da gotícula são 273,15 K. A variação da temperatura de saturação associada à variação de pressão em um ciclo é mostrada na Fig. 1.

3.2. Implementação Numérica

As equações de conservação da energia na gota líquida e no vapor foram resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes Finitos. A avaliação das propriedades nas fronteiras dos volumes foi realizada através do esquema de interpolação *UPWIND* (Versteeg e Malalasekera, 1995). A malha computacional da gota continha 100 volumes de controle igualmente espaçados, resultando em um incremento radial igual $r_g = 1 \times 10^{-3}$ mm. Este valor foi adotado no primeiro volume de controle da malha computacional do vapor. Os tamanhos dos demais volumes da malha no vapor foram calculados por $r_g \alpha^k$, onde $\alpha = 1,0065$ e k é o número do elemento, que varia de 0 na interface da gota a 1000 na fronteira externa da malha. Desta forma, o comprimento radial total da malha é igual a 100 mm. Cada ciclo de compressão foi dividido em 1000 a 2000 intervalos de tempo, Δt .

No terceiro caso (evaporação da gotícula), a distribuição temporal da temperatura de saturação é utilizada como condição de contorno no cálculo das temperaturas na gota e, posteriormente, no vapor a partir da integração das respectivas equações de conservação da energia. Destes campos de temperatura, os gradientes em cada lado da interface são aproximados por funções lineares, de onde se obtém os fluxos de calor na interface. A partir do balanço de energia interfacial, obtém-se a variação temporal do raio da gota para o intervalo de tempo $i\Delta t$, permitindo o cálculo do raio da gota no instante $(i+1)\Delta t$. Por fim, a variação do raio da gota ao longo do tempo torna necessária uma constante atualização das malhas computacionais. Para a gota líquida, o novo raio implica em um novo incremento radial, para que se mantenha o mesmo número de volumes de controle da malha. Para o vapor, isto resulta em um deslocamento dos volumes previamente estabelecidos de forma que estes acompanhem o movimento da interface. As temperaturas nas novas malhas são obtidas através de uma interpolação, ponderada na massa, dos valores nas malhas antigas. O procedimento é repetido até o intervalo de tempo $i_{max} \Delta t$.

4. Resultados

4.1. Caso (i): A Parede Plana

As Figs. 3a-d mostram perfis de temperatura no vapor em função da distância da superfície para quatro instantes de tempo adimensionais, ωt , em um ciclo (0, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ de ciclo) para as frequências de 0,1, 1, 10 e 100 Hz. Os perfis de temperatura apresentados nas figuras foram extraídos de ciclos para os quais uma condição estacionária-periódica já havia sido atingida, ou seja, os perfis em um dado instante no ciclo não mais se alteravam de ciclo para ciclo. Como pode ser visto, à medida que a frequência aumenta, os gradientes de temperatura junto à parede tornam-se mais acentuados, caracterizando fluxos de calor instantâneos mais intensos nestas regiões. Conforme apontado em outros trabalhos (Lawton, 1987; Jeong e Smith, 1992; Kornhauser e Smith, 1994; Vignon e Mazon, 1999; Catto e Prata, 2000),

em determinados instantes do ciclo (por exemplo, em $t^* = 0,25$ para a presente simulação), há uma reversão no fluxo de calor do gás mais frio para a parede mais quente, contrariando a proporcionalidade entre o fluxo de calor e a diferença de temperatura e dando origem à defasagem entre essas duas grandezas.

A variação do fluxo de calor (suposto positivo do vapor para a superfície) em função do tempo ao longo de um ciclo é mostrada na Fig. 4 para as quatro freqüências investigadas. São observados dois aspectos importantes: (i) há um adiantamento de fase do fluxo de calor com relação à diferença de temperaturas (linha preta), permitindo que, em alguns intervalos ao longo do ciclo, os fluxos de calor sejam positivos (ou seja, do vapor para a superfície) mesmo que $T_i - T_\infty > 0$, (ii) os níveis do fluxo de calor aumentam progressivamente com o aumento da freqüência como resultado da intensificação dos gradientes de temperatura na parede (ver Fig. 3).

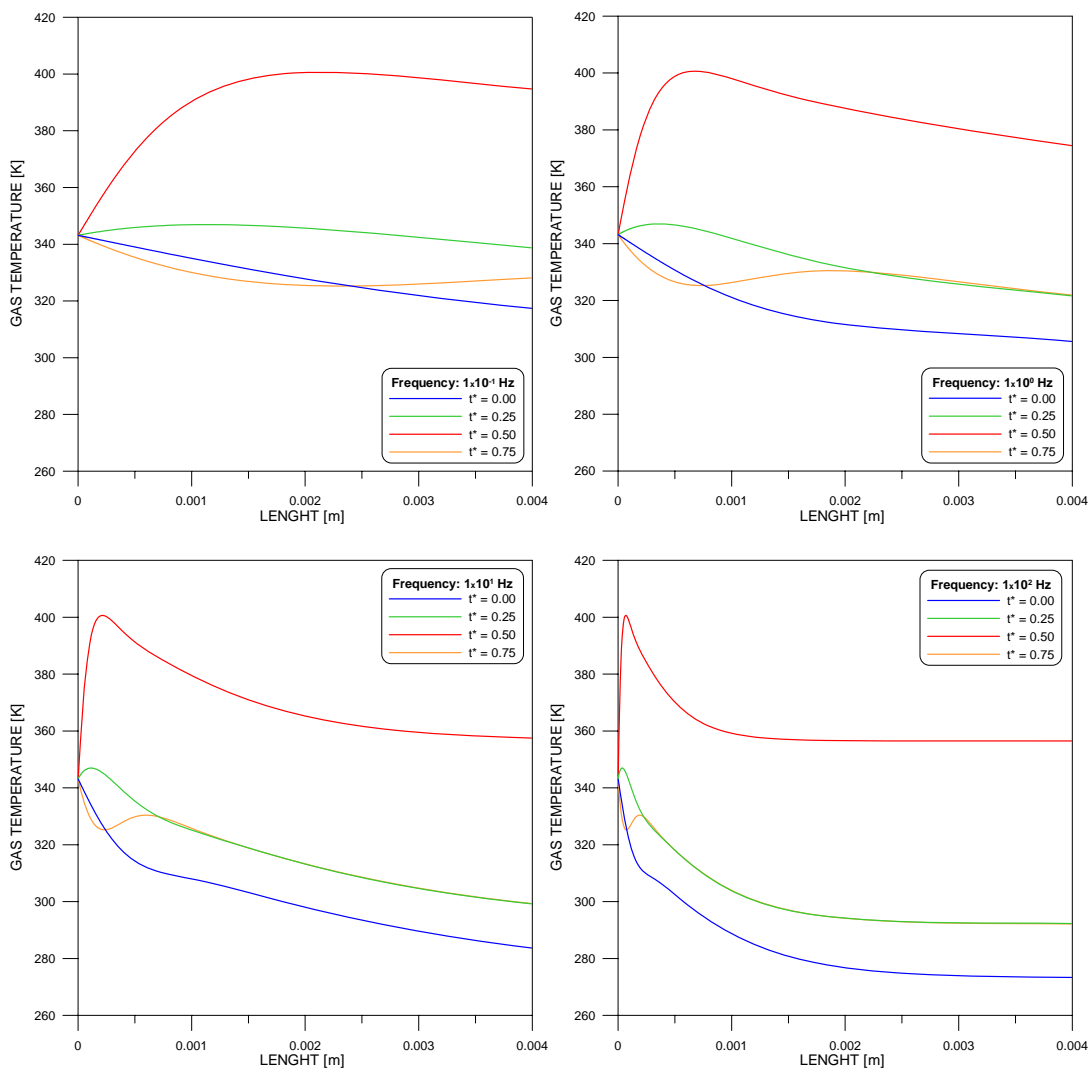


Figura 3. Perfis de temperatura no vapor. Caso da parede plana.

As Figs. 5a-d apresentam o comportamento do fluxo de calor em função da diferença de temperaturas para as diferentes freqüências (0,1, 1, 10 e 100 Hz). A área delimitada pela curva fechada corresponde ao calor transferido ao vapor durante o ciclo por unidade de área da superfície. Para as condições investigadas no presente trabalho, o efeito líquido é a transferência de calor do vapor à superfície, e a quantidade de calor transferida aumenta com o aumento da freqüência. Um outro aspecto a ser observado diz respeito à irreversibilidade associada ao processo de compressão e expansão em um sistema pistão-cilindro fechado (mola de gás). Esta irreversibilidade é caracterizada pela diferença entre as trajetórias da pressão e da temperatura média do vapor durante a compressão e a expansão (Catto e Prata, 2000). Na presente formulação, tal irreversibilidade é inexistente, pois a temperatura do vapor longe da superfície é estabelecida pela Eq. (1) (ver perfil de temperaturas na Fig. 1), e não obtida como parte da solução a partir da integração ao longo do ciclo da equação da energia na forma integral (Catto e Prata, 2000). Isto significa que a solução obtida no

presente caso não corresponde fielmente à transferência de calor em uma mola de gás, mas serve como um bom exemplo para a elucidação dos conceitos a serem abordados nos caso mais complexos a seguir.

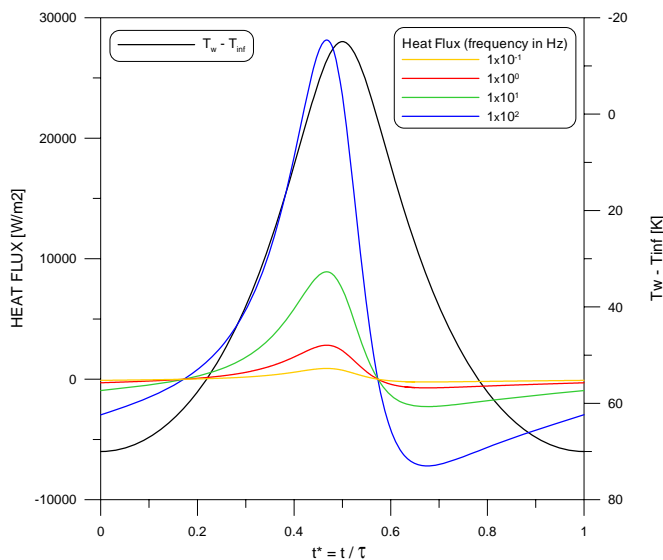


Figura 4. Variação dos fluxos de calor em função do tempo ao longo do ciclo. Caso da parede plana.

4.2. Caso (ii): A Esfera Sólida

As Figs. 6a-d apresentam os perfis de temperatura no vapor em função da distância da superfície da esfera para quatro instantes de tempo em um ciclo (0, 1/4, 1/2 e 3/4 de ciclo) para as frequências de 0,1, 1, 10 e 100 Hz. Assim como para o caso da parede plana, os perfis de temperatura apresentados nas figuras foram extraídos de ciclos para os quais uma condição estacionária-periódica já havia sido atingida. Da mesma forma, os gradientes de temperatura junto à superfície tornam-se mais acentuados com o aumento da frequência.

A variação da temperatura da superfície ao longo do tempo é ilustrada na Fig. 7 para as diferentes frequências. Observa-se uma diminuição da amplitude da temperatura da superfície com a frequência, apesar dos maiores gradientes associados às maiores frequências. Adicionalmente, foi observada uma defasagem entre a temperatura do seio do vapor (linha tracejada) e a temperatura da superfície, assim como aquela entre o fluxo de calor e a diferença de temperaturas mostrada na Fig. 8.

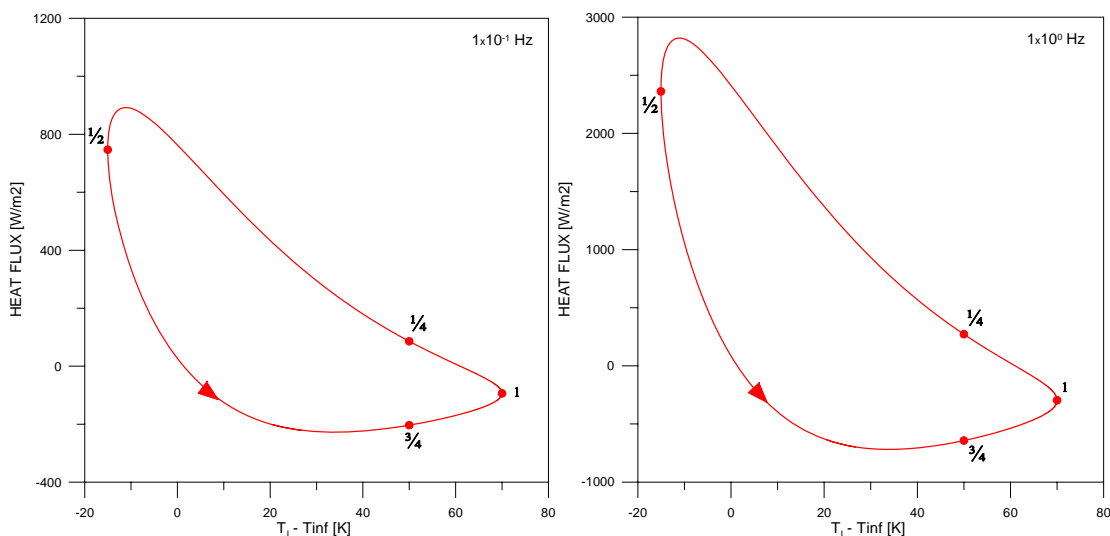


Figura 5. Continua na página seguinte.

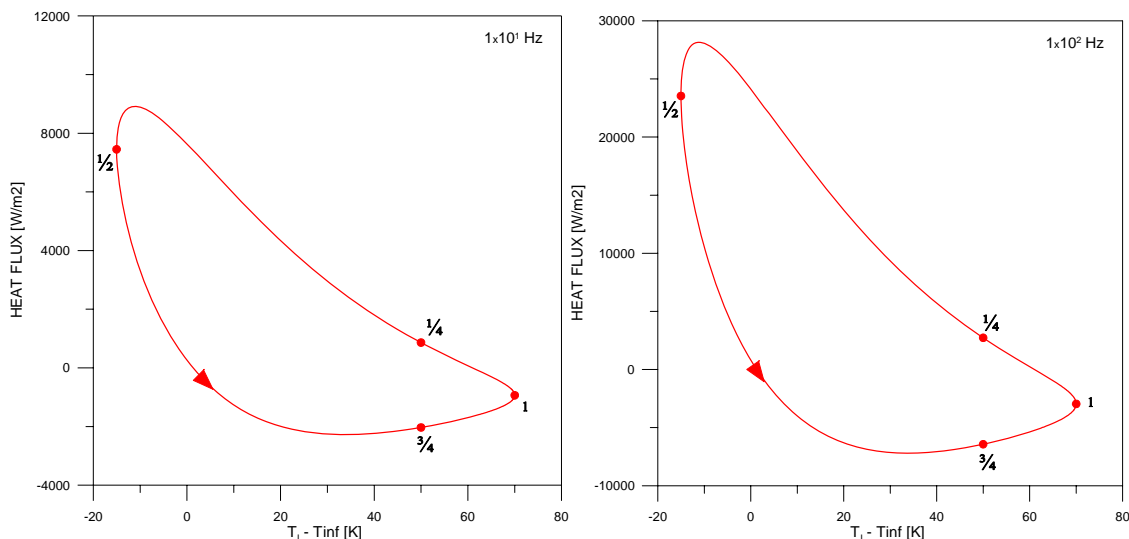


Figura 5. Diagramas de fase do fluxo de calor para diferentes frequências. Caso parede plana.

Os diagramas de fase do fluxo de calor e da diferença de temperaturas para o caso da esfera sólida são mostrados nas Figs. 9a-d para as frequências de 0,1, 1, 10 e 100 Hz. Novamente, a área delimitada pela curva fechada corresponde ao calor transferido ao vapor durante o ciclo por unidade de área da superfície, que é maior para as maiores frequências. A variação da posição dos pontos correspondentes aos instantes $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ e 1 ciclo ao longo do diagrama de fase se deve à dependência da temperatura da superfície da esfera com relação à frequência. À medida que ω aumenta, a temperatura da superfície se torna mais independente do tempo (Fig. 7) e as posições dos pontos em questão convergem para posições semelhantes às observadas para o Caso 1, ou seja, o da parede plana com temperatura interfacial fixa.

4.3. Caso (iii): A Esfera Líquida com Evaporação

No caso da gotícula líquida com evaporação, a temperatura da interface varia periodicamente e em fase com a pressão (ver Fig. 1), sendo sua amplitude mantida constante (condição de equilíbrio termodinâmico). A Fig. 10 mostra a variação da temperatura do vapor em função da distancia à interface somente para a frequência de 10 Hz. A acentuação dos gradientes junto à parede é observada com o aumento da frequência mas, ao contrário dos casos da parede plana e da esfera sólida, a temperatura do vapor longe da interface é sempre maior que a temperatura da interface (ver Fig. 1). Portanto, não há neste caso a possibilidade de ocorrência da defasagem (com inversão de sinal) entre a diferença de temperaturas $T_i - T_\infty$ e o fluxo de calor do lado do vapor. Tal fato se observa na Fig. 11, também para a frequência de 10 Hz, que mostra o diagrama de fase entre $\bar{q}_G \cdot \hat{n}$, e $T_i - T_\infty$. Em outras palavras, é possível concluir que o fluxo de calor pelo lado do vapor contribui apenas para a evaporação do líquido, e não para a condensação.

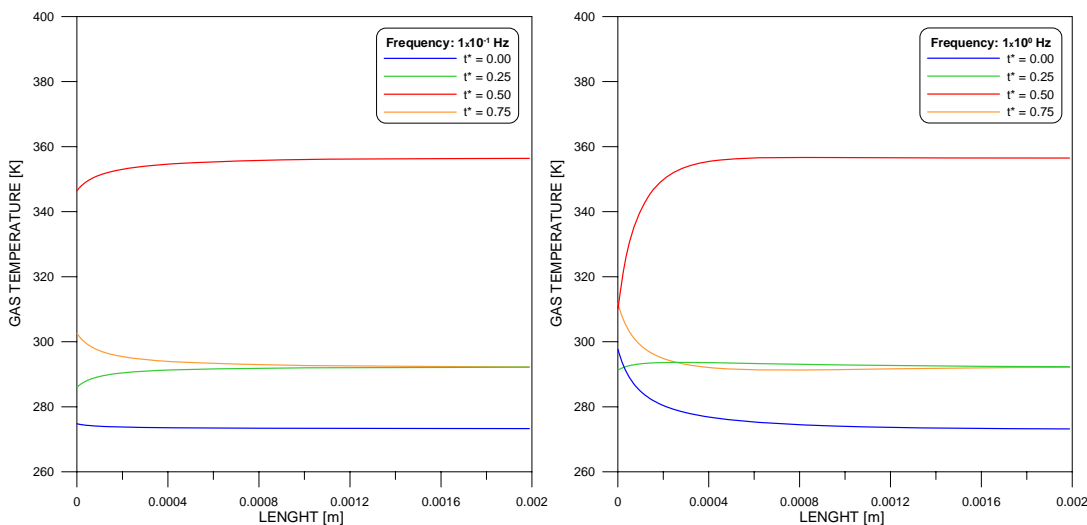


Figura 6. Continua na próxima página.

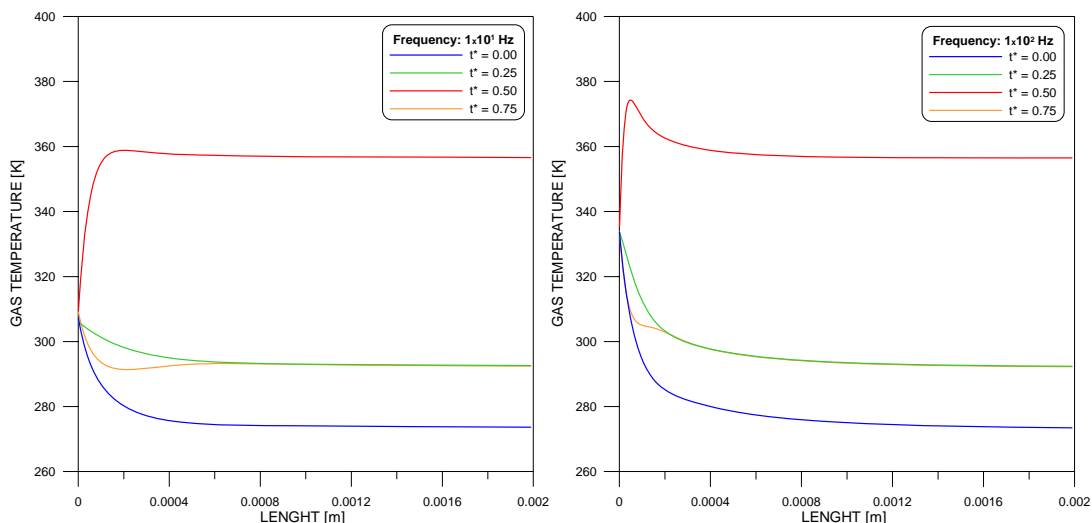


Figura 6. Perfis de temperatura no vapor. Caso da esfera sólida.

A Fig. 12 apresenta o diagrama de fase do fluxo de calor total dada pelo lado esquerdo da Eq. (10) em função da diferença de temperaturas. Como pode ser observado, o fluxo de calor pelo lado do líquido é, em módulo, uma ordem de grandeza maior do que aquele pelo lado do vapor. Adicionalmente, observa-se que o fluxo de calor total assume valores positivos e negativos, o que confere à interface um comportamento sucessivo de evaporação e condensação, mas com um efeito líquido de evaporação (maior aporte de calor à interface do que a partir dela ao longo de um ciclo), conforme a condição imposta pela Eq. (2). A Fig. 13 mostra, para o mesmo ciclo mostrado na Fig. 12, o fluxo de massa interfacial que assume valores positivos e negativos (respectivamente associados à evaporação e à condensação). É interessante observar que não se alcança a condição estacionária-periódica no problema da transferência de calor com mudança de fase. A variação do fluxo de calor interfacial total ao longo de toda a existência da gotícula é mostrada na Fig. 14.

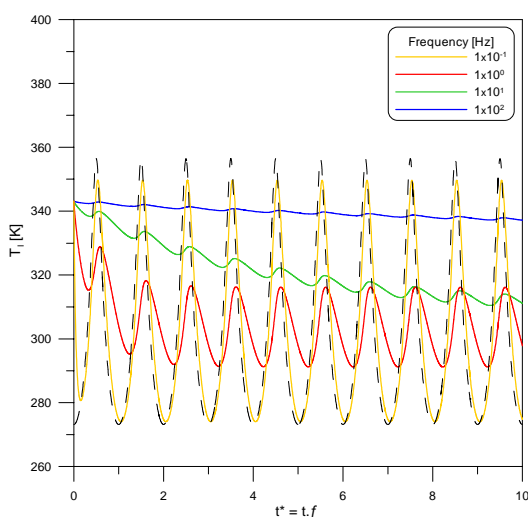


Figura 7. Variação da temperatura da superfície em função do tempo e da frequência. Caso da esfera sólida.

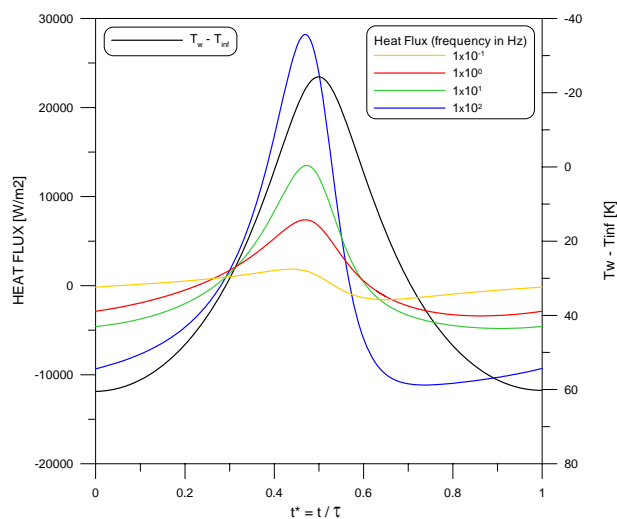


Figura 8. Variação dos fluxos de calor em função do tempo ao longo do ciclo. Caso da esfera sólida.

A Fig. 15 ilustra a evolução do raio da gotícula em função do tempo para as diferentes frequências (0,1 a 100 Hz). É mostrado também o comportamento do raio da gotícula para o caso onde a temperatura do meio vapor de dimensões infinitas é mantida constante e igual a 273,15 K, isto é, o valor mínimo alcançado pelo vapor quando a frequência de

oscilação da pressão é diferente de zero. Como pode ser observado, o tempo de vida da gotícula é menor à medida que se aumenta a frequência de oscilação da pressão. Para o caso da frequência de oscilação nula, o comportamento clássico $R^2/R_0^2 = 1 - kt$ (Sirignano, 2000) é observado. Conforme a frequência aumenta, um desvio deste comportamento é observado. Em todos os casos, a temperatura inicial da gotícula é 273,15 K e a pressão inicial é de 0,1 MPa (temperatura de saturação correspondente de 246,79 K). Assim, em todos os casos, a gotícula se encontra inicialmente em uma condição de líquido superaquecido e a existência de superaquecimentos em ambos os lados da interface faz com que o raio da gotícula decresça fortemente nos instantes iniciais (primeiras frações de segundo da vida da gota). Entretanto, logo que o superaquecimento do inicial do lado do líquido é consumido e a temperatura da gotícula atinge valores próximos ao da temperatura de saturação à pressão instantânea, a taxa de variação do raio da gotícula com relação ao tempo se torna menos acentuada conforme mostra a curva para a frequência nula na Fig. 15.

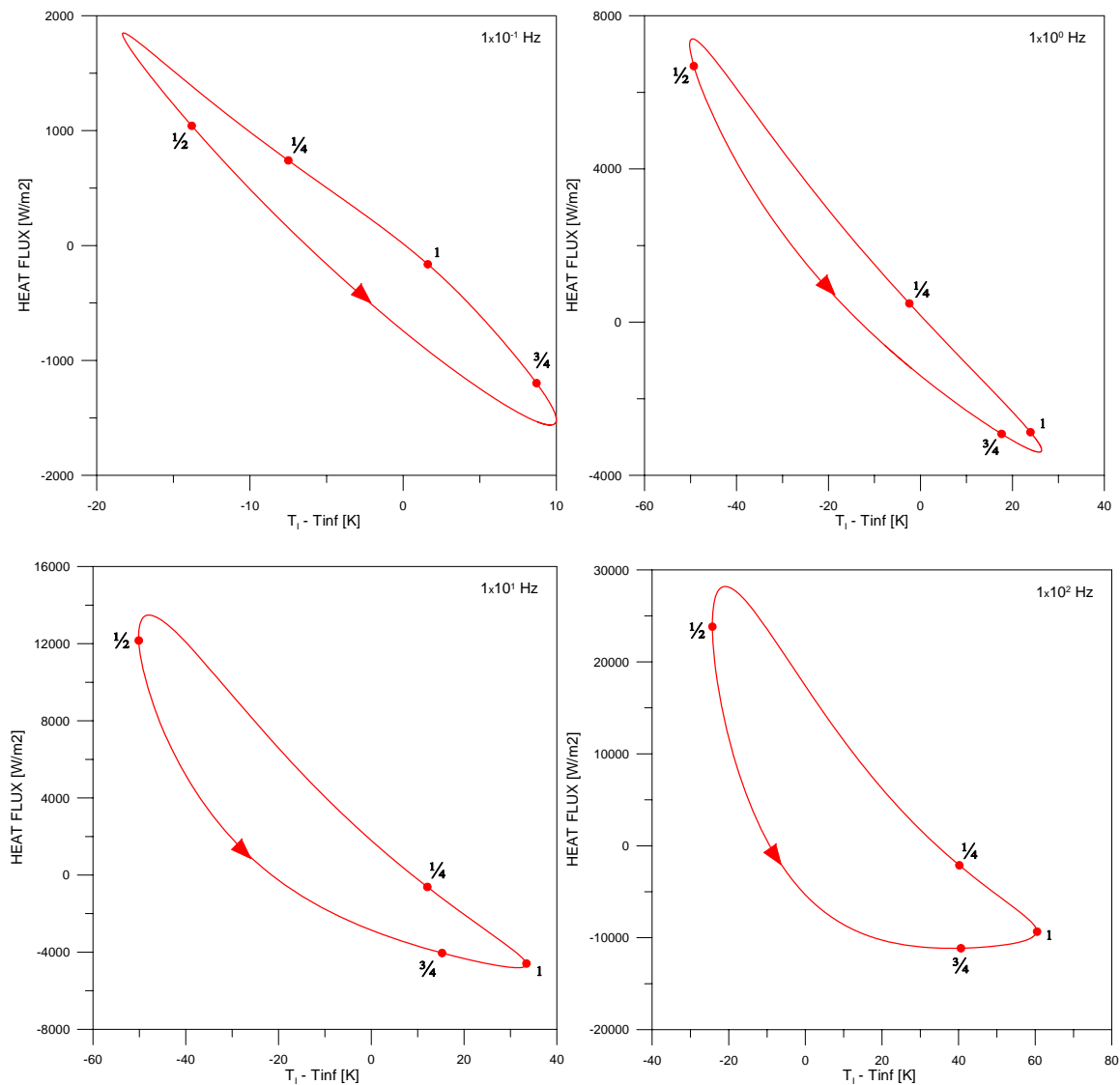


Figura 9. Diagramas de fase do fluxo de calor para diferentes frequências. Caso esfera sólida.

Para os casos em que a pressão varia com o tempo, o aumento da temperatura de saturação na interface com a compressão leva a um gradiente de temperaturas positivo no líquido que, ao ser multiplicado pela condutividade térmica do líquido, resulta em um valor maior que o fluxo de calor associado ao lado do vapor. Este desequilíbrio entre os fluxos de calor leva a um valor negativo para o fluxo de massa (ver Eq. 10), o qual está associado à condensação de vapor na interface e ao aumento do raio da gota com o tempo, segundo a Eq. (9). Analogamente, o oposto acontece quando a temperatura de saturação diminui com a expansão e o desequilíbrio entre os fluxos de calor na interface leva à evaporação e à redução do diâmetro da gotícula.

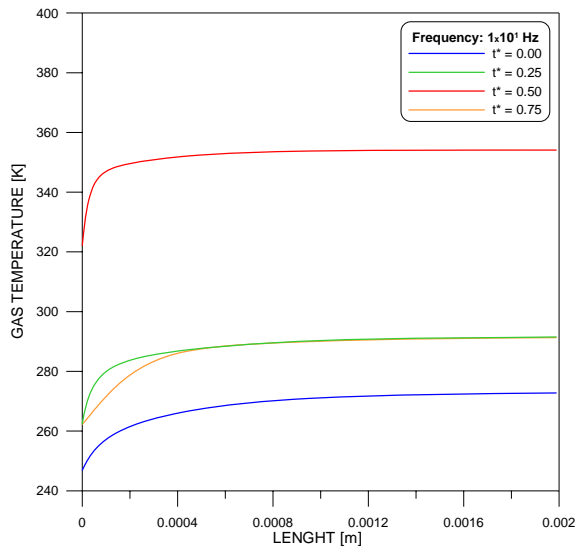


Figura 10. Perfis de temperatura no vapor. Caso da gota líquida.

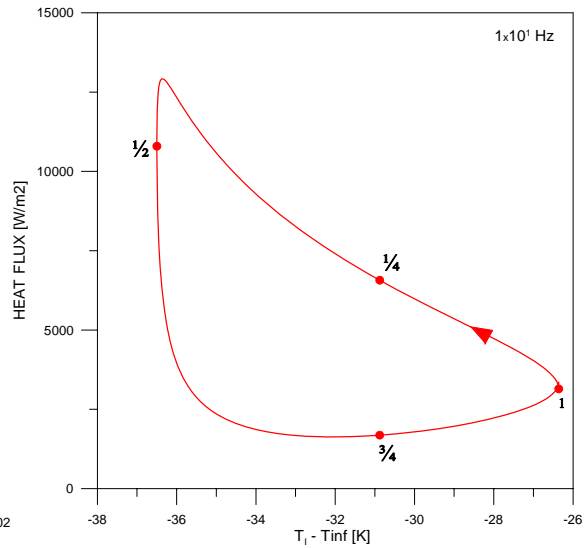


Figura 11. Diagrama de fase entre o fluxo de calor e a diferença de temperaturas ($f = 10$ Hz).

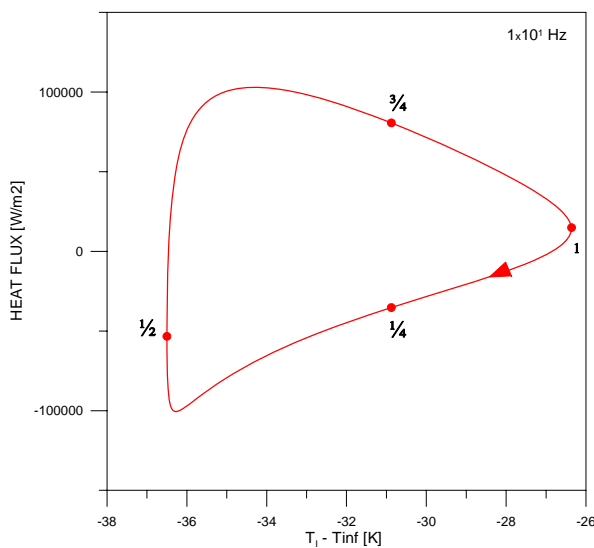


Figura 12. Diagrama de fase entre fluxo de calor total e a diferença de temperaturas ($f = 10$ Hz).

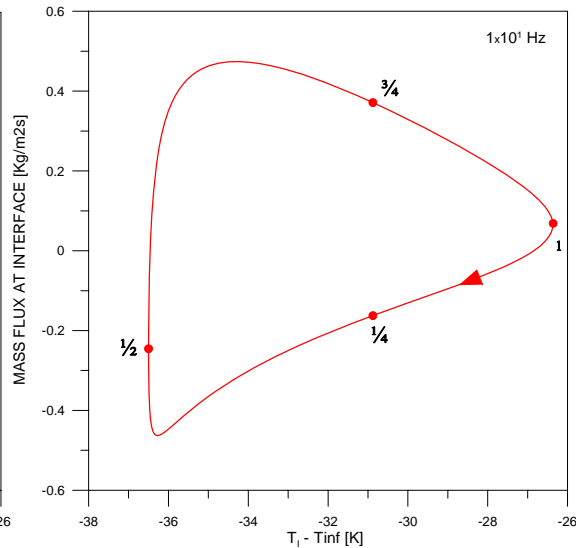


Figura 13. Diagrama de fase entre fluxo de massa e a diferença de temperaturas ($f = 10$ Hz).

A influência da frequência de oscilação da pressão sobre a taxa líquida de evaporação da gotícula é resultado da suavização do gradiente de temperatura interfacial pelo lado do líquido durante a condensação (Fig. 16.a) e da acentuação do mesmo durante a evaporação (Fig. 16.b). Na Fig. 16, o índice θ denota o instante anterior. Assim como para o lado do vapor, a maior frequência com que a temperatura interfacial varia tende a aumentar o gradiente de temperatura na interface e assim promover uma taxa de evaporação instantânea mais elevada. Durante a condensação, parte da energia liberada na interface é usada também para aumentar a temperatura do condensado recém-formado, levando-a até a nova temperatura de saturação. Isso faz com que as taxas de evaporação sejam maiores que as de condensação e que a variação do raio da gota seja mais acentuada com o aumento da frequência.

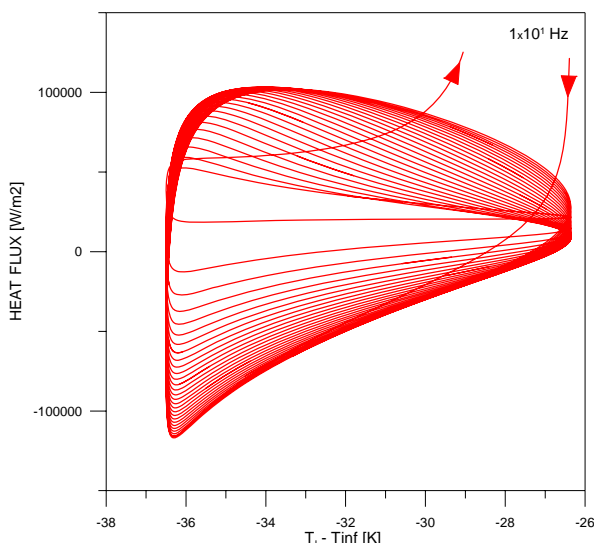


Figura 14. Sucessão de diagramas de fase entre o fluxo de calor total e a diferença de temperaturas ($f = 10$ Hz).

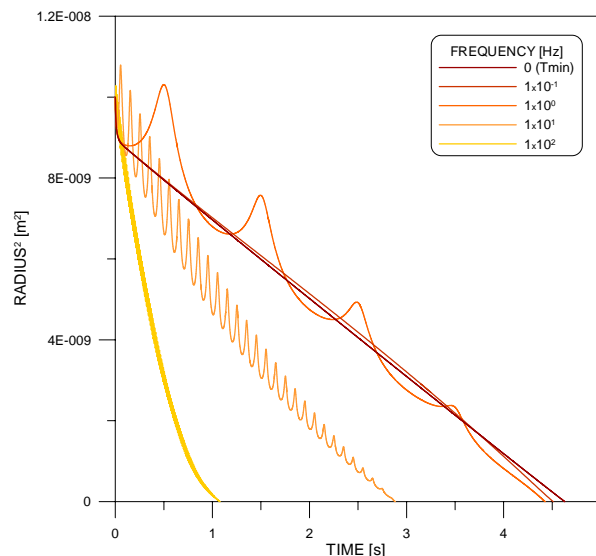


Figura 15. Evolução temporal do raio da gotícula para diferentes frequências.

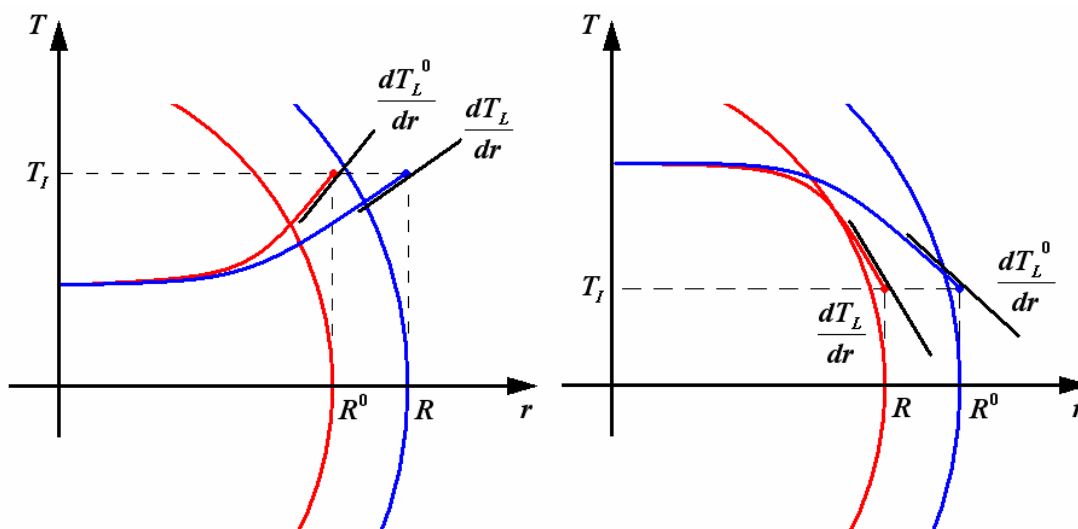


Figura 16. Ilustração do comportamento dos gradientes de temperatura junto à interface em situações onde há mudança de fase. (a) condensação, (b) evaporação.

5. Conclusões

O presente trabalho apresentou um estudo fundamental sobre a influência de variações periódicas de pressão sobre a transferência de calor com mudança de fase em uma gotícula líquida suspensa em um meio infinito. O problema foi investigado em três casos diferentes, com níveis crescentes de complexidade. Foi observada a defasagem entre o fluxo de calor e a diferença de temperaturas característica de problemas de compressão e expansão. No caso da evaporação da gotícula líquida, observou-se a forte influência da frequência de oscilação sobre a taxa de variação do raio da gotícula em função do tempo.

A pesquisa futura deverá focar em aprimoramentos do modelo, como a inclusão de variações espaciais de densidade do vapor, de efeitos de nucleação de vapor no interior da gota e da inclusão da conservação das espécies químicas para o caso de evaporação de gotículas multicomponentes. Deve-se também buscar no futuro alguma forma de validação experimental para a teoria.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Professor Alvaro T. Prata pelas estimulantes discussões.

6. Referências

- Catto, A.G., Prata, A.T.; 2000, "A Numerical Study of Instantaneous Heat Transfer During Compression and Expansion in Piston-Cylinder Geometry". Numerical Heat Transfer, Vol. 38, pp. 281-303.
- Fagotti, F., Todescat, M.L., Ferreira, R.T.S., Prata, A.T., 1994, "Heat Transfer Modeling in Reciprocating Compressors", Proc. Intl. Compressor Engng. Conference, Purdue University, IN, 605-610.
- Haywood, R.J., Renksizbulut, M., Raithby, G.D.; 1994, "Transient Deformation and Evaporation of Droplets at Intermediate Reynolds Numbers", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37(9), pp. 1401-1409.
- Jeong, E.S., Smith, Jr., J.L.; 1992, "An Analytical Model of Heat Transfer with Oscillating Pressure", ASME HTD-Vol. 204, pp. 97-104.
- Kornhauser, A.A., Smith, Jr., J.L.; 1994, "Application of a complex Nusselt number to heat transfer during compression and expansion", J. Heat Transfer – Trans. ASME, 116, 536-542.
- Lawton, B.; 1987, Effect of compression and expansion on instantaneous heat transfer in reciprocating internal combustion engines, Proc. Inst. Mech. Engrs., 201, 175-186.
- Lemmon, E.L., McLinden, M.O., Huber, M.L.; 2002, REFPROP 7.0 – Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties, NIST, Boulder, CO, USA
- Mashayek, F.; 2001, "Dynamics of Evaporating Drops. Part I: Formulation and Evaporation Model", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 44, pp. 1517-1526.
- Overbye, V.D., Bennethum, J.E., Uyehara, O.A., Myers, P.S.; 1961, "Unsteady Heat Transfer in Engines", SAE Transactions, 69, 461-493.
- Pfriem, H.; 1943, "Periodic Heat Transfer at Small Pressure Fluctuations", NACA Report TM-1048.
- Sheu, W.J., Liou, N.C.; 1999, "Effect of Temporal Variation of Pressure on Vaporization of Liquid Droplets", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 42, pp. 4043-4054.
- Sirignano, W.A.; 2000, "Fluid Dynamics and Transport of Droplets and Sprays", Cambridge University Press.
- Vehkamäki, H.; 2006, "Classical Nucleation Theory in Multicomponent Systems", Springer-Verlag.
- Versteeg, H.K., Malalasekera, W.; 1995, An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Pearson Prentice-Hall.
- Vignon, J.M., Mazon D. ; 1999, Modèle de transfert de chaleur périodique en compression-détente pure, Int. J. Therm. Sci., 38, 89-97.

HEAT AND MASS TRANSFER TO A LIQUID DROPLET SUBJECTED TO PERIODIC PRESSURE CHANGES

Tobias R. Gessner, Jader R. Barbosa Jr.

Polo – Research Laboratories for Emerging Technologies in Cooling and Thermophysics
Mechanical Engineering Department, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, 88040-900, Brazil.
e-mail: tobias@polo.ufsc.br, jrb@polo.ufsc.br

Abstract. Phase change heat transfer to liquid droplets in variable pressure fields is found in numerous engineering applications. In the present paper, this problem is investigated fundamentally for a periodic variation in pressure. Conservation equations for mass and energy in the liquid, vapor and interface are derived and solved numerically using a Finite Volume Methodology. Two particular cases of a more general formulation, i.e., periodic heat transfer to a flat plate and to an impermeable solid sphere, are solved in order to calculate the phase lag between the heat flux and the temperature difference between the heat transfer surface and the bulk vapor. In the more general case where phase change takes place, the rate of decrease of the droplet radius is strongly influenced by the frequency with which the pressure changes.

Key words: *phase change heat transfer, condensation, evaporation, liquid droplet, variable pressure.*

UMA FORMULAÇÃO NUMÉRICA PARA A SOLUÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO E RADIAÇÃO EM MEIOS COM ÍNDICE DE REFRAÇÃO NÃO UNITÁRIO

Agnaldo Luís Guolo

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR – Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, Curitiba –PR - Brasil
agnaldo.luiz@csn.com.br

Luís Mauro Moura

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR – Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, Curitiba –PR - Brasil
Luis.moura@pucpr.br

***Resumo.** Apresenta-se neste trabalho uma formulação para o estudo da transferência de calor através de meios semitransparentes que apresentam emissão, absorção e espalhamento (vidro e aerogel). Foram considerados os processos de condução e radiação acoplados para uma geometria unidimensional (meio plano) com a incidência de um feixe de radiação colimado perpendicular ao material e em regime permanente. A equação da Transferência Radiativa (ETR) é resolvida numericamente pelo Método das Ordenadas Discretas sendo a discretização espacial realizada através da técnica de Volume de Controle. A equação da condução é resolvida pelo algoritmo de Thomas (TDMA), que resolve o problema numa linha a partir das temperaturas das faces. O programa desenvolvido permite a análise da influência de cada processo (condução/radiação) na transferência total de calor através dos materiais. Ainda é analisado o efeito da variação do índice de refração para os dois materiais estudados e o erro decorrente da variação do número de direções da quadratura utilizado.*

Palavras chave: Transferência de calor por condução e radiação, aerogel, vidro, eficiência energética.

1. Introdução

A transferência de calor por condução e/ou convecção combinada com a radiação através de um meio participante que absorve, emite e espalha a radiação térmica é um fenômeno que aparece em muitas aplicações práticas e de engenharia; alguns exemplos são as janelas de edificações, fornos, automóveis e aeronaves, onde são utilizados materiais semitransparentes como o vidro e mais recentemente o aerogel.

O aerogel combina transparência com alta resistividade térmica, o que o torna um material atrativo para várias aplicações. O processo de transferência radiativa em aerogéis, sobretudo os que possuem uma matriz com índice de refração diferente da unidade, é complexo. A radiação incidente na interface é uma parte refletida e a restante refratada para o interior do material. Em seguida, a parcela de energia que atravessa este material sofre espalhamento em função da diferença de índices de refração entre as partículas dispersas e a matriz, e então, finalmente noutra interface uma parcela do feixe é novamente refletida e refratada, e assim por diante (Moura, 2002).

O modelo de simulação é baseado no Método das Ordenadas Discretas na condição de simetria do campo radiativo. Simulações numéricas permitem compreender o processo de transferência de calor por radiação e estudar os parâmetros que influenciam este processo.

Glass *et al.* (1987) analisaram o acoplamento da condução e da radiação num meio semitransparente cinzento, emissor e absorvedor tendo o fluxo de calor nas faces externas como condições de contorno. Ressalta-se a análise da influência do parâmetro de relação entre condução e radiação (N), da espessura ótica e das emissividades das faces (com revestimentos opacos) e do meio no aumento da temperatura das faces.

Siegel e Spuckler (1992) estudaram o efeito do índice de refração de um meio semitransparente na distribuição de temperatura e no fluxo de calor radiativo; o meio considerado é composto de apenas uma camada, sendo que absorve, emite e espalha a radiação isotropicamente. Para o caso de equilíbrio radiativo, apresenta-se um modelamento que permite obter a distribuição de temperatura e o fluxo de calor radiativo para qualquer índice de refração a partir dos resultados para o índice de refração unitário.

Siegel e Spuckler (1993) estudaram um meio semitransparente com várias subcamadas cada uma com seu índice de refração e espessura ótica próprios. As temperaturas e o fluxo de calor resultantes são dados para se mostrar o efeito das variações do índice de refração e espessura ótica através das subcamadas.

Heinemann *et al.* (1996) analisaram a transferência de calor por condução e radiação acoplados em sílica aerogéis com baixa densidade. Foi feito um estudo teórico e experimental para várias espessuras óticas e relações de

transferência de calor condução/radiação; sendo materiais com alta porosidade, foi variada a pressão no interior dos mesmos, considerando-se a variação das propriedades físicas resultantes.

Moura *et al.* (1998) analisaram diferentes tipos de funções de interpolação utilizadas no cálculo da variação das intensidades radiativas no volume de controle no método das ordenadas discretas aplicado à Equação de Transferência Radiativa (ETR).

Moura *et al.* (1997) apresentaram uma análise numérica de diferentes conjuntos de quadraturas num método de ordenadas discretas para resolver a Equação de Transferência Radiativa (ETR). Duas quadraturas diferentes são derivadas das quadraturas clássicas de Gauss e Radau.

Nicolau (1994) estudou a transferência de calor por condução e radiação em um meio semitransparente plano. O meio apresenta emissão, absorção e espalhamento isotrópico, entre superfícies negras. A discretização da ETR foi feita através de diferenças finitas. Foram obtidas as distribuições de temperatura, fluxos de calor e intensidades radiativas em função de vários parâmetros.

Xia *et al.* (2001) analisaram o campo de temperatura num meio semitransparente absorvedor e emissor, estando as faces limitadas por duas superfícies semitransparentes especulares, com equilíbrio radiativo. Foi considerado o índice de refração variando no espaço e também noutro caso variando com a temperatura. Os resultados mostraram que o índice de refração tem grande influência sobre o perfil de temperatura.

Neste trabalho apresenta-se um modelo para a transferência de calor por radiação e condução acoplados, através de um meio semitransparente que apresenta espalhamento constituído de uma matriz sólida com índice de refração não unitário (aerogel) e também através de um meio semitransparente não difusor (vidro).

2. Equação da Transferência Radiativa (ETR)

O estudo da transferência de calor por radiação em meios participantes é realizado através da solução da Equação de Transferência Radiativa (ETR). Nesta análise considera-se um meio homogêneo, emissor, absorvedor, com espalhamento e em equilíbrio termodinâmico. As fronteiras possuem componentes de reflexão especular e de espalhamento, além de efetuarem refração a um feixe incidente não normal a superfície. Neste estudo a ETR é considerada para uma geometria com simetria azimutal.

Através da Equação da Transferência Radiativa (ETR) podem-se calcular as trocas de energia entre interfaces (paredes, fronteiras) considerando um meio participante (Meio Semitransparente – MST). A ETR descreve a variação da intensidade radiativa I (num ângulo sólido $d\Omega$, função da coordenada ótica τ). Esta equação foi obtida para um meio pseudocontínuo em relação à transferência radiativa existente num material disperso real.

Para a obtenção da ETR efetua-se um balanço dos mecanismos físicos de interação radiação/meio por um feixe de radiação se propagando através de um meio que absorve, emite, ou espalha, obtém-se a expressão da ETR monocromática em uma geometria unidimensional cartesiana:

$$\frac{1}{\beta} \mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = (1 - \omega) I_b(T) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') p(\mu', \mu) d\mu' \quad (1)$$

onde β é o coeficiente de extinção, τ é a coordenada ótica na direção do eixo x , sendo que $\tau = \beta x$ para um coeficiente de extinção invariante com a posição, ω é o albedo $I_b(T)$ é a intensidade de radiação emitida pelo corpo negro à temperatura do meio, p é a função de fase e o termo integral: representa o ganho por difusão para cada semi-hemisfério.

2.1. Solução da equação da transferência radiativa: método das ordenadas discretas

Neste trabalho, a ETR será resolvida numericamente pelo Método das Ordenadas Discretas (MOD) aplicado a um volume de controle. Esta técnica de solução da ETR é descrita detalhadamente em Moura *et al.* (1997 e 1998).

A Eq. (1) é do tipo integro-diferencial. Sua solução pelo Método das Ordenadas Discretas é constituída de duas etapas: *i*) uma discretização angular, sendo o termo integral substituído por uma soma das intensidades radiativas. Desta maneira, obtém-se um conjunto de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem; *ii*) uma discretização espacial, considerando um volume de controle, para a solução das equações diferenciais ordinárias.

Considerando-se como condição de contorno faces opacas, Fig. 1, espalhadoras em emissão e reflexão, tem-se as intensidades radiativas dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = 0 \rightarrow I(0, \mu) = \varepsilon_1 I_b(T_1) + 2(1 - \varepsilon_1) \int_0^1 I(0, -\mu') \mu' d\mu' + \tau' I_c \quad \mu_0 > \mu > 0 \\ \tau = 0 \rightarrow I(0, \mu) = \varepsilon_1 I_b(T_1) + 2(1 - \varepsilon_1) \int_0^1 I(0, -\mu') \mu' d\mu' \quad \mu > \mu_0 \\ \tau = \tau_0 \rightarrow I(\tau_0, \mu) = \varepsilon_2 I_b(T_2) + 2(1 - \varepsilon_2) \int_0^1 I(\tau_0, \mu') \mu' d\mu' \quad \mu < 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

onde:

- | | |
|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| ϵ_1 : emissividade da parede 1 | μ_o : co-seno do ângulo de divergência do feixe colimado |
| ϵ_2 : emissividade da parede 2 | τ' : transmissividade da face |
| τ_0 : espessura ótica da face 2 | T_1 e T_2 : temperaturas das faces 1 e 2 respectivamente |
| I_c : intensidade radiativa do feixe colimado incidente | |

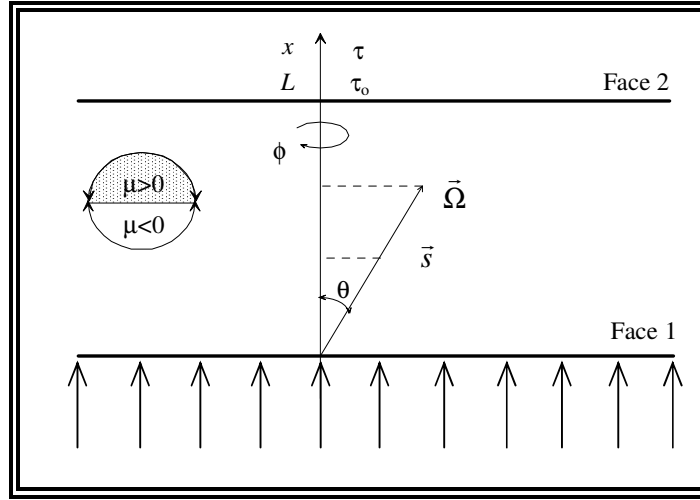


Figura 1. Sistema de coordenadas unidimensional (meio plano semitransparente) (Moura, 2002).

Considerando-se uma função de interpolação linear para o cálculo da variação da intensidade radiativa no interior do volume, obtém-se então, a partir da Eq. (1), uma equação discretizada na seguinte forma:

$$I_{i+1/2,j} = \frac{S_{i+1/2,j} \alpha_j / 2 + I_{i,j}}{1 + \alpha_j / 2} \quad (3)$$

sendo

$$\alpha_j = \frac{\Delta \tau_{i+1/2}}{\mu_j} \quad (4)$$

$$S_{i+1/2,j} = (1 - \omega) I_b(T_{i+1/2}) + \frac{\omega}{2\beta} \left[\sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (p_{nj} I_{i+1/2,n} + p_{-nj} I_{i+1/2,-n}) \right] \quad (5)$$

onde o índice $i+1/2$ representa o centro do volume situado entre as faces de índice i e $i+1$. Na Eq. (3) $I_{i,j}$ é um valor conhecido e calcula-se $I_{i+1/2,j}$ através de várias iterações, atualizando o termo fonte $S_{i+1/2,j}$. As ponderações são representadas por w_n e são associadas as direções μ_n ; $\Delta \tau$ representa a variação da variável ótica, p representa a função de fase e N_d representa o número de direções da quadratura.

As condições de contorno são obtidas a partir da Eq. (2):

$$\begin{cases} I(0, \mu_j) = \epsilon_1 I_b(T_1) - 2 (1 - \epsilon_1) \sum_{\mu_n < 0} w_n \mu_n I(0, \mu_n) & \mu_j > 0 \\ I(\tau_o, \mu_j) = \epsilon_2 I_b(T_2) + 2 (1 - \epsilon_2) \sum_{\mu_n > 0} w_n \mu_n I(\tau_o, \mu_n) & \mu_j < 0 \end{cases} \quad (6)$$

O fluxo de calor (q_R), a radiação incidente (G) e o divergente do fluxo radiativo (\dot{q}) são definidos como:

$$q_{R_i} = 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n \mu_n (I_{i,n} - I_{i,-n}) \quad (7)$$

$$G_i = 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (I_{i,n} + I_{i,-n}) \quad (8)$$

$$\dot{q}_i = \text{div} \left(\vec{q}_R \right) = \sigma_a \left[4n^2 I_b - 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (I_{i,n} + I_{i,-n}) \right] \quad (9)$$

2.2. Condução e radiação combinados

A equação da energia para os processos de radiação e condução simultâneos em um meio participante pode ser escrita da seguinte forma:

$$m c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot (k \bar{\nabla} T) + Q''' - \bar{\nabla} \cdot \bar{q}_R \quad (10)$$

onde:

- m : massa específica
- c_p : calor específico
- k : condutividade térmica
- Q''' : geração interna de calor
- q_R : fluxo radiativo

Para o caso de um meio unidimensional, plano e com regime permanente e sem geração interna de calor, a Eq. (10) fica reduzida a:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} - q_R \right) = 0 \quad (11)$$

As condições de contorno correspondem às temperaturas nas duas faces:

$$x = 0: T(0) = T_1 \quad (12)$$

$$x = L: T(L) = T_2 \quad (13)$$

O divergente do fluxo radiativo é obtido pelo Método das Ordenadas Discretas:

$$\frac{dq_R}{dx} = \int_0^\infty \sigma_{av} (4\pi I_{bv} - G_v) dv \quad (14)$$

onde

$$G_v = \int_{4\pi} I_v d\Omega \quad (15)$$

Introduzindo-se as variáveis e parâmetros adimensionais (Modest, 1993):

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \theta_T = \frac{T}{T_1}, \quad \Psi_R = \frac{q_R}{n^2 \sigma T_1^4}, \quad g = \frac{G}{4n^2 \sigma T_1^4}; \quad (16)$$

$$\tau_0 = \beta L, \quad \theta_L = \frac{T_2}{T_1}, \quad N = \frac{k\beta}{4\sigma T_1^3},$$

Sendo τ₀ a espessura ótica do meio, o N o parâmetro de relação entre condução e radiação e L a espessura do meio. Aplicando as variáveis reduz-se as Eqs. 11 a 14 a:

$$\frac{d^2 \theta_T}{d\tau^2} = \frac{1}{4N} \frac{d\Psi_R}{d\tau} \quad (17)$$

$$\frac{d\Psi_R}{d\tau} = 4(\theta_T^4 - g) \quad (18)$$

$$\theta_T(0) = 1; \quad \theta_T(\tau_0) = \theta_L \quad (19)$$

2.3. Discretização da equação da difusão

A equação da difusão será também resolvida numericamente pelo Método dos Volumes Finitos. Considerando-se um problema unidimensional em regime permanente, a equação da difusão pode ser representada pela seguinte expressão:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q} = 0 \quad (20)$$

Sendo \dot{q} o divergente do fluxo radiativo e k a condutividade térmica do meio.

A discretização da Eq. (20) é feita dividindo-se o meio em volumes justapostos na direção da espessura (eixo x). Para cada volume de controle, Fig. 2 são considerados os volumes anterior (W) e posterior (E) utilizando-se sempre como referência os pontos centrais.

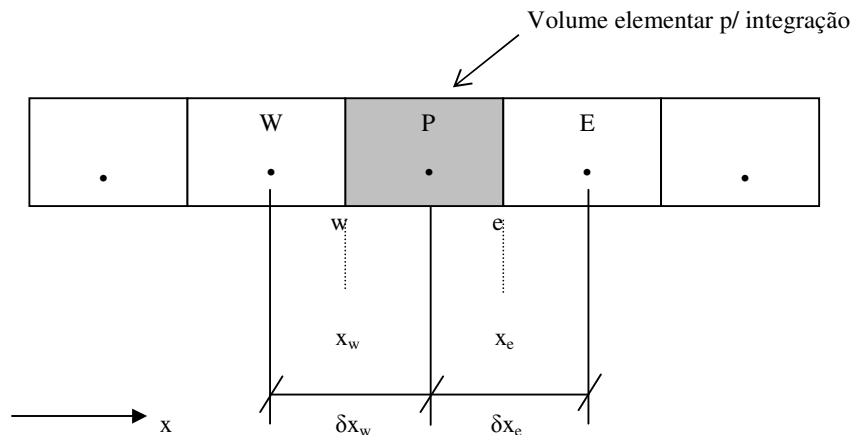


Figura 2. Discretização com volumes finitos.

Sendo $\Delta x = x_e - x_w$ e integrando o volume de controle entre os limites x_w e x_e tem-se:

$$\int_{x_w}^{x_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} \right] dx = 0 \quad (21)$$

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w + \dot{q} \Delta x = 0 \quad (22)$$

Utilizando-se uma aproximação de 1ª ordem para as derivadas da temperatura e substituindo nas derivadas da Eq. (22) resulta:

$$k_e \frac{(T_e - T_p)}{\delta x_e} - k_w \frac{(T_p - T_w)}{\delta x_w} + \dot{q} \Delta x = 0 \quad (23)$$

Escrevendo a Eq. (23) na forma

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + b \quad (24)$$

Obtém-se os coeficientes:

$$a_p = \frac{k_e}{\delta x_e} + \frac{k_w}{\delta x_w} \quad a_e = \frac{k_e}{\delta x_e} \quad a_w = \frac{k_w}{\delta x_w} \quad b = \dot{q} \Delta x \quad (25)$$

A Eq. (25) é resolvida pelo algoritmo de Thomas ou método TDMA; é um método linha a linha que, resolve cada linha sendo conhecidas as temperaturas das duas linhas vizinhas. No caso de um problema unidimensional este método é direto, sendo que para problemas bi e tridimensionais é iterativo sendo processado linha a linha e coluna a coluna.

3. Metodologia

Neste trabalho a simulação numérica foi adaptada a partir do algoritmo desenvolvido por Moura (1998) para a identificação de propriedades radiativas. Nesta análise utilizou-se somente a parte dita “direta” deste código, sendo desenvolvido neste trabalho o código para a condução de calor em regime permanente acoplado à ETR.

Estudaram-se dois tipos de materiais: o vidro e o aerogel, levando-se em conta as premissas enumeradas abaixo para análise do problema:

- a) Para o aerogel consideraram-se dois casos em relação às direções do espalhamento (função de fase): comportamento isotrópico conforme Siegel e Spuckler (1994a e 1994b) e comportamento anisotrópico (Modelo de Henyey-Greenstein modificado, Moura, 1998);
- b) O feixe incidente foi considerado do tipo colimado incidindo perpendicularmente à face;
- c) Foi utilizada a quadratura de Radau modificada para determinar a distribuição das intensidades radiativas no caso do vidro e a quadratura de Nicolau para o caso do aerogel (Moura, 1998);
- d) A malha utilizada para divisão da espessura do meio foi a malha regular onde todos os volumes possuem a mesma dimensão Δx ; existe a possibilidade de utilização de outras malhas não regulares que propiciam um refinamento maior em uma determinada região, como por exemplo a malha de Tcheycheff que refina as regiões próximas das extremidades;
- e) A variação da intensidade do feixe ao longo do volume foi considerada linear;
- f) Os índices de refração foram considerados constantes com a temperatura, tendo sido adotados valores médios, o mesmo acontecendo com os coeficientes de condutividade térmica;

Estudou-se dois materiais com propriedades físicas distintas: vidro comercial flutado e aerogel com massa específica $m=5 \text{ kg/m}^3$ (Heinemann *et al.*, 1996). Todas as propriedades da Tab. 1 referem-se a uma temperatura média de 300K. As temperaturas das faces para cada caso de simulação foram calculadas a partir dos valores de N e τ , mantidos fixas as demais grandezas (ω , β , k , n).

Tabela 1. Propriedades físicas dos materiais considerados nas simulações.

Materiais	Albedo (ω)	Coef. extinção (β) [m^{-1}]	Condutividade térmica (k) [W/mK]	Índice de refração (n)
Vidro flutado	0	50 [1]	1,5 [2]	2 [3]
Aerogel [4]	0,90	10	1,5	2

[1] Nicolau e Maluf – 2001 [2] Brewster, 2002 [3] McCluney - 1994 [4] Heinemann *et al.* - 1996

O critério de convergência adotado foi o de uma variação menor que 10^{-10} K para duas iterações sucessivas para o perfil de temperatura (tep); para se evitar a divergência foi inserida no programa uma relaxação para o divergente do fluxo radiativo (\dot{q}), onde apenas uma parcela da iteração anterior era incorporada à iteração atual.

4. Resultados obtidos e discussão

4.1 Simulação da Condução e Radiação Acoplados para o Caso de um Meio sem Espalhamento (Vidro) com Feixe Incidente e $n>1$

A Fig. 3 apresenta a distribuição de temperatura para várias espessuras óticas e albedo nulo. Observa-se que para todas as curvas existe uma variação maior da curvatura próximo da face de incidência da radiação, ficando mais suave ao longo da espessura para a direita. No caso de $\tau_0=1$ esta variação da curvatura é mais acentuada, onde a influência da radiação é maior já que o material não é óticamente delgado nem tão pouco espesso. O mesmo comportamento da curva para $\tau_0=1$ foi encontrado por Siegel e Spuckler (1994a) num estudo semelhante para feixe de radiação incidente nas duas faces.

Na Fig. 4 tem-se as curvas de fluxo total ao longo da espessura. Analogamente aos perfis de temperatura da Fig. 3 verifica-se que no lado da incidência da radiação a variação das curvaturas é maior ficando constante a partir da posição $x/L=0,07$ aproximadamente, sendo que a maior variação de curvatura foi verificada para $\tau_0=10$; Após este ponto existe pouca diferença nos valores do fluxo total entre as curvas.

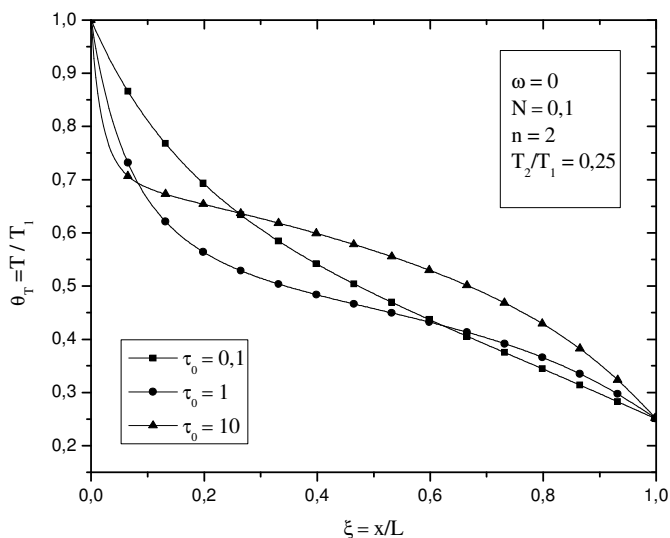


Figura 3. Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas (τ_0), com $\omega=0$, $N=0,1$, $n=2$, feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$.

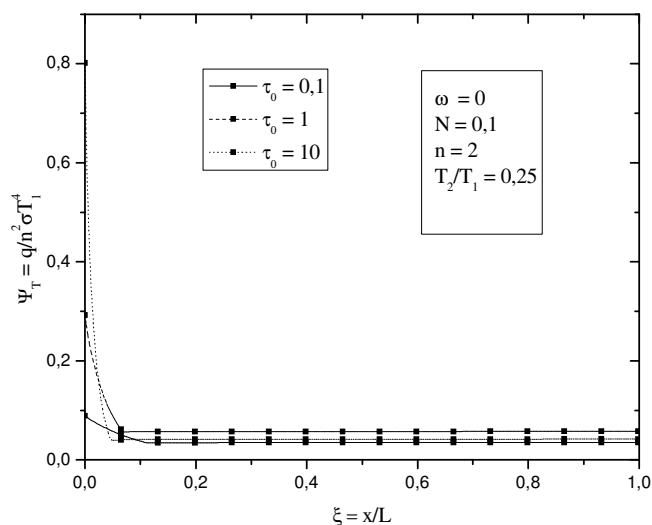


Figura 4. Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas (τ_0), com $\omega=0$, $N=0,1$, $n=2$, feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$.

4.2 Simulação da Condução e Radiação Acoplados para o Caso de um Meio com Espalhamento (Aerogel) com Feixe Incidente e $n>1$ ($k=1,5$)

A Fig. 5 apresenta as curvas de temperatura para vários casos de espessura ótica e albedo de 0,9. Comparando-se com as curvas da Fig.3 onde o espalhamento é nulo, verifica-se que o espalhamento causa uma diminuição da variação da curvatura. No caso de $\tau_0=0,1$ a curva é praticamente linear.

A Fig.6 mostra as curvas de fluxo total para o caso de albedo não nulo ($\omega=0,9$). No lado da face de incidência as curvas apresentam maior variação de curvatura em relação às curvas da Fig. 4 para albedo nulo, sendo que os fluxos ficam constantes a partir da posição $x/L=0,13$ aproximadamente. A partir deste ponto os valores de fluxo são também ligeiramente inferiores em relação àqueles com albedo nulo.

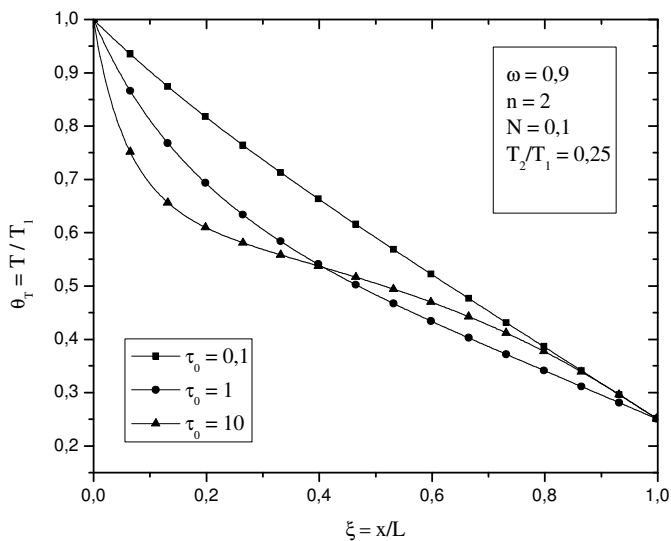


Figura 5. Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas (τ_0), com $\omega=0,9$, $N=0,1$, $n=2$, feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ e espalhamento isotrópico.

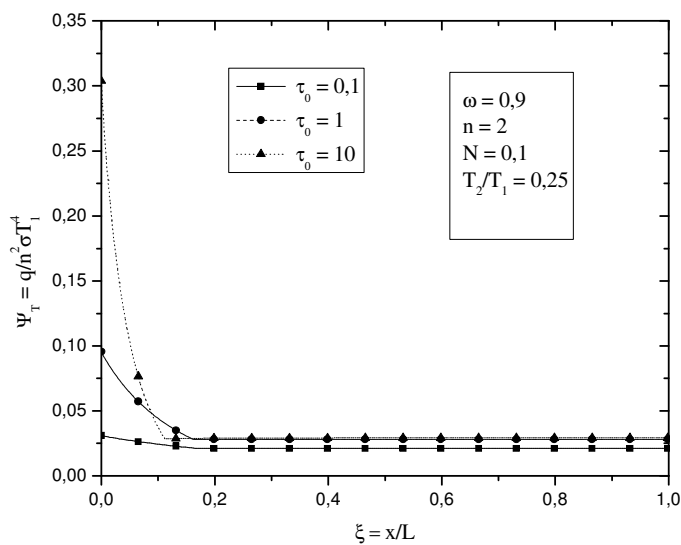


Figura 6. Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas (τ_0), com $\omega=0,9$, $N=0,1$, $n=2$, feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ e espalhamento isotrópico.

A Fig. 8 apresenta os perfis de temperatura para o caso de espalhamento anisotrópico. Utilizou-se o modelo de Henyey-Greenstein Modificado (Nicolau *et al.*, 1994), Fig. 7, para a função de fase (p):

$$p(\mu', \mu) = f_1 f_2 p_{HG,g_1}(\mu', \mu) + (1 - f_1) f_2 p_{HG,g_2}(\mu', \mu) + (1 - f_2) \quad (36)$$

Sendo p_{HG} o modelo de Henyey-Greenstein para a função de fase e os parâmetros $f_1 = 0,90$, $f_2 = 0,95$, $g_1 = 0,84$ e $g_2 = 0,60$.

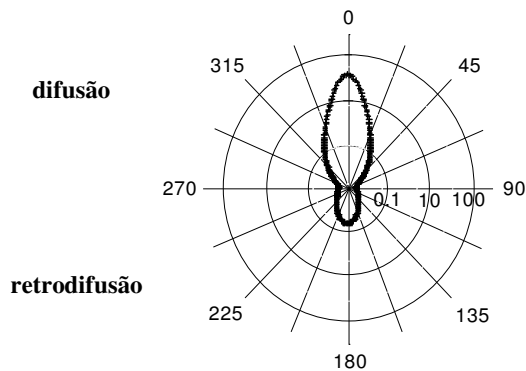


Figura 7. Função de fase ($f1=0.9, g1=0.84, f2=0.95, g2=-0.6$), Moura (1998).

Comparando-se os resultados obtidos com a Fig. 5 onde considerou-se o espalhamento como isotrópico, verifica-se uma diferença da ordem de 10% para as espessuras óticas $\tau_0 = 1$ e $\tau_0 = 10$ e da ordem de 4% para $\tau_0 = 0,1$.

Analogamente, a Fig. 9 apresenta as curvas do fluxo total adimensional considerando-se o espalhamento como anisotrópico. Comparando-se com os resultados obtidos na Fig. 6 para o caso de espalhamento isotrópico resulta uma diferença da ordem de 41,5% (parte constante da curva) para a espessura ótica $\tau_0 = 0,1$, 27% para $\tau_0 = 1$ e de cerca de 4,7% para a espessura ótica $\tau_0 = 10$.

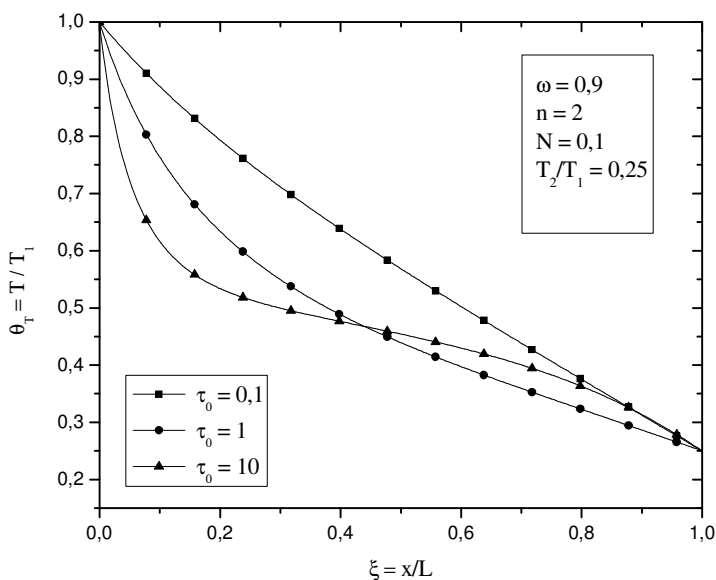


Figura 8. Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acopladas para várias espessuras óticas (τ_0), com $\omega=0,9, N=0,1, n=2$, feixe de radiação incidente normal, relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ e espalhamento anisotrópico.

Na Fig. 10 mostra-se a variação do fluxo total na posição central do meio em função do índice de refração para os casos de albedo nulo e não nulo ($\omega=0,9$); o parâmetro de acoplamento utilizado neste caso é dado por $N=k/\sigma T_1^3 L$. Para os dois casos à medida que o índice de refração aumenta, o fluxo diminui com comportamento bastante semelhante, mostrando que o espalhamento neste caso tem pouca influência sobre o comportamento da curva, apenas fazendo diminuir o patamar dos valores. Estes resultados são semelhantes aos obtidos por Siegel e Spuckler (1993) onde se estudou uma amostra com várias subcamadas, cada uma delas com um índice de refração próprio.

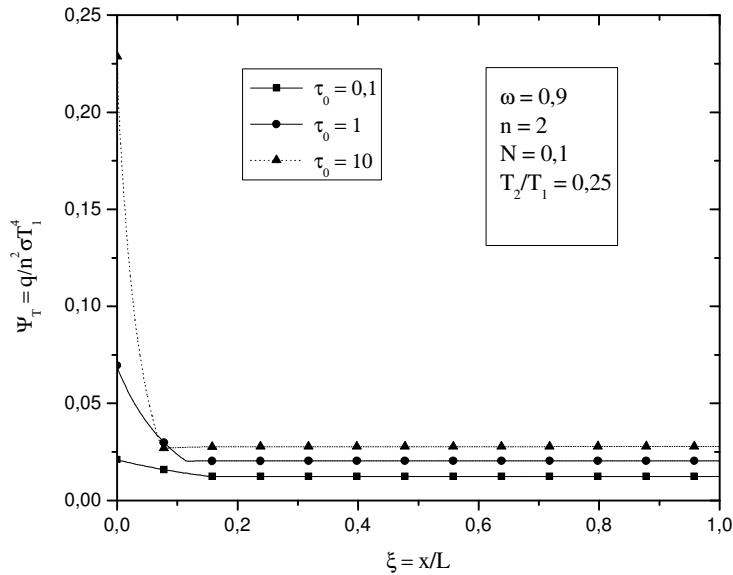


Figura 9. Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras ópticas (τ_0), com $\omega=0,9$, $N=0,1$, $n=2$, feixe de radiação incidente normal, relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ e espalhamento anisotrópico

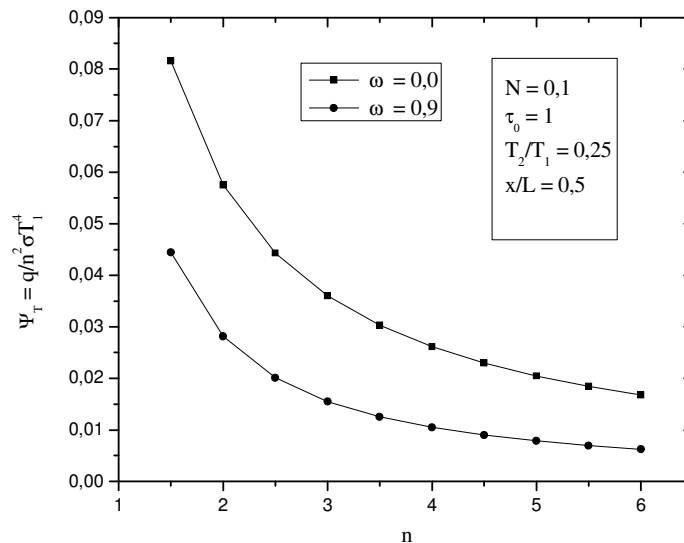


Figura 10. Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados em função do índice de refração (n) para $\omega=0$ e $\omega=0,9$, $N=0,1$, feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$.

A Fig. 11 apresenta o erro percentual do fluxo total ao variar-se o número de direções da quadratura para os casos de material sem e com espalhamento. Como referência foi utilizado o cálculo do fluxo com 96 direções já que acima desta quantidade praticamente não há variação dos valores. Verifica-se a mesma tendência para ambas as curvas sendo que para um número de direções inferior a 10 o erro torna-se significativo. A quadratura utilizada neste caso foi a de Nicolau (Moura, 1998).

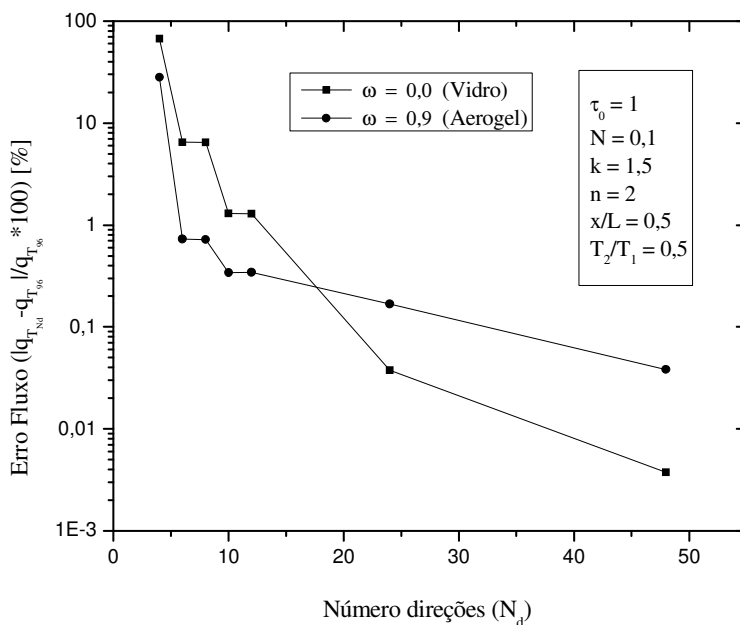


Figura 11. Erro percentual do fluxo total para condução e radiação acoplados em função do número de direções da quadratura (N_d) na posição central do meio ($x/L=0,5$) para $\omega=0$ e $\omega=0,9$, $N=0,1$, $n=2$, $\tau_0=1$, feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$.

5. Conclusões

Neste trabalho apresentou-se um estudo da transferência de calor em meios semitransparentes com índice de refração diferente da unidade, comparando-se dois casos de materiais em especial: o vidro e o aerogel, sendo este último objeto de pesquisas que visam à substituição do vidro em diversas aplicações.

O modelo matemático adotado e o código computacional desenvolvido mostraram-se adequados para a representação do fenômeno de condução e radiação acopladas; o programa foi testado através da comparação dos resultados obtidos com a solução exata apresentada pela literatura e publicações específicas.

As simulações da condução e radiação acoplados entre placas negras demonstraram que o fator de acoplamento (N) é determinante sobre o comportamento da distribuição de temperatura, alterando sensivelmente a forma das curvas principalmente próximo das faces. No caso da simulação com espalhamento verificou-se que o albedo (ω) não teve influência significativa sobre a forma das curvas, que apresentaram variação gradativa da curvatura nas posições mais internas da lâmina de material. Observou-se ainda que os perfis dos fluxos de calor por condução e radiação ao longo da espessura ficaram mais lineares no caso do material com espalhamento permanecendo o fluxo total com pouca alteração em relação ao material sem espalhamento. Também verificou-se que a utilização de um número de volumes de controle muito baixo (<50) pode resultar em grandes erros no valor do fluxo total, especialmente próximo das faces, apesar de também diminuir significativamente o tempo de processamento do código computacional.

No caso das simulações com feixe incidente, verificou-se que o aerogel apresentou o fluxo total de calor inferior ao vidro permanecendo praticamente constante para ambos os materiais exceto próximo da face da esquerda. Os perfis de temperatura tenderam a ficar mais lineares no caso do aerogel em função da difusão. Verificou-se ainda uma variação sensível do fluxo total de calor com a variação do índice de refração para ambos os materiais. O número de direções da quadratura também pode resultar em grandes erros no fluxo total de calor, caso se utilize valores muito baixos (<10).

6. Referências

- Brewster, M.Q., 1992, "Thermal radiative transfer and properties", Ed. John Wiley & Sons, Inc., 543p., New York.
- Glass, D. E., Özisik, M. N. e McRae, D. S., 1987, "Combined conduction and radiation with flux boundary condition for a semitransparent medium covered by thin radiating layers", J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, Vol. 38, Nº 3, pp. 201-208.
- Heinemann, U., Caps, R. e Fricke, J., 1996, "Radiation-conduction interaction: an investigation on sílica aerogels", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 39, Nº 10, pp. 2115-2130.
- McCluney, R., 1994, "Introduction to radiometry and photometry", Artech House, Boston, 402p..
- Modest, M. F., 1993, "Radiative heat transfer", McGraw-Hill, Inc, 832p..

- Moura, L.M., 1998 "Identification des proprietes radiatives des materiaux semi-transparents diffusants en situation de non-symetrie azimutale du champ radiatif", Thèse de doctorat n° 98ISAL0059, INSA de Lyon, Lyon. 217p..
- Moura, L.M., 2002, "Determinação das propriedades radiativas de materiais com índice de refração diferente da unidade", Monografia apresentada para obtenção do título de professor titular da PUCPR, Curitiba, PR.
- Moura, L.M., Baillis, D. e Sacadura, J.F., 1998, "Análise do método de ordenadas discretas: discretização espacial", In: Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT98).
- Moura, L.M., Baillis, D. e Sacadura, J.F., 1997, "Analysis of the discrete ordinate method: angular discretization", 14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COB1425, Bauru, Brazil, December 8-12th.
- Nicolau, V.P., Raynaud e M., Sacadura, J.F., 1994, Spectral radiative properties identification of fiber insulating materials, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37, pp. 311-324.
- Nicolau, V.P., 1994, "Radiação e condução combinadas em um meio semitransparente com absorção e difusão isotrópica", Florianópolis, SC.
- Nicolau, V.P. e Maluf, F.P., 2001, "Determination of radiative properties of commercial glass", 18th International Conference on Passive and Low Energy Architecture, Florianópolis, SC, 7-9 Novembro.
- Siegel, R. e Spuckler, C. M., 1992, "Effect of index of refraction on radiation characteristics in a heated absorbing, emitting, and scattering layer", Journal of Heat Transfer, vol. 114, August.
- Siegel, R. e Spuckler, C. M., 1994a, "Approximate solution methods for spectral radiative transfer in high refractive index layers", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 37, pp. 403-413.
- Siegel, R. e Spuckler, C. M., 1994b "Effects of refractive index and diffuse or specular boundaries on a radiating isothermal layer", Journal of Heat Transfer, vol. 116, August.
- Siegel, R. e Spuckler, C. M., 1993, "Variable refractive index effects on radiation in semitransparent scattering multilayered regions", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 7, No 4, Oct.-Dec.
- Xia, X. L., Huang, Y. e Tan, H. P., 2001, "Temperature field inside a gradient index absorbing-emitting with specular surfaces", School of Energy Science and Eng., Harbin Institute of Tech., Harbin, China.

A NUMERICAL FORMULATION FOR COUPLED CONDUCTIVE RADIATIVE HEAT TRANSFER FOR A SEMITRANSSPARENT MEDIUM WITH NO-UNITARY REFRACTIVE INDEX

Agnaldo Luís Guolo

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR – Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, Curitiba –PR - Brasil
agnaldo.luiz@csn.com.br

Luís Mauro Moura

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR – Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, Curitiba –PR - Brasil
Luis.moura@pucpr.br

Abstract

This work presents a formulation to study the heat transfer through semitransparent absorbing, emitting and scattering media (glass and aerogel). It was considered the process of conduction and radiation combined in a one-dimensional geometry (slab) with a collimated irradiation incident perpendicular on one of the surfaces, in steady state. The equation of Radiation Transfer is solved numerically by the method of Discrete Ordinates and the spatial discretization was done by the Control Volume Method. The conduction equation is solved by the Thomas algorithm (TDMA). The computational routine developed allows the analysis of the influence of each process (conduction/radiation) on the total heat transfer through the media. It is also presented an analysis of the errors originated from varying the refractive index and the number of directions of the quadrature used.

Keywords: Conduction and radiation heat transfer, aerogel, glass, energy efficacy.

ANÁLISE COMPARATIVA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR ENTRE O VIDRO E O AEROGEL

Agnaldo Luís Guolo

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR – Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, Curitiba –PR - Brasil
agnaldo.luiz@csn.com.br

Luís Mauro Moura

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR – Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, Curitiba –PR - Brasil
Luis.moura@pucpr.br

Resumo. Apresenta-se neste trabalho um estudo comparativo da transferência de calor através de dois meios semitransparentes: o vidro e o aerogel. Os meios considerados apresentam emissão, absorção e espalhamento isotrópico, tendo como condição de contorno um feixe de radiação colimado incidindo perpendicularmente numa das faces. Foram considerados os processos de condução e radiação acoplados para uma geometria unidimensional (meio plano) em regime permanente. O programa desenvolvido permite a análise da influência de cada processo (condução/radiação) na transferência total de calor através dos materiais, assim como a comparação do efeito de isolamento térmico do aerogel em relação ao vidro para determinadas condições de temperatura nas faces.

Palavras chave: Aerogel, transferência de calor por condução e radiação, eficiência energética.

1. Introdução

A transferência de calor por condução e/ou convecção combinada com a radiação através de um meio participante que absorve, emite e espalha a radiação térmica é um fenômeno que aparece em muitas aplicações práticas e de engenharia; alguns exemplos são as janelas de edificações, fornos, automóveis e aeronaves, onde são utilizados materiais semitransparentes como o vidro e mais recentemente o aerogel.

O aerogel combina transparência com alta resistividade térmica, o que o torna um material atrativo para várias aplicações tais como: espaçadores entre placas de vidro em janelas isoladas, sistemas de isolamento transparentes para muros de casas e ainda como material substituto para o vidro. Além disso, partículas são adicionadas à matriz deste material de maneira a refletir uma parcela da radiação solar incidente.

O processo de transferência radiativa em aerogéis, sobretudo os que possuem uma matriz com índice de refração diferente da unidade, é complexo. A radiação incidente na interface é uma parte refletida e a restante refratada para o interior do material. Em seguida, a parcela de energia que atravessa este material sofre espalhamento em função da diferença de índices de refração entre as partículas dispersas e a matriz, e então, finalmente noutra interface uma parcela do feixe é novamente refletida e refratada, e assim por diante (Moura, 2002).

Algumas aplicações importantes envolvendo o vidro são as placas de cobertura dos coletores solares e os vidros das janelas de edificações. Em especial nos edifícios comerciais envidraçados, as vidraças (“glazings”) desempenham um importante papel na performance térmica destes edifícios; além de permitirem um contato visual com o meio ambiente externo e da sua função estética, as vidraças atuais são verdadeiros filtros de calor e/ou radiação solar (Borges, 2004); são sistemas compostos por uma ou várias camadas de vidro combinadas com algum tipo de revestimento: revestimento de um único metal (nobre) e/ou de óxido metálico, tingimento ou revestimento de multicamadas (películas de controle solar) (Pfrommer *et al.*, 1995).

Em todas as aplicações descritas acima, é de fundamental importância o cálculo da transferência de calor através do vidro para se determinar a carga térmica envolvida no projeto ou sistema já existente.

Apesar das janelas e revestimentos serem normalmente finos, o conhecimento do perfil de temperatura no seu interior é importante em algumas aplicações tais como nos processos de tratamento térmico dos vidros, processos de laminação de vidros de segurança multicamadas, em componentes solares para altas temperaturas, na determinação da distribuição de temperatura em tanques de derretimento de vidro, aquecimento das janelas de naves espaciais e aeronaves, em alguns revestimentos isolantes de calor e no estudo do aquecimento de janelas e lentes através de raio laser (Siegel e Howell, 2002).

O modelo de simulação é baseado no Método das Ordenadas Discretas na condição de simetria do campo radiativo. Simulações numéricas permitem compreender o processo de transferência de calor por radiação e estudar os parâmetros que influenciam este processo.

Barker e Sutton (1985) investigaram a transferência de calor transiente envolvendo radiação e condução para um meio plano, cinza e participante tendo suas faces aquecidas externamente. A técnica da transformada integral é utilizada para resolver a equação de energia transiente enquanto um método iterativo fornece a solução para a transferência de calor acoplada.

Glass *et al.* (1987) analisaram o acoplamento da condução e da radiação num meio semitransparente cinzento, emissor e absorvedor tendo o fluxo de calor nas faces externas como condições de contorno. Ressalta-se a análise da influência do parâmetro de relação entre condução e radiação (N), da espessura ótica e das emissividades das faces (com revestimentos opacos) e do meio no aumento da temperatura das faces.

Siegel e Spuckler (1993) estudaram um meio semitransparente com várias subcamadas cada uma com seu índice de refração e espessura ótica próprios. As temperaturas e o fluxo de calor resultantes são dados para se mostrar o efeito das variações do índice de refração e espessura ótica através das subcamadas.

Heinemann *et al.* (1996) analisaram a transferência de calor por condução e radiação acoplados em aerogéis de sílica com baixa densidade. Foi feito um estudo teórico e experimental para várias espessuras óticas e relações de transferência de calor condução/radiação; sendo materiais com alta porosidade, foi variada a pressão no interior dos mesmos, considerando-se a variação das propriedades físicas resultantes.

Nicolau e Maluf (2001) determinaram algumas propriedades de vidros comerciais como o índice de refração e o coeficiente de absorção. Diferentes espessuras são ensaiadas. Apresentaram também o conjunto experimental completo, além dos modelos numéricos.

Diferentemente dos trabalhos já publicados, neste trabalho apresenta-se um modelo para a transferência de calor por radiação e condução acoplados, através de um meio semitransparente que apresenta espalhamento constituído de uma matriz sólida com índice de refração não unitário (aerogel) e também através de um meio semitransparente não difusor (vidro), fazendo-se um estudo comparativo amplo entre estes materiais. Como objetivo final busca-se avaliar as vantagens da aplicação do Aerogel como substituto do vidro comercial.

2. Equação da Transferência Radiativa (ETR)

O estudo da transferência de calor por radiação em meios participantes é realizado através da solução da Equação de Transferência Radiativa (ETR). Nesta análise considera-se um meio homogêneo, emissor, absorvedor, com espalhamento e em equilíbrio termodinâmico. As fronteiras possuem componentes de reflexão especular e de espalhamento, além de efetuarem refração a um feixe incidente não normal a superfície. Neste estudo a ETR é considerada para uma geometria com simetria azimutal.

Através da Equação da Transferência Radiativa (ETR) podem-se calcular as trocas de energia entre interfaces (paredes, fronteiras) considerando um meio participante (Meio Semitransparente – MST). A ETR descreve a variação da intensidade radiativa, I . Esta equação foi obtida para um meio pseudocontínuo em relação à transferência radiativa existente num material disperso real.

Para a obtenção da ETR efetua-se um balanço dos mecanismos físicos de interação radiação/meio por um feixe de radiação se propagando através de um meio que absorve, emite, ou espalha, obtém-se a expressão da ETR monocromática:

$$\frac{1}{(\sigma_a + \sigma_d)} \bar{\Omega} \cdot \nabla I(\bar{r}, \bar{\Omega}) + I(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \left(1 - \frac{\sigma_d}{(\sigma_a + \sigma_d)} \right) I_b(T) + \frac{1}{4\pi} \frac{\sigma_d}{(\sigma_a + \sigma_d)} \int_{\Omega=4\pi} p(\bar{\Omega}', \bar{\Omega}) I(\bar{r}, \bar{\Omega}') d\Omega' \quad (1)$$

onde I é a intensidade radiativa, I_b aquela do corpo negro, \bar{r} é a variável de posição função do sistema de coordenadas utilizado, $\bar{\Omega}$ é a variável direcional, σ_a é o coeficiente de absorção, σ_d é o coeficiente de espalhamento $p(\bar{\Omega}', \bar{\Omega})$ é a função de fase. A intensidade total da radiação de um corpo negro é dada por:

$$I_b = \frac{n^2 \sigma T^4}{\pi} \quad (2)$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann, n é o índice de refração do meio equivalente a um meio homogêneo e T é a temperatura. A ETR pode ser escrita na sua forma adimensional. Neste caso os termos da Eq. (1) serão substituídos por:

$$\tau = \beta s \cos \theta \quad \omega = \frac{\sigma_d}{\sigma_d + \sigma_a} = \frac{\sigma_d}{\beta} \quad (3)$$

onde β é o coeficiente de extinção, τ é a coordenada ótica θ é o ângulo polar e ω é o albedo.

A radiação percorre uma distância no interior do meio e este percurso deve ser projetado sobre um sistema de coordenadas. O sistema de coordenadas cartesianas e seus co-senos diretores respectivos (μ, η, ξ) são mostrados na Fig.

1. As equações dos ângulos da direção $\bar{\Omega}$ em relação aos eixos são relacionadas através das seguintes equações:

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi \quad (4)$$

$$\begin{cases} \mu = \cos\theta \\ \eta = \cos\alpha_y = \sin\theta \cos\phi \\ \xi = \cos\alpha_z = \sin\theta \sin\phi \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega} = \cos\theta_p = \mu\mu' + \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu'^2}\cos(\phi-\phi') \\ \cos\theta_p = \mu\mu' + \eta\eta' + \xi\xi' \end{aligned} \quad (6)$$

As Eqs. (5) e (6) definem o ângulo θ_p formado entre duas direções $(\vec{\Omega}', \vec{\Omega})$ a partir dos co-senos diretores. O ângulo correspondente a μ é o ângulo polar e o ângulo ϕ é o ângulo de azimute.

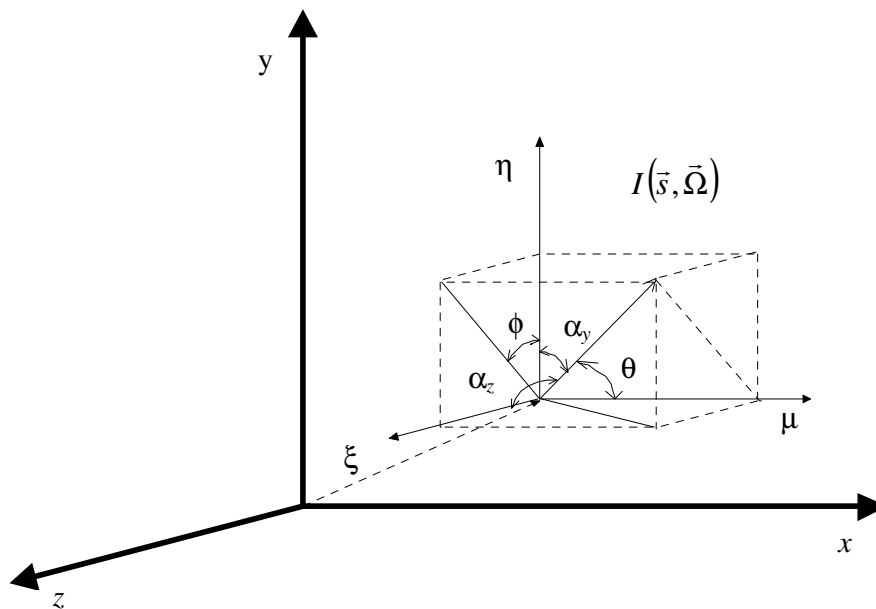


Figura 1. Definição dos co-senos diretores (μ, η, ξ) (Moura, 2002).

Para uma geometria unidimensional cartesiana, Fig. 2, a ETR se simplifica:

$$\frac{1}{\beta} \frac{dI(\vec{s}, \vec{\Omega})}{ds} + I(\vec{s}, \vec{\Omega}) = (1 - \omega) I_b(T) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} p(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) I(\vec{s}, \vec{\Omega}') d\Omega' \quad (7)$$

Utilizando-se a condição de simetria azimutal onde as variáveis tornam-se independentes do ângulo de azimute (ϕ) e são constantes em torno de um cone de ângulo sólido (Ω) centrado no eixo x .

A ETR, Eq. (7), torna-se:

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = (1 - \omega) I_b(T) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') p(\mu', \mu) d\mu' \quad (8)$$

onde, τ é a coordenada ótica, $I_b(T)$ é a intensidade de radiação emitida pelo corpo negro à temperatura do meio, ω é o albedo, μ é o cosseno do ângulo polar e p é a função de fase. O termo integral representa o ganho por difusão para cada semi-hemisfério.

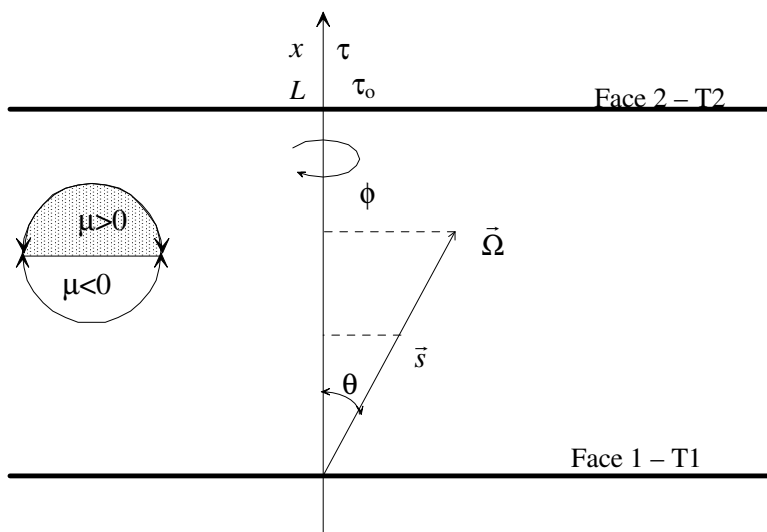


Figura 2. Sistema de coordenadas unidimensional (meio plano semitransparente) (Moura, 2002).

2.1. Solução da equação da transferência radiativa: método das ordenadas discretas

Neste trabalho, a ETR será resolvida numericamente pelo Método das Ordenadas Discretas (MOD) aplicado a um volume de controle. Esta técnica de solução da ETR é descrita detalhadamente em Moura *et al.* (1997 e 1998).

A Eq. (8) é do tipo integro-diferencial. Sua solução pelo Método das Ordenadas Discretas é constituída de duas etapas: *i*) uma discretização angular, sendo o termo integral substituído por uma soma das intensidades radiativas. Desta maneira, obtém-se um conjunto de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem; *ii*) uma discretização espacial, considerando um volume de controle, para a solução das equações diferenciais ordinárias.

Considerando-se como condição de contorno faces opacas, espalhadoras em emissão e reflexão, tem-se as intensidades radiativas dadas por:

$$\begin{cases} \tau=0 \rightarrow I(0, \mu) = \varepsilon_1 I_b(T_1) + 2(1 - \varepsilon_1) \int_0^1 I(0, -\mu') \mu' d\mu' & \mu > 0 \\ \tau=\tau_0 \rightarrow I(\tau_0, \mu) = \varepsilon_2 I_b(T_2) + 2(1 - \varepsilon_2) \int_0^1 I(\tau_0, \mu') \mu' d\mu' & \mu < 0 \end{cases} \quad (9)$$

onde:

ε_1 : emissividade da parede 1

μ_0 : co-seno do ângulo de divergência do feixe colimado

ε_2 : emissividade da parede 2

τ_0 : espessura ótica da face 2

T_1 e T_2 : temperaturas das faces 1 e 2 respectivamente

Considerando-se uma função de interpolação linear para o cálculo da variação da intensidade radiativa no interior do volume, obtém-se então, a partir da Eq. (8), uma equação discretizada na seguinte forma:

$$I_{i+1/2, j} = \frac{S_{i+1/2, j} \alpha_j / 2 + I_{i, j}}{1 + \alpha_j / 2} \quad (10)$$

sendo

$$\alpha_j = \frac{\Delta \tau_{i+1/2}}{\mu_j} \quad (11)$$

$$S_{i+1/2, j} = (1 - \omega) I_b(T_{i+1/2}) + \frac{\omega}{2\beta} \left[\sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (P_{nj} I_{i+1/2, n} + P_{-nj} I_{i+1/2, -n}) \right] \quad (12)$$

onde o índice $i+1/2$ representa o centro do volume situado entre as faces de índice i e $i+1$. Na equação 11 $I_{i,j}$ é um valor conhecido e calcula-se $I_{i+1/2,j}$ através de várias iterações, atualizando o termo fonte $S_{i+1/2,j}$. As ponderações são representadas por w_n e são associadas as direções μ_n ; $\Delta\tau$ representa a variação da variável ótica, p representa a função de fase e N_d representa o número de direções da quadratura.

As condições de contorno são obtidas a partir da Eq. (9):

$$\begin{cases} I(0, \mu_j) = \varepsilon_1 I_b(T_1) - 2(1-\varepsilon_1) \sum_{\mu_n < 0} w_n \mu_n I(0, \mu_n) & \mu_j > 0 \\ I(\tau_o, \mu_j) = \varepsilon_2 I_b(T_2) + 2(1-\varepsilon_2) \sum_{\mu_n > 0} w_n \mu_n I(\tau_o, \mu_n) & \mu_j < 0 \end{cases} \quad (13)$$

O fluxo de calor (q_R), a radiação incidente (G) e o divergente do fluxo radiativo (\dot{q}) são definidos como:

$$\bar{q}_r(\tau) = \int_{\Omega=4\pi} I(\tau, \bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\Omega \quad q_{Ri} = 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n \mu_n (I_{i,n} - I_{i,-n}) \quad (14)$$

$$G(\tau) = 2\pi \int_{-1}^1 L(\tau, \mu) d\mu \quad G_i = 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (I_{i,n} + I_{i,-n}) \quad (15)$$

$$\dot{q} = \text{div}(\bar{q}^r(s)) = \sigma_a \left[4\pi L^0 - \int_{\Omega=4\pi} L(\tau, \bar{\Omega}) d\Omega \right] \quad \dot{q}_i = \text{div}\left(\vec{q}_R\right) = \sigma_a \left[4n^2 I_b - 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (I_{i,n} + I_{i,-n}) \right] \quad (16)$$

2.2. Condução e radiação combinados

A equação da energia para os processos de radiação e condução simultâneos em um meio participante pode ser escrita da seguinte forma:

$$m c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + Q''' - \vec{\nabla} \cdot \bar{q}_R \quad (17)$$

onde m é a massa específica, c_p é o calor específico, k é a condutividade térmica, Q''' é a geração interna de calor e q_R é o fluxo radiativo

Para o caso de um meio unidimensional, plano e com regime permanente e sem geração interna de calor, a Eq. (17) fica reduzida a:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} - q_R \right) = 0 \quad (18)$$

As condições de contorno correspondem às temperaturas nas duas faces:

$$x = 0: T(0) = T_1 \quad (19)$$

$$x = L: T(L) = T_2 \quad (20)$$

O divergente do fluxo radiativo será obtido pelo Método das Ordenadas Discretas:

$$\frac{dq_R}{dx} = \int_0^\infty \sigma_{av} (4\pi I_{bv} - G_v) dv \quad (21)$$

onde

$$G_v = \int_{4\pi} I_v d\Omega \quad (22)$$

Introduzindo-se as variáveis e parâmetros adimensionais (Modest, 1993):

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \theta_T = \frac{T}{T_1}, \quad \Psi_R = \frac{q_R}{n^2 \sigma T_1^4}, \quad g = \frac{G}{4n^2 \sigma T_1^4}; \quad (23)$$

$$\tau_0 = \beta L, \quad \theta_L = \frac{T_2}{T_1}, \quad N = \frac{k\beta}{4\sigma T_1^3},$$

onde τ_0 é a espessura óptica do meio, N é o parâmetro de relação entre condução e radiação e L é a espessura do meio. Reduz-se as Eqs. (18) a (21) a:

$$\frac{d^2 \theta_T}{d\tau^2} = \frac{1}{4N} \frac{d\Psi_R}{d\tau} \quad (24)$$

$$\frac{d\Psi_R}{d\tau} = 4(\theta_T^4 - g) \quad (25)$$

$$\theta_T(0) = 1; \quad \theta_T(\tau_0) = \theta_L \quad (26)$$

2.3. Discretização da equação da difusão

A equação da difusão será também resolvida numericamente pelo Método dos Volumes Finitos. Considerando-se um problema unidimensional em regime permanente, a equação da difusão pode ser representada pela seguinte expressão:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q} = 0 \quad (27)$$

Sendo \dot{q} o divergente do fluxo radiativo e k a condutividade térmica do meio (função da temperatura).

A discretização da Eq. (27) é feita dividindo-se o meio em volumes justapostos na direção da espessura (eixo x). Para cada volume de controle (Fig. 3) são considerados os volumes anterior (W) e posterior (E) utilizando-se sempre como referência os pontos centrais.

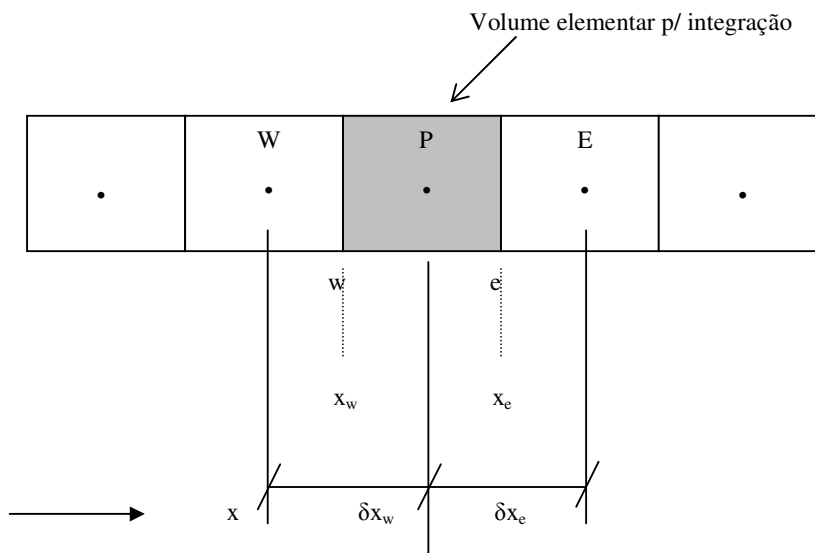


Figura 3. Discretização com volumes finitos.

Sendo $\Delta x = x_e - x_w$ e integrando o volume de controle entre os limites x_w e x_e tem-se:

$$\int_{x_w}^{x_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} \right] dx = 0 \quad (28)$$

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w + \dot{q} \Delta x = 0 \quad (29)$$

Utilizando-se uma aproximação de 1ª ordem para as derivadas da temperatura tem-se:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_e = \frac{T_e - T_p}{\delta x_e} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_w = \frac{T_p - T_w}{\delta x_w} \quad (30)$$

Substituindo-se a Eq. (30) nas derivadas da Eq. (29) resulta:

$$k_e \frac{(T_e - T_p)}{\delta x_e} - k_w \frac{(T_p - T_w)}{\delta x_w} + \dot{q}\Delta x = 0 \quad (31)$$

Colocando-se as temperaturas em evidência tem-se:

$$T_p \left(\frac{k_e}{\delta x_e} + \frac{k_w}{\delta x_w} \right) = T_e \left(\frac{k_e}{\delta x_e} \right) + T_w \left(\frac{k_w}{\delta x_w} \right) + \dot{q}\Delta x \quad (32)$$

Ou de outra forma, substituindo-se os termos entre parênteses por coeficientes simplificados resulta a equação:

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + b \quad (33)$$

Assim tem-se os coeficientes das temperaturas (a) e termo independente (b) dados por:

$$a_p = \frac{k_e}{\delta x_e} + \frac{k_w}{\delta x_w}$$

$$a_e = \frac{k_e}{\delta x_e}$$

$$a_w = \frac{k_w}{\delta x_w} \quad (34)$$

$$b = \dot{q}\Delta x$$

A Eq. (33) é resolvida pelo algoritmo de Thomas ou método TDMA; é um método linha a linha que, resolve cada linha sendo conhecidas as temperaturas das duas linhas vizinhas. No caso de um problema unidimensional este método é direto, sendo que para problemas bi e tridimensionais é iterativo sendo processado linha a linha e coluna a coluna.

3. Metodologia

Neste trabalho a simulação numérica foi adaptada a partir do algoritmo desenvolvido por Moura (1998) para a identificação de propriedades radiativas. Nesta análise utilizou-se somente a parte dita “direta” deste código, sendo desenvolvido neste trabalho o código para a condução de calor em regime permanente acoplado à ETR.

Estudaram-se dois tipos de materiais: o vidro e o aerogel, levando-se em conta as premissas enumeradas abaixo para análise do problema:

- Para o aerogel considerou-se o caso de comportamento isotrópico conforme Siegel e Spuckler (1994a e 1994b) em relação às direções do espalhamento (função de fase);
- O feixe incidente foi considerado do tipo colimado incidindo perpendicularmente à face;
- Foi utilizada a quadratura de Radau modificada para determinar a distribuição das intensidades (Moura, 1998);
- A malha utilizada para divisão da espessura do meio foi a malha regular onde todos os volumes possuem a mesma dimensão Δx ; existe a possibilidade de utilização de outras malhas não regulares que propiciam um refinamento maior em uma determinada região, como por exemplo a malha de Tchebycheff que refina as regiões próximas das extremidades;
- A variação da intensidade do feixe ao longo do volume foi considerada linear;
- Os índices de refração foram considerados constantes com a temperatura, tendo sido adotados valores médios o mesmo acontecendo com os coeficiente de condutividade térmica.

Estudou-se três materiais com propriedades físicas distintas: vidro comercial flotado e aerogel com massa específica $m=5 \text{ kg/m}^3$ e emissividades $\varepsilon=0,04$ e $\varepsilon=0,74$ (Tab. 1) (Heinemann *et al.*, 1996). Todas as propriedades da Tab. 1 referem-se a uma temperatura média de 300K. As temperaturas das faces para cada caso de simulação foram calculadas a partir dos valores de N e τ , mantidos fixas as demais grandezas (ω , β , k , n).

Tabela 1. Propriedades físicas dos materiais considerados nas simulações.

Materiais	Albedo (ω)	Coef. extinção (β) [m^{-1}]	Condutividade térmica (k) [W/mK]	Índice de refração (n)
Vidro flotado	0	50 [1]	1,5 [2]	2 [3]
Aerogel 1 [4]	0,90	10	1,5	2
Aerogel 2 [4]	0,90	10	0,8	2

[1] Nicolau e Maluf – 2001 [2] Brewster, 2002 [3] McCluney - 1994 [4] Heinemann *et al.* - 1996

O critério de convergência adotado foi o de uma variação menor que 10^{-10} K para duas iterações sucessivas para o perfil de temperatura (tep); para se evitar a divergência foi inserida no programa uma relaxação para o divergente do fluxo radiativo (\dot{q}), onde apenas uma parcela da iteração anterior era incorporada à iteração atual.

4. Resultados obtidos e discussão

Apresenta-se na seqüência uma análise comparativa entre aerogéis 1 e 2 e o vidro, considerando-se várias espessuras para o meio e o caso de feixe incidente. Os fluxos de calor referem-se à face direita e a temperatura corresponde à posição central do meio.

A Fig. 4 apresenta um grande decaimento do fluxo total adimensional para os três materiais até a espessura de cerca de 0,010 m, tendendo a ficar linear após este ponto.

Na Fig. 5 verifica-se uma diminuição da temperatura no centro do meio bem mais acentuada no caso do vidro à medida que se aumenta a espessura. Comparando-se o aerogel 1 com o aerogel 2 fica evidente o efeito da diferença de condutividade térmica (k) entre eles à medida que a espessura do meio aumenta.

A Fig. 6 apresenta uma comparação percentual do fluxo de calor total (com radiação e condução) na face direita entre o aerogel (1 e 2) e o vidro. Esta diferença é calculada pela relação entre o fluxo de calor total calculado para o aerogel com o fluxo de calor total calculado para o vidro com a mesma espessura. Verifica-se uma redução expressiva do fluxo principalmente no caso do aerogel 2, chegando próximo a 30% para a espessura de 0,025 m, confirmando assim suas propriedades de isolamento térmico, principal objeto deste estudo.

Analogamente, na Fig. 7 tem-se a comparação percentual da temperatura na posição central da espessura entre o aerogel (1 e 2) e o vidro. Neste caso as temperaturas são sempre superiores às do vidro. Verifica-se um crescimento das curvas até a espessura aproximada de 0,0155 m, voltando a cair a partir deste ponto.

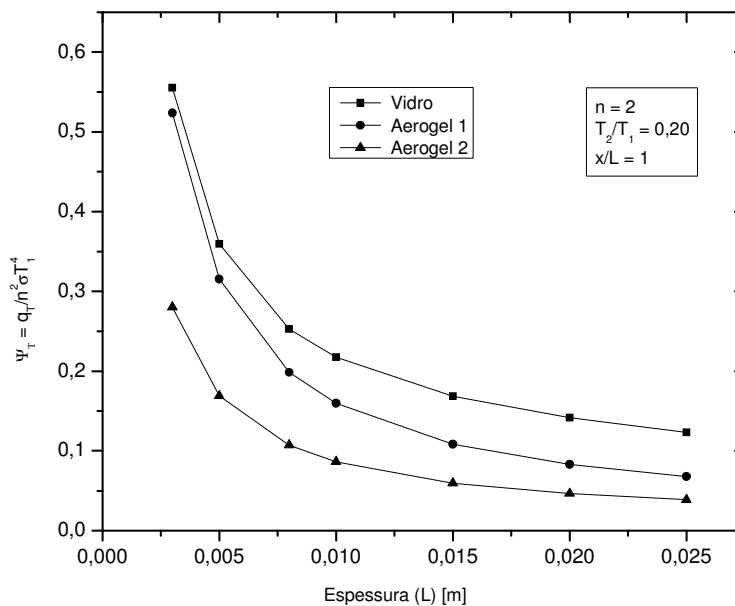


Figura 4. Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio (L) na face direita ($x/L=1$) para o vidro e aerogel, com relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,20$ e $n=2$.

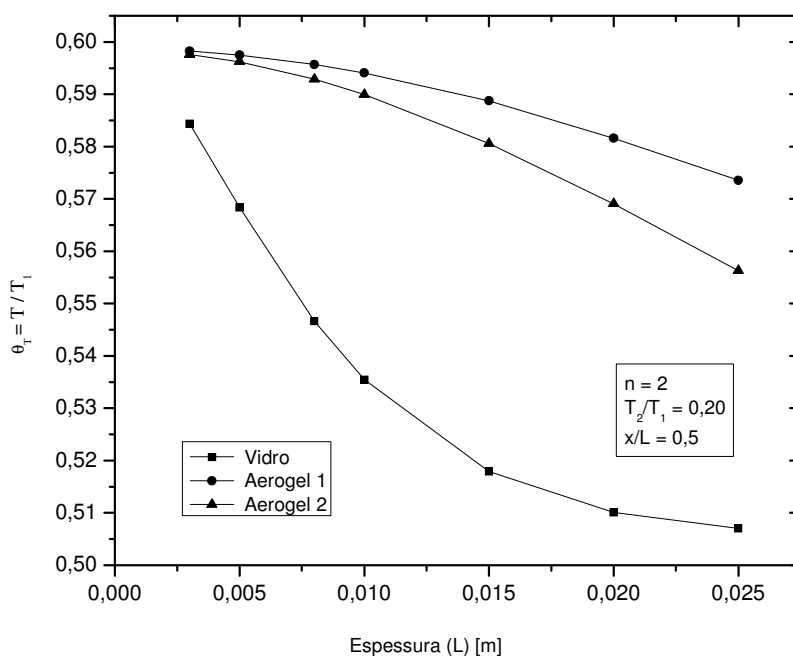


Figura 5. Distribuição da temperatura adimensional para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio (L) na posição central ($x/L=0,5$) para o vidro e aerogel, com relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,20$ e $n=2$.

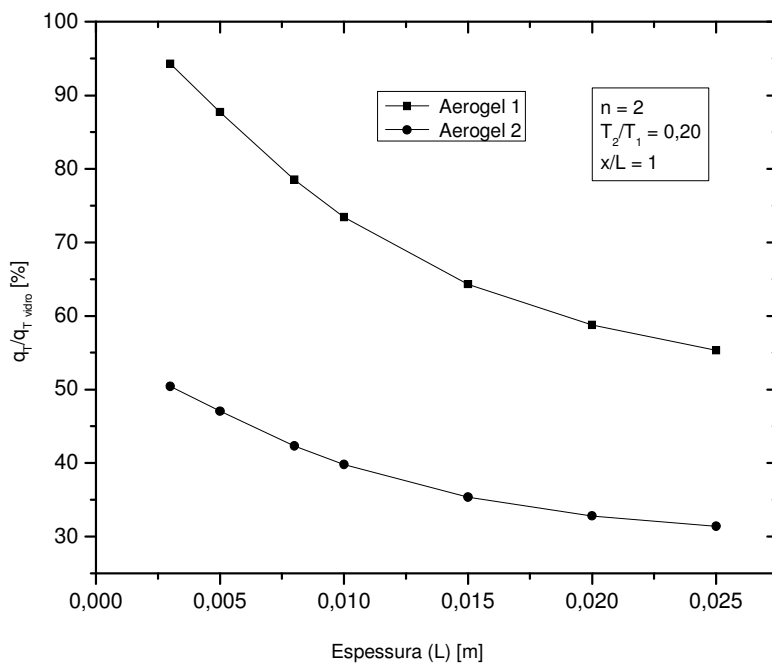


Figura 6. Comparação do fluxo de calor total dos aerogéis 1 e 2 com o vidro para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio (L) na face direita ($x/L=1$) com relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,20$ e $n=2$.

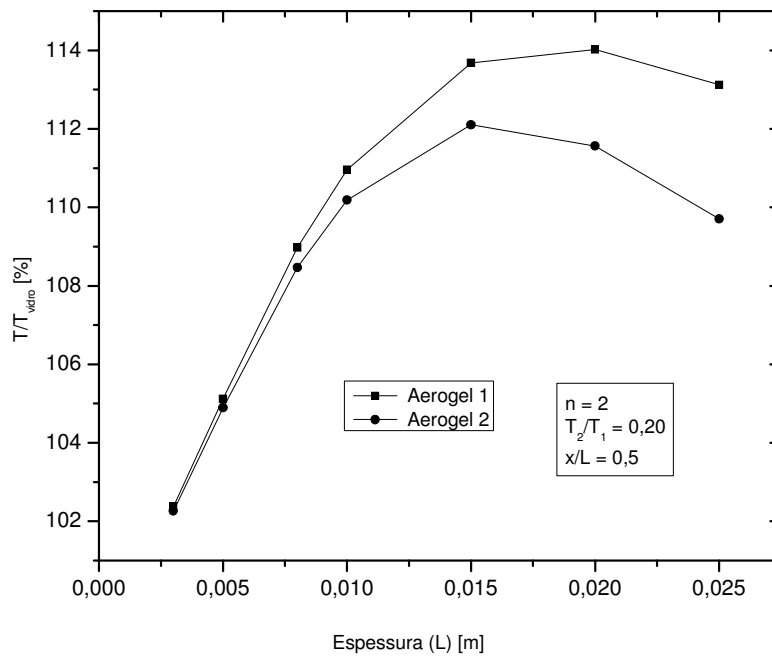


Figura 7. Comparação da temperatura na posição central ($x/L=0,5$) dos aerogéis 1 e 2 com o vidro para condução e radiação acoplados em função da espessura (L) com relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,20$ e $n=2$.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se um estudo da transferência de calor em meios semitransparentes com índice de refração diferente da unidade, comparando-se dois casos de materiais em especial: o vidro e o aerogel, sendo este último objeto de pesquisas que visam à substituição do vidro em diversas aplicações. Dois casos de aerogel foram estudados: aerogel 1 e aerogel 2, sendo que se diferenciam apenas pela condutividade térmica (k).

O modelo matemático adotado e o código computacional desenvolvido mostraram-se adequados para a representação do fenômeno de condução e radiação acopladas; o programa foi testado através da comparação dos resultados obtidos com a solução exata apresentada pela literatura e publicações específicas.

A análise comparativa entre os aerogéis 1 e 2 e o vidro para o caso de feixe incidente considerando-se várias espessuras mostrou uma grande redução do fluxo de calor para os aerogéis confirmando suas aplicações como bons isolantes térmicos; as temperaturas no centro do meio por sua vez resultaram ligeiramente maiores para os aerogéis, principalmente para as espessuras intermediárias.

5. Referências

- Borges, M. T. C. M., 2004, "Determinação de propriedades radiativas espectrais de vidros e películas", Dissertação de Mestrado. UFSC, Florianópolis, SC, Brasil.
- Barker, C. e Sutton, W. H., 1985, "The transient radiation and conduction heat transfer in a gray participating medium with semitransparent boundaries", Radiation Heat Transfer, vol. 49.
- Brewster, M.Q., 1992, "Thermal radiative transfer and properties", Ed. John Wiley & Sons, Inc., 543p., New York.
- Glass, D. E., Özisik, M. N. e McRae, D. S., 1987, "Combined conduction and radiation with flux boundary condition for a semitransparent medium covered by thin radiating layers", J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, Vol. 38, Nº 3, pp. 201-208.
- Heinemann, U., Caps, R. e Fricke, J., 1996, "Radiation-conduction interaction: an investigation on sílica aerogels", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 39, Nº 10, pp. 2115-2130.
- McCluney, R., 1994, "Introduction to radiometry and photometry", Artech House, Boston, 402p.
- Moura, L.M., 1998 "Identification des proprietes radiatives des materiaux semi-transparents diffusants en situation de non-symetrie azimutale du champ radiatif", Thèse de doctorat n° 98ISAL0059, INSA de Lyon, Lyon. 217p.
- Moura, L.M., 2002, "Determinação das propriedades radiativas de materiais com índice de refração diferente da unidade", Monografia apresentada para obtenção do título de professor titular da PUCPR, Curitiba, PR.
- Moura, L.M., Baillis, D. e Sacadura, J.F., 1998, "Análise do método de ordenadas discretas: discretização espacial", In: Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT98).

- Moura, L.M., Baillis, D. e Sacadura, J.F., 1997, "Analysis of the discrete ordinate method: angular discretization", 14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COB1425, Bauru, Brazil, December 8-12th.
- Nicolau, V.P. e Maluf, F.P., 2001, "Determination of radiative properties of commercial glass", 18th International Conference on Passive and Low Energy Architecture, Florianópolis, SC, 7-9 Novembro.
- Pfommer, P., Lomas K. J., Seale C. e Kupke C. H. R., 1995, "The radiation transfer through coated and tinted glazing", Solar Energy, vol. 54, No 5, pp. 287-299.
- Ruperti, N. J., 1996 "Etude du problème inverse de conduction-rayonnement de la chaleur", Thèse de doctorat n° 96ISAL0041, INSA de Lyon, Lyon, 152p..
- Siegel, R. e Howell, J. R., 2002, "Thermal radiation heat transfer", Taylor & Francis, 4a edição, 868p., New York, NY.
- Siegel, R. e Spuckler, C. M., 1994a, "Approximate solution methods for spectral radiative transfer in high refractive index layers", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 37, pp. 403-413.
- Siegel, R. e Spuckler, C. M., 1994b "Effects of refractive index and diffuse or specular boundaries on a radiating isothermal layer". Journal of Heat Transfer, vol. 116, August.
- Siegel, R. e Spuckler, C. M., 1993, "Variable refractive index effects on radiation in semitransparent scattering multilayered regions", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 7, No 4, Oct.-Dec.

ANALYSIS OF THE HEAT TRANSFER IN GLASS COMPARED TO THE AEROGEL

Agnaldo Luís Guolo

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR – Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, Curitiba –PR - Brasil
agnaldo.luiz@csn.com.br

Luís Mauro Moura

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR – Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho, Curitiba –PR - Brasil
Luis.moura@pucpr.br

Abstract

This work presents a formulation to study the heat transfer through semitransparent absorbing, emitting and scattering media, where two types of materials were considered: the glass and the aerogel. It was considered the process of conduction and radiation combined in a one-dimensional geometry (slab) with a collimated irradiation incident perpendicularly on one of the surfaces, in steady state. The computational routine developed allows the analysis of the influence of each process (conduction/radiation) on the total heat transfer through the media, as well as the effect of thermal insulation of the Aerogel compared to the Glass in certain temperatures of the faces.

Keywords: Aerogel, conduction and radiation heat transfer, energy efficacy.

CARACTERIZAÇÃO DE DEPÓSITOS DE CINZAS DE CALDEIRA COM QUEIMA DE CARVÃO PULVERIZADO

Rafaela Frota Reinaldo

Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal do Ceará
Campus do Pici, Fortaleza – CE
rafaela.ufc@gmail.com

Eduardo Gonçalves Reimbrecht

Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Santa Catarina
Trindade, Florianópolis – SC
eduardo@labcet.ufsc.br

Edson Bazzo

Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Santa Catarina
Trindade, Florianópolis – SC
ebazzo@emc.ufsc.br

João Luis Toste de Azevedo

Departamento de Engenharia Mecânica – Instituto Superior Técnico
Campus da Alameda, Lisboa – PT
toste@navier.ist.utl.pt

Resumo. *Um dos principais problemas associados ao uso do carvão mineral para a geração termelétrica é a formação de depósitos de cinzas nas superfícies de transferência de calor. Estes depósitos aumentam a resistência térmica diminuindo assim a eficiência de caldeiras. Neste trabalho é apresentada a caracterização de depósitos de cinzas de uma caldeira existente, através de análise química, microscópica e de imagens. A partir desta caracterização a condutividade térmica do depósito é determinada utilizando diferentes modelos disponíveis na literatura.*

Palavras chave: depósitos de cinzas, análise de imagens geração termelétrica, condutividade térmica

1. Introdução

Apesar dos problemas operacionais e ambientais ocasionados pelo o uso do carvão mineral na geração termelétrica, as previsões mostram que este combustível continuará suprimindo a demanda crescente de energia. Dentre os combustíveis fósseis, o carvão possui a maior reserva, aproximadamente 5 vezes superior às reservas de gás natural ou de petróleo.

Uma das grandes desvantagens do uso do carvão mineral para a geração termelétrica é a geração de cinzas decorrente da presença de compostos inorgânicos no combustível. A cinza leve, formada durante a combustão, é arrastada pelos gases quentes em direção à chaminé. Durante este trajeto, a cinza se deposita nas superfícies de transferência de calor da caldeira formando assim depósitos que se acumulam ao longo do tempo. Estes depósitos possuem baixa condutividade térmica diminuindo a transferência de calor na caldeira, e por conseguinte a sua eficiência. Em casos de deposição acentuada a eficiência térmica da unidade geradora pode ser reduzida em 10% e a redução de eficiência de geração de potência pode atingir 20% .

Os depósitos de cinzas são classificados em escória (slag) e sujamento ou incrustação (fouling), correspondendo respectivamente a terem sofrido ou não mudança de fase. Os depósitos de escória se formam na seção radiativa da fornalha e estão expostos diretamente a radiação proveniente da chama. Usualmente possuem um nível elevado de componentes na fase líquida. Os depósitos de sujamento, ou incrustação, se formam na seção convectiva das unidades geradoras, preferencialmente nos feixes tubulares dos superaquecedores e reaquecedores, e, ao contrário dos depósitos de escória, possuem baixos níveis de fase líquida.

No caso específico das unidades geradoras 5 e 6 do complexo Jorge Lacerda (localizado em Capivari de Baixo – SC), a deposição de cinzas nos feixes dos superaquecedores e reaquecedores é um problema constante na operação das caldeiras. A

Figura 1 (a) apresenta uma fotografia dos tubos do superaquecedor final, onde pode ser observado uma deposição intensa de cinzas. Situações críticas, de formação de grandes depósitos entre os feixes de tubos, também foram observadas, conforme apresentado na

Figura 1 (b). A remoção destes depósitos só é possível de ser realizada manualmente, sendo então necessária a parada da unidade.

A determinação da condutividade térmica dos depósitos de cinzas permite avaliar a sua influência na transferência de calor em caldeiras, sendo necessário caracterizar estes depósitos.



Figura 1 – Depósito de cinzas nos tubos do superaquecedor final.

2. Metodologia

Os depósitos de cinzas nos superaquecedores foram caracterizados através de microscopia eletrônica de varredura, absorção atômica e análise de imagens. A porosidade do depósito de cinzas também foi determinada pelo método de Arquimedes. Uma amostra do depósito analisado é apresentada na Figura 2.



Figura 2 – Depósito de cinzas.

Na Tabela 1 é apresentada a composição do depósito de cinzas obtido através de análise química. A cinza é composta principalmente de óxido de ferro (Fe_2O_3), sílica (SiO_2) e alumina (Al_2O_3).

Tabela 1 – Análise química do depósito de cinzas

Componente	(%)
Sílica (SiO_2)	28,02
Alumina (Al_2O_3)	16,63
Óxido de ferro (Fe_2O_3)	45,99
Óxido de potássio (K_2O)	0,23
Óxido de cálcio (CaO)	2,82
Óxido de magnésio (MgO)	0,41
Óxido de sódio (Na_2O)	0,77
Perda ao fogo	3,17

O somatório dos valores da Tabela 1 não é 100% devido às incertezas de medição e aos componentes não analisados.

2.1. Microscopia

De forma a caracterizar as amostras, foram adquiridas imagens via microscopia eletrônica de varredura (MEV). As amostras foram embutidas a frio com resina epóxi, polidas e cobertas com ouro antes de serem analisadas no microscópio eletrônico de varredura. Foram obtidas imagens com ampliações de 25, 150 e 300 vezes.

2.2. Análise de imagens

Para a quantificação das diferentes regiões presentes nos depósitos de cinzas, bem como para a determinação da sua porosidade e distribuição de partículas foi utilizado o método de análise de imagens. Foi utilizado o programa computacional Imago®, desenvolvido pelo Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas de Materiais (LMPT – UFSC). O processamento das imagens tem como etapa fundamental a segmentação binária, que consiste na transformação de uma imagem colorida ou em tons de cinza em uma imagem em preto e branco. Uma maior descrição do método de análise de imagens pode ser encontrada em Reimbrecht (2004), e em Fernandes (1994).

2.3. Arquimedes

A porosidade aparente da amostra de depósito de cinzas foi calculada através do “Princípio de Arquimedes”. Para tal propósito, foi utilizada uma balança Marte modelo A1600, com resolução de 0,01g. Neste método são medidos o peso da amostra seca, o peso da amostra suspensa no líquido e o peso da amostra saturada (impregnada) com o líquido, denominados P_{sec} , P_{sus} e P_{sat} respectivamente. O líquido utilizado foi água. A porosidade aparente é dada pela equação (1):

$$\text{Porosidade} = \frac{P_{sat} - P_{sec}}{P_{sat} - P_{sus}} \times 100\% \quad (1)$$

3. Modelos matemáticos

Os parâmetros que influenciam a taxa de transferência de calor são a absorvidade das paredes, a condutividade térmica efetiva e a espessura do depósito de cinzas.

A condutividade térmica dos depósitos de cinzas depende das seguintes características:

- condutividade térmica da fase sólida, k_s ;
- condutividade térmica da fase gasosa, k_g ;
- porosidade;
- distribuição de tamanho dos poros ou das partículas;
- conexão entre as partículas.

As condutividades térmicas das fases sólida e gasosa dependem da composição química e da temperatura. A porosidade dos depósitos depende das condições de sinterização e tempo e varia entre 0,1 para os depósitos de escória fundida (slag) e 0,95 para os depósitos de particulados.

A abordagem mais simples para estimar a condutividade de um meio poroso consiste na aproximação da estrutura porosa em camadas paralelas de sólido e de gás, conforme apresentado na Figura 3. As condutividades térmicas efetivas para camadas alinhadas nas direções normal e paralela ao fluxo de calor são dadas pelas equações (2) e (3), respectivamente:

$$k_e/k_g = e + (1-e)k_s/k_g \quad (2)$$

$$k_e/k_g = \left[e + (1-e)/(k_s/k_g) \right]^{-1} \quad (3)$$

sendo e a porosidade, k_e a condutividade térmica efetiva, k_g a condutividade da fase gasosa e k_s a condutividade do sólido.

As equações (2) e (3) representam os limites inferior e superior da condutividade térmica do depósito para uma dada porosidade.

No trabalho de Rayleigh (1892, *apud* Gupta *et al.* 1999) uma equação exata para a condutividade térmica efetiva para um arranjo cúbico de esferas idênticas, Figura 4 (com limite de porosidade superior a $\pi/6$), inseridas em uma fase contínua, é dada por:



Figura 3 – Estrutura porosa em camadas.

$$\frac{k_e}{k_c} = \left[\frac{(2+r)/(1-r) - 2p}{(2+r)/(1-r) + p} \right] \quad (4)$$

sendo k_d e k_c as condutividades das fases discreta e contínua, respectivamente, r a razão entre as condutividades (k_d/k_c) e p a fração volumétrica da fase discreta. Esta equação pode ser utilizada para slags considerando as bolhas de gases como a fase discreta e a fase sólida contínua. Para o caso de depósitos de particulados é feita uma consideração oposta.

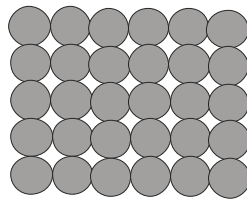


Figura 4 – Arranjo de cúbico de esferas, modelo de Rayleigh.

No trabalho de Russell (1835, *apud* Gupta *et al.* 1999) é determinada a condutividade térmica de um arranjo de cubos conforme a Figura 5.

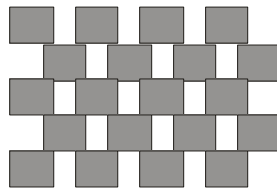


Figura 5 – Arranjo de cubos, modelo de Russell.

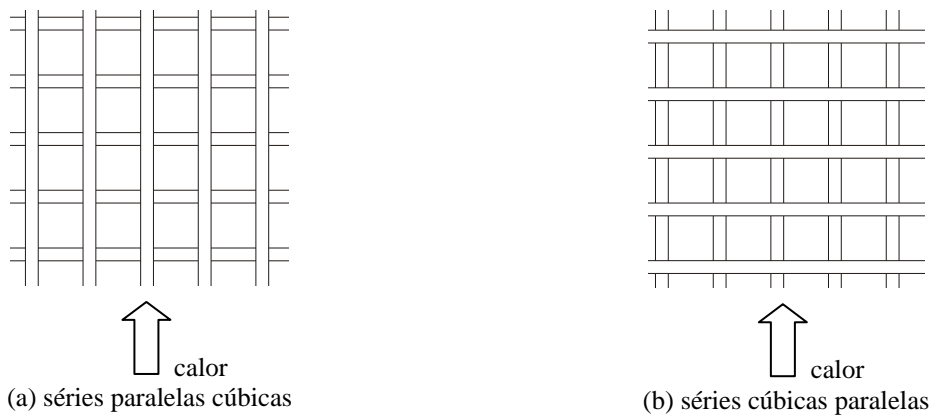


Figura 6 – Estrutura de células cúbicas, modelo de Leach.

A vantagem desse modelo, com relação ao modelo de Rayleigh é que não há limite para o valor da porosidade da estrutura, sendo a condutividade efetiva dada por:

$$\frac{k_e}{k_c} = \frac{r \cdot p^{2/3} + (1 - p^{2/3})}{r \cdot (p^{2/3} - p) + (1 - p^{2/3} + p)} \quad (5)$$

Para a determinação da condutividade térmica de materiais esponjosos Leach (1993) considerou um empilhamento de células cúbicas de duas formas conforme apresentado na Figura 6. No modo de séries paralelas cúbicas (CSP) é considerado que as camadas de gás e do material composto o empilhamento é normal à direção de transferência de calor, no modo de séries cúbicas paralelas (CPS) considera um empilhamento paralelo à direção de transferência de calor:

$$\frac{k_e}{k_s} = r \cdot \frac{2 - r + (r - 1) \cdot p^{1/3}}{1 - (p - 1)^{1/3}} \quad (6)$$

O modelo de séries cúbicas paralelas considera as camadas de material composto (gás+sólido) empilhadas na direção normal à transferência de calor, Figura 6 (b). Este modelo é semelhante ao proposto por Russell. No modelo de séries paralelas cúbicas, o arranjo do material composto é paralelo à direção de transferência de calor, e a sua condutividade efetiva é calculada através das equação (7):

$$\frac{k_e}{k_c} = \frac{2r - 1 + (1 - r) \left[(1 - p) + p^{1/3} \right]}{r + (1 - r)p^{1/3}} \quad (7)$$

4. Resultados

4.1. Caracterização das amostras

Na Figura 7 é apresentada uma microscopia do depósito de cinzas recolhida no superaquecedor com um aumento de 25 vezes, onde são observadas três regiões distintas, que serão denominadas clara, cinza e escura, além dos pontos pretos correspondentes a resina epóxi. A informação qualitativa da composição é obtida por meio do método *backscattered electron* (BSE), onde o brilho de um ponto em particular está associado a sua composição elementar. A região mais clara possui a um alto percentual de ferro, enquanto que as regiões cinza e escura possuem elevados percentuais de silício e alumínio, conforme apresentado na Figura 8.

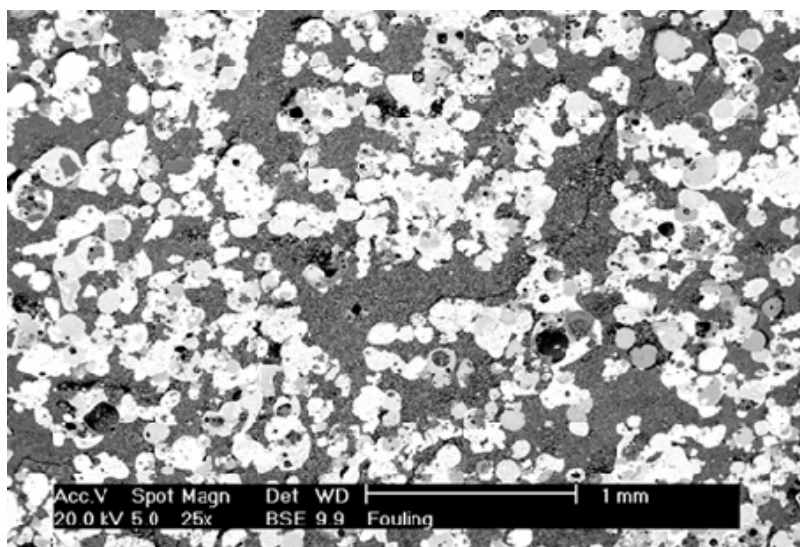


Figura 7 – Imagem obtida via microscopia eletrônica do depósito de cinzas com aumento de 25x.

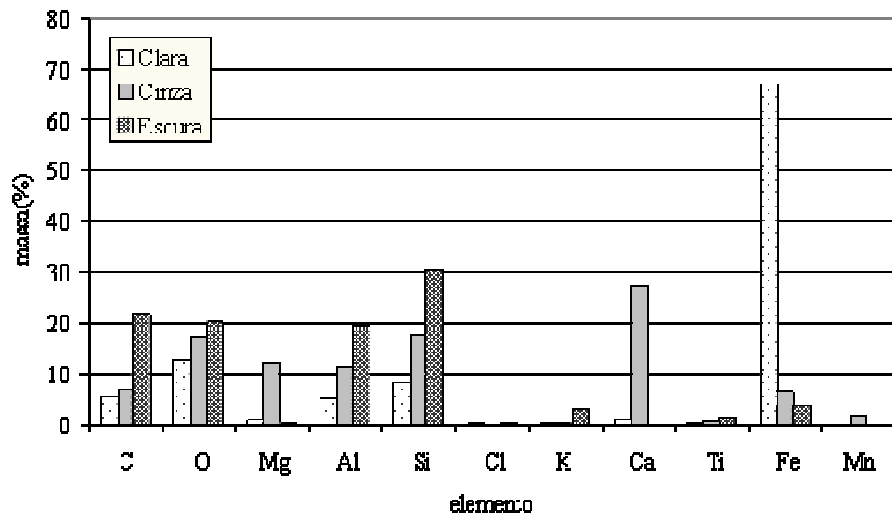


Figura 8 – Composição química elementar do depósito de cinzas.

Na Figura 9 apresenta uma microscopia com um aumento de 150 vezes, onde é possível observar que a região clara, rica em ferro, apresenta um elevado grau de sinterização.

Na Figura 10 é apresentada uma microscopia com um aumento de 300 vezes, onde é possível observar a região denominada escura, rica em silício e alumínio com maiores detalhes. Esta região é composta por esferas com um menor grau de sinterização quando comparada à região clara.

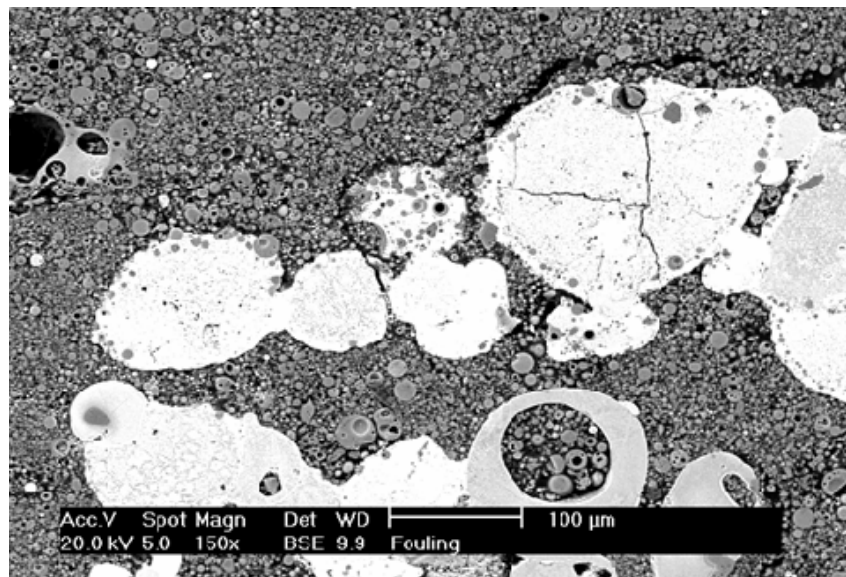


Figura 9 – Imagem obtida via microscopia eletrônica do depósito de cinzas com aumento de 150 x.

A Figura 11 apresenta a imagem binarizada da microscopia eletrônica do depósito de cinzas com aumento de 25 x, correspondente a Figura 7. Na Figura 11 (a), a região branca corresponde às regiões denominadas clara (rica em ferro) e cinza (rica em alumínio, silício e cálcio) na imagem original, sendo desta forma a região preta correspondente às regiões denominadas escura (rica em alumínio e silício), bem como aos poros presentes no depósito. O percentual da área da região branca corresponde a 49,5% da área total, correspondendo assim ao somatório das regiões denominadas clara e cinza. Na Figura 11 (b), a região branca corresponde à região denominada clara (rica em ferro) da imagem original, e o seu percentual corresponde a 36% da área total. Desta forma, a região cinza corresponde a 14% da área total.

A Figura 12 apresenta a imagem binarizada da microscopia eletrônica do depósito de cinzas com aumento de 300 x, correspondente a Figura 10. A região branca corresponde às partículas de cinza depositadas e, por conseguinte, a região negra corresponde aos poros do depósito. A área branca representa 55,5%, portanto os poros representam 44,5% da área total da imagem.

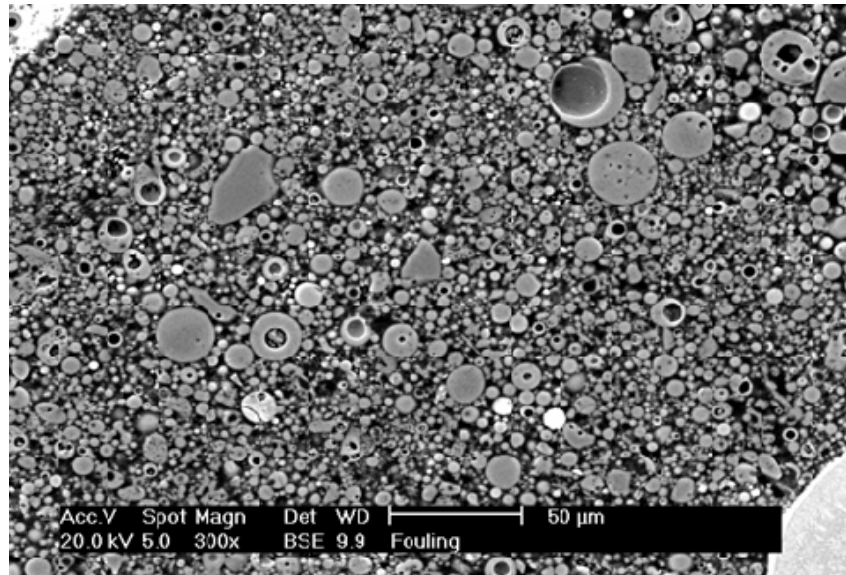
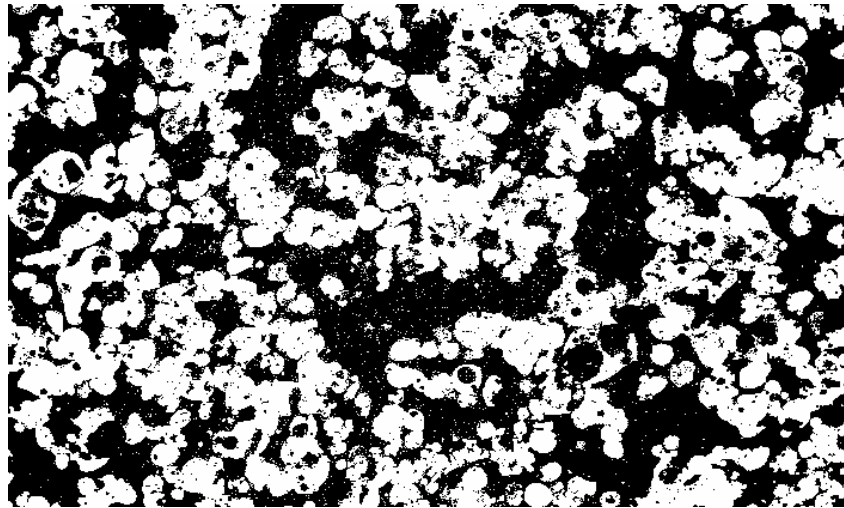
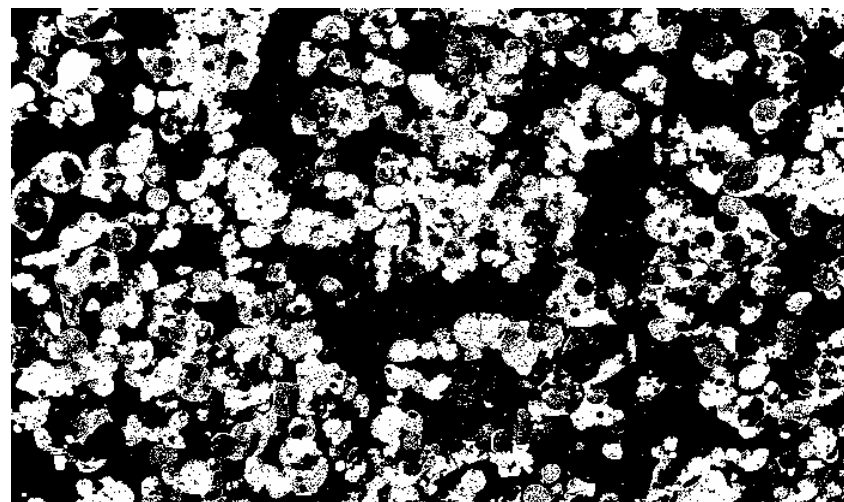


Figura 10– Imagem obtida via microscopia eletrônica do depósito de cinzas com aumento de 300 x.



(a)



(b)

Figura 11 – Imagem binarizada da microscopia eletrônica do depósito de cinzas com aumento de 25 x.

Sabendo então que a porosidade da região denominada escura é de 44,5%, e que esta região representa 50,5%, a porosidade da amostra do depósito de cinzas, determinada pela multiplicação destes dois valores, é igual a 22,5%.

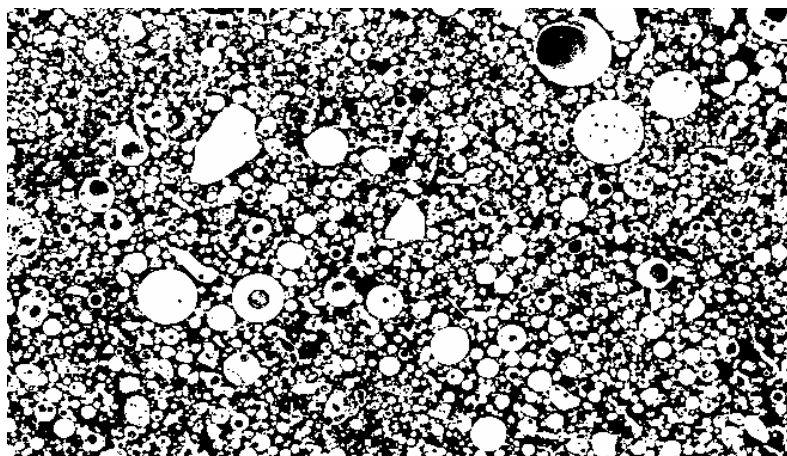


Figura 12 – Imagem binarizada da microscopia eletrônica do depósito de cinzas com aumento de 300 x.

Foram analisadas duas amostras de depósitos e os valores medidos de P_{sec} , P_{sus} e P_{sat} , e as porosidades calculadas através do método de Arquimedes são apresentados na Tabela 2

Tabela 2 – Porosidade dos depósitos de cinzas

Amostra	P_{sec} (g)	P_{sus} (g)	P_{sat} (g)	Porosidade (%)
1	42.494	26.9004	47.1034	22.8
2	18.2584	12.0688	19.8922	20.9

4.2. Condutividade térmica

A Figura 13 apresenta o gráfico com os valores das condutividades calculados através dos modelos apresentados anteriormente. Conforme comentado no início desta seção os valores das condutividades efetivas para os arranjos em série e em paralelo representam os limites inferior e superior, respectivamente. Conforme o aumento da sinterização do material, ocorre a formação de uma fase sólida contínua, aumentando assim a condutividade do material, conforme pode ser observado na Figura 13.

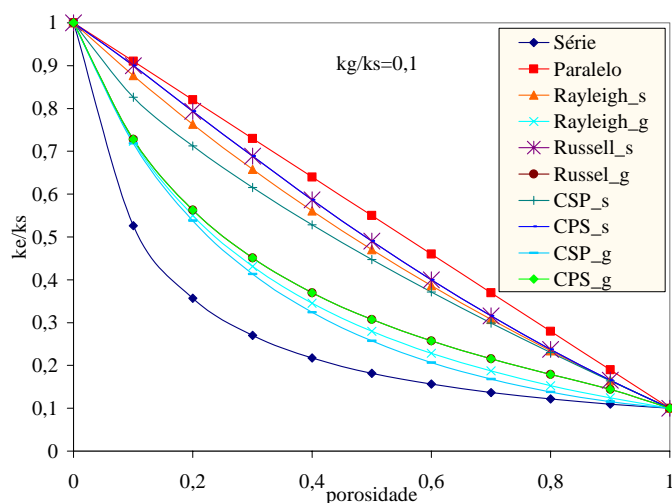


Figura 13 – Coeficiente de transferência de calor efetivo.

Para uma temperatura de 1000K, as condutividades da sílica, alumina e do óxido de ferro são 2,87;7,85 e 5,69 W/(m·K), respectivamente. Para o ar atmosférico a sua condutividade térmica a 1000K é de 0,0667 W/(m·K). Para a região correspondente à Figura 10, com porosidade de 44,5% são calculados os valores para a condutividade efetiva baseado nos modelos apresentados previamente. É assumida apenas a presença de sílica e alumina. A condutividade da fase sólida é calculada pela média ponderada com fração mássica de cada um dos componentes. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 14. Observa-se uma grande diferença nos resultados do mesmo modelo, para fase sólida contínua e para fase gasosa contínua. Entre os modelos, para a mesma fase contínua observa-se uma concordância dos resultados. Para fase gasosa contínua, o valor previsto para a condutividade efetiva é de aproximadamente 0,3 W/(m·K), enquanto que para a fase sólida contínua esse valor é de 2 W/(m·K). Os valores mínimo e máximo previstos são de 0,16 e 2,5 W/(m·K), respectivamente.

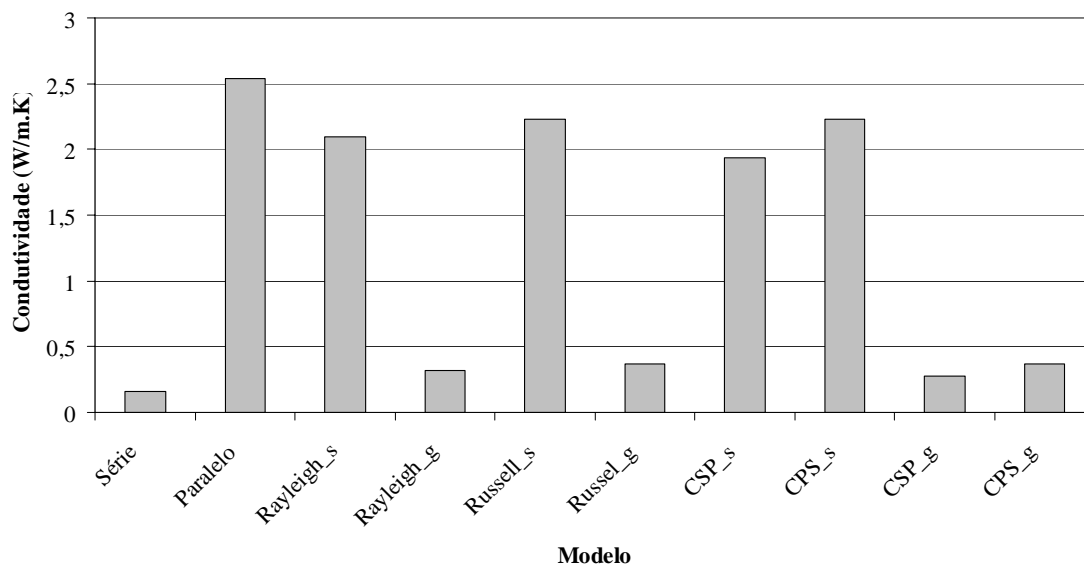


Figura 14 – Condutividade térmica efetiva, porosidade = 44,5%.

5. Conclusões

A partir da caracterização do depósito de cinzas, com a determinação da sua porosidade e composição química foi possível determinar a sua condutividade térmica utilizando diversos modelos disponíveis na literatura. Os valores da condutividade previstos dependem principalmente da consideração de qual fase é contínua, a sólida ou a gasosa, com uma variação de mais de 400%. A variação do valor de condutividade previsto pelos modelos, assumindo a mesma fase contínua, é de apenas 25%.

6. Referências

- Fernandes, C.P., “ Caracterização Morfológica de Espaços Porosos: Reconstituição Multiescala e Processo de Simulação de Invasão de Fluidos Não-molhantes”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1994.
- Gupta., R.P., Wall, T.F., Kajigaya, I., Miyamae,S. e Tsumita, Y., “Computer Controlled Scanning Electron Microscopy of Minerals in Coal – Implications for the Ash Deposition”, Prog. Energy Combustion Science, Vol. 24, pp.523 – 543, 1998.
- Leach, A. G., “The thermal conductivity of foams. I. Models for heat conduction”, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 26, pp. 733 – 739, 1993.
- Reimbrecht, E. G., “Fabricação, Caracterização Geométrica e Determinação de Propriedades Hidráulicas de Elementos Porosos para Uso em Bombas Capilares”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq pela bolsa de estudos de R.F. Reinaldo.

ASH DEPOSIT CHARACTERIZATION OF PULVERIZED COAL-FIRED UTILITY BOILER

Rafaela Frota Reinaldo
Mechanical Engineering Department – Federal University of Ceara
Campus do Pici, Fortaleza – CE
rafaela.ufc@gmail.com

Eduardo Gonçalves Reimbrecht
Mechanical Engineering Department – Federal University of Santa Catarina
Trindade, Florianopolis – SC
eduardo@labcet.ufsc.br

Edson Bazzo
Mechanical Engineering Department – Federal University of Santa Catarina
Trindade, Florianopolis – SC
ebazzo@emc.ufsc.br

João Luis Toste de Azevedo
Mechanical Engineering Department – Technical Superior Institute
Campus da Alameda, Lisboa – PT
toste@navier.ist.utl.pt

Abstract

One of the main problems associated with the use of pulverized coal in thermoelectric generation is the ash deposit formation into the heat transfer surfaces. These ash deposits increase the thermal resistances decreasing the boiler efficiency. In this work the characterization of ash deposit in boilers are presented taking care of chemical, microscope and image analysis. Form this analysis the thermal conductivity of ash deposit is determined using different models available in literature.

Keywords: Ash Deposit, Image analysis, thermoelectric generation, thermal conductivity

DESENVOLVIMENTO DE OBSERVADORES DINÂMICOS BASEADOS EM FUNÇÕES DE GREEN PARA APLICAÇÃO EM PROBLEMAS INVERSOS MULTIDIMENSIONAIS

Priscila Ferreira Barbosa de Sousa

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica.
Av. João Naves de Ávila, 2121, Campus Santa Mônica, Bloco M, Uberlândia
priscila@mecanica.ufu.br

Solidônio Rodrigues de Carvalho

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica.
Av. João Naves de Ávila, 2121, Campus Santa Mônica, Bloco M, Uberlândia
srcarvalho@mecanica.ufu.br

Gilmar Guimarães

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica.
Av. João Naves de Ávila, 2121, Campus Santa Mônica, Bloco M, Uberlândia
gguima@mecanica.ufu.br

Resumo. Este trabalho propõe a extensão de uma técnica experimental baseada na teoria de controle de sistemas dinâmicos aplicada a problemas inversos de transferência de calor. A proposta busca a aplicação da teoria dos observadores dinâmicos de estado no domínio da frequência em problemas inversos multidimensionais. O problema inverso analisado é representado pela estimativa de um fluxo de calor desconhecido imposto em uma região de um condutor a partir de medições de temperatura em locais distantes da fonte. A técnica do observador estima o fluxo de calor desconhecido através da minimização de duas componentes de erros de medição: a aleatória (inerente à medição) e a determinística (inerente ao algoritmo) Um requisito fundamental para o uso desses observadores é a obtenção da função transferência, G_h , do sistema dinâmico equivalente. Este trabalho propõe o uso de funções de Green para obtenção dessa função o que permite uma aplicação imediata da técnica em problemas multidimensionais além de proporcionar maior robustez ao método.

Palavras chave: problemas inversos, condução de calor, observadores, técnicas experimentais, fluxo de calor

1. Introdução

Os problemas inversos são encontrados em várias áreas da ciência e engenharia e podem ser aplicados sob diferentes formas. A principal característica deste tipo de abordagem é a obtenção da solução do problema físico de maneira indireta, como por exemplo, a determinação de campos térmicos em superfícies sem acesso, a obtenção da função resposta em frequência de uma estrutura complexa ou ainda, o diagnóstico de alguma doença por tomografia computadorizada. Em todos os casos, as condições de contorno destes problemas não são conhecidas ou são de difícil acesso. Diante disso, o problema pode ser resolvido a partir de informações oriundas de sensores localizados em pontos acessíveis.

Nos problemas inversos em condução de calor o uso de temperaturas experimentais permite a obtenção da solução do problema térmico, que pode ser: a obtenção das propriedades térmicas, obtenção do fluxo de calor superficial, obtenção da fonte de calor interna ou ainda a obtenção da temperatura superficial numa face sem acesso direto.

Na literatura, uma variedade de soluções analíticas e numéricas para os problemas inversos em condução de calor pode ser encontrada. Baseando-se no método de mínimos quadrados e no teorema de Duhamel, Beck *et al* (1985) desenvolveram o método da função especificada seqüencial que apresenta resultados estáveis em problemas unidimensionais. Além disso, em alguns casos, o método seqüencial pode ser estabilizado introduzindo-se o critério de estabilização proposto por Tikhonov & Arsenin (1977). Outra técnica que pode ser usada é o método do gradiente conjugado com equação adjunta, proposta por Özisik (1993) ou o método de "marcha - espacial" proposto por Raynaud & Sassi (1994).

Mais recentemente técnicas de filtro, como os observadores dinâmicos proposto por Blum & Marquardt (1997), têm sido empregadas na solução de problemas inversos em condução de calor. Alguns trabalhos têm demonstrado a eficiência e flexibilidade dos observadores dinâmicos na solução de problemas unidimensionais (Blum & Marquardt (1997) e Souza et al., (2006)). Esse trabalho propõe o desenvolvimento da técnica de observadores dinâmicos para a aplicação em problemas inversos multidimensionais através do uso de funções de Green para a obtenção da função transferência, G_h , do sistema dinâmico equivalente.

2. Fundamentos

A técnica de solução de problemas inversos baseada em observadores dinâmicos pode ser dividida em dois procedimentos distintos: i) a obtenção da função transferência, G_h ; ii) a obtenção dos estimadores G_Q e G_n e implementação do algoritmo baseado em observadores. Uma descrição completa desse método pode ser encontrada no trabalho de Blum & Marquardt (1997). O procedimento para a obtenção da função transferência, G_h descrita por Blum & Marquardt tem como grande vantagem a sua facilidade de obtenção via uso de pacotes matemáticos como o Matlab^R. Entretanto, seu uso torna-se um pouco restritivo caso o modelo térmico seja multidimensional devido ao alto custo operacional. Uma breve descrição dessa técnica é apresentada na próxima seção. Logo a seguir, apresenta-se o novo procedimento para a obtenção de G_h proposto neste trabalho. Nesse caso, a técnica baseia-se na obtenção da função transferência através do uso de funções de Green e da definição de sistemas dinâmicos equivalentes tendo aplicação imediata em problemas multidimensionais.

2.1. Concepção do uso de observadores dinâmicos na solução de problemas inversos unidimensionais

2.1.1. Obtenção da função Transferência, G_h (procedimento proposto por Blum & Marquardt, (1997))

A Figura 1 apresenta uma amostra inicialmente a uma temperatura T_0 . O modelo térmico unidimensional transiente é representado por uma taxa de calor, $q(t)$, imposta a uma superfície enquanto a superfície oposta é mantida isolada. O problema inverso se define devido à taxa de calor $q(t)$ ser desconhecida.

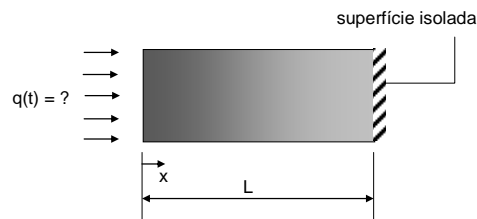


Figura 1. Esquema do modelo térmico unidimensional transiente.

A equação da difusão de calor que governa o problema pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad 0 < x < L, \quad t > 0 \quad (1a)$$

sujeita às condições de contorno

$$-\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = q(t) = ? \quad (a \text{ ser estimado}) \quad t > 0 \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad t > 0 \quad (1c)$$

e à condição inicial

$$\theta(x,0) = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad (1d)$$

onde $\theta = T(x,t) - T_0$, sendo α a difusividade térmica e k a condutividade térmica da amostra em estudo.

O problema dado pelas Eqs. (1) pode, então, ser resolvido numericamente. Entretanto, como o fluxo de calor imposto é desconhecido, o procedimento para a solução do problema inverso prevê a aplicação da transformada de Laplace na equação discretizada apenas no espaço (usando volumes finitos), como mostra a Fig.2 (Blum & Marquardt, 1997)

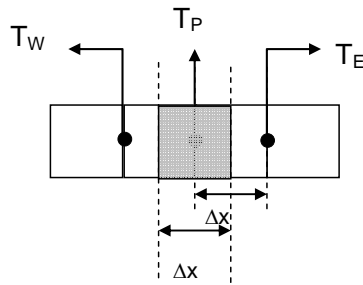


Figura 2. Esquema da discretização espacial usando volumes finitos.

Considerando uma discretização espacial uniforme em volumes finitos com um incremento regular de Δx a Eq. (1a) pode então ser escrita como

$$(T_w - T_p) + (T_e - T_p) = \frac{\Delta x^2}{\alpha} \frac{\partial T_p}{\partial t} \tag{2}$$

aplicando a transformada de Laplace na Eq.(2) obtém-se

$$\bar{T}_w + \bar{T}_e - \left(2 + \frac{\Delta x^2 s}{\alpha} \right) \bar{T}_p = 0$$

Se ainda, esse mesmo procedimento for aplicado às condições de contorno (Eqs. 1b e 1c), pode-se escrever as equações discretizadas para cada nó em forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \left(1 + \frac{\Delta x^2}{2\alpha} s \right) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & -1 & \left(2 + \frac{\Delta x^2 s}{\alpha} \right) & -1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -1 & \left(1 + \frac{\Delta x^2}{2\alpha} s \right) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{T}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{q}(s) dx \end{bmatrix} \tag{3}$$

O conjunto de equações dado pela Eq.(3) pode então ser resolvida de forma simbólica através do uso do software Matlab^R e a função transferência G_h pode ser obtida para qualquer nó como,

$$\frac{\bar{T}(x, s)}{\bar{q}(s)} = \frac{\sum_{i=0}^{m_h} b_i s^i}{\sum_{i=0}^{n_h} a_i s^i} = \bar{G}_h(x, s) \Leftarrow \text{Função transferência} \tag{5}$$

Apenas como exemplo, para uma discretização espacial de ordem $m_h=7$, a função $G_h(L,s)$ calculada na superfície oposta à taxa de calor $q(t)$ pode ser dada por

$$\bar{G}_h(L, s) = \frac{5.988 e^{-27}}{2.4e^{-40}s^7 + 1.6e^{-36}s^6 + 4.06e^{-33}s^5 + 5.05e^{-30}s^4 + 3.03e^{-27}s^3 + 8.02e^{-25}s^2 + 6.16e^{-23}s} \tag{6}$$

Uma vez obtido $G_h(L,s)$ pode-se obter os estimadores G_Q, G_N que são baseados na minimização dos erros aleatórios e sistemáticos contidos na medição e no modelo térmico. Uma breve descrição do algoritmo inverso e da obtenção dessas funções é descrita a seguir.

2.1.2. Obtenção dos estimadores G_Q, G_N e implementação do algoritmo inverso.

O problema térmico descrito pela Eq.(1) pode ser representado por um sistema dinâmico representado pela Fig. 3 em diagrama de bloco como (Blum & Marquardt, 1997):

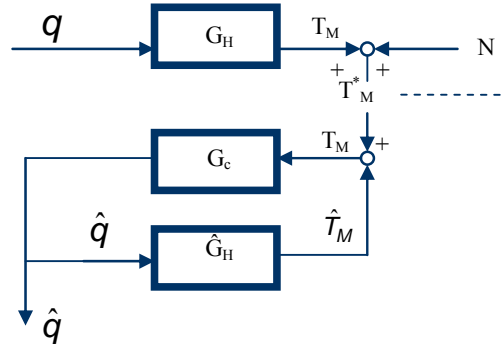


Figura 3. Diagrama de bloco de um sistema dinâmico (Blum & Marquardt, 1997)

Do diagrama de bloco pode-se observar:

i) o fluxo de calor desconhecido aplicado ao condutor G_h , resulta na temperatura medida T_M^* corrompida por um ruído (N),

$$T_M^* = T_M + N = G_h Q + N \tag{7}$$

ii) um fluxo de calor estimado \hat{q} é calculado a partir de uma entrada de valores medidos de temperatura T_M^* . O estimador pode então ser representado pela função de transferência em malha fechada,

$$\hat{q} = \frac{G_c}{1 + G_c G_h} T_M^* \tag{8}$$

que caracteriza o comportamento do algoritmo de solução. As funções de transferência do sinal e do ruído, G_Q e G_N respectivamente, são encontradas combinando as Eqs.(7) e (8),

$$\hat{q} = \underbrace{\frac{G_c G_h}{1 + G_c G_h}}_{G_Q} q + \underbrace{\frac{G_c}{1 + G_c G_h}}_{G_N} N \tag{9}$$

Da Equação (9) obtém-se:

$$G_N = G_Q G_H^{-1} \quad \text{ou} \quad |G_N(j\omega)| = \frac{|G_Q(j\omega)|}{|G_H(j\omega)|} \tag{10}$$

Observa-se que na Eq. (10), existem 2 possibilidades para a amplificação do ruído $|G_N|$, que dependem de G_Q :

i) se a frequência, ω , se encontra dentro da banda e $|G_Q|=1$, $|G_N(j\omega)| = |G_H(j\omega)|^{-1}$.

ii) se a frequência, ω , está além ω_c e $|G_Q| \rightarrow 0$. O $|G_N| \rightarrow 0$, se $|G_Q| \rightarrow 0$ mais rápido que $|G_H| \rightarrow 0$.

Quanto mais rápida for a atenuação de $|G_Q|$ além de ω_c , menor a sensibilidade do algoritmo a ruídos. Desta forma a equação que se refere ao estimador pode ser escrita como,

$$\hat{q}(s) = G_N(s) \times T_M^*(s) \tag{11}$$

Conclui-se assim que a amplificação do ruído medido $|G_N|$ para um dado filtro passabanda do sinal da função transferência G_Q pode ser minimizado, maximizando o “roll-off” de $|G_Q|$. Assim a formulação da função de transferência do filtro G_Q deve ser tal que satisfaça as propriedades de filtragem desejadas:

- i) comportamento passa-baixa;
- ii) curva monotônica;
- iii) queda no sinal mais acentuada possível a partir da frequência de corte.

Os principais critérios para escolha de um filtro apropriado são:

- i) sua estrutura (recursivo ou não recursivo);
- ii) o seu tipo e;
- iii) sua ordem.

Quanto à formulação, o filtro escolhido é o recursivo (IIR), i.e., a saída depende não só do valor da entrada, mas também do valor da saída anterior.

Quanto ao tipo, opta-se pelo Chebychev tipo I, pois a resposta da magnitude da frequência cai monotonicamente além da frequência de corte como anteriormente requerido. No domínio de Laplace a função transferência do filtro Chebychev tipo I assume a seguinte forma:

$$G_Q(s) = \frac{k_{cheb}}{(s - s_{Cheb,1})(s - s_{Cheb,2}) \cdots (s - s_{Cheb,n_Q})} \quad (12)$$

A ordem do polinômio de Chebychev é determinada pelo esquema da discretização espacial do modelo e pela ordem do mesmo, e deve satisfazer a condição de $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |G_N| = 0$.

Com o filtro escolhido obtém-se a função de transferência do estimador (G_N), através da relação entre a função transferência do modelo condutor (G_H) e a função transferência do filtro (G_Q), Eq. (10).

A Equação (10) que descreve o estimador pode ser escrita na forma,

$$G_N(s) = \frac{\hat{q}(s)}{T_M^*(s)} \xrightarrow{\text{no domínio Z temos}} G_N = \frac{\sum_{i=0}^{n_n} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{n_n} a_i z^{-i}} \quad (13)$$

obtendo-se

$$\hat{q}(k) = \sum_{i=0}^{n_n} b_i T_M^*(k-i) - \sum_{i=1}^{n_n} a_i \hat{q}(k-i) \Rightarrow \text{Equação diferença} \quad (14)$$

Como o observador é um esquema on-line, i.e. estima o fluxo requerido com base em medidas de temperaturas do tempo, atual e passado, isso acarreta uma mudança ou atraso de fase, interferindo nos valores estimados. Se o problema inverso for resolvido off-line, o atraso de fase pode ser removido, adaptando uma filtragem de trás para frente. Pela filtragem reversa de um sinal no tempo, entendemos filtrar a seqüência do tempo reversa por:

$$f_k \rightarrow F(z) \quad e \quad f_{-k} \rightarrow \bar{F}(z)$$

$$1^\circ \text{ passo: } q_F(z) = G_N(z)T_M^*(z); \quad 2^\circ \text{ passo: } q_B(z) = G_Q(z)\bar{Q}_F(z); \quad 3^\circ \text{ passo: } \hat{q}(z) = \bar{q}_F(z).$$

Os passos acima descrevem o funcionamento do algoritmo. Logo aplicando transformada “z” na equação do segundo passo, obtemos mais uma equação diferença.

$$\hat{q}(k) = \sum_{i=0}^{n_n} b_i q(k-i) - \sum_{i=1}^{n_n} a_i \hat{q}(k-i) \Rightarrow \text{Equação diferença} \quad (15)$$

Assim, é possível se estimar o fluxo desconhecido, a partir das Eqs.(14) e (15). Com os valores medidos de temperatura na posição $x=L$, faz-se uma primeira estimativa do fluxo, através da Eq. (14). Reverte-se a seqüência obtida no tempo e filtra-se este fluxo com a Eq. (15). Revertendo a seqüência de fluxo filtrada, têm-se o fluxo estimado.

2.2. Obtenção da função transferência G_h para um problema 3D-transiente

2.2.1 Problema térmico original

Seja o problema térmico tridimensional transiente representado pela Fig. 4 e descrito pela equação da difusão de calor:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \tag{16a}$$

na região R ($0 < x < a, 0 < y < b, 0 < z < c$) e $t > 0$, sujeito às condições de contorno:

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = q_1(t) \text{ na } S_1 \text{ (} 0 \leq x \leq x_H, 0 \leq z \leq z_H \text{)} \tag{16b}$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \text{ na } S_2 \text{ (} x, z \in S \mid (x, z) \notin S_1 \text{)}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=c} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \tag{16c}$$

e à condição inicial

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \tag{16d}$$

onde S é definido por ($0 \leq x \leq a, 0 \leq z \leq c$) e x_H e z_H são os limites da região S_1 onde a taxa de calor é aplicada

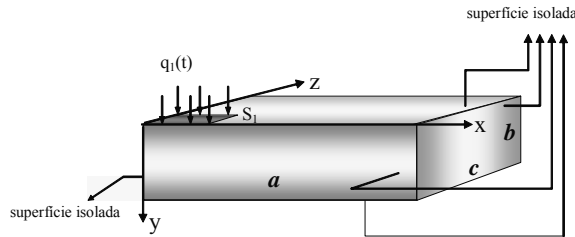


Figura 4. Problema original, 3D transiente

A solução das Eqs. (16) pode ser dada em termos de função de Green como

$$T(x, y, z, t) = \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^t \left[\int_0^{x_H} \int_0^{z_H} G_h^+(x, y, z, t/x', y', z', \tau) \Big|_{y'=0} q_1(\tau) dx' dz' \right] d\tau \tag{18}$$

ou ainda

$$T(x, y, z, t) = \int_{\tau=0}^t [G_h(x, y, z, t/\tau) q_1(\tau)] d\tau \tag{19}$$

onde

$$G_h(x, y, z, t/\tau) = \frac{\alpha}{k} \int_0^{x_H} \int_0^{z_H} G_h^+(x, y, z, t/x', y', z', \tau) \Big|_{y'=0} dx' dz'$$

então aplicando-se a definição de convolução (Ozisik, 1993), representada pelo símbolo (*), a Eq.(19) para uma temperatura localizada na superfície oposta da amostra, pode ser escrita como

$$T(x, y, z, t) = G_h(x, y, z, t - \tau) * q_1(\tau) \quad (20)$$

Se ainda, o modelo térmico da Fig. 4 puder ser representado por um sistema dinâmico do tipo entrada/ saída, como mostrado na Fig. 5

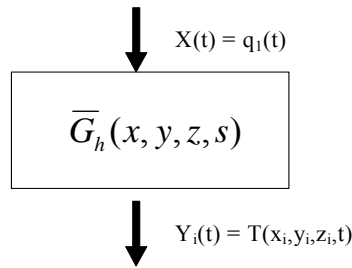


Figura 5. Sistema dinâmico equivalente ao modelo térmico

Então aplicando-se a transformada de Laplace (Ozisk, 1993) em ambos os lados da Eq.(20) obtém-se

$$\bar{T}(x, y, z, s) = \bar{G}_h(x, y, z, s) \bar{q}_1(s) \quad (21)$$

onde a Transformada de Laplace de uma função F(t) é definida por

$$\mathcal{L} [F(t)] = \bar{F}(s) = \int_t^{\infty} e^{-st'} F(t') dt'. \quad (22)$$

A obtenção da função transferência $\bar{G}_h(x, y, z, s)$ se completa através do uso de um problema auxiliar, que possui as mesmas características físicas do problema original, porém impondo-se um sinal de entrada de valor unitário na mesma localização do fluxo de calor do problema original (S_1) e com temperatura inicial zero .

2.2.2 Problema térmico auxiliar

O problema auxiliar citado anteriormente pode ser descrito como

$$\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T^+}{\partial t} \quad (23a)$$

na região R ($0 < x < a$, $0 < y < b$, $0 < z < c$) e $t > 0$, sujeito às condições de contorno:

$$-k \left. \frac{\partial T^+}{\partial y} \right|_{y=0} = 1 \text{ em } S_1 \quad (0 \leq x \leq x_H, \quad 0 \leq z \leq z_H) \quad (23b)$$

$$-k \left. \frac{\partial T^+}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \text{ em } S_2 \quad (x, z \in S \mid (x, z) \notin S_1)$$

$$\left. \frac{\partial T^+}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T^+}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial T^+}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T^+}{\partial z} \right|_{z=c} = \left. \frac{\partial T^+}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \quad (23c)$$

e à condição inicial

$$T^+(x, y, z, 0) = 0 \quad (23d)$$

Analogamente à solução do problema térmico original pode-se obter, usando-se funções de Green, a solução do problema térmico auxiliar

$$T^+(x, y, z, t) = G_h(x, y, z, t - \tau) * 1 \quad (24)$$

uma vez que, $\mathcal{L}[1] = \frac{1}{s}$, obtém-se no domínio de Laplace

$$\bar{T}^+(x, y, z, s) = \bar{G}_h(x, y, z, s) \frac{1}{s} \quad (25)$$

Como o sistema dinâmico equivalente é linear, invariante e fisicamente realizável (Bendat & Pierson, 1986) a função resposta $\bar{G}_h(x, y, z, s)$ é a mesma qualquer que seja o conjunto entrada/saída. Logo, da Eq.(25) obtém-se

$$\bar{G}_h(x, y, z, s) = s \bar{T}^+(x, y, z, s) \quad (26)$$

Assim, para a identificação completa de $\bar{G}_h(x, y, z, s)$, resta, portanto, a obtenção de $\bar{T}^+(x, y, z, s)$ em um determinada posição, ou seja, $\bar{T}^+(r_i, s)$, onde $r_i = (x_i, y_i, z_i)$. Propõe-se, nesse trabalho, um procedimento simples e eficaz para a obtenção de $T^+(r_i, s)$. Baseando-se nos princípios de correlação entre dois sinais ergóticos tipo entrada e saída (Bendat & Pierson, 1986), como mostra a Fig. 6 a função resposta em frequência, $\bar{G}_h(r_i, s)$, pode ser definida em qualquer intervalo de amostragem t_a , ou seja,

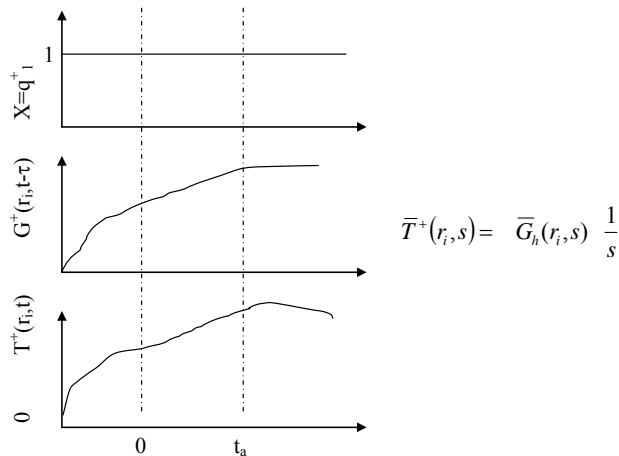


Figura 6. Exemplo de amostragem para o cálculo da correlação entre dois sinais dinâmicos.

e portanto, por conveniência se a função $T^+(r_i, s)$ pode ser aproximada por um polinômio no intervalo de amostragem $[0, t_a]$ então, nesse caso, pode-se escrever,

$$T^+(r_i, t) = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots + \quad (27)$$

Tomando-se a transformada de Laplace da Eq.(27) obtém-se (Ozsisik, 1993)

$$\bar{T}^+(r_i, s) = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_3}{2s^3} + \frac{a_4}{6s^4} + \dots + \quad (28)$$

e portanto da Eq.(26)

$$\bar{G}_h(r_i, s) = s \bar{T}^+(r_i, s) = s \left[\frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_3}{2s^3} + \frac{a_4}{6s^4} + \dots + \right] \quad (29)$$

ou ainda

$$\bar{G}_h(r_i, s) = a_1 + \frac{a_2}{s} + \frac{a_3}{2s^2} + \frac{a_4}{6s^3} + \dots + \quad (30)$$

Algumas observações podem ser feitas sobre a obtenção da Eq. (30). Observa-se que da teoria de frações parciais, se $\bar{G}_h(r_i, s)$ é expresso em frações parciais, sua inversão pode ser prontamente obtida. Ainda, como a Eq.(30) não apresenta qualquer pólo para $s > 0$ então a sua inversão é estável o que garante robustez ao algoritmo de inversão dado pelas Eqs.(14 e 15). Pode-se ainda, com o mesmo procedimento, abordar indistintamente um problema térmico uni, bi ou tridimensional, desde que as condições de contorno não ativas sejam homogêneas e o fluxo de calor desconhecido seja imposto em uma determinada região. Uma aplicação tridimensional desse procedimento encontra-se em andamento, sendo um dos grandes objetivos dessa técnica, a obtenção do campo de temperatura na interface peça-ferramenta de um processo de usinagem ortogonal. Apresenta-se a seguir um resumo dos passos básicos para a obtenção de $\bar{G}_h(r_i, s)$.

Uma vez determinado a função $\bar{G}_h(r_i, s)$ resta a obtenção das funções G_Q , G_h e a implementação do algoritmo baseado nos observadores, como descrito na seção 2.1.2.

Apresenta-se a seguir resultados de dois casos testes em problemas uni e tridimensionais. Em ambos os testes dois tipos diferentes de fluxo de calor são analisados, sendo o problema unidimensional abordado para efeito de comparação entre os dois procedimentos de obtenção de G_h e o problema 3D para a análise de potencialidade de aplicação do método em problemas multidimensionais.

3. Análise e Discussão de Resultados

3.1. Temperaturas Experimentais e a função G_h para um problema 1D

Temperaturas experimentais foram simuladas numericamente. Ou seja, a partir de um fluxo de calor conhecido, $q(t)$, obtêm-se a solução do problema direto (campo de temperatura). A evolução de temperatura em um determinado ponto é então acrescida de um ruído, ε_i , e assumida como uma temperatura medida “experimentalmente”. Esta temperatura é usada para a estimação do fluxo de calor cujo valor inicial é diferente do fluxo a ser estimado. Nesse primeiro caso, esse valor é assumido igual a zero. Assim,

$$Y(r_i, t) = T(r_i, t) + \varepsilon_j. \quad (31)$$

O meio em estudo simula uma amostra de cobre de $L=3$ mm de espessura com condutividade térmica $k=401$ W/mK e difusividade térmica $\alpha= 117 \cdot 10^{-6}$ m²/s submetida a duas formas diferentes de fluxo de calor: i) fluxo de calor senoidal e; ii) fluxo de calor em forma triangular. Para o caso 1D, a temperatura é simulada na face oposta ao fluxo, $r_i = L$. As Figuras 7a) e 7b) apresentam as evoluções de temperatura “medidas” na superfície oposta ao fluxo de calor, $Y(L,t)$, considerando os dois tipos de fluxo e ausência de ruído, $\varepsilon_j=0$.

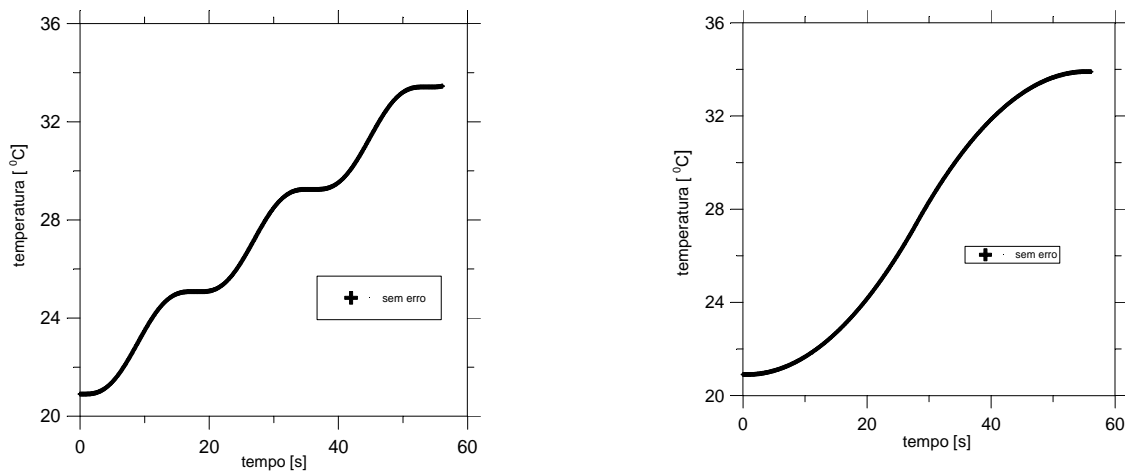


Figura 7. Temperaturas experimentais, simuladas numericamente com $\varepsilon_j = 0.0$: a) fluxo senoidal; b) fluxo triangular.

Apresentam-se na Fig. 8 os módulos e a fases da função G_h obtida pelos dois procedimentos, a técnica descrita por Blum & Marquardt, (1997) usando-se uma discretização espacial com 11 volumes finitos, aqui denominada de método 1 e a proposta neste trabalho denominada de método 2.

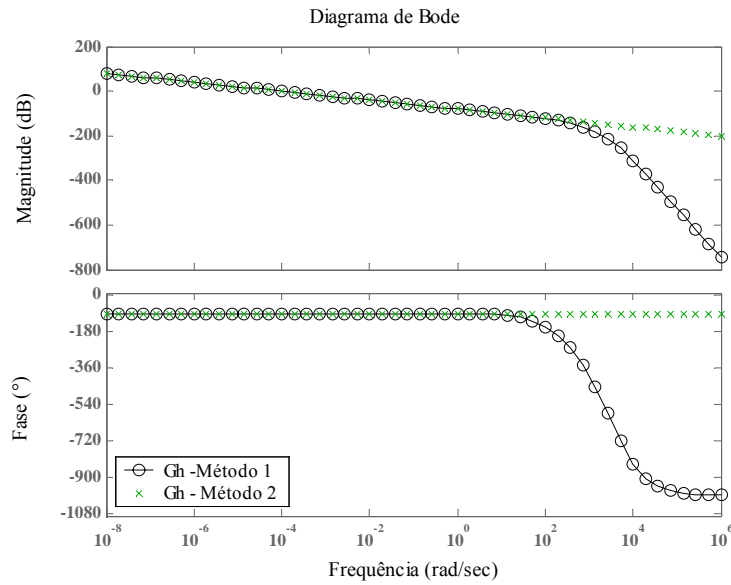


Figura 8. Função transferência, G_h : a) módulo; b) fase.

3.2 Estimativas de fluxo de calor: problema unidimensional transiente

Apresenta-se nesta seção uma comparação entre o fluxo de calor real (imposto) e os fluxos de calor estimados usando-se a técnica de observadores. O problema térmico estudado é o mesmo descrito na seção (2.1.1) com dois tipos diferentes de fluxo de calor sendo impostos em $x=0$: i) forma senoidal e; ii) forma triangular. A função transferência G_h é obtida baseando-se nos dois modelos: i) descritos por Blum & Marquardt, (1997), aqui denominado método clássico, Eq. (13) e; ii) o modelo proposto no presente trabalho, aqui denominado método novo, Eq. (30). A comparação é feita a partir de medições de temperatura sem erros experimentais, Figs. 7a) e 7b), para os dois tipos de fluxo: senoidal e triangular (Figs. 9 a) e 9 b)).

Observa-se que as duas técnicas apresentam resultados absolutamente concordantes entre si e com os fluxos impostos. Isso se deve ao fato da frequência de corte usada ser menor que $\omega_c = 80 \text{ rad/s}$, uma vez que para valores inferiores a essa frequência as funções G_h calculadas pelos dois procedimentos têm o mesmo comportamento.

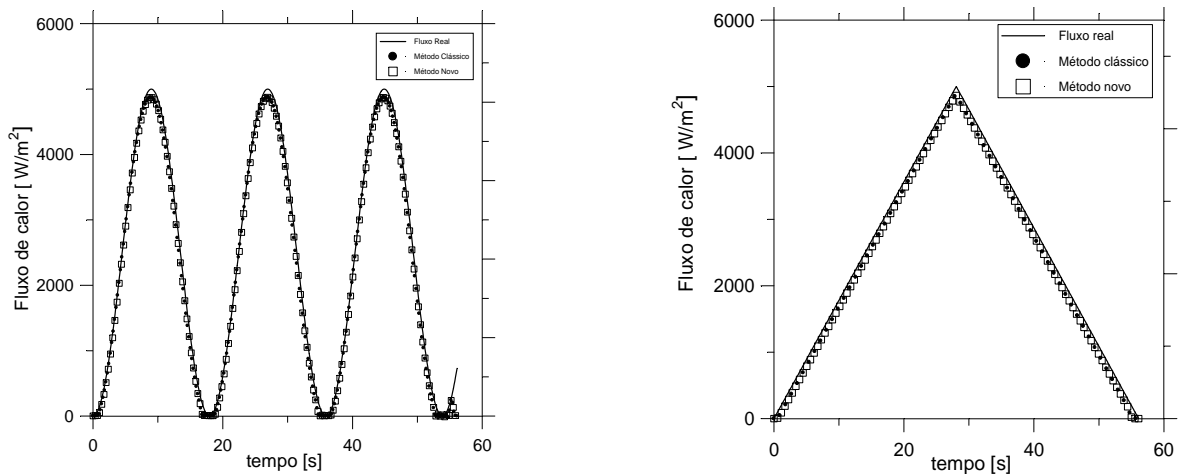


Figura 9. Fluxos estimados com $\varepsilon_i = \pm 0.0 \text{ } ^\circ\text{C}$ a) fluxo senoidal; b) fluxo triangular (teste 1D)

3.3 Estimativas de fluxo de calor: problema tridimensional transiente, problema 3D

Nesta seção é abordado o desempenho da técnica proposta para o problema tridimensional transiente proposto na seção (2.2). Nesse caso, são apresentadas estimativas considerando a adição de ruídos da ordem de $\pm 0.5^\circ\text{C}$ (1.5% da temperatura máxima) nos dados de temperatura originais obtidos a partir de quatro posições distintas da amostra simulada. A Figura 10 apresenta a localização das quatro temperaturas experimentais simuladas e a Figura 11 os resultados do fluxo de calor estimado a partir do uso independente de cada temperatura.

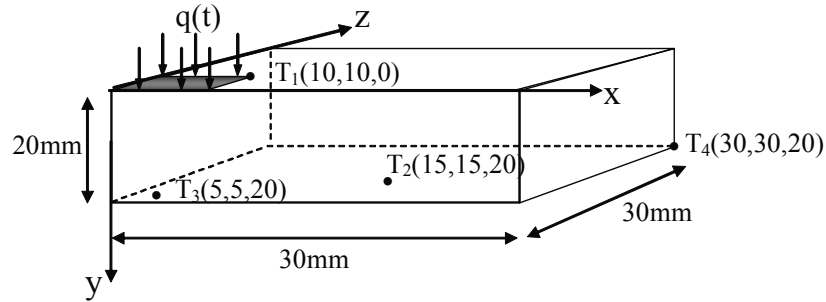


Figura 10. Localização das quatro temperaturas simuladas

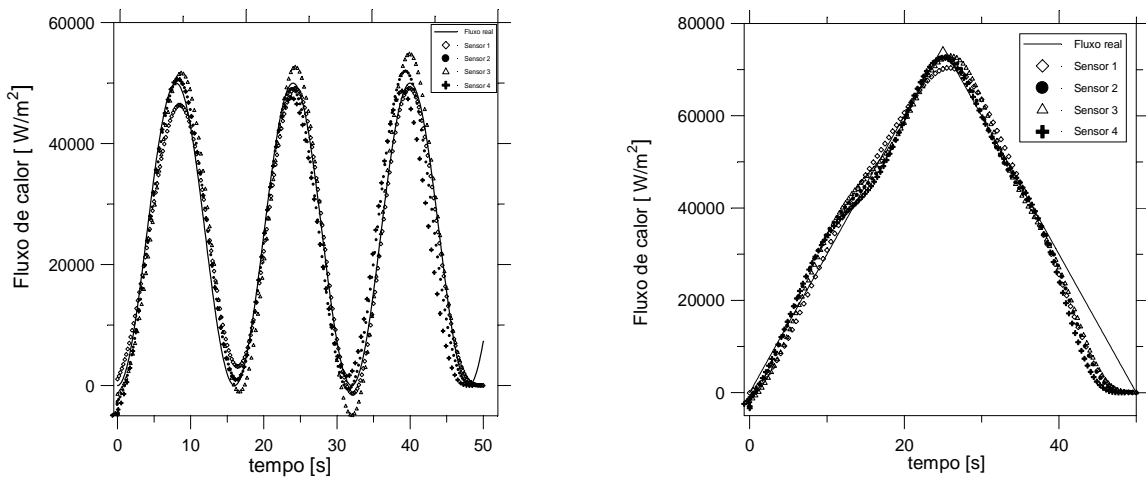


Figura 11. Fluxos estimados com $\varepsilon_i = \pm 1.5^\circ\text{C}$ a) fluxo senoidal; b) fluxo triangular (teste 3D)

Observa-se que no fluxo de calor estimado para o caso senoidal o sensor posicionado próximo a fonte (T_1) apresenta o melhor resultado, como esperado. Entretanto, mesmo sensores posicionados bem distantes da fonte conseguem uma estimativa razoável, sendo que o maior desvio ocorre apenas em regiões próximas ao pico. Para o caso triangular, os comportamentos das estimativas são praticamente independentes da posição. Esse resultado demonstra a grande flexibilidade da técnica quanto à escolha do posicionamento do sensor em um problema real. O uso de modelos tridimensionais permite ainda a abordagem de problemas reais com geometrias complexas, uma vez que a solução do modelo é obtida numericamente. Pode-se citar, nesse caso, o estudo de problemas térmicos em ferramentas ortogonais cujo estudo encontra-se em desenvolvimento.

4. Conclusão

O método dos observadores se mostrou eficiente para a solução de problemas inversos em condução de calor. A presença de erros aleatórios neste tipo de problema representa um fator decisivo no desempenho das técnicas, uma vez que em problemas inversos esses erros são amplificados. A proposta de obtenção da função transferência baseada em funções de Green obtidas numericamente dá uma grande flexibilidade à técnica permitindo a abordagem de forma direta de problemas tridimensionais transientes encontrados na maioria dos problemas físicos da natureza.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio dos órgãos de fomento a pesquisa: CNPq, Capes e Fapemig.

6. Referência

- Alifanov, O. M., 1975 "Solution of an Inverse Problem of Heat Conduction by Iterations Methods", Journal of Engineering Physics, Nov.10.
- Beck, J.V., Blackwell, B. & St. Clair, C. R., 1985, "Inverse Heat Conduction, Ill-posed Problems", Wiley Interscience Publication, New York.
- J. S. Bendat, A. G. Piersol, 1986 "Analysis and Measurement Procedures", Wiley-Interscience, 2nd ed., USA, 1986, p. 566.
- Blum, J.W. Marquardt, W., 1997 "An optimal solution to inverse heat conduction problems based on frequency-domain interpretation and observers", Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, 32, December 1997, 453-478.
- Özisik, M. N., 1993, "Heat Conduction", John Wiley & Sons, New York.
- Raynaud, M. & Sassi, M., 1994, "Étude de Faisabilité de la Détermination des Températures et Flux Surfâciques Transitoires D'une Enveloppe Sphérique a Partir de Mesures de Températures Internes", Rapport Final, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1994.
- Tikhonov, A. N. & Arsenin, V. Y., 1977, "Solutions of Ill-posed Problems", Winston, Washington, DC, 1977.
- Sousa, P.F.B, Carvalho, S.R, Guimarães, G., 2006, "Análise Do Desempenho de observadores dinâmicos na investigação de problemas inversos em condução de calor, IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Agosto, Recife-PE
- Vanderplaats, G.N., 1995, "Design optimization tools, Vanderplaats Research & Development", Inc., Colorado Springs.

DESENVOLVIMENTO DE OBSERVADORES DINÂMICOS BASEADOS EM FUNÇÕES DE GREEN PARA APLICAÇÃO EM PROBLEMAS INVERSOS MULTIDIMENSIONAIS

Priscila Ferreira Barbosa de Sousa

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica.
Av. João Naves de Ávila, 2121, Campus Santa Mônica, Bloco M, Uberlândia
priscila@mecanica.ufu.br

Solidônio Rodrigues de Carvalho

Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2121, Campus Santa Mônica, Bloco M, Uberlândia
srocarvalho@mecanica.ufu.br

Gilmar Guimarães

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica.
Av. João Naves de Ávila, 2121, Campus Santa Mônica, Bloco M, Uberlândia
gguima@mecanica.ufu.br

Abstract. This work proposes a new procedure for the study of inverse heat conduction problem. The dynamic observer state technique, used here, is developed to solve not only one-dimensional but also three-dimensional heat transfer problem. The inverse heat conduction problem is represented by a classical inverse definition, i.e., an unknown heat flux heat is imposed at a front surface of a sample. The heat flux is then estimated by using the dynamic observer techniques and temperature data simulated from "sensor" located at the sample far from the heat source. The derivation of optimal observer equations follows directly from a novel interpretation on inverse heat conduction in the frequency domain: solving the IHCP is viewed as a filter design problem in which the reconstructed heat flux is obtained by low-pass filtering of the true heat flux. The transfer function, crucial for these techniques, is obtained here using the Green function method. This procedure allows a great flexibility to the technique and represents an easy way to apply the observer method to multidimensional problem.

Keywords: inverse problems, heat conduction, dynamic observers, experimental techniques, heat flux

ANÁLISE DO MÉTODO DE MONTE CARLO APLICADO A SOLUÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO

Olimpio de Paula Xavier Filho

Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUCPR

Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho – CEP 80215-901

olimpio.filho@pucpr.br

Luís Mauro Moura

Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUCPR

Rua Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho – CEP 80215-901

luis.moura@pucpr.br

Resumo. Apresenta-se neste trabalho uma análise comparativa do uso do método de Monte Carlo e a solução analítica dada pela Lei de Beer para a solução da Equação de Transferência Radiativa. Nesta análise é considerado um meio sem espalhamento. A comparação é baseada em soluções analíticas e são analisados os parâmetros que influem na precisão do método, bem como na velocidade de processamento.

Palavras chave: Radiação Térmica, Método Monte Carlo, Lei de Beer.

1. Introdução

Nestas últimas décadas, numerosos autores indicaram a importância da transferência de calor por radiação em sistemas de combustão tais como: os motores diesel, as caldeiras, as fornalhas, os motores de foguete e muitas outras aplicações práticas que envolvem as altas temperaturas. Tem-se poucas soluções analíticas ou quase exatas disponíveis na literatura. Entretanto o uso de métodos numéricos e simulações computacionais se mostram ferramentas poderosas no estudo dos fenômenos de transferência de calor por radiação. Uma dessas ferramentas é o modelo de simulação baseado no método Monte Carlo.

A idéia do método de Monte Carlo é usar conceitos de probabilidade e fenômenos físicos tais como: a emissão, a reflexão, e a absorção do fóton. Para determinar que sentido um fóton deve ter e se vai ser absorvido, refletido ou transmitido quando encontra uma superfície, para isso são gerados números aleatórios e comparados com funções apropriadas de probabilidade.

O uso do método Monte Carlo é bastante difundido em diversas áreas tais como: Economia, Física, Medicina, Tráfego aéreo, Radiação Térmica, entre outras.

Na economia temos o cálculo do valor em risco, ou seja, é uma ferramenta cada vez mais usada pelo mercado financeiro que resume, em um único número, a exposição total ao risco de uma carteira, empresa ou instituição financeira (Pamplona, 2003)

Na Física temos inúmeras aplicações, como por exemplo: Simulação de corrente induzida por feixe eletrônico para um diodo e um laser de heteroestrutura dupla, obtém-se uma distribuição de energia característica. Desta forma é possível estimar o comprimento de difusão nos dispositivos. Através dessa ferramenta é possível uma nova abordagem dos fenômenos característicos nos dispositivos semicondutores analisados por microscópio eletrônico de varredura (Weber, 1987).

Na dosimetria, ou seja, na avaliação da radiação incidente no tecido humano. Até algum tempo atrás as técnicas de Monte Carlo negligenciaram a anisotropia e a reflexão interna da radiação. A partir de (Prahl, *et al.*, 1989), é proposto um modelo de simulação Monte Carlo simulando a incidência do laser que, uma vez que o fóton é lançado, o fóton é movido a uma distância de onde pode ser espalhado, absorvido, refletido internamente, ou transmitido fora do tecido. O fóton repetidamente será movido até que ele escape de ser absorvido pelo tecido. Se o fóton escapar do tecido, a reflexão ou a transmissão do fóton serão gravadas. Se o fóton for absorvido, a posição do absorvido será gravada.

Uma técnica original de simulação Monte Carlo de fluorescência espacial no interior da pele humana foi desenvolvida por (Churmakov *et al.*, 2003), esta técnica utiliza um modelo computacional do tecido da pele humana através de um composto químico denominado fluoróforo que imita o invólucro da fibra de colágeno da derme. Este modelo pode prever a distribuição da fluorescência e auto-fluorescência dentro da pele.

Também pode ser citado a simulação de transporte de radiação com códigos que utilizam o Método de Monte Carlo para cálculos de fluência de partículas (nêutrons, fótons e elétrons), taxas de reação e deposição de energia em sistemas nucleares e biológicos (Yoriyaz, 1997)

Em tomografia, na reconstrução de imagens, é utilizado o método Algebraic Reconstruction Technique (ART) para reconstrução verdadeiramente 3D de objetos e duas variantes: aplicação da restrição de positividade para valores reconstruídos e uso adicional das projeções transversais. Os fantasmas e as projeções são simulados com ruído Poisson através de métodos Monte Carlo para objetos 3D. (Soto e Furuie, 2004).

Na avaliação do perigo de colisão entre aeronaves em operação de aproximação em pistas de aterrissagens paralelas, é feita uma modelagem através de um modelo dinâmico de duas aeronaves em operação de aproximação no cenário UCSPA (Ultra Closely Spaced Parallel Approaches), sob condições meteorológicas adversas. A predição da posição da aeronave intrusa é modelada por meio de incertezas traduzidas em termos de distribuições de probabilidade, com uso de simulação Monte Carlo (Ogata, 2003).

Mais particularmente, na transferência de calor por radiação, pode-se utilizar o método de Monte Carlo para a previsão da propagação de um feixe colimado em meios participantes. As simulações de Monte Carlo podem ser facilmente aplicadas para geometrias multidimensionais, não homogêneas, espalhado no meio com condições de contorno dependentes de tempo, onde outras técnicas são quase impossíveis de implementar (Wong e Mengüç, 2002).

O método de Monte Carlo também é aplicado para calcular transferência radiativa em um fator radiativo espectral médio em um corpo não cinzento com fator de troca. Entretanto a transferência radiativa em um corpo não cinzento pode ser aproximada para um corpo cinzento (Ruan e Tan, 2001). Ele também é aplicado no espalhamento múltiplo de um feixe luminoso estreito com incidência normal numa lâmina plana paralela com geometria variável. Neste trabalho foi observado que o método Monte Carlo é eficiente até a segunda ordem de espalhamento. (Ambirajan e Look, 1996).

O método Monte Carlo pode ser aplicado para calcular a transferência radiativa em um meio não cinzento, usando o fator de transferência de radiação espectral. Simultaneamente, a transferência radiativa em um meio isotérmico e não isotérmico com partículas não cinzentas de absorção e emissão anisotrópicas é calculada através de um modelo não cinzento e vários métodos de aproximação cinzenta. (Ruan, *et al*, 2002).

Neste trabalho é apresentado uma análise numérica do método de Monte Carlo para a solução da Equação de Transferência Radiativa (ETR) num meio absorvedor e não espalhante. São analisados os parâmetros que influem na precisão do método e na velocidade de processamento. Essas análises servirão de base para o desenvolvimento de um algoritmo para a solução da ETR em meios espalhantes da radiação.

2. A Equação de Transferência Radiativa

A radiação térmica é gerada pela emissão de ondas eletromagnéticas de um corpo a uma determinada temperatura. Corpos ideais (corpo negro) são representados pela equação de Stefan-Boltzmann, que define a intensidade total emitida por um corpo em função somente de sua temperatura,. Corpos reais possuem uma emissão inferior ao corpo negro podendo variar rapidamente para comprimentos de ondas muito próximos (por exemplo, os gases), como previsto no modelo de Lorentz.

Quando uma onda eletromagnética atravessa (ou incide) um meio “homogêneo” três fenômenos físicos podem ocorrer: *reflexão, absorção e transmissão*. Estes fenômenos são função do comprimento de onda incidente e em geral da temperatura do corpo.

O estudo da transferência de calor por radiação em meios participantes é realizado através da solução da Equação de Transferência Radiativa (ETR). Nesta análise considera-se um meio homogêneo (partícula com índice de refração diferente da matriz sólida), emissor, absorvedor, difusor, com propriedades radiativas com dependência espectral e em equilíbrio termodinâmico. As fronteiras possuem componentes de reflexão especular e difusa, além de efetuarem refração a um feixe incidente não normal a superfície. A ETR é considerada para uma geometria sem simetria azimutal.

Através da Equação da Transferência Radiativa (ETR) pode-se calcular as trocas de energia entre interfaces (paredes, fronteiras) considerando um meio participante (meio semitransparente – mst). A ETR descreve a variação da intensidade radiativa espectral I_λ (num ângulo sólido Ω , função da espessura ótica τ). Esta equação foi obtida para um meio pseudocontínuo em relação à transferência radiativa existente num material disperso real.

Para a obtenção da ETR efetua-se, a uma determinada frequência, um balanço dos mecanismos físicos de interação radiação/meio por um feixe de radiação se propagando através de um meio participante, obtém-se a expressão da ETR monocromática para uma geometria unidimensional cartesiana:

$$\frac{dI(s, \vec{\Omega})}{ds} + I(s, \vec{\Omega}) = (1 - \omega) I^\circ(T) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} p(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) I(s, \vec{\Omega}') d\Omega' \quad (1)$$

onde o último termo da Eq. (1) representa a parcela devido ao espalhamento da radiação térmica. Nesta análise este termo será desconsiderado, isto é, para meio com o albedo, ω , nulo.

3. Método de Monte Carlo

O método leva este nome devido à famosa roleta de Monte Carlo, no Principado de Mônaco. Seu nome bem como o desenvolvimento sistemático do método data de 1944, quando da Segunda Grande Guerra, época em que foi usado por Von Neumann, Ulam e Fermi como ferramenta de pesquisa para o desenvolvimento da bomba atômica.

O método de Monte Carlo consiste na solução de um problema através de um processo aleatório, de maneira que os parâmetros do processo escolhido sejam as variáveis desconhecidas a calcular (Buslenko, *et al*, 1966). Pela determinação dos dados estatísticos do processo aleatório, faz-se a aproximação das variáveis desconhecidas.

A base do método Monte Carlo é a utilização de funções de probabilidade obtidas a partir da teoria apropriada.

De acordo com o CSEP (1995), os principais componentes de uma simulação de Monte Carlo são:

- Função densidade de probabilidade: sistema físico em questão.
- Geradores de números aleatórios.
- Regra de amostragem.
- Contagem: os resultados de interesse são armazenados
- Estimativa de erro: uma estimativa de erro estatístico como função do número de testes pode ser avaliada.
- Paralelismo e vetorização: algoritmos que permitem que o método Monte Carlo seja implementado com mais eficiência e rapidez pode ser avaliada.

4. Absorção da Radiação Térmica

Seja um meio que considera apenas a atenuação da radiação ocorrido num feixe radiativo monocromático proveniente diretamente de uma fonte. A lei de Beer mostra que a atenuação de radiação, que relaciona a quantidade de luz absorvida e a distância que ela viaja através de um meio homogêneo absorvedor é uma função exponencial decrescente, com isso pode-se obter uma equação para a simulação Monte Carlo:

$$R_S = 1 - e^{-KS} \quad (2)$$

Na qual R_S é o número randômico, K é o coeficiente de absorção do meio e S é a espessura do meio. Para a solução analítica usa-se a equação:

$$I = I_0 e^{-KS} \quad (3)$$

Onde I_0 é a intensidade radiativa antes de incidir no meio e I é a intensidade radiativa atenuada no meio (Yang *et al.*, 1995).

Implementou-se uma rotina Fortran, através da qual foi possível calcular o valor analítico pela equação (10) e o valor aproximado pela equação (9). Determinou-se também o erro entre o valor analítico e o valor aproximado por Monte Carlo, o tempo de processamento variando o número de fótons incidentes, o coeficiente de absorção e a espessura do meio.

5. Resultados

Os gráficos apresentados a seguir mostram a análise efetuada no uso do Método de Monte Carlo no Cálculo da Lei de Beer que é a solução analítica para um meio participante sem espalhamento. Inicialmente fez-se variar a fração de energia absorvida em função da coordenada óptica. O número de pacotes assumiu os valores 10, 1.000, 50.000 e 1.000.000 como mostram as Figs. 1 a 4, respectivamente, já a Fig. 5 apresenta o erro percentual. Nestas análises o número de volumes foi fixado em 10, ou seja a espessura S do meio foi dividida em 10 partes e o coeficiente de absorção foi fixado em 0,1. Observa-se nas Figs. 1 a 3 a crescente melhora do método com o acréscimo do número de pacotes, como era esperado. A Fig. 5 apresenta o erro percentual em função da espessura óptica para o mesmo caso da Fig. 3.

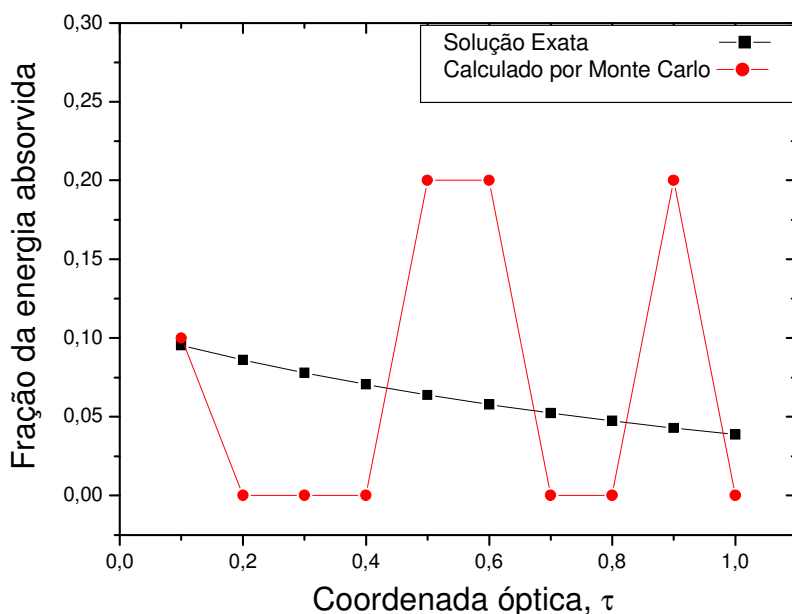


Fig. 1. Comparação da fração da energia absorvida versus coordenada óptica, da solução exata e a calculada pelo método de Monte Carlo. Este gráfico foi gerado a partir de 10 volumes e 10 pacotes. Coeficiente de absorção 0,1.

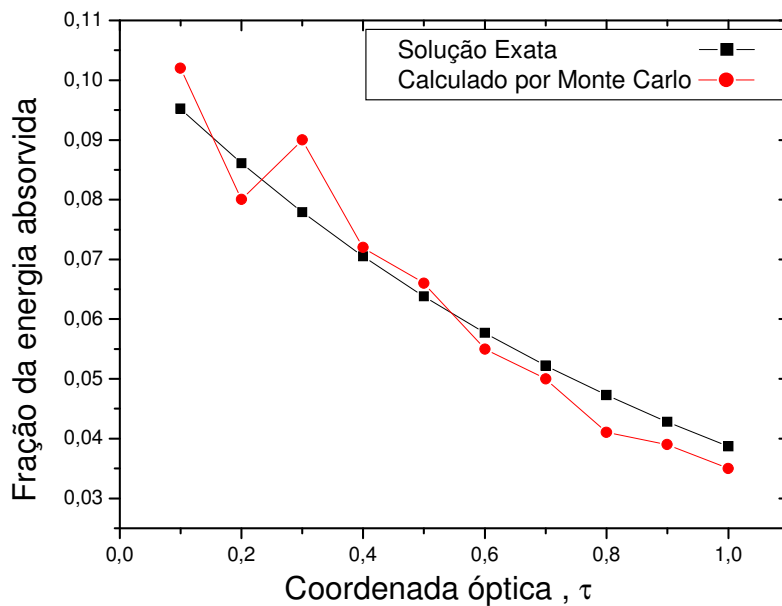


Fig. 2. Comparação da Fração da energia absorvida versus coordenada óptica da solução exata e a calculada pelo método de Monte Carlo. Este gráfico foi gerado a partir de 10 volumes e 1000 pacotes. Coeficiente de absorção 0,1.

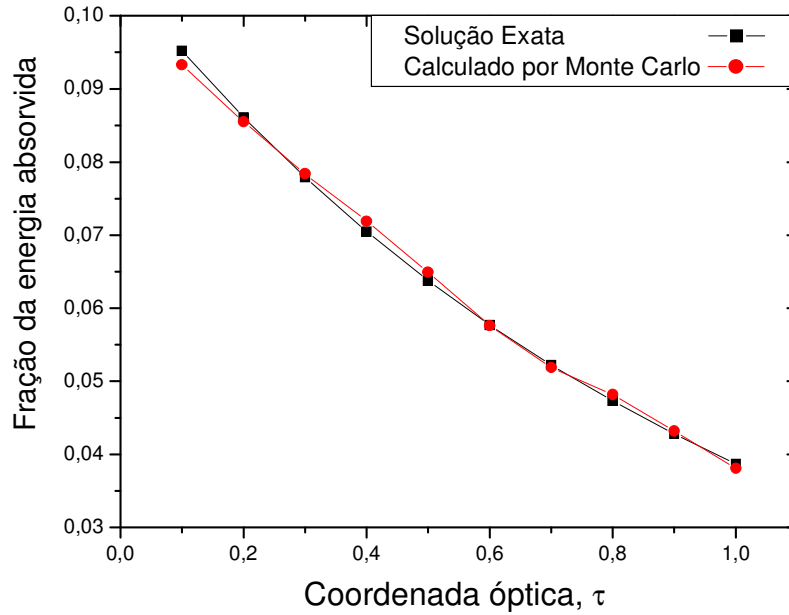


Fig. 3. Comparação da fração da energia absorvida versus coordenada óptica da solução exata e a calculada pelo método de Monte Carlo. Este gráfico foi gerado a partir de 10 volumes e 50000 pacotes. Coeficiente de absorção 0,1.

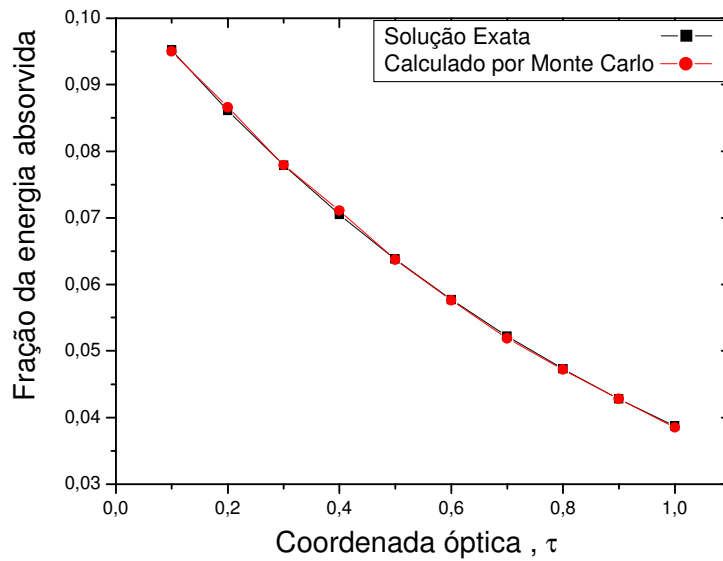


Fig. 4. Comparação da Fração da energia absorvida versus coordenada óptica da solução exata e a calculada pelo método de Monte Carlo. Este gráfico foi gerado a partir de 10 volumes e 1000.000 pacotes. Coeficiente de absorção 0,1.

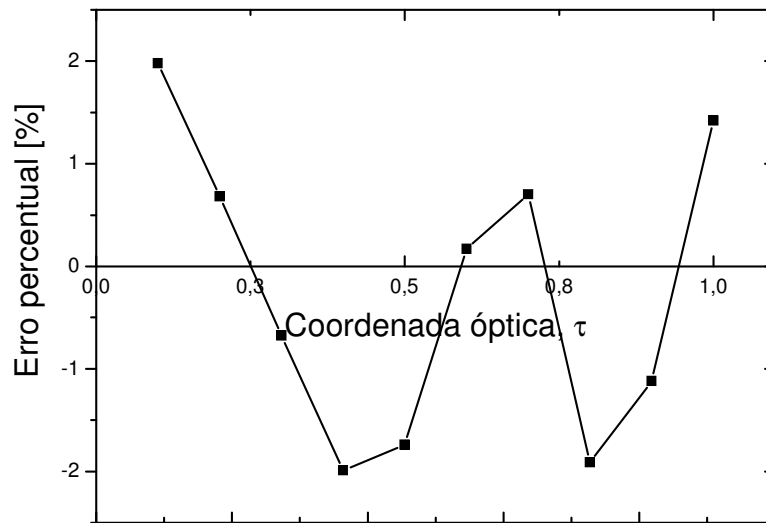


Fig. 5. Gráfico do erro percentual versus coordenada óptica. Este gráfico foi gerado a partir de 10 volumes e 50000 pacotes e foi executado apenas 1 vez. Coeficiente de absorção 0,1.

Na Fig. 6, faz-se uma análise de como varia o erro médio quadrático com o número de pacotes utilizados. Desta pode-se concluir que a partir de 500.000 pacotes o erro praticamente se estabiliza.

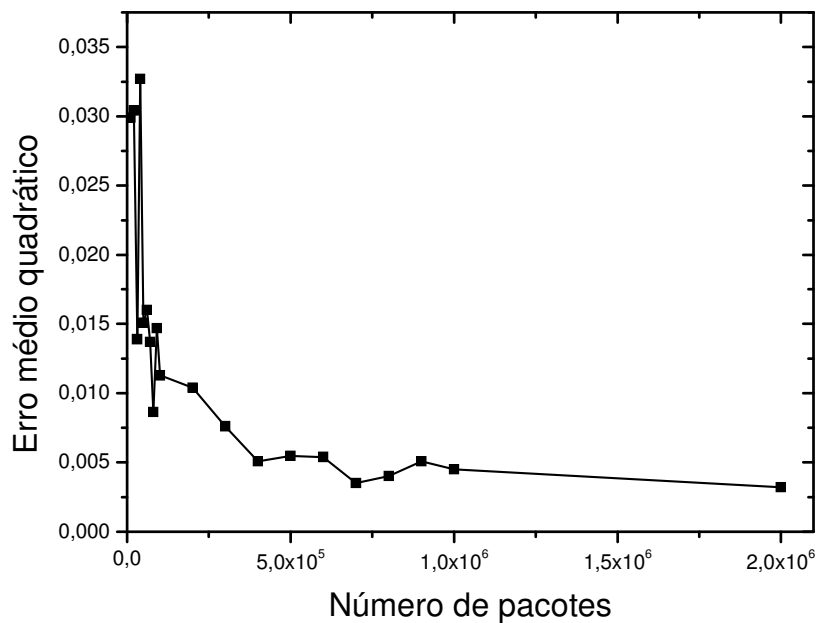


Fig. 6. Gráfico do erro médio quadrático versus número de pacotes. Este gráfico foi gerado a partir de 10 volumes e o número de pacotes variou de 10.000 até 2.000.000 de pacotes e foi executado 20 vezes. Coeficiente de absorção 0,1

Na seqüência, Fig. 7, verificou-se a variação do número de volumes, ou seja, dividiu-se o meio em 100 partes, com 50.000 pacotes e coeficiente de absorção igual a 0,1. Nota-se que um número maior de pontos é gerado, com boa aproximação da solução exata.

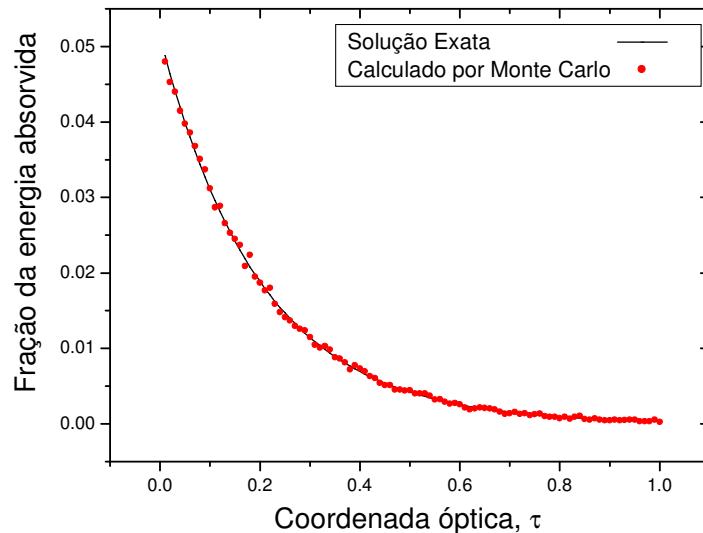


Fig. 7. Comparação da fração da energia absorvida versus coordenada óptica da solução exata e a calculada pelo método de Monte Carlo.

Na Fig. 8 a seguir utilizou-se: 10 volumes, 50.000 pacotes e coeficiente de absorção 0,5. Percebe-se que a absorção da energia radiativa nas camadas iniciais do meio é mais acentuada, devido a um aumento no coeficiente de absorção do meio. Na Fig. 9 apresenta-se o erro percentual para o caso da Fig. 8. A distribuição deste erro é randômica, como esperado.

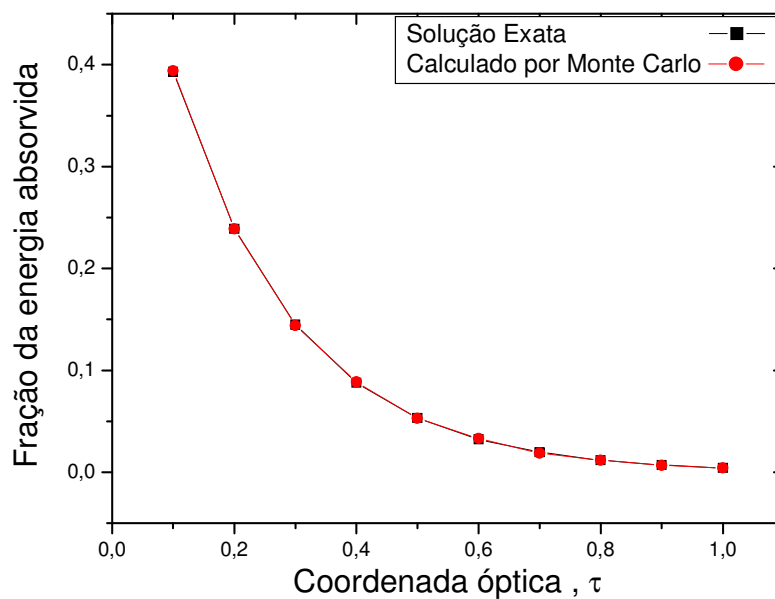


Fig. 8. Comparação da fração da energia absorvida versus coordenada óptica da solução exata e a calculada pelo método de Monte Carlo.

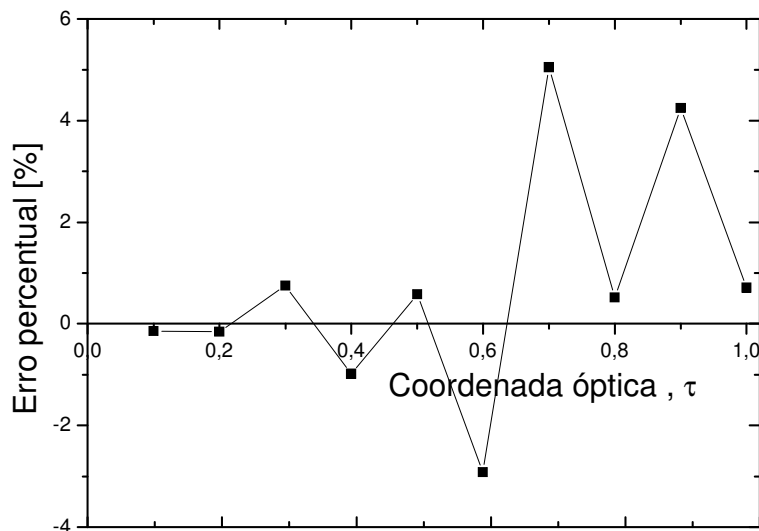


Fig. 9. Gráfico do erro percentual versus coordenada óptica.

Na Fig. 10, demonstra-se a variação do erro médio quadrático com a espessura óptica, com 100 volumes e para três diferentes valores de pacotes: 50.000, 500.000 e 1.000.000 de pacotes. Observa-se um aumento do erro com a espessura, mas apresentando um aumento considerável para espessura ópticas superiores a 13 para os dois casos com um número de pacotes maior que até o momento não houve uma explicação para este fenômeno.

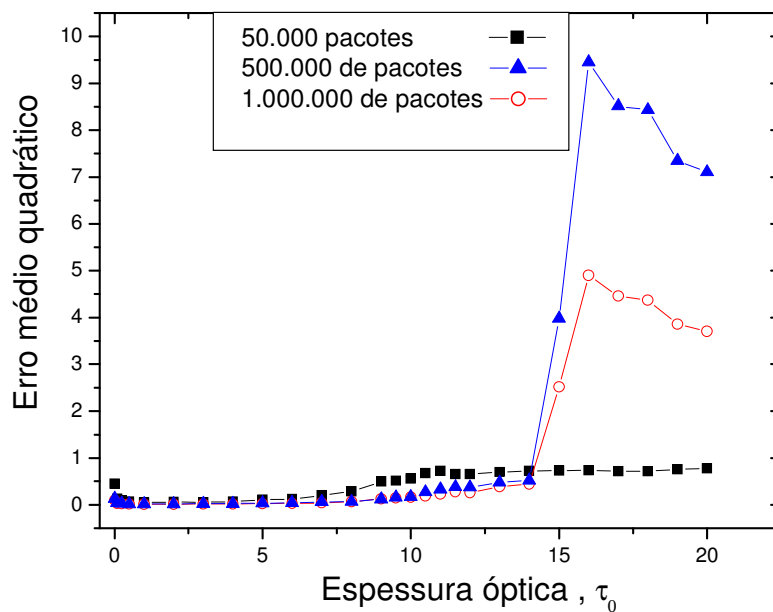


Fig. 10. Gráfico do erro médio quadrático versus espessura óptica.

A Fig. 11 demonstra o tempo de processamento em função do número de pacotes, sendo visível o crescimento exponencial do tempo de processamento com o número de pacotes. Esta análise foi efetuada em um computador com processador Intel 3.0MHz e utilizando linguagem Fortran.

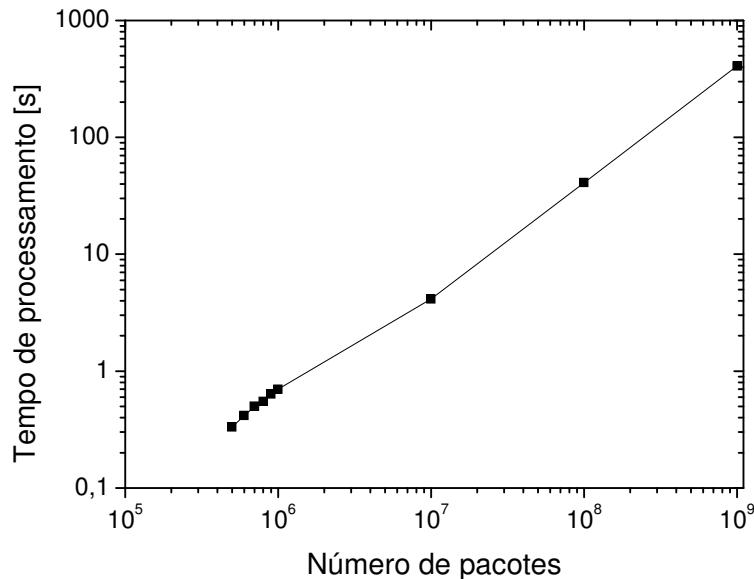


Fig. 11. Gráfico do número de pacotes versus tempo de processamento.

6. Conclusão

Através deste estudo foi possível verificar a eficácia do método de Monte Carlo na solução da equação de transferência radiativa num meio absorvedor, combinando-se o método analítico com o método de Monte Carlo, numa próxima etapa pretende-se comparar o método de Monte Carlo com método das Ordenadas Discretas num meio participante e que apresente espalhamento da radiação. Numa etapa futura o método de Monte Carlo será utilizado em problemas de geometrias complexas onde o método de Ordenadas Discretas apresenta-e de difícil formulação.

7. Referências Bibliográficas

- Ambirajan, A., Look JR, D.C. , 1996, "A Backward Monte Carlo Estimator for the Multiple Scattering of a Narrow Light Beam".
- Brewster, M.Q. , 1992, "Thermal radiative transfer and properties". New York: John Wiley and Sons, 543p..
- Buslenko, N. P., Golenko, D.I., Shreider, Yu. A., Sobol, I. M. and Sragivich, V. G. , 1966, The Monte Carlo Method: Pergomon Press.
- Churmakov, D. Y.; Meglinski, I. V.; Piletsky, S. A.; Greenhalgh, D. A. , 2003, "Analysis of skin tissues spatial fluorescence distribution by the Monte Carlo simulation". J Phys D Appl Phys, v. 36, n. 14, p. 1722-1728.
- Computational Science Education Project (CSEP) ,1995, Eletronic Book – "Introduction to Monte Carlo Methods and Random Number Generators". (fonte:<http://csep1.phy.ornl.gov>)
- IMSL, 1997, "Fortran and C Application Development Tools", Visual Numerics, Inc..
- Modest, 1993, M.F., "Radiative Heat Transfer", New York: McGraw-Hill, 832p.
- Moura, L. M., 2002, "Determinação das propriedades radiativas de materiais com índice de refração diferente da unidade", Curitiba PR: PUCPR, 54p.
- Ogata, P. H. , 2003, "Avaliação do perigo de colisões entre aeronaves em operação de aproximação em pistas de aterrissagem paralelas", São Paulo SP: USP, 116p.
- Pamplona, E. O., 2003, "Gerenciamento de risco em custos", Punta Del Leste: VIII Congreso Internacional de Costos. Punta Del Leste, Uruguay.

- Prahl, S. A., Keijzer, M., Jacques, S. L.; Welch, A. J. , 1989, "A Monte Carlo model of light propagation in tissue". SPIE, Proc. Dosimetry of Laser Radiation In Medicine And Biology, v. IS 5, p. 102-111.
- Ruan, L.M., Tan, H. P., Yan, Y. Y., A Monte Carlo method applied to the medium with nongray absorbing-emitting-anisotropic scattering particles and gray approximation, Harbin: Numerical Heat Transfer, part A, 2002.
- Serway, Raymond A.; Jewett, John W. Princípios de Física. São Paulo: Thomson, 2004. 4 v.
- Soto, Juan L. P., Furuie, Sérgio S., Otimização do algoritmo tomográfica ART – simulação por Monte Carlo, São Paulo SP: 5p, 2003.
- Thomas, George B., Cálculo volume 1, São Paulo SP: Addison Wesley, 2002.
- Yang, Wen-Jei; Taniguchi Hiroshi, Kudo Kazuhiko, Advances in Heat Transfer. San Diego: Academic Press, 215 p, 1995.
- Yoriyaz, H.; Stabin, M. - "Electron and photon transport in a model of a 30-g mouse" - The Journal of Nuclear Medicine, v. 38 (5), May 1997, Supplement.
- Weber, Gerald, Aplicação do Método de Monte Carlo ao estudo da corrente induzida por feixe eletrônico em dispositivos semicondutores, Campinas SP: 97p, 1987.
- Wong, Basil T., Mengüç, M. Pinar, Comparison of Monte Carlo techniques to predict the propagation of a collimated beam in participating media. Lexington: Numerical Heat Transfer, part B, 2002.

ANALYSYS OF THE MONTE CARLO METHOD APPLIED FOR THE SOLUTION OF THE RADIATIVE TRANSFER EQUATION

Olimpio de Paula Xavier Filho

Pontifical University Catholic of the Paraná - PUCPR
1155 Imaculada Conceição street – Prado Velho – ZIP CODE 80215-901
olimpio.filho@pucpr.br

Luís Mauro Moura

Pontifical University Catholic of the Paraná - PUCPR
1155 Imaculada Conceição street – Prado Velho – ZIP CODE 80215-901
luis.moura@pucpr.br

Abstract. In this work, a comparative analysis of the Monte Carlo and the Beer's Law for the Radiative Transfer in the absorbing materials is presented. The comparison is based on analytic solutions, and it is analyzed the parameters like absorbing coefficient, number of particles and number of volume control counters. This analysis also occurs under the influence of the processing speed.

Keywords: *Radiation Heat Transfer, Monte Carlo Method, Beer's Law.*

ANÁLISE EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DE CIRCULAÇÃO NATURAL

Gaianê Sabundjian
Delvonei Alves de Andrade
Pedro E. Umbehaun
Walmir M. Torres
Alfredo José Alvim de Castro
Antonio Belchior Jr.
Ricardo Takeshi Vieira da Rocha
Oswaldo Luiz de Almeida Damy
Eduardo Torres

Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 – Cid. Univ.
CEP 05508-970 – São Paulo – SP
Tel.: 3816-9165(263)
IPEN/CNEN

gdjian@ipen.br
delvonei@ipen.br
umbehaun@ipen.br
wmtorres@ipen.br
ajcastro@net.ipen.br
belchior@ctm.sp.mar.mil.br
rtvrocha@uol.com.br
osvaldo.damy@poli.usp.br
eduardo.torres@poli.usp.br

Resumo. O objetivo deste trabalho consiste em estudar o fenômeno da circulação natural em circuitos experimentais para aplicação em instalações nucleares. Dada a nova geração de reatores nucleares compactos, que utiliza a circulação natural do fluido refrigerante como sistema de refrigeração e de remoção de calor residual em caso de acidente ou desligamento da planta, houve um crescente interesse na comunidade científica pelo estudo desse fenômeno. Um circuito experimental foi montado no Departamento de Engenharia Química da Escola Politécnica da USP, com o objetivo de estudar o fenômeno de circulação natural monofásica e bifásica. Foram realizados experimentos com diferentes níveis de potência no aquecedor e vazão de água de resfriamento no circuito secundário, que originou um banco de dados que será utilizado para validar alguns programas computacionais de termo-hidráulica. Os resultados experimentais obtidos para os regimes monofásico e bifásico são apresentados neste trabalho e também a modelagem proposta para simular os regimes de escoamento com o código RELAP5.

Palavras Chave: RELAP5, Escoamentos Monofásico e Bifásico, Circulação Natural, Circuito Experimental.

1. Introdução

A circulação natural é o regime de operação onde a força motriz do escoamento é a força de empuxo gerada pela diferença de densidades no fluido. Os circuitos operando em regime de circulação natural, também chamados termosifões, têm várias aplicações na engenharia: aquecimento de água através da energia solar, refrigeração em processos químicos, resfriamento de componentes eletrônicos, aplicações na energia geotérmica, reatores nucleares, etc. Um termosifão é um circuito, aberto ou fechado, onde o fluido de trabalho circula entre uma região quente e uma região fria. O fluido, na região do aquecedor, é aquecido provocando uma diminuição de sua densidade e o fluido na região do trocador de calor é resfriado. O desequilíbrio hidrostático entre os ramais verticais do circuito gera uma vazão de circulação. Em reatores nucleares o fenômeno de circulação natural é importante para a remoção de calor residual no caso de perda de alimentação das bombas do circuito primário e em operações a baixa potência, como mostram (Bastos, 1992; Lavrador, 1994; Bastos, 1994; Torres, 1994).

A motivação deste trabalho é o de estudar a fenomenologia da circulação natural em instalações nucleares. Este estudo se faz necessário, pois a nova geração de reatores nucleares compactos utiliza a circulação natural do fluido refrigerante como sistema de refrigeração e de remoção de calor residual em caso de acidente ou desligamento da planta. Outra aplicação dos resultados gerados deste circuito experimental é a validação dos modelos que existem dentro do código RELAP5 (The RELAP5 Development Team, 1995), quando da simulação de sistemas do resfriamento do núcleo de um reator nuclear durante seu desligamento.

2. Objetivo do trabalho

O objetivo deste trabalho é o de estudar a fenomenologia da circulação natural em circuitos experimentais com aplicação em instalações nucleares.

Este estudo envolve os dois tipos de escoamento do fluido refrigerante dos reatores nucleares, que são o escoamento monofásico, no caso da operação normal, e bifásica no caso de algum transitório ou acidente que ocorra na planta. A aplicação principal dos resultados gerados neste circuito experimental será na elaboração de um banco de dados para a validação do código RELAP5, quando da utilização desse programa na simulação do sistema de circulação natural em reatores nucleares. O RELAP5 é um programa computacional muito utilizado na simulação de transitórios e de acidentes em plantas nucleares, além de ser muito utilizado nos institutos da CNEN, para fins de licenciamento das usinas nucleares existentes no país. Por esta razão é que existe a necessidade de validar o código RELAP5 com base em dados experimentais para se ter confiabilidade em seus resultados.

3. Circuito de Circulação Natural

O circuito experimental foi montado no Departamento de Engenharia Química, da Escola Politécnica da USP no final dos anos 80, com o objetivo de gerar informações para uma melhor compreensão do fenômeno de circulação natural: mono e bifásica (XI ENFIR, Tema Especial, 1997). No entanto, ele foi desativado nos meados dos anos 90, pois o sistema de aquisição de dados já tinha se tornado obsoleto. Foi então que, no início de 2004 o circuito foi retomado, onde foram realizadas:

- Manutenção e remontagem do circuito;
- Instalação dos termopares para leitura dos dados;
- Desenvolvimento de software em LabView 7.0 (National Laboratory, 2003) para aquisição dos dados.

3.1. Descrição do Circuito de Circulação Natural

O circuito experimental é formado por tubos e equipamentos em vidro Pyrex da Corning montado em forma retangular, com 2600 mm de altura e 850 mm de largura, Fig. 1. A fonte quente é um aquecedor elétrico situado na parte inferior de uma seção vertical do circuito. A fonte fria é um trocador de calor com espiras helicoidais e encontra-se na parte superior da seção vertical oposta à seção do aquecedor. O volume total de água no circuito, incluindo tanque de expansão e linha de surto é de, aproximadamente, 12 litros. O tanque de expansão, previsto para absorver as variações de densidade do fluido no circuito é conectado em um ponto intermediário da seção horizontal inferior. O bocal superior do tanque de expansão permanece aberto, mantendo-o à pressão ambiente. O circuito não possui isolamento térmico, a menos da base do aquecedor, possibilitando assim a visualização do escoamento.

A potência elétrica aplicada nas resistências é controlada com um variador de tensão alimentado com corrente alternada. São medidas as temperaturas em 16 pontos do circuito, com termopares do tipo T, quatro dos quais estão dispostos na superfície dos tubos (TP) e os demais se encontram no interior dos mesmos (T) nas posições apresentadas na Fig. 1a. Estes dados são registrados por um sistema de aquisição de dados instalado em um microcomputador, com uma taxa de amostragem compatível com o fenômeno. A Fig. 1b mostra uma foto lateral do circuito.

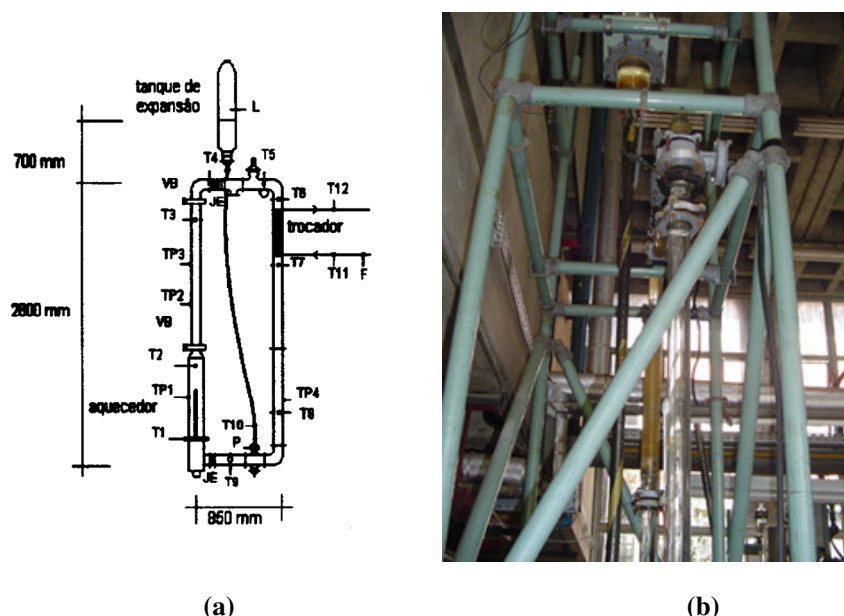


Figura 1. Esquema usado no circuito de circulação natural e a direita vista lateral do circuito

3.2 Instrumentação e sistema de aquisição de dados

Para a medição da potência elétrica, mede-se a tensão aplicada nas resistências com o auxílio de um voltímetro de 3 ½ dígitos. As medições são feitas a cada 15 minutos durante todo o ensaio. Como a vazão de água de resfriamento, este parâmetro é constante e dispensa a aquisição contínua de seu valor.

São medidas as temperaturas, do fluido do circuito primário, em 12 pontos ao longo do circuito primário nas posições indicadas por T1 e T12 na Fig. 1. Para a introdução dos termopares tipo T, marca Omega, foram feitas juntas especiais a base de borracha com envelope de teflon como mostra a Fig. 2. Os termopares foram colocados entre duas partes de borracha e introduzidos até o interior do tubo por meio de um orifício no envelope de teflon.

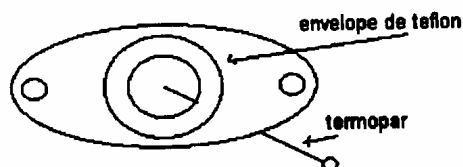


Figura 2. Juntas de borracha para instalação dos termopares

As medidas de temperatura da água de resfriamento na entrada e saída do trocador são feitas com termopares tipo T, marca Omega, instalados com bocais na tubulação de PVC.

De modo a estimar as perdas de calor para o meio, foram instalados quatro termopares na superfície dos tubos. As posições estão indicadas por TP1 a TP4 na Fig. 1.

Todo o equipamento empregado para a aquisição de sinais é da marca *National Instruments* e consiste essencialmente de dois módulos condicionadores de sinal com dois blocos terminais para até 8 termopares e uma placa de aquisição de dados instalada no micro computador. Por meio do programa LabView 7.0, fixa-se a taxa de amostragem, configura-se a tela e o formato da planilha na qual os dados serão registrados.

Todos os termopares foram conectados, através de fios de cobre comum até dois módulos condicionadores de sinal..

3.3 Procedimento experimental

As seguintes condições iniciais são definidas para cada experimento: inventário de água no circuito, caracterizado pelo nível no tanque de expansão, temperatura da água no circuito que deve ser homogênea e próxima à ambiente.

As condições de contorno para o experimento são: vazão de água de resfriamento, potência elétrica aplicada às resistências e abertura das válvulas borboleta.

Após o enchimento do circuito até um nível pré-definido de água no tanque de expansão e a verificação da homogeneidade da temperatura ao longo do circuito, com auxílio do sistema de aquisição de dados, o circuito encontra-se operacional. Abrem-se completamente as válvulas borboleta, fixa-se a vazão de água de resfriamento para então ligar-se as resistências elétricas, no nível de potência desejada. Opera-se o circuito até que o sistema atinja uma situação de regime permanente.

4. Metodologia

A metodologia empregada neste trabalho envolve basicamente a obtenção dos dados experimentais de operação do circuito de circulação natural em regime monofásico e bifásico e a modelagem do circuito com o programa RELAP5 que será utilizado para reproduzir os resultados experimentais

Foram realizados experimentos em regime monofásico e bifásico, variando-se a potência dissipada no aquecedor e vazão de água de resfriamento. Estes testes foram efetuados com o objetivo de compreender o comportamento do sistema, em regime de circulação natural monofásico e bifásico, e gerar dados para a validação do código RELAP5. A utilização de um circuito em vidro permite a visualização do escoamento nas diversas regiões do circuito e possibilita a identificação das instabilidades de escoamento por analogia às descritas na literatura.

4.1 Código RELAP5

A análise termo-hidráulica utilizada para o estudo de acidentes em reatores nucleares, é feita com o uso de algumas ferramentas computacionais sofisticadas, sendo que um dos códigos computacionais mais utilizados é o RELAP5. A maioria destes programas possui uma filosofia realista (*best estimate*) e todos foram desenvolvidos para simular acidentes e transitórios em reatores refrigerados a água leve do tipo PWR (*Pressurized Water Reactor*) e sistemas associados.

O código RELAP5, versão MOD3.2.2gama, tem a capacidade de simular acidentes de perda de refrigerante primário por pequena ou grande ruptura (LOCA – *Loss of Coolant Accident*), acidentes de perda de potência elétrica, acidentes de perda de água de alimentação, acidentes de perda de vazão etc. A análise do comportamento termo-hidráulico durante um destes acidentes ou transitório se aplica tanto para o circuito primário como para o secundário de uma instalação nuclear. O primeiro passo para simulação de um sistema com o RELAP5 requer a nodalização do mesmo em componentes hidrodinâmicos. Na modelagem procura-se fazer a representação geométrica mais realista possível através de componentes próprios do código, tais como: PIPE para tubulações, BRANCH para bifurcações ou T's, VALVE para válvulas, PUMP para bombas, SEPARATOR para separadores de vapor e outros. Além dos dados geométricos da planta, que fazem parte dos dados de entrada do código RELAP5, deve-se representar também as estruturas de troca de calor entre dois ou mais componentes ou com o ambiente, os sistemas de controle, a geração de calor no reator e os dados dos materiais que constituem a planta.

Para a simulação de uma instalação nuclear com o código RELAP5 é necessária uma grande quantidade de informações. Além disto, existe a necessidade de uma quantidade razoável de operações matemáticas para os cálculos da geometria dos componentes.

O Código RELAP5 além de simular transitório e acidentes termo-hidráulico pode ser utilizado também para a análise do comportamento de tubulações contendo água/vapor e para a estimativa de perdas de carga.

4.1.1 Modelos do RELAP5

O código RELAP5 será utilizado para a análise de interações de sistemas e não para simulações detalhadas de escoamento em componentes. O código possui um modelo de sete equações de conservação, sendo três para cada uma das fases (líquido e vapor), uma equação adicional para gases não condensáveis e uma equação adicional para o tratamento do boro solúvel. Além disso, o programa conta com uma aproximação da equação de conservação de movimento para fluxo transversal e um modelo de fluxo reverso. Este último utiliza uma solução de condução bidimensional.

O modelo hidrodinâmico é baseado no modelo de volumes de controle para o fluido. Estes volumes de controle podem ser considerados como tubos de corrente com junções de entrada e saída. Propriedades escalares como pressão, energia, densidade e fração de vazio são representadas pela média dentro do volume de controle e são localizadas no ponto central do mesmo. Por outro lado, propriedades vetoriais, tais como, as velocidades são localizadas nas junções.

O modelo de escoamento do RELAP5 utiliza um modelo de escoamento bifásico, não homogêneo e de não equilíbrio. Este modelo é baseado numa formulação unidimensional de tubos de corrente na quais as propriedades do escoamento são assumidas constantes sobre a seção transversal. Os volumes de controle são incrementos finitos do escoamento e podem ter uma junção na entrada ou saída (junções normais) ou na lateral (junções de fluxo transversal). A variação do diâmetro do tubo de corrente é especificada através da área transversal do volume, as áreas das junções e através do uso de opções de mudança de área das junções. O cálculo dos coeficientes de perda de carga considera a variação na área da seção transversal no volume. A velocidade média é utilizada na equação de conservação da quantidade de movimento, no cálculo da transferência de calor e da fricção na parede. No caso de mudança de área abrupta são modelados os efeitos de turbulência e separação de escoamento.

O modelo de transferência de calor também é baseado numa aproximação unidimensional para o cálculo das temperaturas e fluxos de calor. Os condutores de calor são conectados aos volumes hidrodinâmicos simulando o fluxo de calor perpendicular ao escoamento. A estrutura de calor é termicamente conectada ao volume hidrodinâmico através de um fluxo de calor que é calculado através de uma correlação de transferência de calor por convecção. As estruturas de calor são usadas para simular paredes de tubos, elementos aquecidos, combustíveis nucleares e qualquer superfície de troca de calor.

Sistemas de controle podem também ser simulados. Estes são processos que podem ser definidos em termos das variáveis do sistema através de operações algébricas ou lógicas.

4.2 Desenvolvimento do trabalho

Estes passos serão apresentados de forma sucinta a seguir.

- Reinstalação dos termopares;
 - Após a calibração, os termopares foram recolocados no circuito experimental seguindo o arranjo presente na Fig. 1.
- Realização de pequenos experimentos.
 - Foram realizados alguns pequenos experimentos no circuito para verificação da consistência dos dados obtidos pelo sistema de aquisição. Por meio deles verificou-se que a qualidade da água que circula no circuito primário influenciou substancialmente nos resultados obtidos.

Assim, foram propostas as seguintes soluções:

- Qualidade da água que circula no circuito primário: a água do circuito foi substituída por água desmineralizada.
- Qualidade do circuito com ácido.

- A fim de evitar que impurezas presentes prejudicassem os futuros experimentos, o circuito foi submetido a um processo de limpeza com ácido clorídrico.
- Confeção do manual do usuário
 - Para que se possam realizar os experimentos foram confeccionados três manuais:
 - Manual de configuração do sistema de aquisição;
 - Manual do programa de aquisição;
 - Manual de operação do circuito de Circulação Natural.

O circuito experimental apresentou também alguns problemas que tiveram de ser sanados gradativamente, tais como:

- Reparo de vazamentos do circuito para verificação do funcionamento do aquecedor no circuito em operação (sem instrumentação);
- Reparo do sistema elétrico que alimenta o aquecedor (tanto do variável quanto do fixo);
- Substituição das juntas para inserção dos termopares nos pontos fixados.

Após estes reparos, iniciou-se a elaboração do software para coleta de dados através do sistema de aquisição. O software foi desenvolvido utilizando-se o programa LabView 7.0 da National Instruments, que possui recursos adequados para interface com a instrumentação além de oferecer interface homem-máquina simples e confiável. A janela de interface pode ser vista na Fig. 3.

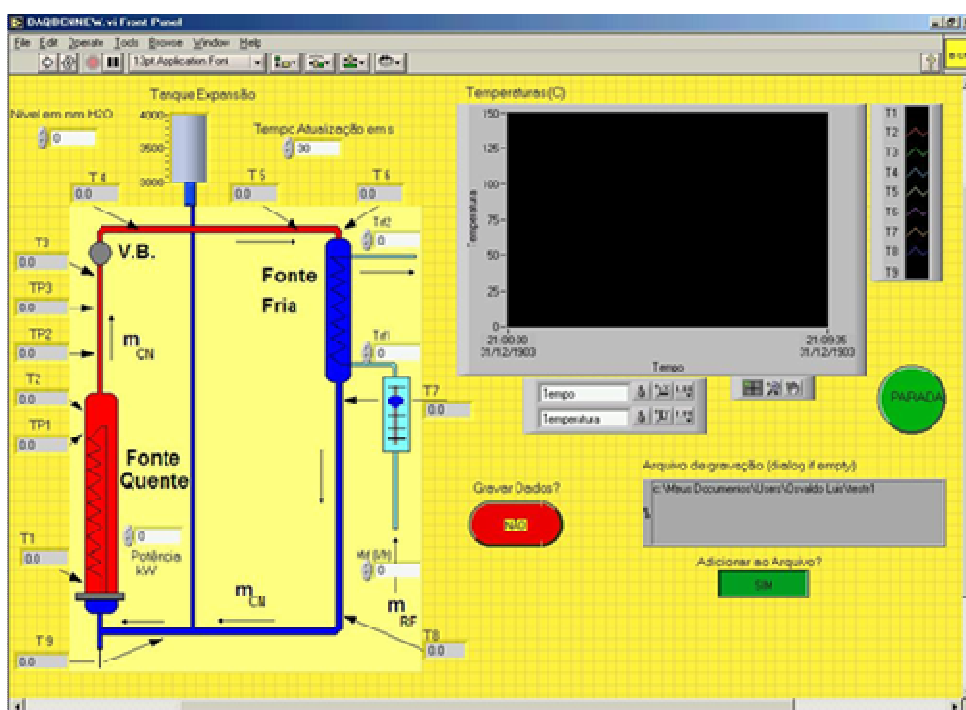


Figura 3. Interface de Aquisição

Com os reparos e a interface já trabalhados, realizou-se a calibração e preparo do sistema de aquisição. Para isso, foi utilizada uma pequena bancada composta por um aquecedor, um termômetro de precisão para referência e o sistema de aquisição para o levantamento da curva de calibração de cada termopar.

Neste ponto, os termopares calibrados e as juntas estavam preparados para serem inseridas no circuito. As juntas foram cuidadosamente perfuradas para permitir o acesso interno aos termopares, sem propiciar vazamentos. Os termopares foram colocados no circuito segundo o arranjo apresentado na Fig. 1.

Após os intensivos trabalhos na realização de reparos e preparo do circuito, e eliminados todos os vazamentos e problemas nas ligações elétricas, foi possível o uso do circuito e controle do aquecedor.

O software desenvolvido para coleta de dados foi capaz de receber e tratar as informações provenientes do sistema de aquisição e também realizar a calibração dos instrumentos, de modo a garantir a consistência dos dados de aquisição.

A operacionalização do circuito experimental possibilita a realização de diversos experimentos

5. Resultados experimentais

Nesta etapa, foram obtidas as curvas experimentais de temperatura do circuito de circulação natural operando nos dois regimes de escoamento. Os pontos de medição dessas curvas são apresentados na Fig. 1 e foram escolhidos de forma a melhor descrever o comportamento termodinâmico do sistema.

A Fig. 4 mostra a simulação experimental da transição do escoamento monofásico e para o bifásico no circuito de circulação natural, e devido à utilização de um circuito construído em pirex pode-se visualizar, durante a transição, a evolução de alguns tipos de escoamento bifásico, tais como: *single flow*, *bubbly flow*, *slug flow*, etc.

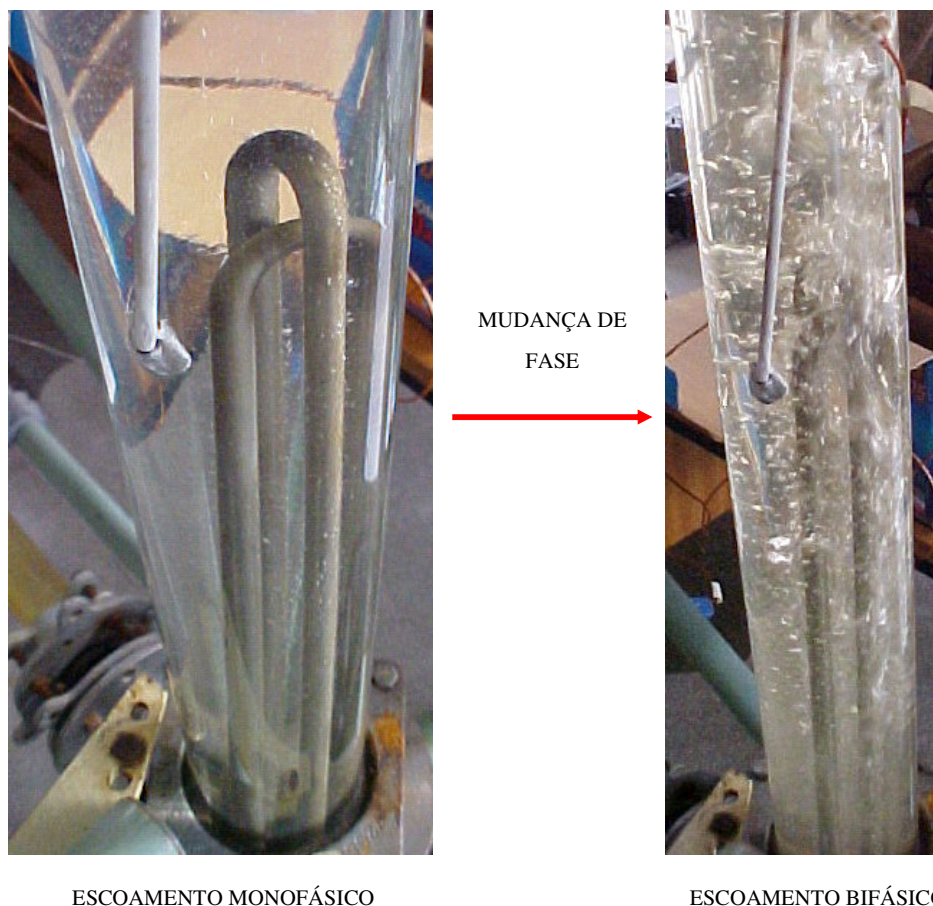


Figura 4. Simulação experimental

Os resultados obtidos da simulação experimental para os escoamentos monofásico e bifásico são apresentados nas Figs. 5 a 10.

Análise do regime monofásico: Os resultados mostrados nas Figs. 5 a 7 referem-se às seguintes condições operacionais:

- Potência dissipada no aquecedor: 4706 W
- Vazão de água de resfriamento: 0,05 kg/s
- Temperaturas iniciais: 20 °C
- Temperatura ambiente 21 °C

A Fig. 5 mostra a evolução das temperaturas na perna quente e na saída do condensador, onde se observa o comportamento oscilatório inicial das temperaturas. A Fig. 6 mostra a evolução das temperaturas dos outros termopares localizados no interior das tubulações. A Fig. 7 apresenta a evolução das temperaturas para os termopares localizados nas paredes do aquecedor, perna quente e perna fria.

Análise do regime bifásico: Os resultados mostrados nas Figs. 8 a 10 referem-se às seguintes condições operacionais:

- Potência dissipada no aquecedor: 6536 W
- Vazão de água de resfriamento: 0.0233 kg/s
- Temperaturas iniciais: 20 °C
- Temperatura ambiente 21 °C

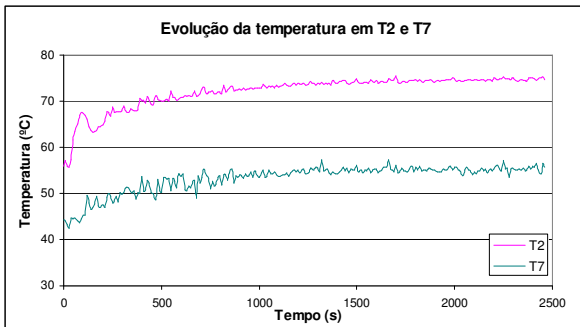


Figura 5. Evolução das temperaturas dos termopares T2 e T7 no experimento monofásico

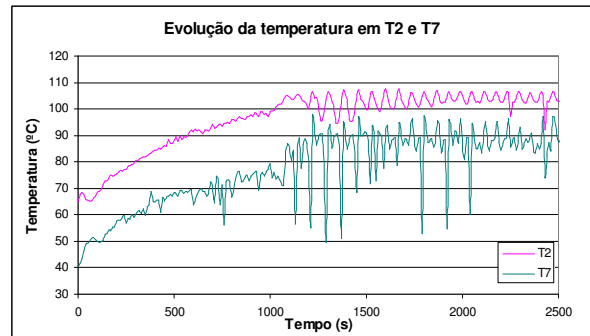


Figura 8. Evolução das temperaturas dos termopares T2 e T7 no experimento bifásico

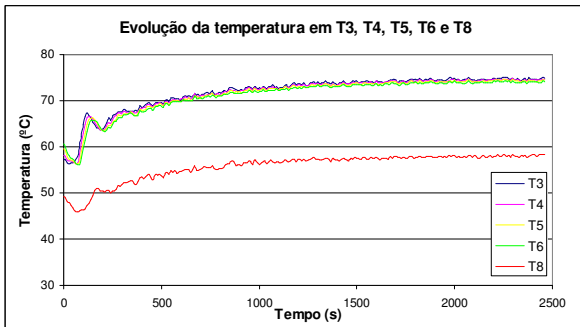


Figura 6. Evolução das temperaturas dos termopares T3, T4, T5, T6 e T8 no experimento monofásico

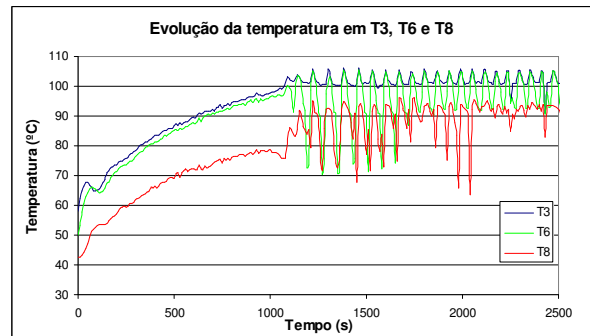


Figura 9. Evolução das temperaturas dos termopares T3, T6 e T8 no experimento bifásico

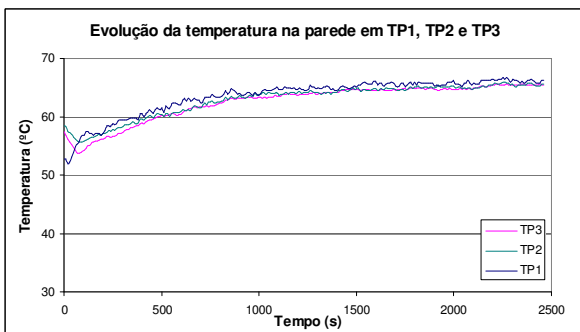


Figura 7. Evolução das temperaturas dos termopares TP1, TP2 e TP3 no experimento monofásico

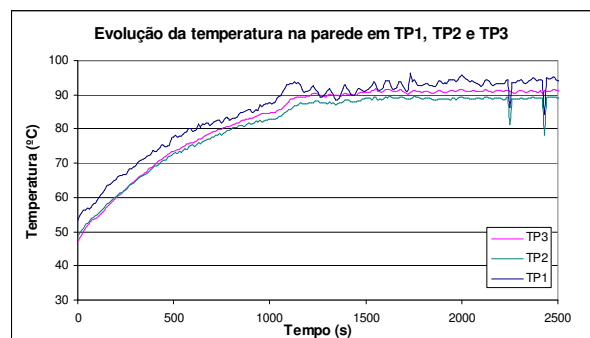


Figura 10. Evolução das temperaturas dos termopares TP1, TP2 e TP3 no experimento bifásico

A Fig. 8 mostra a evolução das temperaturas na perna quente e na saída do condensador, onde se observa o comportamento oscilatório das temperaturas devido ao escoamento bifásico. A Fig. 9 mostra a evolução das temperaturas dos outros termopares localizados no interior das tubulações, que também é oscilatório devido ao regime bifásico e finalmente a Fig. 10 apresenta a evolução das temperaturas para os termopares localizados nas paredes do aquecedor, perna quente e perna fria, que é levemente oscilatório devido à mudança de fase.

A modelagem geométrica do circuito será aperfeiçoada a partir da representada na Fig. 11, que já foi utilizada em outros trabalhos, como mostra (XI ENFIR, 1997), a fim de descrever da melhor forma a fenomenologia do escoamento monofásico e bifásico. A Tab. 1 apresenta a correspondência entre os componentes do código e as respectivas regiões hidráulicas com a Fig. 11, que ilustra os componentes hidrodinâmicos para o código RELAP5.

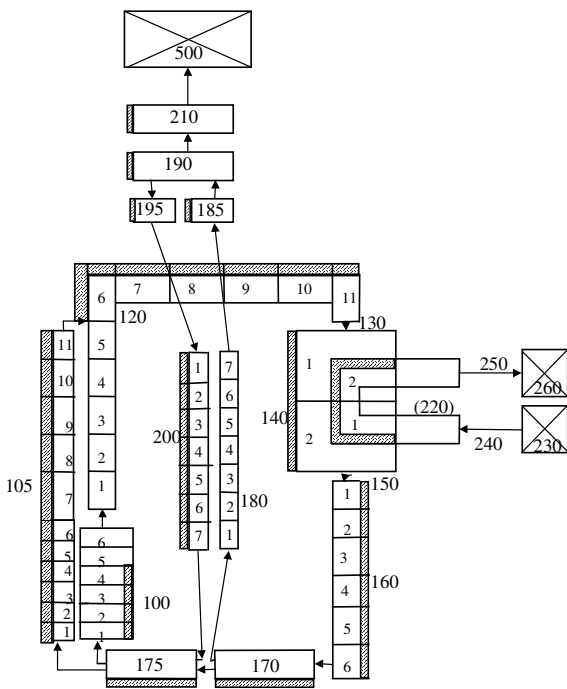


Tabela 1. Correspondência entre os componentes do código e as regiões hidráulicas

Trecho do Circuito	Nº do Comp.	Tipo de Componente
Aquecedor	100	PIPE
Perna Quente	120	PIPE
Primário do Trocador de Calor	140	PIPE
Perna Fria	160	PIPE
	170	BRANCH
	180	SINGLVOL
Linha de Surto	200	PIPE
Tanque de Expansão	210	PIPE
Secundário do Trocador de Calor	220	PIPE
Água de Resfriamento (Entrada)	230	TMDPVOL
Água de Resfriamento (Saída)	240	TMDPJUN
	250	SINGLVOL
Contenção	260	TMDPVOL
	500	TMDPVOL

Figura 11. Nodalização do Circuito de Circulação Natural para o RELAP5

6. Conclusões

Conclui-se que os resultados experimentais obtidos para o regime monofásico apresentam um comportamento esperado, mostrando que a instrumentação e o sistema de aquisição de dados estão bem ajustados. O mesmo se observa para o escoamento bifásico onde os resultados obtidos se mostraram coerentes, como esperado. No entanto, devido a todo o trabalho que foi realizado para revitalização do circuito de circulação natural, como toda a instrumentação e controle, então, será realizada numa próxima etapa a simulação numérica, lembrando que a nodalização proposta para o RELAP5 será aperfeiçoada para descrever de forma mais realista os escoamentos monofásico e bifásico.

Além disso, para caracterizar melhor o experimento, serão necessários outros resultados experimentais, como por exemplo: distribuição de pressão e vazão no circuito primário, nível e temperatura do tanque de expansão, detalhes geométricos e de materiais dos aquecedores. Todas estas medidas estão sendo providenciadas, para uma próxima etapa do trabalho, através da aquisição de medidores de pressão, vazão e nível, para o Circuito de Circulação Natural.

7. Referências

- IV CEGEN, 1992, Bastos, J. L. F. e Rocha, R. T.V, "Desenvolvimento de um Programa para a Modelagem do Fenômeno de Circulação Natural em Reatores Nucleares", IV General Congress on Nuclear Energy, pp. 107-111, Rio de Janeiro, Brasil.
- Lavrador, M. B., 1994, "Análise Experimental de Circulação Natural em um Circuito Fechado", Dissertação (Mestrado), USP, Brasil.

- Bastos, J. L. F. e Loureiro, L. V., 1995 “Experimental Transient Analysis of Natural Circulation in a Complex Geometry”, *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, pp. 801-806.
- ENCIT 94, Torres, W. M. e Bastos, J. L. F, “Transient Analysis of Natural Circulation in Parallel Loops”, Rio de Janeiro, Brasil.
- The Relap5 Development Team, 1995, “RELAP5/Mod3 Code Manual, NUREG/CR-5535 Report”, , Idaho National Engineering Laboratory, vols. 1-5
- XI ENFIR, 1997, “Tema Especial de Termo-Hidráulica”, XI Encontro Nacional de Física de Reatores e Termo-hidráulica, Poços de Caldas, Brasil.
- LabView 7.0 Express, 2003, National Laboratory, USA.

EXPERIMENTAL STUDY OF THE NATURAL CIRCULATION PHENOMENA

Gaianê Sabundjian
Delvonei Alves de Andrade
Pedro E. Umbehaun
Walmir M. Torres
Alfredo José Alvim de Castro
Antonio Belchior Jr.
Ricardo Takeshi Vieira da Rocha
Oswaldo Luiz de Almeida Damy
Eduardo Torres

Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 – Cid. Univ.
CEP 05508-970 – São Paulo – SP
Tel.: 3816-9165(263)
IPEN/CNEN

gdjian@ipen.br
delvonei@ipen.br
umbehaun@ipen.br
wmtorres@ipen.br
ajcastro@net.ipen.br
belchior@ctm.sp.mar.mil.br
rtvrocha@uol.com.br
osvaldo.damy@poli.usp.br
eduardo.torres@poli.usp.br

Abstract. *The objective of this paper is to study the natural circulation in experimental loops and extend the results to nuclear facilities. New generation of compact nuclear power plants use the natural circulation as cooling and residual heat removal systems in case of accidents or shutdown. Lately the interest in this phenomenon, by scientific community, has increased. The experimental loop, described in this paper, was assembled at Escola Politécnica - USP at the Chemical Engineering Department. It is the goal to generate information to help us with the understanding of the one and two phase natural circulation phenomena. Some experiments were performed with different levels of heat power and different flow of the cooling water at the secondary circuit. The data generated from these experiments are going to be used to validate some computational thermal hydraulic codes. Experimental results for one and two phase regimes are presented as well as the proposed model to simulate the flow regimes with the RELAP5 code.*

Keywords. RELAP5, One and Two Phase Flow, Natural Circulation, Experimental Loop.

IMPROVED LUMPED-DIFFERENTIAL FORMULATION OF TRANSIENT CONJUGATED CONDUCTION-CONVECTION IN EXTERNAL FLOW

Mohammed Lachi

Laboratoire de Thermomécanique, UTAP, Faculté des Sciences, B.P. 1039 - 51687 Reims, France
m.lachi@univ-reims.fr

Renato Machado Cotta

Programa de Engenharia Mecânica, PEM&DEM, COPPE/POLI, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
cotta@mecanica.coppe.ufrj.br

Carolina Palma Naveira

Programa de Engenharia Mecânica, PEM, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
cpnaveira@yahoo.com.br

Jacques Padet

Laboratoire de Thermomécanique, UTAP, Faculté des Sciences, B.P. 1039 - 51687 Reims, France.
jacques.padet@univ-reims.fr

Abstract: *Mathematica is employed in the symbolic computation implementation of a hybrid numerical-analytical solution for transient laminar forced convection over flat plates of non-negligible thickness, subjected to arbitrary time variations of applied wall heat flux from above. This conjugated conduction-convection problem is first simplified by employing the Coupled Integral Equations Approach (CIEA) to reformulate the heat conduction problem on the plate by averaging the related energy equation in the transversal direction. As a result, a partial differential formulation for the average wall temperature is obtained, while a third kind boundary condition is achieved for the fluid in the heat balance at the solid-fluid interface. An approximate solution is then proposed for the coupled partial differential equations by combining the classical integral method for the boundary layer equations and the method of lines implemented in the Mathematica routine NDSolve. The integral method is initially employed to yield polynomial approximations for both the steady velocity field and the transient temperature field within the fluid. Then, the governing partial differential equation for the ratio of thicknesses of the boundary layers is symbolically determined, from the solution of the related integral form of the energy equation in the transient state. Numerical solution for the thermal boundary layer thickness and for the average solid temperature is then obtained through the automatic use of the built in function NDSolve, yielding the time evolution and the longitudinal distribution of these parameters, for any specific prescribed wall heat flux time function. Finally, local heat transfer coefficients are readily determined from the wall temperature distributions, as well as the temperature values at any desired point within the fluid.*

Keywords. *forced convection, external convection, boundary layer, conjugated problem, conduction-convection*

1. Introduction

Forced convection over solid surfaces is usually studied by neglecting the participation of the wall in the heat transfer process through imposition of temperature or heat flux, as in the classical thermal boundary layer problem (Kays and Crawford, 1980, Schlichting, 1968, White, 1974), at the fluid-solid interface. The inclusion of wall conduction effects is of major relevance to the accurate prediction of heat transfer rates, but brings up a conjugated conduction-convection problem of a more involved nature when the full energy equations for both fluid and solid are to be solved simultaneously. Early work on approximate analytical solutions in both external and internal flows (Luikov *et al.*, 1971, Mori *et al.*, 1974) demonstrates the mathematical difficulties involved in handling this mixed parabolic-elliptic formulation. More recently, the advancement of purely numerical approaches has allowed for the computational handling of such classical problems in heat transfer, but has also confirmed the high computational costs for the accurate solution of coupled conduction-convection problems, governed by an increased number of parameters. However, simpler models have been proposed in the literature concerned with duct flows (Shah and London, 1978) that radially or transversally lump the temperature distribution at the duct wall, but retain the axial conduction information along the wall, thereby reducing the number of parameters to be explicitly considered. The simplified model is expected to be particularly useful in reducing computational costs and analytical involvement, aspects explored by previous works in channel flow, under different solution methodologies (Faghri and Sparrow, 1980, Zariffah *et al.*, 1982, Wijesundera, 1986, Guedes *et al.*, 1989, Guedes *et al.*, 1991). The simple lumped formulation, although expected to be more adequate in the range of parameters that provides a not so significant radial or transversal temperature gradients within the wall, has been checked only briefly against numerical solutions that consider the two-dimensional effects (Pagliarini, 1988). In addition, for the duct flow situation, transient analysis is quite limited and only a few situations of periodic inlet and boundary conditions disturbances were previously considered, which lead to quasi-steady

formulations, with or without longitudinal wall heat conduction (Guedes and Cotta, 1991, Guedes *et al.*, 1994, Sucec, 2002, Fourcher and Mansouri, 1998, Mansouri *et al.*, 2004). Similarly, the transient analysis of conjugated conduction-external convection is still quite restricted and a few contributions have been offered based on approximate analytical methodologies (Pozzi and Tognaccini, 2000, Lachi *et al.*, 2002, Lachi *et al.*, 2003, Lachi *et al.*, 2004-a).

The present work first brings a reformulation strategy to this class of transient conjugated conduction-external convection problems through application of the ideas in the coupled integral equations approach (CIEA) (Cotta and Mikhailov, 1997, Aparecido and Cotta, 1989 and Correa and Cotta, 1998), in order to allow for the simplification of the heat conduction formulation at the wall. Therefore, an improved lumping procedure is applied to the wall transversal direction, offering a simpler transient one-dimensional formulation for conduction along the wall, in terms of the transversally averaged temperature.

This so-called coupled integral equations approach (CIEA) is employed as a formulation simplification technique for the heat conduction problem, aimed at reducing the number of independent variables involved in the mathematical formulation, through an improved lumping procedure on those coordinates selected to be removed, in this case the transversal direction. The resulting lumped-differential formulation offers substantial enhancement over classical lumping schemes (Shah and London, 1978) in terms of accuracy, without introducing additional complexity in the corresponding final simplified differential equations to be handled. The approach is here demonstrated through a representative transient conjugated conduction-convection problem, for laminar air flow over a flat plate heated at the fluid-solid interface, and the enhancement characteristics are examined against the numerical solution of the fully differential formulation for the conduction problem.

Second, the approximate lumped-differential formulation for the solid-fluid interface facilitates the utilization of the classical Integral Method for thermal boundary layer analysis, (Kays and Crawford, 1980, Schlichting, 1968, White, 1974), in approximating the fluid temperature distribution and determining the transient thermal boundary layer thickness. In this approach, also quite popular in heat conduction analysis (Ozisik, 1980), the dependent variable is approximated by a prescribed functional form in one of the spatial variables, in general in a polynomial form, followed by the solution for the coefficients in such approximate formulation, as a function of the remaining independent variable (time or another space variable). In obtaining these coefficients, one attempts to satisfy boundary and initial conditions, as well as other asymptotic information of the original problem, in direct relation with the number of coefficients to be determined according to the proposed functional approximation. It is indeed a rather simple approximate analytic approach, with recognized practical importance, particularly in the analysis of non-similar problems in external convection.

Although less cited in scientific research along the last few years, due to the wider availability of computational resources for simulations in fluid mechanics and heat transfer, the interest on this type of approach remains, essentially due to its simplicity and fairly ample applicability. While the Integral Method has been widely employed in the solution of steady-state external convection problems, and is well-documented even in various textbooks such as the above cited, much less information is readily available in its use within transient situations caused by temporal fluctuations of either wall or fluid conditions. Nevertheless, a number of fairly recent contributions in this direction have favored the use of this also called *Karman-Polhausen* approach in the approximate analysis of both impulsively and periodically heated walls (Lachi *et al.*, 1998, Polidori, *et al.*, 1998, Lachi *et al.*, 2004-b). The preferred solution path has therefore been the combined use of the Integral Method with a discrete approach for the numerical solution of the resulting partial differential equation for the wall temperature time evolution and longitudinal variation. This approach has also been validated against direct numerical solutions of the original partial differential problem and differential-similarity solutions of the transient boundary layers. On the other hand, symbolic computation platforms have been allowing for the revision and extension of a number of analytical procedures, either classical or more recently advanced, which to a certain extent have lost importance or were even almost abandoned from engineering practice, in light of the progress achieved along the last few decades by direct numerical analysis through traditional algorithm languages.

Besides the various possibilities open up through the symbolic derivation of previously just too tedious analytical approaches, a large number of hybrid developments have been observed, in different classes of engineering problems, merging automatic analytical derivations and modern numerical procedures with embedded error control (Cotta and Mikhailov, 1997). In this sense, the present work involves the construction of a *Mathematica* notebook (Wolfram, 1999) that deals with the approximate solution of the boundary layer equations for transient convective heat transfer of a Newtonian fluid flowing over a flat plate of non-negligible thickness, in laminar incompressible regime. The transients are caused by an arbitrary time variation of the applied uniform wall heat flux at the solid-fluid interface. After the reformulation of the wall heat conduction problem, as above discussed, the solution proceeds to the utilization of the Integral Method to obtain approximate polynomial approximations for the steady velocity and transient temperature fields in the fluid. From the integral form of the thermal boundary layer equation, a partial differential equation for the thermal boundary layer thickness is established, feasible of being numerically handled by the *Mathematica* system.

For this purpose, we employ the built in function **NDSolve**, which employs a Method of Lines approach to numerically solve the two coupled PDEs, for the thermal boundary layer thickness and for the average wall temperature. From this point, results for the interface temperature and heat fluxes are provided, in terms of the time variation of the thermal boundary layer thickness, for any arbitrary prescribed interface heat flux time variation. For

illustration of the proposed symbolic-numerical approach, a typical application dealing with air heating (Lachi *et al.*, 2006) and with the wall conjugation was here considered more closely, for different wall materials and thicknesses, including different functional forms for the applied wall heat flux at the fluid-solid interface, which may also include an unheated starting length. This configuration is of particular interest in the so-called pulse method for the experimental determination of heat transfer coefficients in the transient regime (Petit *et al.*, 1981, Remy *et al.*, 1995, Rebay *et al.*, 2002), which provide the main motivation for the present effort of reaching an approximate hybrid numerical-analytical solution for the conjugated problem.

2. Problem Formulation

We consider laminar flow of a Newtonian fluid over a flat plate, with steady-state incompressible flow but transient convective heat transfer due to an arbitrarily varying delivered heat flux, $\phi(x,t)$, applied at the solid-fluid interface. This situation corresponds to the flash experiment for the determination of transient heat transfer coefficients in external convection (Petit *et al.*, 1981, Remy *et al.*, 1995, Rebay *et al.*, 2002). The fluid flows with a free stream velocity U_∞ , which arrives at the plate front edge at the temperature T_∞ , as described in Fig. (1).

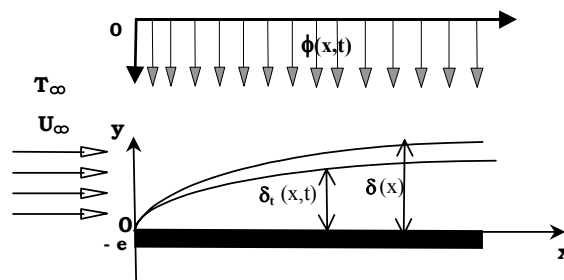


Figure 1. Description of the physical problem for transient conjugated external forced convection and wall heat conduction

The wall is considered to participate on the heat transfer problem, due to its thickness, e , length, L , and associated thermo-physical properties. The boundary layers equations are assumed to be valid for the flow and heat transfer problem within the fluid. The conjugated conduction-convection problem is mathematically described as:
Continuity:

$$\frac{\partial U(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial V(x,y)}{\partial y} = 0, \quad 0 < y < \delta(x), 0 < x < L \quad (1a)$$

Momentum in x-direction:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \quad 0 < y < \delta(x), 0 < x < L \quad (1b)$$

Momentum in y-direction:

$$\frac{\partial P(x,y)}{\partial y} = 0 \quad (1c)$$

where U is the longitudinal velocity component, $m \cdot s^{-1}$, V is the transversal velocity component, $m \cdot s^{-1}$, ν is the kinematic viscosity, $m^2 \cdot s^{-1}$ and $\delta(x)$ is the velocity boundary layer thickness, m .

The flow problem solution is considered known at this point, by any of the known approximate analytical or numerical solution techniques, and the associated fluid and wall energy equations are given by:

$$\frac{\partial T_f(x,y,t)}{\partial t} + U \frac{\partial T_f(x,y,t)}{\partial x} + V \frac{\partial T_f(x,y,t)}{\partial y} = \alpha_f \frac{\partial^2 T_f(x,y,t)}{\partial y^2}, \quad (2a)$$

$$0 < y < \delta_t(x), 0 < x < L, t > 0$$

$$\frac{\partial T_s(x, y, t)}{\partial t} = \alpha_s \left(\frac{\partial^2 T_s(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s(x, y, t)}{\partial y^2} \right), \quad -e < y < 0, 0 < x < L, t > 0 \quad (2b)$$

with initial conditions

$$T_f(x, y, 0) = T_\infty, \quad 0 < y < \delta_t(x), 0 < x < L \quad (2c)$$

$$T_s(x, y, 0) = T_\infty, \quad -e < y < 0, 0 < x < L \quad (2d)$$

and boundary and interface conditions:

$$T_f(x, \delta_t, t) = T_\infty, \quad 0 < x < L, t > 0 \quad (2e)$$

$$T_f(x, 0, t) = T_s(x, 0, t), \quad 0 < x < L, t > 0 \quad (2f)$$

$$-k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \Big|_{y=0} = -k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=0} + \phi(x, t), \quad 0 < x < L, t > 0 \quad (2g)$$

$$-k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=-e} = 0, \quad 0 < x < L, t > 0 \quad (2h)$$

$$T_f(0, y, t) = T_\infty, \quad 0 < y < \delta_t(x), t > 0 \quad (2i)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad 0 < y < \delta_t(x), t > 0 \quad (2j)$$

where T_f is the fluid temperature, °C, T_s is the wall temperature, °C, $\delta_t(x)$ is the thermal boundary layer thickness, m , α_f is the thermal diffusivity (fluid), $m^2.s^{-1}$, α_s is the thermal diffusivity (solid), $m^2.s^{-1}$, k_f is the thermal conductivity (fluid), $W.m^{-1}.K^{-1}$ and k_s is the thermal conductivity (solid), $W.m^{-1}.K^{-1}$.

3. Coupled Integral Equations Approach (C.I.E.A.)

The coupled integral equations approach (C.I.E.A.) is a very straightforward reformulation tool employed in the simplification of convection-diffusion problems via averaging processes in one or more of the involved space variables. In this sense, simpler formulations of the original partial differential systems are obtained, through a reduction of the number of independent variables in the multidimensional situations, by integration (averaging) of the full partial differential equations in one or more space variables, but retaining some information in the direction integrated out, provided by the related boundary conditions. Different levels of approximation in such mixed lumped-differential formulations can be used, starting from the plain and classical lumped system analysis, towards improved formulations, obtained through Hermite-type approximations for integrals (Cotta and Mikhailov, 1997). Such approach has been already exploited in different heat and fluid flow problems (Cotta and Mikhailov, 1997, Aparecido and Cotta, 1989, Correa and Cotta, 1998).

The Hermite formulae of approximating an integral, based on the values of the integrand and its derivatives at the integration limits, are given in the form (Cotta and Mikhailov, 1997):

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} y(x) dx \cong \sum_{\nu=0}^{\alpha} C_\nu y_{i-1}^{(\nu)} + \sum_{\nu=0}^{\beta} D_\nu y_i^{(\nu)} \quad (3a)$$

where $y(x)$ and its derivatives $y^{(n)}(x)$ are defined for all $x \in (x_{i-1}, x_i)$. Furthermore, it is assumed that the numerical values of $y^{(\nu)}(x_{i-1}) \equiv y_{i-1}^{(\nu)}$ for $\nu = 0, 1, 2, \dots, \alpha$ and $y^{(\nu)}(x_i) \equiv y_i^{(\nu)}$ for $\nu = 0, 1, 2, \dots, \beta$, are available at the end points of the interval.

In such a manner, the integral of $y(x)$ is expressed as a linear combination of $y(x_{i-1})$, $y(x_i)$ and their derivatives, $y^{(\nu)}(x_{i-1})$ up to order $\nu=\alpha$, and $y^{(\nu)}(x_i)$ up to order $\nu=\beta$. This is called the $H_{\alpha, \beta}$ approximation. The resulting expression for the $H_{\alpha, \beta}$ - approximation is given by:

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} y(x)dx = \sum_{\nu=0}^{\alpha} C_{\nu}(\alpha, \beta) h_i^{\nu+1} y_{i-1}^{(\nu)} + \sum_{\nu=0}^{\beta} C_{\nu}(\beta, \alpha) (-1)^{\nu} h_i^{\nu+1} y_i^{(\nu)} + O(h_i^{\alpha+\beta+3}) \quad (3b)$$

where,

$$h_i = x_i - x_{i-1} \quad ; \quad C_{\nu}(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha+1)! (\alpha+\beta+1-\nu)!}{(\nu+1)! (\alpha-\nu)! (\alpha+\beta+2)!} \quad (3c,d)$$

In the present work, we consider just the two approximations, $H_{0,0}$ and $H_{1,1}$, given by:

$$H_{0,0} \rightarrow \int_0^h y(x)dx \cong \frac{h}{2} (y(0) + y(h)) \quad (4a)$$

$$H_{1,1} \rightarrow \int_0^h y(x)dx \cong \frac{h}{2} (y(0) + y(h)) + \frac{h^2}{12} (y'(0) - y'(h)) \quad (4b)$$

which correspond, respectively, to the well-known trapezoidal and corrected trapezoidal integration rules.

The CIEA is here employed in approximating the formulation for the conduction problem within the solid. According to this approach (Cotta and Mikhailov, 1997), the average transversal temperature is to be approximated by a Hermite formula for integrals, here by taking the $H_{1,1}$ approximation, the well known corrected trapezoidal rule. In addition, the average transversal wall heat flux shall be approximated by the simplest $H_{0,0}$ approximation, the trapezoidal rule. This $H_{1,1} / H_{0,0}$ combined solution does not change the nature of the classical lumped formulation, but only slightly modifies the equation coefficients, and is expected to be more accurate than the classical lumped system analysis in the applicable range of the governing parameters.

The transversally averaged wall temperature, T_{av} , is thus approximated as:

$$T_{av}(x, t) \cong \frac{1}{e} \int_{-e}^0 T_s(x, y, t) dy \approx \frac{1}{2} [T_s(x, 0, t) + T_s(x, -e, t)] - \frac{e}{12} \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (5)$$

The average heat flux is approximated as:

$$\int_{-e}^0 \frac{\partial T_s(x, y, t)}{\partial y} dy \cong [T_s(x, 0, t) - T_s(x, -e, t)] \approx \frac{e}{2} \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (6)$$

An expression for the temperature at $y = -e$, to be eliminated, is thus obtained:

$$T_s(x, -e, t) = 2T_{av}(x, t) - T_s(x, 0, t) + \frac{e}{6} \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (7a)$$

This expression is substituted into the average heat flux expression, eq.(6), providing:

$$\left[T_s(x, 0, t) - \left(2T_{av}(x, t) - T_s(x, 0, t) + \frac{e}{6} \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{y=0} \right) \right] = \frac{e}{2} \left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (7b)$$

Then, the interface condition, eq.(2f), is recalled, yielding:

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{3}{e} [T_f(x, 0, t) - T_{av}(x, t)] \quad (7c)$$

and the interface condition, eq.(2g), is now reformulated as:

$$-k_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial y} \right|_{y=0} = \phi(x,t) - \frac{3k_s}{e} [T_f(x,0,t) - T_{av}(x,t)] \quad (8)$$

Clearly, according to the expression above, the boundary condition for the fluid at $y=0$ was reformulated as a third kind boundary condition that includes the participation of the wall through its averaged temperature. When the interface temperature, $T_f(x,0,t)$, and the average solid temperature, $T_{av}(x,t)$, have the same value, the wall does not participate and the conventional second kind boundary condition for an imposed heat flux is recovered.

The energy equation for the solid is now reformulated by taking the average on the transversal direction, operating with $\frac{1}{e} \int_{-e}^0 dy$, to yield:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{av}(x,t)}{\partial t} &= \alpha_s \frac{\partial^2 T_{av}(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\alpha_s}{e} \int_{-e}^0 \frac{\partial^2 T_s(x,y,t)}{\partial y^2} dy \\ &= \alpha_s \frac{\partial^2 T_{av}(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\alpha_s}{e} \left[\left. \frac{\partial T_s(x,y,t)}{\partial y} \right|_{y=0} - \left. \frac{\partial T_s(x,y,t)}{\partial y} \right|_{y=-e} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

We can then eliminate the derivative at $y=0$ and at $y=-e$ by applying the interface conditions, (2g, 2h):

$$\frac{\partial T_{av}(x,t)}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T_{av}(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\alpha_s}{ek_s} \left[k_f \left. \frac{\partial T_f(x,y,t)}{\partial y} \right|_{y=0} + \phi(x,t) \right] \quad (10)$$

or, by recalling the reformulated fluid boundary condition:

$$\frac{\partial T_{av}(x,t)}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T_{av}(x,t)}{\partial x^2} - \frac{3\alpha_s}{e^2} [T_{av}(x,t) - T_f(x,0,t)] \quad (11a)$$

This equation is followed by the also averaged initial and boundary conditions as:

$$T_{av}(x,0) = T_\infty \quad (11b)$$

$$\left. \frac{\partial T_{av}(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial T_{av}(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (11c,d)$$

Again, the difference between the average solid temperature and the fluid interface temperature is responsible by the coupling of the two processes along the longitudinal coordinate “ x ”. The problem may now solved in the transversal coordinate for the fluid, by employing the conventional integral method, for instance, and thus reducing the problem to a pair of coupled partial differential equations for $T_f(x,0,t)$ and $T_{av}(x,t)$.

Higher order formulations could be achieved but then the nature of the formulation would somehow change. For instance, by introducing the $H_{1,1}$ approximation also for the average heat flux, the formulation would then incorporate a partial differential equation for the temperature at $y=-e$, which is not entirely eliminated, coupled to the average wall and interface temperatures. At the present contribution we have preferred to obtain a simpler formulation for the conjugated problem as above described.

4. Solution Methodology

The heat transfer problem within the fluid can be represented by the time-dependent semi-integral form of the energy equation, written as:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\delta_i} T_f dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_i} U(T_f - T_\infty) dy = -\alpha_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (12)$$

The solution methodology applied to eq.(12) is here illustrated by the 3th-order polynomial Karman-Pohlhausen approach for the velocity profile and the 2th-order polynomial for the temperature field. Higher order polynomials for the temperature field were here avoided not to introduce the time derivative of the interface temperature in the coefficients determination, which would require one more coupling differential equation. The present orders for the velocity and temperature fields polynomial approximations were selected from the accuracy analysis of the different combinations in the steady-state situation. Thus, the velocity profile is modeled by:

$$U(x, y) = U_{\infty} \left[\frac{3}{2} \frac{y}{\delta(x)} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta(x)} \right)^3 \right] \quad (13)$$

With the related boundary conditions given by Eqs. (2e, 2f, and 8), the temperature profile results in:

$$T_f(x, y, t) = T_{\infty} + \frac{(y - \delta_t(x, t))^2 (e \phi(x, t) + 3k_s(T_{av}(x, t) - T_{\infty}))}{\delta_t(x, t)(2e k_f + 3k_s \delta_t(x, t))} \quad (14a)$$

and for the interface temperature

$$T_f(x, 0, t) = T_{\infty} + \frac{\delta_t(x, t)(e \phi(x, t) + 3k_s(T_{av}(x, t) - T_{\infty}))}{(2e k_f + 3k_s \delta_t(x, t))} \quad (14b)$$

Substitution of the polynomial approximations, eqs.(13, 14a), into the integral form of the boundary layer equation, eq.(12), yields the partial differential equation for the thermal boundary layer thickness, $\delta_t(x, t)$, as a function of the longitudinal coordinate and the time variable, coupled to the average wall temperature. All of the steps in the derivation of the solution methodology were accomplished by making use of symbolic computation, as made possible by the *Mathematica* system (Wolfram, 1999). As an illustration of the symbolic computation procedure, we reproduce below the obtained partial differential equation that governs the thermal boundary layer thickness, with the time derivative provided in explicit form:

$$\begin{aligned} \delta t^{(0,1)} [x, t] = & \left(3 (2 e k_f + 3 k_s \delta t [x, t])^2 \left(\frac{6 \alpha_f (e \phi [x, t] + 3 k_s (-T_{\infty} + T_{av} [x, t]))}{6 e k_f + 9 k_s \delta t [x, t]} - \right. \right. \\ & \frac{\delta t [x, t]^2 (e \phi^{(0,1)} [x, t] + 3 k_s T_{av}^{(0,1)} [x, t])}{6 e k_f + 9 k_s \delta t [x, t]} - \\ & (u_{\infty} \delta t [x, t]^2 (3 \delta t [x, t] (2 e k_f + 3 k_s \delta t [x, t]) (-15 \delta [x]^2 + \delta t [x, t]^2) \\ & (e \phi [x, t] + 3 k_s (-T_{\infty} + T_{av} [x, t])) \delta' [x] - 3 k_s \delta [x] \delta t [x, t] \\ & (-15 \delta [x]^2 + \delta t [x, t]^2) (-e \phi [x, t] + 3 k_s (T_{\infty} - T_{av} [x, t])) \delta t^{(1,0)} [x, t] + \\ & 3 \delta [x] (2 e k_f + 3 k_s \delta t [x, t]) (-15 \delta [x]^2 + \delta t [x, t]^2) \\ & (-e \phi [x, t] + 3 k_s (T_{\infty} - T_{av} [x, t])) \delta t^{(1,0)} [x, t] + \\ & \delta [x] \delta t [x, t] (2 e k_f + 3 k_s \delta t [x, t]) (-e \phi [x, t] + 3 k_s (T_{\infty} - T_{av} [x, t])) \\ & (-30 \delta [x] \delta' [x] + 2 \delta t [x, t] \delta t^{(1,0)} [x, t]) + \\ & \delta [x] \delta t [x, t] (2 e k_f + 3 k_s \delta t [x, t]) (15 \delta [x]^2 - \delta t [x, t]^2) \\ & \left. \left. (e \phi^{(1,0)} [x, t] + 3 k_s T_{av}^{(1,0)} [x, t]) \right) \right) / \\ & (120 \delta [x]^4 (2 e k_f + 3 k_s \delta t [x, t])^2) \Big) / (\delta t [x, t] \\ & (4 e k_f + 3 k_s \delta t [x, t]) (e \phi [x, t] + 3 k_s (-T_{\infty} + T_{av} [x, t]))) \end{aligned}$$

The energy equation for the transversally averaged solid temperature is then symbolically prepared, together with the corresponding boundary and initial conditions:

$$\begin{aligned} \frac{T_{av}^{(0,1)} [x, t]}{\alpha_s} = & \\ & 3 \left(-T_{\infty} - \frac{\delta t [x, t] (e \phi [x, t] - 3 k_s (T_{\infty} - T_{av} [x, t]))}{2 e k_f + 3 k_s \delta t [x, t]} + T_{av} [x, t] \right) \\ & - \frac{\quad}{e^2} + T_{av}^{(2,0)} [x, t] \end{aligned}$$

Non-zero values for the boundary conditions might be required, due to the singularity at the plate edge or at the starting length. Therefore, once the above coupled equations for the thermal boundary layer thickness and average solid temperature are numerically solved, we can readily compute the wall and fluid temperatures. Those equations were solved by making use of the routine **NDSolve** of the *Mathematica* system, and interpolated expressions for the thermal boundary layer thickness and for the average solid temperature are then automatically offered by the routine, allowing for their computation at any requested position x and time t .

5. Results and Discussion

Following the symbolic derivation through the *Mathematica* system (Wolfram, 1999), numerical computations are performed within this integrated platform. The presently constructed notebook is an extension of a previous one for transient external convection without the wall conjugation (Lachi *et al.*, 2006), where a thorough validation and numerical analysis of the **NDSolve** solution of the thermal boundary layer thickness is provided. Here we shall concentrate on the study of the wall conjugation effects and the errors involved in the approximate formulation that has been proposed. We have considered the analysis of four specific cases with wall participation for two different materials (Norcoat and PVC), provided by the pertinent data in Table 1, having air at ambient temperature as the cooling fluid and with a step change in time on the uniform heat flux applied at the interface. The common parameters in all five cases are given by $T_\infty=20$ C, $U_\infty=1$ m/s, $L=0.1$ m, $\phi=100$ W/m².

Table 1 – Selected test cases and governing parameters
(Air, $T_\infty=20$ C, $U_\infty=1$ m/s, $L=0.1$ m, $\phi=100$ W/m²)

CASE	Material	e (m)	k (W/m C)	α (m/s ²)
1	Norcoat	0.007	0.12	$1.67 \cdot 10^{-4}$
2	Norcoat	0.002	0.12	$1.67 \cdot 10^{-4}$
3	Norcoat	0.012	0.12	$1.67 \cdot 10^{-4}$
4	PVC	0.012	0.15	$0.11 \cdot 10^{-6}$

For the validation of the CIEA reformulation, we have also implemented the two-dimensional solution of the wall heat conduction problem by employing the same routine **NDSolve**, and using the interface temperature obtained by the conjugated problem solution as the boundary condition. Then, the computation of the average temperature distribution from the two-dimensional solution provides a direct comparison with the same quantity in the one-dimensional lumped-differential formulation. Table 2 presents an illustration of the deviations between the two values of the transversally averaged wall temperature for the case of a Norcoat wall (case 1) with a 7 mm thickness. For different longitudinal positions and time values, the two dimensional and the improved lumped-differential formulations agree to at least three significant digits, fairly uniformly within the entire domain.

Table 2 – Comparison of average wall temperatures, $T_{av}(x,t)$, for lumped-differential (1D) and two-dimensional (2D) formulations (case 1).

t [s]	0.25		0.5		0.75		1.0	
x [m]	Tav 1D	Tav 2D	Tav 1D	Tav 2D	Tav 1D	Tav 2D	Tav 1D	Tav 2D
0.01	22.159	22.172	23.122	23.144	23.563	23.575	23.765	23.770
0.02	22.549	22.556	23.878	23.903	24.536	24.553	24.855	24.864
0.04	22.860	22.856	24.752	24.776	25.882	25.903	26.513	26.527
0.05	22.925	22.918	24.985	25.007	26.312	26.332	27.105	27.119
0.06	22.967	22.958	25.148	25.168	26.634	26.654	27.578	27.594
0.08	23.018	23.007	25.357	25.375	27.076	27.095	28.274	28.291
0.1	23.045	23.029	25.469	25.478	27.323	27.329	28.684	28.684

Similar comparisons were constructed for the other two cases of the norcoat wall, and as an example we compare the three cases in Table 3 for the average temperatures at the time $t=1.0$ s. All three situations provided demonstrate an excellent agreement between the two formulations, but it can be noticed a slight loss of accuracy of the lumped-differential formulation when the thickness is increased to 12 mm. As for the classical lumped system analysis, the present lumped-differential formulation is expected to present a loss of precision as the temperature gradients in the transversal direction increase, but in fact the CIEA formulation is not as much influenced by the non-uniform distributions as is the classical analysis, since the temperature spatial variations are somehow accounted for by the Hermite formulae for integrals.

Table 3 – Effect of wall thickness on the average wall temperatures, $T_{av}(x,t)$, for lumped-differential (1D) and two-dimensional (2D) formulations (cases 1, 2 and 3), $t=1.0$ s.

CASE	2 (e=2mm)		1 (e=7mm)		3 (e=12mm)	
	Tav 1D	Tav 2D	Tav 1D	Tav 2D	Tav 1D	Tav 2D
0.01	23.796	23.795	23.765	23.770	23.081	23.136
0.02	25.166	25.169	24.855	24.864	23.802	23.851
0.04	27.288	27.291	26.513	26.527	24.842	24.895
0.05	28.154	28.157	27.105	27.119	25.185	25.237
0.06	28.935	28.938	27.578	27.594	25.449	25.501
0.08	30.338	30.341	28.274	28.291	25.827	25.875
0.1	31.478	31.460	28.684	28.684	26.041	26.071

Figure 2 then illustrates the variation of the interface (solid) and the wall average (dashed) temperatures along the plate length, for five different time values ($t=0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ and 1.25 s), from bottom to top. It can be noticed that the high heat transfer coefficients near the plate leading edge can bring the interface temperatures to lower values than the averaged value. Also, as time progresses, the differences between the local and the average values tend to diminish, as the steady-state solution is approached, further favoring the present approximation.

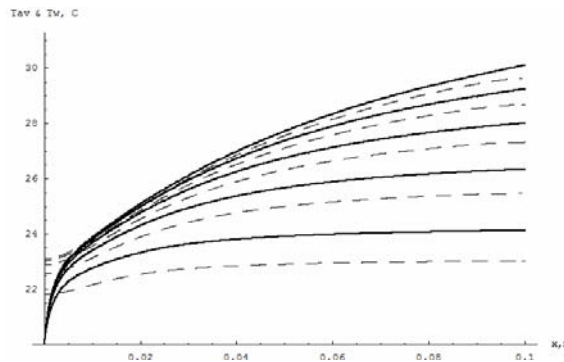


Figure 2 – Average wall (dashed) and interface (solid) temperatures distributions for different times ($t=0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ and 1.25 s, from bottom to top), for the Norcoat wall (case 1)

Figure 3 provides the partition of the interface heat fluxes along the plate length, between the wall and the fluid. Four different time values $t=0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ s are considered, and their respective results are represented within the graph in increasing order with the dash length. Along the plate length, the heat flux to the fluid decreases, following the heat transfer coefficient decrease, while the heat flux to the solid increases for the present uniform energy delivery to the interface. Along time, as the wall temperature transversal gradients tend to be smoother, as observed from Fig.(2), the wall heat fluxes at the interface decrease, while the heat fluxes to the fluid increase. In the early transient, and for larger values of the longitudinal coordinate, the energy partition can even favor the solid, as the heat flux to the wall crosses over the fluid curve.

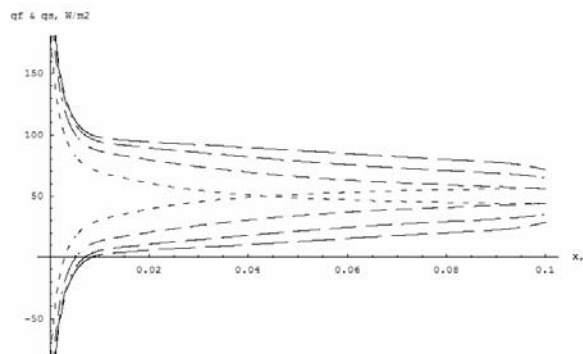


Figure 3 – Heat fluxes distributions at the interface for solid (lower curves) and fluid (upper curves) for different time values ($t=0.25, 0.5, 0.75$ and 1.0 sec), in order of dash length, for the Norcoat wall (case 1).

All the above results were obtained solely from the one-dimensional lumped-differential formulation for the wall, which can only provide information on the average and boundary quantities, temperatures and heat fluxes. However, if the knowledge of the local solid temperature is for any reason essential, the two-dimensional analysis can be approximately accomplished as above suggested for inspection of the average temperature behavior, employing the interface temperature as a boundary condition for the pure heat conduction problem. This allows one to also investigate the local behavior of the wall temperature, as illustrated in Fig. (4). For a fixed position $x=0.05\text{m}$, we show the transversal profiles of both solid and fluid temperatures for different time values ($t=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ and 1.0 s). Clearly, one can observe the reduction with time of the wall temperature gradients at the interface, due to the progressively smoother temperature profiles across the solid, while the increase of the heat fluxes to the fluid are also quite evident from the steeper temperature curves all the way to the steady-state.

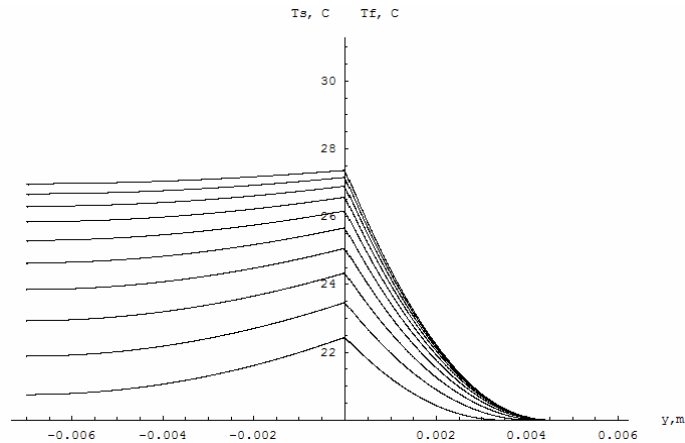


Figure 4 – Local wall (left) and fluid (right) temperatures distributions for different time values ($t=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ and 1.0 s), at $x=0.05$ m, for the Norcoat wall (case 1).

The effect of varying the wall thickness is again analyzed through Fig. (5) and Fig.(6) for the transversal wall and fluid temperature distributions, in comparison with the above mentioned Fig. (4). Figures 5 and 6 are respectively for the transversal temperature profiles with a Norcoat wall of thickness $e=2\text{mm}$ (case 2) and 12 mm (case 3), again at a fixed position $x=0.05\text{m}$ and for the same time values above. It can be noticed that the steady-state is reached sooner for the thinner wall, figure 5, than for the other two situations. In addition, the wall temperature gradients are less pronounced in this case (Fig. (5)) and the interface temperature reaches a larger value. The thicker wall offers a larger thermal resistance and results in more pronounced temperature gradients within the solid and the increased thermal capacitance leads to a slower evolution to the steady-state solution.

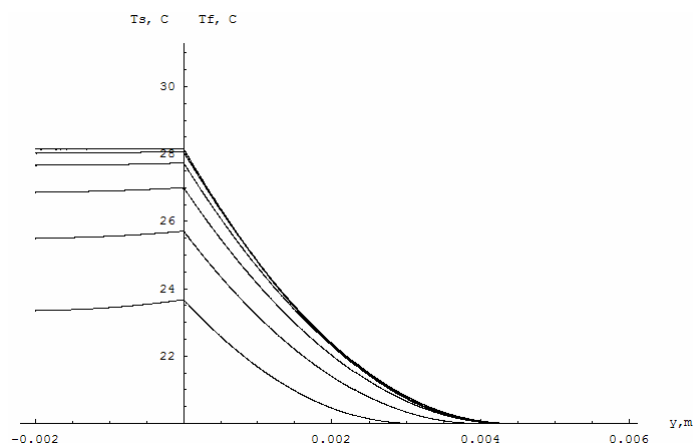


Figure 5 – Local wall (left) and fluid (right) temperatures distributions for different time values ($t=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ and 1.0 s), at $x=0.05$ m, for the Norcoat wall (case 2).

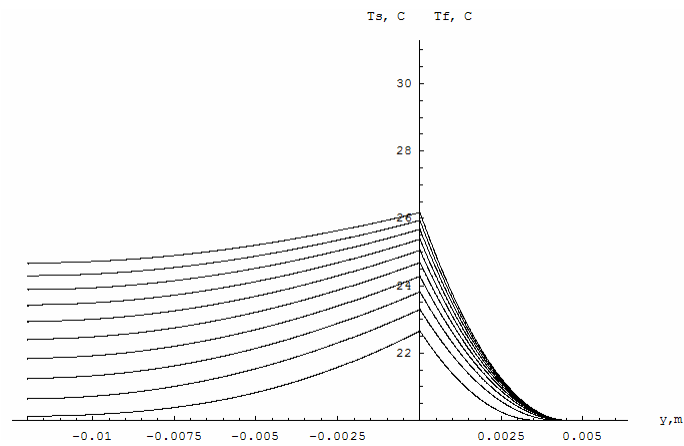


Figure 6 – Local wall (left) and fluid (right) temperatures distributions for different time values ($t=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ and 1.0 s), at $x=0.05$ m, for the Norcoat wall (case 3).

The next figure (Fig 7), illustrates the transversal temperature profiles for a material with a considerably smaller thermal diffusivity, as represented by the PVC wall (case 4), in comparison with the above mentioned Norcoat wall (case 3), both with a 12 mm thickness. Clearly, observing the quite different temperature and time scales employed for this visualization, the temperature distributions are smoother in the Norcoat plate case, and in addition the transients are faster, as expected.

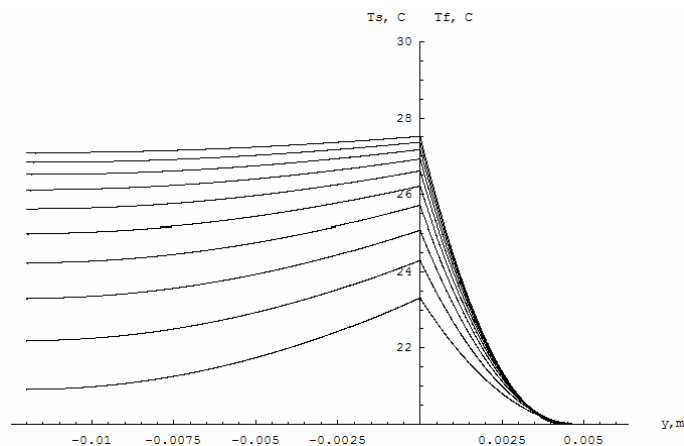


Figure 7– Local wall (left) and fluid (right) temperatures distributions for different time values ($t=360.$ to $3600.s$, intervals of 360 s), at $x=0.05$ m, for the PVC wall (case 4).

6. Conclusions

The problem of transient conjugated conduction-external convection over a flat plate of finite thickness is approximately solved, first by providing an improved lumped-differential formulation for the wall heat conduction problem, thus eliminating the transversal coordinate, and then approximating the fluid temperature by a polynomial according to the classical integral method for boundary layers. Symbolic computation is employed throughout the development of the solution, thus eliminating the cumbersome analysis that in general associated with analytic-type approaches. The resulting coupled partial differential equations for the thermal boundary layer thickness and transversally averaged wall temperature are then numerically solved along the longitudinal coordinate and the time variable, by making use of the routine **NDSolve** of the *Mathematica* system. The approach is first validated against the two-dimensional wall formulation and a few different physical situations are examined, for different materials and slab thicknesses.

The accuracy level achieved by the improved lumped-differential formulation for this class of problems, encourages the use of more accurate solution methodologies for the fluid, as well as the extension of this analysis to more involved situations, including different geometric configurations and boundary conditions variations with space and time.

7. References

- Aparecido, J.B. and Cotta, R.M., 1989, "Improved One-Dimensional Fin Solutions", *Heat Transf. Eng.*, V. 11, no. 1, pp. 49-59.
- Correa, E.J. and Cotta, R.M., 1998, "Enhanced Lumped-Differential Formulations of Diffusion Problems", *Appl. Math. Modeling*, V.22, pp. 137-152.
- Cotta, R.M. and Mikhailov, M.D., 1997, "Heat Conduction: Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation", Wiley-Interscience, New York.
- Faghri, M. and Sparrow, E.M., 1980, "Simultaneous Wall and Fluid Axial Conduction in Laminar Pipe Flow Heat Transfer", *J. Heat Transfer*, V. 102, pp.58-63.
- Fourcher, B. and Mansouri, K., 1998, "Theoretical study of periodic turbulent forced convection inside a parallel plate channel", *Int. J. of Engineering Science*, V. 36, pp. 411-420.
- Guedes, R.O. C., Cotta, R.M. and Brum, N.C.L., 1989, "Conjugated Heat Transfer in Laminar Flow Between Parallel-Plates Channel", *Proc. of the 10th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, X COBEM*, pp. 285-288, Rio de Janeiro, Brazil, December.
- Guedes, R.O.C., Cotta, R.M. and Brum, N.C.L., 1991, "Heat Transfer in Laminar Tube Flow with Wall Axial Conduction Effects", *J. Thermophysics & Heat Transfer*, V. 5, no. 4, pp.508-513.
- Guedes, R.O.C. and Cotta, R.M., 1991, "Periodic Laminar Forced Convection Within Ducts Including Wall Heat Conduction Effects", *Int. J. Eng. Science*, V. 29, no. 5, pp. 535-547.
- Guedes, R.O.C., Ozisik, M.N and Cotta, R.M., 1994, "Conjugated Periodic Turbulent Forced Convection in a Parallel Plate Channel", *J. Heat Transfer*, V. 116, pp. 40-46.
- Kays, W.M. and Crawford, M.E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", McGraw-Hill, New York
- Lachi, M., Polidori, G., Rebay, M. and Padet, J., 1998, "Convection Forcée Instationnaire sur une Plaque soumise a une Perturbation Temporelle de Flux", *Thermique et Environnement, Congrès STF 1998, Société Française de Thermique*, pp.15-19.
- Lachi, M., Mladin, E., Rebay, M. and Padet, J., 2002, "Modélisation du Couplage Conduction-Convection entre un Écoulement et une Plaque Plane, Congrès Français de Thermique", *SFT2002, Vittel*, 3-6 June.
- Lachi, M., Rebay, M., Mladin, E. and Padet, 2003, "Integral Approach of the Transient Coupled Heat Transfer over a Plate Exposed to a Variation in the Input Heat Flux", *ICHMT Int. Symp. Transient Convective Heat and Mass Transfer in Single & Two-Phase Flows*, August, Cesme, Turkey.
- Lachi, M., Padet, J., Rebay, M. and Cotta, R.M., 2004-a, "Numerical Solution for Transient Thermal Interaction Between a Laminar Boundary Layer Flow and a Flat Plate", *Proc. of 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Encit 2004*, Rio de Janeiro, RJ, November-December.
- Lachi, M., Rebay, M., Mladin, E. and Padet, J., 2004-b, "Alternative models for transient convection heat transfer in external flows over a plate exposed to a variable heat flux", *Int. J. Thermal Sciences*, V.43, 809-816.
- Lachi, M., Cotta, R.M., Naveira, C.P. and Padet, J., 2006, "Solution hybride dans l'étude de la convection forcée externe", *Proc. of the Congrès Français de Thermique, SFT 2006, Ile de Ré, France*, May.
- Luikov, A.V., Aleksashenko, V.A. and Aleksashenko, A.A., 1971, "Analytical Methods of Solution of Conjugated Problem in Convective Heat Transfer", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, V. 14, pp. 1047-1056.
- Mansouri, K., Sadaoui, D., and Fourcher, B., 2004, "The effects of inlet temperature frequency on the quasi-steady approach of periodic conjugated heat transfer problem", *Int. J. of Engineering Science*, V. 42, pp. 825-839.
- Mori, S., Sakakibara, M. and Tanimoto, A., 1974, "Steady Heat Transfer to Laminar Flow in a Circular Tube with Conduction in the Tube Wall", *Heat Transfer - Japanese Research*, V. 3, pp.37-46.
- Ozisik, M.N., 1980, "Heat Conduction", Wiley, New York.
- Pagliarini, G., 1988, "Effects of Axial Conduction in the Wall and the Fluid on Conjugated Heat Transfer in Thick-Walled Circular Tubes", *Int. Comm. Heat & Mass Transfer*, V. 15, pp.581-591.
- Petit, D., Dard, J., Degiovanni, A., 1981, "Détermination du coefficient d'échange entre un fluide et une paroi", *Rev. Gén. Therm.* 238, pp. 719-732.
- Polidori, M. Lachi, and J. Padet, 1998, "Unsteady Convective Heat Transfer on a Semi-infinite Flat Surface Impulsively Heated", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, V.25, no.1, pp. 33-42.
- Pozzi, A. and Tognaccini, R., 2000, "Coupling of conduction and convection past an impulsively started semi-infinite plate", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, V. 43, pp. 1121-1131.
- Rebay, M., Lachi, M. and Padet, J., 2002, "Mesure de coefficients de convection par méthode impulsionnelle—influence de la perturbation de la couche limite", *Int. J. of Thermal Sciences*, V. 41, pp. 1161-1175.
- Remy, M., Degiovanni, A., Maillet, D., 1995, "Mesure de coefficient d'échange pour des écoulements à faible vitesse", *Rev. Gén. Therm.* 397, pp. 28-42.
- Schlichting, H., 1968, "Boundary Layer Theory", 6th ed., McGraw-Hill, New York.
- Shah, R.K. and London, A.L., 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, New York.
- Sucec, J., 2002, "Unsteady forced convection with sinusoidal duct wall generation: the conjugate heat transfer problem", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, V. 45, pp. 1631-1642.

- White, F.M., 1974, "Viscous Fluid Flow", McGraw-Hill, New York
- Wijesundera, N.E., 1986, "Laminar Forced Convection in Circular and Flat Ducts with Wall Axial Conduction and External Convection", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, V. 29, no. 5, pp.797-807.
- Wolfram S., 1999, *The Mathematica Book*, 4th ed., Wolfram Media, Cambridge.
- Zariffah, E.K., Soliman, H.M. and Trupp, A.C., 1982, "The Combined Effects of Wall and Fluid Axial Conduction on Laminar Heat Transfer in Circular Tubes", *Proc. of the 7th Int. Heat Transfer Conf.*, V. 9, Canada.

A NUMERICAL PARAMETRIC STUDY OF A CYLINDRICAL NON-TAPERED AXIALLY ROTATING POROUS HEAT PIPE

Luís Edson Saraiva

Universidade de Passo Fundo – Faculdade de Engenharia e Arquitetura – Campus I – Bairro São José – Caixa Postal 611/631 – Passo Fundo – RS – 99001-970
saraiva@upf.br

Kamal Abdel Radi Ismail

Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Mecânica - Cidade Universitária Zeferino Vaz- Rua Mendeleiev, 20 – Caixa Postal 6122 – Campinas – SP - 13083-860
kamal@fem.unicamp.br

Abstract. This paper presents a model for a two-dimensional axially symmetric rotating heat pipe of cylindrical geometry (non-tapered) and having a porous wick. The model is based upon the conservation of mass, momentum and energy equations. The coupled equations are solved simultaneously by using the finite control volume approach and the SIMPLE algorithm. The model and results are validated by comparison with available results. Simulations were realized to investigate the effects of variation of the rotational speed and the heat flux imposed at the evaporator section on the axial, radial and tangential velocity fields, the pressure and the shear stress distributions. The results indicated the presence of reverse flow as a result of high rotational speeds and heat transfer rates and a reduction of the pumping pressure which ultimately can lead to the dry out of the heat pipe.

Keywords.: rotating heat pipe, porous wick

1. Introduction

Heat pipes are heat transfer elements usually designed to transport high heat transfer rates for long distances with small temperature drop and no external pumping work. Rotating heat pipes, (Gray, 1969), are different from the conventional static heat pipes by their rotation around their own axis or an external axis and are mostly used for cooling electric motors, generators, bearings and many other rotating elements such as turbines and truck breaking systems.

A great deal of the reported work is related to conical rotating heat pipes where the axial component of the centrifugal force helps to return the condensate to the evaporator. The pioneer work of Daniels and Al-Jumaily, (1975) on rotating heat pipes, based on Nusselt model of condensation, was followed by a large number of experimental and analytical investigations based upon their work (Daniels and Williams, 1978 and 1979; Daniels and Al-Baharnah, 1978; Marto, 1976 and Li *et al.*, 1993). Later, Ponnappan (1998) showed that the use of Nusselt model of condensation is inadequate for high rotational velocities of the order of 30,000 rpm.

Ismail and Miranda (1997) and Miranda (1989) studied a rotating cylindrical heat pipe with a porous wick and also the case of a rotating wickless heat pipe with conical condenser. They adopted for both cases a two-dimensional model based upon the momentum, energy and mass conservation equations. The authors presented their results of the pressure, velocity and temperature fields in terms of heat transfer rates and the rotational speed. The numerical solution indicated the presence of a region of reverse vapor flow which increased with the increase of the rotational speed. These results were confirmed by Faghri *et al.* (1993) where they solved the vapor region only, and by Harley and Faghri (1995), where they solved the liquid and vapor regions but for a conical heat pipe.

Rotating heat pipes with other geometries were also investigated as the case of a rotating heat pipe with cylindrical stepped wall (Lin, 1991; Lin and Faghri, 1997), constant diameter wickless heat pipe (Lin and Faghri, 1997; Lin and Groll, 1996), finned heat pipes (Marto and Wanniarachchi, 1987; Salinas and Marto, 1991) and miniature heat pipes (Lin and Faghri, 1997).

This paper presents a two dimensional model for the flow and heat transfer in a non tapered rotating heat pipe of plain cylindrical geometry and with a porous wick. The model is based upon the two dimensional equations of conservation of mass, momentum and energy. The equations were solved simultaneously by the finite control volume and the SIMPLE algorithm. The results of the velocity and pressure fields are presented in terms of the rotational speed and heat transfer rates. Extended results can be found in Saraiva (2004).

2. Formulation of the problem

The general geometry of the rotating heat pipe under consideration is shown in Fig. (1). As can be seen, the heat pipe is composed of a plain cylinder fitted with a porous wick, rotating about its own axis, with heat added at one end \dot{q} and removed at the opposite end $-\dot{q}$ while \dot{m}_l and \dot{m}_v denote the liquid and vapor mass flow rates, respectively.

Assuming that the flow is two-dimensional with axial symmetry, steady and compressible in the vapor region and incompressible in the liquid region, with viscous dissipation and constant physical properties, the conservation equations, written for an inertial coordinate system, are shown below. The equations for the porous region were based on the work of Vafai and Tien (1981).

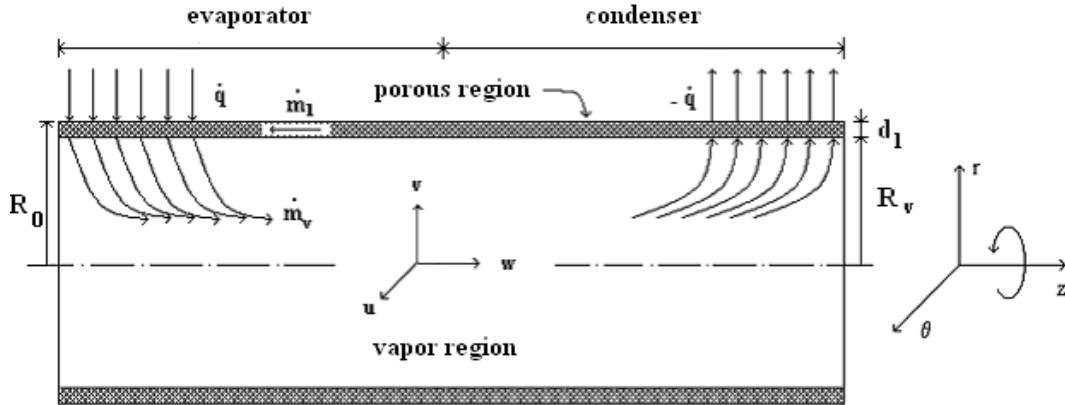


Figure 1. Rotating heat pipe with a porous wick.

2.1. The vapor region

2.1.1. Mass conservation

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_v v_v) + \frac{\partial (\rho_v w_v)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

2.1.2. Momentum along the radial direction

$$\begin{aligned} \rho_v \left(v_v \frac{\partial v_v}{\partial r} - \frac{u_v^2}{r} + w_v \frac{\partial v_v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_v}{\partial r} + \mu_v \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_v) \right) + \frac{\partial^2 v_v}{\partial z^2} \right) \\ + \frac{1}{3} \mu_v \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_v) \right) + \frac{\partial^2 w_v}{\partial z \partial r} \right) + 2 \rho_v \Omega u_v + \rho_v \Omega^2 r \end{aligned} \quad (2)$$

where Ω is the rotational speed.

2.1.3. Momentum along the tangential direction

$$\rho_v \left(v_v \frac{\partial u_v}{\partial r} - \frac{v_v u_v}{r} + w_v \frac{\partial u_v}{\partial z} \right) = \mu_v \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_v) \right) + \frac{\partial^2 u_v}{\partial z^2} \right) - 2 \rho_v \Omega v_v \quad (3)$$

2.1.4. Momentum along the axial direction

$$\rho_v \left(v_v \frac{\partial w_v}{\partial r} + w_v \frac{\partial w_v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_v}{\partial z} + \mu_v \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w_v}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu_v \left(\frac{\partial^2 w_v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_v}{\partial z} + \frac{\partial^2 v_v}{\partial z \partial r} \right) \quad (4)$$

2.1.5. Energy conservation

$$\rho_v c_{p_v} \left(v_v \frac{\partial T_v}{\partial r} + w_v \frac{\partial T_v}{\partial z} \right) = k_v \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_v}{\partial z^2} \right) + v_v \frac{\partial p_v}{\partial r} + u_v \frac{\partial p_v}{\partial z} + \mu \Phi \quad (5)$$

where

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial v_v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v_v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_v}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u_v}{\partial r} - \frac{u_v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_v}{\partial z} + \frac{\partial w_v}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial v_v}{\partial r} + \frac{v_v}{r} + \frac{\partial w_v}{\partial z} \right)^2 \quad (6)$$

2.2. The liquid region

2.2.1. Mass conservation

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_l) + \frac{\partial w_l}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

2.2.2. Momentum along the radial direction

$$\rho_l \left(v_l \frac{\partial v_l}{\partial r} - \frac{u_l^2}{r} + w_l \frac{\partial v_l}{\partial z} \right) = -\varepsilon \frac{\partial p_l}{\partial r} + \mu_l \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_l) \right) + \frac{\partial^2 v_l}{\partial z^2} \right) - \frac{\mu_l \varepsilon}{K} v_l + 2\rho_l \Omega u_l + \rho_l \Omega^2 r \quad (8)$$

where ε is the porosity of the porous region and K is its permeability.

2.2.3. Momentum along the tangential direction

$$\rho_l \left(v_l \frac{\partial u_l}{\partial r} - \frac{v_l u_l}{r} + w_l \frac{\partial u_l}{\partial z} - \frac{\mu_l \varepsilon}{K} u_l - 2\rho_l \Omega v_l \right) = \mu_l \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_l) \right) + \frac{\partial^2 u_l}{\partial z^2} \right) \quad (9)$$

2.2.4. Momentum along the axial direction

$$\rho_l \left(v_l \frac{\partial w_l}{\partial r} + w_l \frac{\partial w_l}{\partial z} \right) = -\varepsilon \frac{\partial p_l}{\partial z} + \mu_l \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w_l}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w_l}{\partial z^2} \right) - \frac{\mu_l \varepsilon}{K} w_l \quad (10)$$

2.2.5. Energy conservation

$$\rho_l c_{p,l} \left(v_l \frac{\partial T_l}{\partial r} + w_l \frac{\partial T_l}{\partial z} \right) = \frac{k_{eff}}{\varepsilon} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_l}{\partial z^2} \right) + v_l \frac{\partial p_l}{\partial r} + u_v \frac{\partial p_l}{\partial z} + \mu_l \Phi \quad (11)$$

where k_{eff} is the effective thermal conductivity of the porous medium and Φ is the viscous dissipation term.

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial v_l}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v_l}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_l}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u_l}{\partial r} - \frac{u_l}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_l}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_l}{\partial z} + \frac{\partial w_l}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial v_l}{\partial r} + \frac{v_l}{r} + \frac{\partial w_l}{\partial z} \right)^2 \quad (12)$$

The coupling between the momentum and energy equations is realized by using the state equation.

2.3. The boundary conditions

At the extremities of the heat pipe, ($z = 0, L$), the no-slip condition is used for the conservation of momentum and mass while the adiabatic condition is used for the energy equation, and the conditions can be written as

$$u_{v,l} = v_{v,l} = w_{v,l} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_{v,l}}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

On the symmetry axis, $r = 0$, the radial and tangential velocities are zero and also the radial gradients of the vapor axial velocity and the temperature

$$u_v = v_v = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial w_v}{\partial r} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial T_v}{\partial r} = 0 \quad (17)$$

To couple the vapor region to the porous region, an energy balance is realized along the liquid-vapor interface, $r = R_v$.

$$v_l(z) = \frac{\dot{q}''(z) + k_v \left. \frac{\partial T_v}{\partial r} \right|_{r=R_v}}{\rho_l \lambda} \quad (18)$$

Where $\dot{q}''(z)$ is the local heat flux density at the interface.

The mass conservation at the interface is realized by a mass balance at $r = R_v$,

$$v_v(z) = \frac{\rho_l v_l(z)}{\rho_v} \varepsilon \quad (19)$$

The no-slip condition along the liquid-vapor interface ($r = R_v$) is written in terms of the tangential and axial components of velocity

$$u_{v,l} = w_{v,l} = 0 \quad (20)$$

Since the phase change takes place without temperatures drop, one can write at $r = R_v$,

$$T_l = T_v \quad (21)$$

that is, the liquid temperature is equal to the saturation temperature at the local vapor pressure.

On the external surface of tube, $r = R_0$, the boundary conditions depend on the axial position along the tube and the mechanism of the local heat transfer. In the present work boundary conditions of the second type are adopted for the evaporator and condenser, respectively

$$k_{ef} \frac{\partial T_l}{\partial r} = \dot{q}'' \quad (22)$$

$$-k_{ef} \frac{\partial T_l}{\partial r} = \dot{q}'' \quad (23)$$

Also, the no-slip condition is imposed on the external surface of the tube ($r = R_0$)

$$u_l = v_l = w_l = 0 \quad (24)$$

3. The numerical treatment

The conservation equations of mass, momentum and energy are solved simultaneously in the vapor and liquid regions by the method of finite control volumes and the SIMPLE algorithm (Patankar, 1980). Numerical tests realized in order to optimize the grid size indicated that 60 control volumes along the axial direction and 17 control volumes along the radial direction are adequate for the vapor region. The grid size for the porous region is found to be 60×5 .

To validate the numerical scheme the results are compared with available results of Faghri et al. (1993) for a rotating heat pipe having an evaporator length of 0.2 m, adiabatic section of 0.6 m, condenser of 0.2 m and diameter

0.02 m, filled with water vapor at 100°C. Figure (2) shows the dimensionless axial velocity for $Re_r = 4$ and different rotational speeds. Figure (3) shows the radial velocity component. As can be seen the results have the same general tendencies, and are in good agreement over the whole range of rotational speeds.

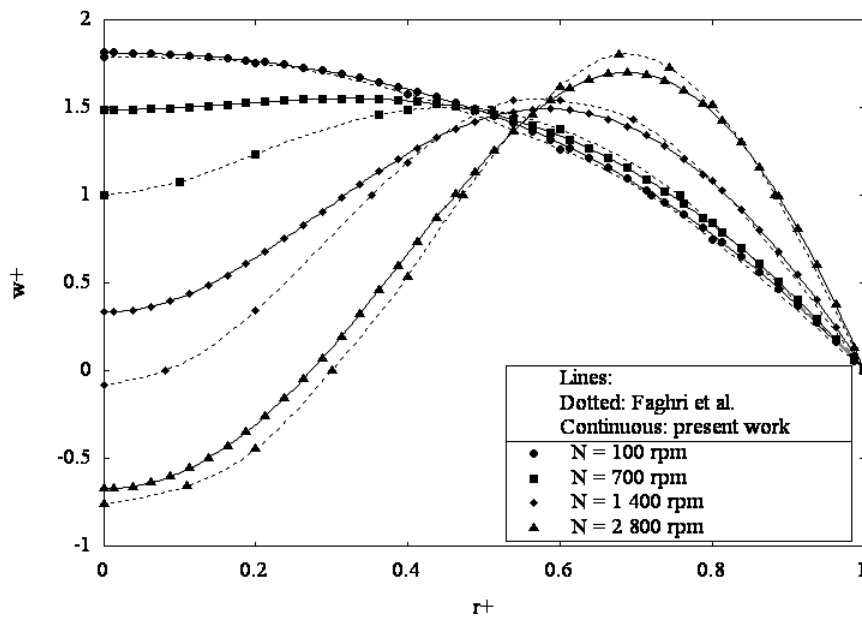


Figure 2. Comparison between the predicted normalized axial velocity at mid point of the evaporator and the results of Faghri et al. (1993).

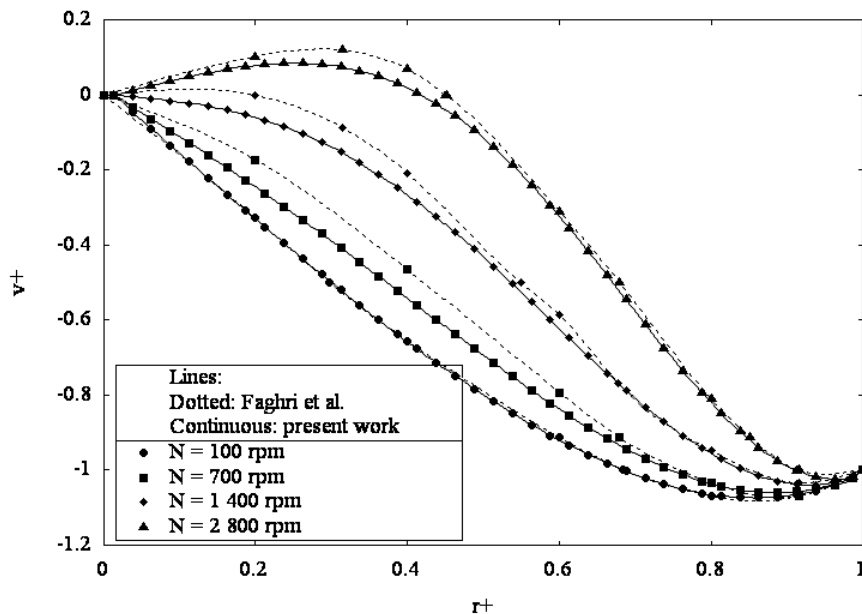


Figure 3. Comparison between the predicted normalized radial velocity at mid point of the evaporator and the results of Faghri et al. (1993).

4. Results and discussion

The numerical simulations were realized for a heat pipe having total length of 1.0 m divided equally between the evaporator and condenser with no adiabatic section and having a porous wick of sintered bronze particles of diameters of 6.83×10^{-4} m, wick thickness of 7.3×10^{-3} m and having water as a working fluid.

The effects of the rotational speed on the axial velocity profiles in the vapor region are shown in Fig. (4). As can be seen the rotational speed moves the region of maximum velocity from the tube center towards the interface near the wall region. Also one can observe the presence of reverse flow which increases with of the rotational speed.

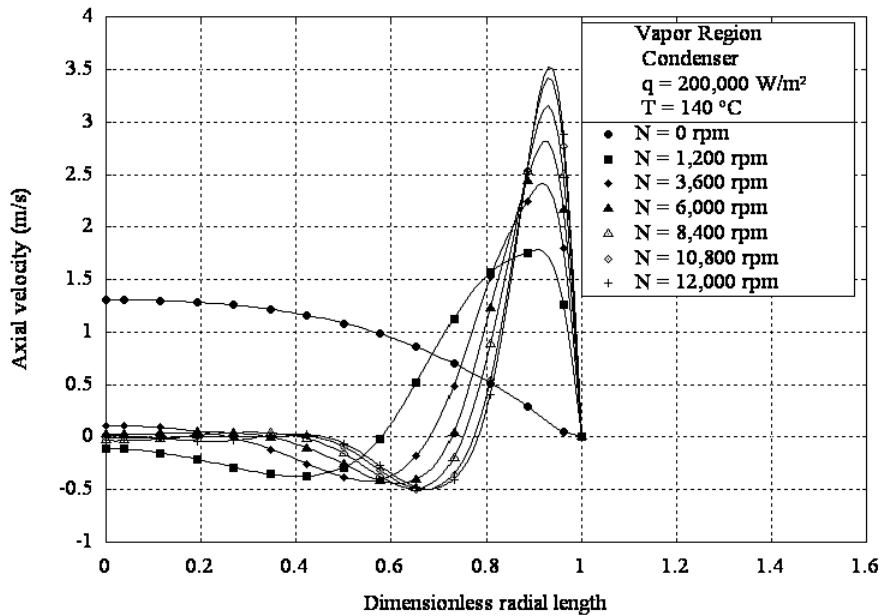


Figure 4. Axial velocity profiles along the radial direction, in the vapor region, at mid point of the condenser, as a function of rotational speed.

The axial velocity in the porous region is fairly sensitive to the variations in the rotational speed as can be deduced from comparing Fig. (5) and Fig. (6). One can observe that the increase of the rotational speed leads to increasing the velocities near the liquid-vapor interface and reducing their values near the wall region. This is because the mass exchange is mainly occurring at the interface while near the wall region the centrifugal force is relatively large and opposing the liquid movement. The radial and tangential components of the velocity are nearly insensitive to the rotational speed in the porous region and hence their corresponding figures are omitted here.

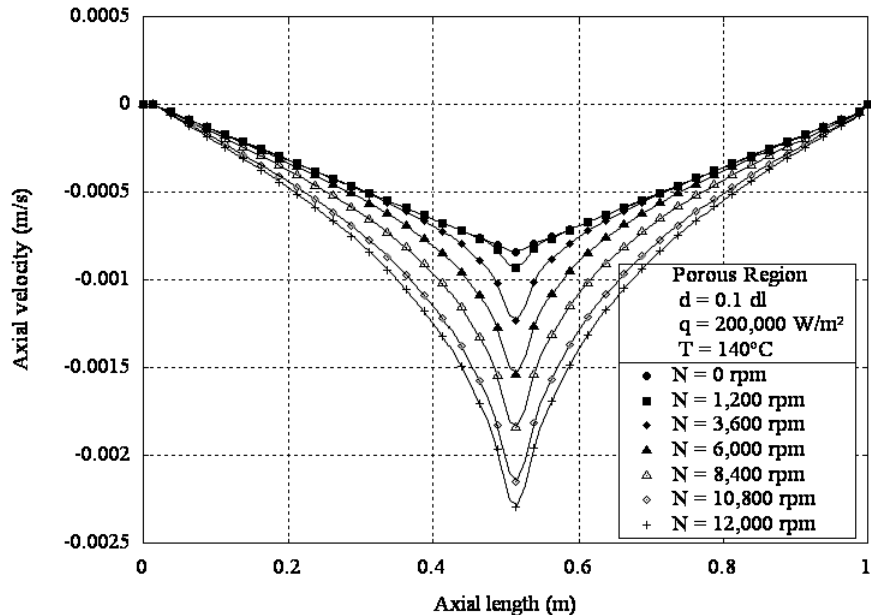


Figure 5. Axial velocity profiles along the axial direction, in the porous region, at a distance from the interface equal to 10% of the porous wick thickness, as a function of rotational speed.

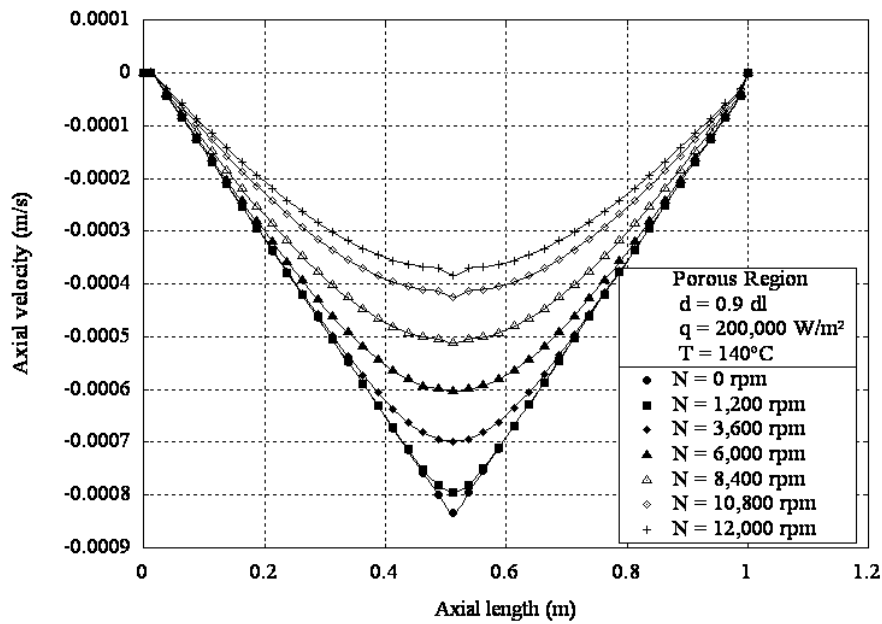


Figure 6. Axial velocity profiles along the axial direction, in the porous region, at a distance from the interface equal to 90% of the porous wick thickness, as a function of rotational speed.

Figure (7) shows the variations of the radial velocity along the tube axis with the rotational speed. The effect of the rotational speed on the direction of the radial velocity can be illustrated by comparing the velocity profiles with those obtained only due to heat transfer ($N = 0$ rpm), showing positive velocities in the evaporator. Similar results, just with negative velocities in the condenser, are omitted here for brevity.

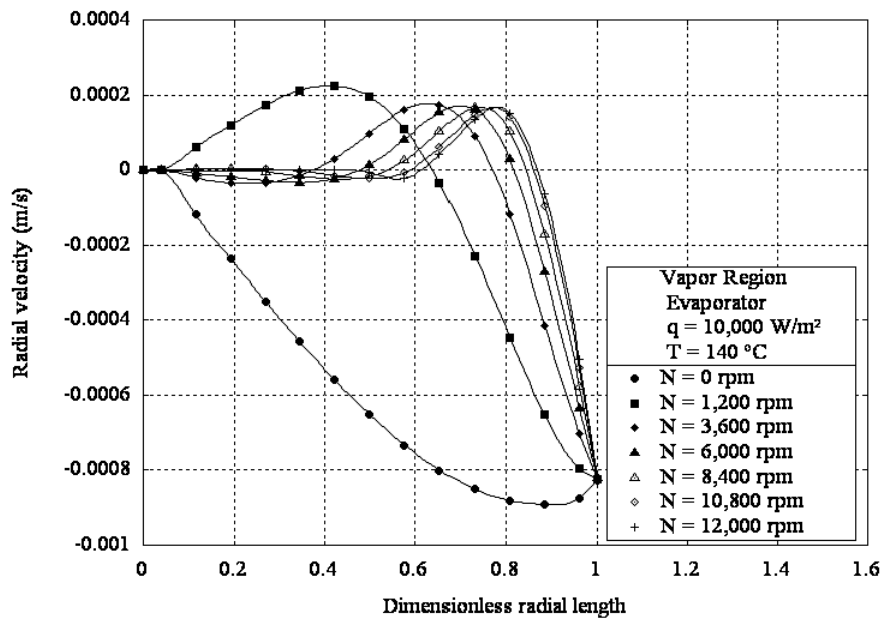


Figure 7. Radial velocity profiles along the radial direction, in the vapor region, at mid point of the evaporator, as a function of rotational speed.

The tangential velocity in the vapor region is strongly affected by the rotational speed as can be deduced from the comparison with the case of $N = 0$ rpm in Fig. (8). As can be seen the effect of increasing the rotational speed is to increase the tangential velocity and displace the region of maximum velocity towards the wall region as a result of the centrifugal forces. Similar results can be found in the case of the condenser, and are omitted here for brevity.

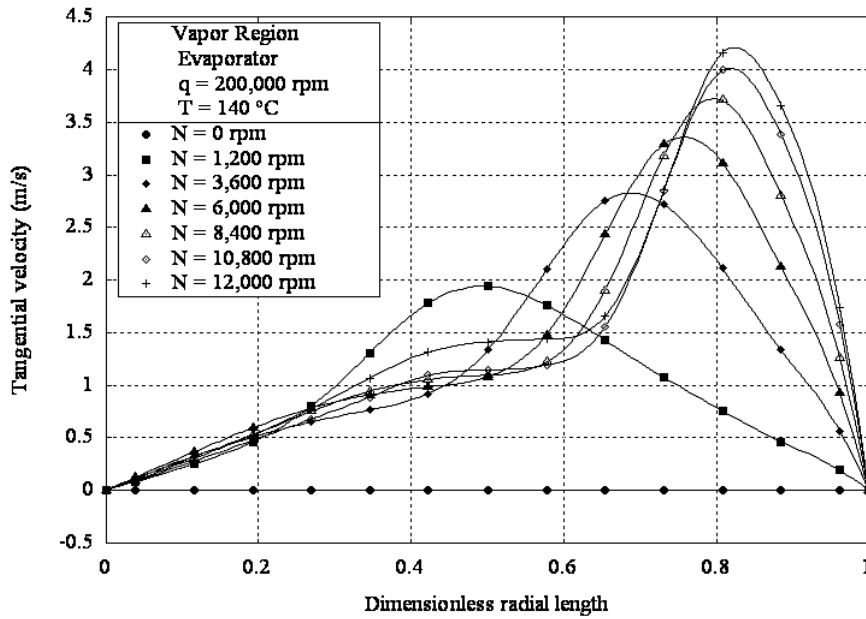


Figure 8. Tangential velocity profiles along the radial direction, in the vapor region, at mid point of the evaporator, as a function of rotational speed.

If one defines the excess pressure term representing as the difference between the maximum capillary pressure and the difference of the local pressure at the interface, this term can be written as

$$p_{ex}(z) = \frac{2\sigma}{r_c} - (p_v(z) - p_l(z)) \tag{25}$$

Figure (9) shows that the increase of the rotational speed reduces the excess pressure, due to the dominant effect of the centrifugal force on the liquid region because of its higher density in relation to the vapor. As a possible consequence, an eventual excess pressure dropping to zero could prevent the liquid return, leading to drying out the heat pipe.

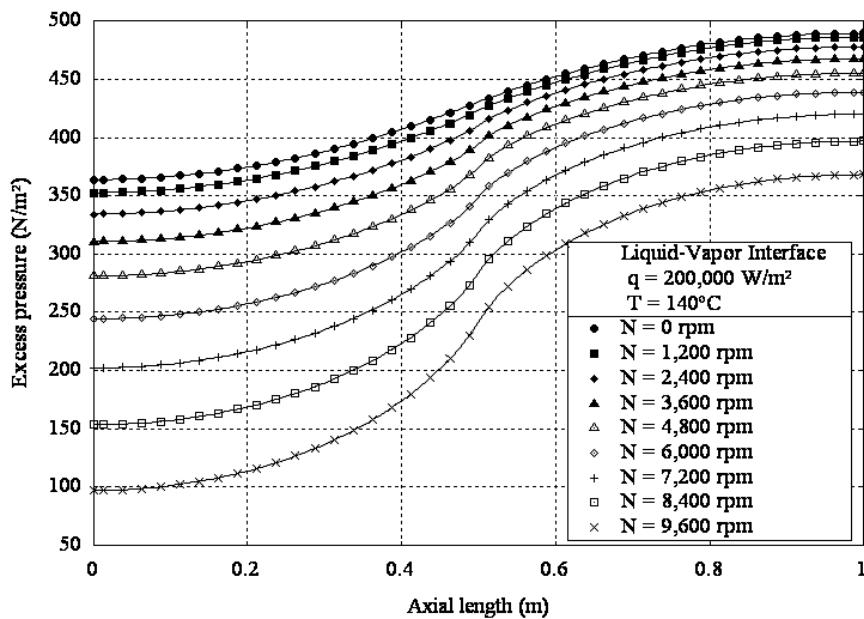


Figure 9. Excess pressure profiles along the axial axis, on the liquid-vapor interface, as a function of rotational speed.

The shear stress at the liquid-vapor interface in the $r\theta$ plane can be written as

$$\tau_{r\theta} = \mu_v \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_v}{r} \right) \right]_{r=R_v} \quad (26)$$

Figure (10) shows the increase of the shear stress $\tau_{r\theta}$ with the increase of the rotational speed. A negative value of the shear stress means that the tangential velocity of the vapor is greater than the tangential velocity at the interface.

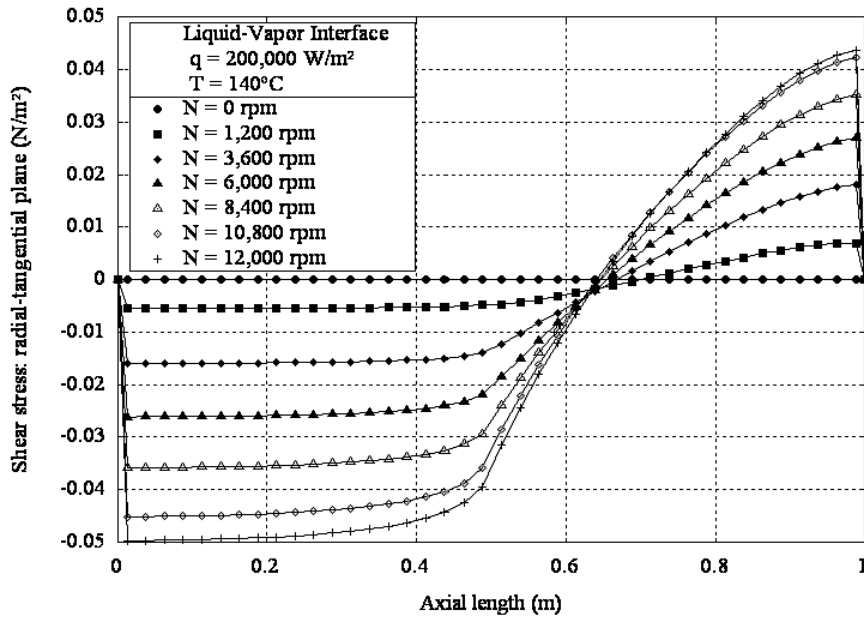


Figure 10. Shear stress profiles along the axial axis, contained in a $r\theta$ plane, on the liquid-vapor interface, as a function of rotational speed.

The shear stress at the interface in the rz plane can be written as

$$\tau_{rz} = \mu_v \left(\frac{\partial w_v}{\partial r} \right)_{r=R_v} \quad (27)$$

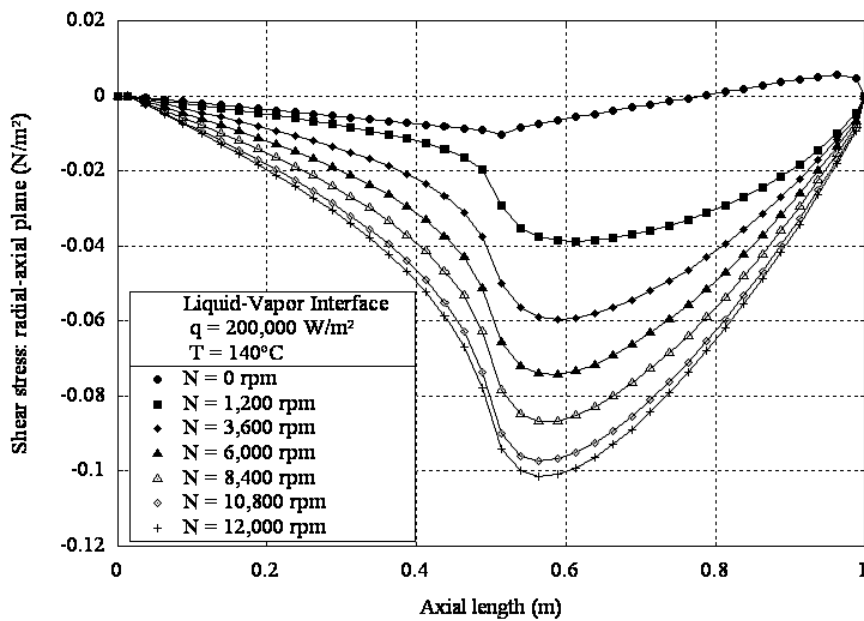


Figure 11. Shear stress profiles along the axial axis, contained in a rz plane, on the liquid-vapor interface, as a function of rotational speed.

Figure (11) shows that the shear stress in the rz plane increases with the increase of the rotational speed, which is in agreement with the fact that high axial velocities occur near the interface. Negative values of the shear stress indicate that the vapor axial velocity is greater than the axial velocity at the interface (obeying the no-slip condition).

Figures (12), Fig. (13) and Fig. (14) show the effects of the heat transfer rate on the axial, radial and tangential velocities, respectively. As can be seen, the increase of the heat transfer rate leads to increasing the axial and radial velocity in the condenser and the evaporator as in Fig. (12) and Fig. (13). A similar increase can be seen in the tangential velocity profile as in Fig. (14).

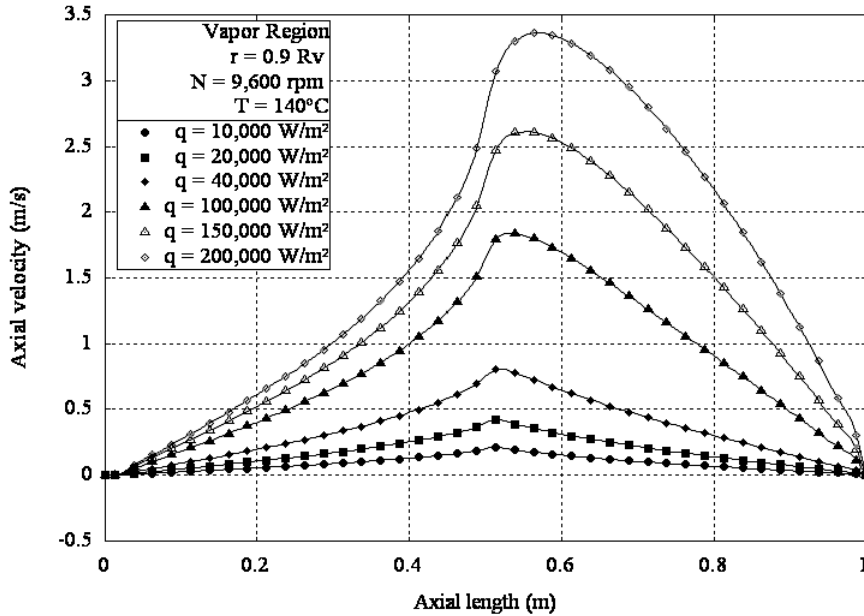


Figure 12. Axial velocity profiles along the axial axis, in the vapor region, at a radius equal to 90% of the vapor medium radius, as a function of heat transfer rates imposed to the evaporator of the heat pipe.

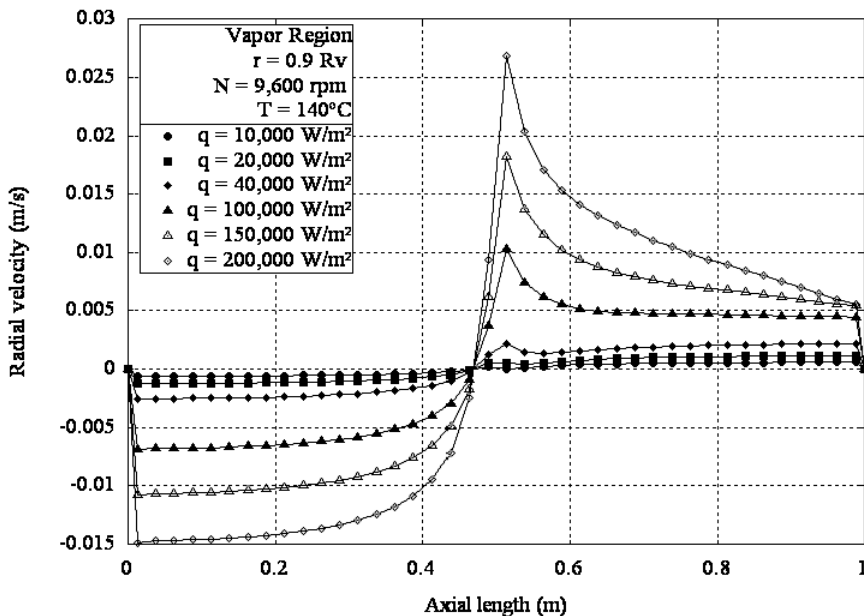


Figure 13. Radial velocity profiles along the axial axis, in the vapor region, at a radius equal to 90% of the vapor medium radius, as a function of heat transfer rates imposed to the evaporator of the heat pipe.

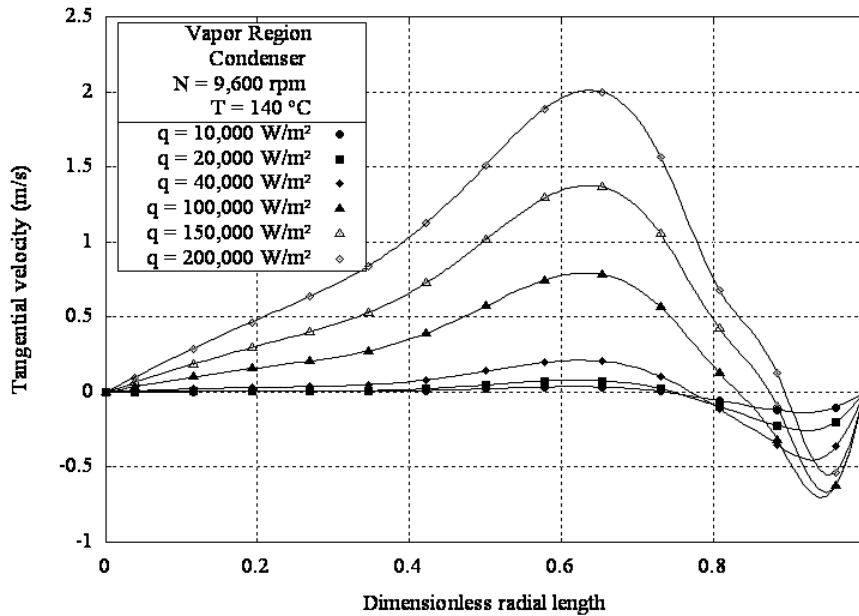


Figure 14. Tangential velocity profiles along the radial axis, in the vapor region, at mid point of the condenser, as a function of heat transfer rates imposed to the evaporator of the heat pipe.

Since the vapor circulation is from the evaporator to the condenser and the liquid circulations is in the opposite direction, the difference $p_v(z) - p_l(z)$, Eq. (25), is greater in the evaporator than in the condenser, implying smaller excess pressures in the first and bigger in the last. Also, greater heat transfer rates require greater fluid circulation and hence bigger pressure difference between the evaporator and the condenser, in both, the vapor and porous regions. The effects of heat transfer rate on the excess pressure (p_{ex}), defined by Eq. (25), are shown in Fig. (14).

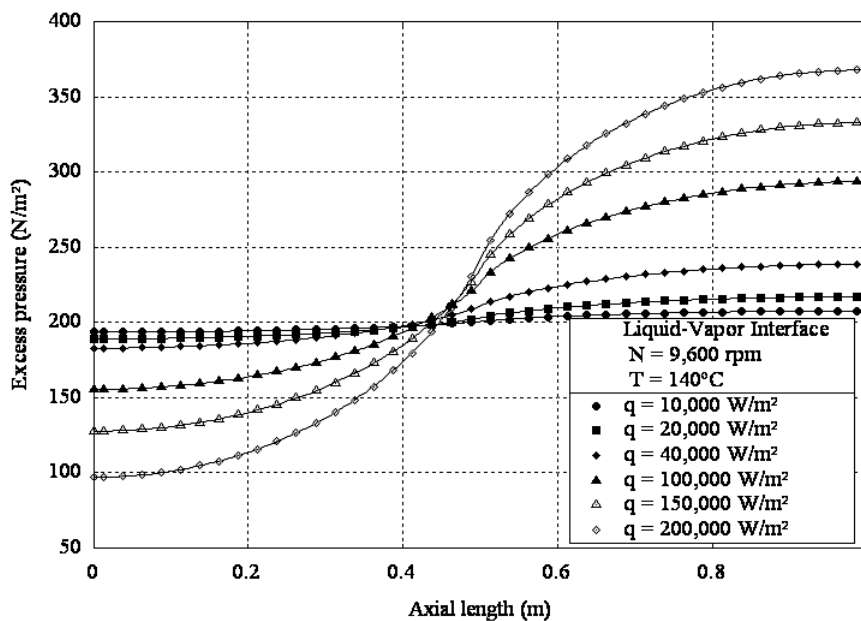


Figure 15. Excess pressure profiles along the axial axis, on the liquid-vapor interface, as a function of heat transfer rates imposed to the evaporator of the heat pipe.

5. Conclusions

This paper presents the results of a two-dimensional axisymmetric model for a rotating heat pipe of cylindrical geometry with a porous wick. The validation of the model is realized by comparison with available results. A parametric study is realized to investigate the effects of the rotational speed and the heat transfer rate on the radial, axial and tangential velocities, the pressure and shear stress distributions. It was found that under certain rotational velocity

conditions, reverse flow could occur. Also, excess pressure at the liquid-vapor interface is sensitive to the rotational speeds as much as to heat transfer rates and its decrease to zero can prevent the liquid return. These conditions can lead to drying out the heat pipe.

6. References

- Daniels, T.C. and Al-Jumaily, F.K., 1975, "Investigations of the Factors Affecting the Performance of a Rotating Heat Pipe", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 961-973.
- Daniels, T.C. and Al-Baharnah, N.S., 1978, "Temperature and Heat Load Distribution in Rotating Heat Pipes", *Proceedings of the International Heat Pipe Conference*, Vol. 3, pp.170-176.
- Daniels, T.C. and Williams, R.J., 1978, "Experimental Temperature Distribution and Heat Load Characteristics of Rotating Heat Pipes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 193-201.
- Daniels, T.C. and Williams, R.J., 1979, "The Effect of External Boundary Conditions on Condensation Heat Transfer in Rotating Heat Pipes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 22, pp. 1237-1241.
- Faghri, A., Gogineni, S. and Thomas, S., 1993, "Vapor Flow Analysis of an Axially Rotating Heat Pipe", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 9, pp. 2293-2303.
- Gray, V.H., 1969, "The Rotating Heat Pipe; a Wickless, Hollow Shaft for Transferring High Heat Fluxes", *Proceedings of the ASME/AIChE Heat Transfer Conference*, Minneapolis, pp. 1-5.
- Harley, C. and Faghri, A., 1995, "Two-dimensional Rotating Heat Pipe Analysis", *Journal of Heat Transfer-Transactions of the ASME*, Vol. 117, pp. 202-208.
- Ismail, K.A.R. and Miranda, R.F., 1997, "Two-dimensional Axisymmetrical Model for a Rotating Porous Wicked Heat Pipe", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 17, No. 2, pp. 135-155.
- Li, H.M., Liu, C.Y. and Damodaran, M., 1993, "Analytical Study of the Flow and Heat Transfer in a Rotating Heat Pipe", *Heat Recovery Systems & CHP*, Vol. 13, No. 2, pp. 115-122.
- Lin, L. and Faghri, A., 1997, "Heat Transfer Analysis of Stratified Flow in Rotating Heat Pipes with Cylindrical and Stepped Walls", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, No. 18, pp. 4393-4404.
- Lin, L. and Faghri, A., 1997, "Steady-State Performance of a Rotating Miniature Heat Pipe", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 11, No. 4, pp.513-518.
- Lin, L. and Groll, M., 1996, "Critical Conditions for Collapse of Annular Flow in a Rotating Heat Pipe with a Cylindrical Wall", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 29-34.
- Lin, L., 1991, "Cellular Flow in a Rotating Heat Pipe with Stepped Wall", *Heat Recovery Systems & CHP*, Vol. 11, No. 1, pp. 63-68.
- Marto, P.J. and Wanniarachchi, A.S., 1987, "Influence of Internal Axial Fins on Condensation Heat Transfer in Co-axial Rotating Heat Pipes, in: W.-J. Yang, *Heat Transfer and Fluid Flow in Rotating Machinery*, Hemisphere Publishing Co.
- Marto, P.J., 1976, "Performance Characteristics of Rotating, Wickless Heat Pipes, *Proceedings of the International Heat Pipe Conference*, Vol. 2, pp. 281-291.
- Miranda, R. F., 1989, "Desenvolvimento de um Modelo Matemático para a Análise Local do Desempenho de Tubos de Calor com Rotação em seu Eixo Axial", PhD thesis, University of Campinas, Brazil.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, 197 p.
- Ponnappan, R. and He, Q., 1998, "Test Results of Water and Methanol High-Speed Rotating Heat Pipes", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 12, pp. 391-397.
- Salinas, D. and Marto, P.J., 1991, "Analysis of an Internally Finned Rotating Heat Pipe", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 19, pp. 255-275.
- Saraiva, L. E., 2004, "Simulação Numérica para Análise Local e Global do Desempenho de Tubos de Calor Rotativos com Estrutura Porosa", PhD thesis, University of Campinas, Brazil.
- Vafai, K. and Tien, C.L., 1981, "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 195-203.

A NUMERICAL STUDY ON A CYLINDRICAL NON-TAPERED AXIALLY ROTATING HEAT PIPE WITH POROUS MEDIUM IN TERMS OF ITS OPERATIONAL LIMITS

Luís Edson Saraiva

Universidade de Passo Fundo – Faculdade de Engenharia e Arquitetura – Campus I – Bairro São José – Caixa Postal 611/631 – Passo Fundo – RS – 99001-970
saraiva@upf.br

Kamal Abdel Radi Ismail

Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Mecânica - Cidade Universitária Zeferino Vaz- Rua Mendeleiev, 20 – Caixa Postal 6122 – Campinas – SP - 13083-860
kamal@fem.unicamp.br

Abstract. *This paper treats a two-dimensional model for the heat pipe rotating about its own axis. The heat pipe is internally and externally cylindrical with constant diameter and porous wick. The model is based upon the conservation equation of mass, momentum and energy. The vapor and liquid regions are solved as a coupled problem by the finite volume control method and the SIMPLE algorithm. Numerical simulations were performed varying the rotational speed and the heat transfer rate at the evaporator side. The results were plotted in terms of dimensionless parameters related to the operational limits of the heat pipe, to help design and dimensioning of heat pipes.*

Keywords: *rotating heat pipe, porous wick, operation limits.*

1. Introduction

Heat pipes are thermal equipments designed to transfer high heat fluxes over long distances with small temperature drop and without any external pumping work. This is achieved by using the latent heat of phase change of a suitable working fluid.

One type of heat pipe is called rotating heat pipe where the heat pipe rotates around its own axis, (Gray, 1969). Externally cylindrical rotating heat pipes are used in applications such as cooling of electric motors and generators, bearings and many other rotating machine elements. Disc type rotating heat pipes are used for cooling turbines and breaking drums.

Rotating heat pipes with conical internal geometry generate an axial component of the centrifugal force, which impels the fluid to return to the evaporator. Details of such systems can be found in references as (Daniels and Al-Jumaily, 1975; Daniels and Al-Baharnah, 1978; Daniels and Williams, 1978 and 1979; Li *et al.*, 1993; Ponnappan and He, 1998).

A rotating cylindrical heat pipe with a porous wick was studied by Miranda (1989) and Ismail and Miranda (1997). Their model is based upon the conservation equations of mass, momentum and energy for the liquid and vapor regions. These equations were solved by the finite difference technique and the finite volume method by using the SIMPLE algorithm. It was found that the increase of rotational speed beyond a certain critical value led to reversing the flow in the vapor region. This was found to occupy more and more of the vapor region with the increase of the rotational speed. These findings were later confirmed by Faghri *et al.* (1993) where they solved only the vapor region and Harley and Faghri (1995) where they solved numerically the flow problem in the liquid and vapor regions.

The present paper presents the results of a numerical simulation realized on a rotating heat pipe of internal and external constant diameter cylindrical geometry with a porous wick. The simulation of the rotating heat pipe is based upon the numerical solution of the conservation equations of mass, momentum and energy in the liquid and vapor regions. The results are presented in terms of dimensionless parameters in order to generalize the results and turn them useful for sizing and design of rotating heat pipe. Additional results can be found in Saraiva (2004).

2. Formulation of the problem

Figure (1) shows the physical model of the rotating heat pipe under study, where the heat flux \dot{q} is applied to the evaporator and a similar heat flux $-\dot{q}$ is removed at the condenser. The vapor and liquid mass fluxes are \dot{m}_v and \dot{m}_l , respectively.

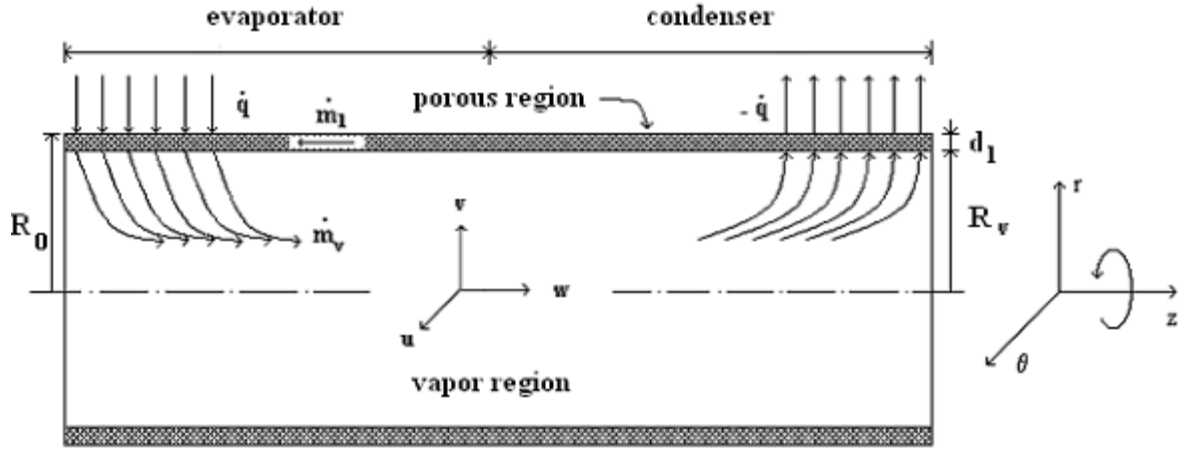


Figure 1 Scheme of the rotating heat pipe.

Adopting the coordinate system shown in Fig. (1), assuming two dimensional, axially symmetrical permanent incompressible flow in the liquid region and compressible in the vapor region, it is possible to write the conservation equations as

2.1. Vapor region

2.1.1. Conservation of mass

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_v v_r) + \frac{\partial (\rho_v w_v)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

2.1.2. Conservation of the momentum in the r, θ and z directions, respectively

$$\begin{aligned} \rho_v \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{u_r^2}{r} + w_v \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_v}{\partial r} + \mu_v \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right) \\ + \frac{1}{3} \mu_v \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{\partial^2 w_v}{\partial z \partial r} \right) + 2 \rho_v \Omega u_r + \rho_v \Omega^2 r \end{aligned} \quad (2)$$

where Ω is the rotational speed.

$$\rho_v \left(v_r \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{v_r u_r}{r} + w_v \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = \mu_v \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) \right) + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right) - 2 \rho_v \Omega v_r \quad (3)$$

$$\rho_v \left(v_r \frac{\partial w_v}{\partial r} + w_v \frac{\partial w_v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_v}{\partial z} + \mu_v \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w_v}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu_v \left(\frac{\partial^2 w_v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} \right) \quad (4)$$

2.1.3. Conservation of energy

$$\rho_v c_{p_v} \left(v_r \frac{\partial T_v}{\partial r} + w_v \frac{\partial T_v}{\partial z} \right) = k_v \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_v}{\partial z^2} \right) + v_r \frac{\partial p_v}{\partial r} + u_r \frac{\partial p_v}{\partial z} + \mu \Phi \quad (5)$$

where the viscous dissipation term Φ is written as

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_v}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial w_v}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial w_v}{\partial z} \right)^2 \quad (6)$$

2.2. Liquid region

2.2.1. Conservation of mass

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_l) + \frac{\partial w_l}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

2.2.2. Conservation of the momentum in the r , θ and z directions, respectively

$$\rho_l \left(v_l \frac{\partial v_l}{\partial r} - \frac{u_l^2}{r} + w_l \frac{\partial v_l}{\partial z} \right) = -\varepsilon \frac{\partial p_l}{\partial r} + \mu_l \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_l) \right) + \frac{\partial^2 v_l}{\partial z^2} \right) - \frac{\mu_l \varepsilon}{K} v_l + 2\rho_l \Omega u_l + \rho_l \Omega^2 r \quad (8)$$

$$\rho_l \left(v_l \frac{\partial u_l}{\partial r} - \frac{v_l u_l}{r} + w_l \frac{\partial u_l}{\partial z} \right) = \mu_l \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_l) \right) + \frac{\partial^2 u_l}{\partial z^2} \right) - \frac{\mu_l \varepsilon}{K} u_l - 2\rho_l \Omega v_l \quad (9)$$

$$\rho_l \left(v_l \frac{\partial w_l}{\partial r} + w_l \frac{\partial w_l}{\partial z} \right) = -\varepsilon \frac{\partial p_l}{\partial z} + \mu_l \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w_l}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w_l}{\partial z^2} \right) - \frac{\mu_l \varepsilon}{K} w_l \quad (10)$$

where ε is the porosity of the porous region and K is its permeability.

2.2.3. Conservation of energy

$$\rho_l c_{pl} \left(v_l \frac{\partial T_l}{\partial r} + w_l \frac{\partial T_l}{\partial z} \right) = \frac{k_{eff}}{\varepsilon} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_l}{\partial z^2} \right) + v_l \frac{\partial p_l}{\partial r} + u_v \frac{\partial p_l}{\partial z} + \mu_l \Phi \quad (11)$$

where k_{eff} is the effective thermal conductivity of the porous medium and Φ is the viscous dissipation term.

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial v_l}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v_l}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_l}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial v_l}{\partial r} + \frac{v_l}{r} + \frac{\partial w_l}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u_l}{\partial r} - \frac{u_l}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_l}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_l}{\partial z} + \frac{\partial w_l}{\partial r} \right)^2 \quad (12)$$

The coupling between the momentum and energy equations is realized by using the state equation.

2.3. Boundary conditions

The pipe extremities are assumed adiabatic in relation to the energy equation and are ruled by the no-slip boundary condition for the momentum equation. Hence, at $z = 0, L$:

$$\frac{\partial T_{v,l}}{\partial z} = 0 \quad (13)$$

$$u_{v,l} = v_{v,l} = w_{v,l} = 0 \quad (14)$$

Along the pipe axis of symmetry, $r = 0$, the radial and tangential velocity components are zero and the radial gradient of axial velocity and temperature are also assumed zero, due to the symmetry condition:

$$u_v = v_v = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial w_v}{\partial r} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial T_v}{\partial r} = 0 \quad (17)$$

To couple the vapor and the liquid regions one assumes that phase change occurs on the porous surface, at the liquid-vapor interface. Hence, the liquid radial velocity at the liquid-vapor interface, $r = R_v$, is

$$v_l(z) = \frac{\dot{q}''(z) + k_v \left. \frac{\partial T_v}{\partial r} \right|_{r=R_v}}{\rho_l \lambda} \quad (18)$$

where $\dot{q}''(z)$ is the density of the local heat flux at the interface.

From the mass conservation at the interface, $r = R_v$, one can write

$$v_v(z) = \frac{\rho_l v_l(z)}{\rho_v} \varepsilon \quad (19)$$

Along the liquid-vapor interface, $r = R_v$, the tangential and axial velocities components are zero:

$$u_{v,l} = w_{v,l} = 0 \quad (20)$$

Because of the assumption of phase change at the interface, $r = R_v$, the vapor and liquid temperatures are equal:

$$T_l = T_v \quad (21)$$

On the external surface of the pipe, $r = R_0$, boundary conditions of the second type are assumed along the evaporator and condenser regions, respectively, with the non-slip condition,

$$k_{eff} \frac{\partial T_l}{\partial r} = \dot{q}'' \quad (22)$$

$$-k_{eff} \frac{\partial T_l}{\partial r} = \dot{q}'' \quad (23)$$

$$u_l = v_l = w_l = 0 \quad (24)$$

The equations of mass conservation, momentum and energy are solved simultaneously for the vapor and liquid regions using the finite control volume method and the algorithm SIMPLE (Patankar, 1980).

Numerical tests were realized to turn the numerical calculations independent of the grid size. For the present work, 60 control volumes along the axial direction and 17 control volumes along the radial direction in the vapor region, together with a grid of 60×5 control volumes along the axial and radial directions in the porous region are found to be adequate.

The present numerical model, the procedures and results are compared with the results due to Faghri *et al.* (1993) and the agreement is found to be good (Saraiva and Ismail, 2006). Similar comparative results were omitted for the sake of brevity.

3. Results and discussion

The rotating heat pipe used for the present study is of total length of 1.0 m where the evaporator and condenser are 0.5 m each with no adiabatic section. The porous wick thickness is 0.0073 m of sintered bronze particles of 0.000683 m mean radius. The internal radius of the tube is 0.0127 m and the porosity of the wick is 0.44.

Extensive numerical simulations were realized to permit the local analysis of the heat pipe under different operation conditions such as rotational speed and heat flux at the evaporator side. The results are presented in terms of the angular Reynolds number, related to the rotational velocity, and in terms of injection Reynolds number, related to the heat flux, defined successively as

Angular Reynolds number:

$$Re_{ang} = \frac{\rho_v (\Omega R_v) 2R_v}{\mu_v} \tag{25}$$

Injection Reynolds number:

$$Re_{inj} = \frac{\rho_v V_{inj} 2R_v}{\mu_v} \tag{26}$$

where the injection velocity is given by

$$V_{inj} = \frac{\dot{q}''}{\rho_v \lambda} \tag{27}$$

A tentative analysis to relate the operational limits of heat pipes to the non-dimensional parameters mentioned is tried. The analysis is done in terms of the capillary, the sonic, the entrainment and the boiling limits of a heat pipe as in Chi (1976) for conventional heat pipes.

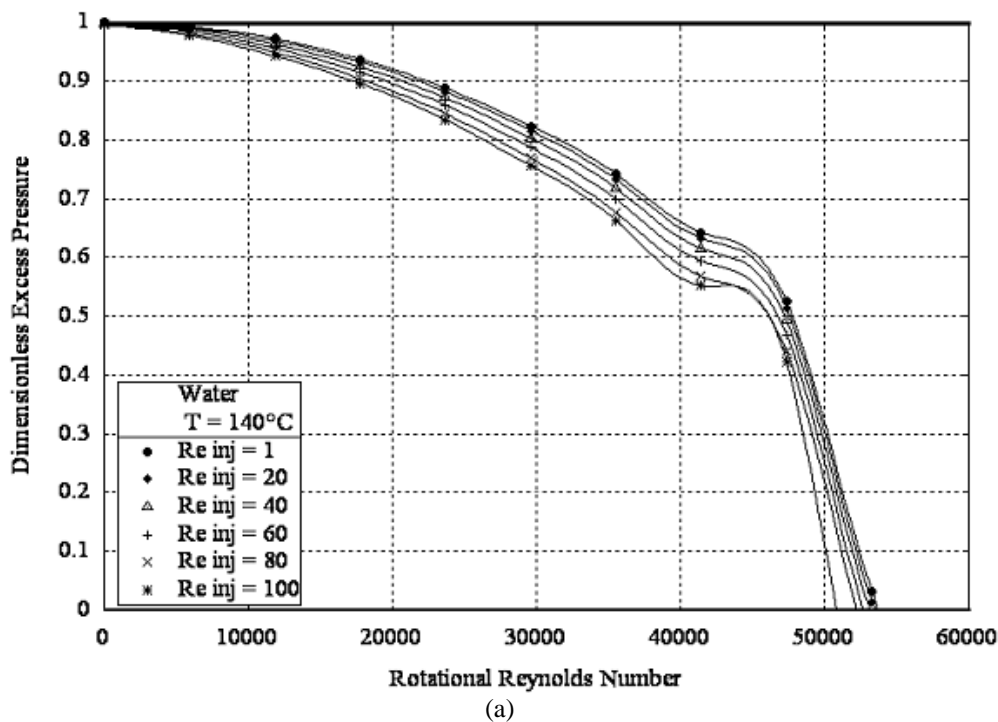
The exceeding capillary pressure is defined as the difference between the maximum capillary pressure developed and the minimum local difference between the liquid and vapor pressures at the interface and can be written as

$$p_{ex} = \frac{2\sigma}{r_c} - [p_v(z) - p_l(z)]_{min} \tag{28}$$

or in dimensionless form as

$$p_{ex}^* = 1 - \frac{[p_v(z) - p_l(z)]_{min}}{\frac{2\sigma}{r_c}} \tag{29}$$

Using the dimensionless variables and numbers presented above, sets of graphs for both, water and methanol, as working fluids are presented and discussed. Figure (2) shows the variation of the dimensionless exceeding capillary pressure in terms of the rotational Reynolds number. As can be seen, the limit ($p_{ex}^* = 0$) is reached for very high rotational speeds (Re_{ang}) and is weakly dependent upon the heat transfer rate (Re_{inj}).



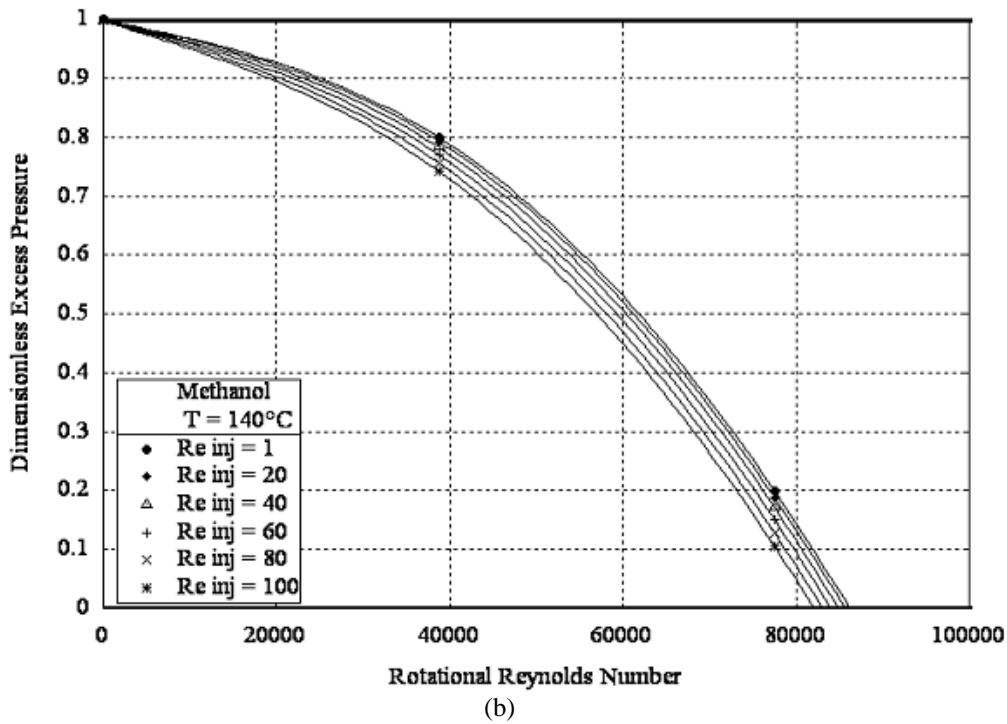


Figure 2 Dimensionless exceeding capillary pressure on the liquid-vapor interface, as a function of the angular Reynolds number, for some injection Reynolds numbers, for (a) water and (b) methanol.

In the present analysis the Mach number is defined in relation to the maximum axial velocity as

$$Ma_{ax} = \frac{w_{vmax}}{c} \quad (30)$$

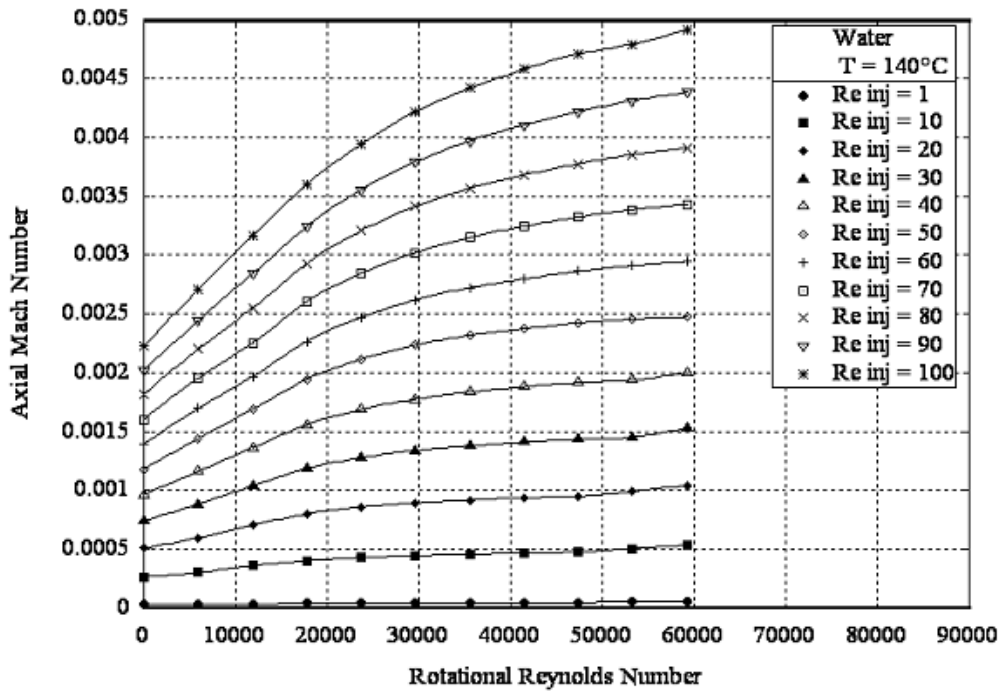
and also in relation to the maximum tangential velocity as

$$Ma_{tg} = \frac{u_{vmax}}{c} \quad (31)$$

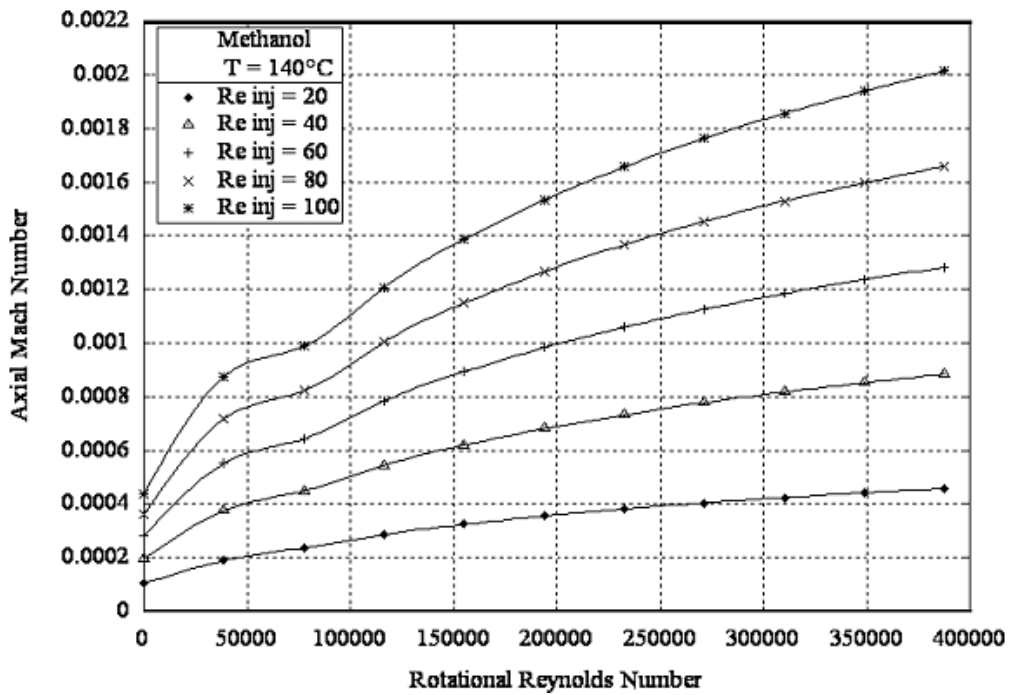
where the local sound velocity is given by

$$c = \sqrt{k_s R_g T} \quad (32)$$

Figures (3) and (4) indicate that the Mach numbers for axial and tangential flows are much lower than the sonic limit ($Ma = 1$) and that the Mach numbers are proportional to the heat transfer rate and the rotational speeds.

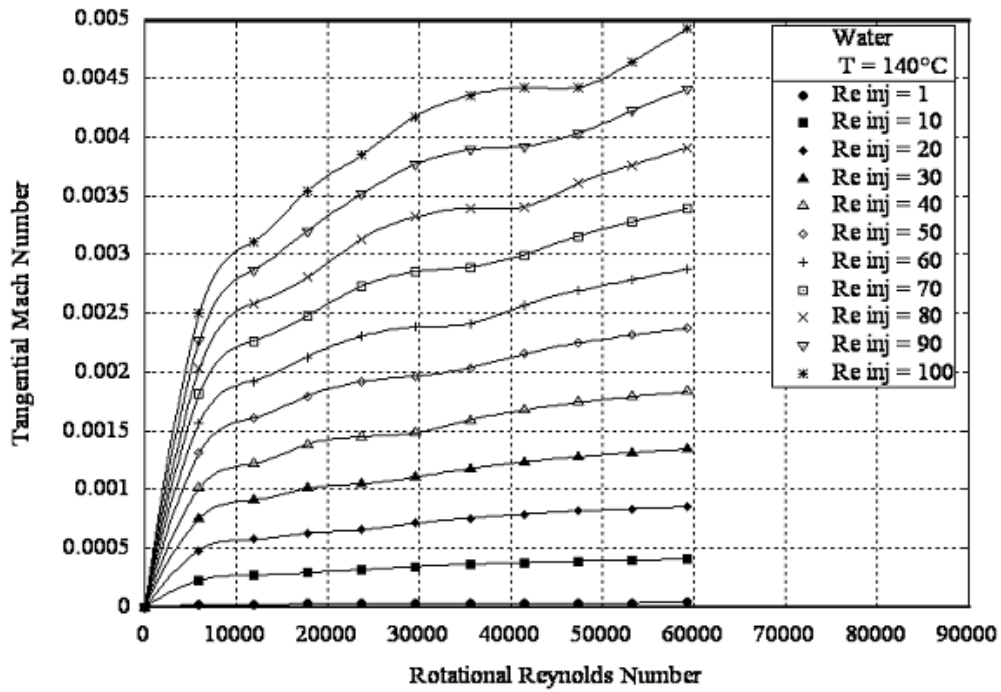


(a)

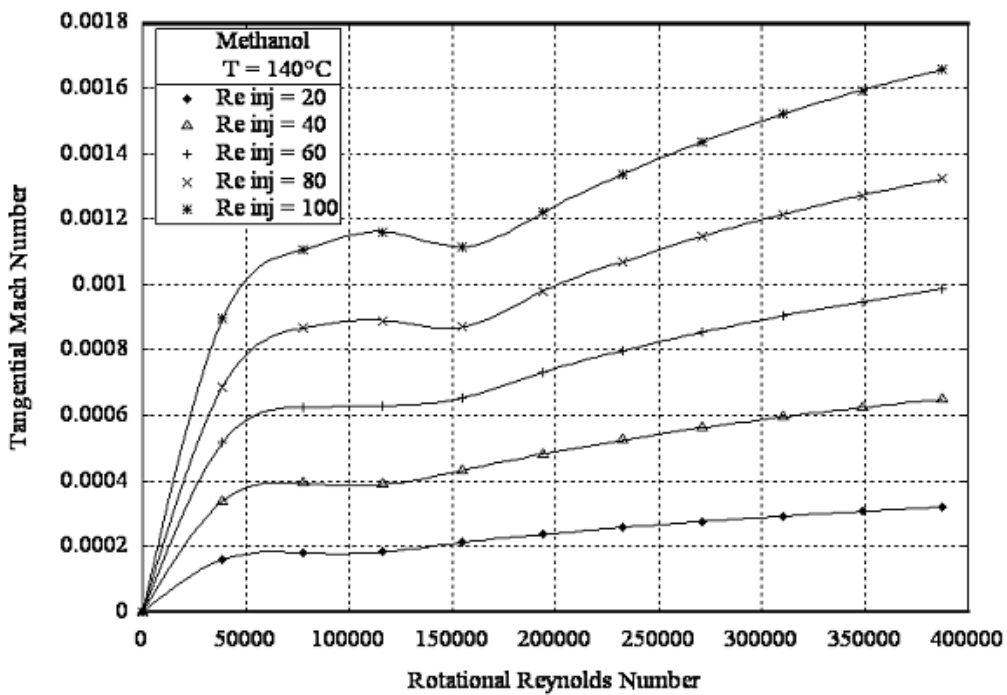


(b)

Figure 3. Mach number obtained in terms of maximum axial velocity of the vapor, at the evaporator, as a function of the angular Reynolds number, for some injection Reynolds numbers, for (a) water and (b) methanol.



(a)



(b)

Figure 4. Mach number obtained in terms of maximum tangential velocity of the vapor, at the evaporator, as a function of the angular Reynolds number, for some injection Reynolds numbers, for (a) water and (b) methanol.

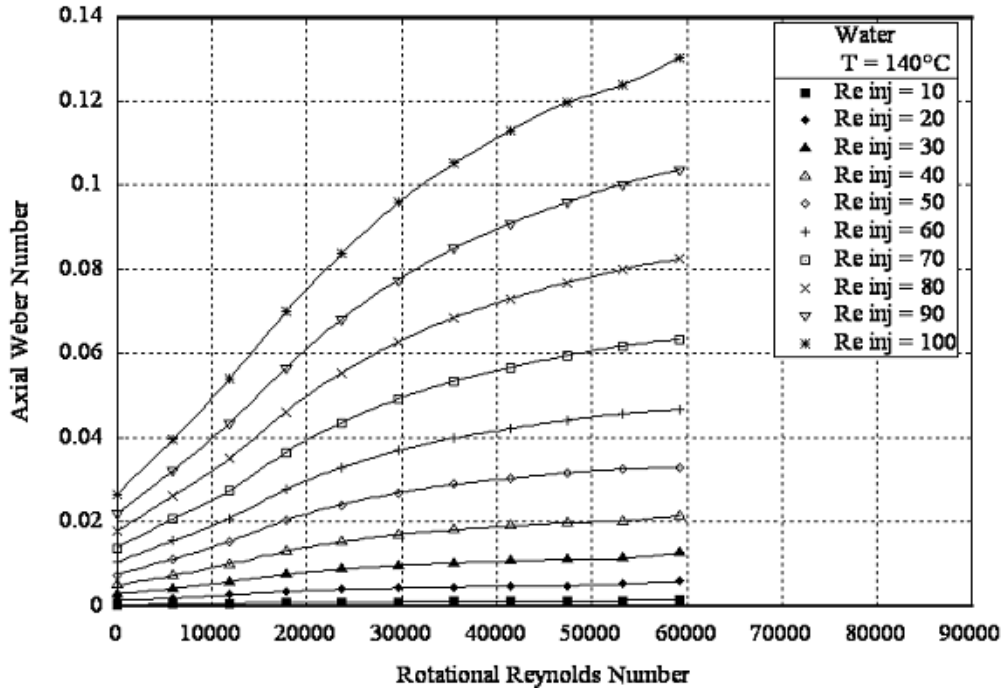
The entrainment limit is relate to the Weber number which is defined in relation to the maximum axial velocity component in the vapor, as

$$We_{ax} = \frac{\rho_v w_{v, \max}^2 2r_c}{\sigma} \quad (33)$$

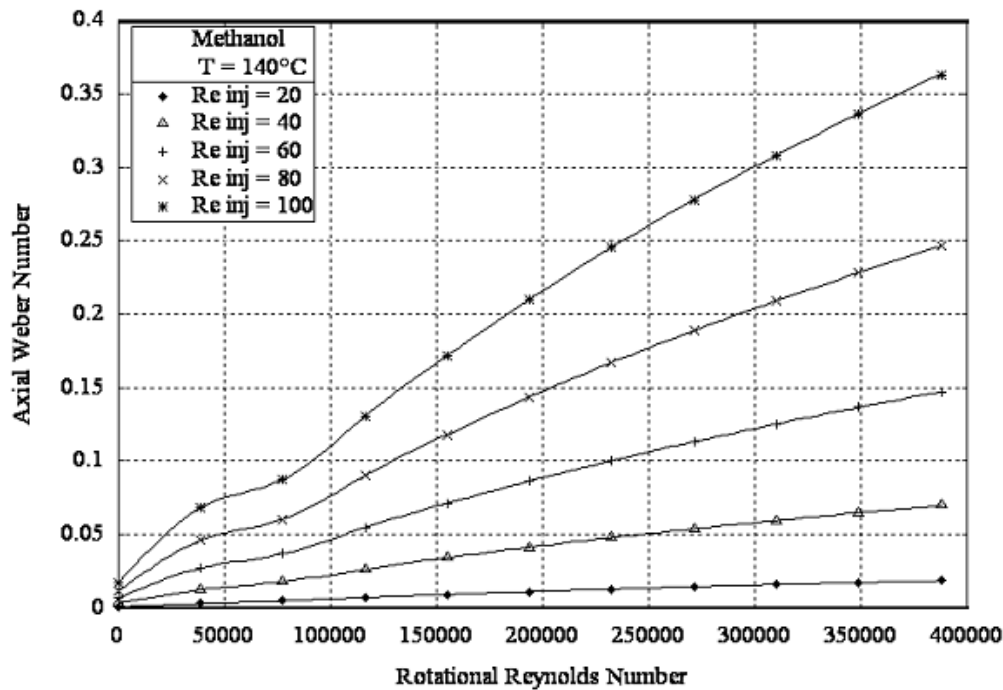
and in terms of the maximum tangential velocity in the vapor, as

$$We_{ig} = \frac{\rho_v u_v^2 \max 2r_c}{\sigma} \tag{34}$$

Figures (5) and (6) show the increase of Weber number with the increase of heat transfer rate and also with the increase of the rotational speed. Also one can observe that the Weber number is more sensitive to rotational speed when the heat transfer is high. It is worth mentioning here that the entrainment limit ($We = 1$) is too far to be reached.

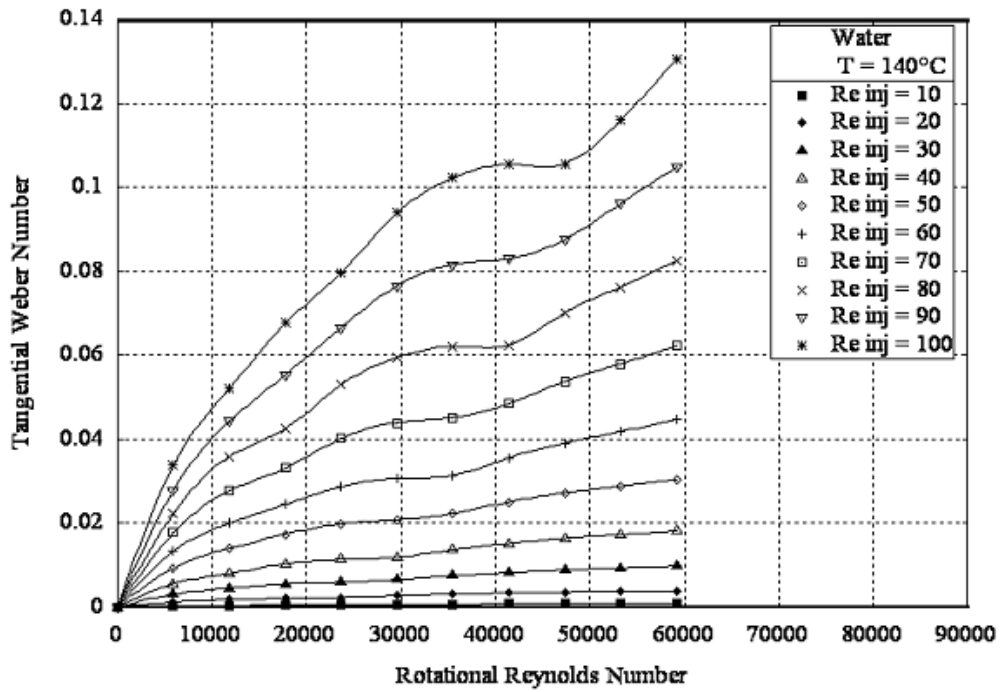


(a)

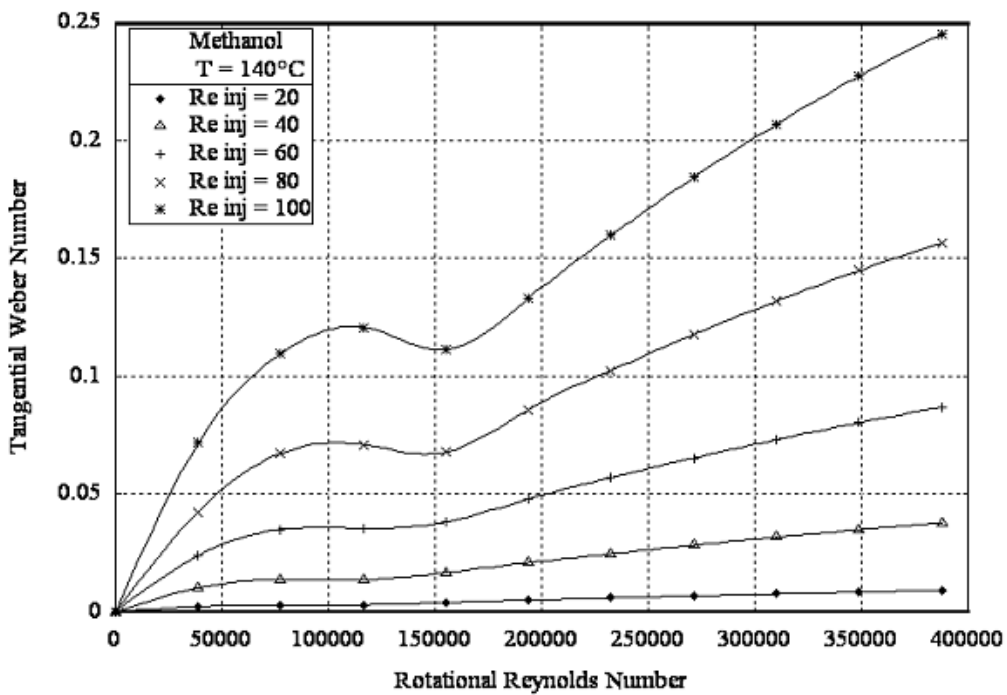


(b)

Figure 5. Weber number obtained in terms of maximum axial velocity of the vapor, at the evaporator, as a function of the angular Reynolds number, for some injection Reynolds numbers, for (a) water and (b) methanol.



(a)



(b)

Figure 6. Weber number obtained in terms of maximum tangential velocity of the vapor, at the evaporator, as a function of the angular Reynolds number, for some injection Reynolds numbers, for (a) water and (b) methanol.

The maximum admissible heat transfer rate without vapor bubble formation in the porous wick is given by:

$$\dot{q}''_{\max} = \frac{k_{\text{eff}} T_v}{\lambda \rho_v R_0 \ln(R_0/R_v)} \left(2\sigma \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_c} \right) \right) \quad (35)$$

Accordingly, dimensionless number related to the above taken as a limiting value for bubble formation in the porous medium is defined as

$$Bo = \frac{\dot{q}'' \lambda_v R_0 \ln(R_0/R_v)}{k_{eff} T_v \left(2\sigma \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_c} \right) \right)} \quad (36)$$

where the initial radius of a vapor bubble in formation (r_n) adopted is equal to $2,5 \times 10^{-7}$ m.

Figure (7) shows the variation of the boiling dimensionless number in terms of the injection Reynolds number. A value of unity means that the boiling limit of the heat pipe has been achieved while a value between zero and unity results in safe operational conditions in relation to the impossibility of forming vapor bubbles.

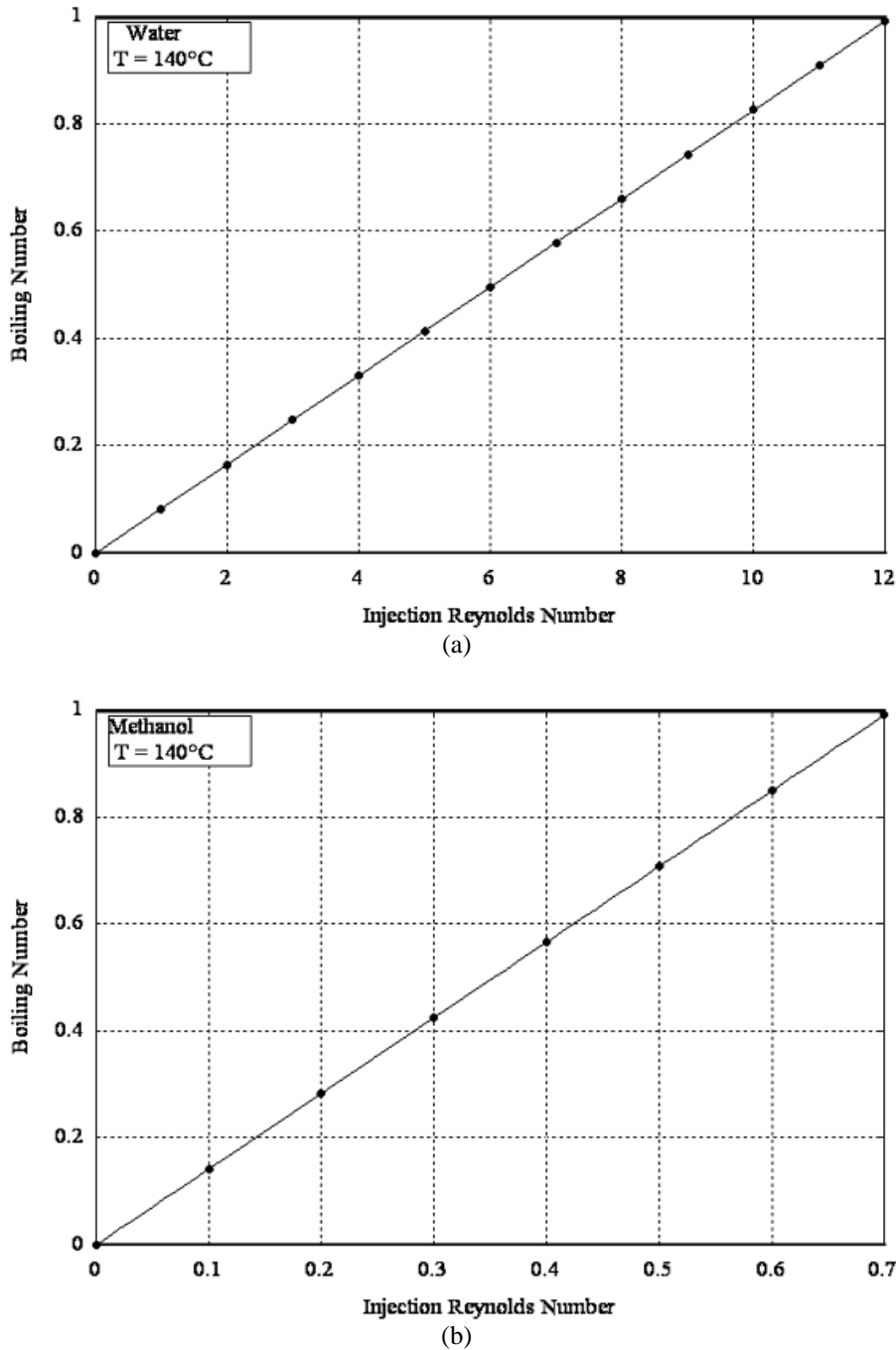


Figure 7. Boiling number, at the evaporator, as a function of the injection Reynold number, for (a) water and (b) methanol.

To demonstrate the utilization of these graphs to analyze the operational limits of rotating heat pipes, consider that it is required to transfer $10,000 \text{ W/m}^2$ at $3,600 \text{ rpm}$ and it is required to investigate which of the two fluids, water or methanol, is most suitable for the application. From Figures (2) to (7) and by using Eqs. (25) to (27), it is possible to

construct Tab. 1. One can observe from Tab. 1 that water is the only suitable fluid to attend the established conditions. Methanol is shown to fail to attend the capillary and the boiling limits.

Table 1. Values of dimensionless numbers, calculated for a rotating heat pipe required to transport 10,000 W/m² at 3,600 rpm.

	p'_{ex}	Ma_{ax}	Ma_{tg}	We_{ax}	We_{tg}	Bo
Water $Re_{inj} = 8.8$ $Re_{ang} = 17,756$	0.94	0.0003	0.00025	0.001	0.001	0.72
Methanol $Re_{inj} = 21.3$ $Re_{ang} = 116,230$	Out of limit	0.0001	0.00007	0.005	0.003	Out of limit

4. Conclusions

This paper presents a two-dimensional model based upon the conservation equations of mass, momentum and energy, developed and solved numerically by using the finite volume control method and the SIMPLE algorithm. Simulations were performed and the results were plotted in terms of dimensionless numbers related to the operational limits of a rotating heat pipe, as an extension of the theory developed by Chi (1976). The graphs obtained were used to calculate a simple test case. These curves set up for different working fluids, boundary conditions and geometrical constraints should be useful for heat pipe analysis.

As shown, in order to obtain the operational limits of a particular heat pipe, a solution for the conservation equations must be achieved. In fact, due to the strong connection between operational limits and the very solution of the conservation equations, mainly in terms of velocities, it can be concluded that the quality of the results depends on the attachment between the mathematical model adopted and the physics of the problem. So, unfortunately, a simple methodology as proposed by Chi (1976) for conventional heat pipes, based upon an one-dimensional formulation, is likely inadequate to the complex behavior of a rotating heat pipe.

5. References

- Chi, S.W., 1976, "Heat Pipe Theory and Practice: A Sourcebook", Hemisphere Publishing Corporation; McGraw-Hill Book Company, U.S.A., 242 p.
- Daniels, T.C. and Al-Baharnah, N.S., 1978, "Temperature and Heat Load Distribution in Rotating Heat Pipes", Proceedings of the International Heat Pipe Conference, 3, pp.170-176.
- Daniels, T.C. and Williams, R.J., 1978, "Experimental Temperature Distribution and Heat Load Characteristics of Rotating Heat Pipes", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 2, 193-201.
- Daniels, T.C. and Williams, R.J., 1979, "The Effect of External Boundary Conditions on Condensation Heat Transfer in Rotating Heat Pipes", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 22, pp. 1237-1241.
- Daniels, T.C. and Al-Jumaily, F.K., 1975, "Investigations of the Factors Affecting the Performance of a Rotating Heat Pipe", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 18, pp. 961-973.
- Faghri, A., Gogineni, S. and Thomas, S., 1993, "Vapor Flow Analysis of an Axially Rotating Heat Pipe", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 36, No. 9, pp. 2293-2303.
- Gray, V.H., 1969, "The Rotating Heat Pipe; a Wickless, Hollow Shaft for Transferring High Heat Fluxes", Proceedings of the ASME/AIChE Heat Transfer Conference, Minneapolis, USA, pp.1-5.
- Harley, C. and Faghri, A., 1995, "Two-dimensional Rotating Heat Pipe Analysis", Journal of Heat Transfer-Transactions of the ASME, Vol. 117, pp. 202-208.
- Ismail, K.A.R. and Miranda, R.F., 1997, "Two-dimensional Axisymmetrical Model for a Rotating Porous Wicked Heat Pipe", Applied Thermal Engineering, Vol. 17, No. 2, pp. 135-155.
- Li, H.M., Liu, C.Y. and Damodaran, M., 1993, "Analytical Study of the Flow and Heat Transfer in a Rotating Heat Pipe", Heat Recovery Systems & CHP Vol. 13, No.2, pp. 115-122.
- Miranda, R. F., 1989, "Desenvolvimento de um Modelo Matemático para a Análise Local do Desempenho de Tubos de Calor, com Rotação em seu Eixo Axial", Ph.D. thesis, University of Campinas, Brazil.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, U.S.A., 197 p.
- Ponnappan, R. and He, Q., 1998, "Test Results of Water and Methanol High-Speed Rotating Heat Pipes", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 12, pp. 391-397.
- Saraiva, L. E., 2004, "Simulação Numérica para Análise Local e Global do Desempenho de Tubos de Calor Rotativos com Estrutura Porosa", PhD thesis, University of Campinas, Brazil.
- Saraiva, L.E. and Ismail, K.A.R., 2006, "A Numerical Parametric Study of a Cylindrical Non-tapered Axially Rotating Porous Heat Pipe (submitted for publication)

FREE CONVECTION INSIDE ANNULAR VERTICAL CONCENTRIC CAVITY: A NEW STRATEGY USING GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORM TECHNIQUE

Luiz Mariano Pereira

Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF
Rua da Simpatia, 179, Centro, 56304-440, Petrolina, PE, Brazil
luiz.mariano@univasf.edu.br

Abstract. Free convection inside cavities of annular geometry is a phenomenon present in many engineering devices, reason which is subject of investigation by many researchers. This work deals with free convection heat transfer inside annular vertical concentric cavity using the Generalized Integral Transform Technique – GITT, a hybrid numerical analytical method that has been applied with great success to convection-diffusion problems. This method allows obtaining solution of the governing equations without the necessity of the grid generation requirements. The mathematical formulation of the problem is described by the Navier-Stokes and energy equations in cylindrical coordinates and its representation in streamfunction formulation are adopted. In the present job, the integral transform is first employed in the axial direction and the resulting ordinary differential system to be solved are only a function of the radial coordinate, instead of the previous published paper, which performs the transformation in radial direction. Several values for aspect ratio, thickness between internal and external radii, and Raleigh number are calculated. Results are compared with data available in literature obtained by other numerical methods.

Keywords: Free Convection, Annular Vertical Ducts, GITT

1. Introduction

Free convection inside cavities has received an ever increasing interest of the thermal sciences researchers because of its wide applicability in industrial processes. The precise knowledge of the heat transfer between the cavity walls and the fluid is extremely important in the choice of adequate materials and in the optimum design of thermal equipment. In particular, the flow in the annular region comprehended by circular concentric ducts is of special interest in thermal engineering applications. This flow model occurs, for instance, in double pipe heat exchangers, in nuclear reactors cooling, thermal storage tanks, cylindrical thermal insulation, and various other applications.

The present research intends to add some reference information to the literature by providing results for steady laminar buoyancy induced flow within annular concentric cavities, making use of the Generalized Integral Transform Technique (GITT) (Cotta, 1993; Cotta and Mikhailov, 1997 and Cotta, 1998). In this context, the aim of this work is to illustrate the use of the GITT as a tool in obtaining engineering results for problems of natural convection inside annular concentric vertical cavities, while offering some fully converged benchmark results for future reference.

This class of problems was initially treated by De Vahl Davis and Thomas (1969) and Thomas and De Vahl Davis (1970), who considered natural convection for both vertical annular concentric and rectangular cavities. The problem was modeled by the coupled Navier-Stokes and energy equations, which were then solved using the finite difference method. They investigated the influence of Rayleigh number upon the most relevant heat transfer results. El-Shaarawi and Sarhan (1980), using a boundary layer approach, studied this problem employing the finite difference method. Prasad and Kulacki (1985) developed an experimental apparatus to analyze the natural convection phenomena in a liquid-filled vertical annular cavity, for different heights of the cavity. Kumar and Kalam (1991) also conducted an investigation on this problem, and their results are here recalled for critical comparisons. Aung et al. (1991) and Tsou and Gau (1992) treated the same class of problems but considering the temperature dependence of the fluid properties, and solved it using the finite differences method. Rogers and Yao (1993) undertook the more involved task of performing an instability analysis in vertical annular concentric cavities.

The present analysis is a natural extension in the development of the considered hybrid numerical-analytical approach for heat and fluid flow problems, and some of the more representative previous contributions related to the present work, using the same methodology, can be found in Pereira et al. (1998), Pereira et al. (1999) and Pérez Guerrero et al. (2000).

2. Problem Formulation

The physical problem under consideration is related to an annular concentric vertical cavity closed by two insulated end caps, according to Fig. (1). The annular space is formed by two concentric cylinders with radii R_1 for the internal cylinder wall and R_2 for the external cylinder wall and height Z_{max} . A Newtonian fluid is confined within the cavity and the cylinders walls are maintained at constant and uniform temperatures, with $T_1 > T_2$. The fluid flow is assumed laminar and occurs only by density differences (buoyancy effects) caused by the different side walls

temperatures. Besides, the Boussinesq hypothesis is adopted. The mathematical representation for this problem is given by set of equations: the conservation of mass, momentum and energy, which in steady state and dimensionless form, are written as

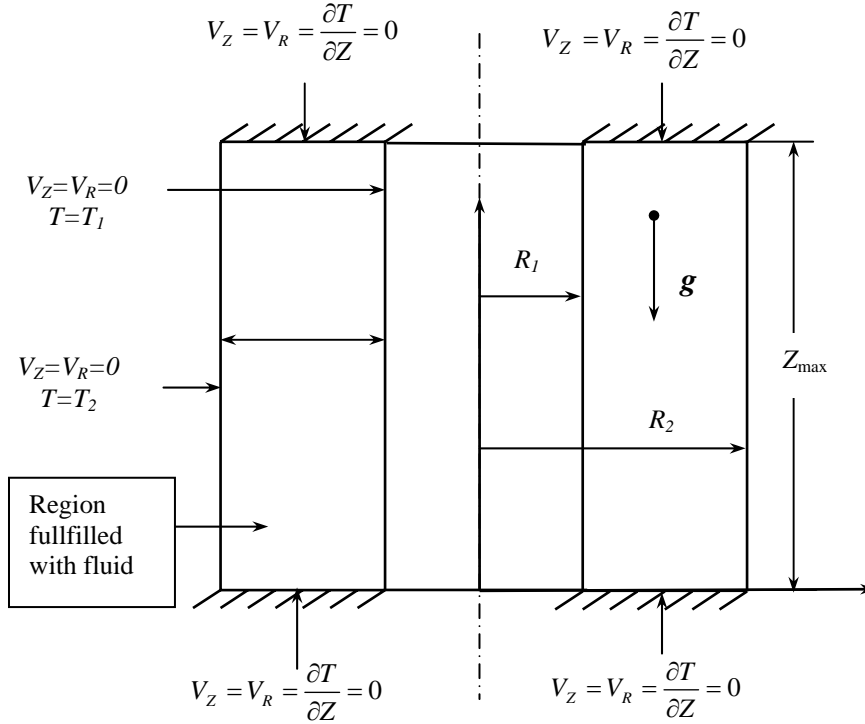


Figure 1. Geometry and coordinates system for natural convection in annular vertical cavities.

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + Pr \left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right) \tag{2}$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + Pr (Ra_L \Theta + \nabla^2 v_z) \tag{3}$$

$$v_r \frac{\partial \Theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \nabla^2 \Theta \tag{4}$$

and the following dimensionless boundary conditions:

$$\left. \begin{matrix} v_z = 0 \\ v_r = 0 \\ \Theta = 1 \end{matrix} \right\}, \text{ for } r = r_1 \text{ and } 0 < z < h; \quad \left. \begin{matrix} v_z = 0 \\ v_r = 0 \\ \Theta = 0 \end{matrix} \right\}, \text{ for } r = r_2 \text{ and } 0 < z < h \tag{5.a-f}$$

$$\left. \begin{matrix} v_z = 0 \\ v_r = 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0 \end{matrix} \right\}, \text{ for } z = 0 \text{ and } r_1 \leq r \leq r_2; \quad \left. \begin{matrix} v_z = 0 \\ v_r = 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0 \end{matrix} \right\}, \text{ for } z = h \text{ and } r_1 \leq r \leq r_2 \tag{5.g-l}$$

The dimensionless groups used to write Eqs. (1-4) and the boundary conditions (Eqs. 5), are defined as:

$$v_r = \frac{V_R L}{\alpha}; v_z = \frac{V_Z L}{\alpha}; r = \frac{R}{L}; z = \frac{Z}{L}; p = \frac{P}{\rho \alpha^2 / L^2}; \Theta = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2}; Ra_L = \frac{\rho g \beta (T_1 - T_2) L^3}{\mu \alpha}; Pr = \frac{\mu c_p}{k} \tag{6.a-h}$$

where V_R and V_Z are the dimensional radial and axial velocity components, respectively; R and Z are the dimensional radial and axial coordinates, respectively; P is the dimensional absolute pressure; T is the dimensional absolute

temperature; T_1 and T_2 are related to the dimensional absolute temperatures of the internal and external cylinders walls; g is the gravity acceleration; α is the thermal diffusivity; ρ is the specific mass; β is the thermal expansion coefficient; μ is the absolute viscosity; c_p is the specific heat at constant pressure; k is the fluid thermal conductivity; Ra_L is the Rayleigh number, based on the cavity width; and Pr is the Prandtl number. The following additional dimensionless parameters are then defined:

$$r_1 = \frac{R_1}{L}; \quad r_2 = \frac{R_2}{L}; \quad \varpi = \frac{r_2}{r_1}; \quad L = R_2 - R_1; \quad h = \frac{Z_{max}}{L} \quad (6.i-m)$$

with r_1 and r_2 being the dimensionless positions of the internal and external cylinders walls, respectively; ϖ is the radii ratio; L is the cavity width and h is the ratio between the height and width of the cavity (aspect ratio).

The momentum equations can be represented in the streamfunction-only formulation to eliminate the pressure terms and automatically satisfy the continuity equation. Therefore, using the same procedure adopted by Pereira et al. (1998), the following dimensionless coupled partial differential equations are generated:

$$E^4 \psi = \frac{1}{Pr} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial (E^2 \psi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial (E^2 \psi)}{\partial z} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} E^2 \psi \right] + Ra_L \frac{\partial \Theta}{\partial r}, \quad \text{for } \begin{cases} r_1 < r < r_2 \\ 0 < z < h \end{cases} \quad (7.a)$$

$$\nabla^2 \Theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \Theta}{\partial z}, \quad \text{for } \begin{cases} r_1 < r < r_2 \\ 0 < z < h \end{cases} \quad (7.b)$$

with boundary conditions:

$$\left. \begin{array}{l} \psi = 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \\ \Theta = 1 \end{array} \right\}, \quad \text{for } r = r_1 \qquad \left. \begin{array}{l} \psi = 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \\ \Theta = 0 \end{array} \right\}, \quad \text{for } r = r_2 \quad (7.c-h)$$

$$\left. \begin{array}{l} \psi = 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0 \end{array} \right\}, \quad \text{for } z = 0 \qquad \left. \begin{array}{l} \psi = 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0 \end{array} \right\}, \quad \text{for } z = h \quad (7.i-n)$$

where

$$E^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (7.o)$$

$$E^4 \psi = E^2 (E^2 \psi) \quad (7.p)$$

The fact that no flow occurs across the boundaries of the cavity, makes it possible to take $\psi = 0$ without loss of generality. Therefore, all the boundary conditions at radial and axial directions become homogeneous.

2.1 Solution Methodology

According to the integral transformation approach, the first step is to choose auxiliary eigenvalue problems for the momentum and energy equations. Due the homogeneous nature of the axial boundary conditions, the fourth order eigenvalue problem used by Pérez-Guerrero et al. (1999) was here employed as the auxiliary problem to solve the streamfunction equation, which is written as

$$\frac{d^4 X_i(z)}{dz^4} = \gamma_i^4 X_i(z), \quad \text{for } 0 < z < h \quad (8.a)$$

$$\left. \begin{matrix} X_i = 0 \\ \frac{dX_i}{dz} = 0 \end{matrix} \right\}, \text{ at } z = 0; \quad \left. \begin{matrix} X_i = 0 \\ \frac{dX_i}{dz} = 0 \end{matrix} \right\}, \text{ at } z = h \quad (8.b-e)$$

where $X_i(z)$ and γ_i are the eigenfunctions and eigenvalues, respectively.

The solution is shown in details in Pérez-Guerrero (1999) and its general form is

$$X_i(z) = \begin{cases} \frac{\cos\left[\left(z - \frac{h}{2}\right)\gamma_i\right]}{\cos\left(\gamma_i \frac{h}{2}\right)} - \frac{\cosh\left[\left(z - \frac{h}{2}\right)\gamma_i\right]}{\cosh\left(\gamma_i \frac{h}{2}\right)}, & \text{for } i \text{ odd} \\ \frac{\sin\left[\left(z - \frac{h}{2}\right)\gamma_i\right]}{\sin\left(\gamma_i \frac{h}{2}\right)} - \frac{\sinh\left[\left(z - \frac{h}{2}\right)\gamma_i\right]}{\sinh\left(\gamma_i \frac{h}{2}\right)}, & \text{for } i \text{ even} \end{cases} \quad (8.f)$$

Orthogonality property

$$\int_0^h X_i(z)X_j(z) dz = \begin{cases} 0, & \text{if } i \neq j \\ N_i, & \text{if } i = j \end{cases} \quad (9.a)$$

The eigenvalues γ_i 's are the roots of the following transcendental equation

$$\cosh\left(\gamma_i \frac{h}{2}\right) = \sec\left(\gamma_i \frac{h}{2}\right) \quad (9.b)$$

In the case of the energy equation, the auxiliary problem for the energy equation is of the Sturm-Liouville type, written as:

$$\frac{d^2\Gamma_m(z)}{dz^2} + \lambda_m^2\Gamma_m(z) = 0, \quad \text{for } 0 < z < h, \quad m=1,2,3,\dots \quad (10.a)$$

$$\left. \frac{d\Gamma_m}{dz} \right|_{z=0} = 0; \quad \left. \frac{d\Gamma_m}{dz} \right|_{z=h} = 0 \quad (10.b,c)$$

where $\Gamma_m(z)$ and λ_m are the eigenfunctions and the eigenvalues, respectively.

The solution of this auxiliary problem are readily available in Ozisik (1993) and given by

$$\Gamma_m(z) = \cos(\lambda_m z) \quad (10.d)$$

and the engenvalues are

$$\lambda_m = (m-1)\pi, \quad \text{for } m = 1,2,3,\dots \quad (10.e)$$

note that $\lambda_0 = 0$ is a eigenvalue too.

The eigenfunctions obey the following orthogonality property

$$\int_0^h \Gamma_m(z)\Gamma_n(z) dz = \begin{cases} 0, & \text{if } m \neq n \\ M_m, & \text{if } m = n \end{cases} \quad (10.f)$$

2.2 The Integral Transform Pairs

The next step in the solution procedure is to determine the integral transform pairs. Making use of the orthogonality properties of the eigenfunctions, the following integral transform pairs for the streamfunction and temperature equations are obtained, respectively:

$$\bar{\psi}_i(r) = \int_0^h \tilde{X}_i(z) \psi(r, z) dz, \quad (\text{transform}) \quad (11.a)$$

$$\psi(r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{X}_i(z) \bar{\psi}_i(r), \quad (\text{inversion}) \quad (11.b)$$

$$\bar{\Theta}_m(r) = \int_0^h \tilde{\Gamma}_m(z) \Theta(r, z) dz, \quad (\text{transform}) \quad (12.a)$$

$$\Theta(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{\Gamma}_m(z) \bar{\Theta}_m(r), \quad (\text{inversion}) \quad (12.b)$$

where the symbol ‘ \sim ’ represents the normalized eigenfunctions which are written as

$$\tilde{X}_i(z) = \frac{X_i(z)}{\sqrt{N_i}}; \quad \tilde{\Gamma}_m(z) = \frac{\Gamma_m(z)}{\sqrt{M_m}} \quad (12.c,d)$$

2.3 The Ordinary Differential Systems

Using the transformation rules, given by Eqs. (11-12), the coupled partial differential equations with their respective boundary conditions are transformed resulting in the following ordinary differential systems:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \bar{\psi}_i(r)}{dr^4} = & -\gamma_i^4 \bar{\psi}_i + \frac{3}{r^3} \frac{d\bar{\psi}_i}{dr} - \frac{3}{r^2} \frac{d^2 \bar{\psi}_i}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \bar{\psi}_i}{dr^3} + \sum_{j=1}^{\infty} 2A_{ij} \left(\frac{1}{r} \frac{d\bar{\psi}_i}{dr} - \frac{d^2 \bar{\psi}_i}{dr^2} \right) + \\ & \frac{1}{rP_r} \left[A_{ijk} \left(\bar{\psi}_j \frac{d^3 \bar{\psi}_k}{dr^3} + \frac{3}{r^2} \bar{\psi}_j \frac{d\bar{\psi}_k}{dr} - \frac{3}{r} \bar{\psi}_j \frac{d^2 \bar{\psi}_k}{dr^2} - \frac{d^2 \bar{\psi}_j}{dr^2} \frac{d\bar{\psi}_k}{dr} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{\psi}_j}{dr} \frac{d\bar{\psi}_k}{dr} \right) + \right. \\ & \left. B_{ijk} \left(\bar{\psi}_j \frac{d\bar{\psi}_k}{dr} - \frac{2}{r} \bar{\psi}_j \bar{\psi}_k \right) - C_{ijk} \left(\frac{d\bar{\psi}_j}{dr} \bar{\psi}_k \right) \right] + R_{\alpha L} B_{im} \frac{d\bar{\Theta}_m}{dz} \end{aligned} \quad (13.a)$$

$$\frac{d^2 \bar{\Theta}_m(r)}{dr^2} = \lambda_m^2 \bar{\Theta}_m - \frac{1}{r} \frac{d\bar{\Theta}_m}{dr} + \frac{1}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \left(E_{mnj} \frac{d\bar{\Theta}_m}{dr} \bar{\psi}_j - F_{mnj} \bar{\Theta}_m \frac{d\bar{\psi}_j}{dr} \right) \quad (14.a)$$

with the following radial boundary conditions

$$\bar{\psi}_i(r_1) = 0; \quad \left. \frac{d\bar{\psi}_i}{dr} \right|_{r=r_1} = 0; \quad \bar{\psi}_i(r_2) = 0; \quad \left. \frac{d\bar{\psi}_i}{dr} \right|_{r=r_2} = 0 \quad (13.b-e)$$

$$\bar{\Theta}_m(r_1) = 0; \quad \bar{\Theta}_m(r_2) = \begin{cases} h/\sqrt{M_m}, & \text{if } m = 1 \\ 0, & \text{if } m > 1 \end{cases} \quad (14.b,c)$$

The coefficients A_{ij} , A_{ijk} , B_{ijk} , C_{ijk} , B_{im} , E_{mnj} and F_{mnj} appearing in Eqs. (13.a and 14.a), which result from the integral transformation procedure, are defined as (Pereira, 2000):

$$A_{ij} = \int_0^h \left(\tilde{X}_i \frac{d^2 \tilde{X}_j}{dz^2} \right) dz; \quad (15.a)$$

$$A_{ijk} = \int_0^h \left(\tilde{X}_i \frac{d\tilde{X}_j}{dz} \tilde{X}_k \right) dz; \quad (15.b)$$

$$B_{ijk} = \int_0^h \left(\tilde{X}_i \frac{d\tilde{X}_j}{dz} \frac{d^2 \tilde{X}_k}{dz^2} \right) dz; \quad (15.c)$$

$$C_{ijk} = \int_0^h \left(\tilde{X}_i \frac{d^3 \tilde{X}_j}{dz^3} \tilde{X}_k \right) dz ; \tag{15.d}$$

$$E_{mnj} = \int_0^h \left(\tilde{\Gamma}_m \tilde{\Gamma}_n \frac{d \tilde{X}_j}{dz} \right) dz ; \tag{15.e}$$

$$B_{mnj} = \int_0^h \left(\tilde{\Gamma}_m \frac{d \tilde{\Gamma}_n}{dz} \tilde{X}_j \right) dz \tag{15.f}$$

$$B_{im} = \int_0^h \left(\tilde{X}_i \tilde{\Gamma}_m \right) dz \tag{15.g}$$

3. Results and Discussion

The resulting fourth order and second order ordinary differential system for streamfunction and temperature, respectively, joint with the boundary conditions are solved through the subroutine BVFPD (IMSL Library, 1989) which is appropriate to solve this kind of problems under a user prescribed error target, here taking as 10^{-4} for the transformed streamfunction and temperature potentials.

Table 1. Convergence of streamfunction and temperature for $P_r=0.7$, $h=1$, $\varpi=2$, $R_{aL}=10^5$, and various r and z positions.

$\psi(r,z)$				$\Theta(r,z)$		
NT	$r=1.1$	1.5	1.9	$r=1.1$	1.5	1.9
$z = 0.1$				$z = 0.1$		
20	-0.1794E+01	-0.1995E+01	-0.9060E+00	0.3330E+00	0.1370E+00	0.5235E-01
24	-0.1794E+01	-0.1995E+01	-0.9059E+00	0.3338E+00	0.1370E+00	0.5232E-01
26	-0.1795E+01	-0.1995E+01	-0.9059E+00	0.3338E+00	0.1370E+00	0.5231E-01
28	-0.1795E+01	-0.1995E+01	-0.9060E+00	0.3337E+00	0.1370E+00	0.5230E-01
30	-0.1796E+01	-0.1995E+01	-0.9061E+00	0.3336E+00	0.1370E+00	0.5229E-01
$z = 0.5$				$z = 0.5$		
20	-0.6091E+01	-0.1189E+02	-0.5945E+01	0.5035E+00	0.3589E+00	0.2639E+00
24	-0.6091E+01	-0.1189E+02	-0.5945E+01	0.5036E+00	0.3589E+00	0.2638E+00
26	-0.6092E+01	-0.1189E+02	-0.5946E+01	0.5037E+00	0.3589E+00	0.2637E+00
28	-0.6091E+01	-0.1189E+02	-0.5946E+01	0.5036E+00	0.3589E+00	0.2638E+00
$z = 0.9$				$z = 0.9$		
20	-0.1793E+01	-0.2977E+01	-0.2028E+01	0.8410E+00	0.7057E+00	0.4463E+00
24	-0.1793E+01	-0.2977E+01	-0.2028E+01	0.8409E+00	0.7057E+00	0.4458E+00
26	-0.1793E+01	-0.2977E+01	-0.2029E+01	0.8409E+00	0.7057E+00	0.4458E+00
28	-0.1794E+01	-0.2977E+01	-0.2030E+01	0.8409E+00	0.7057E+00	0.4458E+00
30	-0.1794E+01	-0.2977E+01	-0.2030E+01	0.8409E+00	0.7057E+00	0.4459E+00

In table (1) is showed the convergence behavior for both streamfunction and temperature profiles. It is considered several radial and axial positions within the annular space and the values $R_{aL}=10^5$ and $P_r=0.7$ was applied. It can be noticed that close to the edges of the cavity, corresponding to the region of greater gradient, the convergence was attained with higher truncation orders in the expansions, as expected. For all considered positions, a maximum number of terms, such as NT=30, in the streamfunction and temperature inversion formulae was required to achieve full convergence to four significant digits. With the increase of the Rayleigh number, the convergence rates of the eigenfunction expansions, for both the streamfunction and the temperature, are also affected, due to the dominance of convective effects. This behavior is more noticeable in regions closer to the inner and outer walls of the cavity, due the gradients are more pronounced. On the other hand, at the vertical mid plane of the cavity ($r = 1.5$) only a few terms are necessary for the convergence.

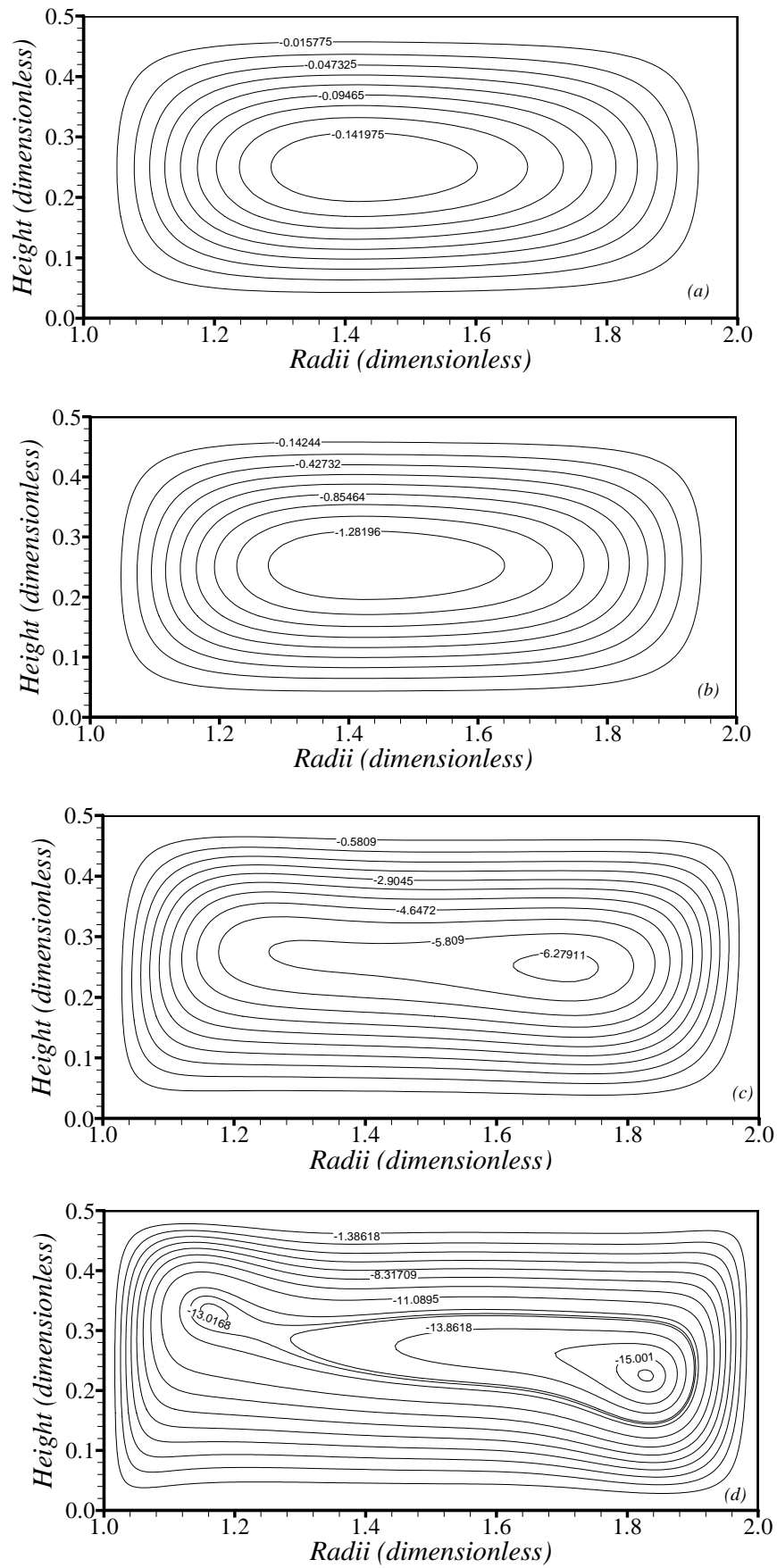


Figure 2. Streamfunction for $Pr=0.7$, $\varpi=2.0$ $h=0.5$ for: (a) $Ra_L=10^3$; (b) $Ra_L=10^4$; (c) $Ra_L=10^5$ and (d) $Ra_L=10^6$.

Figures (2.a-d) show the isolines of streamfunction for $\varpi = 2.0$ and $h=0.5$ and various values of the parameter Ra_L . It is worth recalling that in the case of $Ra_L=10^3$ and 10^4 (Figs. 2.(a) and (b)), only one vortex is detected, with an elliptical shape and located at the cavity center, which is deformed when Ra_L increases. When Ra_L increases, a secondary vortex arise at left hand upper side of the cavity. This vortex is more pronounced in the case of $Ra_L=10^6$. In this case, the temperature isolines are almost parallel, showing the dominance of the conductive heat transfer process inside the cavity for low Rayleigh number.

According to Fig. (2.b) for $Ra_L=10^5$, $h=1$ and $\varpi=2$, a secondary vortex is observed above the axial primary vortex. It is also is observed in Fig. (2.b) that the isolines of the temperature field collapse at the bottom of the hot and cold walls, turning the boundary layers much finer with the increase in Ra_L , as can further observed in Fig. (2.c) for the case $Ra_L=10^6$.

The case of a cavity with $h=5$ and $Ra_L=10^5$ is illustrated in Fig. (3). It should be noted that with the increase of the aspect ratio, the structure of the vortices is modified. The behavior of the isolines, Figs. (2-3), for both steamfunction and temperature, shows a reasonable graphical agreement with other results reported in the literature (De Vahl Davis and Thomas, 1969, Thomas and De Vahl Davis, 1970, Kumar and Kalam, 1991, and Kumar, 1997).

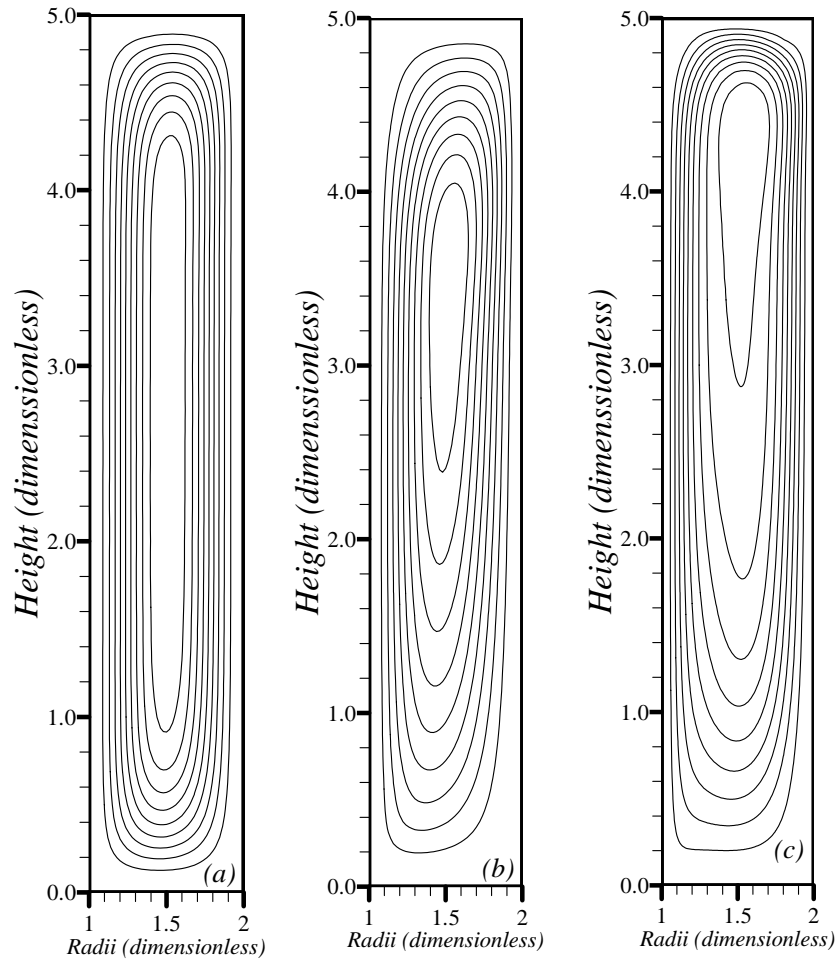


Figure 3. Isolines of streamfunction for $Pr=0.7$, $\varpi=2.0$ $h = 5.0$ for: (a) $Ra_L=10^3$; (b) $Ra_L=10^4$; and (c) $Ra_L=10^5$.

The local Nusselt Number was obtained by the use of the following definition:

$$Nu_w = -\frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_{r=r_w}, \text{ with } w = \begin{cases} 1 & \text{for internal cylinder wall} \\ 2 & \text{for external cylinder wall} \end{cases} \quad (16)$$

The average Nusselt number is calculated through the integration of the local Nusselt number along the cavity height, as:

$$\bar{Nu}_w = \frac{1}{h} \int_0^h Nu_w dz \tag{17}$$

Results for the average Nusselt number, evaluated at the internal wall (\bar{Nu}_1), are presented in Tab. (2) for aspect ratios $h=1$ and 5 and for radii ratios $\varpi=2.0$ and 5.0. The Rayleigh number is varied from 10^2 to 10^6 so as to illustrate its influence on the Nusselt number convergence behavior. It can be observed that for the majority of the selected cases (except for $Ra_L=10^6$, $h=1$ and $\varpi=2.0$) the convergence is achieved with four significant digits for $NT < 40$ for the expansions truncation.

Figure (4) shows the variation of Nusselt number along the inner (Nu_1) and outer (Nu_2) cavity walls, for $Pr=0.7$, $h=1$, $Ra_L=10^5$, $\varpi=2$ and 5, calculated with $NT = 40$ terms in both expansions. It is observed in Fig. (4.a) that the heat transfer rate is increased in the lower region of the hot wall (inner wall) for the proposed variation in ϖ . In Fig. (4.b) for the outer wall, the rate of heat transfer decreases with the increase in ϖ . In Fig. (5) a comparison is made between the present results and those obtained by Kumar and Kalam (1991), for the average Nusselt number at the inner wall. There is a reasonable agreement between the two sets of result, while the small difference between them could still be due to differences in the local Nusselt number definition, which is not presented in Kumar and Kalam (1991).

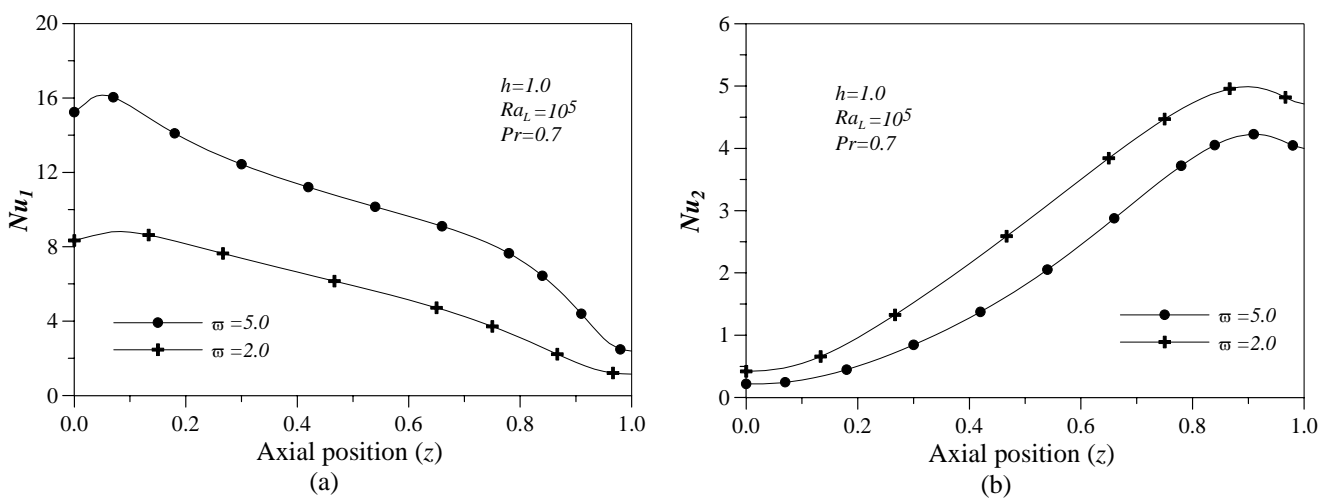


Figure 4. Axial local Nusselt number behavior (Nu_w) for $Pr=0.7$, $h=1$ and $Ra_L=10^5$ at: (a) inner wall; (b) outer wall.

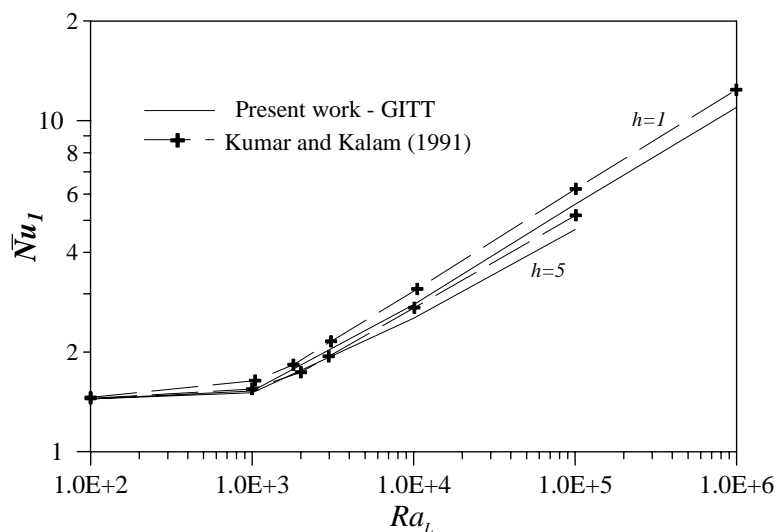


Figure 5. Average Nusselt number at the inner wall against Ra_L , for $Pr = 0.7$, $\varpi = 2.0$ and different values of h .

4. Concluding Remarks

The Generalized Integral Transform Technique is successfully implemented for the hybrid solution of natural convection within vertical concentric annular cavities, under laminar and steady flow conditions. A set of reference results with global error control is provided, in both tabular and graphical formats, and previously reported results from discrete approaches are critically examined and covalidated. These encouraging results allow now for the extension of the present analysis towards more involved situations, including variable thermophysical fluid properties.

5. Acknowledgements

The author would like to acknowledge the financial support provided by CNPq, a sponsoring agency within Brazil.

6. References

- Aung, W., Moghadam, H. E. and Tsou, F. K., 1991 "Simultaneous Hydrodynamic and Thermal Development in Mixed Convection in a Vertical Annulus with Fluid Property Variations", *Trans. ASME – J. Heat Transfer*, 113, pp. 926-931.
- Cotta, R. M., 1993, "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", Boca Raton, FL, CRC Press.
- Cotta, R. M. and Mikhailov, M. D., 1997, "Heat Conduction – Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation", John Wiley & Sons, Chichester, England.
- Cotta, R. M., 1998, "The Integral Transform Method in Thermal & Fluids Sciences & Engineering", N. Y., Begell House.
- De Vahl Davis, G. and Thomas, R. W., 1969, "Natural Convection Between Concentric Vertical Cylinders", *Physics of Fluids*, Supl. II, pp. 198-207.
- El-Shaarawi, M. A. I. and Sarhan, A., 1980, "Free Convection Effects on the Developing Laminar Flow in Vertical Concentric Annuli", *Trans. ASME – J. Heat Transfer*, Vol. 102, pp. 617-622.
- IMSL Library, 1989, *Math/Lib.*, Houston, Texas.
- Kumar, R. and Kalam, M. A., 1991, "Laminar Thermal Convection Between Vertical Coaxial Isothermal Cylinders", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34(2), pp. 513-524.
- Ozisk, M. N., 1993, "Heat Conduction", 2nd ed., N. Y., John Wiley & Sons.
- Pereira, L. M., Cotta, R. M. and Pérez Guerrero, J. S., 1999, "Analysis of Laminar Forced Convection in Annular Ducts Using Integral Transforms", *Proc. of the 15th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COBEM 99, Águas de Lindóia, São Paulo, Brazil, December, (CD-ROM)*; also, *Hybrid Meth. Eng.*, Vol. 2(2), pp. 221-232, 2000.
- Pérez Guerrero, J. S., Quaresma, J. N. N. and Cotta, R. M., 2000, "Simulation of Laminar Flow Inside Ducts of Irregular Geometry Using Integral Transforms", *Computational Mechanics*, Vol. 25, pp. 413-420.
- Prasad, V. and Kulacki, F. A., 1985, "Free Convective Heat Transfer in a Liquid-Filled Vertical Annulus", *Trans. ASME – J. Heat Transfer*, Vol. 107, pp. 596-602.
- Rogers, B. B. and Yao, L.S., 1993, "Natural Convection in a Heated Annulus", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36(1), pp. 35-47.
- Tsou, F. K. and Gau, C., 1992, "Wall Heating Effects in Mixed Convection in Vertical Annulus with Variable Properties", *J. Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 6, pp. 273-276.

A STUDY OF FORCED CONVECTION WITHIN A HORIZONTAL CAVITY WITH NINE NON-ROTATING HEATED CYLINDERS

Paulo Mohallem Guimarães

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI
Departamento de Engenharia Mecânica
Avenida BPS, 1303 – Pinheirinho – Itajubá – MG – 37500-176
paulomgui@uol.com.br

Rogério José da Silva

rogeriojs@unifei.edu.br

Genésio José Menon

genesio@unifei.edu.br

Abstract. *In this work the forced convection is analyzed in a horizontal cavity with all walls being insulated and one cooled. There are 9 non-rotating heated cylinders inside the cavity. The flow is induced by one fan placed near the upper horizontal wall. No buoyancy forces are considered. The finite element method is applied to solve the continuity, momentum, and energy equations using 4-node elements. Furthermore, the Petrov-Galerkin method and the penalty technique are applied to deal with difficulties in the convective and pressure terms, respectively. Numerical and experimental comparisons are also carried out to validate the computational code. Temperature and velocity distributions are presented showing their correlation with the Nusselt number behavior for various Reynolds numbers. Some recirculations are found that work as isolations layers that make heat transfer more difficult.*

Keywords: *finite element method, cylinder, Petrov-Galerkin, convective heat transfer, laminar flow*

1. Introduction

The study of natural, mixed, and forced convection in enclosures have been carried out for decades due to their importance in engineering applications such as solar energy systems, electronic cooling equipments, heat exchangers, etc.

In Fu et al. (1994), a penalty finite-element numerical method is used to investigate enhancement of natural convection of an enclosure by a rotating circular cylinder near a hot wall. They conclude that the direction of the rotating cylinder plays a role in enhancing natural convection in an enclosure. In this study, the counter-clockwise rotating cylinder apparently contributes to the heat transfer rate, but the clockwise rotating cylinder does not. When the value of the Richardson number is about 10^3 , the enhancement of the heat transfer rate begins to be revealed. The maximum enhancement of the heat transfer is approximately equal to 60%.

Nguyen et al. (1996) investigate numerically the heat transfer from a rotating circular cylinder immersed in a spatially uniform, time-dependent convective environment including the effects due to buoyancy force. The flow equations, based on the vorticity and stream function, are solved along with the energy equation by a hybrid spectral scheme that combines the Fourier spectral method in the angular direction and a spectral element method in the radial direction. Several cases are simulated for Grashof numbers up to 2×10^4 , Reynolds numbers up to 200, and a range of speed of rotation from -0.5 to $+0.5$. The results show that vortex shedding is promoted by the cylinder rotation but it is vanished by the presence of the buoyancy force. In opposing flows, the counter flow currents cause a large expansion of the streamlines and isotherms in the direction normal to the free stream velocity. These changes in the structure of the flow and the temperature fields greatly modify the heat flux along the surface of the cylinder and consequently, the heat transfer rate is strongly dependent upon Reynolds number, Grashof number, rotational speed, and the gravity direction. Effects due to pulsation are also reflected in the Nusselt number history in the form of periodic oscillations.

Lee et al. make experimental investigations to study the convective phenomena of an initially stratified salt-water solution due to bottom heating in a uniformly rotating cylindrical cavity. Three types of global flow patterns initially appear depending on the effective Rayleigh number and Taylor number: stagnant flow regime, single mixed layer flow regime and multiple mixed layer flow regime. The number of layers at its initial stage and the growth height of the mixed layer decreases for the same Rayleigh number. It is ascertained in the rotating case that the fluctuation of interface between layers is weakened, the growth rate of mixed layer is retarded and the shape of interface is more regular compared to the stationary case.

Joo-Sik Yoo (1998) studies numerically the mixed convection in a horizontal concentric annulus with Prandtl number equal to 0.7. The inner cylinder is hotter than the outer cylinder. The forced flow is induced by the cold outer cylinder that rotates slowly with constant angular velocity with its axis at the center of the annulus. Investigations are made for various combinations of Rayleigh number Ra , Reynolds number Re , and ratio σ of the inner cylinder diameter

to the gap width, that is, $Ra \leq 5 \times 10^4$, $Re \leq 1500$, and $0.5 \leq \sigma \leq 5$. The flow patterns can be categorized into three types according to the number of eddies: two-one- and no-eddy flows. The transitional Reynolds number between two-and one-eddy flows for small Rayleigh number is not greatly affected by the geometrical parameter σ . Net circulation of fluid in the direction of cylinder's rotation is decreased as Ra is increased. As the speed of the cylinder's rotation is increased, the points of maximum and minimum local heat fluxes at both of the inner and outer cylinders move in the same direction of cylinder's rotation for small Ra , but for high Ra the points at the inner cylinder do not always move in the same direction. Overall heat transfer at the wall is rapidly decreased, as Re approaches the transitional Re between two- and one-eddy flows.

Lin and Yan (2000) conducted an experimental study through temperature measurements to investigate the thermal features induced by the interaction between the thermal buoyancy and rotation-induced Coriolis force and centrifugal force in an air-filled heated inclined cylinder rotating about its axis. Results are obtained ranging the thermal Rayleigh number, the Taylor number, the rotational Rayleigh number, and the inclined angle. The experimental data suggest that when the cylinder is stationary, the thermal buoyancy driven flow is random oscillation at small amplitude after initial transient for inclined angle smaller than 60° . Rotating the cylinder is found to destabilize the temperature field when the rotation speed is less than 30 rpm and to stabilize it when the rotation speed exceeds 30 rpm. Moreover, the distributions of time-average temperature in the Z-direction for various inclined angles become widely separate only at low rotation rates less than 60 rpm.

In this work, a forced convection study in a rectangular cavity with a set of nine non-rotating heated cylinders on the upper right corner is carried. This particular problem can be applied to the study of heat exchangers in industrial ovens. This dimensionless study holds a laminar and unsteady regime whereas some results are shown for the steady regime.

2. Geometry and boundary conditions

Figure 1 shows the geometry and the mesh used, while the boundary conditions are as follows:

$$\begin{aligned}
 \text{On } S_1: U = V = 0 \text{ and } \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \text{ or } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0; \\
 \text{On } S_2: U = V = 0 \text{ and } \theta = 0; \\
 \text{On } S_3: U = V = 0 \text{ and } \theta = 1; \\
 \text{On } S_4: U = 1 \text{ and } V = 0;
 \end{aligned} \tag{1}$$

where U and V are the dimensionless velocity components on X and Y directions, respectively, while θ is the dimensionless temperature.

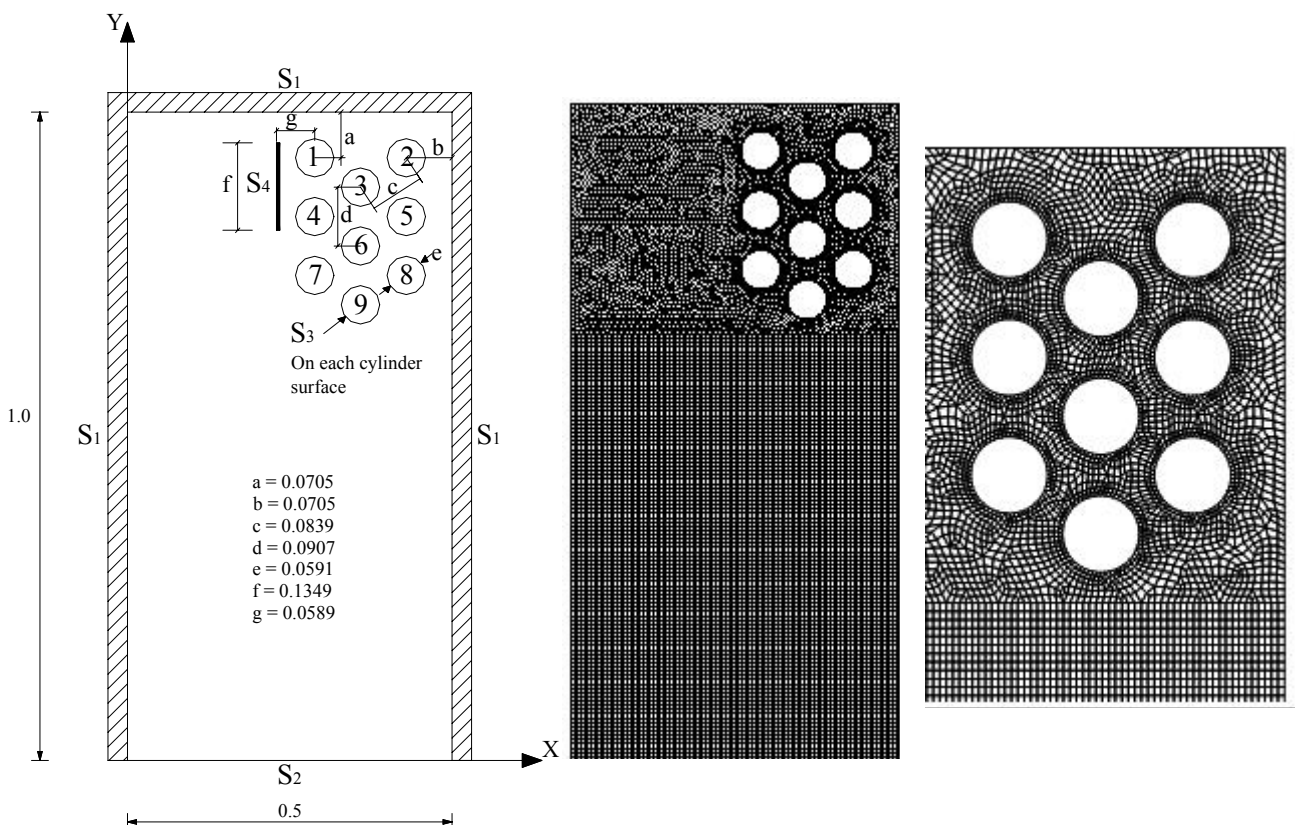


Figure 1. Geometry and mesh with 16448 structured and non-structured elements.

3. Problem formulation

The problem governing equations are given by the equations of mass conservation, Navier-Stokes, and energy. Being that u and v are the velocity components, T is the fluid temperature, t' is the time field, D_T is the thermal diffusivity, β_T is the thermal expansion coefficient, ν is the kinematic viscosity, g is the gravitational acceleration, ρ_0 is the fluid density and T_0 is the reference temperature taken as $T_0 = T_c$.

Under the Boussinesq approximation and the following dimensionless parameters:

Under the Boussinesq approximation and the following dimensionless parameters:

$$X = \frac{x}{H}; \quad Y = \frac{y}{H}; \quad U = \frac{u}{U_0}; \quad V = \frac{v}{U_0}; \quad P = \frac{p}{\rho_0 U_0^2}; \quad \tau = \frac{t}{(H/U_0)}; \quad \theta = (T - T_0)/\Delta T; \quad \Delta T = T_h - T_c; \quad (2)$$

$$Pr = \frac{\nu}{D_T}; \quad Re = \frac{U_0 \rho_0 H}{\mu};$$

which are named as the Prandtl number Pr , the Reynolds number Re , the reference velocity U_0 , and the dynamic viscosity μ , the dimensionless governing equations can be cast into the following form:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right); \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right). \quad (6)$$

The average Nusselt number along a surface S can be written as:

$$Nu = \frac{1}{S} \int_S \frac{\partial \theta}{\partial n} ds. \quad (7)$$

where n means the direction perpendicular to the surface S which can be the hot, cold, or cylinder surface.

4. The solution method

By applying the Petrov-Galerkin formulation to the equations above, Eqs. (3) to (6), together with the Penalty technique, the weak form of the conservation equations is as follows:

$$\int_{\Omega} N_i \left[\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \int_{\Omega} \lambda \frac{\partial N_i}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) d\Omega = \int_{\Omega} (N_i + P_{il}) \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) d\Omega - \int_{\Gamma_0} N_i p n_x d\Gamma \quad ; \quad (8)$$

$$\int_{\Omega} N_i \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \int_{\Omega} \lambda \frac{\partial N_i}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \left[(N_i + P_{i1}) \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + v \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] d\Omega - \int_{\Gamma_0} N_i p n_y d\Gamma \quad ; \quad (9)$$

$$\int_{\Omega} \left[N_i \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right] d\Omega = \int_{\Omega} (N_i + P_{i2}) \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma_1} N_i q d\Gamma ; \quad (10)$$

where $q = 0$ (no heat flux). The dependent variables are approximated by:

$$\Phi(X, Y, t) = \sum_j N_j(X, Y) \Phi_j(t) ; p(X, Y, t) = \sum_k M_k(X, Y) p_k(t). \quad (11)$$

N_i and N_j denote the linear shape functions for Φ , that is, for U , V , and θ , and M_k denote the shape functions for the constant piecewise pressure. P_{ij} are the Petrov-Galerkin perturbations applied to the convective terms only. The terms P_{ij} are defined as follows:

$$P_{ij} = k_j \left(U \frac{\partial N_i}{\partial X} + V \frac{\partial N_i}{\partial Y} \right) ; k_j = \frac{\alpha_j \bar{h}}{|\mathbf{V}|} ; \alpha_j = \coth \frac{\gamma_j}{2} - \frac{2}{\gamma_j} ; \gamma_j = \frac{|\mathbf{V}| \bar{h}}{\varepsilon_j} ; j=1,2 \quad (12)$$

where γ is the element Péclet number, $|\mathbf{V}|$ is the absolute value of the velocity vector that represents the fluid average velocity within each element, \bar{h} is the element average size, $\varepsilon_1 = 1/\text{Re}$, $\varepsilon_2 = 1/\text{Pe}$, and λ is the Penalty parameter which is considered to be 10^9 . The time integration is by a semi-implicit backward Euler method. Moreover, the convective terms are calculated explicitly and the viscous and Penalty terms implicitly. The temperatures and velocities are interpolated by using the four-node quadrilateral elements and the pressure by the one-node ones. Finally, the reduced integration is applied to the penalty term to avoid numerical locking.

The algorithm is extensively validated by comparing the results of the present work with both the ones obtained in experimental and numerical investigations. The first comparison is accomplished not only by using the experimental results presented by Lee and Mateescu (1998) and Armaly (1983) et al., but also by the numerical ones achieved by Lee and Mateescu (1998), Gartling (1990), Kim and Moin (1985), and Sohn (1988). The air flow of the present comparison analysis is taken as bidimensional, laminar, incompressible, and under the unsteady regime. The domain is a horizontal upstream backward-facing step channel whose inlet has a fully developed velocity profile given by $u = 24y(0.5-y) \bar{U}$ and $v = 0$ in which $\text{Re} = 800$.

Table (1) shows the results from the first comparison for the flow separation distance X_s on the upper surface and its reattachment distance X_{rs} . As for the bottom surface, the comparison is made on the reattachment distance X_r . As it can be noticed, the results of the present work agree well with the ones from the literature.

Table1. Comparison of computed predictions and experimental measurements of dimensionless lengths (with respect to the channel height) of separation and reattachment on upper and lower walls.

		Experimental results			Computed results				
		Lee and Mateescu (1998)	Armaly et al. (1983)	Present prediction	Gartling's prediction (1990)	Kim & Moin (1985)	Lee and Mateescu (1998)	Sohn (1988)	
Lower Wall	x_r	6.45	7.0	5.75	6.1	6.0	6.0	5.8	
	Upper Wall	x_s	5.15	5.7	4.95	4.85	-	4.8	-
		x_{rs}	10.25	10.0	9.9	10.48	-	10.3	-
		$x_{rs}-x_s$	5.1	4.3	4.95	5.63	5.75	5.5	4.63
Reynolds	805	800	800	800	800	800	800	800	
Hd/Hu	2	1.94	2	2	2	2	2	2	

The second comparison is performed with the numerical results shown by Comini (1997) et al.. The contrasting study is carried out by considering a problem involving a Poiseuille flow heated from below with velocity and temperature profiles at the inlet given by $U = 6Y(1-Y)$ and $\theta = 1-Y$, respectively. The flow is considered to be

bidimensional, laminar, and incompressible in the unsteady regime. In this case, some values are chosen such as $Re=10$, $Pr = 0.67$, and $Fr = 1/150$. The grid has 4000 quadrilateral four-noded elements with $\Delta x=0.1$, $\Delta y=0.15$, $\Delta t=0.01$ and 1000 iterations. After approximately iteration 500, the regime turns to be quasi-periodic with the average Nusselt number on the upper wall oscillating around a mean value of 2.44. This value agrees satisfactorily with the one found by Comini (1997) et al. which is 2.34, resulting in a deviation of about 4%.

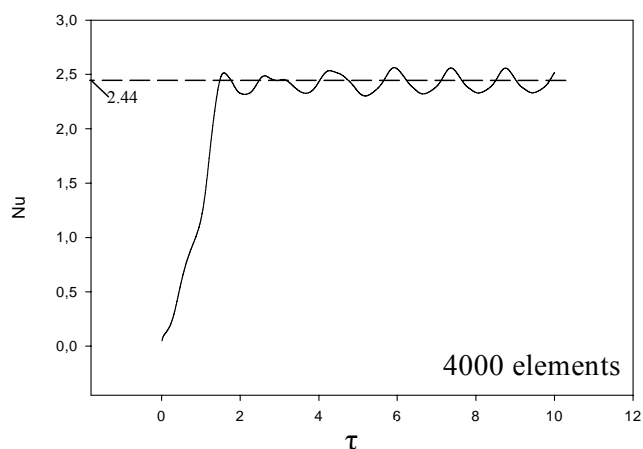


Figure 2. Average Nusselt number Nu measured along the upper surface versus time for a Poiseuille flow heated from below.

The third case studied to validate the mathematical modeling code is featured by mixed convection of air between two horizontal concentric cylinders with a cooled rotating outer cylinder with $Pr = 0.7$, $Re = 10, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350,$ and 500 , and $Ra = 10^4, 2 \times 10^4,$ and 5×10^4 . The domain is discretized spatially with 5976 non-structured four-node quadrilateral elements.

Figure 3 shows the average Nusselt numbers (inner cylinder and outer cylinder surfaces) from the present work compared to the ones found in Yoo (1998), where different grids are used: meshes of (65×64) , (45×64) , or (65×32) for a finite difference scheme. In fact, the results found here are higher than the ones in Yoo(1998). This difference is likely due to different methods and different meshes. The time step used is 0.01 for almost all cases and the number of iterations ranges from 10^4 to 3×10^4 .

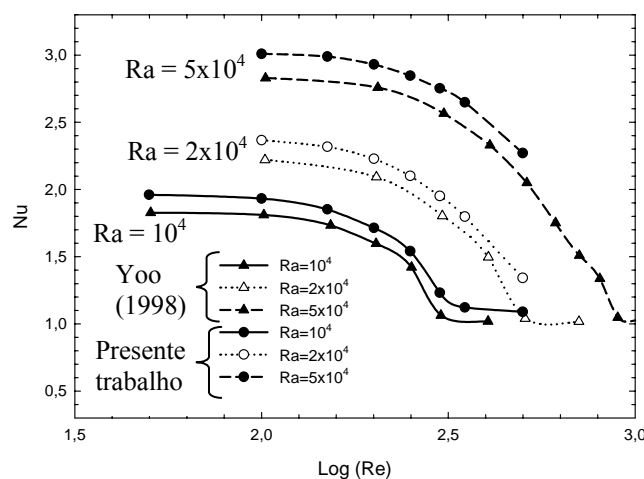


Figure 3. Average Nusselt number versus Reynolds number for the third comparison.

5. Results

Figure 4 shows temperature, velocity, and streamline distributions for Reynolds number $Re = 100, 250, 750,$ and 1000 . The streamlines are only shown to assure the understanding of flow directions and recirculations. The velocity intensity can be seen through the velocity vector behaviour. For all cases, there are two opposite recirculations before the flow entrance between cylinders 1 and 4. Although the size of these two recirculations tend to decrease as Re increases, more intense velocities are present for $Re = 1000$. All flows are mainly governed by two big cells. Interestingly, for high Re , the cells near the cold surface do not get smaller as Re increases. The other cell velocities get much stronger as Re increases. As for the temperature, the cold fluid tends to be confined near the cold wall. However, for $Re = 1000$, this cold fluid tries to find its way along the right insulated wall.

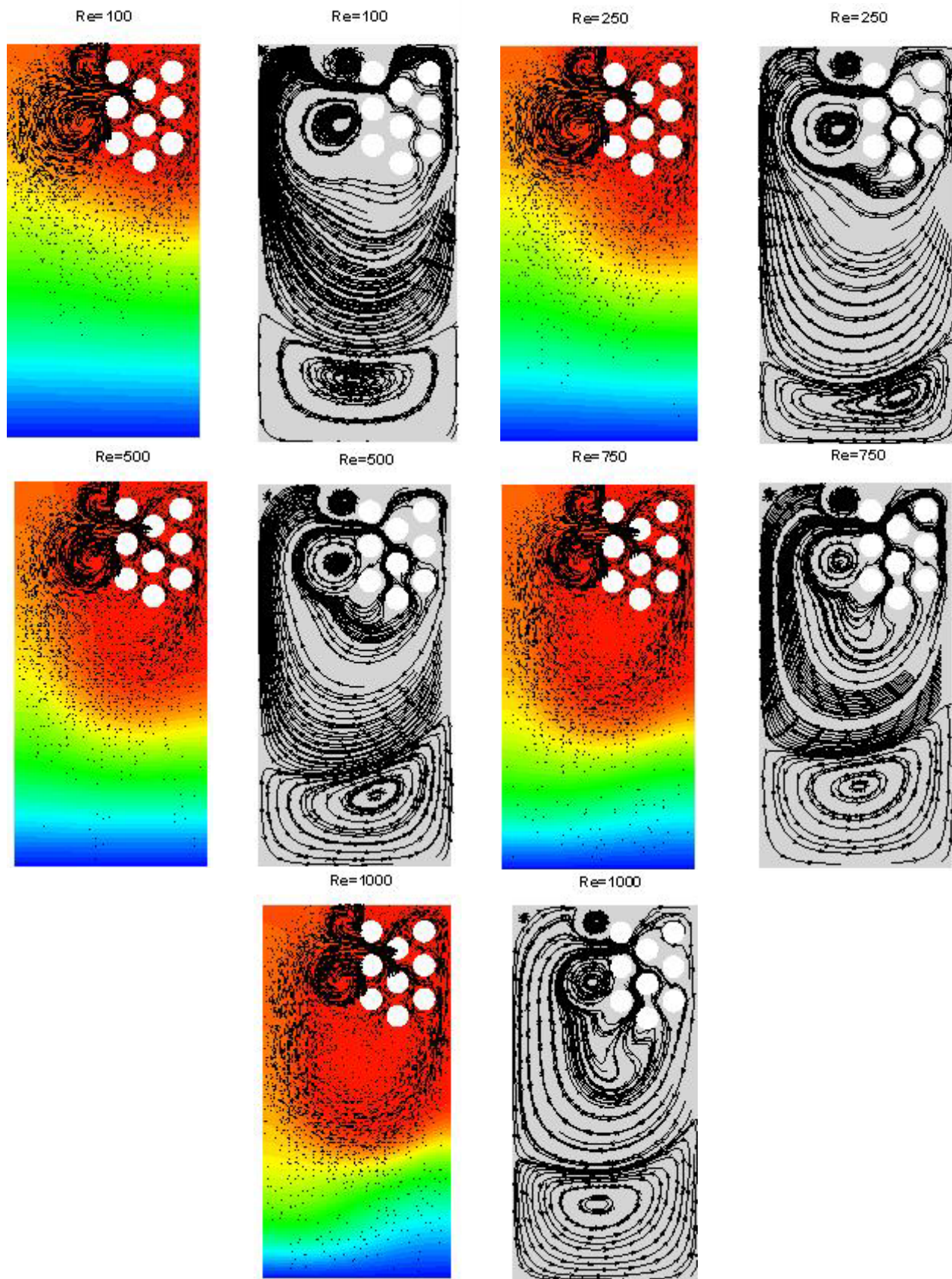
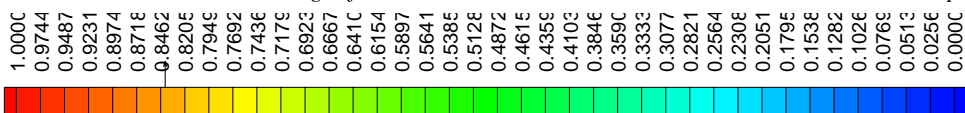


Figure 4 – Isotherms, velocity vectors, and streamlines for Re = 100, 250, 500, 750, and 1000.

Since flows through the cylinders are quite complex, Fig. 5 pictures them in more detailed views for $Re = 100$, 250, 500 and 1000. The recirculations in front of cylinders 1, 4, and 7 are due to the presence of stronger pressure gradients caused by flows through the cylinders originated from a main flow between cylinders 1 and 4. From this main flow, three strong ones are branched out after reaching cylinder 3. Two of them are then responsible for blocking some passages and, hence, creating those two main recirculations in front of cylinders 1, 4, and 7. One can observe that the flow is almost stagnant between cylinders 3 and 5, and 6 and 9. This may not contribute to heat transfer. The flow on the right hand side of cylinders 2, 5, and 8 is almost one-dimensional. As Re increases, the temperature distribution tends to be uniform. It seems that as Re increases, a recirculation starts after cylinder 9.

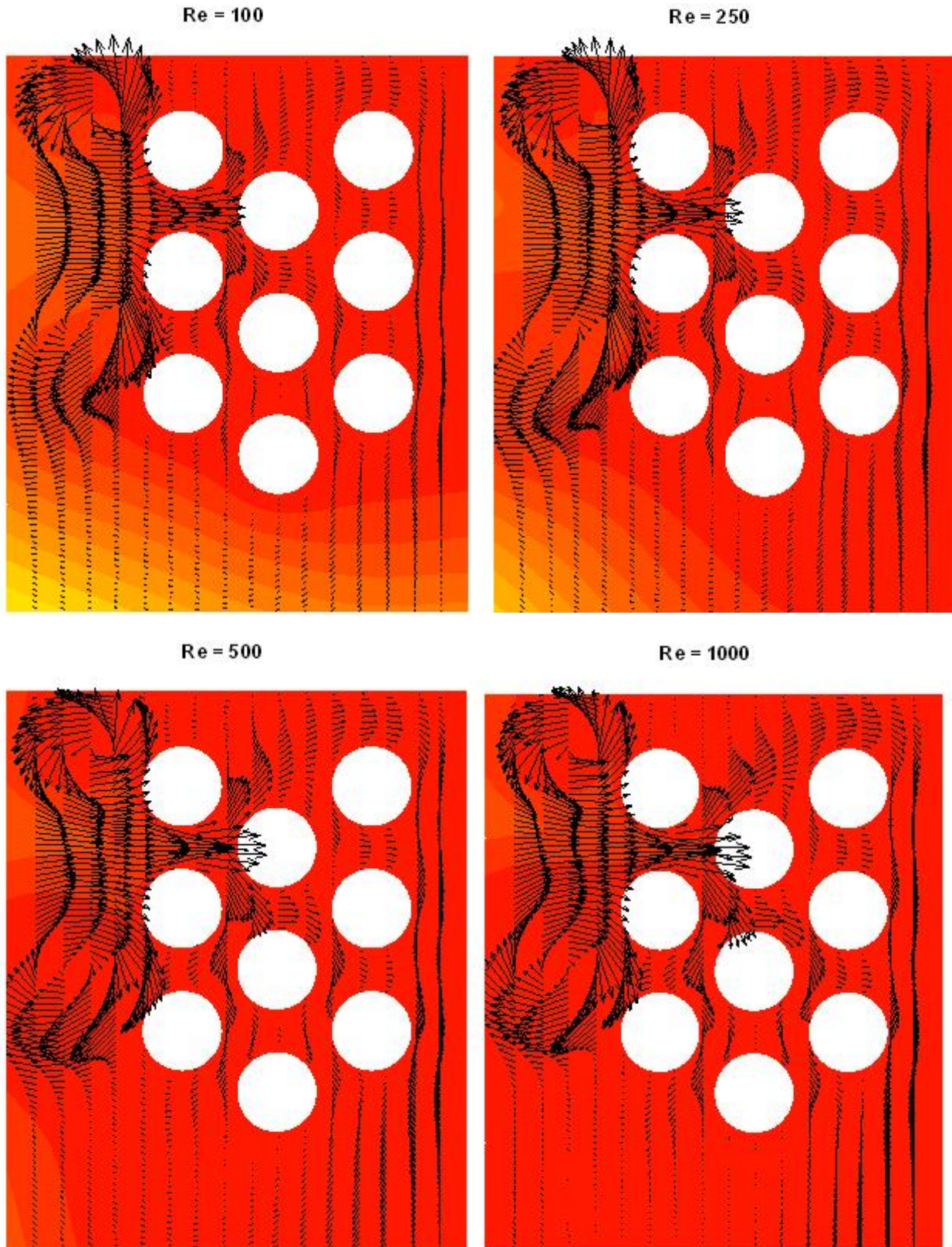


Figure 5 – Detailed view of the velocity vectors around the cylinders.

Figure 6 shows the Nusselt number behaviour in time for $Re = 100, 250, 500,$ and 1000 . The Nusselt numbers are calculated on the cold wall NU_c , on all cylinder surfaces together NU_{cyl} , and on each cylinder surface $NU_{cyl}(i)$, where $i = 1, 2, \dots, 9$. Cylinders 1, 3, and 4 have the highest NU through time. It is worth observing that $NU_{cyl}(1)$ is smaller than $NU_{cyl}(4)$ for $Re = 100$ and 250 . For higher Re , this behaviour is just the opposite. This can be explained by the ascendant flow of hot fluid around cylinder 7 which is higher as Re increases. The temperature distribution also features this behaviour due to its weaker uniformity around cylinder 1. Flow tends to be stronger through cylinders 1 and 3, and 2 and the insulated walls for higher Re .

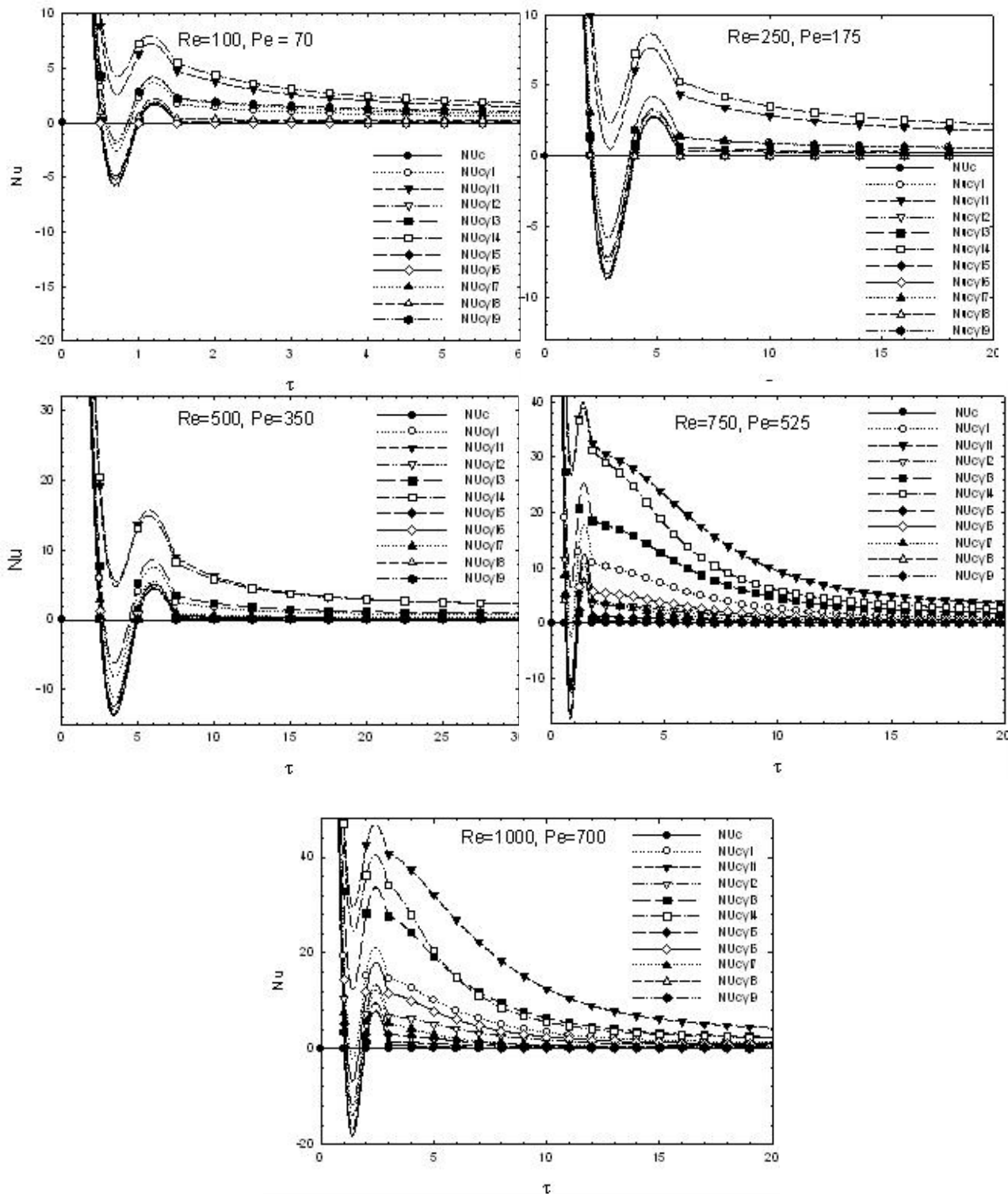


Figure 6 – Average Nusselt number versus time for $Re = 100, 250, 500, 750,$ and 1000 .

Finally, Fig. 7 presents the average Nusselt number in the steady state regime for $Re = 100, 250, 500, 750,$ and 1000 . Again, the higher Re is, the higher $NU_{cyl(1)}$ gets. However, for Re smaller than 500 , $NU_{cyl(4)}$ is higher than $NU_{cyl(1)}$. It is interesting to notice how $NU_{cyl(9)}$ decreases and how $NU_{cyl(3)}$ increases. Furthermore, it can be noticed that $NU_{cyl(2,5,7,8, \text{ and } 9)}$ are too small, and thus, featuring a weak heat transfer on those surfaces. Maybe, a way of enhancing it on those areas is to make wider passages in some places guaranteeing more cold fluid reaching those cylinders. The fact that those main recirculations appear near the cold wall is certainly an issue which should be worked on to enhance heat transfer. These recirculations work as isolation layers which inhibits hot fluid coming from the cylinders to reach directly the cold wall. If this is done, maybe the temperature distribution would be uniform. If some conductive bodies are placed within the cavity, certainly new recirculations would be brought up and therefore, again, the location of those recirculations would be extremely important in the uniformity of the temperature field. Although this is a start study, it gives important results on recirculations and their influence on heat transfer. This can provide time and money savings when trying to build such devices in food industry. More studies with higher velocities are encouraged by the authors for future works.

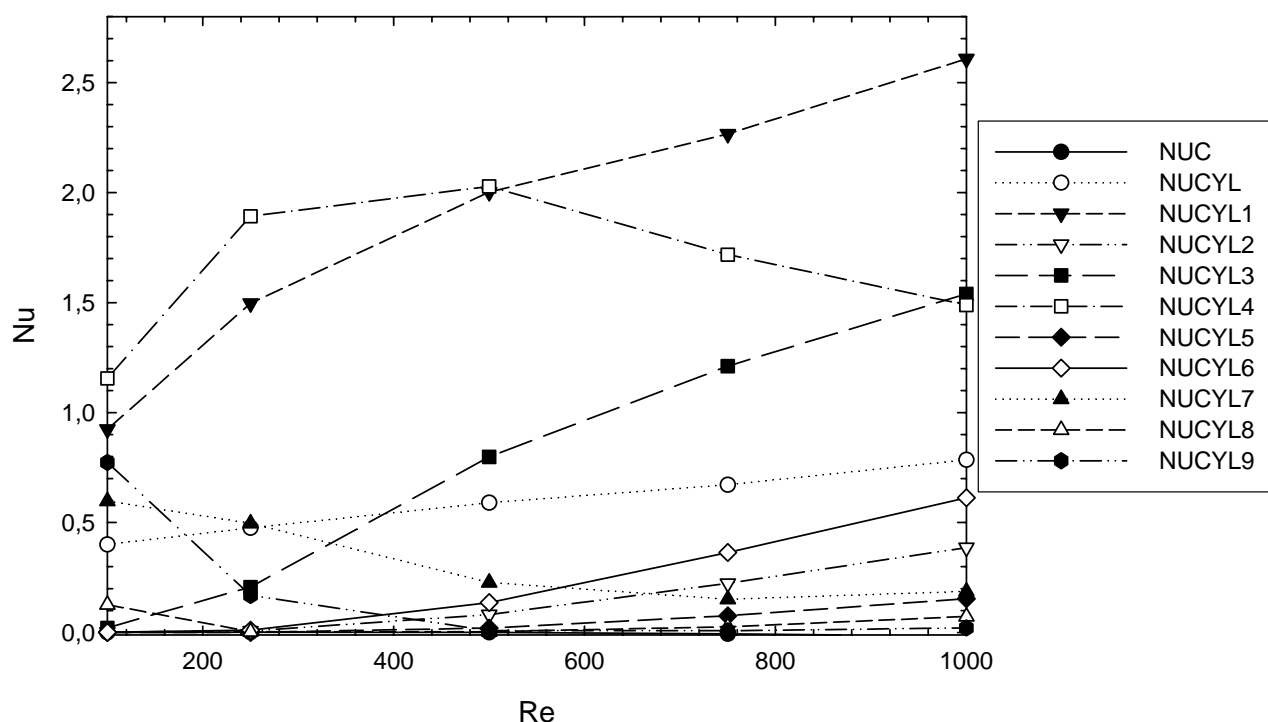


Figure 7 – Average Nusselt number for $Re = 100, 250, 500, 750,$ and 1000 .

6. Conclusions

In this work, the forced convection in a cavity with three isolated walls and one cooled wall is performed featuring a start study of heat exchangers in the food field. The governing equations are numerically solved using the finite element method with the Penalty technique on the convective terms. The method makes use of linear quadrilateral elements. Some comparisons are carried out to validate the computational code developed by the authors. Flow and temperature distributions are presented and some important results are reached by varying Reynolds number from 100 to 1000. There are some recirculations inside the cavity that are strongly correlated to the heat transfer and uniformity of temperature distribution. For all cases, a recirculation appears near the cold wall that works as an isolation layer and thus impairing heat transfer. The authors encourage some more studies in which the cylinders set configuration must be taken into account as well as higher forced velocities. Experimental studies have already been carried out by engineers from PRÁTICA TECHNOCOOL in the city of Pouso Alegre, Minas Gerais, Brazil.

7. Acknowledgements

The authors acknowledge CAPES, FAPEMIG and PRÁTICA TECHNOCOOL for the financial support without which this study would be impossible.

8. References

- Armaly, B. F., Durst, F., Pereira, and J. C. F. & Schonung, B., 1983, "Experimental and Theoretical Investigation of Backward-Facing Step Flow", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 127, pp. 473-496.
- Comini, G., Manzan, M. and Cortella, G., 1997, "Open Boundary Conditions for the Streamfunction-Vorticity Formulation of Unsteady Laminar Convection", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 31, pp. 217-234.
- Fu, W.S., Cheng, C.S. and Shieh, W.J., 1994, "Enhancement of Natural Convection Heat Transfer of an Enclosure by a Rotating Circular Cylinder", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, No. 13, pp. 1885-1897.
- Gartling, D. K., 1990, "A Test Problem for Outflow Boundary Conditions – Flow over a Backward-Facing Step", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 11, pp. 953-967.
- Kim, J. and Moin, P., 1985, "Application of a Fractional-Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations", *Journal of Computational Physics*, Vol. 59, pp. 308-323.
- Lee, J., Kang, S. H. and Son, Y. S., 1999, "Experimental Study of Double-Diffusive Convection in a Rotating Annulus with Lateral Heating", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 821-832.
- Lee, T. and Mateescu, D., 1998, "Experimental and Numerical Investigation of 2-D Backward-Facing Step Flow", *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 8, pp. 1469-1490.
- Lin, D. and Yan, W.M., 2000, "Experimental Study of Unsteady Thermal Convection in Heated Rotating Inclined Cylinders", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 3359-3370.
- Nguyen, H. D., Paik, S. and Douglass, R. W., 1996, "Unsteady Mixed Convection About a Rotating Circular Cylinder with Small Fluctuations in the Free-Stream Velocity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 3, pp. 511-525.
- Sohn, J., 1998, "Evaluation of FIDAP on Some Classical Laminar and Turbulent Benchmarks", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 8, pp. 1469-1490.
- Yoo, J., 1998, "Mixed Convection of Air Between Two Horizontal Concentric Cylinders with a Cooled Rotating Outer Cylinder", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.41, No. 2, pp. 293-302.

9. Copyright Notice

The authors are the only responsible for the printed material included in their paper.

SINGLE-PHASE NATURAL CIRCULATION IN A MINI-LOOP: PRELIMINARY RESULTS

Mario Misale

Dipartimento di Ingegneria della Produzione, Termoeenergetica e Modelli Matematici- Sez. Tec., University of Genoa
Via Opera Pia 15°, (I) 16145 Genova – Italy, misale@dpitem.unige.it

Pietro Garibaldi

Dipartimento di Ingegneria della Produzione, Termoeenergetica e Modelli Matematici- Sez. Tec., University of Genoa
Via Opera Pia 15°, (I) 16145 Genova – Italy, misale@dpitem.unige.it

Julio Cesar Passos

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecanica- LEPTEN/Boiling – Laboratorio de Engenharia de Processos Tecnologia de Energia, Boiling Group EMC – Caixa Posta 476, CEP 88040-900, Florianopolis, SC, Brazil

Glauber Ghisi de Bitencourt

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecanica- LEPTEN/Boiling – Laboratorio de Engenharia de Processos Tecnologia de Energia, Boiling Group EMC – Caixa Posta 476, CEP 88040-900, Florianopolis, SC, Brazil

Abstract. *This study reports an experimental investigation into using a rectangular single-phase natural circulation mini-loop, which consists of two horizontal copper tubes (heat transfer sections) and two vertical tubes (legs) made of copper, connected by means of four glass 90° bends. The loop inner diameter is 4 mm. The lower heating section consists of an electrical heating wire made of nichrome on the outside of the copper tube; the upper cooling system consists of a coaxial cylindrical heat exchanger with a water-glycol mixture, set at controlled temperature and flowing through the annulus. The loop has an imposed heat flux in the lower heating section and an imposed temperature in the cooler. The mini-loop was placed onto a table which can assume different inclinations. The parameters investigated during the experiments were: power transferred to the fluid and inclination of the loop. The preliminary results show a stable behaviour with a steady temperature difference across the heat sinks. It has been confirmed that the fluid velocity is very small (order of millimetres per second).*

Keywords. *Single-Phase, Mini-loop, Natural circulation, Loop inclination*

1. Introduction

Natural circulation loops are able to convey heat passively from heat sources to heat sinks without need of mechanical pumps. For this reason they can be applied in many technological applications such as solar heaters, energy conversions, nuclear power plants and thermal control of electronic components. In particular for the last two examples; their reliability must be guaranteed more than the other thermal systems cited above. Although these two thermal systems utilise the same mechanism to convey the heat flux, they are characterised by very different geometrical dimensions. The total length of the loops varies between a few meters for the former type and a few centimetres for the latter.

Extensive experimental and theoretical research into single-phase natural circulation has already been completed and deals with the physics of flow and how it influences heat transfer in thermosyphons, characterised by macro-geometrical dimensions. In particular, Grief (1988), Vijayan et al. (1992), and Zvirin (1981) reviewed thermosyphonic flows in the most common geometries and their applications. In the case of closed and open rectangular loops, particular attention has been devoted to both transient and steady-state flows as well as to stability analyses of the system under various heating and cooling conditions. Moreover, different thermal boundary conditions such as loop inclination (Misale et al. (2005)) and thermal conduction of the pipe were considered (Jiang, Y.Y. and Shoji, M. (2003)). All the above cited studies refer to loops characterized by large scale geometrical dimensions. Only in the case of two-phase natural circulation loops are geometrical dimensions limited to a few millimetres or less.

Muhkherjee and Mudawar (2003a-2003b) studied the thermal performance of a two-phase natural circulation loop. In particular, they studied both flat and a finned surfaces inside a channel as the heating section of a natural circulation loop. The boiler gap between the boiling surface and the wall confinement varied between 0.13 mm up to 21.5 mm. In the case of flat surface the corresponding hydraulic diameter corresponded at 0.065 mm or 10.65 mm respectively.

More recently, Tuma and Mortazavi (2006) studied a two-phase natural circulation loop for cooling electronic devices. They utilized this heat transfer technique to remove a power of 200 W dissipated by a silicon chip.

Concerning mini and micro-thermal systems, two-phase natural circulation loops have been investigated both experimentally and theoretically, while single-phase loops have not still been examined. A preliminary study of a single-phase mini-loop characterised by a hydraulic diameter of 4 mm was completed. For defined geometrical loop dimensions (width and height), experiments were conducted by varying both the power transferred to the fluids and the

inclination of the loop. The results were compared with a theoretical model (Vijayan (2002)) that was previously proposed for vertical single-phase rectangular loops characterised by geometrical dimension of several orders of magnitude higher than the loop dimensions utilised in this study. A correlation factor was introduced in order to take into account the value of loop inclination.

2. EXPERIMENTS

2.1 Experimental apparatus

A rectangular loop was used during the experiments and consisted of two horizontal copper tubes (heat transfer sections) and two vertical tubes (legs) made of copper. These were connected by means of four 90° bends made of glass. The inner uniform diameter was of 4 mm.

A sketch of the experimental apparatus is shown in Fig. 1. The geometrical dimensions of the loop as well as the thermocouple locations are shown in Fig. 2.

The lower heating section (L=136 mm) consists of an electrical heating wire made of nichrome on the outside of the copper tube. The upper cooling system is a coaxial cylindrical heat exchanger with a mixture of 50% water and 50% glycol flowing through the annulus. In this way, the loop has an imposed heat flux in the lower heating section and an imposed temperature in the cooler. The temperature of the cooler can be fixed by using a cryostat. The flow rate of the liquid coolant was higher than 1 litre per minute. This value guarantees that the temperature difference between the inlet and the outlet of the coolant is less than 1 degree Kelvin. An expansion tank open to the atmosphere was installed on the topmost elevation of the loop, to allow the liquid inside the system to expand. In order to minimize the heat exchange between the loop and the ambient external air, all parts of the system were thoroughly insulated. The heat transfer rate through the insulation, evaluated on the basis of usual heat transfer correlations, was always less than 5% of the heat input.

The loop was equipped with 4 calibrated (± 0.1 °C) metal-sheathed K-thermocouples (0.2 mm OD – see Fig. 2). Two additional metal-sheathed K-thermocouples were used to measure temperature in the ambient and in the cryostat bath, respectively.

The thermocouples (T1, T2, T3 and T4) in the loop were placed on the axis of the tube. In natural circulation systems the presence of the any sensors into the fluid influences the pressure losses in the loop; for this reason the outer diameter of the thermocouples was chosen to be 0.2 mm. The presence of this sensor reduced the cross sectional area by 3.2%, however, this reduction is lower than the critical value found for a bigger loop (inner diameter of 40 mm) (Misale and Frogheri (2001), where it was demonstrated that the presence of localized pressure drops could influence thermo-hydraulic behaviour if the reduction of the internal diameter cross sectional area is greater than 64.0%.

Experimental data was acquired over a period of 5400 seconds and stored by means of a high-speed data-acquisition system by National Instruments (Lab PC+, SCXI-1102, SCXI-1303). An electronic ice point was used as reference temperature and temperatures were based on an average of 80 readings with a time interval between two data acquisition steps being 1 second. Distilled water was used as the working fluid during the experiments.

2.2 Experimental campaigns

The power transferred to the fluid and the loop inclination were the experimental variables used for the parametric investigation. The power varied between 2.5 W and 25 W, and the loop inclination (α) between 0° (gravitational orientation) and 75°, respectively, as shown in Table 1. The experimental procedure adopted was: Displacement of the loop inclination; Control of the coolant liquid temperature in the cryostat bath (during the tests the temperature bath was fixed at 0° C) as well as of the uniformity of the liquid temperature in the mini-loop; Starting the data acquisition system after 100 seconds by simultaneously switching on the power and opening the cryostat valves reaching the desired temperature at the upper heat sink.

Due to the fact that this was the first time that a mini-natural circulation loop had been experimentally examined, several runs were repeated. The runs at 0° were performed with the aim of reaching the lowest limit of the critical power value; which allowed single-phase conditions to remain. For this geometry loop configuration, the critical value was slightly above 25W. This will be shown in the next sections.

3. RESULTS

3.1 Experimental data

The overview of the experimental results is shown in Figures. 3-11 (one picture for each power input and loop inclination combination). The temperature difference across the heater for each run is reported on the left-y-axis whereas the maximum temperature of the liquid is shown on the right-y-axis. Since several runs are plotted in each figure, the maximum temperature depicted in each figure is referred to the run showing the maximum value of temperature overshoot.

It is very easy to observe that the thermo-hydraulic behaviour is stable (clockwise circulation) for all thermal and geometrical configurations of the loop (steady temperature difference across the heat sinks). After the quiescent state, when thermal conductivity is the dominant heat transfer mechanism, the fluid starts circulating through the loop and shows an initial temperature difference overshoot, successive stabilisation occurs, caused by the total friction losses along the loop.

The quiescent state depends on power input as well as on loop inclination. As the power increases, the time required for the transient state to end is reduced. The loop inclination has the opposite effect. When the loop inclination is increased, the quiescent state duration increases as well as the value of temperature overshoot. The runs at $P=2.5$ W and $\alpha=75^\circ$ in particular show a very smooth trend. The overshoot is not pronounced when compared with the others runs. As the mass flow rate is very low for this operating condition, conduction becomes more important in the global heat transfer mechanism causing soft temperature overshoots.

The runs at $P=7.5$ W and 10 W do not show typical temperature overshoots after the quiescent state, instead the temperature variations and consequently the flow rates show clockwise/anticlockwise transient circulations, however when the flow is developed the instabilities are suppressed. When steady state conditions are reached, the fluid always circulates in a clockwise direction. This tendency is most likely caused by small geometrical imperfections in the tubes that make the loop asymmetric and drive the fluid motion to a preferred direction.

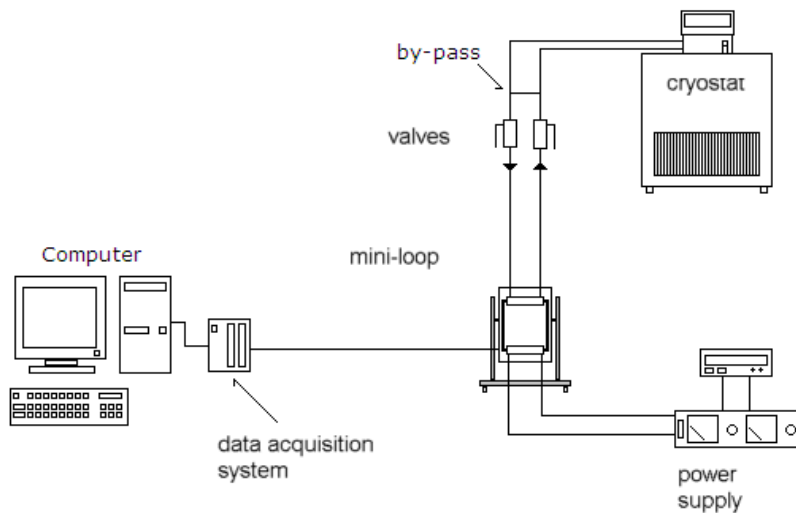


Fig. 1 – Experimental apparatus.

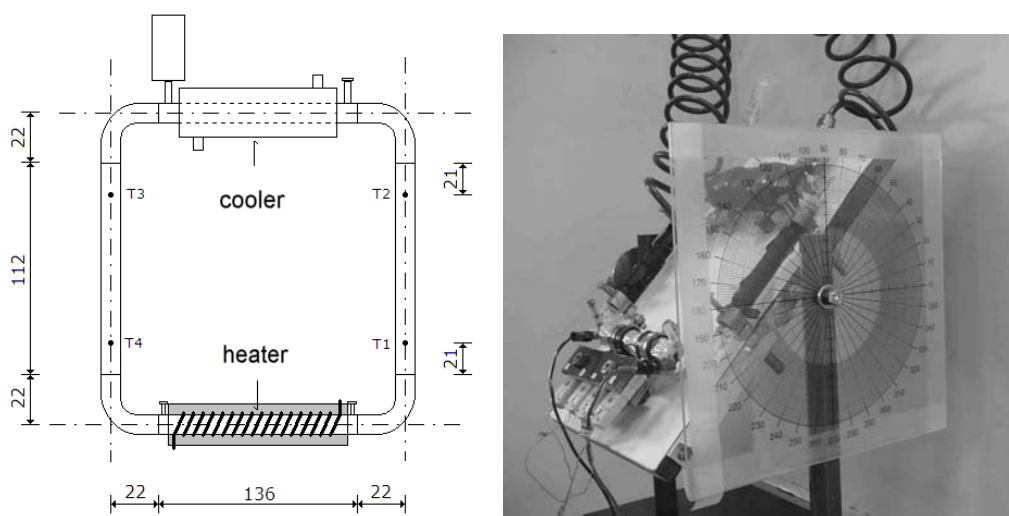


Fig. 2 – Geometrical dimensions of the rectangular loop, thermocouples locations (dimension mm), and a picture of the mini-loop.

Table 1 – Experimental campaigns data

Run no.	Loop inclination, °	Power, W
#1	0°	5, 15, 25
#2	0°	5, 15, 25
#3	0°	5, 15, 25
#4	0°	5, 15, 25
#5	30°	2.5, 7.5, 10
#6	30°	2.5, 7.5, 10
#7	75°	2.5, 10
#8	75°	2.5, 10
#9	75°	2.5, 7.5, 10
#10	0°	5, 15, 25
#11	0°	5, 15, 25
#12	0°	5, 15, 25
#13	30°	2.5, 7.5, 10
#14	30°	2.5, 7.5, 10
#15	30°	2.5, 7.5, 10
#16	30°	2.5, 7.5, 10
#17	75°	2.5, 7.5, 10
#18	75°	2.5, 7.5, 10
#18	75°	2.5, 7.5, 10
#19	75°	2.5, 7.5, 10
#20	75°	2.5, 7.5, 10
#21	75°	2.5, 7.5, 10
#22	0°	10

3. RESULTS

3.1 Experimental data

The overview of the experimental results is shown in Figures. 3-11 (one picture for each power input and loop inclination combination). The temperature difference across the heater for each run is reported on the left-y-axis whereas the maximum temperature of the liquid is shown on the right-y-axis. Since several runs are plotted in each figure, the maximum temperature depicted in each figure is referred to the run showing the maximum value of temperature overshoot.

It is very easy to observe that the thermo-hydraulic behaviour is stable (clockwise circulation) for all thermal and geometrical configurations of the loop (steady temperature difference across the heat sinks). After the quiescent state, when thermal conductivity is the dominant heat transfer mechanism, the fluid starts circulating through the loop and shows an initial temperature difference overshoot, successive stabilisation occurs, caused by the total friction losses along the loop.

The quiescent state depends on power input as well as on loop inclination. As the power increases, the time required for the transient state to end is reduced. The loop inclination has the opposite effect. When the loop inclination is increased, the quiescent state duration increases as well as the value of temperature overshoot. The runs at P=2.5 W and $\alpha=75^\circ$ in particular show a very smooth trend. The overshoot is not pronounced when compared with the others runs. As the mass flow rate is very low for this operating condition, conduction becomes more important in the global heat transfer mechanism causing soft temperature overshoots.

The runs at P=7.5 W and 10 W do not show typical temperature overshoots after the quiescent state, instead the temperature variations and consequently the flow rates show clockwise/anticlockwise transient circulations, however when the flow is developed the instabilities are suppressed. When steady state conditions are reached, the fluid always circulates in a clockwise direction. This tendency is most likely caused by small geometrical imperfections in the tubes that make the loop asymmetric and drive the fluid motion to a preferred direction.

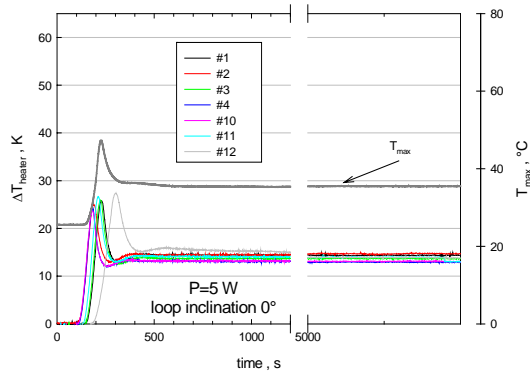


Figure 3 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=5\text{ W}$, $\alpha=0^\circ$)

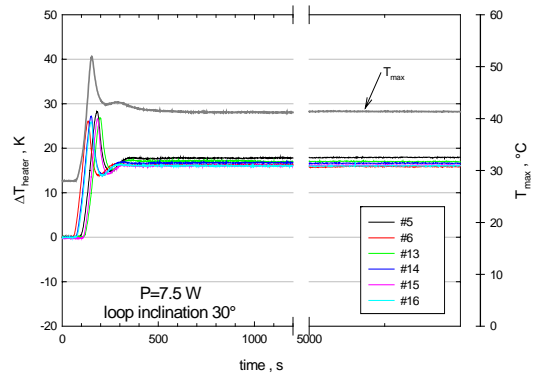


Figure 7 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=7.5\text{ W}$, $\alpha=30^\circ$)

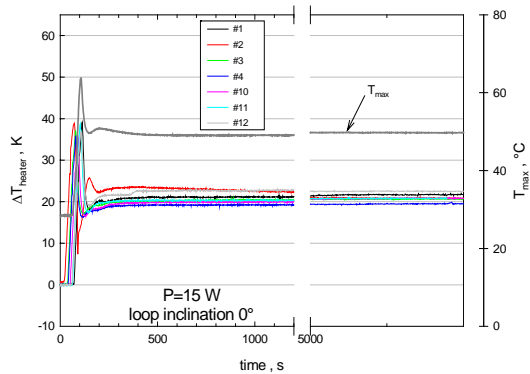


Figure 4 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=15\text{ W}$, $\alpha=0^\circ$)

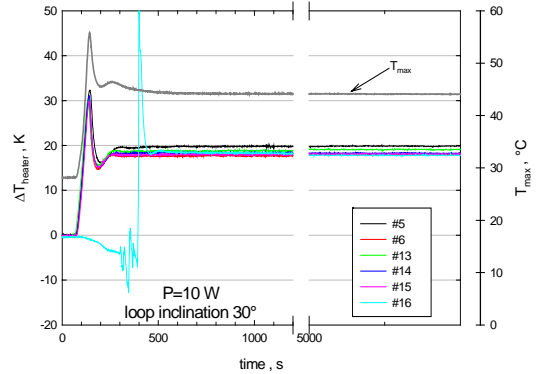


Figure 8 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=10\text{ W}$, $\alpha=30^\circ$)

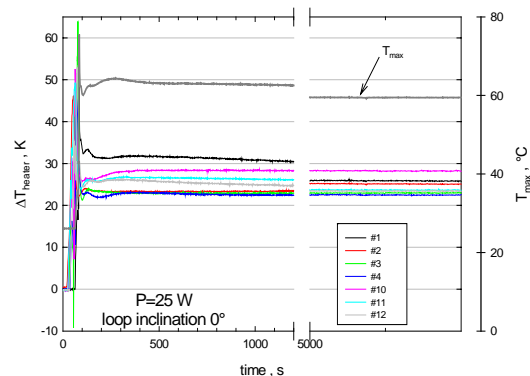


Figure 5 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=25\text{ W}$, $\alpha=0^\circ$)

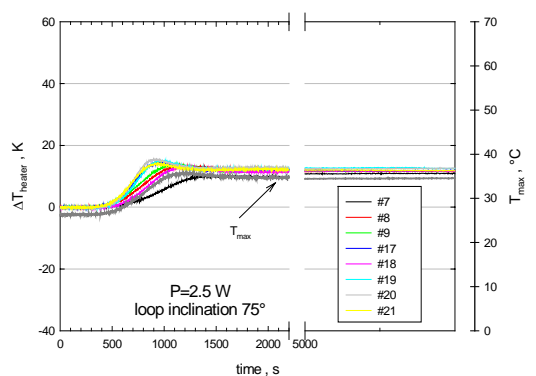


Figure 9 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=2.5\text{ W}$, $\alpha=75^\circ$)

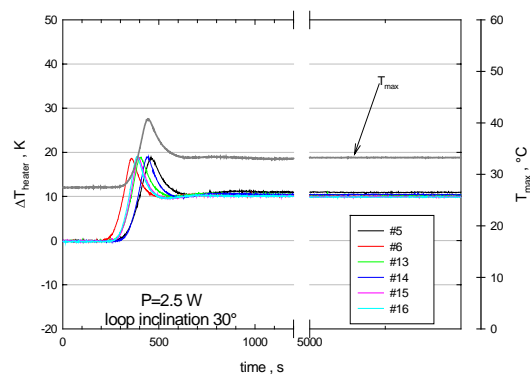


Figure 6 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=2.5\text{ W}$, $\alpha=30^\circ$)

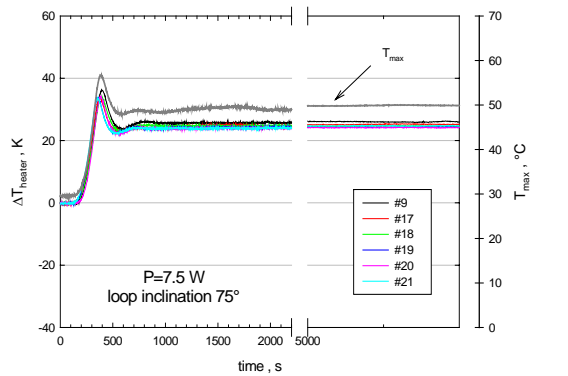


Figure 10 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=7.5\text{ W}$, $\alpha=75^\circ$)

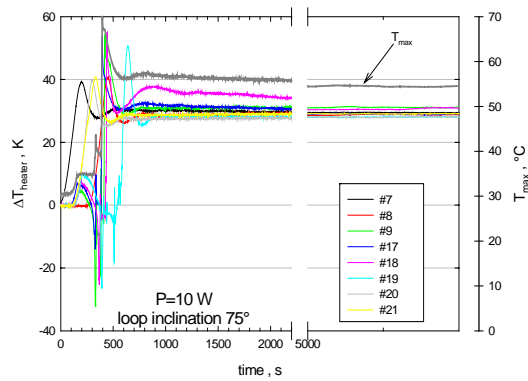


Figure 10 – Temperature differences across the heater and maximum temperature vs time ($P=7.5\text{ W}$, $\alpha=75^\circ$)

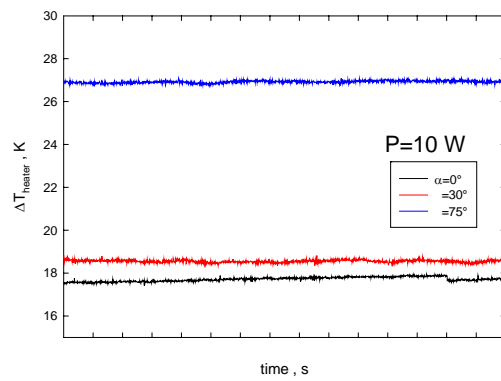


Figure 12 – Temperature difference across the heater vs time for different loop inclinations ($P=10\text{ W}$)

With regard to the repeatability of the runs, for fixed power and loop inclination, Table 2 details the temperature differences $(\Delta T_h)_{ss}$, the average temperature differences $\overline{(\Delta T_h)_{ss}}$, and the associated standard deviation σ , respectively: The best thermal performance (maximum power with acceptable temperature difference) of the system, expressed in term of $\overline{(\Delta T_h)_{ss}}$, occurs for the 25 W and vertical displacement of the loop ($\alpha=0^\circ$) case, i.e., with the same temperature difference, and a loop inclination of 75° , the system is able to transfer only 7.5W from the heat source to the heat sink.

The upper limit of the steady state fluid temperature for this first experimental campaign was 60°C , reached with the heating power of 25W, 10°C higher than the tests at 15 W. As is known, the heat transfer capability of natural circulation loops depends predominantly on geometrical parameters. The present loop is characterized by $H/W=0.87$ and $L_{tot}/D=165.5$. Using a higher loop, the upper power limit due to high fluid temperature could certainly increase.

A potential application of this could be for the thermal control of electronic components. A few parallel connected single-phase mini-loops could potentially cool computer processors using only natural circulation.

Finally a simple consideration of the influence of the loop inclination is made. In Figure 12, data measured during the test at $P=10\text{ W}$ are reported for three different loop inclinations. The data show there to be a significant incremental change of ΔT_{heater} for $\alpha=75^\circ$. This consideration is in agreement with the results obtained by Misale et al. (2005) for a large scale natural circulation loop.

Table 2 – Different values of steady-state temperature difference across the heater

Power, W	α, \circ	$(\Delta T_h)_{ss}, \text{K}$	$\overline{(\Delta T_h)_{ss}}, \text{K}$	σ, K
5	0°	13.9,14.3, 13.3, 12.8, 12.9, 13.6, 13.7	13.5	0.5
15	0°	20.9, 20.2, 20.1, 19.1, 20.2, 20.3, 21.9	20.4	0.8
25	0°	25.1, 25.1, 22.4, 21.9, 27.5, 23.0, 22.9	24.0	2.0
2.5	30°	10.7, 10.1, 10.3, 10.3, 9.9, 9.9	10.2	0.3
7.5	30°	17.3, 15.5, 16.6, 16.1, 15.8, 15.2	16.1	0.8
10	30°	19.1, 17.5, 18.6, 17.8, 17.6, 17.4	18.0	0.7
2.5	75°	10.2, 11.0, 11.1, 11.4, 11.3, 12.3, 12.1, 11.6	11.4	0.7
7.5	75°	24.2, 23.7, 23.4, 23.3, 23.8	23.7	0.4
10	75°	28.1, 27.5, 27.8, 29.4, 27.0, 27, 28.3	27.9	0.8

3.2 Steady state data analysis

In a single-phase natural circulation loop it is essential to predict the mass flow rate as function of the boundary conditions, particularly of the power transferred to the liquid and, as additional parameter in our study, the loop inclination.

As detailed previously, the present apparatus shows always steady state conditions with laminar flow for the entire range of power input and angle values investigated. In this case, the gravitational forces balance the shear stresses and it is possible to develop a correlation between Re_{ss} , the steady state Reynolds number, and Gr_m , a modified Grashof number, which depends on heat flux, geometry and mean fluid temperature.:

$$Re_{ss} = \frac{w \cdot D}{\nu} \quad ; \quad Gr_m = \frac{D^3 \cdot \rho^2 \cdot P \cdot H}{A \cdot \mu^3 \cdot c_p} \cdot \beta \cdot g \cdot \cos(\alpha) \quad (1)$$

The modified Grashof number was used by Vijayan (2002) but in this study it has been modified (the $\cos(\alpha)$ term) to account for loop inclination. The Vijayan's model assumptions (large scale natural circulation loop) are:

- 1D model is assumed to be valid,
- Viscous heating and axial conduction effects are neglected,
- Heat losses are negligible (<5%) and
- The Boussinesq approximation is valid.

For the loop used in this study, the diameter is assumed to be uniform; hence the flow cross sectional area is constant.

In the general case when assuming a 1D model, the mass flow does not depend on space coordinates:

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial s} = 0 \quad (2)$$

The integral momentum equation can be written as:

$$\frac{L}{A} \frac{d\dot{m}}{dt} = g\rho_0\beta \oint Tdz - \frac{\dot{m}^2}{2\rho_0 A^2} \left(f \frac{L}{D} + k \right) \quad (3)$$

The parameter N_G is introduced as:

$$N_G = \left(\frac{L}{D} + \frac{k}{f} \right) \quad (4)$$

Assuming that the fully developed forced flow correlations are valid, the friction factor (f) in the region of laminar flow can be expressed as:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (5)$$

The energy equation varies along the loop and can be expressed by:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{\rho_0 A} \frac{\partial T}{\partial s} = \frac{P}{\rho_0 c_p A L} \quad \text{Heater (6a)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{\rho_0 A} \frac{\partial T}{\partial s} = - \frac{\pi D}{\rho_0 c_p A} h_c (T - T_s) \quad \text{Cooler (6b)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{\rho_0 A} \frac{\partial T}{\partial s} = 0 \quad \text{Pipes (6c)}$$

In the current case the flow is always stable, therefore it is possible to drop all the time dependent terms. By means of a dimensionless procedure and introducing the N_G parameter and the laminar flow friction factor as expressed above, it is possible to rewrite equation (3) as:

$$\frac{Gr_m}{Re_{ss}^3} \oint \mathcal{G} dZ = \frac{64 N_G}{2 Re_{ss}} \quad (7)$$

Where: $\mathcal{G} = \frac{T - T_s}{(\Delta T_h)_{ss}}$ and $Z = \frac{z}{H}$

Solving the temperature integral along the loop, it is possible to rewrite eq.(7) as the correlation presented by Vijayan, [9]. This is plotted in Fig 13 together with experimental data:

$$Re_{ss} = 0.1768 \left[\frac{Gr_m}{N_G} \right]^{0.5} \quad (8)$$

As shown in Fig. 13 there is a good agreement between the correlation proposed by Vijayan (2002) and the experimental data. In particular, it is important to consider that Vijayan’s model was developed for a large scale loop and it has been applied to a mini-loop here. Furthermore, loop inclination was also accounted for by the modification made to the Grashof number Gr_m .

The predicted mass flow values are lower than the experimental results in the case of low power and high inclination angle (2.5W, 75°). This poor correlation could be caused by three-dimensional effects on the temperature and velocity fields, which invalidate the assumption that the model is one dimensional.

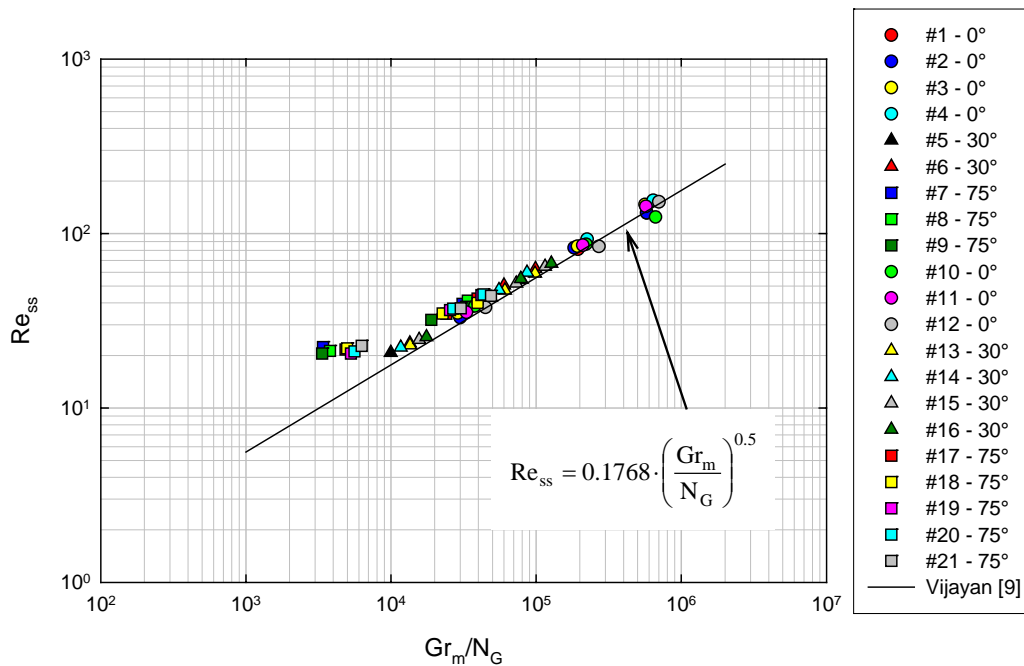


Figure 13 – Steady-state data analysis

4. CONCLUSIONS

An experimental investigation in a single-phase natural mini-loop, characterised by an internal uniform diameter of 4 mm, is presented. In particular the effect of power transferred to the fluid and loop inclination was systematically investigated.

The main conclusions are detailed as follows:

- For each experimental run, the thermo-hydraulic behaviour is stable (steady temperature difference across the heat sinks), i.e., after quiescent state, when thermal conductivity in the fluid is the dominant heat transfer mechanism, the flow starts circulating through the loop, showing an initial temperature overshoot followed by a successive stabilisation caused by the total friction losses along the loop. The quiescent state duration increases as the power decreases and the loop inclination increases; whereas the temperature overshoot increases as the power and loop inclination increase.
- The loop inclination influences the temperature of the fluid only when the angle is 75°. When the loop inclination is 0° (vertical) or 30° the effect is quite negligible even as observed for a large scale natural circulation loop [4]
- The loop displacement at 75° shows instabilities during the transient case, i.e., instead of observing the typical temperature overshoot after the quiescent state, the temperature trends and consequently the flow both show clockwise/anticlockwise unstable circulation. This is most probably because during the initial transient flow, the conduction is the predominant mechanism to convoy the heat.

- The steady-state analysis, expressed in terms of the typical dimensionless numbers (Re_{ss} vs Gr_m/N_G), shows a good agreement with the correlation proposed by Vijayan (2002). This was originally proposed for large scale natural circulation loops, but has been modified to take into account the loop inclination.
- From the data obtained in this experimental research,, the best thermal performance of the mini-loop is referred to the operating condition of $P=25$ W and vertical inclination of the loop (0°). A potential application of this could be the thermal control of electronic components. A number of single-phase mini-loops connected in parallel should have the ability to cool computer processors using only natural circulation.
- The data reported in this study could be considered as the first step to construct a database regarding the single-phase natural circulation mini-loop.

Acknowledgments

This paper was supported by grants **Cofinanziamento MIUR 2005**. The technical support of P.I. M. Bertucci and the help concerning English grammar of G.German are also gratefully acknowledged.

NOMENCLATURE

Symbol	Quantity	SI unit
A	flow area	m^2
c_p	specific heat	kJ/kgK
D	internal diameter	m
f	friction factor	-
g	gravitational acceleration	m/s^2
Gr_m	modified Grashof number	-
H	loop height	m
h_c	cooler heat transfer coefficient	W/m^2K
k	local pressure loss coefficient	-
L	heater length	m
\dot{m}	mass flow rate	kg/s
N_G	dimensionless parameter	-
P	heat flux	W
Re	Reynolds number	-
s	spatial coordinate around the loop	m
t	Time	s
T	Temperature	$^\circ C$
ΔT_h	heater temperature difference	K
$\overline{(\Delta T_h)_{ss}}$	average temperature difference at the heater	K
W	loop width	m
w	fluid velocity	m/s
z	Elevation	m
Z	dimensionless elevation	-
α	loop inclination	degree
β	thermal expansion coefficient	$1/K$
ρ_o	reference density	kg/m^3
θ	dimensionless temperature	-
σ	standard deviation	-

REFERENCES

- Greif, R., 1988, “Natural circulation loops”, Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp 1243-1257.
- Jiang, Y.Y. and Shoji, M., 2003, “Flow stability in a natural circulation loop: influence of wall thermal conductivity”, Nuclear Engineering Design, Vol. 222, pp. 16-28.
- Misale, M. and Frogheri, M., 2001, “Stabilization of a single-phase natural circulation loop by pressure drops”, Experimental Thermal and Fluid Sciences, Vol. 25 (5), pp. 277-282.
- Misale, M., Devia, F., and Garibaldi, P., 2005, “Some considerations on the interaction between the fluid and wall tube during experiments in a single-phase natural circulation loops”, IASME Transaction Issue 9 (2), pp.1717-1722.
- Mukherjee, S., and Mudawar, I., 2003a, “Smart pumpless loop for micro-channel electronic cooling flat and enhanced surfaces”, IEEE Trans. on Components and Packaging Technologies, Vol.26 (1) pp. 99-109.
- Mukherjee, S., and Mudawar, I., 2003b, “Pumpless loop for narrow channel and micro-channel boiling”, Journal of Electronic Packaging, Vol. 125, pp. 431-441.
- Tuma, P. E., and Mortazavi, H. R., 2006, “Indirect thermosyphons for cooling electronic devices”, ElectronicCooling, Vol. 12 (1), pp. 26-32.
- Vijayan, P.K., Nayak, A.K., Pilkhwal, D.S., Saha, D., and Verkat Raj, V., 1992, “Effect of loop diameter on the stability of single-phase natural circulation in rectangular loops”, Nureth 5, pp. 261-267.
- Vijayan, P.K., 2002, “Experimental observations on the general trends of the steady state and stability behaviour of single-phase natural circulation loops”, Nuclear Engineering and Design, Vol. 215, pp. 139–152.
- Zvirin, Y., 1981, “A review of N. C. loops in PWR and other systems”, Nuclear Engineering and Design Vol. 67, pp 203-225.

SINGLE-PHASE NATUTAR CIRCULATION IN A MINI-LOOP: PRELIMINARY RESULTS

Mario Misale

Dipartimento di Ingegneria della Produzione, Termoenergetica e Modelli Matematici- Sez. Tec., University of Genoa
Via Opera Pia 15°, (I) 16145 Genova – Italy, misale@dpitem.unige.it

Pietro Garibaldi

Dipartimento di Ingegneria della Produzione, Termoenergetica e Modelli Matematici- Sez. Tec., University of Genoa
Via Opera Pia 15°, (I) 16145 Genova – Italy, misale@dpitem.unige.it

Julio Cesar Passos

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecanica- LEPTEN/Boiling – Laboratorio de Engenharia de Processos Tecnologia de Energia, Boiling Group EMC – Caixa Posta 476, CEP 88040-900, Florianopolis, SC, Brazil

Glauber Ghisi de Bitencourt

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecanica- LEPTEN/Boiling – Laboratorio de Engenharia de Processos Tecnologia de Energia, Boiling Group EMC – Caixa Posta 476, CEP 88040-900, Florianopolis, SC, Brazil

Abstract. *This study reports an experimental investigation into using a rectangular single-phase natural circulation mini-loop, which consists of two horizontal copper tubes (heat transfer sections) and two vertical tubes (legs) made of copper, connected by means of four glass 90° bends. The loop inner diameter is 4 mm. The lower heating section consists of an electrical heating wire made of nicromel on the outside of the copper tube; the upper cooling system consists of a coaxial cylindrical heat exchanger with a water-glycol mixture, set at controlled temperature and flowing through the annulus. The loop has an imposed heat flux in the lower heating section and an imposed temperature in the cooler. The mini-loop was placed onto a table which can assume different inclinations. The parameters investigated during the experiments were: power transferred to the fluid and inclination of the loop. The preliminary results show a stable behaviour with a steady temperature difference across the heat sinks. It has been confirmed that the fluid velocity is very small (order of millimetres per second).*

Keywords. *Single-Phase, Mini-loop, Natural circulation, Loop inclination*