# TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM UMA GOTÍCULA LÍQUIDA SUBMETIDA A VARIAÇÕES DE PRESSÃO PERIÓDICAS

### **Tobias R. Gessner**

Polo – Laboratórios de Pesquisa em Refrigeração e Termofísica Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 88040-900, Brasil. tobias@polo.ufsc.br

#### Jader R. Barbosa Jr.

Polo – Laboratórios de Pesquisa em Refrigeração e Termofísica Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 88040-900, Brasil. jrb@polo.ufsc.br

*Resumo.* Problemas de transferência de calor sem e com mudança de fase em situações onde o comportamento da pressão ambiente é função do tempo são encontrados em inúmeras aplicações de engenharia. A transferência de calor com mudança de fase em uma gotícula líquida esférica é analisada do ponto de vista fundamental para o caso onde a pressão ambiente varia forma periódica. As equações de conservação da massa e da energia para a gotícula, para a camada de vapor que a envolve e para a interface são deduzidas e resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes Finitos. São analisados dois casos particulares da formulação geral com mudança de fase (o primeiro para uma parede plana impermeável e o segundo para uma esfera impermeável), de modo a comprovar a existência de uma defasagem entre as distribuições temporais do fluxo de calor e da diferença entre as temperaturas da superfície e do seio do vapor. No caso onde há mudança de fase, é mostrado que a freqüência de oscilação da pressão exerce forte influência sobre a taxa de variação do raio da gotícula em função do tempo.

Palavras chave: transferência de calor com mudança de fase, evaporação, condensação, pressão variável.

#### 1. Introdução

São inúmeras as aplicações de engenharia envolvendo a transferência de calor entre uma superfície e um gás (ou um vapor) em processos de compressão e expansão sucessivos. Como exemplos, podem ser citados motores de combustão interna, compressores e máquinas alternativas em geral. Nestas situações, a inaplicabilidade da Lei de Resfriamento de Newton (Eq. 1) para o cálculo do fluxo de calor através das superfícies do cilindro é um fato há muito reconhecido e comprovado teórica e experimentalmente (Pfriem, 1943; Overbye et al, 1961).

$$\vec{q} \cdot \hat{n} \propto \left(T_I - T_{\infty}\right) \tag{1}$$

Durante processos de compressão e expansão, a proporcionalidade entre o fluxo de calor e a diferença de temperaturas entre a superfície e o seio do gás ou vapor expressa na Eq. (1) deixa de ser válida devido ao surgimento de uma defasagem entre o fluxo de calor (que é diretamente proporcional ao gradiente de temperaturas no gás junto à parede) e a diferença de temperaturas,  $T_I - T_{\infty}$ , entre a superfície e fluido longe dela. Como conseqüência desta defasagem, o coeficiente de transferência de calor, definido como a razão entre  $\vec{q} = T_I - T_{\infty}$ , pode exibir valores negativos, nulo e infinito ao longo de um ciclo de compressão e expansão (Kornhauser e Smith, 1994). Entretanto, a despeito desta aparente inconsistência na Lei de Resfriamento de Newton para esta classe de problemas, a maioria dos modelos para a transferência de calor em processos de compressão ainda ignora essa diferença de fase, conforme relatado por Fagotti et al. (1994).

O problema fundamental da transferência de calor entre uma superfície plana impermeável e um gás cuja pressão varia de forma periódica tem sido intensamente estudado experimentalmente e analiticamente através de modelos com vários níveis de sofisticação e complexidade. Uma revisão recente e extensa da literatura foi realizada por Catto e Prata (2000) e não será, portanto, repetida aqui.

O objetivo do presente trabalho é estender a análise da transferência de calor descrita acima a um problema fundamental de grande importância prática (Sirignano, 2000), mas que ainda não foi suficientemente explorado no contexto de processos de compressão e expansão (Haywood et al., 1994; Sheu and Liou, 1999); o problema da transferência de calor com mudança de fase de uma gotícula líquida pura suspensa em um meio infinito superaquecido. Neste caso, os gradientes de temperatura que se desenvolvem em ambos os lados da interface líquido-vapor contribuem para um avanço (condensação) ou recuo (evaporação) da interface em resposta ao comportamento instantâneo da pressão em um ciclo de compressão e expansão. Nas condições investigadas no presente trabalho, o efeito líquido ao longo do ciclo é a evaporação da gotícula, em virtude da manutenção do superaquecimento do meio vapor distante da gota, ou seja,

$$T_{\infty} > T_{sat}(p), \quad \forall \ p(t).$$

Como será visto a seguir, para uma dada amplitude, a freqüência de oscilação do campo de pressão é crucial para a determinação dos gradientes de temperatura junto à interface líquido-vapor e, conseqüentemente, do fluxo de massa interfacial, do qual depende integralmente a taxa de variação do raio da gotícula com o tempo.

O presente trabalho é estruturado da seguinte forma. Na Seção 2 são apresentadas as equações de conservação e as principais hipóteses adotadas pelo modelo físico. As condições da simulação são discutidas na Seção 3, juntamente com o detalhamento da implementação computacional. O problema é abordado em três diferentes casos. No primeiro, investiga-se a transferência de calor entre vapor de R-134a e uma parede plana (equivalente a uma esfera de raio infinito) impermeável com condição de temperatura interfacial prescrita. No segundo caso, é estudada a transferência de calor entre vapor de R-134a e uma esfera sólida impermeável na qual a resistência interna à transferência de calor é suposta nula ( $Bi \rightarrow 0$ ). Finalmente, no terceiro caso, é investigado o problema da transferência de calor entre uma gotícula líquida de R-134a imersa em um meio infinito (R-134a vapor) superaquecido. Resultados para os três casos são apresentados na Seção 4 sob a forma de perfis radiais de temperatura e diagramas de fase dos fluxos de calor e de massa interfaciais em função de  $T_I - T_{\infty}$  para diversas freqüências de oscilação da pressão. Conclusões e sugestões para pesquisas futuras são discutidas na Seção 5.

# 2. Modelagem

É suposto que o vapor (R-134a) é um gás real e que sua densidade varia com o tempo segundo a expressão,

$$\rho_G = \rho_{G,0} \left\{ \frac{2(1+R_V)}{1+2R_V - \sin(\omega t + 3\pi/2)} \right\}$$
(3)

onde  $R_V = 0,1$ ,  $\omega$  é a freqüência de oscilação e  $\rho_{G,0} = 4,6232 \text{ kg/m}^3$  é a densidade do vapor em um estado de referência (1 bar, 0°C). A variação da pressão é calculada supondo processos de compressão e expansão isentrópicos e ausência de gradientes espaciais (Sheu and Liou, 1999). Assim,  $p = p(\rho_{G, s_{G,0}})$ , onde  $s_{G,0}$  é a entropia específica do vapor no estado de referência. A variação temporal da temperatura no seio do vapor é calculada analogamente, isto é ,  $T_{\infty} = T_{\infty}(\rho_{G, s_{G,0}})$ . A Fig. 1 ilustra os perfis de p,  $T_{\infty}$  e  $T_{sat}(p)$  em função do tempo adimensional, onde  $\tau = \omega^{-1}$ .

A equação de conservação da massa para um elemento de área interfacial infinitesimal (ver Fig. 2) fornece,

$$\rho_L V_{L,r}^I - \rho_L \dot{R} = \rho_G V_{G,r}^I - \rho_G \dot{R} = \dot{m}_I \tag{4}$$

onde  $\dot{R}$  é a taxa de variação no tempo do raio da gota e  $V_{L,r}^{I}$  e  $V_{G,r}^{I}$  são as velocidades interfaciais do líquido e do vapor na direção radial e  $\dot{m}_{I}$  é o fluxo de massa interfacial. A conservação da massa no vapor é dada por,

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_G + \nabla \cdot \left(\rho_G \vec{V}_G\right) = 0 \tag{5}$$



Figura 1. Distribuições de pressão e temperatura.



Figura 2. Balanços de massa e energia na interface da gota líquida.

onde, fazendo uso da simetria radial e com a hipótese de que a densidade do vapor é somente função do tempo,

$$\frac{d}{dt}\rho_G + \rho_G \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 V_{G,r} \right) = 0 \tag{6}$$

A condição de contorno para a equação acima é, com base na conservação da massa interfacial (Eq. 4) e admitindo que o líquido no interior da gota encontra-se estagnado, dada por,

$$V_{G,r}(R,t) = V_{G,r}^{I} = \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_G}\right) \dot{R}$$

$$\tag{7}$$

Integrando a Eq. (6) em r, tem-se,

$$V_{G,r}(r) = \frac{R^2}{r^2} \left( 1 - \frac{\rho_L}{\rho_G} \right) \dot{R} + \frac{1}{\rho_G} \frac{d\rho_G}{dt} \left( \frac{R}{3} - \frac{r}{3} \right)$$
(8)

A conservação da massa na gota líquida fornece,

$$\dot{R} = -\dot{m}_I / \rho_L \tag{9}$$

Analogamente ao balanço de massa interfacial (Fig. 2), a equação de conservação da energia para a interface, com os fluxos de calor por difusão na direção radial,  $\vec{q}_L \in \vec{q}_G$ , definidos a partir da lei de Fourier, é dada por (*h* é a entalpia),

$$\dot{m}_{I}(h_{G} - h_{L}) = k_{G} \frac{\partial T_{G}}{\partial r} - k_{L} \frac{\partial T_{L}}{\partial r}$$
(10)

A equação da energia no vapor é dada por (admitindo simetria radial e desprezando a dissipação viscosa),

$$\rho_G c_{PG} \left( \frac{\partial T_G}{\partial t} + V_{G,r} \frac{\partial T_G}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_G r^2 \frac{\partial T_G}{\partial r} \right) + \frac{dp}{dt}$$
(11)

onde as condições de contorno são,

$$T_G(r,0) = T_{G,0} \tag{12}$$

$$\left. \frac{\partial T_G}{\partial r} \right|_{r \to \infty} = 0 \tag{13}$$

$$T_G(R,t) = T_I(t) \tag{14}$$

A equação da energia na gota líquida é dada por (admitindo não haver circulação interna de líquido),

$$\rho_L c_{PL} \frac{\partial T_L}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_L r^2 \frac{\partial T_L}{\partial r} \right)$$
(15)

onde as condições de contorno são,

 $T_L(r,0) = T_{L,0}$ (16)

$$\left. \frac{\partial T_L}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \tag{17}$$

$$T_L(R,t) = T_I(t)$$
<sup>(18)</sup>

Equilíbrio termodinâmico é suposto na interface líquido-vapor, de modo que  $T_I$  nas Eqs. (14) e (18) representa a temperatura de saturação à pressão instantânea,  $T_I(t) = T_{sat}(p)$ . O efeito de curvatura na pressão de saturação foi incorporado através da equação de Kelvin (Vehkamaki, 2006). Efeitos associados à nucleação de vapor (cavitação) no interior da gotícula e de deformação da interface (Haywood et al., 1994; Mashayek, 2001) foram ignorados.

#### 3. Implementação

#### 3.1. Condições da Simulação

A implementação do modelo foi realizada para 3 casos onde a pressão ambiente (do vapor) e a temperatura do vapor,  $T_{\infty}$ , varia de forma periódica conforme ilustra a Fig. 1. Em todos os casos, foram avaliados quatro níveis de freqüência,  $\omega$ , a saber, 0,1, 1, 10 e 100 Hz. As propriedades do R-134a foram calculadas com base nas rotinas em FORTRAN do REFPROP 7.0 (Lemmon et al., 2002). No primeiro caso, a transferência de calor foi modelada entre uma parede plana e o vapor de R-134a. Neste caso, a temperatura da parede foi suposta constante e igual a 343,15 K. No segundo caso, foi modelada a transferência de calor entre uma esfera sólida de raio 0,1 mm e uma camada de vapor de R-134a de espessura infinita para a condição de  $Bi \rightarrow 0$  (ausência de resistência interna). Assim, a temperatura na superfície da esfera sólida foi calculada a partir de (formulação de parâmetros concentrados),

$$\frac{dT_I}{dt} = -\frac{3\vec{q}\cdot\hat{n}}{R\,\rho_E c_{PE}}\,,\tag{19}$$

onde o sub-índice *E* denota a esfera sólida,  $\vec{q}$  é o fluxo de calor instantâneo e o vetor unitário  $\hat{n}$  aponta na direção *r*. As temperaturas iniciais do vapor e da esfera sólida foram estabelecidas em 273,15 K. Finalmente, no terceiro caso, foi modelada a transferência de calor com mudança de fase entre uma gota esférica líquida de R-134a puro e uma camada de vapor de R-134a de espessura infinita. As temperaturas iniciais do vapor e da gotícula são 273,15 K. A variação da temperatura de saturação associada à variação de pressão em um ciclo é mostrada na Fig. 1.

## 3.2. Implementação Numérica

As equações de conservação da energia na gota líquida e no vapor foram resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes Finitos. A avaliação das propriedades nas fronteiras dos volumes foi realizada através do esquema de interpolação *UPWIND* (Versteeg e Malalasekera, 1995). A malha computacional da gota continha 100 volumes de controle igualmente espaçados, resultando em um incremento radial igual  $r_g = 1 \times 10^{-3}$  mm. Este valor foi adotado no primeiro volume de controle da malha computacional do vapor. Os tamanhos dos demais volumes da malha no vapor foram calculados por  $r_g \alpha^k$ , onde  $\alpha = 1,0065$  e k é o número do elemento, que varia de 0 na interface da gota a 1000 na fronteira externa da malha. Desta forma, o comprimento radial total da malha é igual a 100 mm. Cada ciclo de compressão foi dividido em 1000 a 2000 intervalos de tempo,  $\Delta t$ .

No terceiro caso (evaporação da gotícula), a distribuição temporal da temperatura de saturação é utilizada como condição de contorno no cálculo das temperaturas na gota e, posteriormente, no vapor a partir da integração das respectivas equações de conservação da energia. Destes campos de temperatura, os gradientes em cada lado da interface são aproximados por funções lineares, de onde se obtém os fluxos de calor na interface. A partir do balanço de energia interfacial, obtém-se a variação temporal do raio da gota para o intervalo de tempo  $i\Delta t$ , permitindo o cálculo do raio da gota no instante  $(i+1)\Delta t$ . Por fim, a variação do raio da gota ao longo do tempo torna necessária uma constante atualização das malhas computacionais. Para a gota líquida, o novo raio implica em um novo incremento radial, para que se mantenha o mesmo número de volumes de controle da malha. Para o vapor, isto resulta em um deslocamento dos volumes previamente estabelecidos de forma que estes acompanhem o movimento da interface. As temperaturas nas novas malhas são obtidas através de uma interpolação, ponderada na massa, dos valores nas malhas antigas. O procedimento é repetido até o intervalo de tempo  $i_{max} \Delta t$ .

#### 4. Resultados

#### 4.1. Caso (i): A Parede Plana

As Figs. 3a-d mostram perfis de temperatura no vapor em função da distância da superfície para quatro instantes de tempo adimensionais,  $\omega t$ , em um ciclo (0, ¼, ½ e ¾ de ciclo) para as freqüências de 0,1, 1, 10 e 100 Hz. Os perfis de temperatura apresentados nas figuras foram extraídos de ciclos para os quais uma condição estacionária-periódica já havia sido atingida, ou seja, os perfis em um dado instante no ciclo não mais se alteravam de ciclo para ciclo. Como pode ser visto, à medida que a freqüência aumenta, os gradientes de temperatura junto à parede tornam-se mais acentuados, caracterizando fluxos de calor instantâneos mais intensos nestas regiões. Conforme apontado em outros trabalhos (Lawton, 1987; Jeong e Smith, 1992; Kornhauser e Smith, 1994; Vignon e Mazon, 1999; Catto e Prata, 2000),

em determinados instantes do ciclo (por exemplo, em  $t^* = 0.25$  para a presente simulação), há uma reversão no fluxo de calor do gás mais frio para a parede mais quente, contrariando a proporcionalidade entre o fluxo de calor e a diferença de temperatura e dando origem à defasagem entre essas duas grandezas.

A variação do fluxo de calor (suposto positivo do vapor para a superfície) em função do tempo ao longo de um ciclo é mostrada na Fig. 4 para as quatro freqüências investigadas. São observados dois aspectos importantes: (i) há um adiantamento de fase do fluxo de calor com relação à diferença de temperaturas (linha preta), permitindo que, em alguns intervalos ao longo do ciclo, os fluxos de calor sejam positivos (ou seja, do vapor para a superfície) mesmo que  $T_I - T_{\infty} > 0$ , (ii) os níveis do fluxo de calor aumentam progressivamente com o aumento da freqüência como resultado da intensificação dos gradientes de temperatura na parede (ver Fig. 3).



Figura 3. Perfis de temperatura no vapor. Caso da parede plana.

As Figs. 5a-d apresentam o comportamento do fluxo de calor em função da diferença de temperaturas para as diferentes freqüências (0,1, 1, 10 e 100 Hz). A área delimitada pela curva fechada corresponde ao calor transferido ao vapor durante o ciclo por unidade de área da superfície. Para as condições investigadas no presente trabalho, o efeito líquido é a transferência de calor do vapor à superfície, e a quantidade de calor transferida aumenta com o aumento da freqüência. Um outro aspecto a ser observado diz respeito à irreversibilidade associada ao processo de compressão e expansão em um sistema pistão-cilindro fechado (mola de gás). Esta irreversibilidade é caracterizada pela diferença entre as trajetórias da pressão e da temperatura média do vapor durante a compressão e a expansão (Catto e Prata, 2000). Na presente formulação, tal irreversibilidade é inexistente, pois a temperatura do vapor longe da superfície é estabelecida pela Eq. (1) (ver perfil de temperaturas na Fig. 1), e não obtida como parte da solução a partir da integração ao longo do ciclo da equação da energia na forma integral (Catto e Prata, 2000). Isto significa que a solução obtida no

presente caso não corresponde fielmente à transferência de calor em uma mola de gás, mas serve como um bom exemplo para a elucidação dos conceitos a serem abordados nos caso mais complexos a seguir.



Figura 4. Variação dos fluxos de calor em função do tempo ao longo do ciclo. Caso da parede plana.

# 4.2. Caso (ii): A Esfera Sólida

As Figs. 6a-d apresentam os perfis de temperatura no vapor em função da distância da superfície da esfera para quatro instantes de tempo em um ciclo (0, ¼, ½ e ¾ de ciclo) para as freqüências de 0,1, 1, 10 e 100 Hz. Assim como para o caso da parede plana, os perfis de temperatura apresentados nas figuras foram extraídos de ciclos para os quais uma condição estacionária-periódica já havia sido atingida. Da mesma forma, os gradientes de temperatura junto à superfície tornam-se mais acentuados com o aumento da freqüência.

A variação da temperatura da superfície ao longo do tempo é ilustrada na Fig. 7 para as diferentes freqüências. Observa-se uma diminuição da amplitude da temperatura da superfície com a freqüência, apesar dos maiores gradientes associados às maiores freqüências. Adicionalmente, foi observada uma defasagem entre a temperatura do seio do vapor (linha tracejada) e a temperatura da superfície, assim como aquela entre o fluxo de calor e a diferença de temperaturas mostrada na Fig. 8.



Figura 5. Continua na página seguinte.



Figura 5. Diagramas de fase do fluxo de calor para diferentes freqüências. Caso parede plana.

Os diagramas de fase do fluxo de calor e da diferença de temperaturas para o caso da esfera sólida são mostrados nas Figs. 9a-d para as freqüências de 0,1, 1, 10 e 100 Hz. Novamente, a área delimitada pela curva fechada corresponde ao calor transferido ao vapor durante o ciclo por unidade de área da superfície, que é maior para as maiores freqüências. A variação da posição dos pontos correspondentes aos instantes  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{3}{4}$  e 1 ciclo ao longo do diagrama de fase se deve à dependência da temperatura da superfície da esfera com relação à freqüência. À medida que  $\omega$  aumenta, a temperatura da superfície se torna mais independente do tempo (Fig. 7) e as posições dos pontos em questão convergem para posições semelhantes às observadas para o Caso 1, ou seja, o da parede plana com temperatura interfacial fixa.

# 4.3. Caso (iii): A Esfera Líquida com Evaporação

No caso da gotícula líquida com evaporação, a temperatura da interface varia periodicamente e em fase com a pressão (ver Fig. 1), sendo sua amplitude mantida constante (condição de equilíbrio termodinâmico). A Fig. 10 mostra a variação da temperatura do vapor em função da distancia à interface somente para a freqüência de 10 Hz. A acentuação dos gradientes junto à parede é observada com o aumento da freqüência mas, ao contrário dos casos da parede plana e da esfera sólida, a temperatura do vapor longe da interface é sempre maior que a temperatura da interface (ver Fig. 1). Portanto, não há neste caso a possibilidade de ocorrência da defasagem (com inversão de sinal) entre a diferença de temperaturas  $T_I - T_{\infty}$  e o fluxo de calor do lado do vapor. Tal fato se observa na Fig. 11, também para a freqüência de 10 Hz, que mostra o diagrama de fase entre  $\vec{q}_G \cdot \hat{n}$ , e  $T_I - T_{\infty}$ . Em outras palavras, é possível concluir que o fluxo de calor pelo lado do vapor contribui apenas para a evaporação do líquido, e não para a condensação.





Figura 6. Perfis de temperatura no vapor. Caso da esfera sólida.

A Fig. 12 apresenta o diagrama de fase do fluxo de calor total dada pelo lado esquerdo da Eq. (10) em função da diferença de temperaturas. Como pode ser observado, o fluxo de calor pelo lado do líquido é, em módulo, uma ordem de grandeza maior do que aquele pelo lado do vapor. Adicionalmente, observa-se que o fluxo de calor total assume valores positivos e negativos, o que confere à interface um comportamento sucessivo de evaporação e condensação, mas com um efeito líquido de evaporação (maior aporte de calor à interface do que a partir dela ao longo de um ciclo), conforme a condição imposta pela Eq. (2). A Fig. 13 mostra, para o mesmo ciclo mostrado na Fig. 12, o fluxo de massa interfacial que assume valores positivos e negativos (respectivamente associados à evaporação e à condensação). É interessante observar que não se alcança a condição estacionária-periódica no problema da transferência de calor com mudança de fase. A variação do fluxo de calor interfacial total ao longo de toda a existência da gotícula é mostrada na Fig. 14.



em função do tempo e da freqüência. Caso da esfera sólida.

Figura 8. Variação dos fluxos de calor em função do tempo ao longo do ciclo. Caso da esfera sólida.

A Fig. 15 ilustra a evolução do raio da gotícula em função do tempo para as diferentes freqüências (0,1 a 100 Hz). É mostrado também o comportamento do raio da gotícula para o caso onde a temperatura do meio vapor de dimensões infinitas é mantida constante e igual a 273,15 K, isto é, o valor mínimo alcançado pelo vapor quando a freqüência de

oscilação da pressão é diferente de zero. Como pode ser observado, o tempo de vida da gotícula é menor à medida que se aumenta a freqüência de oscilação da pressão. Para o caso da freqüência de oscilação nula, o comportamento clássico  $R^2/R_0^2 = 1 - kt$  (Sirignano, 2000) é observado. Conforme a freqüência aumenta, um desvio deste comportamento é observado. Em todos os casos, a temperatura inicial da gotícula é 273,15 K e a pressão inicial é de 0,1 MPa (temperatura de saturação correspondente de 246,79 K). Assim, em todos os casos, a gotícula se encontra inicialmente em uma condição de líquido superaquecido e a existência de superaquecimentos em ambos os lados da interface faz com que o raio da gotícula decresça fortemente nos instantes iniciais (primeiras frações de segundo da vida da gota). Entretanto, logo que o superaquecimento do inicial do lado do líquido é consumido e a temperatura da gotícula atinge valores próximos ao da temperatura de saturação à pressão instantânea, a taxa de variação do raio da gotícula com relação ao tempo se torna menos acentuada conforme mostra a curva para a freqüência nula na Fig. 15.



Figura 9. Diagramas de fase do fluxo de calor para diferentes freqüências. Caso esfera sólida.

Para os casos em que a pressão varia com o tempo, o aumento da temperatura de saturação na interface com a compressão leva a um gradiente de temperaturas positivo no líquido que, ao ser multiplicado pela condutividade térmica do líquido, resulta em um valor maior que o fluxo de calor associado ao lado do vapor. Este desequilíbrio entre os fluxos de calor leva a um valor negativo para o fluxo de massa (ver Eq. 10), o qual está associado à condensação de vapor na interface e ao aumento do raio da gota com o tempo, segundo a Eq. (9). Analogamente, o oposto acontece quando a temperatura de saturação diminui com a expansão e o desequilíbrio entre os fluxos de calor na interface leva à evaporação e à redução do diâmetro da gotícula.



Figura 12. Diagrama de fase entre fluxo de calor total e a diferença de temperaturas (f = 10 Hz).

Figura 13. Diagrama de fase entre fluxo de massa e a diferença de temperaturas (f = 10 Hz).

A influência da freqüência de oscilação da pressão sobre a taxa líquida de evaporação da gotícula é resultado da suavização do gradiente de temperatura interfacial pelo lado do líquido durante a condensação (Fig. 16.a) e da acentuação do mesmo durante a evaporação (Fig. 16.b). Na Fig. 16, o índice 0 denota o instante anterior. Assim como para o lado do vapor, a maior freqüência com que a temperatura interfacial varia tende a aumentar o gradiente de temperatura na interface e assim promover uma taxa de evaporação instantânea mais elevada. Durante a condensação, parte da energia liberada na interface é usada também para aumentar a temperatura do condensado recém-formado, levando-a até a nova temperatura de saturação. Isso faz com que as taxas de evaporação sejam maiores que as de condensação e que a variação do raio da gota seja mais acentuada com o aumento da freqüência.

1.2E-008



 $BE-009 = \begin{pmatrix} FREQUENCY [Hz] \\ 0 (Tim) \\ 1,10^{\circ} \\ 1,10$ 

Figura 14. Sucessão de diagramas de fase entre o fluxo de calor total e a diferença de temperaturas (f = 10 Hz).

Figura 15. Evolução temporal do raio da gotícula para diferentes freqüências.



Figura 16. Ilustração do comportamento dos gradientes de temperatura junto à interface em situações onde há mudança de fase. (a) condensação, (b) evaporação.

# 5. Conclusões

O presente trabalho apresentou um estudo fundamental sobre a influência de variações periódicas de pressão sobre a transferência de calor com mudança de fase em uma gotícula líquida suspensa em um meio infinito. O problema foi investigado em três casos diferentes, com níveis crescentes de complexidade. Foi observada a defasagem entre o fluxo de calor e a diferença de temperaturas característica de problemas de compressão e expansão. No caso da evaporação da gotícula líquida, observou-se a forte influencia da freqüência de oscilação sobre a taxa de variação do raio da gotícula em função do tempo.

A pesquisa futura deverá focar em aprimoramentos do modelo, como a inclusão de variações espaciais de densidade do vapor, de efeitos de nucleação de vapor no interior da gota e da inclusão da conservação das espécies químicas para o caso de evaporação de gotículas multicomponentes. Deve-se também buscar no futuro alguma forma de validação experimental para a teoria.

# Agradecimentos

Os autores agradecem ao Professor Alvaro T. Prata pelas estimulantes discussões.

#### 6. Referências

- Catto, A.G., Prata, A.T.; 2000, "A Numerical Study of Instantaneous Heat Transfer During Compression and Expansion in Piston-Cylinder Geometry". Numerical Heat Transfer, Vol. 38, pp. 281-303.
- Fagotti, F., Todescat, M.L., Ferreira, R.T.S., Prata, A.T., 1994, "Heat Transfer Modeling in Reciprocating Compressors", Proc. Intl. Compressor Engng. Conference, Purdue University, IN, 605-610.
- Haywood, R.J., Renksizbulut, M., Raithby, G.D.; 1994, "Transient Deformation and Evaporation of Droplets at Intermediate Reynolds Numbers", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37(9), pp. 1401-1409.
- Jeong, E.S., Smith, Jr., J.L.; 1992, "An Analytical Model of Heat Transfer with Oscillating Pressure", ASME HTD-Vol. 204, pp. 97-104.
- Kornhauser, A.A., Smith, Jr., J.L.; 1994, "Application of a complex Nusselt number to heat transfer during compression and expansion", J. Heat Transfer – Trans. ASME, 116, 536-542.
- Lawton, B.; 1987, Effect of compression and expansion on instantaneous heat transfer in reciprocating internal combustion engines, Proc. Inst. Mech. Engrs., 201, 175-186.

Lemmon, E.L., McLinden, M.O., Huber, M.L.; 2002, REFPROP 7.0 – Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties, NIST, Boulder, CO, USA

Mashayek, F.; 2001, "Dynamics of Evaporating Drops. Part I: Formulation and Evaporation Model", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 44, pp. 1517-1526.

- Overbye, V.D., Bennethum, J.E., Uyehara, O.A., Myers, P.S.; 1961, "Unsteady Heat Transfer in Engines", SAE Transactions, 69, 461-493.
- Pfriem, H.; 1943, "Periodic Heat Transfer at Small Pressure Fluctuations", NACA Report TM-1048.
- Sheu, W.J., Liou, N.C.; 1999, "Effect of Temporal Variation of Pressure on Vaporization of Liquid Droplets", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 42, pp. 4043-4054.
- Sirignano, W.A.; 2000, "Fluid Dynamics and Transport of Droplets and Sprays", Cambridge University Press.
- Vehkamaki, H.; 2006, "Classical Nucleation Theory in Multicomponent Systems", Springer-Verlag.
- Versteeg, H.K., Malalasekera, W.; 1995, An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Pearson Prentice-Hall.
- Vignon, J.M., Mazon D. ; 1999, Modèle de transfert de chaleur périodique en compression-détente pure, Int. J. Therm. Sci., 38, 89-97.

# HEAT AND MASS TRANSFER TO A LIQUID DROPLET SUBJECTED TO PERIODIC PRESSURE CHANGES

#### Tobias R. Gessner, Jader R. Barbosa Jr.

Polo – Research Laboratories for Emerging Technologies in Cooling and Thermophysics Mechanical Engineering Department, Federal University of Santa Catarina, Florianopolis, SC, 88040-900, Brazil. e-mail: <u>tobias@polo.ufsc.br</u>, <u>jrb@polo.ufsc.br</u>

*Abstract.* Phase change heat transfer to liquid droplets in variable pressure fields is found in numerous engineering applications. In the present paper, this problem is investigated fundamentally for a periodic variation in pressure. Conservation equations for mass and energy in the liquid, vapor and interface are derived and solved numerically using a Finite Volume Methodology. Two particular cases of a more general formulation, i.e., periodic heat transfer to a flat plate and to an impermeable solid sphere, are solved in order to calculate the phase lag between the heat flux and the temperature difference between the heat transfer surface and the bulk vapor. In the more general case where phase change takes place, the rate of decrease of the droplet radius is strongly influenced by the frequency with which the pressure changes.

Key words: phase change heat transfer, condensation, evaporation, liquid droplet, variable pressure.