

CÁLCULO DE PARÂMETROS TÉRMICOS PARA ESCOAMENTO EM DUTOS COM SEÇÃO NO FORMATO DE SETOR DE ANEL CIRCULAR

Thiago Antonini Alves

Departamento de Energia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, Caixa Postal 6122,
CEP 13.083-970, Campinas, SP, Brasil
antonini@fem.unicamp.br

Marcelo Ferreira Pelegrini

Ricardo Alan Verdú Ramos

Cassio Roberto Macedo Maia

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Unesp/Ilha Solteira, Caixa Postal 31,
CEP 15.385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil
mpelegrini@gmail.com
ramos@dem.feis.unesp.br
cassio@dem.feis.unesp.br

Resumo. O presente trabalho apresenta o cálculo dos parâmetros de transferência de calor para escoamento laminar em regime permanente e termicamente não desenvolvido, em dutos de seção transversal com formato de setor de anel circular e com condições de temperatura prescrita na parede. Para a geração do contorno geométrico da seção transversal dos dutos foi feito uso de uma transformação conforme adequada para facilitar a aplicação das condições de contorno. A Técnica da Transformada Integral Generalizada - TTIG é aplicada, então, sobre a equação de energia para a determinação do campo de temperatura do fluido durante o escoamento. Desta forma, parâmetros físicos de interesse, tais como: temperatura média, números de Nusselt local e médio, comprimento de entrada térmica, são obtidos para dutos de diversas configurações geométricas.

Palavras chave: transformada integral, transformação conforme, escoamento laminar, convecção, setor anular.

1. Introdução

Processos de transferência de calor para escoamento interno de fluidos em dutos representam uma classe de problemas difusivo-convectivos de grande interesse na Engenharia Mecânica. Na concepção de um projeto de um dado equipamento, dutos de seção transversal circular são largamente empregados em razão da sua simplicidade construtiva. Desta forma, inúmeros trabalhos e investigações relacionados a esta classe de problemas já foram realizados e uma vasta documentação é encontrada na literatura. Por sua vez, o escoamento de fluidos em dutos que apresentam seção transversal de geometria não-convencional encontra aplicações mais restritas, porém, do ponto de vista analítico-numérico, estes problemas sempre despertam amplo atenção, pois, devido a sua maior complexidade, a busca de soluções fomenta o desenvolvimento de novas metodologias e a construção de novas ferramentas computacionais.

Neste contexto, o presente trabalho trata do cálculo de parâmetros de transferência de calor para o problema de escoamento laminar de fluidos em regime permanente, termicamente em desenvolvimento, com perfil de temperatura de entrada uniforme e sujeito a condições de contorno do primeiro tipo (condições de *Dirichlet*), em dutos de seção transversal com formato de setor de anel circular. Geralmente, problemas com essa geometria são resolvidos utilizando-se do sistema de coordenadas cilíndricas. Entretanto, para facilitar o tratamento analítico, utiliza-se uma transformação conforme apropriada com o objetivo de transformar o domínio original em um retângulo no novo sistema de coordenadas. Além de facilitar a aplicação das condições de contorno, esta transformação permite escrever a equação diferencial da energia de forma mais simples. Para a obtenção do campo de temperatura do escoamento aplica-se a Técnica da Transformada Integral Generalizada – TTIG (Cotta, 1998), pois, para este caso, a equação diferencial parcial – EDP da equação da energia é transformada em um sistema de equações diferenciais ordinárias – EDO de primeira ordem, que é de fácil solução. Este procedimento já vem sendo aplicado com sucesso para a obtenção de solução analítica de forma elegante de problemas difusivos e difusivo-convectivos que apresentam geometrias relativamente complexas (Maia, 2003 e Alves, 2006). Os parâmetros físicos de interesse, tais como: temperatura média, números de *Nusselt* local e médio, comprimento de entrada térmica, são, então, calculados e comparados, quando possível, para dutos de diversas configurações geométricas de setor anular.

2. Análise

Para a formulação do problema considera-se o escoamento laminar de fluidos *Newtonianos* em regime permanente, termicamente não desenvolvido, com perfil de temperatura de entrada uniforme e temperatura prescrita na parede. Além disso, considera-se ainda que as propriedades do fluido permanecem constantes em todo o domínio e que os efeitos da dissipação viscosa e da condução axial são desprezíveis. Desta forma, a equação da energia é dada por:

$$\rho c_p w(x,y) \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z} = k \nabla^2 T(x,y,z), \quad \{(x,y) \in \Omega, z > 0\}, \quad (1)$$

sendo que, ρ é a massa específica, c_p é o calor específico a pressão constante, k é condutividade térmica, w é a velocidade, T é a temperatura e Γ e Ω são o contorno e o domínio, respectivamente, da seção transversal do duto analisado, conforme ilustrado na Fig. 1.

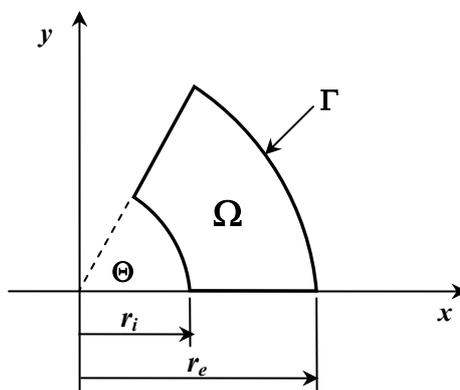


Figura 1. Geometria original do problema.

As condições de entrada e de contorno são dadas por:

$$T(x,y,z) = T_0, \quad \{(x,y) \in \Omega, z = 0\}, \quad (2)$$

$$T(x,y,z) = T_p, \quad \{(x,y) \in \Gamma, z > 0\}, \quad (3)$$

sendo que, T_0 é a temperatura da entrada e T_p a temperatura da parede do duto.

O perfil de velocidade $w(x,y)$ do escoamento no interior do duto de setor de anel circular é obtido através da TTIG, conforme apresentado por Alves *et al.* (2006).

2.1. Adimensionalização

O potencial temperatura e os demais parâmetros físicos e geométricos foram adimensionalizados da seguinte forma:

$$\theta(X,Y,Z) = \frac{T(X,Y,Z) - T_p}{T_0 - T_p}, \quad (4)$$

$$X = \frac{x}{D_h}, \quad Y = \frac{y}{D_h}, \quad Z = \frac{z}{D_h Pe}, \quad D_h = \frac{4 A_s}{Per}, \quad (5,6,7,8)$$

$$W(X,Y) = \frac{w(x,y)}{w_{méd}}, \quad Pe = \frac{\rho c_p w_{méd} D_h}{k}. \quad (9,10)$$

sendo que, D_h é o diâmetro hidráulico, Pe é o número de *Peclet*, A_s é a área da seção transversal, Per é o perímetro do contorno analisado e $w_{méd}$ é a velocidade média do fluido.

Dessa forma, a equação da energia pode ser reescrita na forma adimensional, como:

$$W(X,Y) \frac{\partial \theta(X,Y,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta(X,Y,Z)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta(X,Y,Z)}{\partial Y^2}, \quad (11)$$

Por outro lado, as condições de entrada e de contorno adimensionalizada são:

$$\theta(X,Y,Z) = 1, \quad \{(X,Y) \in \Omega, Z = 0\}, \quad (12)$$

$$\theta(X,Y,Z) = 0, \quad \{(X,Y) \in \Gamma, Z > 0\}. \quad (13)$$

2.2. Transformação de Coordenadas

Para facilitar o tratamento analítico do problema proposto considere a transformação conforme da forma como segue:

$$Z = R_e e^{i\omega}, \quad (14)$$

sendo que, $R_e = r_e/D_h$, $Z = X + iY$ e $\omega = u + iv$.

Esta relação permite transformar o domínio do setor de anel circular no plano (X,Y) em um domínio retangular no plano (u,v) conforme ilustrado na Fig. 2. As relações de transformação de coordenadas são dadas por:

$$X = R_e e^{-v} \cos(u), \quad (15)$$

$$Y = R_e e^{-v} \sin(u). \quad (16)$$

A transformação dada pela Eq. (14) satisfaz as condições de *Cauchy-Riemann*. Portanto, os coeficientes métricos h_u, h_v e o Jacobiano $J(u,v)$ da transformação são dados por:

$$h_u(u,v) = h_v(u,v) = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial u}\right)^2} = R_e e^{-v}, \quad (17)$$

$$J(u,v) = \frac{\partial(X,Y)}{\partial(u,v)} = R_e^2 e^{-2v}. \quad (18)$$

Como pode ser observado, o arco externo do setor de anel é dado pela reta $v = 0$ no novo sistema de coordenadas e o arco interno pela reta $v = v_0$, com $v_0 = \ln(r_e/r_i)$. A coordenada u corresponde com a definição dada para o ângulo Θ do sistema de coordenadas cilíndricas.

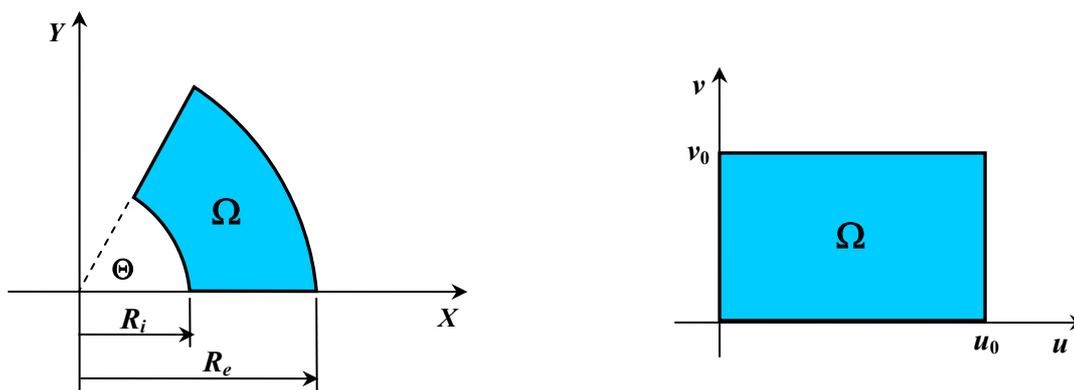


Figura 2. Transformação do domínio de setor anular no plano (X,Y) para o plano (u,v) .

Com estas novas variáveis definidas, a equação da energia, transforma-se em:

$$H(u,v) \frac{\partial \theta(u,v,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta(u,v,Z)}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \theta(u,v,Z)}{\partial v^2}, \quad (19)$$

sendo que:

$$H(u,v) = J(u,v)W(u,v). \quad (20)$$

As condições de entrada e de contorno no novo sistema de coordenadas são dadas por:

$$\theta(u,v,Z) = 1, \quad \{(u,v) \in \Omega, Z = 0\}. \quad (21)$$

$$\theta(u,v,Z) = 0, \quad \{u=0, 0 < v < v_0, Z > 0\}, \quad (22)$$

$$\theta(u,v,Z) = 0, \quad \{u=u_0, 0 < v < v_0, Z > 0\}, \quad (23)$$

$$\theta(u,v,Z) = 0, \quad \{0 < u < u_0, v=0, Z > 0\}, \quad (24)$$

$$\theta(u,v,Z) = 0, \quad \{0 < u < u_0, v=v_0, Z > 0\}. \quad (25)$$

2.3. Aplicação da Técnica da Transformada Integral Generalizada

Para a solução da equação da energia no novo sistema de coordenadas aplica-se a TTIG, que na sua essência, procederá à remoção das derivadas parciais de segunda ordem. Para esta finalidade, escreve-se o potencial $\theta(u,v,Z)$ em termos de uma expansão em autofunções normalizadas obtidas de problemas auxiliares de autovalor para cada coordenada espacial. Neste sentido, considera-se inicialmente o seguinte problema auxiliar de autovalor:

$$\frac{d^2\psi(u)}{du^2} + \mu^2\psi(u) = 0, \quad \{0 \leq u \leq u_0\}, \quad (26)$$

com,

$$\psi(u) = 0, \quad \{u = 0\}, \quad (27)$$

$$\psi(u) = 0, \quad \{u = u_0\}, \quad (28)$$

Os autovalores e as autofunções associados a este problema são dados, respectivamente, por:

$$\mu_i = \frac{i\pi}{u_0}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (29)$$

$$\psi_i(u) = \text{sen}(\mu_i u). \quad (30)$$

As autofunções acima definidas têm a propriedade de ortogonalidade que permitem o desenvolvimento do seguinte par transformada-inversa:

$$\bar{\theta}_{im}(Z) = \int_0^{u_0} K_i(u) Z_m(v) \theta(u,v,Z) du, \quad \text{transformada}, \quad (31)$$

$$\theta(u,v,Z) = \sum_{i=1}^{\infty} K_i(u) \bar{\theta}_i(v,Z), \quad \text{inversa}, \quad (32)$$

sendo que $K_i(u)$ são as autofunções normalizadas dadas por:

$$K_i(u) = \frac{\psi_i(u)}{\sqrt{N_i}}, \quad (33)$$

com

$$N_i = \int_0^{u_0} \psi_i(u)^2 du = \frac{u_0}{2}. \quad (34)$$

Efetuando-se o produto interno das autofunções normalizadas $K_i(u)$ com a equação da energia, Eq. (19), e utilizando-se as condições de contorno dadas pelas Eqs. (22-25) e das equações que definem o problema auxiliar de autovalor, Eqs. (26-28), obtém-se que:

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}(v) \frac{\partial \bar{\theta}_j(v,Z)}{\partial Z} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(v,Z) = \frac{\partial^2 \bar{\theta}_i(v,Z)}{\partial v^2}, \quad (35)$$

$$A_{ij}(v) = \int_0^{u_0} K_i(u) K_j(u) H(u,v) du. \quad (36)$$

Para a remoção da derivada parcial de segunda ordem em v considere o seguinte problema de autovalor:

$$\frac{d^2\phi(v)}{dv^2} + \lambda^2 \phi(v) = 0, \quad \{0 \leq v \leq v_0\}, \quad (37)$$

com:

$$\phi(v) = 0, \quad \{v = 0\}, \quad (38)$$

$$\phi(v) = 0, \quad \{v = v_0\}. \quad (39)$$

Os autovalores e as autofunções para este novo problema são:

$$\lambda_m = \frac{m\pi}{v_0}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (40)$$

$$\phi_m(v) = \cos(\lambda_m v). \quad (41)$$

As autofunções acima definidas têm a propriedade de ortogonalidade que permitem o desenvolvimento do seguinte par transformada-inversa:

$$\tilde{\theta}_{im}(Z) = \int_0^{v_0} \int_0^{u_0} K_i(u) Z_m(v) \theta(u, v, Z) du dv, \quad \text{transformada}, \quad (42)$$

$$\theta(u, v, Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} K_i(u) Z_m(v) \tilde{\theta}_{im}(Z), \quad \text{inversa}, \quad (43)$$

sendo que $Z_m(v)$ são as autofunções normalizadas dadas por:

$$Z_m(v) = \frac{\phi_m(v)}{\sqrt{M_m}}, \quad (44)$$

com:

$$M_m = \int_0^{v_0} \phi_m(v)^2 dv = \frac{v_0}{2}. \quad (45)$$

Para a determinação do potencial transformado, adota-se o mesmo procedimento que foi aplicado ao primeiro problema de autovalor. Assim, efetuando-se o produto interno das autofunções normalizadas $Z_m(v)$ com a equação transformada em u , Eq. (35), e utilizando-se das condições de contorno e da equação que define o problema auxiliar de autovalor em v , Eqs. (37-39), obtém-se o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} B_{ijnm} \frac{d\tilde{\theta}_{jn}(Z)}{dZ} + (\mu_i^2 + \lambda_m^2) \tilde{\theta}_{im}(Z) = 0, \quad j, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (46)$$

$$B_{ijnm} = \int_0^{v_0} Z_m(v) Z_n(v) A_{ij}(v) dv. \quad (47)$$

Os parâmetros B_{ijnm} são integráveis e, conseqüentemente, conhecidos. A solução deste sistema de equações diferenciais ordinárias permite a obtenção do potencial transformado, quando submetido à condição de entrada transformada dada por:

$$\tilde{\theta}_{im}(0) = \int_0^{v_0} \int_0^{u_0} K_i(u) Z_m(v) \theta(u, v, 0) du dv = \int_0^{v_0} \int_0^{u_0} K_i(u) Z_m(v) du dv. \quad (48)$$

Para fins computacionais, o potencial transformado pode ser determinado numericamente quando a expansão é truncada em uma dada ordem $m = M$ e $n = N$. Portanto, utilizando-se da fórmula de inversão, determina-se o potencial temperatura adimensional:

$$\theta(u, v, Z) = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M K_i(u) Z_m(v) \tilde{\theta}_{im}(Z). \quad (49)$$

Obviamente, quanto maior N e M maior será a precisão dos resultados.

2.4. Parâmetros Físicos de Interesse

2.4.1. Temperatura Média

A determinação da temperatura média em sua forma adimensional é dada por:

$$\theta_{méd}(Z) = \frac{1}{A_S^*} \int_{\Omega} \theta(X, Y, Z) W(X, Y) d\Omega, \quad (50)$$

sendo que, $A_S^* = A/D_h^2$ é a área da seção transversal adimensional. Portanto, no plano (u, v) , $\theta_{méd}$ é dado por:

$$\theta_{méd}(Z) = \frac{1}{A_S} \int_0^{u_0} \int_0^{v_0} \theta(u, v, Z) W(u, v) J(u, v) dv du. \quad (51)$$

2.4.2. Número de Nusselt

O número de *Nusselt* local e o médio podem ser definidos (Kakaç *et al.*, 1998), respectivamente, por:

$$Nu(Z) = -\frac{1}{4\theta_m(Z)} \frac{d\theta_{méd}(Z)}{dZ} \quad (52)$$

$$Nu_{méd}(Z) = -\frac{1}{4Z} \ln \theta_{méd}(Z) \quad (53)$$

2.4.3. Comprimento de Entrada Térmica

O comprimento de entrada térmica é definido como sendo a posição em que o número de *Nusselt* local é 5% maior que o número de *Nusselt* na região em que o fluido está termicamente desenvolvido (Shah & London, 1978). Assim,

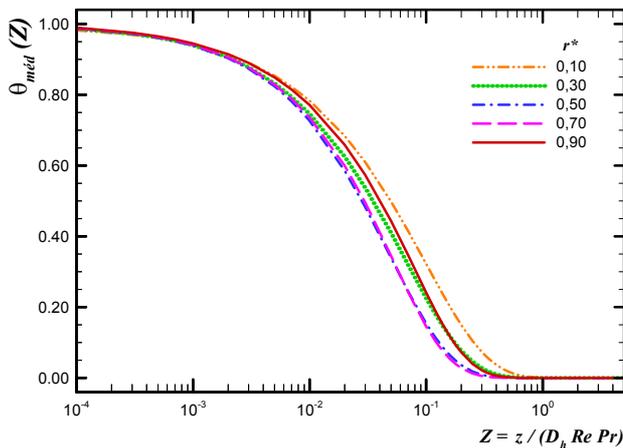
$$L_{th} = \text{raiz positiva de } \{1,05 Nu(\infty) - Nu(Z) = 0\} \quad (54)$$

3. Resultados e Discussão

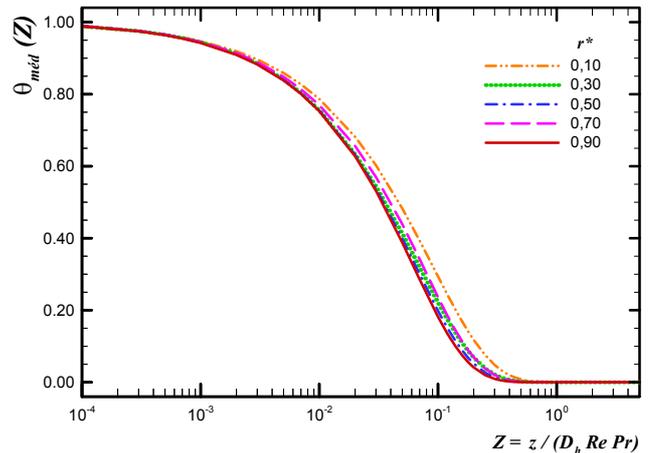
Para a obtenção de resultados numéricos, utiliza-se o Método de Quadratura de *Gauss* para o cálculo das integrais envolvida nos coeficientes B_{ijmn} e nos parâmetros físicos de interesse. Desta forma, é necessária, também, a determinação das autofunções e do Jacobiano nestes pontos de quadratura. Feito isso, resolve-se o sistema de equações diferenciais para a determinação dos coeficientes do potencial transformado utilizando-se da rotina *DIVPAG* da biblioteca *IMSL Fortran* (1994) e do truncamento da expansão dada pela Eq. (49) para diversas ordens M e N .

Verifica-se através de uma análise de convergência, que na região de entrada do escoamento, $Z < 0,001$, a convergência é relativamente lenta, sendo necessário considerar truncamentos da série com ordem $M = N = 30$ para a obtenção de pelo menos três dígitos de precisão. Para a região onde o escoamento já se encontra termicamente desenvolvido observa-se que a série que determina o potencial temperatura converge mais rapidamente, sendo necessário considerar apenas 20 termos para cada direção para uma precisão em torno de quatro dígitos.

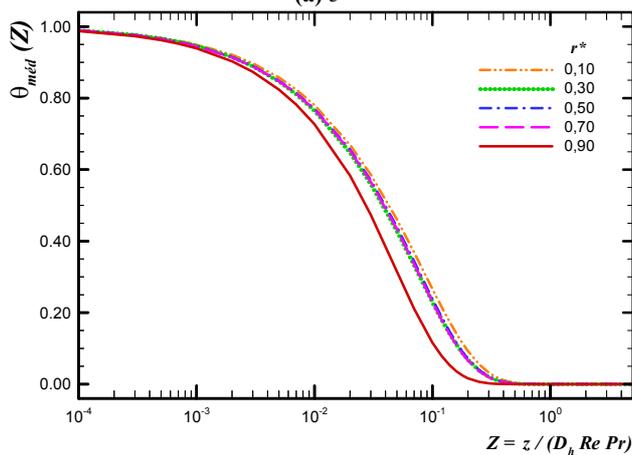
Nas Figuras 3(a) a 3(h), o comportamento da temperatura adimensional média é apresentado para os ângulos Θ iguais a 5° , 15° , 30° , 60° , 90° , 180° , 270° e 350° em função da razão $r^* = r_i / r_e$. Já as Figuras 4(a) a 4(h) e 5(a) a 5(h) apresentam o comportamento do número de *Nusselt* local e médio, respectivamente, para estes mesmos ângulos.



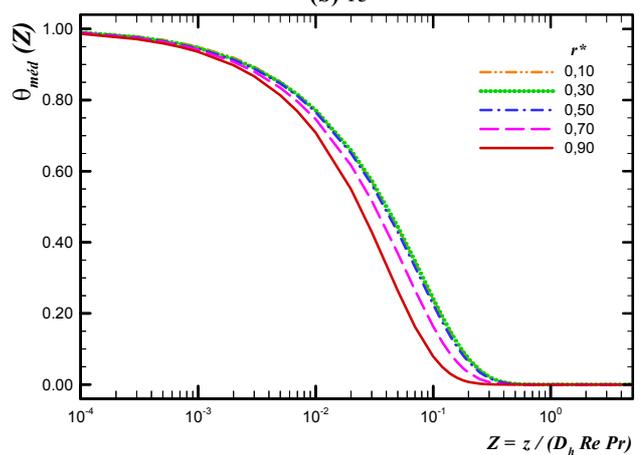
(a) 5°



(b) 15°



(c) 30°



(d) 60°

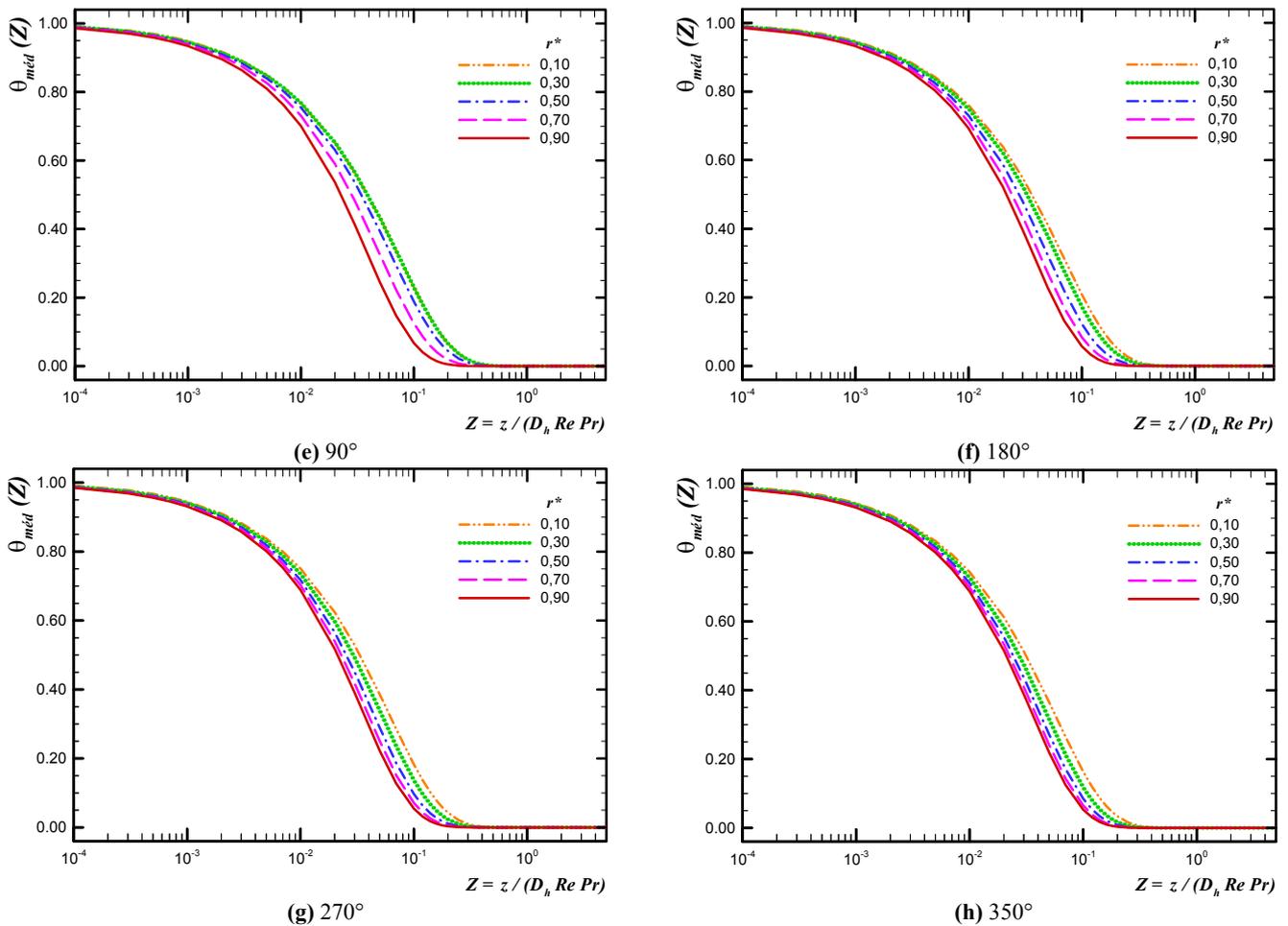
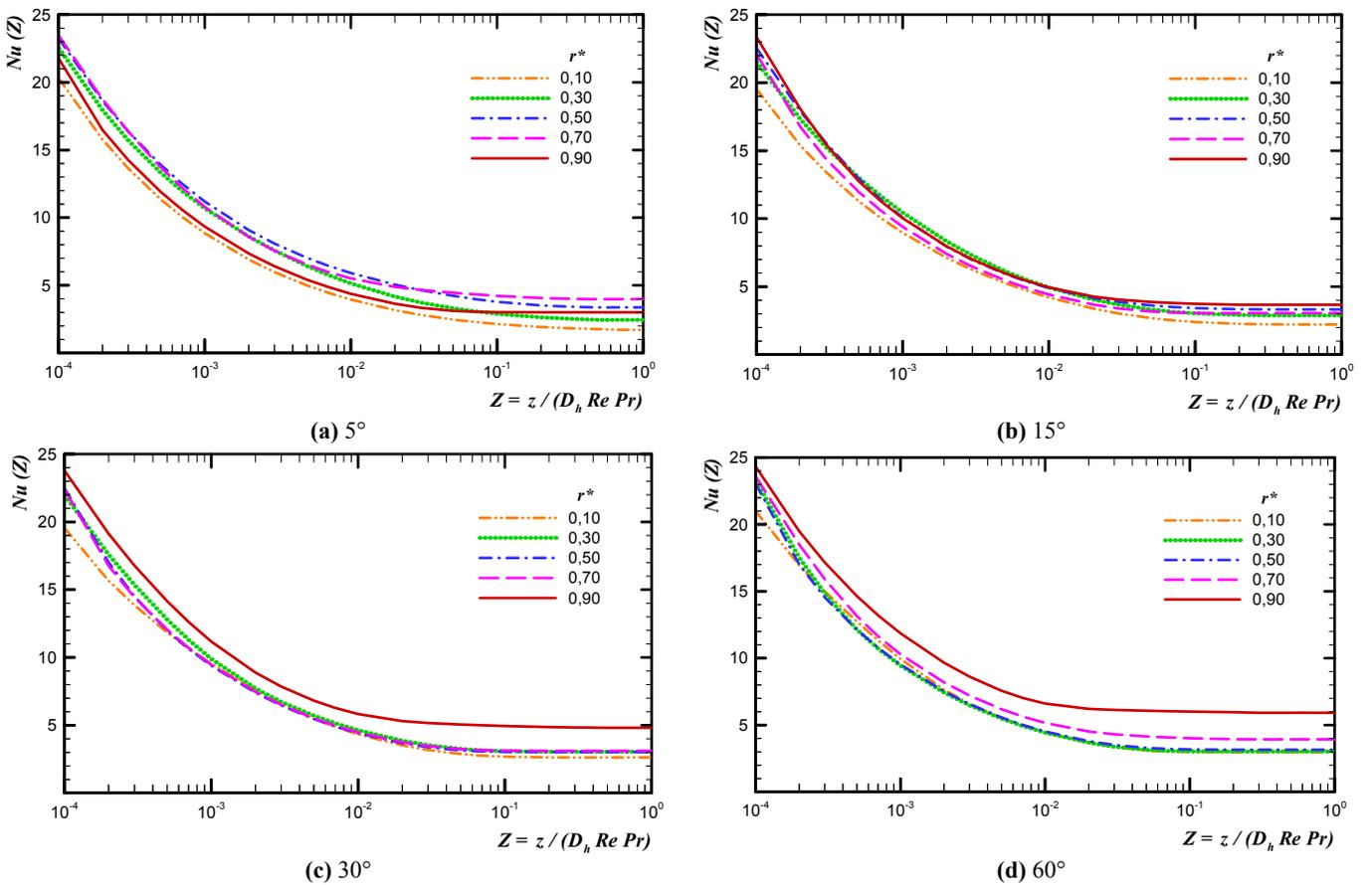


Figura 3. Comportamento da temperatura adimensional média para diversas configurações dos dutos de setor anular.



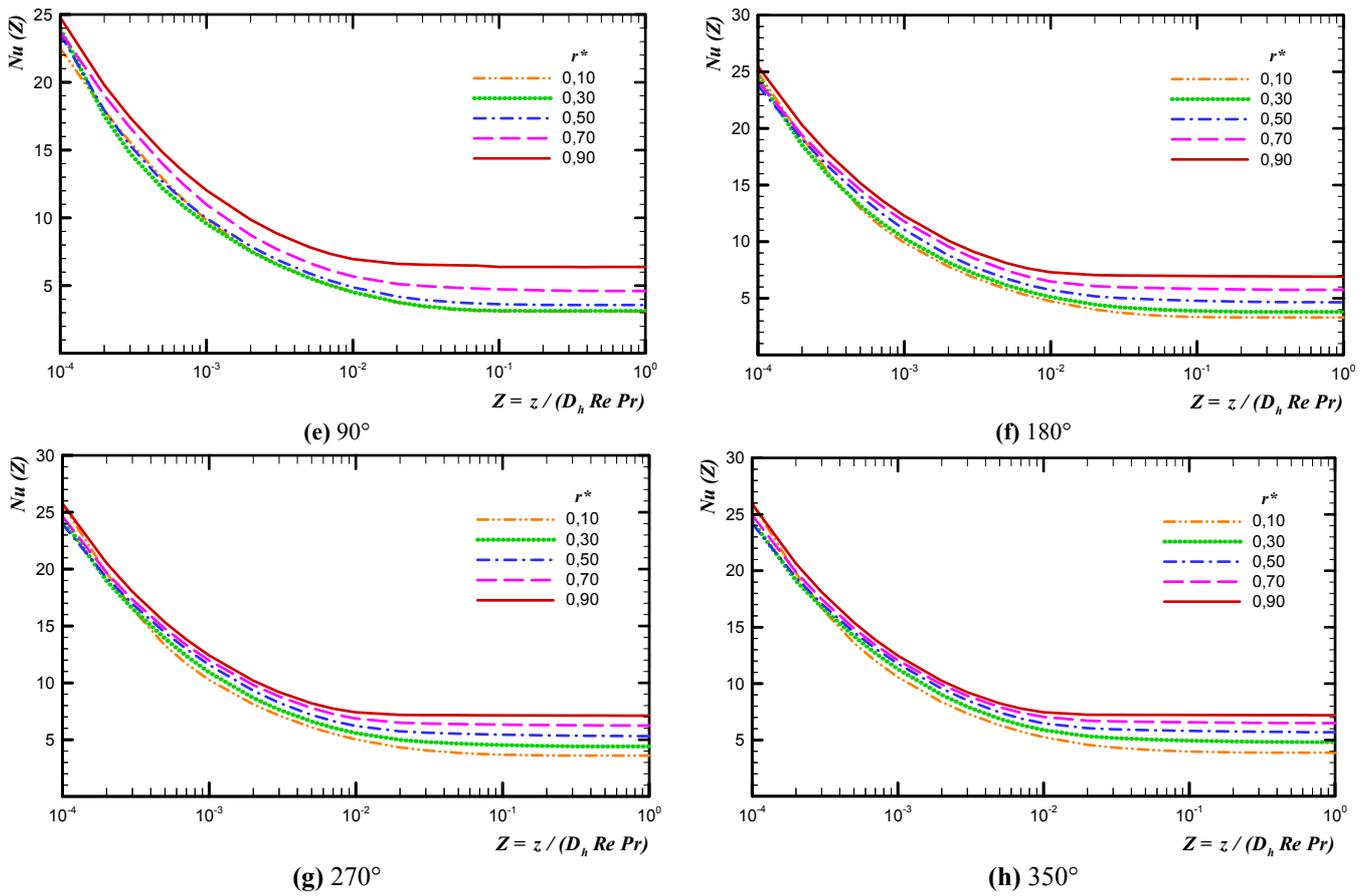
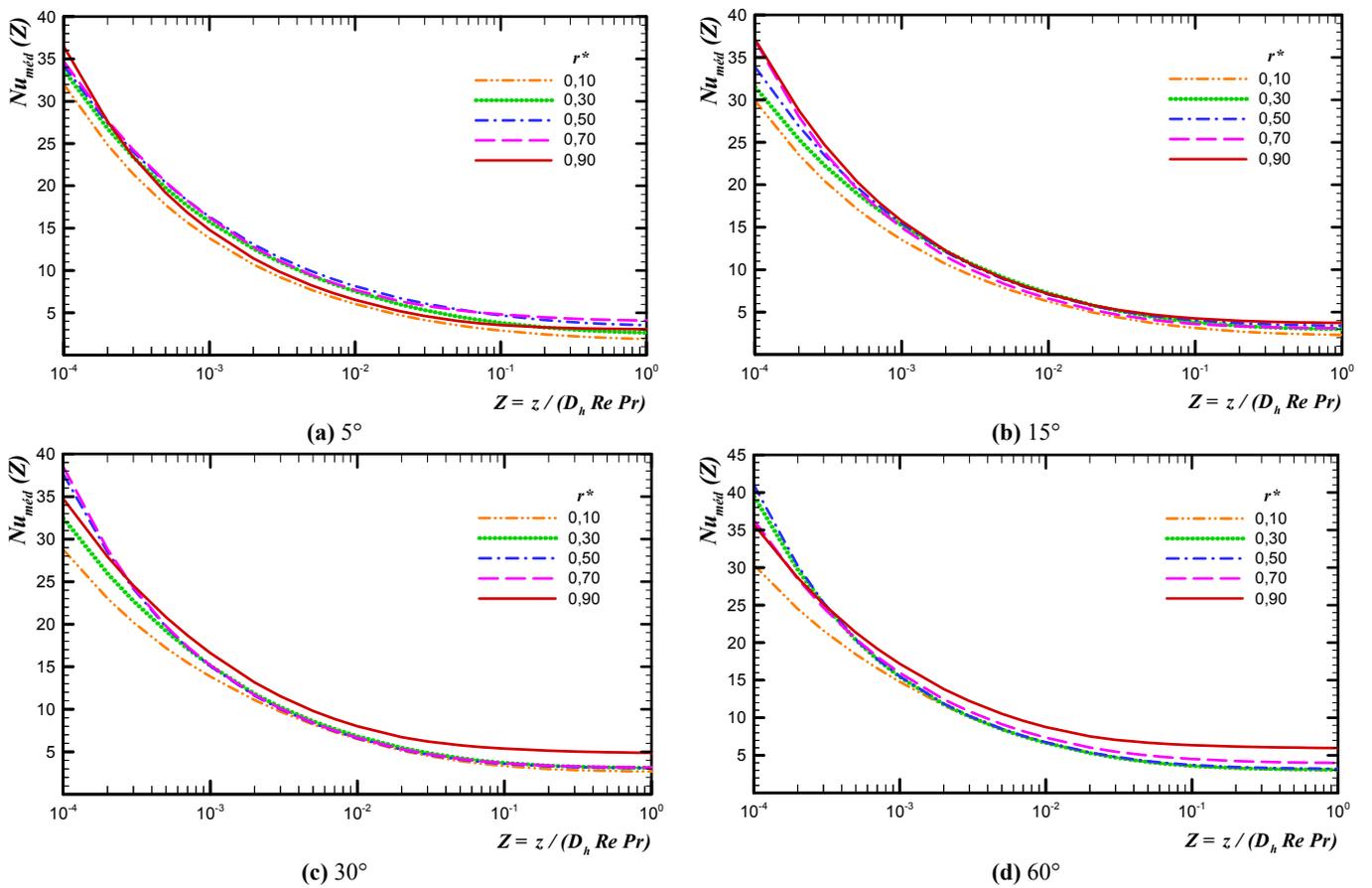


Figura 4. Comportamento do número de *Nusselt* local para diversos dutos de setor de anel circular.



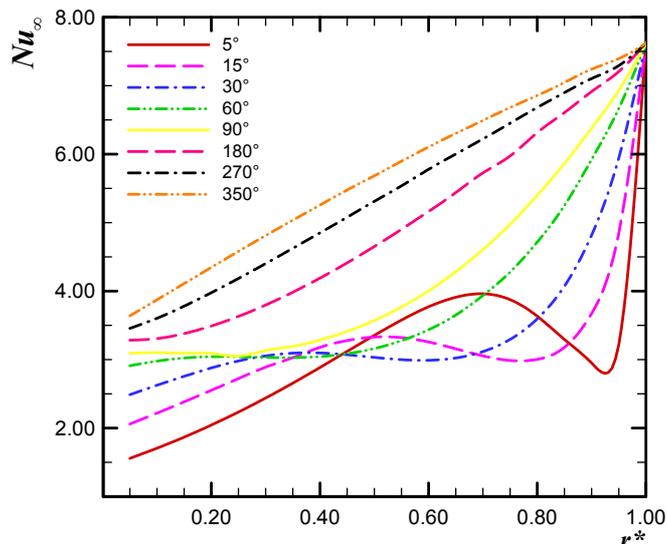


Figura 6. Comportamento do número de Nusselt limite para diversos formatos de setor anular.

Tabela 2. Comprimento de entrada térmica, L_{th} , para diversas configurações dos dutos analisados.

r^*	5°	15°	30°	60°	90°	180°	270°	350°
0,05	0,3309	0,1494	0,0774	0,0497	0,0458	0,0520	0,0599	0,0650
0,10	0,3242	0,1372	0,0714	0,0481	0,0453	0,0530	0,0607	0,0646
0,15	0,3096	0,1260	0,0675	0,0469	0,0452	0,0542	0,0613	0,0632
0,20	0,2861	0,1163	0,0639	0,0458	0,0453	0,0554	0,0614	0,0607
0,25	0,2648	0,1085	0,0610	0,0448	0,0458	0,0569	0,0607	0,0564
0,30	0,2425	0,1015	0,0577	0,0444	0,0466	0,0581	0,0584	0,0511
0,35	0,2237	0,0954	0,0537	0,0442	0,0478	0,0589	0,0548	0,0454
0,40	0,2089	0,0901	0,0498	0,0446	0,0494	0,0584	0,0498	0,0394
0,45	0,1914	0,0828	0,0468	0,0453	0,0512	0,0567	0,0442	0,0324
0,50	0,1790	0,0727	0,0448	0,0467	0,0534	0,0532	0,0372	0,0277
0,55	0,1689	0,0620	0,0439	0,0485	0,0559	0,0482	0,0316	0,0227
0,60	0,1567	0,0546	0,0436	0,0511	0,0573	0,0416	0,0257	0,0193
0,65	0,1421	0,0478	0,0441	0,0536	0,0568	0,0337	0,0215	0,0166
0,70	0,1158	0,0448	0,0454	0,0554	0,0536	0,0256	0,0183	0,0143
0,75	0,0823	0,0429	0,0484	0,0567	0,0462	0,0201	0,0149	0,0120
0,80	0,0596	0,0423	0,0528	0,0514	0,0334	0,0165	0,0121	0,0105
0,85	0,0491	0,0464	0,0567	0,0394	0,0228	0,0130	0,0101	0,0093
0,90	0,0438	0,0538	0,0497	0,0205	0,0158	0,0100	0,0088	0,0084
0,95	0,0473	0,0534	0,0213	0,0122	0,0093	0,0084	0,0081	0,0081
1,00	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080	0,0080

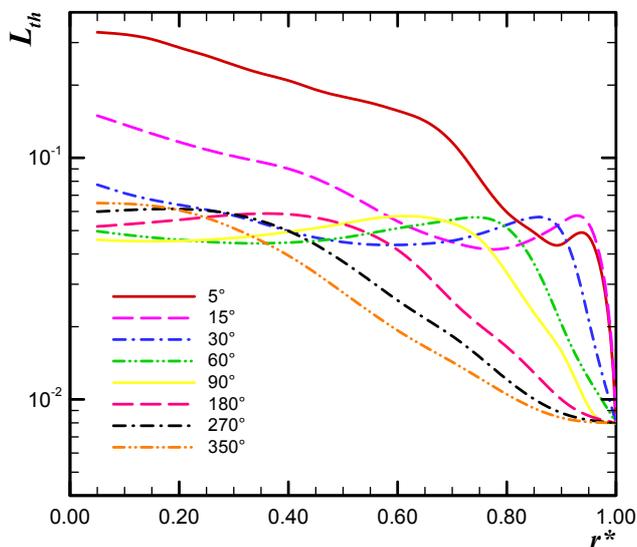


Figura 7. Comportamento do comprimento de entrada térmica para diversos formatos de setor anular.

No caso limite de $r^* \rightarrow 0,00$ a geometria para qualquer ângulo Θ se aproxima da do setor circular. Já para $r^* \rightarrow 1,00$ e um ângulo Θ qualquer, a geometria, bem como os resultados obtidos, aproximam-se do caso da placa plana. Ressalta-se ainda, que os resultados obtidos para o número de *Nusselt* limite quando comparados com os apresentados em Ben-Ali *et al.* (1989) apresentam uma excelente concordância, gerando um erro inferior a 1%.

4. Conclusões

No presente trabalho, utiliza-se a Técnica da Transformada Integral Generalizada – TTIG para obtenção de solução do problema de escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido e termicamente não desenvolvido em dutos cuja seção transversal apresentam o formato de um setor de anel circular submetidos a condição de temperatura de parede prescrita (condições de *Dirichlet*) e perfil de temperatura de entrada uniforme. Devido ao formato geométrico não-convencional do duto, as dificuldades inerentes para a aplicação das condições de contorno foram removidas utilizando-se uma transformação conforme adequada capaz de representar a geometria do duto em um domínio com contorno de formato retangular. A aplicação da TTIG sobre a equação da energia gerou um sistema acoplado e infinito de equações diferenciais ordinárias para o potencial temperatura transformado que foi resolvido numericamente truncando-se a expansão em um número finito de termos. Observou-se, que a convergência do potencial temperatura é lenta na região de entrada do escoamento ($Z < 0,001$), sendo necessário uma ordem de truncamento relativamente alta para o sistema de equações diferenciais do potencial transformado para a obtenção de quatro dígitos de precisão. Parâmetros físicos de interesse, tais como: temperatura média, números de *Nusselt* local e médio, comprimento de entrada térmica, foram calculados e comparados, quando possível com os resultados disponíveis na literatura, para dutos de diversas configurações geométricas de setor anular.

Finalizando, observa-se que a TTIG é aplicada com sucesso para a obtenção de solução de problemas difusivos e difusivo-convectivos multidimensionais, ressaltando-se, aqui, o presente problema, o qual muitas vezes não admite solução pelas técnicas analíticas clássicas.

5. Agradecimentos

O primeiro autor gostaria de externar agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pela concessão de bolsa de mestrado sob processo nº 130294/2005-5.

6. Referências

- Alves, T.A., 2006, “Aplicação da Transformada Integral na Solução de uma Classe de Problemas Difusivos e Difusivo-Convectivos em Domínios de Geometria Não-Convencionais”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira/SP, Brasil, 345p.
- Alves, T.A., Ramos, R.A.V., Maia, C.R.M., 2006, “Perda de Pressão para Escoamento de Fluidos em Dutos com Seção no Formato de um Setor de Anel Circular”, Proceedings of the 27th Iberian Latin American Congress on Computational Methods (CILAMCE), ABMEC, Belém/PA, Brasil, CIL09-514, 15p.
- Ben-Ali, T.M., Soliman, H.M. & Zariffah, E.K., 1989, “Further Results for Laminar Heat Transfer in Annular Sector and Circular Sector Ducts”, Journal of Heat Transfer, Vol. 111, pp. 1090-1093.
- Cotta, R.M., 1998, “The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Science and Engineering”, Begell House Inc., New York.
- IMSL Library, 1994, Edition 7, “GNB Building”, 7500 Ballaire Blvd, Houston, Texas 77036.
- Kakaç, S., Shah, R.K. & Aung, W., 1998, “Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer”, John Wiley, New York.
- Maia, C.R.M., 2003, “Solução de Problemas Difusivos e Difusivo-convectivos em Domínio de Geometria Elíptica e Bicôncava pela Técnica da Transformada Integral Generalizada”, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 251p.
- Shah, R.K. & London, A.L., 1978, “Laminar Flow Forced Convection in Ducts. Advances in Heat Transfer”, Supplement 1, Academic Press Inc., New York, 477 p.

CALCULATION OF THERMAL PARAMETERS IN LAMINAR FORCED CONVECTION INSIDE ANNULAR-SECTOR DUCTS

Thiago Antonini Alves

State University of Campinas - Unicamp, College of Mechanical Engineering, Department of Energy,
13.083-970, Campinas, SP, Brazil
antonini@fem.unicamp.br

Marcelo Ferreira Pelegrini

Ricardo Alan Verdú Ramos

Cassio Roberto Macedo Maia

Paulist State University - Unesp, College of Engineering of Ilha Solteira, Department of Mechanical Engineering,
15.385-000, Ilha Solteira, SP, Brazil
mpelegrini@gmail.com
ramos@dem.feis.unesp.br
cassio@dem.feis.unesp.br

Abstract

Analytical solutions for laminar forced convection problems in annular sector ducts have been developed in this work. The inherent difficulties to apply the boundary conditions due to irregular geometry are overcome by an adequate variable change. The Generalized Integral Transform Technique – GITT is used to obtain solutions for thermal entry region problem in steady state with fully developed laminar flow and uniform inlet temperature. In the present analysis, the diffusion problem is subjected to the first kind boundary conditions. Numerical results are obtained for quantities of practical interest, such as bulk temperature and local and global Nusselt number, for several geometric configurations.

Keywords: Laminar forced convection, Thermally developing problem, Integral Transform, Conform Transform.