

## CONVECÇÃO NATURAL NUMA CAVIDADE CÚBICA COM AQUECIMENTO INFERIOR

### Rogério Fernandes Brito

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Av. Benedito Pereira dos Santos, n°1303, CEP 37500-903, Itajubá, MG, Brasil  
rogbrito@unifei.edu.br

### Harley Souza Alencar

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Av. Benedito Pereira dos Santos, n°1303, CEP 37500-903, Itajubá, MG, Brasil  
haarley@terra.com.br

### Genésio José Menon

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Av. Benedito Pereira dos Santos, n°1303, CEP 37500-903, Itajubá, MG, Brasil  
genesio@unifei.edu.br

**Resumo.** A convecção natural do ar que ocorre em uma cavidade é um fenômeno físico importante que deve ser investigado, uma vez que pode ser aplicado no projeto de diversos componentes eletrônicos. O modelo testado consiste em uma cavidade cúbica com aquecimento localizado na superfície inferior e com o resfriamento nas superfícies verticais. A superfície inferior é parcialmente mantida na temperatura isotérmica alta por uma fonte de calor de comprimento retangular. A superfície superior da cavidade é isolada termicamente e adota-se que as superfícies verticais são mantidas na temperatura isotérmica baixa. São obtidas as soluções para alguns números de Rayleigh com número de Prandtl fixo em  $Pr = 0,70$ . É aplicada a Dinâmica dos Fluidos Computacionais a qual utiliza o Método de Volumes Finitos (MVF) com o esquema Euleriano que é usado para resolver a equação de conservação para o regime não permanente. Neste caso, é necessário elaborar um modelo 3D com largura suficientemente grande a fim de eliminar os efeitos de parede no cálculo, com o objetivo de se comparar com resultados 2D amplamente apresentados na literatura. Com isto, é possível obter as distribuições do campo de velocidades e das linhas isotérmicas em função dos diversos parâmetros térmicos e geométricos. Com os resultados obtidos no presente trabalho, pôde-se mostrar que com o aumento do número de Rayleigh, aumentaram-se as taxas de transferência de calor.

**Palavras chave:** Convecção Natural, Cavidades, Método de Volumes Finitos, Dinâmica dos Fluidos Computacionais.

### 1. Introdução

A transferência de calor por convecção natural laminar em espaços confinados é de grande interesse no campo da engenharia. Em geral, os trabalhos tratam do escoamento não isotérmico, tais como: no projeto térmico de construções, no projeto de um forno, em câmaras de combustão, em equipamentos eletrônicos, em sistemas nucleares, etc. A convecção natural em cavidades retangulares, preenchidas completamente por um único fluido e com temperaturas assimétricas, tem sido investigada por vários anos por causa das suas diversas aplicações no campo da engenharia.

Muitos equipamentos eletrônicos têm sido projetados como se fosse uma caixa retangular fechada. Apenas algumas frestas na base inferior são colocadas nesta caixa para ventilação não forçada. Os componentes dos equipamentos eletrônicos geralmente se encontram na base inferior da cavidade e estes aparelhos, mesmo no modo *standby*, estão sempre dissipando calor a uma temperatura constante. Muitos trabalhos lidam com a convecção natural com escoamento não isotérmico no regime laminar, mas foram encontrados apenas alguns com a base parcialmente aquecida.

O desenvolvimento de modelos teóricos, de algoritmos numéricos e da experimentação constitui uma base sólida para o avanço no conhecimento dessa área da engenharia, onde se tem uma cavidade retangular preenchida por um único fluido. O presente trabalho utiliza a Dinâmica dos Fluidos Computacionais com o objetivo que este estudo sirva como *benchmark* para outros estudos numéricos e experimentais que venham a ser realizados no futuro.

No caso da convecção natural em um domínio retangular bidimensional, muitos trabalhos têm sido desenvolvidos experimentalmente e numericamente.

Dong e Li (2004) realizam o estudo da convecção natural em uma cavidade vazada em seu centro por um cilindro horizontal, constituída por um líquido e elemento sólido usando o Método da Função Corrente e Vorticidade de Boussinesq nas equações diferenciais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. Investiga-se a influência do material, da geometria e do número de Rayleigh na transferência de calor num regime aproximadamente permanente. A transferência de calor é pouco afetada pela condutividade do líquido e do sólido, sendo

significativamente afetada pela geometria e pelo número de Rayleigh ( $10^3$  a  $10^5$ ). A cavidade é discretizada por uma malha de elementos hexaédricos.

Bilgen e Oztop (2005) realizam um estudo similar ao proposto pelo presente trabalho, diferenciando no trato da transferência de calor por convecção natural em uma cavidade quadrada parcialmente inclinada, formada por paredes isoladas e uma parede semi aberta, em regime permanente com escoamento laminar para o número de Rayleigh variando entre  $10^3$  a  $10^6$  e inclinação variando de  $0^\circ$  até  $120^\circ$ . Aplica-se o Método Função Corrente Vorticidade de Boussinesq nas equações diferenciais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia na análise da convecção natural. Realiza-se o cálculo de número de Nusselt local, mostrando as distribuições de função corrente, vorticidade, temperatura e da vazão volumétrica adimensional existente na abertura. Nota-se que a vazão volumétrica e o número de Nusselt variam significativamente em função da inclinação adotada.

Brito *et al.* (2005) estudaram a convecção natural com escoamento turbulento no interior de uma cavidade quadrada com aquecimento localizado na superfície inferior. O aquecimento localizado foi simulado através de uma fonte aquecida colocada na superfície inferior, sendo que dois valores de comprimentos diferentes da fonte foram considerados no trabalho de Brito *et al.* (2005). As soluções foram obtidas para alguns valores do número de Rayleigh e com número de Prandtl fixo em  $Pr = 0,7$ . A superfície horizontal superior foi considerada isolada e as superfícies verticais foram adotadas como sendo as superfícies isotérmicas colocadas na temperatura baixa. A fonte quente foi colocada na superfície inferior, mantida na temperatura isotérmica alta. Neste estudo, as equações de Navier-Stokes foram utilizadas considerando o escoamento turbulento, bidimensional e no regime não permanente. O método de elementos finitos com o esquema de Galerkin foi considerado para resolver as equações de conservação, utilizando-se um código computacional escrito em FORTRAN. A formulação das equações de conservação foram realizadas para escoamento turbulento e a turbulência foi modelada utilizando-se a Simulação de Grandes Escalas (*Large-Eddy Simulation – LES*). Os resultados mostraram que com o aumento do número de Rayleigh, aumentou-se o número de Nusselt médio calculado na superfície mantida na temperatura isotérmica alta. O número de Nusselt médio aumentou também com o aumento do comprimento da fonte aquecida.

Dhiman *et al.* (2005) analisam o escoamento e a transferência de calor na esteira formada ao redor do cilindro de seção quadrada com razão de aspecto de  $1/4$ ,  $1/6$  e  $1/8$  imerso num meio fluido que escoar com  $1 \leq Re \leq 45$  e  $0,7 \leq Pr \leq 4000$  ( $Pelet \leq 4000$ ), em regime permanente. O cilindro está aquecido, enquanto as paredes laterais estão isoladas adiabaticamente. A região é discretizada por uma malha de elementos hexaédricos. Aplica-se o Método de Volumes Finitos em um domínio 2D. Levantam-se a distribuição da função corrente / vorticidade, bem como a variação de número de Nusselt a partir de cada face do cilindro quadrado. Estudo aplicado à torres de resfriamento e vaporização. Mostra-se que as diferenças no número de Nusselt e no número de Prandtl aumentam significativamente com o número de Reynolds para a razão de aspecto  $1/4$ .

Nasr *et al.* (2005) analisam um caso semelhante ao proposto pelo presente trabalho, se diferenciado quanto ao tratamento a superfície aquecida com temperatura constante em um pequeno trecho de uma das paredes laterais verticais do modelo bidimensional. Este trabalho considera um sistema genérico de resfriamento e aquecimento, em regime permanente e convecção natural com escoamento laminar do ar em uma cavidade fechada. Uma superfície é mantida com distribuição isotérmica de temperatura constante e uma porção vertical é mantida a alta temperatura, enquanto uma outra porção é mantida com baixa temperatura. As demais porções são consideradas adiabáticas. Utilizam-se volumes de controle pelo Método de Elementos Finitos para resolver a equação de transporte de vorticidade junto com a função corrente e as equações de conservação de massa e energia. Verifica-se que as correntes convectivas encontradas são fortemente afetadas pela geometria, tendo a intensidade aumentada na medida em que percorrem o domínio.

Snoussi *et al.* (2005) estudam a convecção natural considerando o efeito da radiação solar na transferência de calor. É uma proposta para a melhoria da taxa de destilação em sistemas de destilação solar. Admite-se um meio submetido a escoamento laminar na convecção natural, cuja variação da densidade decorre simultaneamente por transferência de calor por difusão e pelas espécies químicas. A concentração destas espécies é considerada pequena, como ocorre normalmente em muitos processos na água e no ar atmosférico. Utiliza-se o Método de Elementos Finitos para resolver as equações de transporte, obtendo as distribuições de massa, temperatura, velocidade, função corrente, função vorticidade, número de Nusselt e número de Sherwood para diferentes combinações de razões de aspecto, número de Rayleigh e efeitos convectivos.

Bakkas *et al.* (2006) investigam a convecção natural em regime permanente com escoamento laminar em um canal bidimensional horizontal contendo blocos retangulares montados ao longo da parede da base e aquecidos com temperatura constante e conectados por superfícies isoladas adiabaticamente. A parede superior do canal é mantida a baixa temperatura constante. Os parâmetros que governam o fenômeno são: número de Rayleigh ( $10^2 \leq Ra \leq 10^6$ ), distância adimensional entre blocos ( $0,25 \leq l/L \leq 0,75$ ) e altura adimensional dos blocos ( $1/8 \leq h/H \leq 1/2$ ).

Usando ar ( $Pr = 0,70$ ) como fluido de trabalho, constata-se que as dimensões dos blocos afetam os campos de temperatura e velocidade convectivos e as diferenças nestas distribuições para os dois números de Rayleigh atingem 34 [%].

Por outro lado, o estudo da convecção natural em um domínio tridimensional é insipiente, destacando-se os trabalhos de Janssen *et al.* (1993) e Tric *et al.* (2001).

Janssen *et al.* (1993) realizam um estudo sobre a convecção natural em uma cavidade cúbica utilizando o Método de Volumes Finitos com escoamento em regime permanente e transiente. No caso do regime permanente, é investigada a camada limite ao longo das paredes, enquanto no caso do regime transiente, é investigada a frequência das correntes de convecção geradas no modelo 3D em comparação ao modelo clássico 2D. Constata-se que as correntes convectivas são semelhantes.

Tric *et al.* (2001) estudam soluções exatas das equações que governam a convecção natural do ar em cavidade cúbica termicamente carregada por duas faces verticais opostas com diferentes temperaturas para diversos casos para Números de Rayleigh até  $10^7$ . Estas soluções são obtidas com o Algoritmo Pseudo-Espectral de Chebyshev baseado no Método de Projeção e Difusão com uma resolução fornecida por expansões polinomiais, as quais constituem matrizes  $111 \times 111 \times 111$ . As soluções encontradas são consideradas exatas para erros globais relativos inferiores a 0.03 [%] e 0.05 [%] para os números de Rayleigh  $10^3$  e  $10^7$ , respectivamente. Isto indica uma evolução não mono tônica da estrutura do escoamento com o aumento do número de Rayleigh.

No presente trabalho, pretende-se estudar a convecção natural em regime não permanente com escoamento laminar em um domínio tridimensional formado por uma cavidade cúbica. Neste domínio, a transferência de calor é investigada a partir do levantamento dos campos de temperatura e velocidade, bem como pelo levantamento do número de Nusselt local ao longo da parede inferior da base constituída por uma superfície aquecida isotermicamente com temperatura alta, cujas dimensões correspondem a 40 [%] do lado da base da cavidade cúbica, e uma superfície inferior horizontal isolada adiabaticamente. As paredes laterais verticais são mantidas isotermicamente com baixa temperatura e a parede superior da cavidade é isolada adiabaticamente. A figura 1.a mostra detalhes deste domínio geométrico.

A solução deste problema é encontrada pela aplicação do Cálculo da Dinâmica de Fluidos, utilizando o Método de Volumes Finitos com esquema Euleriano para a discretização espacial e temporal do domínio, a partir da integração das equações diferenciais de transporte de massa, quantidade de movimento e energia.

A malha gerada é constituída por 117907 elementos tetraédricos e 13878 elementos plismáticos sobre as camadas limites das paredes laterais verticais.

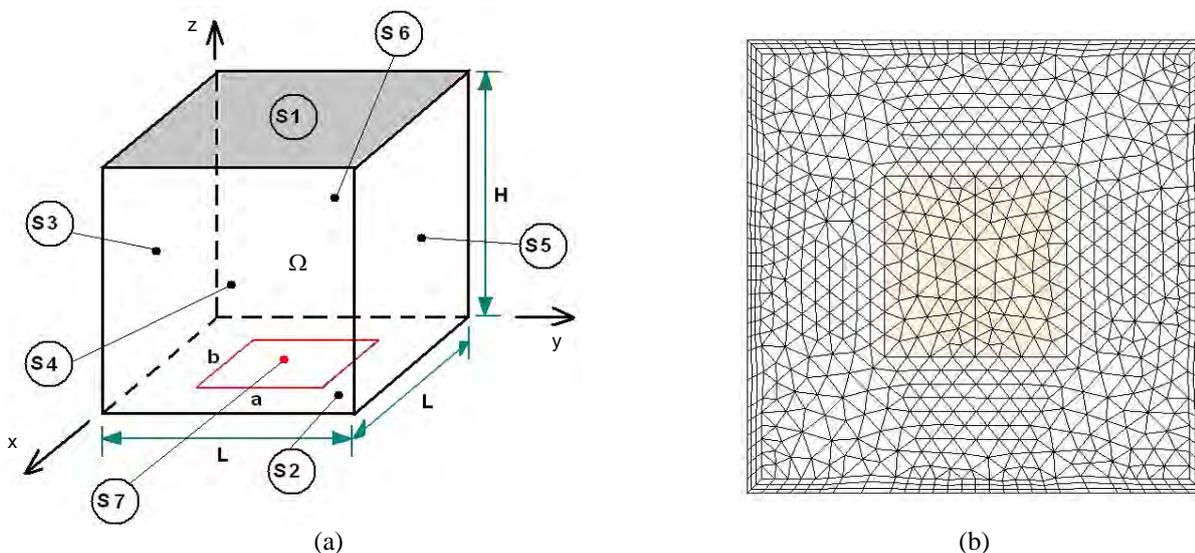
São simulados três casos para diferentes números de Rayleigh ( $10^6$ ,  $10^7$  e  $10^8$ ) com o levantamento das distribuições de temperatura e vetor velocidade sobre um plano vertical localizado no meio da base, bem como são obtidas as distribuições do número de Nusselt ao longo da base e em função do número de Rayleigh.

Os cálculos são efetuados em um computador com um processador AMD Athlon de 1,6 GHz e memória RAM de 314 MB, consumindo 1h e meia, aproximadamente, para cada um dos casos, utilizando a ferramenta computacional ANSYS CFX 5.7®.

## 2. Descrição do Problema

A Figura 1 mostra a geometria com o domínio  $\Omega$ , preenchido pelo fluido de trabalho ar ( $Pr = 0,7$ ). É considerada uma cavidade cúbica, onde  $S_1$  e  $S_2$  representam superfícies isoladas termicamente. As superfícies  $S_3$  a  $S_6$  são mantidas na temperatura isotérmica baixa, enquanto a superfície  $S_7$  é mantida na temperatura isotérmica alta, com lados iguais a  $a$  e  $b$ , sendo ( $a/L = b/L = 0,40$ ). O aquecimento local é simulado por uma fonte de calor localizada no meio da parede da base,  $S_7$ .

A condição inicial no domínio  $\Omega$  adota-se temperatura adimensional  $\theta = 0$  e as projeções da velocidade do escoamento do ar  $u = v = w = 0$ . Todas as propriedades do fluido de trabalho são consideradas constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo, que obedece a aproximação de *Boussinesq*.



Figuras 1 e 2. Discretização espacial: (1) Geometria 3D; (2) Malha utilizada para os casos 1, 2 e 3 no plano XY.

A Figura 2 apresenta a malha utilizada pela simulação computacional, projetada sobre o plano XY.

## 2.1. Hipóteses do Problema

As seguintes hipóteses são empregadas neste trabalho:

- domínio geométrico tridimensional;
- regime não permanente;
- escoamento laminar e incompressível;
- função dissipação viscosa desprezada;
- propriedades físicas do fluido ( $\rho$ ,  $\mu$ ,  $c_p$ ,  $K$ ) são constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo;
- sem geração interna de calor.

## 2.2. Equacionamento

Mediante as considerações acima, as equações de conservação podem ser representadas pelas seguintes expressões gerais:

i) Continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

ii) Quantidade de movimento

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho g \beta (T - T_0), \quad (4)$$

iii) Energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{K}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (5)$$

onde  $u, v$  e  $w$  são as componentes das velocidades do escoamento (m/s);  $x, y$  e  $z$  são as posições no espaço (m);  $t$  é o tempo (s);  $\rho$  é a densidade do fluido ( $\text{kg/m}^3$ );  $p$  é a pressão relativa do escoamento (Pa);  $g_x, g_y$  e  $g_z$  são as componentes das acelerações da gravidade local ( $\text{m/s}^2$ ); e  $\beta$  é coeficiente volumétrico de expansão térmica ( $\text{K}^{-1}$ ).

## 2.3. Condições de Contorno e Condições Iniciais

As condições iniciais e de contorno da presente análise são:

i) Condições iniciais:

para  $t = 0$ :

$$u = v = w = 0, \quad (\text{em } \Omega) \quad (6)$$

$$T = T_0 = \frac{T_c + T_h}{2}, \quad (\text{em } \Omega) \quad (7)$$

ii) Condições de contorno:

para  $t > 0$ :

$$T = T_h, \quad (\text{em } S_7) \quad (8)$$

$$T = T_c, \quad (\text{em } S_3 \text{ a } S_6) \quad (9)$$

$$q = \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (\text{em } S_1 \text{ e } S_2) \quad (10)$$

$$u_{\text{Parede}} = v_{\text{Parede}} = w_{\text{Parede}} = 0, \quad (\text{em } S_1 \text{ a } S_7) \quad (11)$$

onde  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  e  $S_7$  representam as superfícies na fronteira do domínio  $\Omega$ , mostrado pela figura 1.

## 2.4. Adimensionalização das Equações

São introduzidas as seguintes variáveis adimensionais nas equações de conservação, visando assim, generalizar a análise teórica:

$$\tau = \frac{vt}{H^2}, X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, Z = \frac{z}{H} U = \frac{uH}{v}, \quad (12)$$

$$V = \frac{vH}{v}, W = \frac{wH}{v}, P = \frac{pH^2}{\rho v^2}, \theta = \frac{T - T_o}{T_h - T_o}, \quad (13)$$

onde  $\tau$  é a tempo adimensional;  $X, Y$  e  $Z$  são as coordenadas adimensionais;  $U, V, W$  são as componentes adimensionais da velocidade;  $P$  é a pressão relativa adimensional; e  $\theta$  é a temperatura adimensional.

Substituindo nas equações (1) a (5), resulta:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right), \quad (15)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right), \quad (16)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{2} \theta, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial X} + v \frac{\partial \theta}{\partial Y} + w \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right), \quad (18)$$

onde  $\text{Gr}$  é o número de Grashof definido pela relação:

$$\text{Gr} = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{v^2}, \quad (19)$$

onde  $\text{Pr}$  é o número de Prandtl definido pela relação:

$$\text{Pr} = \frac{v}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{K} = \frac{\rho v c_p}{K}. \quad (20)$$

Outro parâmetro adimensional igualmente importante é o número de Nusselt local ( $\text{Nu}_L$ ), definido pela seguinte forma:

$$Nu_L = \frac{h_x H}{K}, \quad (21)$$

onde:  $K$  é a condutibilidade térmica do fluido; e  $h_x$  é o coeficiente local de transferência de calor por convecção, calculado pela expressão:

$$h_x = \frac{q_n}{T_h - T_c}, \quad (22)$$

onde  $q_n$  é o fluxo de calor normal à superfície quente  $S_7$  (Fig. 1), calculada pela Lei de *Fourier* e dada pela expressão na forma dimensional, Brito (2005):

$$\vec{q}_n = -K \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{S_1}. \quad (23)$$

Considerando os parâmetros adimensionais (11) e (12), o número de Nusselt pode ser também calculado pela expressão:

$$Nu_L = - \frac{H}{(T_h - T_c)} \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{S_1}. \quad (24)$$

Desta forma, as condições de contorno iniciais, definidas pelo item 2.3, também podem ser dadas pelas seguintes formas:

i) Condições iniciais:  
para  $\tau = 0$ :

$$U = V = W = 0, \quad (\text{em } \Omega), \quad (25)$$

$$\theta = \theta_0 = 0, \quad (\text{em } \Omega), \quad (26)$$

iii) Condições de contorno:  
para  $\tau > 0$ :

$$\theta = 1, \quad (\text{em } S_7), \quad (27)$$

$$\theta = -1, \quad (\text{em } S_3 \text{ a } S_6), \quad (28)$$

$$Q = - \frac{\partial \theta}{\partial N} = 0, \quad (\text{em } S_1 \text{ e } S_2), \quad (29)$$

$$U_{\text{Parede}} = V_{\text{Parede}} = W_{\text{Parede}} = 0, \quad (\text{em } S_1 \text{ a } S_7). \quad (30)$$

### 3. Método Numérico

A solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia em regime não permanente utiliza o Cálculo da Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD). Entende-se Dinâmica de Fluidos como a ciência que estuda o movimento de fluidos regidos pelas Equações de Navier Stokes, equações diferenciais parciais que governam o movimento de um fluido com ou sem transferência de calor, considerando os efeitos viscosos e turbulentos.

Neste trabalho, aplica-se o Método de Volume Finito (MVF), o qual é baseado na formulação analítica de elementos de volume de controle para descrever a dinâmica de fluidos, que emprega um algoritmo de pressão-velocidade tipo SIMPLE (“*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation*”) desenvolvido por Pantakar e Spalding (1972), o qual acopla e resolve as equações de Navier Stokes discretizadas, permitindo obter num mesmo passo de tempo todas as variáveis termo-aerodinâmicas. Foi concebido junto com o Método de Diferenças Finitas (MDF) aplicado à casos específicos envolvendo malhas não-estruturadas, Chung (2002) e Barth e Ohlberger (2004).

Este método utiliza basicamente três etapas: a primeira etapa é dividir o domínio computacional por uma malha formada por um número finito de elementos de volume, onde as variáveis de interesse são posicionadas nos centróides destes elementos; a próxima etapa é a integração em uma forma integral das PDE's a serem resolvidas (i.e. conservação

de massa, quantidade de movimento e energia) sobre cada elemento de volume aplicando o Teorema de Divergência de Gauss; a terceira e última etapa é a interpolação das variáveis para descrever sua variação entre os centróides dos elementos de volume, bem como entre os nós (vértices) dos elementos. Nesta última parte, pode-se o Método de Resíduos de Gauss Seidel para a solução das equações implementadas no formato matricial.

A vantagem básica do MVF em relação ao MDF é não requerer o uso restrito de malhas estruturadas, que são formadas por quadriláteros ou hexaedros não alinhados aos eixos principais, como os que aparecem em grades esféricas ou curvilíneas. Desta forma, utilizando malhas não-estruturadas, que contém polígonos ou poliedros sem qualquer padrão explícito de conectividade, este método também tem a capacidade de trabalhar com geometrias mais complexas, contendo pequenas saliências e/ou reentrâncias, graças também ao fato do cálculo das variáveis ser efetuados nos nós localizados no meio dos elementos por interpolação.

A Figura 3 apresenta as variantes sobre o volume de controle utilizado pelo Método de Volumes Finitos: face centrada e volume centrado, Barth e Oehlberger (2004).

Mais detalhes, sobre os conceitos envolvidos pelo Método de Volumes Finitos, podem ser encontrados no trabalho de Barth e Oehlberger (2004), que exploram as técnicas de discretização, técnicas de aproximação das integrais, critérios de convergência e estabilidade do cálculo.

#### 4. Análise dos Resultados

No decorrer do cálculo iterativo realizado pelo CFD, verificou-se a convergência com relação ao desvio calculado pelo erro médio no calor no decorrer dos incrementos de tempo para os três casos de número de Rayleigh,  $Ra = 10^6$ ,  $10^7$  e  $10^8$ . A Figura 4 apresenta as Curvas de Convergência para o número de Nusselt Local nas superfícies  $S_2$  e  $S_7$  para  $Ra = 10^6$ ,  $10^7$  e  $10^8$ .

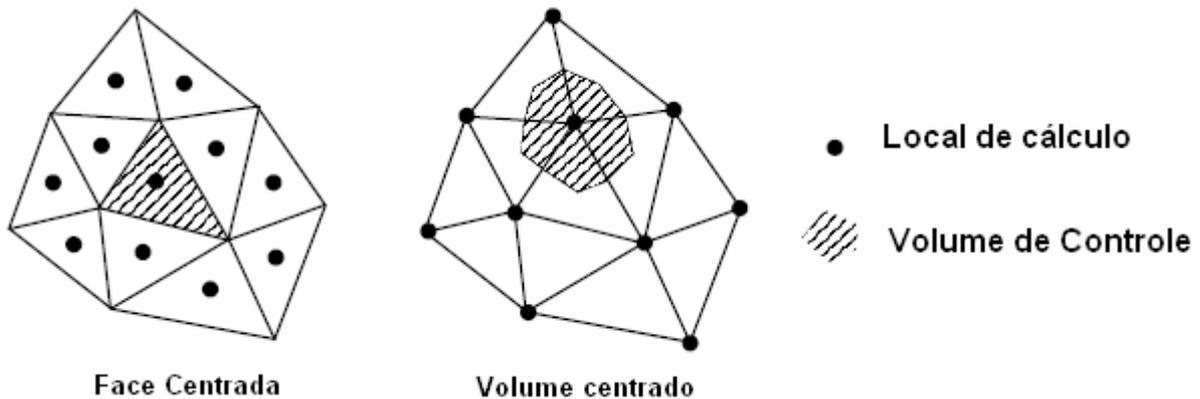


Figura 3: Variantes de volume de controle utilizadas pelo Método de Volumes Finitos, Barth e Oehlberger (2004).

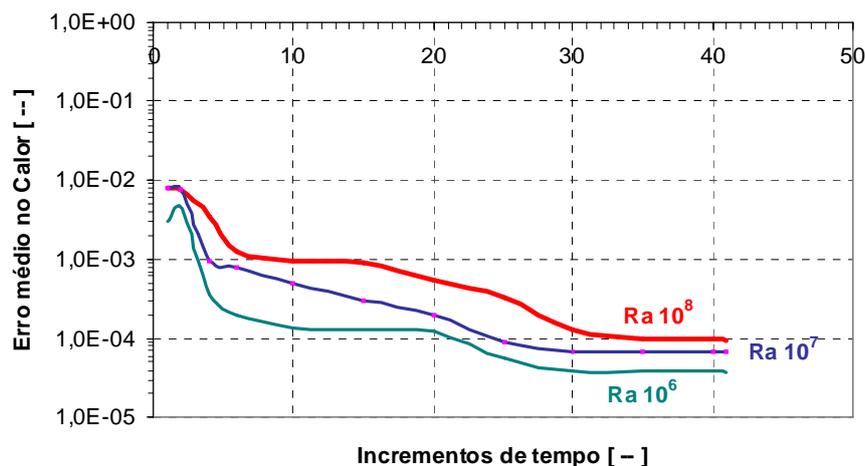


Figura 4: Curva de convergência para o número de Nusselt Local nas superfícies  $S_2$  e  $S_7$  para  $Ra = 10^6$ ,  $10^7$  e  $10^8$ .

Nota-se da Fig. 4 que a convergência é mais rapidamente atingida para menores números de Rayleigh, onde o escoamento interno é significativamente laminar e os efeitos viscosos são mais influentes.

A Figura 5 mostra a distribuição do número de Nusselt Local em relação à base da cavidade formada pela superfície quente  $S_7$  e a superfície isolada termicamente  $S_2$ , pela equação:

$$Nu_i = \frac{H}{T_h - T_c} \left( \frac{T_w_i - T(\delta_i)}{\delta_i} \right) \quad (31)$$

Onde  $\delta$  representa o modulo do vetor normal a parede da base paralelo ao plano de referênci na posiçãõ ( $x / L = 0,50, 0 \leq y / L < 1, z / H = 0$ ). O valor adotado para coletar a temperatura  $T(\delta)$  é  $\delta / H = 0,025$ . A Figura 4 apresenta o número de Nusselt local nas superfícies  $S_2$  e  $S_7$  para  $Ra = 10^6, 10^7$  e  $10^8$  no ultimo instante de tempo.

Nota-se da Fig. 5 que o número de Nusselt local sobre a base da cavidade cúbica aumenta com o número de Rayleigh., em decorrência do maior gradiente de temperatura entre a superfície quente e a temperatura no meio.

Para mostrar a dependência do número de Nusselt em função do número de Rayleigh, a Fig. 6 apresenta os números de Nusselt locais calculados para as posições  $x/L = 0,35$  e  $x/L = 0,50$  ao longo da parede da base da cavidade cúbica.

Constata-se da Fig. 6 que o número de Nusselt local na base da cavidade cúbica aumenta com o número de Rayleigh, sendo este aumento mais significativo na região próxima a transição entre a superfície quente e a superfície isolada adiabaticamente na base da cavidade cúbica, em decorrência do alto gradiente de temperatura.

Além disso, para observar o efeito do número de Rayleigh no processo de transferência de calor e de massa na cavidade cúbica, as Fig. 7, 8 e 9 apresentam as distribuições de temperatura e campos do vetor velocidade plotados sobre um plano de referênci adotado na posição ( $x / L = 0,50, 0 \leq y / L < 1, z / H = 0$ ), posicionado no meio da cavidade cúbica mostrada pela Fig. 1, paralelo ao plano XZ.

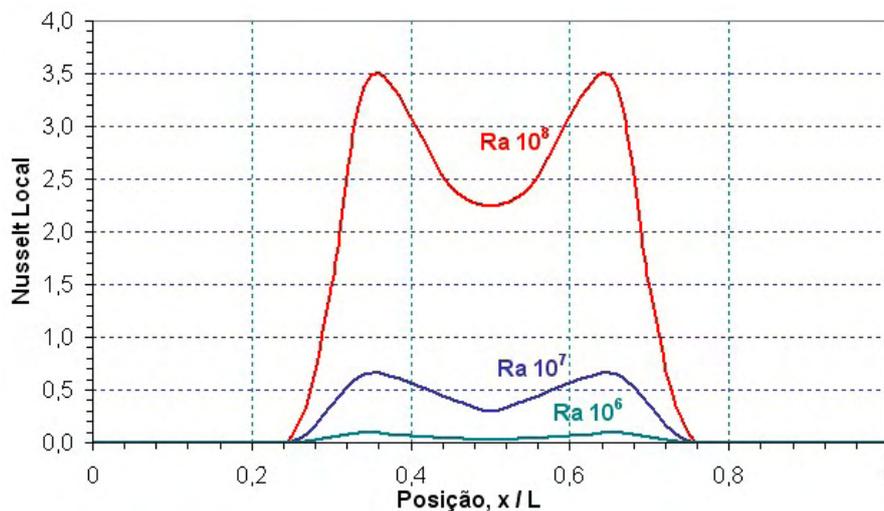


Figura 5: Número de Nusselt Local nas superfícies  $S_2$  e  $S_7$  para  $Ra = 10^6, 10^7$  e  $10^8$  no ultimo instante de tempo.

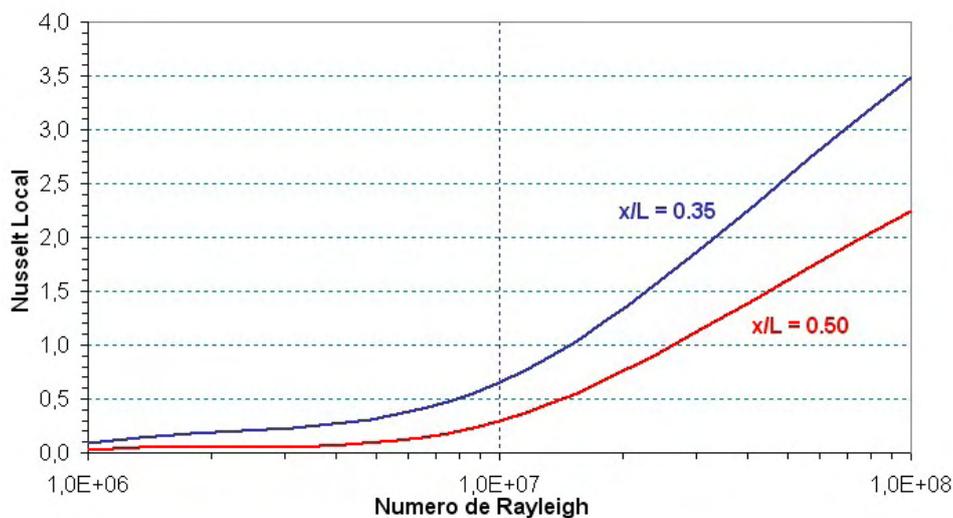


Figura 6: Número de Nusselt Local nas posições  $x / L = 0,35$  e  $x / L = 0,50$  (ambas com  $y / L = 0,50$  e  $z / H = 0$ ) ao longo das superfícies  $S_2$  e  $S_7$  para  $Ra = 10^6, 10^7$  e  $10^8$  no ultimo instante final de tempo.

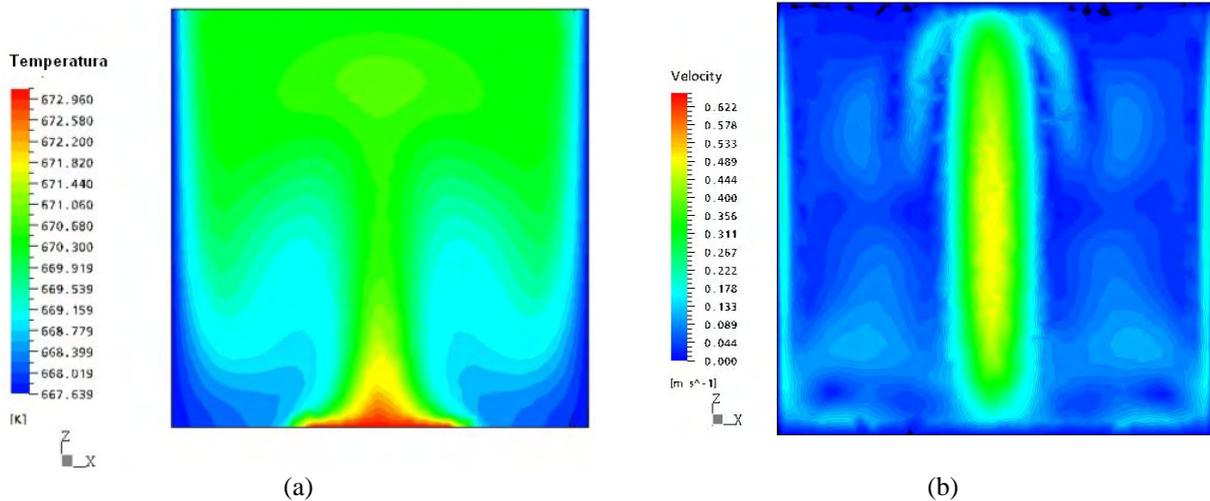


Figure 7. Caso 1 –  $Ra\ 10^6$  no instante final de tempo: (a) Distribuição de temperatura; (b) Campo vetor velocidade.

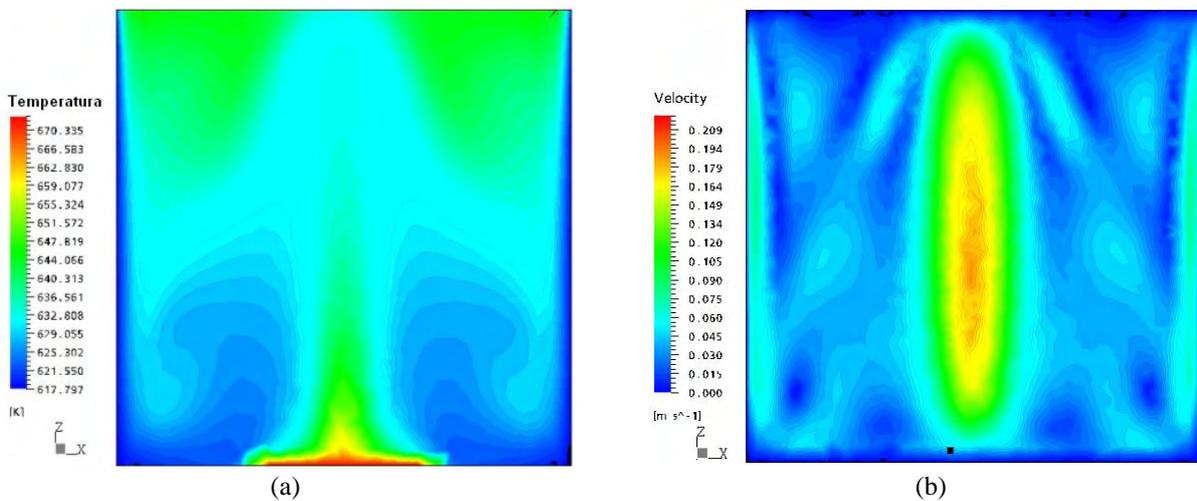


Figure 8. Caso 2 –  $Ra\ 10^7$  no instante final de tempo: (a) Distribuição de temperatura; (b) Campo vetor velocidade.

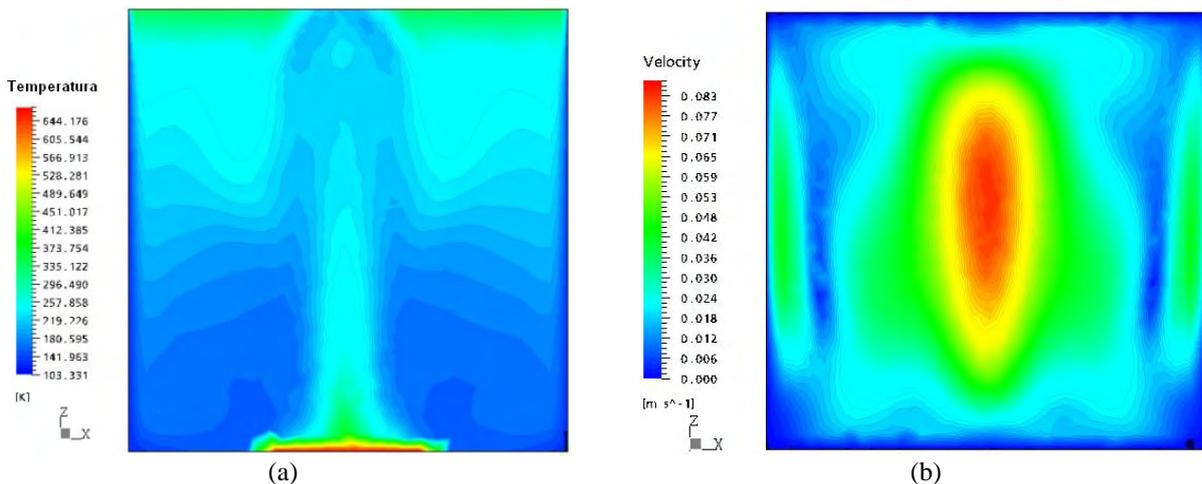


Figure 9. Caso 3 –  $Ra\ 10^8$  no instante final de tempo: (a) Distribuição de temperatura; (b) Campo vetor velocidade.

Das Figuras 7(b), 8(b) e 9(b), observa-se o aumento progressivo da velocidade máxima do escoamento com o aumento do número de Rayleigh, assim como um aumento também progressivo na velocidade do escoamento a uma determinada distância a partir das paredes laterais. Em particular, o efeito convectivo descendente nas proximidades das paredes laterais é mais significativo após o resfriamento do fluido nas proximidades da parede superior.

Sob o aspecto de transferência de calor, mostra-se também das Fig. 7(a), 8(a) e 9(a) que na camada limite próxima da superfície aquecida, o gradiente de temperatura (em cor vermelha e amarela), aproxima-se desta superfície na

medida que ocorre o aumento do número de Rayleigh. De forma representativa, o cálculo indica que o gradiente de temperatura se torna mais acentuado nesta região do domínio com o aumento do número de Rayleigh.

Comparando as distribuições das temperaturas das Fig. 7(a) e 8(a) para os dois casos de número de Rayleigh  $Ra 10^6$  e  $10^7$  com relação as distribuições de temperatura nas cavidades planas quadradas obtidas pelos trabalhos de Bilgen e Oztop (2005) e Nasr *et al.* (2005), constata-se que a distribuição de temperatura, bem como a intensidade dos vórtices gerados sofrem os efeitos secundários do escoamento convectivo ascendente dados pela 3ª dimensão da cavidade. Este fenômeno reforça a importância de estudar o efeito convectivo em regiões tridimensionais, conforme foi sugerido pelo trabalho de Janssen *et al.* (1993).

Outro fenômeno detectado é o efeito da camada limite na região de fluido próxima às superfícies  $S_2$  e  $S_7$  (ver Fig. 1), onde o campo de velocidade apresenta valores pequenos em relação ao centro da cavidade, conforme figuras 7(b), 8(b) e 9(b).

## 5. Conclusão

O estudo da convecção natural em uma cavidade cúbica aplicando o cálculo CFD demonstra que:

a) Número de Nusselt local sobre a base da cavidade cúbica aumenta com o número de Rayleigh em decorrência do maior gradiente de temperatura entre a superfície quente e a temperatura no meio;

b) A penetrabilidade do escoamento convectivo ascendente a partir da superfície aquecida aumenta com o número de Rayleigh;

c) É perceptível a formação de uma região com vorticidade em formato de cogumelo a partir da superfície quente inferior, progressivamente mais próxima da superfície quente com o aumento do número de Rayleigh. Este fenômeno projetado sobre um plano de referência definido por ( $x / L = 0.50$ ,  $0 \leq y / L < 1$ ,  $z / H = 0$ ), assemelha-se aos resultados obtidos por Bilgen e Oztop (2005) e Nasr *et al.* (2005) em cavidades planas quadradas, cuja fenomenologia consiste em dois vórtices de mesma intensidade e sentido contrário em formação; e

d) Constata-se o aumento progressivo do vetor velocidade máxima do escoamento induzido pela convecção com o aumento do número de Rayleigh.

Desta forma, com satisfatória precisão, o cálculo da dinâmica de fluidos aplicado neste trabalho se revela mais uma vez promissor no estudo da convecção natural aplicada no projeto de componentes eletrônicos.

## 6. Agradecimentos

Ao Núcleo de Excelência em Sistemas Térmicos e Geração Distribuída (NEST) da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) pela disponibilização do software ANSYS CFX 5.7®.

## 7. Referências

- Bakkas M., Amahmid A., Hasnaoui M., 2006, Steady Natural Convection in a Horizontal Channel Containing Heated Rectangular Blocks Periodically Mounted on its Lower Wall, *Energy Conversion and Management* n° 47, pp. 509–528.
- Barth T. and Ohlberger M., 2004, Finite Volume Methods: Foundation And Analysis, *Encyclopedia of Computational Mechanics*, John Wiley & Sons Ltd.
- Bilgen E., Oztop H., 2005, Natural Convection Heat Transfer in Partially Open Inclined Square Cavities, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, n° 48, pp. 1470 – 1479.
- Brito, R. F., 2005, Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos Não Isotérmicos utilizando o Método de Elementos Finitos, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Itajubá - Brasil, 195 p.
- Brito, R. F., Guimarães, P. M., Silveira Neto, A. and Menon, G. J., 2005, Large-Eddy Simulation of Air Flow within a Square Enclosure with a Partially Heated Bottom Surface and Cooled Vertical Walls, 18<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering - COBEM, pp. 1-8.
- Chung T. J., 2002, *Computational Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, UK, ISBN 0-521-59416-2, 1012 p.
- Dhiman A.K. *et al.*, 2005, Flow and Heat Transfer Across a Confined Square Cylinder in The Steady Flow Regime: Effect of Peclet Number, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, n° 48, pp. 4598–4614.
- Dong S. F., Li Y. T., 2004, Conjugate of Natural Convection and Conduction in a Complicated Enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer* n° 47, pp. 2233 -2239.
- Janssen R. J. A., Henkes R. A. W. M. e Hoogendoorn C. J., 1993, Transition to Time-Periodicity of a Natural Convection Flow in a 3D Differentially Heated Cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 36, Issue 11, pp. 2927-2940.
- Nasr B. K., Chouikh R., Kerkeni C., Guizani A., 2006, Numerical Study of the Natural Convection in Cavity Heated From the Lower Corner and Cooled from the Ceiling, *Applied Thermal Engineering* n°26, pp. 772–775.
- Pantakar S. V. e Spalding D. B., 1972, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flows, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, No. 15, pp. 1787-1806.

- Shaw C. T., 1992, Using Computational Fluid Dynamics - An Introduction to the Practical Aspects of using CFD, Prentice Hall Publications.
- Snoussi L. B., Chouikh R., Guizani A., Desalination, 2005, Numerical Study of the Natural Convection Flow resulting from the Combined Buoyancy Effects of Thermal and Mass Diffusion in a Cavity with Differentially Heated Side Walls, Desalination n° 182, pp. 143–150.
- Tric E., Labrosse G. e Betrouni M., 2000, A First Incursion into the 3D Structure of Natural Convection of Air in a Differentially Heated Cubic Cavity, from Accurate Numerical Solutions, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 43, Issue 21, pp. 4043-4056.

## **8. Direitos autorais**

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

### **NATURAL CONVECTION INSIDE A CUBICAL CAVITY WITH BOTTOM HEATING**

Rogério Fernandes Brito

Federal University of Itajubá - UNIFEI, Benedito Pereira dos Santos Avenue, #1303, Zip Code 37500-903, Itajubá, MG, Brazil  
rogbrito@unifei.edu.br

Harley Souza Alencar

Federal University of Itajubá - UNIFEI, Benedito Pereira dos Santos Avenue, #1303, Zip Code 37500-903, Itajubá, MG, Brazil  
haarley@terra.com.br

Genésio José Menon

Federal University of Itajubá - UNIFEI, Benedito Pereira dos Santos Avenue, #1303, Zip Code 37500-903, Itajubá, MG, Brazil  
genesio@unifei.edu.br

#### **Abstract**

Natural convection of air which happens inside a cavity is an important physical phenomenon that must be investigated due to its application to a number of electronic components. The model tested consists of a cubical cavity with bottom heating and cooling on its vertical surfaces. The bottom surface is partially kept at a high isothermal temperature, using a heat source of rectangular length. The top surface is thermally isolated, and the vertical surfaces are kept at a low isothermal temperature. The results are obtained for some Rayleigh number with Prandtl number fixed at  $Pr = 0.70$ . The Computation Fluid Dynamics is applied which uses the Finite Volume Method with the Eulerian scheme used to solve the conservation equations for an unsteady state. In this case, there is a need to develop a 3D model wide enough to eliminate the wall effects on the calculation, with the objective of comparing with the 2D results widely shown in literature. With this, it's possible to obtain the distributions of the velocity field and of the isothermal lines according to the many thermal and geometric parameters. With the results obtained in this work, it was possible to show that with the increase of Rayleigh number the rate of heat transfer also increased.

Keywords: Natural Convection, Cavities, Finite Volume Method, Computation Fluid Dynamics.