

DETERMINAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA APARENTE DE SOLO ARGILOSO NA REGIÃO DE SÃO JOÃO DO CARIRI-PB.

Manuella Pereira de Andrade

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
andrademanuella@yahoo.fr

Zaqueu Ernesto da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
zaqueu@les.ufpb.br

Cristiane Kelly Ferreira da Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
criskfsilva@yahoo.com.br

Mirtes Aparecida da Conceição Silva

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
mirtesacs@yahoo.com.br

José Pereira Alencar Júnior

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB
jpereira1503@gmail.com

Resumo: O presente estudo visa à estimação da difusividade térmica efetiva a partir do paradigma dos Métodos Inversos. A determinação do campo de temperatura é importante para diversas áreas de conhecimento que lidam com o solo. A equação da condução de calor unidimensional para um meio homogêneo considerado como sólido semi-infinito é solucionada analiticamente. Os dados para validação do modelo foram obtidos através de uma estação experimental localizada na cidade de São João do Cariri que encontra-se na região semi-árida da Paraíba. Um estudo de sensibilidade dos parâmetros mostra que somente a difusividade efetiva pode ser determinada através de uma única experiência. O método de Levenberg-Marquardt é utilizado para identificar este parâmetro. O valor estimado da difusividade efetiva foi de $0,8940 \times 10^{-6} \pm 0,2940 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, coerente com os valores encontrados na literatura.

Palavras-chave: Problema inverso, condução de calor em solos, difusividade.

1. Introdução

Vários processos químicos, físicos e biológicos que ocorrem nos solos, são influenciados pela temperatura. Os fenômenos climatológicos, germinação, crescimento de plantas, além do comportamento térmico de construções em contato direto, são influenciados diretamente pela variação de temperatura o que faz importante este estudo para diversas áreas de conhecimento.

Diretamente relacionado à determinação do campo de temperatura, está o estudo das propriedades térmicas, visto que estes fatores são determinantes na partição da energia que chega à superfície terrestre. A irradiação solar que chega à superfície depende de fatores climáticos contudo a quantidade de energia que penetra no solo depende de fatores como cor, declividade e cobertura vegetal da área considerada, Brady (1989).

Para determinação deste campo de temperatura podem ser propostas soluções numéricas como em Karam (2000), Mihalakakou (2001), Qin et al (2002), analíticas, em Gülser et al (2004), além dos estudos que comparam os resultados obtidos por estes métodos, Fuhrer (2000) e Chicota et al (2004).

Em relação às das propriedades térmicas, há inúmeros métodos para a sua determinação. Horton et al (1983) e Fuhrer (2000) propõem métodos explícitos diretos e métodos indiretos para a determinação da difusividade térmica.

A estimação dos parâmetros pode ser feita através de Métodos Diretos ou Métodos Inversos. Os primeiros visam projetar a experiência a fim de obter-se uma função matemática onde as propriedades devem ser expressas em termos das medidas realizadas, é possível a determinação de um único valor do parâmetro para cada experiência. A vantagem dos Métodos Inversos consiste na possibilidade de estimar de mais de um parâmetro a partir de uma mesma experiência com mais precisão e determinação dos intervalos de confiança.

O presente estudo visa à determinação da difusividade térmica aparente através do conhecimento do campo de temperatura, determinado a partir da solução da analítica da equação de condução de calor e um campo de temperatura

obtido experimentalmente. O Método de Levenberg-Marquardt é utilizado para resolver o problema inverso de estimação da difusividade.

2. Modelagem Matemática

2.1. Problema Direto - Solução Analítica da Equação de Condução de Calor

O problema direto é resolvido para determinar o campo de temperatura no solo. Este é considerado como um sólido semi-infinito, sendo a temperatura na superfície regida por uma função harmônica no tempo. Considerando ainda o meio isotrópico e assumindo uma área relativamente grande, o gradiente de temperatura é significativo na direção vertical,

reduzindo assim a equação à forma unidimensional para regime transiente segundo a Eq. (1), cujas condições de contorno são representas pela Eq. (2).

$$\frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$T(0, t) = T_0(t) = T_\infty + T_0 \sum_1^\infty \text{sen}(\mathbf{w}nt + \mathbf{f}) \quad (2a)$$

$$T(z \rightarrow \infty, t) = T_\infty \quad (2b)$$

$T(z,t)$ [°C] é a temperatura a profundidade z [m] e no tempo t [s]. Assumindo que a condutividade térmica (k) [W/m.K] e a capacidade térmica (C) [J/m³.K] não dependem do tempo, profundidade e temperatura, a difusividade térmica aparente pode ser definida como $\alpha=k/C$ [m²/s].

A solução da Eq. (1), utilizando as condições de fronteira dadas pelas Eq.(2a) Eq.(2b) e , é dada de acordo com a Eq. (3), que representa a função como uma série de Fourier.

$$T(z, t) = T_\infty + \sum_{n=1}^\infty e^{-z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}}} \left[b_n \cdot \cos\left(\mathbf{w}nt - z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}} + \mathbf{f}\right) + c_n \cdot \text{sen}\left(\mathbf{w}nt - z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}} + \mathbf{f}\right) \right] \quad (3)$$

O período P é usualmente considerado na literatura como igual a um dia, a frequência fundamental é definida como $\mathbf{w} = 2\mathbf{p} / P$ [s⁻¹], n é o número do harmônico, T_0 [C°] é a amplitude da onda e ϕ [rad] é definido como ângulo de fase. Os coeficientes c_n e b_n são os coeficientes de Fourier, substituído-os na Eq. (3) e utilizando a relação de ortogonalidade existente entre as funções seno e o cosseno, chega-se a Eq. (4).

$$T(z, t) = T_\infty + \sum_1^\infty e^{-z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}}} \text{sen}\left(\mathbf{w}nt - z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}} + \mathbf{f}\right) \quad (4)$$

Na Eq. (4), observa-se que o termo $e^{-z\sqrt{\frac{\mathbf{w}n}{2a}}}$ corresponde ao fator de amortecimento da onda para cada harmônico enquanto $\sqrt{\frac{\mathbf{w}}{2a}}$ [m] é a profundidade de penetração da onda a partir da qual a onda só se propaga.

2.2. Sensibilidade de Parâmetros

O estudo da sensibilidade dos parâmetros permite verificar a resposta do modelo matemático da distribuição da temperatura quando se efetuam variações nos valores dos parâmetros. A dependência funcional do campo de temperatura pode ser representada pela Eq. (5).

$$T = T(z, t, T_0, T_{\text{inf}}, C, k) \quad (5)$$

O coeficiente de sensibilidade é definido pela primeira derivada da variável medida em relação ao parâmetro desconhecido. Sendo $T(z, t, \mathbf{m}, \mathbf{b})$ uma variável de estado, $z_i = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ uma variável espacial, t o tempo, $\mathbf{m} = (\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_q)$ os parâmetros conhecidos e $\mathbf{b} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_p)$ os parâmetros desconhecidos. O coeficiente de sensibilidade no ponto z_i , no tempo t_n para o parâmetro β_j é dado por:

$$X_j(z_i, t_n, \mathbf{m}, \mathbf{b}) = \left. \frac{\partial T(z, t, \mathbf{m}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}_j} \right|_{z_i, t_n} = X_j)_{i,n} \quad (6)$$

2.3. Problema Inverso

O problema inverso consiste em determinar, neste caso, a difusividade térmica aparente a partir do campo de temperatura determinado pelo problema direto. Um campo de temperatura é obtido experimentalmente.

Os procedimentos de estimação de parâmetros envolvem um critério composto de uma ou mais funções objetivas que estão sendo extremizadas e uma função Bayesiana dada pela Eq. (7).

$$S(\mathbf{b}) = [Y - T(\mathbf{b})]^T W [Y - T(\mathbf{b})] + [\mathbf{m} - \mathbf{b}]^T U [\mathbf{m} - \mathbf{b}] \quad (7)$$

Onde Y ($n \times 1$) é o vetor dos valores experimentais, W ($n \times n$) e U ($p \times p$) são matrizes que dependem do tipo de estimador. Para os Mínimos Quadrados Ordinário (OLS), por exemplo, $W=I$ e $U=0$.

A escolha do método de extremização, minimização e maximização para funções não lineares, depende do número de parâmetros a ser estimado como também da estrutura do critério. Por exemplo, o Método de Gauss-Newton é um dos mais simples e o mais apropriado dos métodos quando o número de parâmetros desconhecidos não é grande.

Do ponto de vista de estimação de parâmetros, para os problemas não lineares, $X = X(\mathbf{b})$, um procedimento iterativo deve ser usado. Sendo o sobrescrito k como um contador da iteração, a equação é dada por:

$$\mathbf{b}^{(k+1)} = \mathbf{b}^{(k)} + [X^{T(k)}WX^{(k)} + U]^{-1} [X^{T(k)}W(Z - Y^{(k)}) + U(\mathbf{m} - \mathbf{b}^{(k)})] \quad (8)$$

O procedimento iterativo começa com um chute inicial, $\mathbf{b}^{(0)}$, em cada passo o vetor \mathbf{b} é modificado até:

$$\frac{|\mathbf{b}_i^{(k+1)} - \mathbf{b}_i^{(k)}|}{|\mathbf{b}_i^{(k)}| + \mathbf{x}} < \mathbf{d}, \text{ para } i=1, 2, \dots, p \quad (9)$$

Onde \mathbf{d} é um número pequeno a ser determinado pelo estimador, como 10^{-3} , que representa o erro relativo de convergência e \mathbf{x} ($<10^{-10}$) permite evitar a situação onde $\mathbf{b}_i^{(k)} = 0$.

São assim identificados os parâmetros que têm maior interferência no modelo, a existência de solução para o problema inverso, além do número de parâmetros que podem ser estimados a partir de uma única experiência, Beck e Arnold (1977).

3. Procedimento Experimental

Os dados utilizados foram fornecidos pela estação experimental instalada na bacia escola da UFPB localizada na Cidade de São João do Cariri/PB geograficamente situada na região dos Cariris Velhos. Trata-se de uma região com solos predominantemente Bruno não-cálcico e a vegetação do tipo caatinga predominantemente composta por pastagem (capim mimoso), plantas arbóreas (marmeleiro, mucunfo, pinhão branco), plantas lenheiras (angico, catingueira) e cactáceas (facheiro, palmatória, palma doce e cardeiro). A região é classificada como semi-árida, com chuvas pouco abundantes e concentradas nos meses de fevereiro a abril. O solo tem aparência pedregosa e a vegetação é esparsa, alternando-se ora com superfície desnudada, ora com solo coberto por vegetação.

O experimento foi projetado para realizar, com intervalo de 20 minutos, o balanço radioativo, o balanço de energia e o balanço hídrico. O sistema de aquisição de dados CR23X da Campbell Scientific Inc. é alimentado em contínuo por uma bateria de 12 V e 55 AH acoplada a um painel solar com potência de 20 W.

Foram feitas medições de temperatura e do fluxo de calor no solo. O sensor de temperatura (Campbell Scientific Inc., modelo 108) utilizado foi constituído de um termistor, operando numa faixa de -3 a 90°C , com precisão de 0.001°C , sendo um instalado na superfície e outros a profundidade de 2, 5 e 15 cm, Paz (2002).

4. Resultados e Discussão

4.1. Validação do Modelo

O problema direto modelado foi validado utilizando-se os dados da temperatura obtidos na estação experimental localizada na Cidade de São João do Cariri/PB entre os dias 06/05/01 a 09/05/06 a uma profundidade de 5 cm. A partir

destes dados foram determinados os parâmetros $T_{\infty} = 32.509^{\circ}\text{C}$, $T_0 = 1.781^{\circ}\text{C}$, $\phi = 0.342001422$ rad e utilizado um valor de $\alpha = 0.70 \times 10^{-6}$ m²/s, de acordo com a literatura para este tipo de solo, que inseridos na Eq. (4) resultam o campo de temperatura teórico mostrado na Figura 01.

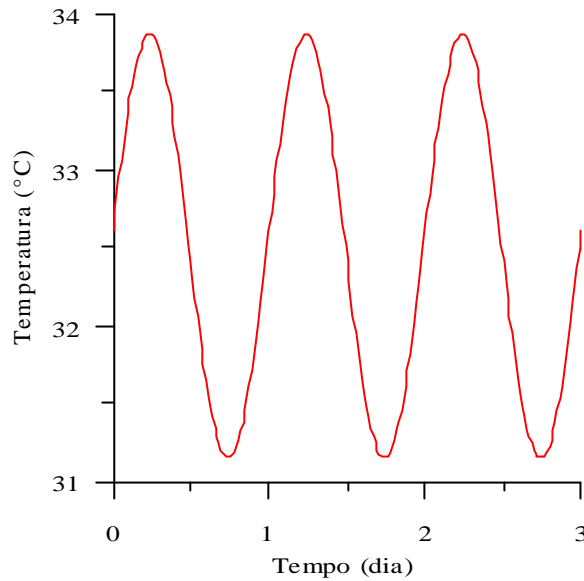


Figura 01 – Evolução temporal do campo de temperatura teórico a profundidade de 5 cm.

No problema direto considerado, foi adotado um comportamento harmônico para função que rege a temperatura na superfície, isto se reflete na curva apresentada na Fig. (01). A coerência do modelo está no fato de que a perturbação térmica de irradiação solar a qual o solo está submetido apresenta comportamento semelhante.

Quando comparados com os dados experimentais, espera-se que para profundidades maiores haja uma estabilização do modelo fazendo com que este se aproxime dos dados experimentais. Isto se deve ao fato de que as medidas de temperatura estão sendo tomadas em pontos mais distantes da fonte já que o aquecimento se dá exclusivamente via superfície e não há geração de energia no interior do solo. Em síntese, quanto mais distantes desta superfície, menores as influências dos fenômenos de superfície sobre o campo de temperatura.

4.2. Análise da Sensibilidade aos Parâmetros

De acordo com a dependência funcional definida pela Eq. (5), são tomados como parâmetros conhecidos os valores de z , T_0 e T_{inf} , mesmos valores utilizados no problema direto. Assim, foram estudados os coeficientes de sensibilidade reduzidos da temperatura à capacidade térmica (C) e a condutividade térmica (k). O comportamento temporal destes coeficientes reduzidos é mostrado na figura Fig. (02).

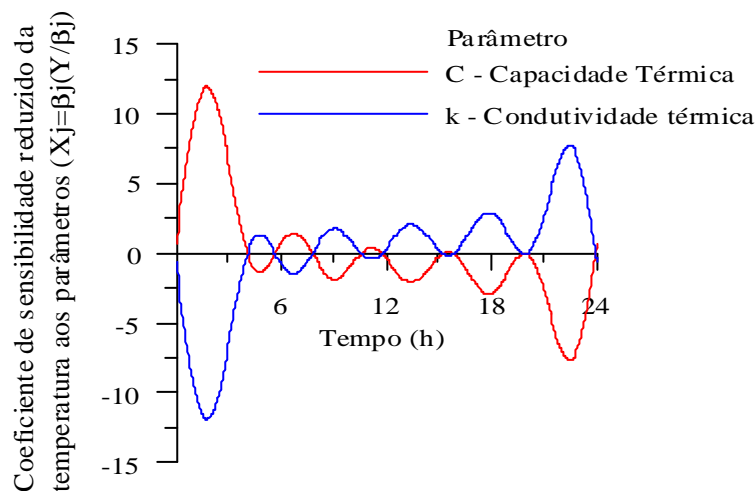


Figura 02 – Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da temperatura aos parâmetros.

Observa-se que as curvas são simétricas em relação ao eixo horizontal, tempo (h). Enquanto o coeficiente de sensibilidade da capacidade térmica (C) cresce, o coeficiente de sensibilidade da condutividade térmica (k) decresce, dependendo do ponto observado.

Neste caso, os coeficientes de sensibilidade dos dois parâmetros são linearmente dependentes o que representa que uma variação destes provoca efeitos similares no modelo. A identificação simultânea torna-se impossível.

Para tornar possível a identificação, deve-se introduzir uma relação entre os parâmetros para distingui-los ou estimar uma relação entre eles. Neste caso, fazendo k/C temos a relação que define a difusividade térmica. A partir desta análise, reduz-se o problema de estimação a um único parâmetro, a difusividade térmica aparente, que pode ser determinada a partir de uma única experiência.

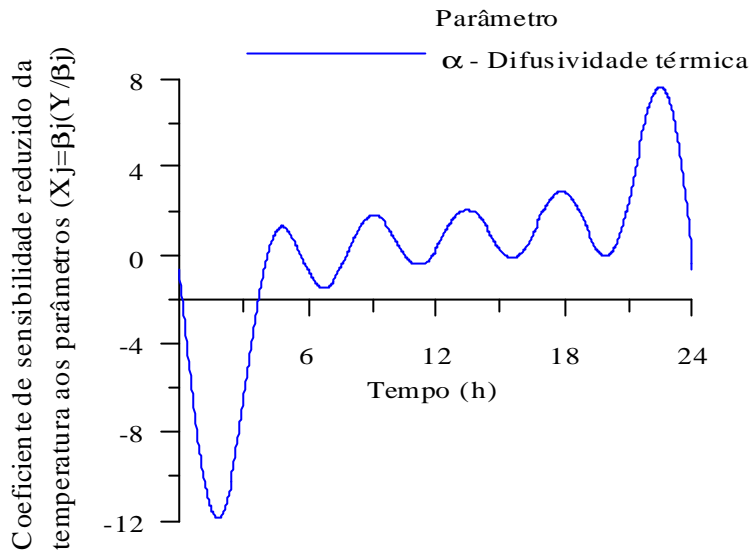


Figura 03 – Evolução temporal dos coeficientes de sensibilidade da temperatura em relação à difusividade térmica efetiva.

4.3. Estimação de Parâmetros

Foi desenvolvido para a estimação do parâmetro, difusividade aparente térmica aparente (α), um código em linguagem Fortran e escolhido o Método de Levenberg-Marquardt, Press et al (1992), para a resolução do problema inverso.

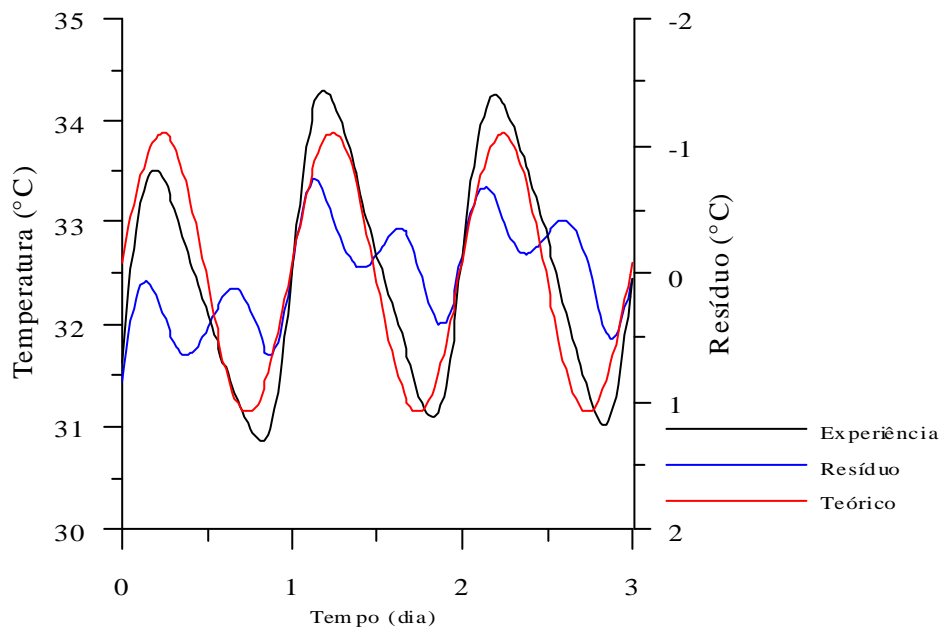


Figura 04. Evolução temporal dos campos de temperatura teórico, experimental e o resíduos.

A partir dos valores da temperatura do modelo matemático e os da experiência teórica o algoritmo de identificação utilizando o método de Levenberg-Marquardt busca a ajuste da função de mérito. Para o chute inicial, foi utilizado um valor da difusividade térmica aparente da mesma ordem de grandeza dos valores consagrados pela literatura.

Nas considerações feitas para solução do problema direto, não foram levados em conta parâmetros como a evaporação, infiltração, o teor de umidade do solo, a heterogeneidade do solo entre outros, fato que podem justificar as diferenças existentes entre as curvas mostradas na Fig. (04).

Um fator de grande importância que deve ser levando em conta são as condições climáticas dos dias em que foram feitas as medições. Para maior precisão do modelo, deve haver um estudo do conjunto de dados e tomados os dias com mesmas condições climáticas (presença de nuvens, velocidade do vento, existência de chuvas), esta análise não foi feita no presente estudo devido à insuficiência de dados.

5. Conclusão

Um problema inverso de condução de calor foi resolvido para estimar a difusividade térmica efetiva do solo submetido à perturbação térmica da irradiação solar.

O modelo termocinético foi resolvido analiticamente utilizando a hipótese de sólido semi-infinito, homogêneo e que as propriedades térmicas são independentes da temperatura, tempo e profundidade. Sendo considerada a função que rege a temperatura como uma função harmônica.

O campo de temperatura experimental foi medido em uma estação localizada na cidade de Soão João do Cariri, que se encontra na região do semi-árido paraibano. A aquisição de dados foi realizada em intervalos de 20 minutos através de sensor posicionado no solo à profundidade de 5 cm ligado ao sistema de aquisição de dados CR23X. Pela falta de dados ao longo do tempo, não foram tomadas medidas em dias com as mesmas condições climáticas o que pode ter interferido nos valores dos resíduos.

O problema inverso de estimação de parâmetro foi resolvido. A metodologia proposta para a estimação da difusividade efetiva foi ilustrada através de dados obtidos na experiência de campo. Para a utilização do paradigma Métodos Inversos, o estudo dos coeficientes de sensibilidade foi imprescindível para a determinação do parâmetro a ser estimado.

A propriedade térmica da difusividade efetiva necessária para a determinação do campo de temperatura foi estimada através do método de Lavenberg-Marquardt apresentando o valor estimado de $0,8947 \times 10^{-6} \pm 1,143 \times 10^{-7}$ m²/s, coerente com os valores encontrados na literatura mostrando a eficiência da técnica.

6. Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPQ, pelo apoio financeiro.

7. Referências

- Beck, J. and Arnold, K. J., 1977, Parameter Estimation in Engineering and Scienc, Jonh Wiley and Sons, New York, p. 495.
- Brandy, Nyle C., 1989, "Natureza e propriedades dos solos", 7^a Ed. Livraria Freitas Bastos S.A.
- Chicota, Rogério, Elias, E.A., Van Lier, Q. J., 2004, "Testing a finite-difference model for soil heat transfer by comparing numerical and analytical solutions", ELSEVIER, Environmental Modelling & Software, 19, pp. 495-506.
- Fuhrer, Oliver, 2000, "Inverse Heat Conduction In Soils – A New Approach Towards Recovering Soil Moisture From Temperature Records", Diploma Thesis, ETH Zürich, Dept. Physics.
- Gülser, C., Ekberli, M., 2004, "A Comparasion of Estimated and Measured Diurnal Soil Temperature Through a Clay Soil Depht", Journal of Applied Sciences, 4(3), pp. 418-423.
- Horton, R., Wierenga, P. J., Nielsen, D.R., 1983, "Evaluation of Methods for determining the Apparent Thermal Diffusivity of Soil Near the Suface", Soil Sci. Soc. Am. J, 47, 25-32.
- Karam, M. A., 2000, "A thernal Wave Approach for Heat Trnasfer in a Nonuniform Soil", Soil Sci. Soc. Am. J., 64, pp. 1219-1225.
- Mihalakakou, G., 2001, "On estimating soil surface temperature profiles", ELSEVIER, Energy and Buildings, 34, pp. 251-259.
- Paz, Rômulo da Silveira, 2002, Aplicação da análise inversa ao modelo meteorológico de circulação regional – MAL. Tese de doutorado, UFPB.
- Press, W. H., Teikolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. ,1992, Numerical Recipes in Fortran, The Art of Scientific Computing, New York, Cambridge University Press, p. 963.
- Qin, Z, Berliner, P., Karnieli, A., "Numerical solution of a complete surface energy balance model for simulation of heat fluxes and surface temperature under bare soil environment", ELSEVIER, Applied Mathematics and Computation, 130, pp. 171-200.

8. Direitos Autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluindo no seu trabalho.

DETERMINATION OF APPARENT THERMAL DIFFUSIVITY OF LOAMY SOIL IN SÃO JOÃO DO CARIRI-PB REGION

Pereira, M. A.¹

Da Silva, Z. E.²

Da Silva, C. K. F.³

Silva, M. A. C.⁴

Alencar Jr, J.P.⁵

andrademanuella@yahoo.fr

UFPB/LES Cidade Universitária, Caixa Postal 5115, CEP: 58071-530, João Pessoa/PB

Abstract

The present study aims to estimate the thermal apparent diffusivity from the Inverse Methods. Determined the field of temperature is important from many domains of the knowledge that work for the soil. The heat conduction equation is solved analytically to one dimension for homogeneous medium that is considered as a semi-infinite solid. The study of the sensitivity coefficients shows that the model has only one parameter to be determined, the thermal apparent diffusivity. The Levenberg-Marquardt method is utilized to estimate these parameters. The value estimated for the thermal apparent diffusivity was $0,8947 \times 10^{-6} \pm 1,143 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, that is coherent with the values present in the literature.

Key-words: Inverse problem, heat conduction in soils, diffusivity.