

ESTUDO NUMÉRICO DA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADES TRIDIMENSIONAIS COM DUAS PAREDES ISOTÉRMICAS

Elie Luis M. Padilla
epadilla@mecanica.ufu.br

José Eduardo S. Oliveira
jesoliveira@gmail.com

Aristeu da Silveira Neto
Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Mecânica
aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo. *Convecção natural no interior de cavidades fechadas têm diversas aplicações em engenharia, entre as quais pode-se mencionar o armazenamento de energia e o resfriamento de componentes eletrônicos. No presente trabalho, apresentam-se os resultados do estudo numérico tridimensional da convecção natural no interior de cavidades cúbicas fechadas, foram impostas temperaturas prescritas nas paredes da direção horizontal e condição adiabática nas outras paredes. As equações de Navier-Stokes e de conservação de energia são resolvidas em coordenadas cartesianas pelo método dos volumes finitos com malhas deslocadas e esquemas temporal e espacial de segunda ordem. Apresenta-se o comportamento padrão dos escoamentos para diferentes números de Rayleigh (Ra) dentro da faixa $10^3 \leq Ra \leq 10^8$ e número de Prandtl igual a 0,71. O escoamento apresenta os primeiros sinais de desestabilização para maiores Ra . É mostrada também uma análise do coeficiente de transferência de calor local e global. Comparações com dados experimentais mostram uma boa concordância.*

Palavras chave: convecção natural, cavidade cúbica.

1. Introdução

O estudo da convecção natural em cavidades é de inegável importância na representação simplificada de inúmeros problemas práticos, com aplicações em resfriamento de componentes eletrônicos, painéis solares, reatores nucleares, sistemas de troca e recuperação de calor, refrigeração industrial, solidificação de metais. Nesta classe de problemas, um escoamento de características complexas é gerado pela diferença de temperatura entre as paredes ou mesmo regiões da cavidade, fazendo com que o fluido experimente diferentes regimes do estável ao turbulento dependendo do número de Rayleigh.

De fato, trata-se de uma configuração bastante estudada, que no início da década de 1980 foi resolvido por diferentes grupos de pesquisa, como se pode constatar no trabalho de Vahl Davis e Jones (1983). Contudo, o avanço dos métodos computacionais, tem permitido o estudo de configurações bem mais complexas e portanto mais próximas de casos reais. Como exemplo podemos citar trabalhos relativamente recentes encontrados na literatura que apresentam configurações mais complexas de aquecimento, gerando assim escoamentos de diferentes características (Fusegi et. al., 1992; Pallares, 1996 e Frederick, 2001).

Entretanto a configuração clássica como a apresentada no trabalho pioneiro de Vahl Davis e Jones (1983), talvez pela já extensiva literatura e dados disponíveis, fazem da mesma um caso teste padrão na avaliação de esquemas numéricos para resolução das equações de energia e movimento. O que pode ser constatado em recentes trabalhos como o de Fusegi et al. (1991) que tinha por objetivo evidenciar o caráter tridimensional das estruturas formadas no escoamento induzido pela convecção natural em uma cavidade cúbica para números de Rayleigh entre 10^3 e 10^6 . Estes autores utilizaram um esquema de diferenças finitas com precisão de terceira ordem, os resultados das simulações foram comparados a trabalhos experimentais e numéricos, tendo sido verificado um bom ajuste. É também ressaltada neste trabalho a boa precisão dos resultados numéricos bidimensionais, mesmo tendo sido verificada a existência da componente de velocidade transversal, esta é de pequena magnitude e por isso com baixa influência nos resultados globais.

Barakos et al. (1994) utilizaram a mesma configuração para o estudo de escoamento laminar e turbulento. O objetivo do trabalho era investigar a influência de funções de parede logarítmicas implementadas em modelo de turbulência κ - ϵ padrão. Simulações bidimensionais foram realizadas para números de Rayleigh até 10^{10} . As funções de parede logarítmicas mostraram-se inapropriadas e levaram a uma superpredição do Nusselt. Os autores recomendam o uso de funções de parede baseadas em esquemas *power-law*. Wan et al. (2001) também utilizou esta mesma configuração para testar um novo método numérico de alta ordem de precisão, simulações bidimensionais foram realizadas no regime laminar dentro da faixa de convecção natural. Uma vez que o método possui uma alta ordem de

precisão, um objetivo secundário foi gerar numericamente uma base de dados para servir como referência neste tipo de problema.

No presente trabalho apresentam-se os resultados do estudo de escoamentos em convecção natural laminar no interior de cavidades fechadas em uma ótica mais realista, considerando a terceira dimensão. São mostradas as estruturas presentes nos diversos escoamentos considerados e a sua influência sobre o transporte de calor. Apresentam-se também algumas características do escoamento instável para número de Rayleigh igual a 10^8 . É pertinente mencionar que em um trabalho prévio, Padilla et al. (2006), foi realizada uma análise dos resultados preliminares do presente trabalho, na qual mostram-se algumas características para escoamentos com $Ra \leq 10^6$.

2. Modelagem Matemática e Método Numérico

O problema estudado foca o escoamento no interior de uma cavidade cúbica de altura L , como mostra na Fig. 1. As paredes na direção x são isotérmicas, enquanto que nas outras direções são consideradas adiabáticas. A parede em $x=0$, denominada de parede quente, encontra-se a temperatura T_h ; a outra parede, em $x=L$ denominada parede fria, encontra-se a temperatura T_c . O número de Prandtl do fluido de trabalho é fixado no valor de 0,71 e suas propriedades são constantes.

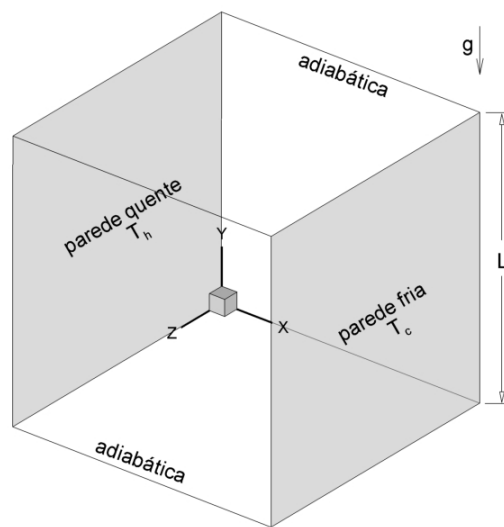


Figura 1. Modelo físico do problema.

As equações de Navier-Stokes e conservação de energia são usadas para representar a dinâmica de escoamentos com transferência de calor, considerando o fluido incompressível e newtoniano. O termo da força de empuxo é modelado pela aproximação de Boussinesq. As escalas de referência para o comprimento, velocidade, temperatura, pressão e tempo são L , $\mu/\rho L$, $T_h - T_c$, $\rho L^2/\mu$ e $\mu^2/\rho L^2$, respectivamente; onde ρ é a massa específica do fluido e μ é a viscosidade dinâmica. As equações governantes adimensionalizadas tomam a forma:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \vec{u} \vec{u}] = -\nabla \vec{p} + \frac{Ra}{Pr} T + \mu \nabla \cdot [\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T], \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{u} T] = \alpha \nabla^2 T, \quad (3)$$

onde Ra é o número de Rayleigh, Pr é o número de Prandtl e α é o coeficiente de expansão térmica.

As Eqs. (1-3), na sua forma tridimensional e em coordenadas cartesianas, são discretizadas usando o método dos volumes finitos (Patankar, 1980). As aproximações das variáveis, assim como suas derivadas são realizadas através do esquema de diferenças centradas. A discretização temporal é realizada usando o esquema de Adams-Bashforth. A equação de Poisson para pressão é resolvida usando o procedimento fortemente implícito (SIP) proposto por Stone (1968). Finalmente, o método dos passos fracionados (Kim e Moin, 1985) é usado para acoplar os campos de pressão e velocidade.

Como condições de contorno são empregadas as seguintes expressões:

velocidade,

$$(u, v, w)_{paredes} = 0, \quad (4)$$

temperatura,

$$T_{x=0} = 1, \quad (5)$$

$$T_{x=1} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial(y, z)} \Big|_{paredesadiabaticas} = 0. \quad (7)$$

Com o objetivo de reduzir o custo computacional das simulações, foram utilizadas malhas não uniformes, com refinamento nas regiões próximas das paredes. Os passos de tempos foram calculados com o critério CFL, implementados segundo Padilla (2004).

3. Resultados e Discussão

Simulações de escoamentos no interior de cavidades cúbicas para diversos números de Rayleigh compreendidos na faixa $10^3 \leq Ra \leq 10^8$ e número de Prandtl igual a 0,71, foram realizadas. Malhas não uniformes de $30 \times 30 \times 30$ volumes foram usadas. As simulações foram realizadas em uma máquina Pentium® IV de 1,6 GHz. O custo computacional aumenta em função do Ra , como exemplo pode-se mencionar que para caso de $Ra = 10^4$ o custo foi de 6,98 minutos por cada segundo físico de simulação, sendo necessário aproximadamente um total de 170 segundos físicos para atingir regime permanente.

Segundo Koseff e Street (1984) e Migeon et al. (2000), entre outros, os escoamentos no interior de cavidades são de natureza tridimensional. Especificamente escoamentos originados devido à diferença de temperatura entre paredes, também apresentam esta característica, como pode ser observado nas Figs. 2, 4 e 5, inclusive para baixos números de Rayleigh. Iso-superfícies das componentes da velocidade nas direções horizontal (u) e vertical (w) para dois valores de número de Rayleigh, são mostrados na Fig. 2. Para $Ra = 10^3$ (Fig. 2a) tem-se iso-superfícies de $u = \pm 3$ e $w = \pm 0,2$. A componente u da velocidade está concentrada a ambos os lados da cavidades na direção vertical, próximos das paredes na direção vertical, $y=0$ e 1. De forma similar, a componente v da velocidade (não mostrado) concentra-se nas proximidades das paredes na direção horizontal, em $x=0$ e 1. É interessante destacar que as componentes u e v da velocidade possuem a mesma ordem de grandeza, quando comparadas com a componente transversal (w), são uma ordem de grandeza maior. Para $Ra = 10^6$ (Fig. 2b) tem-se iso-superfícies de $u = \pm 100$ e $w = \pm 20$. Ambas as componentes da velocidade se concentram bem mais próximo das paredes, regiões nas quais estão presentes os maiores gradientes (ver Fig. 3). O escoamento é simétrico respeito do plano médio em $z=0,5$ em todos os caso considerados, exceto para $Ra = 10^8$, que apresenta uma leve assimetria por ser instável.

Como evidenciado através das iso-superfícies, as velocidades para $Ra = 10^3$ são baixas, incrementando-se consideravelmente à medida que o Ra aumenta, tais mudanças são mostradas no plano de simetria (Fig. 3), ao longo das direções vertical ($x=0,5$) e horizontal ($y=0,5$) para as componentes u e v , respectivamente. Gradientes de velocidade mais elevados são formados nas proximidades das paredes da cavidade para escoamentos com maiores Ra , no entanto, os gradientes formados nas proximidades das paredes isotérmicas ($x=0$ e 1) são maiores que nas proximidades das outras paredes (Fig. 3b). Observa-se também que para os maiores Ra a componente vertical da velocidade passa a ser mais importante que as outras componentes.

O padrão do escoamento para quatro valores de Ra são visualizados na Fig. 4, através da projeção das linhas de corrente sobre o plano de simetria ($z=0,5$) e linhas de corrente no domínio tridimensional. Para $Ra = 10^4$, observa-se no plano de simetria um grande vórtice (vórtice primário) cujo centro de recirculação se encontra na região central da cavidade. Dentro do vórtice primário, existem linhas correntes ao longo da envergadura entrando e saindo, a ambos os lados do plano de simetria. Para $Ra = 10^5$, dois vórtices secundários aparecem em ambos os lados da cavidade, na direção horizontal, sendo que o centro do vórtice próximo da parede aquecida está acima de $y=0,5$. Neste caso observam-se duas linhas de correntes entrando, que precisamente constituem os vórtices secundários. À medida que o número de Rayleigh aumenta, na região central da cavidade, as linhas de corrente se apresentam cada vez mais paralelas ao plano horizontal (x, z). Os vórtices secundários se apresentam com formas alongadas e são confinados nas regiões próximas das paredes isotérmicas, sendo que para $Ra = 10^7$ o alongamento chega até às proximidades das paredes superior e inferior. Para os maiores números de Rayleigh da Fig. 4, as linhas de corrente nas regiões próximas das paredes adiabáticas apresentam maior distorção.

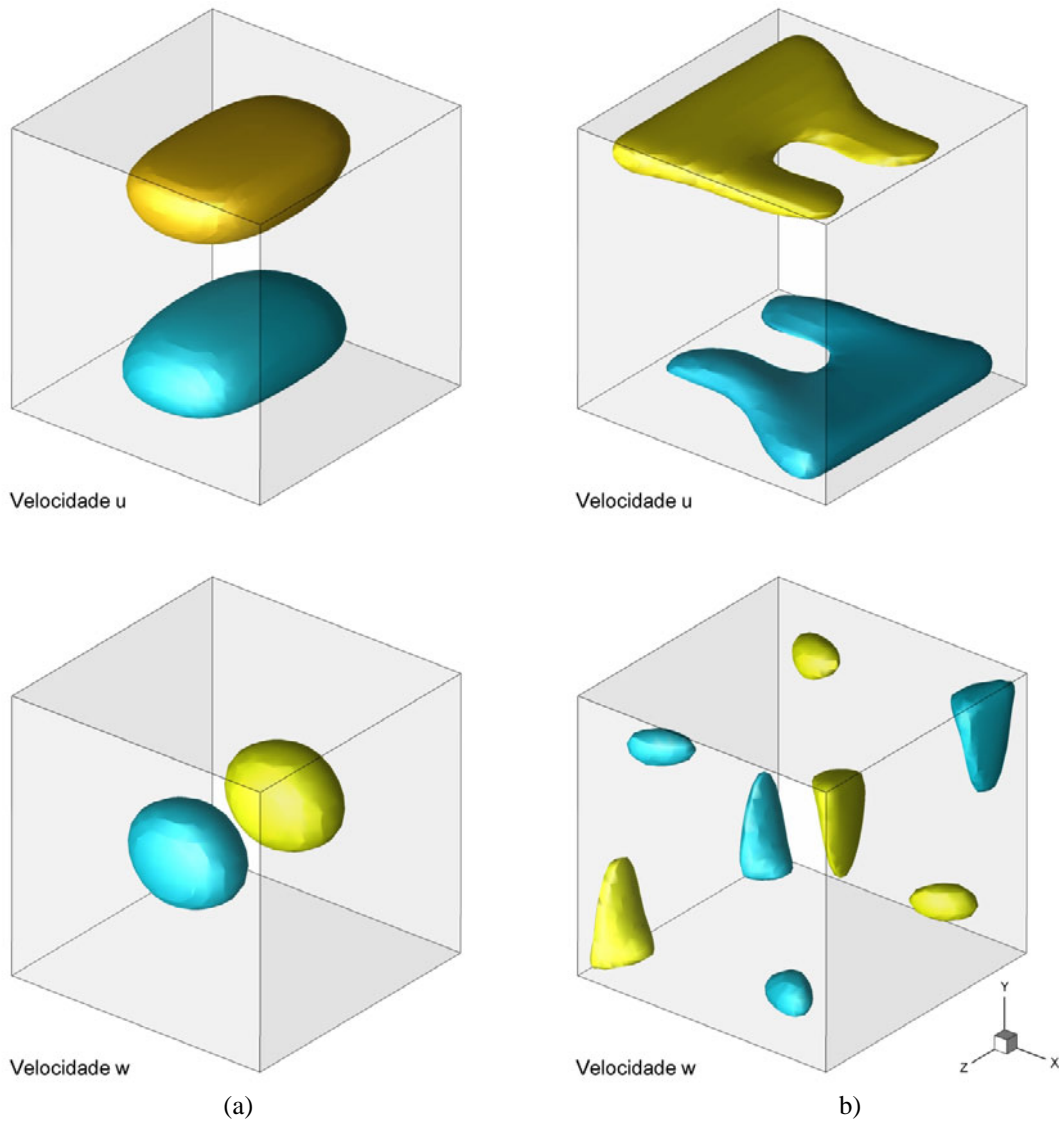


Figura 2. Iso-superfícies das componentes x e z da velocidade adimensional; (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^6$.

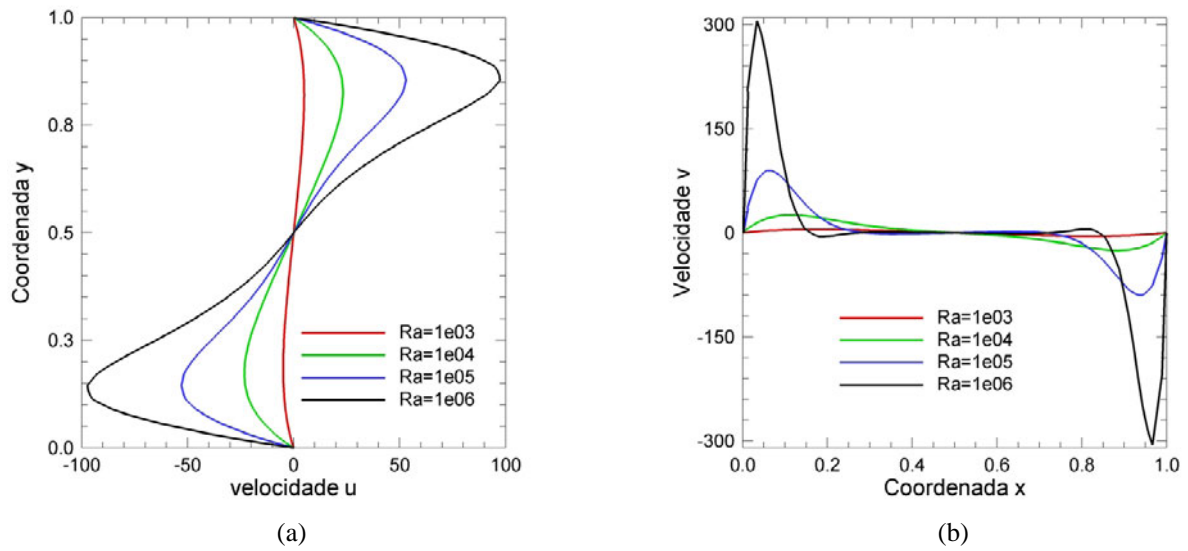


Figura 3. Perfis de velocidade adimensional no plano $z = 0,5$ para diversos Ra ; (a) componente horizontal em $x = 0,5$, (b) componente vertical em $y = 0,5$.

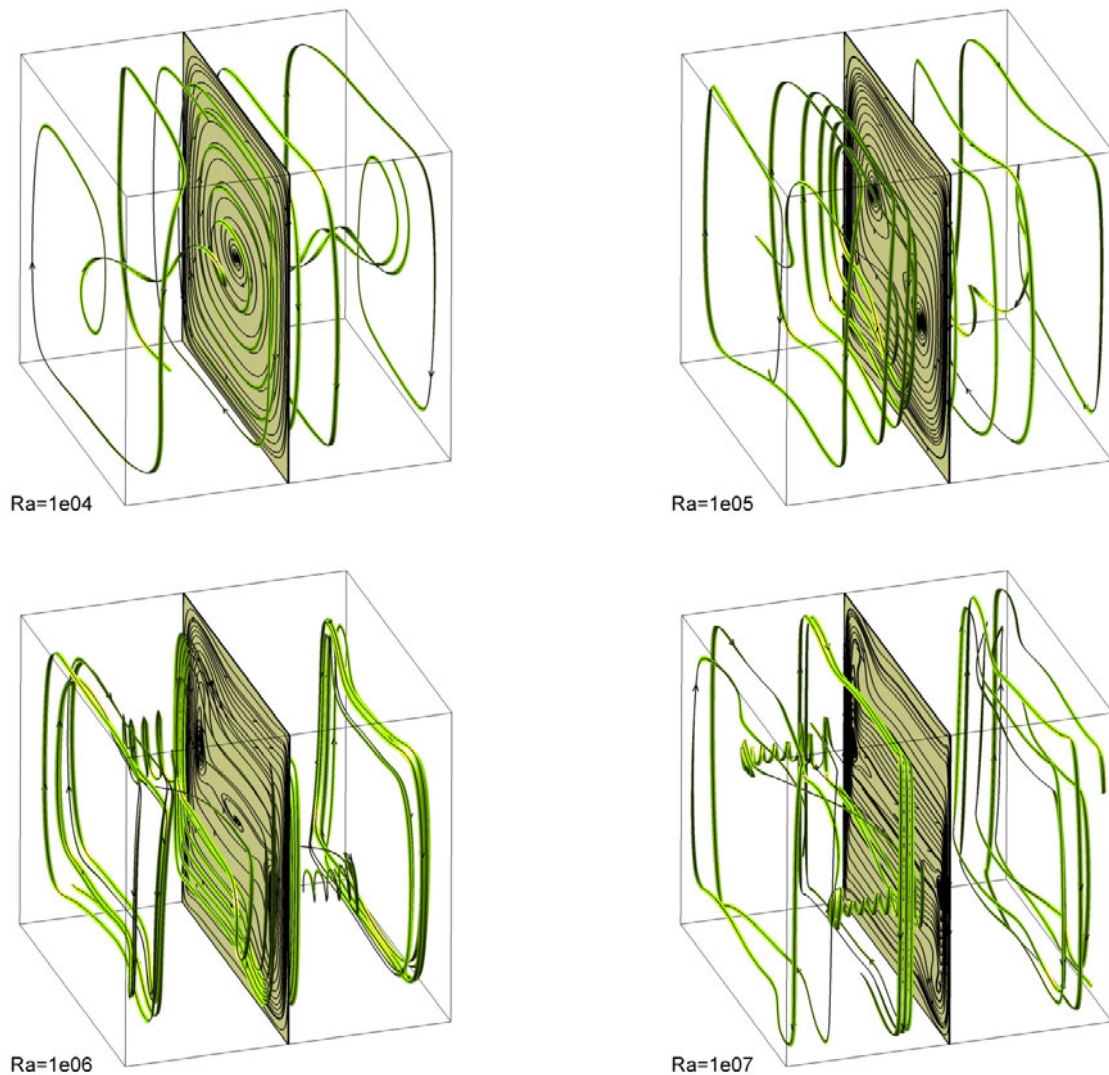


Figura 4. Linhas de corrente no plano médio e no volume da cavidade.

A transferência de calor para baixos números de Rayleigh se dá essencialmente através do processo de condução, onde as isotermas resultantes estão alinhadas na vertical, quase paralelas ao plano transversal. Para $Ra > 10^3$ o processo convectivo passa tomar importância, como conseqüência do aumento da força de empuxo, que gera maiores velocidades nas regiões próximas das paredes isotérmicas. As distribuições de temperatura relacionadas à dinâmica dos escoamentos dos casos apresentados, são visualizadas na Fig. 5. A distribuição de temperatura nos planos xy são similares aos obtidos em simulações bidimensionais por Vahl Davis (1983) e Wan et al. (2001), porém apresentam variações ao longo da direção transversal (z), caracterizando o campo como tridimensional. As características tridimensionais se intensificam para os casos com maiores números de Rayleigh, porém ficam mais evidentes perto das regiões parietais. As camadas limites térmicas se apresentam mais finas para os escoamentos com maiores números de Rayleigh. Para $Ra > 10^5$, a região central da cavidade apresenta estratificação dos campos de temperatura, fato que resulta da presença de velocidades horizontal e vertical muito baixas, como pode-se ver na Fig. 3b (componente vertical).

Comparações com dados experimentais de Krane e Jessee (1983), no plano de simetria, são mostradas na Fig. 6. Nesta figura tem-se as distribuições de temperatura adimensional ao longo da direção x para três posições verticais (Fig. 6a) e distribuição ao longo da direção y na posição $x=0,5$ (Fig. 6b). O perfil em $y=0,5$ apresenta boa concordância com os dados experimentais, porém para $y=0,3$ e $0,7$ observam-se diferenças que chegam a 20%. Tais diferenças, encontradas também no trabalho de Fusegi et al. (1991), são atribuídas a um imperfeito isolamento das paredes laterais durante a realização dos experimentos. Um perfeito isolamento das paredes laterais apresenta distribuição perpendicular à superfície adiabática, como mostra o resultado da simulação na Fig. 6(b); no entanto, o resultado experimental não mostra esse comportamento.

A quantificação local da transferência de calor é realizada através do número de Nusselt local e o número de Nusselt global, expressados como:

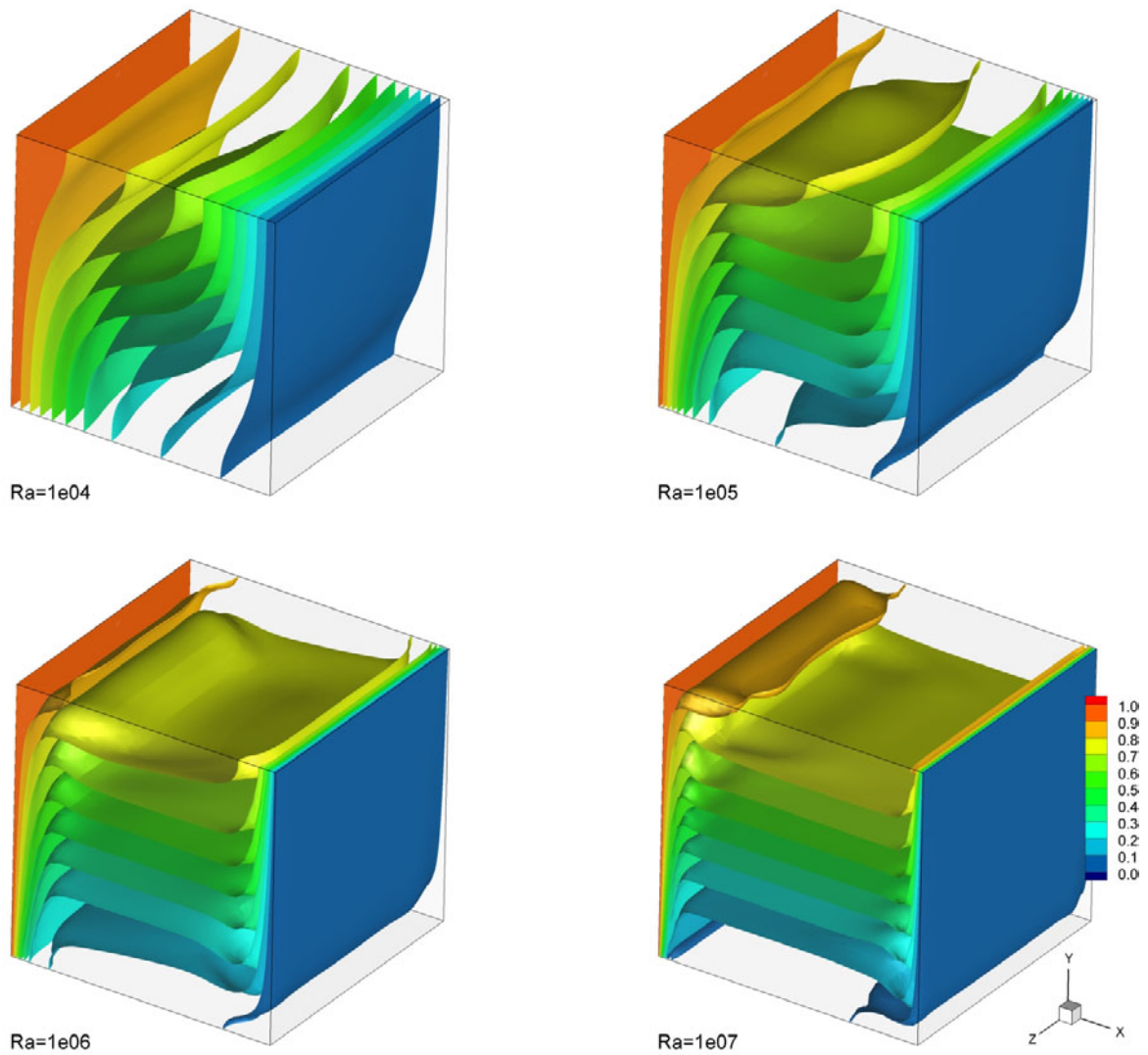


Figura 5. Iso-superfícies de temperatura adimensional

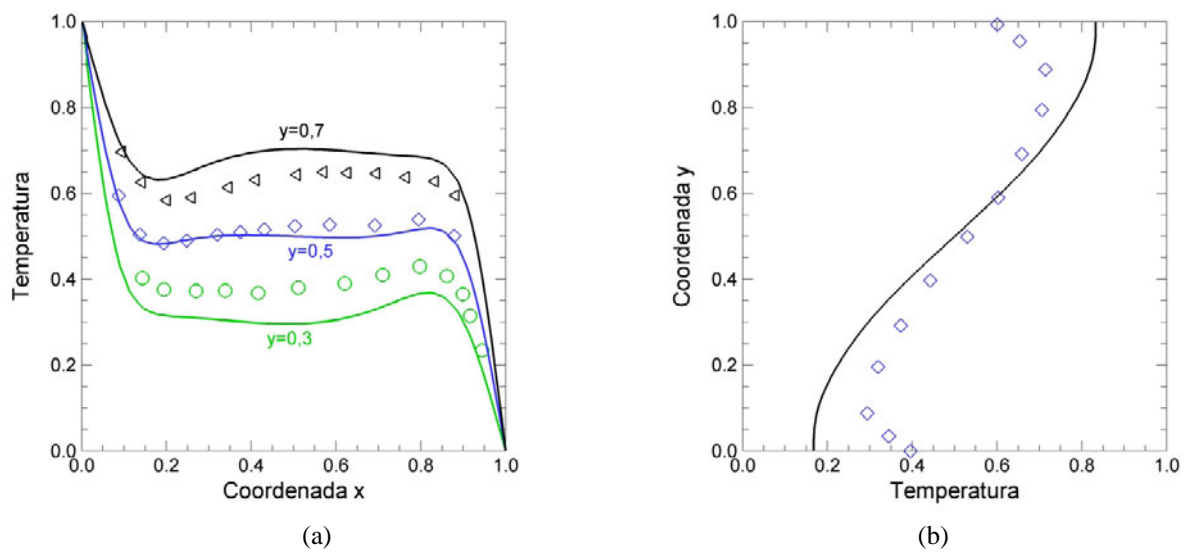


Figura 6. Perfis de temperatura adimensional no plano $z = 0,5$ para $Ra = 1,89 \times 10^5$, comparação com dados experimentais; (a) ao longo de x (b) $y = 0,5$.

$$Nu = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{parede}, \tag{8}$$

$$Nu_g = \int_{y=0}^1 \int_{z=0}^1 Nu \, dydz, \tag{9}$$

A distribuição do número de Nusselt local em ambas às paredes é oposta, porém quantitativamente iguais. Isovalores de número de Nusselt local na paredes quente é apresentado na Fig. 7, para quatro valores de Ra . Todos os casos são simétricos com relação a $x=0,5$. A distribuição varia rapidamente na direção vertical, onde os maiores valores se encontram na parte inferior. Para $Ra > 10^6$ as variações na direção horizontal são quase nulas, exceto nas proximidades das paredes adiabáticas. Para os maiores Ra os efeitos convectivos são predominantes e a predominância destes efeitos incrementa consideravelmente o processo de transferência de calor, esta influência, quantificada através da expressão das Eq. (9) é tabelada na Tabela 1. A tabela mostra também valores numéricos de Fusegi et al. (1991), assim como aproximações bidimensionais de Vahl Davis (1983) e Wan et al. (2001). Para todos os casos $Ra < 10^6$ os cálculos bidimensionais superestimam o valor do número de Nusselt global. Para $Ra = 10^6$, essa característica não é mais verificada. Existe também diferença para $Ra = 10^6$ (de aproximadamente 4,5%) com relação aos resultados de Fusegi et al. (1991). É possível que devido à grande predominância dos efeitos convectivos, em que se apresentam altos gradientes de velocidade e temperatura nas regiões próximas das paredes, a resolução da malha não seja suficiente para capturar adequadamente esse processo; por tanto é de importância esclarecer essas diferenças, inicialmente, com o uso de malhas mais densas. A procura de novos dados, se possíveis experimentais, é mais outra tarefa a ser considerada para dar seguimento ao presente trabalho.

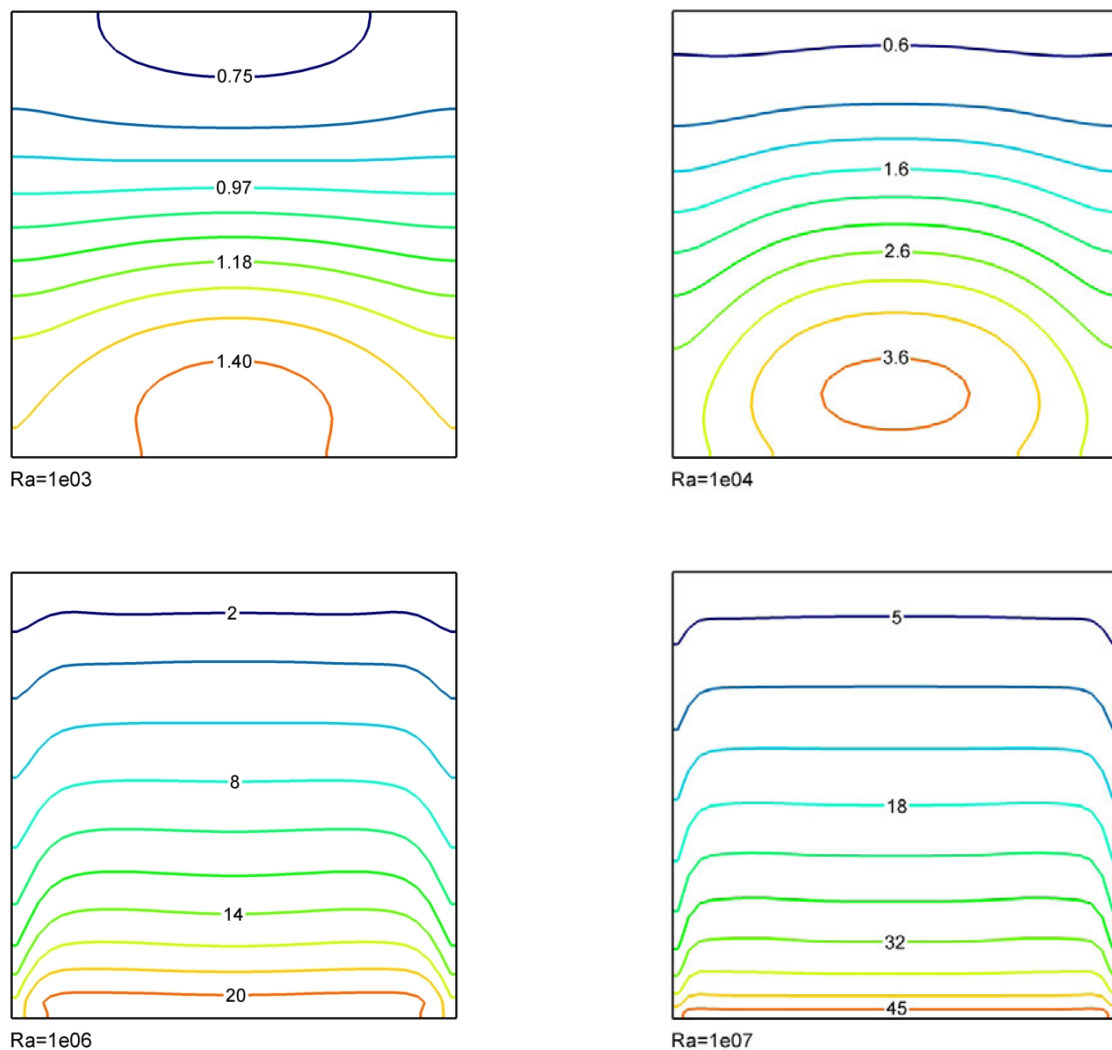


Figura 7. Distribuição do número de Nusselt local sobre na parede quente.

Tabela 1. Número de Nusselt global.

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
Presente	1,070	1,990	4,273	9,178	19.273
Fusegi et al.	1,085	2,100	4,361	8,770	
Fusegi et al.-2D	1.134	2,274	4,568	8,935	
Vahl Davis - 2D	1,120	2,243	4,520	8,800	
Wan et al. - 2D	1,117	2,254	4,598	8,976	

3.1. Escoamento para $Ra = 10^8$

Como observado na Fig. 7(a), os sinais temporais da temperatura em duas posições em $x=0,5$, no plano médio z , têm comportamento oscilatório, de aparência periódica e de pequena amplitude. Por outro lado, observando o padrão do escoamento instantâneo da Fig. 7(b), dois novos vórtices secundários aparecem na região superior e inferior da cavidade. Segundo a literatura, o número de Rayleigh crítico em escoamentos de ar em cavidades cúbicas está na faixa de $10^8 < Ra \leq 10^9$, Paolucci e Chenoweth (1989), por exemplo, através da metodologia de simulação numérica direta, encontraram o número de Rayleigh crítico entre 10^8 e 2×10^8 . Como comentado anteriormente, em que se coloca a hipótese da malha não ser adequada para os maiores Ra , estes resultados devem ser tratados com cuidado antes de afirmar que trata-se de o número de Rayleigh crítico.

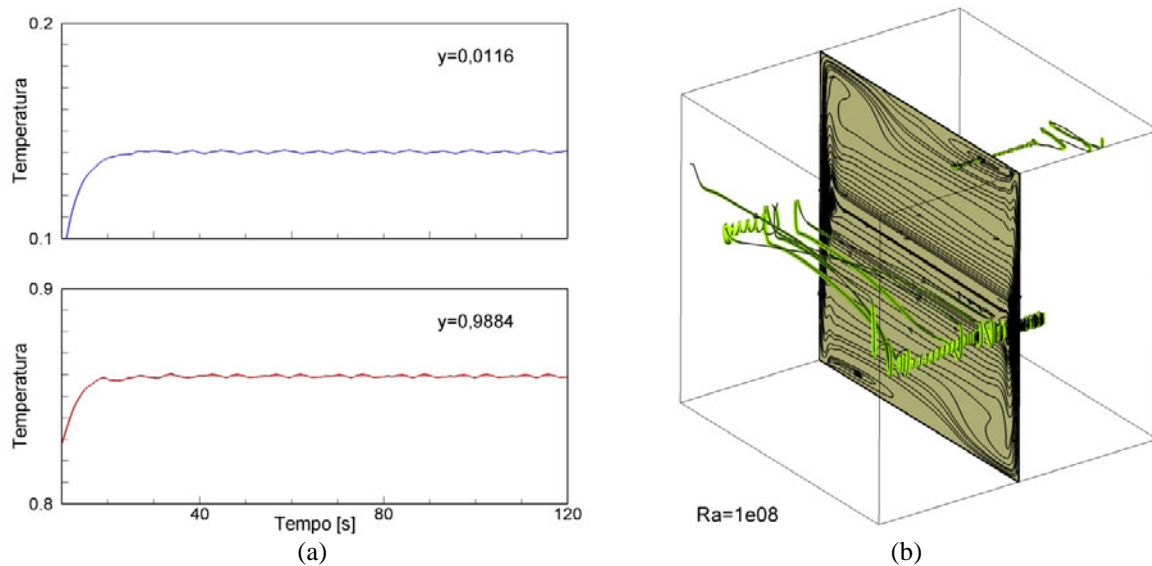


Figura 7. Resultados para $Ra = 10^8$; (a) comportamento temporal, (b) linhas de corrente.

4. Conclusões

Os resultados das simulações tridimensionais da convecção natural no interior de cavidades cúbicas para números de Rayleigh na faixa $10^3 \leq Ra \leq 10^8$, permitiram caracterizar este tipo de escoamentos em função das estruturas presentes e da sua influência sobre o processo de transferência de calor. Os escoamentos são de natureza tridimensional, mesmo para baixos números de Rayleigh em que o processo de difusão é dominante. Um vórtice primário caracteriza todos os casos apresentados, com presença de vórtices secundários para escoamentos com números de Rayleigh acima ou iguais a 10^5 . Grandes mudanças são observadas nos escoamentos quando o processo advectivo predomina, destacando a estratificação do escoamento na região central da cavidade e o aumento do número de vórtices secundários. A influência da dinâmica do escoamento sobre o processo de transferência de calor mostra um acelerado incremento do coeficiente de transferência de calor à medida que o número de Rayleigh aumenta. Para Ra menores que 10^6 , os resultados apresentam boa coerência com dados experimentais e numéricos; porém para os outros valores, é necessário atender às recomendações discutidas a fim de esclarecer as diferenças encontradas e confirmar os resultados apresentados no último item.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG, CNPq e ao CENPES-PETROBRAS pelo apoio financeiro.

5. Referências

- Barakos, G., Mitsoulis, E., Assimacopoulos, D., 1994. Natural Convection Flow in a Square Cavity Revisited: Laminar and Turbulent Models with Wall Functions. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol. 18, pp. 695-719.
- Fusegi, T., Hyun, H., Kuwahara, K., Farouk, B., 1991. A Numerical Study of Three-dimensional Natural Convection in a Differentially Heated Cubical Enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 34, n. 6, pp. 1543-1557.
- Fusegi, T., Hyun, J. H., Kuwahara, K., 1992. Numerical Simulations of Natural Convection in a Differential Heated Cubical Enclosure with a Partition, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, vol. 13(2), pp. 176-183.
- Frederick, R. L., Quiroz, F., 2001, On the Transition from Conduction to Convection Regime in a Cubical Enclosure with a Partial Heated Wall, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 44, pp. 1699-1709.
- Koseff, J.R., Street R.L., 1984, Visualization of a Shear Driven Three-Dimensional Recirculation Flow, *J. Fluids Eng.*, 106, pp. 21-29.
- Krane, R. J., Jessee, J., 1983, Some Detailed Field Measurements for a Natural Convection Flow in a Vertical Square Enclosure, *Proc. 1st ASME-JSME Thermal Engng Joint Conf.*, vol. I, pp. 323-329.
- Kim, J., Moin, P., 1985, Application of a Fractional Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations, *J. Comp. Phys.*, vol. 59, pp. 308-323.
- Médium, C., Texier, A., Pineau, G., 2000, Effects of Lid-Driven Cavity Shape on the Flow Establishment Phase, *J. of Fluid and Structures*, vol. 17, pp. 717-738.
- Padilla, E. L. M., 2004, *Simulação de Grandes Escalas da Transição à Turbulência em Sistemas Rotativos com Transferência de Calor*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- Padilla, E. L. M.; Oliveira, J. E. S., Silveira Neto, A., 2006, Resultados Preliminares do Estudo da Convecção Natural Tridimensional em Cavidades Fechadas. *Anais do VII Simpósio de Mecânica Computacional*, v. 1, p. 1-10.
- Pallares, J. Cuesta, I., Grau, F. X., Giralt, F., 1996, Natural Convection in a Cubical Cavity Heated from Below at Low Rayleigh Numbers, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 39(15), pp. 3233-3247.
- Paolucci, S., Chenoweth, D.R. (1989), Transition to Chaos in a Differentially Heated Vertical Cavity, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 201, pp.379-410.
- Patankar, S. V., (1980), *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere.
- Stone, H. L., (1968), Iterative solutions of implicit approximations of multidimensional partial differential equations, *SIAMJ Num. Anal.*, vol. 5, pp 530-558.
- Vhal Davis, D., 1983, Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution, *Int. J. Meth. Fluids*, vol. 3, pp. 249- 264.
- Wan, D. C., Patnaik, B. S. V., Wei, G. W., 2001. A New Benchmark Quality Solution for the Bouyancy-Driven Cavity by Discrete Singular Convolution. *Num. Heat Transfer, Part B.*, vol. 40, pp. 199-228.

NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTION IN THREE-DIMENTIONAL CAVITIES WITH TWO ISOTHERMAL WALL

Elie L. M. Padilla
epadilla@mecanica.ufu.br

José Eduardo S. Oliveira
jesoliveira@gmail.com

Aristeu da Silveira Neto
Federal University of Uberlândia
School of Mechanical Engineering
aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract

Natural convection flows in a cubical enclosure originated by temperature difference or heat flux has many engineering applications, such as energy storage systems and cooling of electronic devices. In the present work, results of 3D numerical simulation of the natural convection flows in cubical enclosure are presented. Two vertical wall, in the x direction was set a prescribed temperature and adiabatic condition at other walls. The Navier-Stokes and energy equations was solved in a Cartesian staggered grid by the finite volume method, the code is second order accurate for time-marching and spatial discretization. The numerical analysis of the flow have been carried out in the range of Rayleigh numbers $10^3 < Ra < 10^8$ and a Boussinesq fluid of $Pr=0,71$. The flow starts to show an instable behavior for higher Rayleigh numbers. The results were compared with the experimental numerical results available from literature, and a good physical coherence was obtained.

Keywords: natural convection, cubical cavity.