

# ESTUDO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM RESERVATÓRIOS TÉRMICOS CILÍNDRICOS HORIZONTAIS

**Darci Luiz Savicki**

PROMECA – Progr. de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – UFRGS. Rua Sarmento Leite 425, 90050-170 Porto Alegre, RS  
darcilus@mecanica.ufrgs.br

**Horácio A. Vielmo**

Departamento de Engenharia Mecânica – UFRGS. Rua Sarmento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS  
vielmo@mecanica.ufrgs.br

**Arno Krenzinger**

PROMECA – Progr. de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – UFRGS. Rua Sarmento Leite 425, 90050-170 Porto Alegre, RS  
arno@mecanica.ufrgs.br

*Resumo: Apresenta-se uma investigação numérica tridimensional da convecção natural laminar em reservatórios térmicos cilíndricos, via simulação numérica através do Método dos Volumes Finitos em malha estruturada. A validação do código numérico 3D desenvolvido é feita a partir de dados experimentais próprios para o caso de um reservatório cilíndrico horizontal. Verifica-se a formação das camadas limite térmica e hidrodinâmica e a consequente formação do perfil estratificado de temperatura. A solução transiente do campo de velocidade mostrou a formação de “franjas” junto à parede radial, sendo mais acentuada na parte superior do reservatório. Através da experimentação numérica obtém-se uma correlação para o coeficiente de convecção natural no interior do reservatório, assim como um parâmetro para o cálculo da resistência térmica do isolamento, que possibilita determinar com precisão o coeficiente global de perdas térmicas.*

*Palavras-chave: Convecção natural, Método dos Volumes Finitos, investigação numérica tridimensional.*

## 1. Introdução

Muitos trabalhos teóricos e experimentais abordam o problema da convecção natural em cavidades retangulares ou cilíndricas. Na modelagem matemática, a grande maioria considera algum tipo de simetria que permite que a simulação numérica seja feita em apenas duas dimensões. Um exemplo recente é o trabalho apresentado por Oliveski *et al* (2003), que apresenta uma investigação experimental e uma simulação numérica bidimensional dos campos de temperatura e velocidade no interior de reservatórios térmicos cilíndricos verticais, com condições de contorno de terceira espécie.

Quando considera-se o reservatório térmico cilíndrico horizontal, uma descrição satisfatória da convecção natural requer a consideração das três dimensões físicas. Apenas um reduzido número de estudos numéricos sobre convecção natural considera geometrias que exigem soluções tridimensionais. Um dos motivos é o aumento do tamanho do sistema de equações a ser resolvido e o consequente aumento do tempo computacional, que até bem pouco tempo tornavam tais simulações impraticáveis.

Um exemplo de investigação numérica tridimensional é descrito em Schneider e Straub (1992), que consideraram o problema da convecção natural laminar em cilindro inclinado com diferentes temperaturas nas paredes axial e isolado lateralmente. Naquele trabalho a malha utilizada é bastante grosseira, talvez decorrente da limitação computacional da época. Os autores concluíram que, para as condições de fronteira estudadas, com  $Pr=0,7$  e  $H/D=1$ , a máxima transferência de calor ocorre para ângulos  $\theta \approx 45^\circ-60^\circ$ . Mais tarde, usando o software CFX-F3D, Xia *et al* (1998) simularam o escoamento laminar e turbulento e a transferência de calor em um cilindro horizontal com fluxo de calor prescrito nas paredes, e validaram seus resultados com dados experimentais próprios. Os autores mostraram que, após atingir o regime estável, ocorre a estratificação da temperatura em planos verticais e concluíram que é a camada limite hidrodinâmica junto às paredes que dirige esta estratificação. Rubinov *et al*. (2004) estudaram numericamente a ocorrência de instabilidades tridimensionais do fluxo convectivo natural em cilindro vertical com parede lateral parcialmente aquecida. Verificaram a ocorrência de diferentes modos de perturbações tridimensionais que alternam-se com a variação da razão de aspecto.

A quase totalidade dos trabalhos encontrados na literatura tem assumido condições de contorno de primeira e segunda espécie nas paredes e espessura das paredes nula. Existe carência de estudos que considerem a transferência de calor através de condição de contorno de terceira espécie, e incluam no domínio de cálculo as paredes do reservatório. Para complementar as investigações mencionadas, o presente trabalho apresenta um estudo numérico dos campos de temperatura e velocidade em reservatório térmico cilíndrico horizontal sujeito à perda de calor para o ambiente por

condição de contorno de terceira espécie. Situação esta que aparece, por exemplo, em reservatórios utilizados em sistemas de aquecimento de água por energia solar. A fim de validar os resultados numéricos, construiu-se um aparato experimental que consiste no sistema formado por um reservatório térmico, um aquecedor de passagem, uma bomba e uma sonda de termopares. É possível determinar o perfil de temperatura ao longo do diâmetro vertical do reservatório, e assim confrontar com o perfil obtido via simulação numérica.

## 2. Modelo físico e matemático

Para a realização do estudo experimental utiliza-se as instalações do Laboratório de Energia Solar da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. A Fig. 1 apresenta a geometria e as dimensões do reservatório utilizado no estudo experimental.

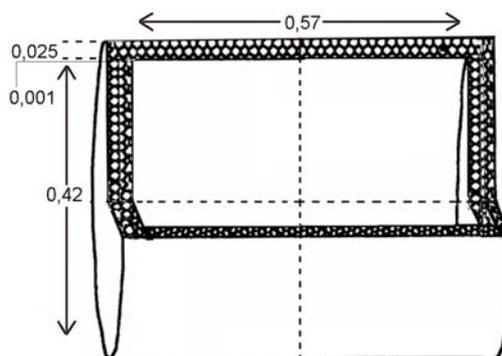


Figura 1 – Dimensões do reservatório cilíndrico horizontal, medidas em [m].

O reservatório cilindro utilizado é de aço inoxidável, de 0,57m de comprimento e 0,21m de raio interno. Considera-se que as camadas da parede metálica interna e de isolamento tem valores iguais nas direções radial e axial, sendo respectivamente  $e_{pm}=0,001m$  ,  $e_{iso}=0,025m$ . A parede metálica interna é de aço inoxidável e o isolamento de poliuretano. Interligado ao reservatório estão a bomba e o aquecedor elétrico de passagem, conforme mostra o esquema na Fig. 2. Nos experimentos, o reservatório é totalmente preenchido com água a uma temperatura uniforme ( $T_{int}$ ). Após, deixa-se o reservatório resfriar por convecção natural enquanto a temperatura ao longo do diâmetro vertical e a temperatura ambiente ( $T_{ext}$ ) são monitorada de 5 em 5 minutos.

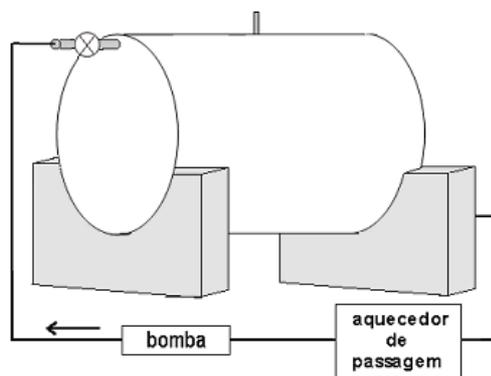


Figura 2 – Esquema da ligação da bomba e do aquecedor elétrico com o reservatório térmico.

O orifício localizado no meio do tanque, na parte mais alta do reservatório serve tanto como válvula de alívio durante o processo de enchimento do tanque quanto como ponto de inserção da sonda de termopares. Esta sonda utiliza 20 termopares fixos em um tubo Aquatherm CPVC (15 mm de diâmetro). Considerando que os principais gradientes térmicos ocorrem na base do reservatório e apontam na direção vertical, colocou-se um número maior de pontos de medição na parte inferior da sonda. Fez-se a medição da temperatura ao longo de uma linha vertical, na intersecção dos planos de simetria verticais.

A distribuição dos termopares na sonda foi escolhida a partir da normalização dos perfis de temperatura obtidos previamente por simulação numérica. A Fig. 3a mostra os perfis de temperatura normalizados na forma  $\frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}$ .

$T_{max}$  é a temperatura máxima (que ocorre no topo) e  $T_{min}$  é a temperatura mínima (que ocorre na base). Observa-se que o comportamento do perfil das temperaturas normalizadas, para as 10 horas simuladas, segue uma mesma tendência, a

qual pode ser representada por um polinômio de quarto grau de variável  $h/H$ , onde H é a altura (diâmetro interno) do reservatório e h é uma altura intermediária ao longo do diâmetro.

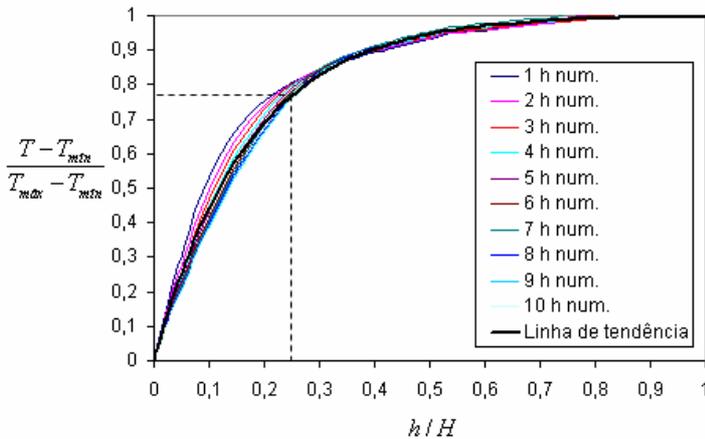


Figura 3a -Perfis de temperatura normalizados obtidos previamente por simulação numérica.

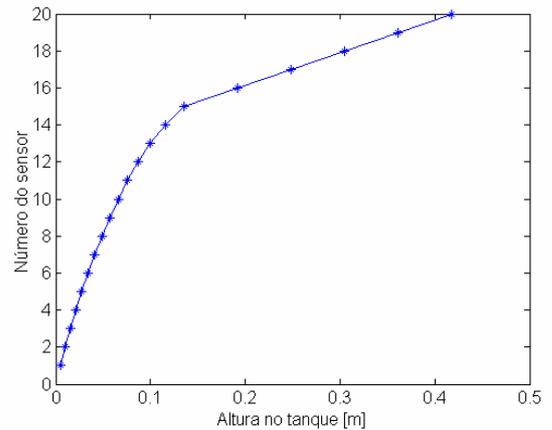


Figura 3b – Distribuição dos sensores na sonda, com base nos perfis de temperatura normalizados.

Observa-se também que aproximadamente três quartos da faixa de variação de temperatura normalizada ocorre numa região correspondente a aproximadamente um quarto do diâmetro, na parte inferior do reservatório. Por isto nesta região foram tomados 15 pontos com base nesta linha de tendência, enquanto que nos três quartos restantes foram tomados linearmente outros 5 pontos, totalizando assim 20 pontos de medição de temperatura, conforme mostra a Fig. 3b.

Considerando dois planos de simetria verticais, sendo um (r,  $\theta$ ) passando pelo ponto médio do comprimento z e outro plano (r, z) passando pelo seu diâmetro, o domínio de cálculo se reduz à região mostrada na Fig. 4.

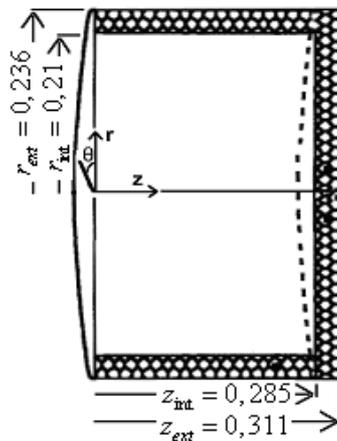


Figura 4 – Domínio de cálculo a ser simulado.

Em coordenadas cilíndricas, usando a aproximação de Boussinesq, o problema pode ser descrito pelo seguinte sistema de equações.

Equação de continuidade:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rV_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

Equações do movimento:

Na direção radial r:

$$\rho_\infty \left( \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta^2}{r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_H}{\partial r} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (rV_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right] + \rho_\infty \beta (T - T_\infty) g \cos \theta \tag{2}$$

Na direção angular  $\theta$ :

$$\rho_{\infty} \left( \frac{\partial V_{\theta}}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_{\theta}}{\partial r} + \frac{V_{\theta}}{r} \frac{\partial V_{\theta}}{\partial \theta} - \frac{V_r V_{\theta}}{r} + V_z \frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p_H}{\partial \theta} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_{\theta})}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_{\theta}}{\partial z^2} \right] - \rho_{\infty} \beta (T - T_{\infty}) g \sin \theta \quad (3)$$

Na direção axial z:

$$\rho_{\infty} \left( \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_{\theta}}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p_H}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

Condições iniciais:

$$\text{Para todo domínio: } V_r = V_{\theta} = V_z = 0$$

Condições de contorno:

$$\text{Em toda região do isolamento e parede metálica: } V_{\theta} = V_r = V_z = 0$$

$$\text{Na linha } r=0: V_{\theta} = V_r = 0, \quad \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$$

$$\text{No plano de simetria } (r, z), \text{ onde } \theta=0 \text{ e } \theta=\pi: \frac{\partial V_r}{\partial \theta} = \frac{\partial V_z}{\partial \theta} = V_{\theta} = 0$$

$$\text{No plano de simetria } (r, \theta), \text{ onde } z=0: \frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} = \frac{\partial V_r}{\partial z} = V_z = 0$$

Equação da energia:

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_{\theta}}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + S^T \quad (5)$$

Condições iniciais:

$$\text{Na região interior: } T = T_{\text{int}}$$

E na região do isolamento térmico e parede metálica: perfil linear

Condições de contorno:

$$\text{Na linha } r=0: \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$$

$$\text{No plano de simetria } (r, z), \text{ onde } \theta=0 \text{ e } \theta=\pi: \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$$

$$\text{No plano de simetria } (r, \theta), \text{ onde } z=0: \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

Nas fronteiras  $r=r_{\text{ext}}$  e  $z=z_{\text{ext}}$ :  $h$  e  $T_{\text{ext}}$  prescritos.

Como condição inicial na região sólida, parede metálica e isolamento térmico, é admitida uma distribuição linear da temperatura, com  $T=T_{\text{int}}$  na parede interna e  $T=T_{\text{ext}}$  na parede externa. O coeficiente de transferência de calor adotado do lado externo (ar) é  $h_{\text{ext}} = 8 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ . Nos termos correspondentes a aproximação de Boussinesq,  $T_{\infty}$  é a temperatura média no interior do reservatório e  $\rho_{\infty}$  é a densidade do fluido calculada para esta temperatura.

## 2.1. Método de solução

O acoplamento pressão-velocidade utilizado é o SIMPLE (Patankar, 1972) e para a solução do sistema de equações algébricas resultante o TDMA, com correção em bloco. Como função de interpolação utiliza-se o esquema QUICK. O código desenvolvido foi extensivamente testado para outras situações-problema e verificado que produz soluções que estão de acordo com resultados teóricos e experimentais encontrados na literatura. Para o caso estudado neste trabalho os autores desconhecem a existência de dados numéricos ou experimentais, fato este que motivou o desenvolvimento de um estudo experimental em paralelo, a fim de obter os dados para comparação com a solução numérica.

Na discretização do domínio de cálculo, para a região fluida, nas direções radial e axial, foi aplicado refinamento não-uniforme. Foram concentrados mais volumes nas proximidades das paredes, de modo a capturar informações das camadas limite térmica e hidrodinâmica. A malha utilizada no domínio fluido é de 40x40x40 volumes. Utilizou-se ainda nas direções radial e axial um volume para a parede metálica e dois volumes para a camada de isolamento térmico. Na direção angular é adotada uma discretização com espaçamento uniforme. A Fig. 5 mostra uma vista do domínio de cálculo discretizado.

A integração no tempo é realizada de forma totalmente implícita, em passos de 1 segundo, a atingir os critérios de convergência  $\left| \frac{T^{n+1} - T^n}{T^n} \right| \leq 10^{-6}$  para o campo térmico e resíduo máximo de massa  $S_{\text{max}} \leq 10^{-6}$  para o campo hidrodinâmico.

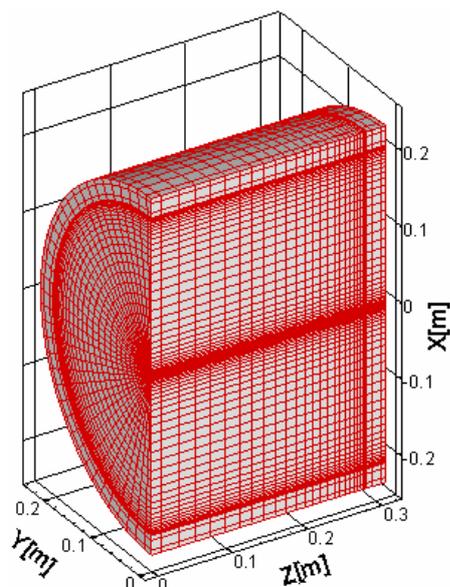


Figura 5 – Domínio de cálculo discretizado.

### 3. Resultados Numéricos

A Fig. 6a mostra o campo de temperatura na fronteira do fluido com a parede metálica, enquanto que a Figura 6b mostra o campo de temperatura nos planos de simetria, ambas após 1 hora de resfriamento.

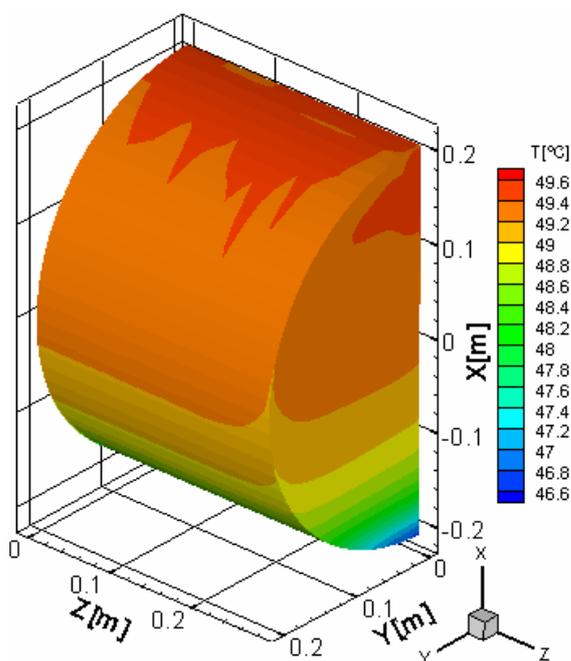


Figura 6a – Vista lateral da região interna fluida

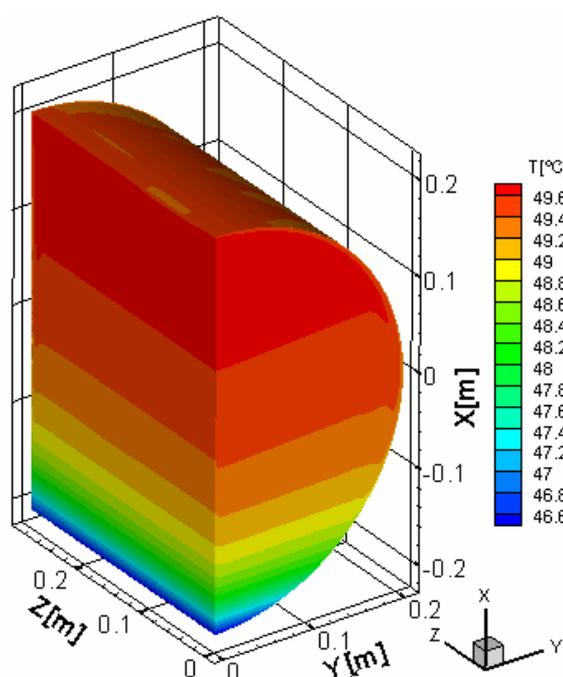


Figura 6b – Vista dos planos de simetria.

Observa-se que o campo de temperatura está fortemente estratificado no fundo do reservatório, enquanto que na parte superior a temperatura é praticamente constante. Na vista lateral (Fig. 6a) observa-se, para um dado plano horizontal próximo às paredes, a formação de uma fina camada de fluido a uma temperatura mais baixa que a temperatura média neste plano, em decorrência da perda de calor para o exterior. Ou seja, observa-se a formação da camada limite térmica. Nos planos de simetria mostrados na Fig. 6b os perfis de temperatura numa mesma altura são praticamente constantes, exceto nas proximidades das paredes, onde entra em cena a camada limite térmica. Ainda com relação à Fig. 6a observam-se pequenas flutuações no campo de temperatura, especialmente na parte mais alta do reservatório, decorrentes de instabilidades hidrodinâmicas. Nota-se ainda que ocorre um maior resfriamento do fluido

na região próxima ao encontro das paredes radial e axial (Fig. 6a). Este fato ocorre em virtude da maior área de troca de calor com o exterior que existe nesta região, dado que a camada fluida faz vizinhança com duas paredes (radial e axial).

No início do processo de resfriamento percebe-se a formação das camadas limites térmica e hidrodinâmica, que são as responsáveis pela formação do perfil estratificado de temperatura em planos verticais. Nos primeiros instantes observa-se que a camada limite hidrodinâmica se estende até a base do reservatório. Neste momento, todo o fluido resfriado junto às paredes deposita-se na região inferior. Com o passar do tempo e o desenvolvimento do perfil estratificado de temperaturas, o fluido que se resfria junto às paredes na região superior já não irá se depositar na base do reservatório, mas sim numa posição intermediária. Esta posição corresponde a um ponto onde a temperatura do fluido resfriado e a temperatura média do fluido num plano horizontal são equivalentes.

A Fig. 7 mostra a comparação numérico versus experimental dos perfis verticais de temperatura ao longo do diâmetro, na interseção dos planos de simetria, para um tempo de 10 horas de simulação. Neste caso, aproveita-se o próprio perfil experimental da temperatura medido no tempo  $t=0h$  para gerar a condição inicial do campo de temperatura da simulação numérica. Para os pontos experimentais, a análise das incertezas mostrou que o erro máximo associado as estas medidas é de  $0,3^{\circ}C$ .

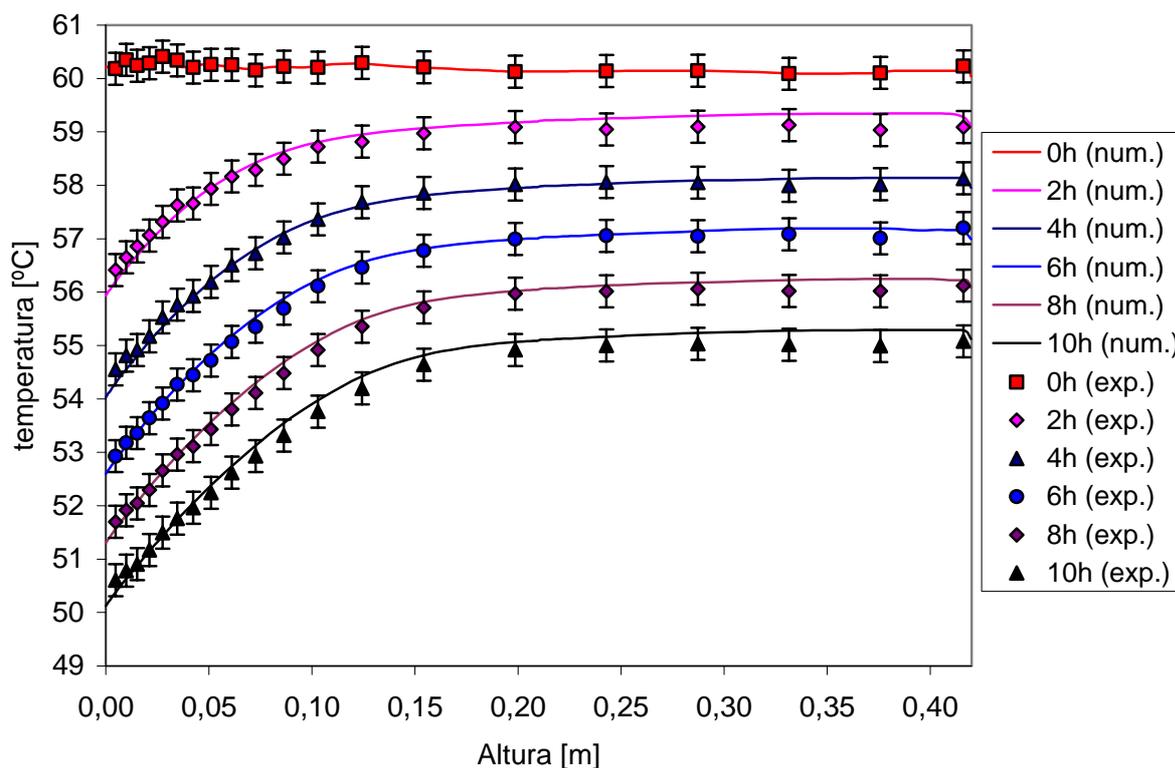


Figura 7 – Perfis de temperatura ao longo do diâmetro vertical. Comparação dos perfis obtidos via simulação numérica com os dados experimentais.

Observa-se que os maiores gradientes de temperatura ocorrem na base do reservatório e uma reprodução fiel destes perfis através da simulação numérica, o que demonstra a validade do presente algoritmo. Nas simulações realizadas, o número de Rayleigh é da ordem de  $10^5$ , o que mostra que o movimento do fluido no interior do reservatório decorrente da convecção natural fica na faixa dos escoamentos laminares.

Nas Fig. 8a e 8b são apresentados dois cortes no plano  $(r, \theta)$ , mostrando as respectivas componentes de velocidade  $(V_r, V_\theta)$  através de vetores. A Fig. 8a corresponde a um corte próximo à parede axial enquanto que a Fig. 8b corresponde a um corte no meio do reservatório.

Na Fig. 8a mostra-se um corte localizado a 5mm da parede axial e dentro da camada limite hidrodinâmica onde observa-se que fluido resfriado escoava verticalmente. Além disso, na borda radial observa-se que o movimento de fluido descendente é ainda mais intenso. Esta região está próxima tanto da parede radial quanto axial, por isto perde calor para ambas, e assim sofre um resfriamento mais acentuado que implica num movimento mais intenso de fluido descendente. Na Fig. 8b, que corresponde a um corte longe das tampas axiais, observa-se que o fluido é resfriado somente através da parede radial, de modo escoava num movimento que acompanha o contorno desta parede. Observa-se ainda a formação de uma recirculação secundária na parte mais alta do reservatório. A análise mostrou que tais recirculações desenvolvem-se de modo transiente em toda a região interior do reservatório.

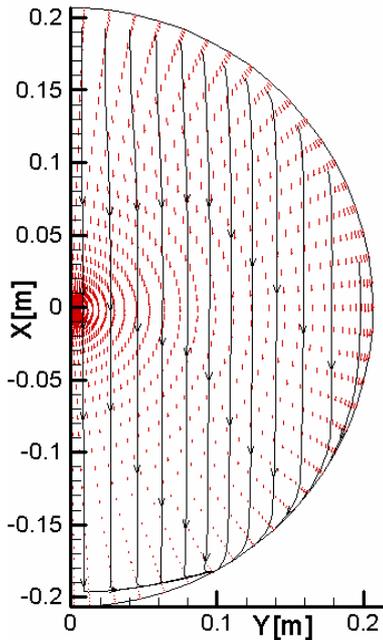


Figura 8a – Perfil das componentes de velocidades radial e angular próximo a parede axial.

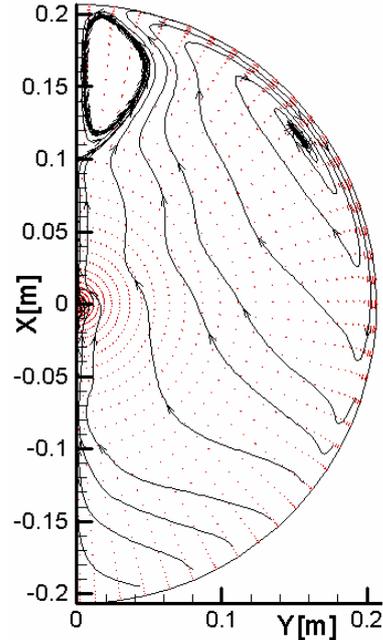


Figura 8b – Perfil das componentes de velocidades radial e angular no plano de simetria ( $r, \theta$ ).

Na análise transiente do campo tridimensional de velocidade observa-se ainda a formação de caminhos preferenciais que fazem com que ocorram “franjas” no perfil da velocidade junto à parede radial. Tal fato pode ser visto na Fig. 9a, que mostra cortes no campo de velocidade para algumas alturas fixas. Na Fig. 9b apresenta-se cortes do campo de velocidade para alguns ângulos. Mais uma vez observa-se a formação da camada limite térmica junto às paredes radial e axial, bem como a formação de recirculações junto ao topo do reservatório.

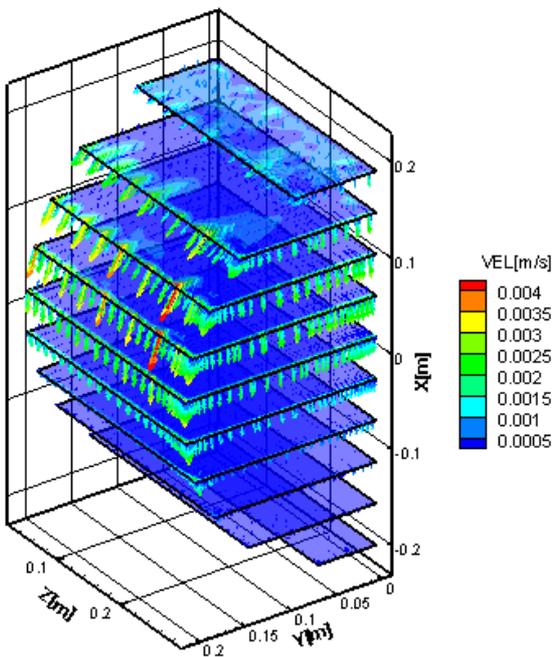


Figura 9a – Cortes do campo de velocidades para alguns planos de altura fixa.

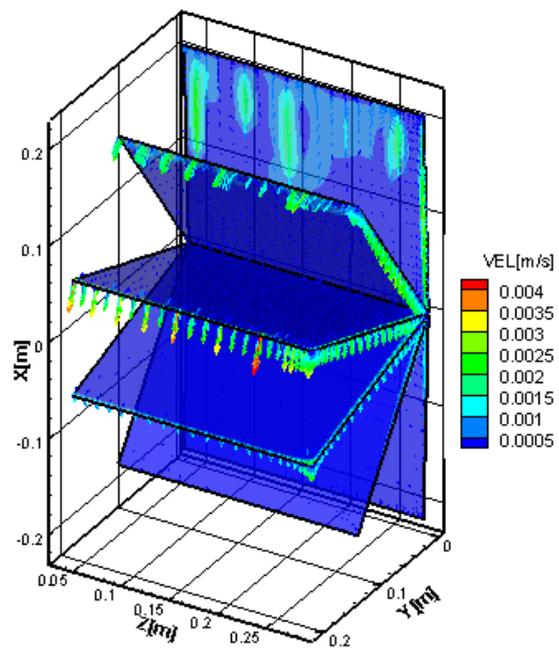


Figura 9b – Cortes do campo de velocidade para alguns planos de ângulo fixo.

Tais comportamentos foram observados também em outros trabalhos. Por exemplo, em investigação experimental da convecção natural em reservatório cilíndrico horizontal, Brooks e Ostrach (1969) verificaram que o fluxo mássico ocorre principalmente nas regiões mais próximas das paredes. Xia *et al* (1998), numa investigação numérica e experimental, concluíram que é este fluxo junto à parede que dirige a estratificação da temperatura.

Um dos parâmetros de interesse em reservatórios térmicos é o coeficiente global de transferência de calor (UA). Numerando as resistências da seguinte forma  $R_1 = \frac{1}{A_{int} h_{int}}$ ,  $R_2 = R_{iso}$  e  $R_3 = \frac{1}{A_{ext} h_{ext}}$ , onde  $A_{int}$  e  $A_{ext}$  são as áreas das paredes, respectivamente internas e externas,  $h_{int}$  e  $h_{ext}$  são os coeficientes de transferência de calor internos e externos, respectivamente e  $R_{iso}$  é a resistência térmica do isolamento térmico, pode-se estabelecer as seguintes igualdades para o fluxo de calor

$$Q = \frac{T_{int} - T_{w0}}{R_1} = \frac{T_{w0} - T_{w1}}{R_2} = \frac{T_{w1} - T_{ext}}{R_3} \quad (6)$$

onde  $T_{w0}$  é a temperatura média na parede metálica interna e  $T_{w1}$  é a temperatura média na parede externa.

Após determinar o valor destas três resistências, pode-se reformular a equação (6) usando o coeficiente global de transferência de calor ( $UA = \left( \sum_{i=1}^3 R_i \right)^{-1}$ ), na forma

$$Q = UA \Delta T \quad (7)$$

onde  $\Delta T = T_{int} - T_{ext}$ . A resistência  $R_3$  é imediatamente calculada a partir do conhecimento do coeficiente de convecção exterior (neste trabalho  $h_{ext} = 8Wm^{-2}K^{-1}$ ) e da área das faces das paredes externas.

A resistência  $R_2$  é composta pelas resistências térmicas nas direções radial ( $R_r$ ) e axial ( $R_a$ ) que podem ser combinadas na forma

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_a} = \frac{1}{\frac{R_r R_a}{R_r + R_a}} \quad (8)$$

Vamos escrever as resistências radial e axial na forma

$$R_r = \frac{\ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)}{2k_{iso} \pi (C_{int} + 2ae_{iso})} \quad (9)$$

$$R_a = 2 \frac{e}{k_{iso} \pi (D_{int} + 2ae_{iso})^2} \quad (10)$$

onde o parâmetro "a" é desconhecido. O termo  $C_{int}$  é o comprimento interno,  $D_{int}$  é o diâmetro interno,  $e_{iso}$  e  $k_{iso}$  são a espessura e a condutividade térmica do isolamento, respectivamente. A fim de encontrar o valor do parâmetro "a", determinou-se numericamente o valor das grandezas  $T_{w0}$ ,  $T_{w1}$  e  $Q$  e após resolveu-se a equação

$$\frac{T_{w0} - T_{w1}}{R_2} - Q = 0 \quad (11)$$

para  $R_2$ . Uma vez conhecida o valor desta resistência, encontra-se numericamente a raiz da equação

$$\frac{R_r R_a}{R_r + R_a} - R_2 = 0 \quad (12)$$

para a variável "a", onde o primeiro termo é expresso introduzindo as relações (9) e (10) em (8). A repetição deste procedimento variando parâmetros como diâmetro do reservatório e espessura da camada de isolamento permitiu mostrar que o valor de "a" se mantém constante e igual a 0,25. Este valor, aplicado em (9) e (10) permite determinar corretamente o valor da resistência  $R_2$ .

Resta ainda por determinar a resistência  $R_1$ . Considerando que no interior do reservatório as temperaturas da parede e do fluido variam com a altura, torna-se necessário definir um valor de referência para cada uma destas temperaturas. Foram adotadas as seguintes relações, aplicadas ao domínio de cálculo para estabelecer a temperatura média da parede metálica ( $T_{w0}$ ) e a temperatura média do fluido ( $T_{int}$ )

$$T_{w0} = \frac{\sum_{i=2}^{L-1} \sum_{k=2}^{N^*-1} T(\theta_i, r_{M^*}, z_k) \cdot \Delta z_k \cdot r_{M^*} \cdot \Delta \theta_i + \sum_{i=2}^{L-1} \sum_{j=2}^{M^*-1} T(\theta_i, r_j, z_{N^*}) \cdot \Delta r_j \cdot r_j \Delta \theta_i}{\sum_{i=2}^{L-1} \sum_{k=2}^{N^*-1} \Delta z_k \cdot r_{M^*} \cdot \Delta \theta_i + \sum_{i=2}^{L-1} \sum_{j=2}^{M^*-1} \Delta r_j \cdot r_j \Delta \theta_i} \quad (13)$$

$$T_{int} = \sum_{i=2}^{L-1} \sum_{j=2}^{M^*-1} \sum_{k=2}^{N^*-1} T(\theta_i, r_j, z_k) \cdot r \Delta\theta_i \cdot \Delta r_j \cdot \Delta z_k \quad (14)$$

A taxa de transferência de calor, para o domínio de cálculo considerado, é

$$Q_{tot} = k_{iso} \sum_{j=2}^{L-1} \sum_{k=2}^{N-1} \frac{T(\theta_i, r_M, z_k) - T(\theta_i, r_{M-1}, z_k)}{r_M - r_{M-1}} \cdot \Delta z_k \cdot r_M \cdot \Delta\theta_i + k_{iso} \sum_{k=2}^{N-1} \sum_{j=2}^{M-1} \frac{T(\theta_i, r, z_N) - T(\theta_i, r, z_{N-1})}{z_N - z_{N-1}} \cdot \Delta r_j \cdot r_j \cdot \Delta\theta_i \quad (15)$$

Os números L-1, M-1 e N-1 são respectivamente o número total de volumes nas direções angular, radial e axial enquanto que M\*-1 e N\*-1 indica o numero de volumes no interior do reservatório.

Com estas definições para  $T_{int}$  e  $T_{w0}$  a resistência interna  $R_1$  é calculada na forma

$$R_1 = \frac{(T_{int} - T_{w0})}{Q_{tot}} \quad (16)$$

A partir de diversas simulações numéricas onde foram variados os parâmetros como a temperatura inicial de resfriamento, a camada de isolamento térmico, raio interno e a razão de aspecto do reservatório, obteve-se uma correlação para a resistência interna para reservatórios térmicos preenchidos com água quente, na forma

$$R_1 = [0,002617 \cdot (R_2 + R_3) + 0,008163] \cdot [-0,0048(\Delta T) + 1,1210] \cdot \left\{ 0,079466 \cdot \tan \left[ 2,922037 \left( T_{mod} - \frac{1}{2} \right) \right] + 1,118018 \right\} \cdot \left( \frac{0,25}{r_{int} \cdot ra} \right)^{\frac{0,4}{ra}} \quad (17)$$

onde  $T_{mod} = 1 - \frac{T_{int} - T_{ext}}{T_{ini} - T_{ext}}$ ,  $\Delta T = (T_{ini} - T_{ext})$  e  $ra = \frac{C_{int}}{D_{int}}$ .

Evidentemente, uma vez conhecida a correlação para  $R_1$ , a correlação para o coeficiente de convecção interna é decorrência direta da igualdade

$$h_{int} = \frac{1}{R_1 A_{int}} \quad (18)$$

Para testar a validade da equação acima, a Fig. 10 mostra o perfil fornecido pela correlação comparados com os dados originais da simulação. Além disso estende-se o perfil da correlação para faixas não simuladas. Os dados se referem a um caso onde o diâmetro interno do reservatório é  $D_{int} = 0,5m$ , o comprimento interno do reservatório  $C_{int} = 0,5m$ . O isolamento é poliuretano com espessura de 75mm. A temperatura exterior é admitida como constante em 20°C.

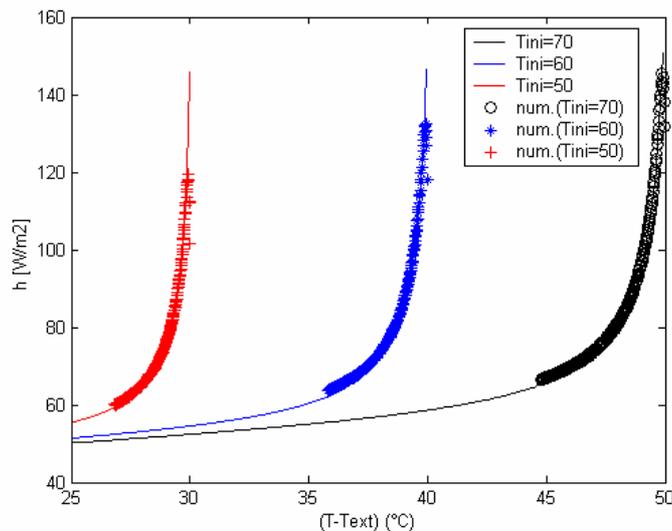


Figura 10 – Comparação entre os valores de  $h_{int}$  obtidos com a simulação e o perfil fornecido pela correlação proposta, para diferentes temperaturas iniciais de resfriamento.

Os pontos obtidos através da simulação numérica correspondem a um período de resfriamento de 24h. A Fig. 10 mostra que a correlação apresentada está em excelente concordância com os resultados da simulação numérica.

Na Fig. 11a utiliza-se a correlação para calcular  $R_1$  e compara-se o seu valor (em percentual) com as resistências  $R_2$  e  $R_3$ . A Fig. 11b mostra uma ampliação da faixa de variação da resistência  $R_1$ . O caso aqui considerado é um reservatório com 30 mm de isolamento de poliuretano, raio interno de 0,25m, razão de aspecto 2 e temperatura uniforme inicial de 70°C, em um ambiente a 20°C com coeficiente de convecção externa de  $h_{ext} = 8Wm^{-2}K^{-1}$ .

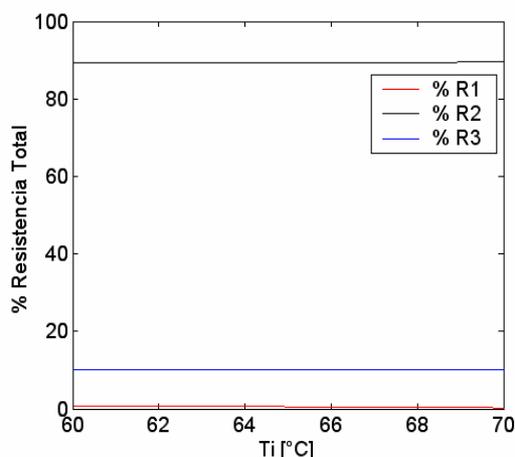


Figura 11a – Variação percentual das resistências  $R_1, R_2$  e  $R_3$ .

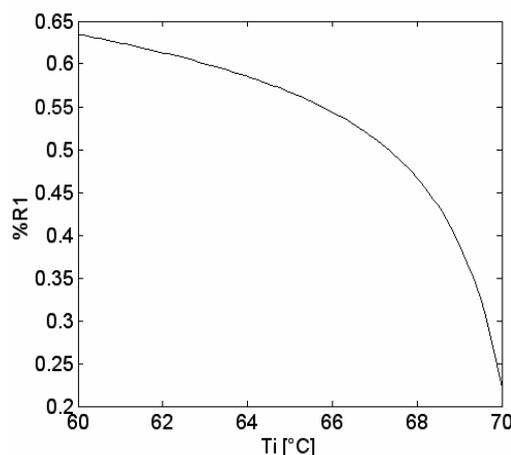


Figura 11b – Variação percentual da resistência interna ( $R_1$ ).

Para este caso, observa-se que durante o resfriamento de 10°C, a contribuição da resistência  $R_1$  é menor que 1% da resistência total, enquanto que a contribuição da resistência  $R_2$  é próxima de 90% e a contribuição da resistência  $R_3$  é próxima de 10%. Isso mostra que, mesmo que o valor da espessura da camada de isolamento seja de apenas 30 mm de poliuretano, o valor da resistência interna pode ser desprezado para fins de cálculos de engenharia.

Para expressar a variação da temperatura média no interior do reservatório  $h_{int}$ , como função do tempo, é necessário resolver a equação diferencial

$$\frac{(T_{int} - T_{ext})}{R_t} dt = -m c_p dT_{int} \quad (19)$$

onde  $R_t = R_1 + R_2 + R_3$ . Se a resistência  $R_1$  for desprezada, então a solução analítica da equação diferencial (19) é

$$T_{int} = (T_{ini} - T_{ext}) e^{-\frac{t}{m c_p (R_2 + R_3)}} + T_{ext} \quad (20)$$

A equação (20) fornece a temperatura média da água no interior do reservatório, informação essa que permite determinar também a variação de  $R_1$  em função do tempo, através da Eq. (17). Entretanto, para levar em conta a resistência  $R_1$  no cálculo de  $T_{int}$ , torna-se necessário resolver numericamente a Eq. (19), visto que  $R_t = f(T_{int})$ . Devido à complexidade da correlação para  $R_1$  agora torna-se difícil obter a solução analítica da Eq. (19). Entretanto, se for do interesse, pode-se resolvê-la numericamente e então usar esta solução para calcular  $h_{int}$  em função do tempo.

As Figuras 12a e 12b mostram o quanto é importante calcular corretamente a resistência  $R_2$ . Para exemplificar, na Fig. 12a utiliza-se nas equações (9) e (10) o fator “a” igual a 0,5 enquanto que na Fig. 12b utiliza-se o fator “a” igual a 1,0 para o cálculo da resistência  $R_2$  e após utiliza-se a Eq. 20 para obter gerar a curva de resfriamento. Em comparação com a solução numérica, o uso do fator 0,5 determinou um erro de aproximadamente 0,5°C no valor da temperatura média do fluido, enquanto o uso do fator 1,0 determinou um erro de aproximadamente 1,5°C. Quando o fator é 0,25, o perfil calculado pelo uso da Eq. 20 e o perfil numérico são idênticos. Para ampliar a análise, as curvas geradas com o uso da Eq. 20 são calculadas de duas formas: incluindo a resistência  $R_1$  (legenda  $T = f(R_1 + R_2 + R_3)$ ) e desprezando-a (legenda  $T = f(R_2 + R_3)$ ). Verifica-se que é insignificante a inclusão da resistência  $R_1$  no cálculo da resistência total para fins de cálculo da temperatura média do fluido e que, mais importante do que incluir a resistência  $R_1$  na resistência total é a correta determinação da resistência  $R_2$ , através do uso do fator  $a=0,25$  nas Eq. (8) e (9).

Tomando por base a discussão acima, conclui-se que no cálculo do coeficiente global de perdas térmicas pode-se desprezar a resistência interna  $R_1$  e calcular UA considerando apenas as resistências  $R_2$  e  $R_3$ , ou seja,

$UA = \frac{1}{R_2 + R_3}$ . A partir de UA pode-se calcular o fluxo de calor que deixa o reservatório conhecendo apenas a temperatura média no seu interior e a temperatura ambiente pela Eq. (7).

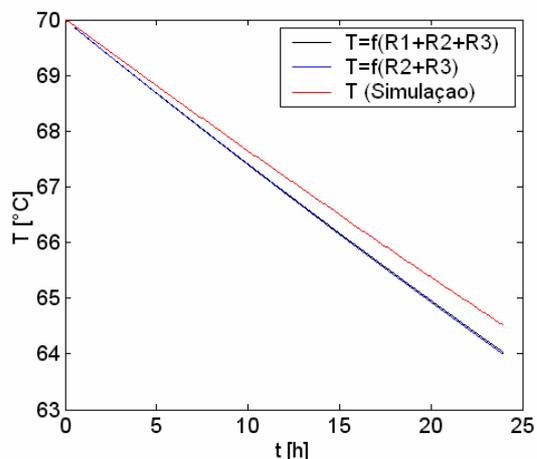


Figura 12a – Cálculo da temperatura média da água com a resistência  $R_2$  sendo calculada com  $a=0,5$  em comparação com perfil obtido via simulação numérica.

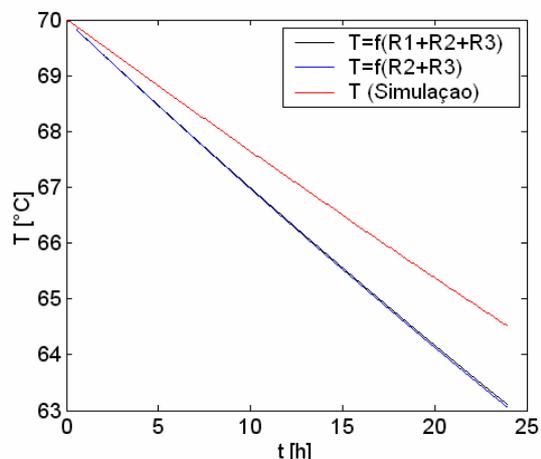


Figura 12b – Cálculo da temperatura média da água com a resistência  $R_2$  sendo calculada com  $a=1,0$  em comparação com perfil obtido via simulação numérica.

#### 4. Conclusão

Neste trabalho utiliza-se um código computacional para simulação tridimensional da convecção natural laminar em reservatório térmico cilíndrico horizontal. Através da comparação com dados experimentais próprios é mostrada a sua validade. Verifica-se que as camadas limite térmica e hidrodinâmica apresentam instabilidades tridimensionais do tipo “franjas”, especialmente junto à sua parede radial. De modo semelhante ao que ocorre em reservatórios cilíndricos verticais, observa-se que também para o reservatório cilíndrico horizontal ocorre a estratificação da temperatura ao longo do processo de resfriamento. Através de experimentação numérica, é obtida uma correlação para o coeficiente de convecção natural no interior do reservatório, e verifica-se que a resistência térmica relativa a este termo contribui muito pouco para a resistência total, e portanto pode ser desprezada. Por outro lado, demonstra-se que para a determinação do coeficiente global de perdas térmicas, se faz necessária a correta determinação da resistência do isolamento, sendo sugerida uma forma adequada para seu cálculo.

#### 5. Referências

- Brooks, I., Ostrach, S., 1970. “An Experimental Investigation of Natural Convection in a Horizontal Cylinder”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 44, pp. 545-561.
- Li Y. , Rudmam M., 1995, “Assessment of Higher-Order Upwind Schemes Incorporating FCT for Linear and Nonlinear Convection-Dominated Problems”, *Numer. Heat Transfer*, B 27, 1-21.
- Oliveski R.C., Vielmo H.A., Krenzinger, A., 2003. “Cooling of Cylindrical Vertical Tanks Submitted to Natural Internal Convection”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp 2015-2026.
- Patankar, S.V., 1975, “Numerical Prediction of Three-Dimensional Flows”, B.E. Launder (ed.), *Studies in Convection: Theory, Measurement and Applications*, Vol. 1, Academic, New York.
- Rubinov A. et al, 2004. “Three-Dimensional Instabilities of Natural Convection Flow in a Vertical Cylinder With Partially Heated Sidewall”, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 126, pp 586-599.
- Schneider S., Straub, J., 1992. “Laminar Natural convection in a Cylindrical Enclosure with Different End Temperatures”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 35, pp 545-557.
- Xia J. L. et al, 1998. “Numerical and Experimental Study of Transient Turbulent Natural Convection in a Horizontal Cylindrical Container”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 41, pp 3635-3645.

#### 6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, entidade governamental brasileira promotora do desenvolvimento científico e tecnológico, pelo apoio financeiro dado a este trabalho.

## NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE HEAT TRANSFER IN THERMAL HORIZONTAL CYLINDRICAL STORAGE TANKS

### **Darci Luiz Savicki**

Mechanical Engineering Graduate Program – UFRGS. Rua Sarmiento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil.  
darcilus@mecanica.ufrgs.br

### **Horácio A. Vielmo**

Department of Mechanical Engineering – UFRGS. Rua Sarmiento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil.  
vielmo@mecanica.ufrgs.br

### **Arno Krenzinger**

Mechanical Engineering Graduate Program – UFRGS. Rua Sarmiento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil.  
arno@mecanica.ufrgs.br

**Abstract:** *A three-dimensional numerical simulation of laminar natural convection in horizontal cylindrical thermal storage tanks is presented. It is applied the Finite Volume Method in structured mesh. The validation of the developed 3D code is made through own experimental data for the case of a horizontal cylindrical storage tank. The thermal and hydrodynamical boundary layers as well as the resulting formation of the temperature stratified profile are well captured. The transient solution of the velocity field showed the presence of fringe-type instabilities close to the radial wall, which are more intense on the top of the reservoir. Through numerical experimentation it is developed a correlation for the natural convection coefficient in the interior of the reservoir, as well as a parameter for the calculation of the insulation thermal resistance. This enables the determination of the overall heat transfer coefficient of the tank with good precision.*

**Keywords:** Natural convection, Finite Volume Method, Three-dimensional numerical study