Proceedings of the 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering -- ENCIT 2006
Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering -- ABCM, Curitiba, Brazil, Dec. 5-8, 2006

Paper CIT06-0543

CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DA IRREGULARIDADE DA SUPERFÍCIE EM UM PROBLEMA DE DISPERSÃO NA CAMADA LIMITE PLANETÁRIA ABORDADO ANALITICAMENTE

Sérgio Wortmann
Escola Técnica UFRGS, Ramiro Barcelos nº2777 Porto Alegre- RS/ Brasil
wortmann@etcom.ufrgs.br

Cíntia Ourique Monticelli
FEEVALE, RS 239 nº 2755 Novo Hamburgo/ RS - Brasil
cintiam@feevale.br

Resumo. *Neste trabalho é apresentada uma solução analítica para o problema bidimensional estacionário de dispersão de poluentes na Camada Limite Planetária cujo domínio é de contorno irregular por contemplar o relevo da região em estudo. O equacionamento do problema é obtido a partir da aplicação do conhecido modelo difusivo-advcetivo K_{zz}. A inclusão dos efeitos do relevo é efetuada por uma mudança de variáveis que leva em consideração a irregularidade da superfície do terreno. O problema é resolvido para uma situação idealizada e fictícia em que a deformidade do contorno é emulada por funções matemáticas. A equação é resolvida pela técnica **GITT** (Generalized Integral Transform Technique) com solução analítica de seu problema transformado obtida com o auxílio da Transformada de Laplace e do Método da Diagonalização. Os coeficientes de difusão e advecção da equação resolvida são tomados como constantes para simplificar a abordagem. Os resultados alcançados são relevantes nesta área da engenharia, uma vez que os trabalhos até agora publicados, que determinam soluções analíticas para o problema em questão, consideram somente domínios de contornos regulares para a avaliação da concentração de poluentes na Camada Limite Planetária.*

Palavras chave: Camada Limite Planetária, Modelo Difusivo-Advectivo, GITT, Transformada de Laplace, superfícies irregulares

1. Introdução

Problemas de poluição, baseados no modelo de dispersão Euleriano, na baixa atmosfera têm sido abordados com sucesso pela técnica analítica conhecida na literatura como GITT (*Generalized Integral Transform Technique*) (Cotta, 1993; Cotta e Mikhaylov, 1997). Esta metodologia tem se mostrado de muita utilidade no que se refere à avaliação dos modelos matemáticos adotados na simulação de problemas difusivos-advectivos. Além disso, recentes avanços analíticos incorporados a ela têm contribuído para o aumento do interesse dos pesquisadores da área.

O modelo de dispersão Euleriano, tem sido largamente aplicado para estimar a concentração de poluentes na Camada Limite Planetária, provinda de uma fonte puntual e elevada. A partir da equação de difusão-advecção é possível se obter um modelo de dispersão para uma fonte de emissão contínua, dadas as apropriadas condições iniciais, de contorno, o conhecimento do tempo, do espaço e dos campos de velocidade do vento. A solução desta equação tem sido aproximada nas formas numérica, semi-analítica e analítica. Neste trabalho a atenção foi concentrada na obtenção da solução analítica pela técnica da GITT.

A GITT pode ser resumida nos seguintes passos (Cotta, 1993; Cotta e Mikhaylov, 1997):

1) o potencial original é expandido em uma base determinada pelas autofunções e autovalores associados de um problema de Sturm-Liouville que, por sua vez, é escolhido tendo como base o operador diferencial parcial do problema original;
2) uma integração é efetuada para, aproveitando a ortogonalidade da base, transformar o problema original em um sistema de equações, também chamado de problema transformado;
3) o sistema resultante é então resolvido e a fórmula da inversa é utilizada para reconstituir o potencial original.

Em muitas aplicações, o problema transformado é um sistema de equações diferenciais ordinárias acoplado. Historicamente este sistema de equações é resolvido com o uso de sub-rotinas numéricas. Recentemente Wortmann (2003) propôs sua solução utilizando Transformada de Laplace e Diagonalização de Matrizes, seguindo a mesma metodologia já empregada em Teoria de Transporte. Esta nova abordagem contribuiu para um avanço analítico da técnica.

Uma das características da GITT é o fato dela permitir controle de erro dos resultados. Entre outras vantagens, esta característica é de especial importância para avaliação dos modelos matemáticos usados nas simulações computacionais. Freqüentemente, os resultados obtidos em simulações diferem dos resultados de referência. A origem destas diferenças, por vezes, é de difícil determinação porque podem ser o produto de vários fatores concomitantes. Por eliminação, a estimativa de um destes fatores contribui para a análise dos demais. No que se refere à simulação, provavelmente os principais causadores destas diferenças sejam a adequação do modelo matemático utilizado e/ou a abordagem empregada na solução das equações. Portanto, uma vez conhecida ou predita a grandeza do erro devido ao segundo causador listado acima, pode-se mais facilmente avaliar a performance do modelo matemático. Além disso, o controle de erro de resultados permite a avaliação e calibração de outras técnicas de solução de equações diferenciais.

Outra característica da GITT é que ela permite a abordagens de problemas com contornos variáveis. Isto é de especial importância em problemas de poluição porque possibilita sua simulação levando em conta o relevo da região estudada. Até onde os autores tenham notícia, todos os problemas de poluição na CLP resolvidos por esta técnica encontrados na literatura têm domínios regulares, pode-se citar os trabalhos de (Wortmann, 2000; Moreira, *et. al.,*2005; Wortmann, *et. al.,* 2005 e Cassol, 2006).

O principal objetivo deste trabalho é, portanto, resolver um problema bidimensional estacionário de poluição na CLP com contornos variáveis, devido ao fato de que o relevo da região em estudo é levado em consideração. A abordagem utilizada para a solução da equação diferencial parcial difusivo-advectiva, proveniente do modelo Euleriano, representante do fenômeno, é a GITT com solução analítica do problema transformado por transformada de Laplace e pelo Método da Diagonalização. São apresentados os resultados de simulações para alguns problemas fictícios, em que são emulados acidentes no relevo.

2. O Modelo

O estudo do transporte e dispersão de poluentes na atmosfera é comumente descrito pela equação de difusão-advecção, obtida da equação da continuidade, através da parametrização dos fluxos turbulentos de concentração, empregando-se o modelo do transporte do gradiente ou teoria K. (Moura et. al., 1999).

Para um sistema de coordenadas cartesianas na qual a direção x coincide com a direção do vento médio, a equação de difusão estacionária pode ser escrita em sua forma clássica como (Arya, 1995):

$$U\frac{\partial c}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}(K_x\frac{\partial c}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(K_y\frac{\partial c}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial z}(K_z\frac{\partial c}{\partial z}) \tag{1}$$

onde, c denota a concentração média do contaminante passivo, U é a velocidade média do vento na direção x, K_x, K_y e K_z são os coeficientes de difusão turbulentos nas três direções: x,y,z respectivamente (Pasquill e Smith, 1983; Seinfeld, 1986).

O principal objetivo deste trabalho preliminar é considerar os efeitos do relevo na dispersão de poluentes na CLP em um modelo Euleriano de dispersão. Portanto, por simplicidade, os coeficientes de dispersão da equação (1) são assumidos como constantes. É importante ressaltar que a técnica de solução aqui utilizada já foi aplicada com sucesso à problemas com coeficientes variáveis (Moreira, *et. al.* 2005; Wortmann, *et. al.,* 2005; Moreira, *et. al.,* 2006 e Cassol, 2006*)*, porém sem levar em consideração a irregularidade do domínio. Problemas mais realísticos fisicamente, com abordagem analítica, cujo equacionamento considera os coeficientes de advecção e de difusão como funções das variáveis espaciais e a irregularidade do domínio serão objeto de trabalhos futuros.

Desprezando a componente vertical do vento e o termo da difusão longitudinal em relação ao termo da advecção do vento nesta direção (ou seja, supõe-se que a velocidade média do vento é muito maior que a velocidade turbulenta nesta direção), considerando ainda um coeficiente de difusão turbulento vertical K_z tomado constante, e procedendo a integração transversal ao vento da Eq. (1) chega-se ao problema bidimensional:

$$U\frac{\partial c(x,z)}{\partial x}= K_z\frac{\partial^2 c(x,z)}{\partial z^2} \qquad c(x,z)\,;\, f_1(x)< z < f_2(x)\,;\;\; 0< x <\infty \tag{2}$$

onde, $c(x,z)$ representa a concentração média integrada transversalmente ao vento e $f_1(x)$ e $f_2(x)$ são funções que interpolam respectivamente o relevo e uma eventual alteração na Camada Limite Planetária. Portanto qualquer relevo que resulte em um domínio convexo e passível de ser interpolado por uma função poderá ser simulado por esta abordagem.

As condições de contorno para o problema (Eq. 2) são:

$$K_z\frac{\partial c(x,z)}{\partial z}=0 \quad em\; z=f_1(x),\;\; e\;\;\; z=f_2(x) \tag{3}$$

$$Uc(0,z)=Q\,\delta\,(\,z - H_s\,) \tag{4}$$

ou seja, de fluxo zero na superfície do solo e no topo da camada limite, e uma fonte com taxa de emissão Q localizada a uma altura H_s. Onde δ é a função generalizada delta de Dirac.

2.1 Solução Proposta

Seguindo o formalismo da GITT (Cotta, 1993), o primeiro passo é escolher o problema de Sturm-Liouville associado ao operador da equação (2):

$$\frac{\partial^2 \psi_i(x,z)}{\partial z^2} + \lambda_i^{\,2} \psi_i(x,z) = 0 \tag{5}$$

$$\left.\frac{\partial \psi_i(x,z)}{\partial z}\right|_{\substack{z=f_1(x)\\ z=f_2(x)}} = 0 \tag{6}$$

onde λ_i e $\psi_i(x,z)$ são os i-ésimos autovalores e as i-ésimas autofunções associadas.

Fazendo uma troca de variáveis pode-se determinar a solução do problema classicamente encontrada na literatura (Ozisik, 1980):

$$\psi_i(x,z) = \cos\left(\beta_i \frac{z - f_1(x)}{f_2(x) - f_1(x)}\right) \tag{7}$$

onde β_i, são as raízes positivas de sen(β_i)=0.

Seguindo a idéia do Método da Transformada Integral Generalizada, GITT, (Cotta e Mikhaylov, 1997), o próximo passo é definir o par transformada-inversa:

$$\overline{C_i}(x) = \frac{1}{f_2(x) - f_1(x)} \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} \frac{c(x,z)\psi_i(x,z)}{\sqrt{N_i}} dz \qquad \text{(transformada)} \tag{8}$$

$$c(x,z) = \sum_{i=0}^{n} \frac{\psi_i(x,z)}{\sqrt{N_i}} \overline{C_i}(x) \qquad \text{(inversa)} \tag{9}$$

com

$$N_i = \frac{1}{f_2(x) - f_1(x)} \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} [\psi_i(x,z)]^2 dz \tag{10}$$

onde $\psi_i(x,z)$ é a solução do problema de Sturm-Liouville associado, N_i é a norma e $\overline{C_i}(x)$ é a concentração no espaço transformado.

Uma vez definido o par transformada-inversa, deve-se então efetuar a transformação integral propriamente dita. Para tanto, aplica-se ao problema descrito pela equação (2) o operador:

$$\int_{f_1(x)}^{f_2(x)} \frac{(.)\ \psi_j(x,z)}{(f_2(x) - f_1(x))\sqrt{N_j}} dz \tag{11}$$

onde a notação utilizada na Eq (11) significa multiplicar pela autofunção ortogonal, dividir pela norma e, finalmente, integrar em toda a dimensão transversal ao escoamento principal.

Faz-se uso das propriedades de ortogonalidade entre $\psi_i(x,z)$ e $\psi_j(x,z)$:

$$\int_{f_1(x)}^{f_2(x)} \frac{\psi_i(x,z)\psi_j(x,z)}{(f_2(x) - f_1(x))\sqrt{N_i N_j}} dz = \begin{cases} 1\ , & i = j \\ 0\ , & i \neq j \end{cases} \tag{12}$$

e do par transformada-inversa, para produzir o sistema de equações diferenciais ordinárias para $\overline{C_i}(x)$ escrito resumidamente como :

$$\frac{d}{dx}\overline{C_i}(x) + M(x)\overline{C_i}(x) = 0 \tag{13}$$

o qual está sujeito à condição:

$$\overline{C_i}(0) = \frac{Q}{U[f_2(0) - f_1(0)]\sqrt{N_i}} \psi_i(0, H_s) \tag{14}$$

onde $\overline{C_i}(x)$ é o vetor solução para a concentração de poluentes no espaço transformado, *M(x)* é a matriz dos coeficientes gerados pela aplicação da GITT, e seus termos podem ser descritos como:

$$M(i,i) = \frac{-2i\,\pi\, f_1{}'(x) + 2i\pi Cos(2i\pi) f_2{}'(x)}{4i\pi(f_i(x) - f_2(x))}, i \neq 0 \tag{15}$$

$$M(i,0) = \frac{\sqrt{2}(-if_i{}'(x) + i\pi Cos(i\pi) f_2{}'(x)}{i\pi(f_1(x) - f_2(x))}, \ i \neq 0 \tag{16}$$

$$M(0,j) = 0 \tag{17}$$

$$M(0,0) = 0 \tag{18}$$

$$M(i,j) = \frac{2i[(-i^3\pi + ij^2\pi) f_1{}'(x) + i(i^2 - j^2)\pi Cos(i\pi) Cos(j\pi) f_2{}'(x)]}{(i-j)^2 (i+j)^2 \pi (f_1(x) - f_2(x))}, \ i \neq j,\ i \neq 0,\ j \neq 0 \tag{19}$$

O domínio na variável espacial é então subdivido de forma a gerar *m* problemas acoplados pelos contornos. Assim reescrevem-se as Eq. (13) e (14):

$$\frac{d}{dx}\overline{C_{i,m}}(x_m) + M_m(x_m)\overline{C_{i,m}}(x_m) = 0, \qquad 0 < x_m < L_m \tag{20}$$

$$\overline{C_{i,m}}(0) = \frac{Q}{U[f_2(0) - f_1(0)]\sqrt{N_i}} \psi_i(0, H_s) \tag{21}$$

$$\overline{C_{i,m}}(0) = \overline{C_{i,m-1}}(L_m), \qquad m=1,2,3... \tag{22}$$

onde L_m são as dimensões limite de cada m-ésimo subintervalo da variável espacial longitudinal.

Além disso, em cada subintervalo a matriz $M_m(x_m)$ é tomada como constante e seus elementos são assumidos como os valores medianos dos elementos da matriz original em cada intervalo, ou seja: são avaliados os valores médios de x_m, ou seja, para cada matriz $M_m(x_m)$:

$$M_m(x_m) = M_m(\frac{L_m}{2}) \tag{23}$$

Aplicando-se a transformada de Laplace à variável espacial e o Método da Diagonalização (Segatto, *et. al.* ,1999) para cada subintervalo da variável espacial *x*, a solução do problema transformado é determinada:

$$\overline{C_{i,m}}(x_m) = L^{-1}[(sI + A_{i,m})^{-1}]\overline{C_{i,m}}(0) \tag{24}$$

onde o operador L^{-1} representa a transformada inversa de Laplace da matriz $(sI + A_{i,m})^{-1}$, *I* é a matriz identidade, $A_{i,m}$ é a matriz de coeficientes numéricos que é gerada para cada *m*. Esta matriz será então decomposta em autovalores e autovetores como prevê o Método da Diagonalização.

Obtida a solução do problema transformado pela Eq. (24), para se determinar, então, a concentração de poluentes no espaço original, $c(x,z)$, utiliza-se a fórmula inversa da GITT descrita anteriormente pela Eq. (9).

3. Resultados e discussões

Para todas simulações feitas foram utilizados os seguites parâmetros (Cassol, 2005): U=3,6*m/s*, H_s=115m, Q=400g/s, K_z = 40, z_i= 2070m, n=10 (ou seja, foram tomados 10 termos no somatório da Eq. (9)) e $m=14$ (significando que o domínio longitudinal ao escolamento principal foi subdividido em 14 sub-intervalos). Os valores de K_z e U, foram obtidos calculando-se a média dos usados por Cassol, 2005.

Além disso, a função $f_2(x)$ que limita o valor máximo da variável transversal, foi definida como sendo:

$$f_2(x) = \left(\frac{x}{50+x}+1\right)\frac{z_i}{2} \quad , \quad 0 \le x \le 6000m \tag{25}$$

onde z_i é a altura da CLP. Esta escolha foi feita de forma a aumentar a precisão dos resultados para pequenos valores da variável transversal, sem que seja necessário um aumento da quantidade de autovalores na fórmula da inversa da GITT (Eq. (9)). Este procedimento, portanto, permite aumentar significativamente a precisão dos resultados sem prejudicar seu desempenho computacional.

As alterações do relevo, como citadas anteriormente, foram simuladas através de funções matemáticas escolhidas devido a sua capacidade de mostrar um acidente geográfico e a solução proposta ao problema.

Para uma primeira simulação escolheu-se uma curva Gaussiana:

$$f_1(x) = ae^{b(x-x_0)^2} \tag{26}$$

para a=0, a superfície torna-se plana e a distribuição da concentração pode ser observada pela Figura 1.

Para a=0.15, b=-0.00001 e x_0 = 3000m, obtem-se uma gaussiana de centro em x_0, isto é no meio do domínio considerado. O parâmetro a determina a altura da curva, assim observando a Figura 2 verica-se que o relevo apresenta uma curva suave.

Aumentando o valor de a para $a=0.3$, dobra-se a altura da curva gaussiana, assentuando a alteração no relevo como mostra a Figura 3. Pode-se verificar que, cnforme esperado, a pluma contorna o acidente geográfico mostrando o acerto qualitativo dos resultados. Além disso, para o caso em que a superfície é regular ($a=0$, Fig. (1)), a solução repete os resultados para domínios regulares, já encontrada anteriromente.

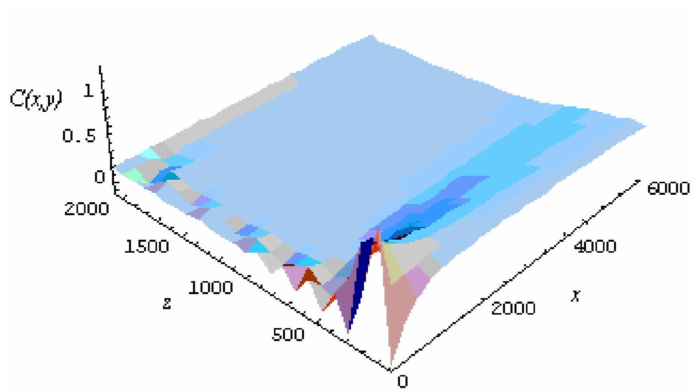

Figura 1. Concentração, $C(x,z)$, em um relevo regular ($a=0$ na Eq.(26))

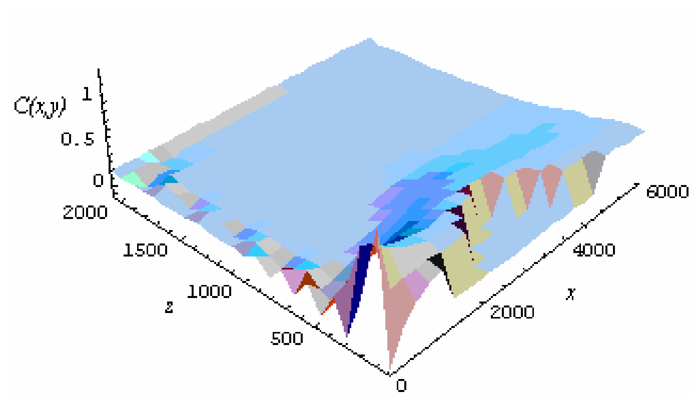

Figura 2. Concentração, $C(x,z)$, em um relevo fictício irregular (a=0.15 na Eq.(26))

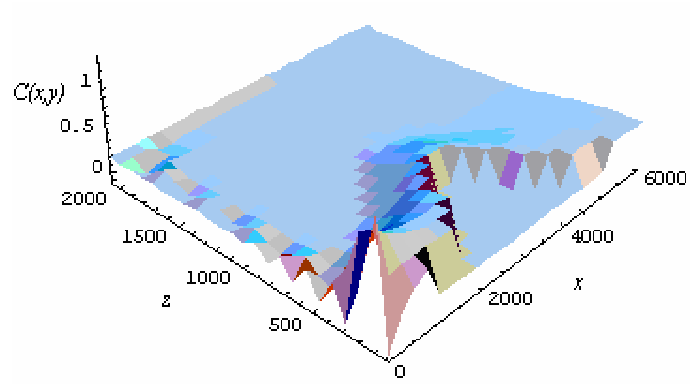

Figura 3. Concentração, $C(x,z)$, em um relevo fictício irregular (a=0.3 na Eq.(26))

O objetivo das duas próximas simulações é mostrar que o algorítmo pode ser aplicado para qualquer tipo de relevo passível de ser aproximado por uma função matemática. É importante registrar que qualquer domínio convexo passível de ser representado por uma função pode ser simulado, utilizando este método. Por exemplo, que um relevo convexo qualquer pode ser interpolado por um polinômio de forma a ser representado matematicamente por ele. Uma vez determinado este polinômio, o algoritmo aqui apresentado é capaz de efetuar a simulação.

Na quarta simulação tomou-se:

$$f_1(x) = z_i\left(\frac{a}{2}e^{b(x-\frac{x_0}{2})^2} + ae^{b(x-\frac{3x_0}{2})^2}\right), \text{ com } z_i\text{=2070m , } a\text{=0.3 e } b\text{=-1.10}^{-5}\text{ , } x_0\text{ =3000m} \quad (27)$$

Fez-se então, a soma de duas curvas, simulando um acidente geográfico composto por dois morros, representados na Figura 4, na qual pode-se perceber que a dispersão de poluentes sofreu os efeitos das barreiras impostas pelo relevo.

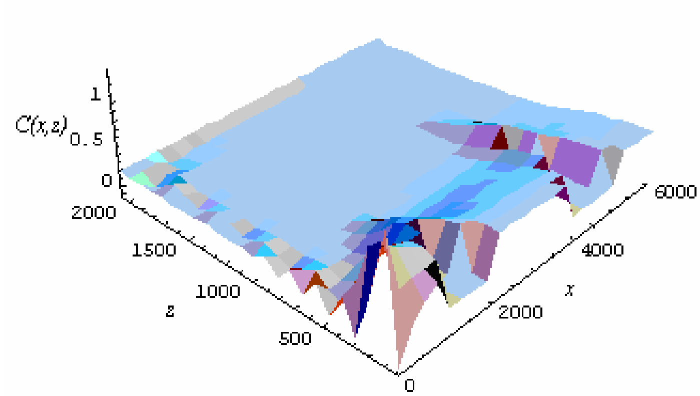

Figura 4. Concentração, $C(x,z)$, em um relevo fictício irregular (utilizando Eq.(27))

E na quinta simulação utilizou-se uma função trigonométrica, esta escolhida de forma a mostrar efetivamente a eficiência do método. Simulou-se então uma alteração no relevo em forma de onda cossenoidal.

$$f_1(x) = \frac{z_i}{40}(Cos[\pi\frac{x}{1000}+500]+1)\text{ , com } z_i\text{=2070m} \quad (28)$$

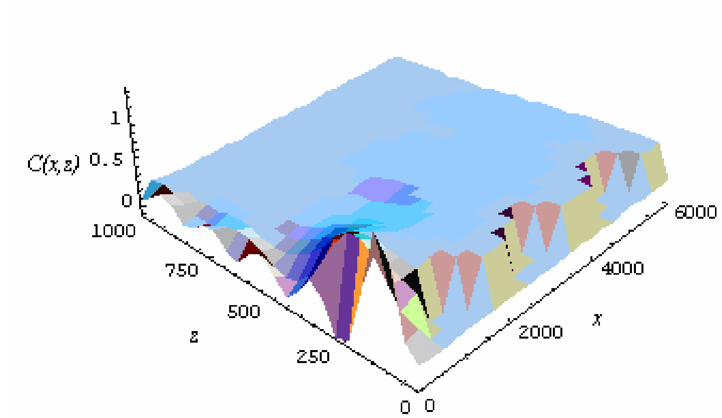

Figura 5. Concentração, $C(x,z)$, em um relevo fictício irregular (utilizando Eq.(28))

4. Conclusões

Este trabalho apresentou os resultados para a simulação de um problema de poluição bidimensional estacionário na CLP em que foi levada em consideração a interferência do relevo em um modelo Euleriano de dispersão. A abordagem utilizada para solução da equação diferencial parcial difusivo-advectiva foi a GITT com solução analítica, por transformada de Laplace e Diagonalização de Matrizes do problema transformado.

No equacionamento utilizado, os coeficientes de difusão e advecção foram tomados como constantes, por questão de simplicidade, uma vez que este é um trabalho preliminar. Todavia, a técnica da GITT já foi aplicada em vários outros problemas similares, quem comptemplam somente relevos homogêneos, onde tais coeficientes são tomados como variáveis. O principal objetivo aqui foi mostrar a habilidade da técnica em tratar problemas com contornos variáveis nesta área de aplicação física.

Os resultados foram obtidos para um problema fictício, portanto sua análise foi meramente qualitativa. É possível perceber claramente a influência da irregularidade do domínio no perfil de concentrações obtido.

Nos próximos trabalhos pretende-se estender a metodologia aqui demonstrada, à problemas mais realísticos, para resolver problemas governados por equações diferenciais parciais difusivo-advectivas com coeficientes de difusão e advecção variáveis em que a irregularidade do domínio é levada em consideração.

5. Agradecimentos

A segunda autora agradece ao Centro Universitário FEEVALE pelo suporte financeiro à realização deste trabalho.

6. Referências

Arya, P.S., 1995 J. Appl. Meteor., vol.34, pp. 1112-1122.

Cassol, M., 2006."Solução Analítica do Problema Bidimensional Transiente de Dispersão de Poluentes Atmosféricos pelo Método GITT Dupla. Dissertação de mestrado". Univeridade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 68 pp.

Cotta, R. M., 1993. "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press.

Cotta, R. M. e Mikhailov M. D. , 1997, " Heat Conduction Lumped Analysis , Integral Transforms, Symbolic Computation". John Wiley Sons, Baffins Lane, Chinchester, England.

Moreira, D.M., Vilhena, M.T., Buske, D. E Tirabassi, T., 2006. "The GILTT solution of the advection – diffusion equation for an inhomogeneous and non-stationary PBL". Atmospheric Environment. In Press.

Moreira, D.M., Vilhena, M. T., Tirabassi, T., Buske, D. e Cotta, R. M . , 2005. "Near-source atmospheric pollutant dispersion using the new GILTT method". Atmospheric Environment 39, 6289-6294.

Moura, A. D.,et al., 2002, "Two Dimensional Dispersion Analytical Models: Eddy Diffusivities Depending on the Source Distance" Il Nuovo Cimento, , v. 25 C, n. 3, p. 273-286.

Ozisik, M. N., 1980. "Heat Conduction". John Wiley Sons Baffins Lane, Chinchester, England.

Segatto, C. F., Vilhena, M. T. e Gomes, M. G.,1999 " The One-Dimensional LTS_N Solution in a Slab with High Degree of Quadrature", Annal of Nuclear Energy 26 (10), 925-934.

Wortmann, S., Vilhena,M. T.,Moura, A., 2000. "Analytical solution of the one dimensional transient pollutant problem with variable eddy diffusivity coefficient". ENCIT.

Wortmann, S., 2003. "Formulação Semi-analítica para a Equação Transformada Resultante da Aplicação da GITT em Problemas Difusivos-Advectivos". Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 94 pp.

Wortmann, S.,Vilhena, M.T., Moreira, D.M. e Buske, D., 2005. "A new analytical approach to simulate the pollutant dispersion in the PBL". Atmospheric Environment 39, 2171-2178.

CONSIDERATION OF THE SURFACE IRREGULARITY EFFECTS IN A PROBLEM OF DISPERSION IN THE PLANETARY BOUNDARY LAYER WITH AN ANALYTICAL APPROACH

Sérgio Wortmann
Escola Técnica UFRGS, Ramiro Barcelos nº2777 Porto Alegre-RS/ Brazil
wortmann@etcom.ufrgs.br

Cíntia Ourique Monticelli
FEEVALE, RS239 nº 2755 Novo Hamburgo – RS/Brazil
cintiam@feevale.br

Abstract

In this work an analytical solution for the stationary bidimensional problem of dispersion of pollutants in the Planetary Boundary Layer is presented whose domain has irregular contour contemplating the relief of the studied region. The mathematical model of the problem is gotten from the application of the known difusive-advective model Kzz. The inclusion of the effects of the relief is done by a change of variable that takes in consideration the irregularity of the land's surface. The problem is solved for an idealized and fictional situation where the deformity of the contour is emulated by mathematics function. The equation is solved by GITT technique (Generalized Integral Transform Technique) with analytical solution of its problem transformed gotten with the aid of the Laplace Transform and of Diagonalization Method. The coefficients of diffusion and advection of the decided equation are taken as constant to simplify the approach. The reached results are relevant in this area of engineering, once that the works so far published, that determine analytical solutions for the problem in question, only consider areas of regular contours for the evaluation of the concentration of pollutants in the Planetary Boundary Layer.

.

Keywords: Planetary Boundary Layer, Difusive-Advective Model, GITT, Laplace Transform, irregular surfaces