

## CONCEPÇÃO DO SISTEMA NEBULOSO DE TAKAGI-SUGENO APLICADO À IDENTIFICAÇÃO DE UM TROCADOR DE CALOR

**Leandro dos Santos Coelho**

Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas (PPGEPS)  
Rua Imaculada Conceição, 1155 — Bairro Prado Velho — Curitiba — PR, Brasil  
leandro.coelho@pucpr.br

**Viviana Cocco Mariani**

Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM)  
Rua Imaculada Conceição, 1155 — Bairro Prado Velho — Curitiba — PR, Brasil  
viviana.mariani@pucpr.br

*Resumo.* A identificação de sistemas não-lineares é um problema desafiador nas indústrias químicas. Este artigo apresenta um modelo nebuloso de Takagi-Sugeno para representar sistemas dinâmicos não-lineares usando clusterização de Gustafson-Kessel e algoritmo da pseudo-inversa. Os resultados de simulação mostram a aplicabilidade e potencialidade do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno para identificação de um trocador de calor.

*Palavras chave:* sistemas térmicos, identificação não-linear, sistemas nebulosos, otimização.

### 1. Introdução

A tentativa de explicar ou reproduzir os comportamentos dos sistemas físicos é algo que há tempo desperta o interesse de pesquisadores. Com o desenvolvimento de sistemas industriais avançados e a necessidade de controlá-los, é preciso desenvolver modelos que reproduzam suas características estáticas e dinâmicas. A identificação de sistemas dinâmicos é o procedimento de identificar um modelo matemático para representar um processo desconhecido, para propósitos de previsão e/ou compreensão do comportamento dinâmico do sistema.

A identificação de sistemas, seja ela realizada de forma *on-line* ou *off-line*, é uma parte essencial no projeto de sistemas de controle. Em geral, a identificação de sistemas lineares é uma área bem estabelecida e através dos anos, muitas abordagens desenvolvidas já estão consolidadas na literatura (Pedrycz, 1984, Laukonen *et al.*, 1995, Foss *et al.*, 1998, Golob & Tovornik, 2000). Entretanto, em muitas situações práticas, a hipótese de linearidade não pode ser mantida devido à existência de não-linearidades ou elementos variantes no tempo. Em tais casos, é difícil aplicar os métodos quantitativos convencionais que descrevam adequadamente as características não-lineares e variantes no tempo de processos industriais (Xie & Rad, 1999). Recentemente, o rápido desenvolvimento de metodologias da inteligência computacional, tais como redes neurais (Tan *et al.*, 2000), algoritmos evolucionários (Ahmad *et al.*, 1998) e sistemas nebulosos ou *fuzzy systems* (Tay & Tan, 1997) tem providenciado ferramentas alternativas para resolver problemas de identificação de sistemas dinâmicos com características complexas.

Em particular, desde a introdução da teoria dos conjuntos nebulosos por L. A. Zadeh em 1965 (Zadeh, 1965), muitos pesquisadores tem mostrado interesse em aplicar esta teoria para identificação de sistemas (Park *et al.*, 2001, Chuang *et al.*, 2001, Farghal *et al.*, 2002, Hojati & Gazor, 2002, Pomares *et al.*, 2002). Os sistemas nebulosos possuem também características atraentes para identificação de sistemas, pois

- podem trabalhar com processos não-lineares, utilizando termos e expressões da linguagem natural;
- implementam aspectos intuitivos e experiências de especialistas em controle utilizando regras lingüísticas (conhecimento qualitativo e estruturado) e entradas imprecisas;
- possuem natureza prática, tais como: facilidade de entendimento, rápida prototipagem e custo inexpressivo de desenvolvimento.

Uma importante classe de sistemas nebulosos é a dos modelos matemáticos nebulosos, que são caracterizados por parâmetros nebulosos ou variáveis relacionadas a funcionalidade de operadores e conectivos. Os modelos nebulosos *TS*, desenvolvidos por Takagi & Sugeno (Takagi & Sugeno, 1985) com posterior aprimoramento por Sugeno & Kang (1988), são modelos constituídos de regras lógicas SE < condição> ENTÃO <ação> que possuem partes antecedentes nebulosas e um conseqüente funcional.

Este artigo aborda a estruturação de um modelo nebuloso do tipo Takagi-Sugeno (*TS*) para identificação de sistemas. O problema de identificação de sistemas não-lineares é reduzido a identificação de subsistemas lineares definidos sobre subespaços de entrada nebulosos, quando o modelo nebuloso de *TS* é usado. Neste artigo, o algoritmo de estimação dos mínimos quadrados é então empregado para identificar os parâmetros (parte conseqüente das regras

nebulosas) do modelo múltiplo linear e as funções de pertinência. Para otimização da premissa das regras é utilizado o método de *clustering* com medida de distância adaptativa denominado de algoritmo de Gustafson & Kessel (1979). O modelo de *TS* foi aplicado na identificação de um trocador de calor e, neste contexto, os resultados de simulação e análise de desempenho do modelo nebuloso de *TS* são apresentados e discutidos no decorrer do artigo.

O artigo é organizado da seguinte forma. Os fundamentos do modelo nebuloso de *TS* e o procedimento de otimização do modelo *TS* são apresentados na seção 2. A descrição do trocador de calor, as simulações e a análise dos resultados obtidos da aplicação do sistema nebuloso de *TS* são apresentadas na seção 3. A conclusão e as perspectivas de trabalhos futuros são apresentadas na seção 4.

## 2. Sistema nebuloso de *TS*

Um modelo nebuloso é um conjunto de regras de produção SE-ENTÃO que mapeiam entradas em saídas. A estrutura básica de um modelo nebuloso consiste de três componentes conceituais: a *base de regras*, que contém um conjunto de regras nebulosas, a *base de dados* (ou dicionário), que define as funções de pertinência (e seus fatores de escala) vinculadas às regras nebulosas, e o *mecanismo de inferência*, que executa o procedimento de inferência sobre as regras e uma dada condição para derivar uma saída razoável ou conclusão. Conforme mencionado por Jang & Sun (1995), a concepção de um modelo nebuloso é baseada em um mecanismo de “dividir para conquistar”, onde os antecedentes das regras nebulosas dividem o espaço de entrada em um certo número de regiões nebulosas locais, enquanto os conseqüentes descrevem o comportamento de uma dada região através de vários parâmetros constituintes. O constituinte do conseqüente pode ser uma função de pertinência (modelo de Mamdani), uma constante (modelo de Sugeno-Yasukawa) ou uma equação linear (modelo de *TS*). Diferentes constituintes dos conseqüentes resultam em diferentes tipos de sistemas nebulosos, mas seus antecedentes são sempre os mesmos. Neste artigo, o modelo nebuloso de *TS* é adotado com funções lineares como conseqüentes.

Os modelos nebulosos de *TS* apresentam características relevantes que os tornam promissores para aplicações de identificação de sistemas, controle baseado em modelo (Nounou & Passino, 1999) e diagnóstico de falhas baseado em modelo (Ballé *et al.*, 1997). As regras do modelo de *TS* apresentam boas características de interpolação e extrapolação com um número reduzido de regras de produção. Outra característica relevante dos modelos de *TS* é de serem aproximadores não-lineares universais de funções com precisão arbitrária (Ying, 1998).

O sistema nebuloso de *TS* trata-se de um equivalente funcional da rede neural de base radial. Neste caso, quando a rede neural apresenta o mesmo número de funções de ativação na camada oculta que o número de regras do modelo nebuloso *TS* de ordem zero (Wu & Tam, 1999). Um aspecto relevante do sistema de *TS* é o seu poder de representação, especialmente para a descrição de sistemas complexos. Este sistema nebuloso permite a decomposição de um sistema complexo em subsistemas simples.

Um modelo nebuloso consiste de múltiplas regras, cada regra contendo uma parte premissa (antecedente) e uma parte conseqüente. A parte premissa especifica um certo subespaço de entrada pela conjunção de cláusulas nebulosas que contém as variáveis de entrada. A parte conseqüente é um modelo de regressão linear. Os modelos nebulosos de *TS* consistem de regras de produção — *SE* <condição> *ENTÃO* <ação> — que podem ser representadas na forma geral:

$$R_i : SE \ x_1 \ \acute{E} \ A_{i1} \ E \dots \ E \ x_n \ \acute{E} \ A_{in} \ ENT\tilde{A}O \ \hat{y}_i = a_i \mathbf{x} + b_i, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

onde o antecedente *SE* define a parte antecedente (premissa) enquanto as funções da regra *ENTÃO* constituem-se na parte conseqüente do sistema nebuloso;  $R_i$  é a  $i$ -ésima regra,  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathcal{X}$  é o vetor das variáveis de entrada das regras (antecedentes),  $A_{i1}, \dots, A_{in}$  são conjuntos nebulosos definidos no espaço dos antecedentes, e  $y_i$  é a saída da regra. A variável  $K$  denota o número de regras na base de regras, e a saída agregada do modelo  $\hat{y} \in \mathfrak{Y}$  é calculada pela média ponderada dos conseqüentes da regra

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^K \beta_i(\mathbf{x}) \hat{y}_i}{\sum_{i=1}^K \beta_i(\mathbf{x})} \quad (2)$$

onde  $\beta_i(\mathbf{x})$  é o grau de ativação da  $i$ -ésima regra

$$\beta_i(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^n \mu_{A_{ij}}(x_j), \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

onde  $\mu_{A_{ij}}(x_j) : \mathfrak{R} \rightarrow [0,1]$  é a função de pertinência do conjunto nebuloso  $A_{ij}$  no antecedente de  $R_i$ . A cada conjunto nebuloso do antecedente  $A_{ij}$  é associada uma função de pertinência  $\mu_{A_{ij}}(x_i)$  descrita por

$$\mu_{A_{ij}}(x_i) = \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{(x_i - m_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \quad (4)$$

onde  $m_{ij}$  e  $\sigma_{ij}$  são o centro e a largura da função de pertinência do tipo Gaussiana, respectivamente. A união de todos estes parâmetros define o conjunto de parâmetros da premissa.

A construção de um modelo nebuloso de *TS* a partir dos dados medidos do processo (ou sistema) a ser identificado envolve duas etapas, a identificação da estrutura e a identificação de parâmetros. As duas etapas importantes da identificação da estrutura são a determinação do número de regras SE-ENTÃO e a partição do espaço de entrada para um dado grupo de conjuntos nebulosos com funções de pertinência. São identificados os parâmetros das funções de pertinência e os parâmetros dos consequentes funcionais (coeficientes de equações lineares). Esta forma de desenvolvimento de sistema nebuloso é inspirada na teoria clássica de sistemas e, alguns desenvolvimentos no campo das redes neurais.

Da seqüência de dados avaliada do processo, uma matriz de regressão  $X$  e um vetor de saída  $y$  são construídos, onde

$$X = [x_1, \dots, x_N]^T, \quad y = [y_1, \dots, y_N]^T; \quad (5)$$

neste caso,  $N \gg n$ , onde  $N$  é o número de amostras usadas para identificação e  $n$  é o número de entradas do sistema nebuloso.

Na etapa de estimação de parâmetros do modelo nebuloso, o número de regras  $K$ , os conjuntos nebulosos dos antecedentes  $A_{ij}$  e os parâmetros dos consequentes das regra  $a_i, b_i$  para  $i = 1, 2, \dots, K$ , são determinados. Uma clusterização nebulosa no espaço produto cartesiano  $\chi \times \mathfrak{Z}$  é aplicada para partição dos dados de treinamento em regiões características onde o comportamento do sistema é aproximado por modelos lineares. O conjunto de dados a ser clusterizado é formado pela combinação  $X$  e  $y$

$$Z = [X, y]^T. \quad (6)$$

Dado o conjunto de dados de treinamento  $Z$  é o número de clusters  $K$ , o algoritmo de clusterização de Gustafson-Kessel (Gustafson & Kessel, 1979), *GK*, é aplicado e calcula a matriz de partição  $U$ .

O algoritmo de *GK* é regido pelas seguintes etapas. Dado  $Z$ , escolhe-se  $1 < K < N$ ,  $m > 1$  e  $\varepsilon > 0$ . Iniciar  $U^{(0)}$  de forma aleatória com distribuição uniforme.

Repetir para  $l = 1, 2, \dots$  (onde  $l$  é a iteração atual)

Etapa 1: Calcular a média do cluster

$$v_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^N [\mu_{ik}^{(l-1)}]^m z_k}{\sum_{k=1}^N [\mu_{ik}^{(l-1)}]^m}, \quad i = 1, 2, \dots, K. \quad (7)$$

Etapa 2: Calcular as matrizes de covariância

$$F_i = \frac{\sum_{k=1}^N [\mu_{ik}^{(l-1)}]^m [z_k - v_i^{(l)}][z_k - v_i^{(l)}]^T}{\sum_{k=1}^N [\mu_{ik}^{(l-1)}]^m}, \quad i = 1, 2, \dots, K. \quad (8)$$

Etapa 3: Calcular as distâncias

$$D_{ik}^2 = \left[ \mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right]^T \left[ \det(F_i)^{1/(n+1)} F_i^{-1} \right] \left[ \mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right] \quad i = 1, 2, \dots, K, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

Etapa 4: Atualiza a matriz de partição

Se  $D_{ik} > 0$  para  $1 \leq i \leq K, 1 \leq k \leq N$

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^K (D_{ik} / D_{jk})^{2/(m-1)}} \quad (10)$$

Senão

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0 \quad \text{se } D_{ik} > 0, \text{ e } \mu_{ik}^{(l)} \in [0,1] \quad \text{com } \sum_{i=1}^K \mu_{ik}^{(l)} = 1$$

até  $\|U^{(l)} - U^{(l-1)}\| < \varepsilon$ .

Os conjuntos nebulosos do antecedente das regras são obtidos da matriz de partição  $U$ , em que o  $i$ -ésimo elemento de  $\mu_{ik} \in [0,1]$  é o grau de pertinência dos dados  $\mathbf{z}_k$  no cluster  $i$ .

Os parâmetros do conseqüente de cada regra são obtidos por uma estimativa através do algoritmo dos mínimos quadrados. Considerando-se que  $X_e$  denota a matriz  $[X; \mathbf{1}]$ ;  $\Gamma_i$  é a matriz diagonal em  $\mathfrak{R}^{N \times N}$  tendo grau de pertinência normalizado  $\gamma(\mathbf{x}_k) = \frac{\beta_i(\mathbf{x}_k)}{\sum_{j=1}^K \beta_j(\mathbf{x}_k)}$  como seu  $k$ -ésimo elemento diagonal. Além disso, significa que  $X'$  é a matriz em

$\mathfrak{R}^{N \times KN}$  composta das matrizes  $\Gamma_i$  e  $X_e$ , onde

$$X' = [(\Gamma_1 X_e), (\Gamma_2 X_e), \dots, (\Gamma_K X_e)]. \quad (11)$$

Significa  $\theta'$ , o vetor em  $\mathfrak{R}^{K(n+1)}$  dado por

$$\theta' = [\theta_1^T; \theta_2^T; \dots; \theta_K^T] \quad (12)$$

onde  $\theta_i^T = [\mathbf{a}_i^T; b_i]$  para  $1 \leq i \leq K$ . O resultado do problema dos mínimos quadrados  $\mathbf{y} = X\theta' + \xi$ , onde  $\xi$  é o erro de aproximação, tem a solução

$$\theta' = [(X')^T X']^{-1} (X')^T \mathbf{y}. \quad (13)$$

Da equação (12) os parâmetros  $\mathbf{a}_i$  e  $b_i$  são obtidos por

$$\mathbf{a}_i = [\theta'_{q+1}, \theta'_{q+2}, \dots, \theta'_{q+n}]^T, \quad b_i = [\theta'_{q+n+1}], \quad (14)$$

onde  $q = (i - 1)(n + 1)$ .

### 3. Estudo de caso de um trocador de calor

Os trocadores de calor são importantes fontes de teste para algoritmos com propósitos de identificação e controle, pois são processos não-lineares e que geralmente possuem comportamento de fase não-mínima. O trocador de calor abordado é um processo de fluxo de líquido saturado, onde a água é aquecida por um fluxo saturado pressurizado através de um tubo de cobre. A variável da saída, no estudo de caso abordado, é a temperatura de saída do fluido. As variáveis de entrada são a taxa de fluxo de fluido, a temperatura do fluxo e a temperatura de entrada do fluido. Nos

experimentos, a temperatura de fluxo e a temperatura do fluido de entrada são mantidas constantes nos seus valores nominais. Uma representação do trocador de calor é apresentada na figura 1 (Bittanti & Piroddi, 1996).

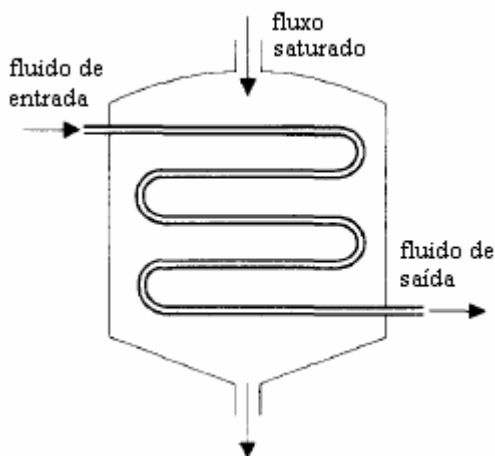
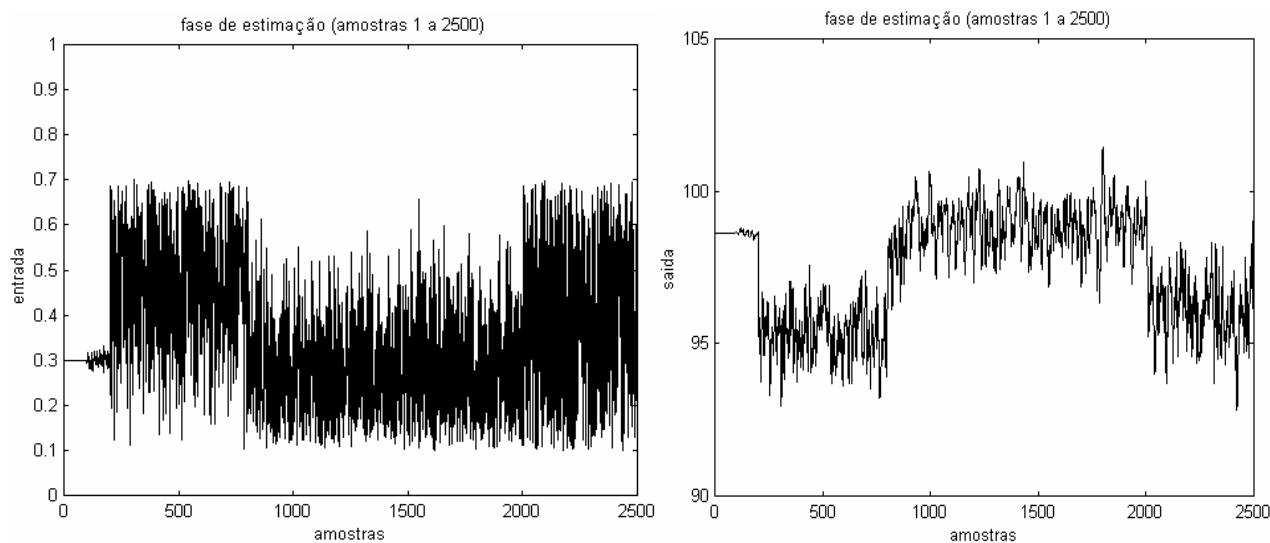


Figura 1. Representação do trocador de calor.

Um conjunto de 4000 amostras (pares de dados de entrada e saída) do trocador de calor está disponível na base de dados denominada *Database for the Identification of Systems*, Daisy (2004), para identificação deste sistema. A entrada consiste da taxa de fluxo do fluido e a saída do trocador de calor é a temperatura do fluido de saída, com período de amostragem de 1 segundo. O experimento foi configurado para utilizar as amostras 1 a 2500 ( $N=2500$ ) para a fase de estimação e as amostras 2501 a 4000, para a fase de validação do modelo nebuloso de *TS*. Os dados de entrada e a saída do trocador de calor são apresentados na Fig. 2.



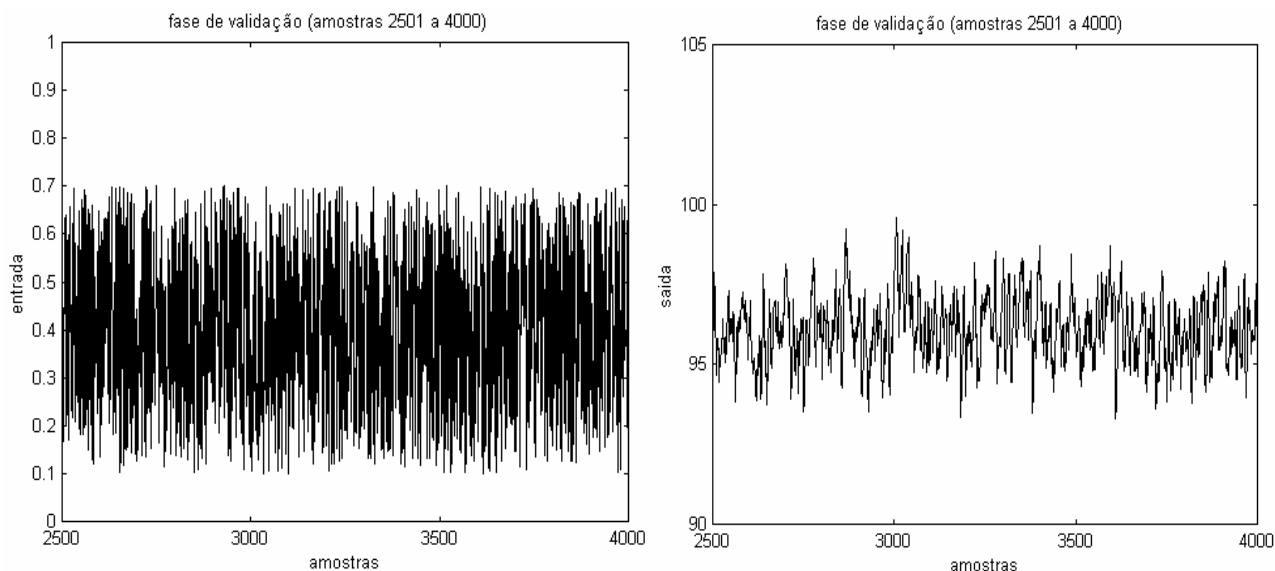


Figura 2. Dados de entrada e saída do trocador de calor a serem usados nas fases de estimação e validação do modelo nebuloso de *TS*.

O procedimento de análise dos resultados obtidos na identificação não-linear do secador é dividido nas seguintes etapas: (i) obtenção dos dados do sistema dinâmico (dados de entrada e saída do estudo de caso), (ii) escolha da estrutura utilizada para representar o modelo nebuloso de *TS*, (iii) determinação de um procedimento de otimização adequado para o tratamento do modelo do processo, (iv) estimação dos parâmetros do modelo matemático (*fase de estimação*), e (v) validação do modelo matemático obtido (*fase de validação ou de testes*).

O critério de desempenho avaliado para o sistema dinâmico a ser identificado é o coeficiente de correlação múltipla,  $R^2$ , entre a saída real,  $y(t)$ , e a saída estimada,  $\hat{y}(t)$ , dado por

$$R_s^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (y_s(t) - \hat{y}_s(t))^2}{\sum_{t=1}^N (y_s(t) - \bar{y}_s)^2}, \quad (15)$$

onde  $s$  identifica qual saída do processo está sendo avaliada,  $i=1, \dots, ns$  (neste artigo,  $ns=1$ ),  $y(t)$  é a saída do processo,  $\bar{y}$  é a média das  $N$  amostras medidas para a saída do processo. Quando o valor de  $R_s^2$  é igual a 1,0 indica uma adequação exata do modelo para os dados medidos do processo. O valor de  $R_s^2$  entre 0,9 e 1,0 é considerado suficiente para aplicações práticas, em sistemas de controle (Schaible *et al.*, 1997).

#### 4. Análise dos resultados

Um dos modelos mais utilizados para identificação é o *Auto Regressive with eXogenous input nonlinear (NARX)* (Ljung & Soderström, 1983). Na configuração discreta no tempo, o modelo *NARX* para  $i$  entrada(s) e  $j$  saída(s), onde  $i=1, \dots, n_i$  e  $j=1, \dots, n_j$ , pode ser escrito como

$$y_s(t) = f(y_i(t-1), \dots, y_i(t-n_{y_i}), u_j(t-\tau), \dots, u_j(t-\tau-n_{u_j})), \quad (16)$$

onde  $f(\cdot)$  é uma função de transição não-linear,  $y_i(t-1), \dots, y_i(t-n_{y_i}), u_j(t-\tau), \dots, u_j(t-\tau-n_{u_j})$  são as saídas e entradas,  $\tau$  é o atraso de transporte (*time delay*) do sinal de entrada,  $s$  é o número de saídas do modelo com  $s=1, \dots, ns$ ; e  $n_{y_i}$  e  $n_{u_j}$  são respectivamente as ordens dos modelos de saída(s) e entrada(s). A tarefa principal da identificação do sistema é determinar a melhor aproximação  $\hat{f}(\cdot)$  para uma função não linear desconhecida  $f(\cdot)$ .

Neste artigo, um sistema nebuloso de *TS* do tipo *NARX* em configuração *MISO (Multiple Inputs Single Output)* série-paralelo com  $n_j > 1$  entradas e  $ns=1$  foi avaliado. Neste caso, as entradas testadas foram a taxa de fluxo de fluido

no instante  $t$  e  $t-1$  e a temperatura do fluido no instante  $t$  e  $t-1$ , e a saída é a temperatura estimada para o fluido de saída no instante  $t+1$ , ou seja,  $\hat{y}(t+1)$ , conforme apresentado na Fig. 3 foi adotado.

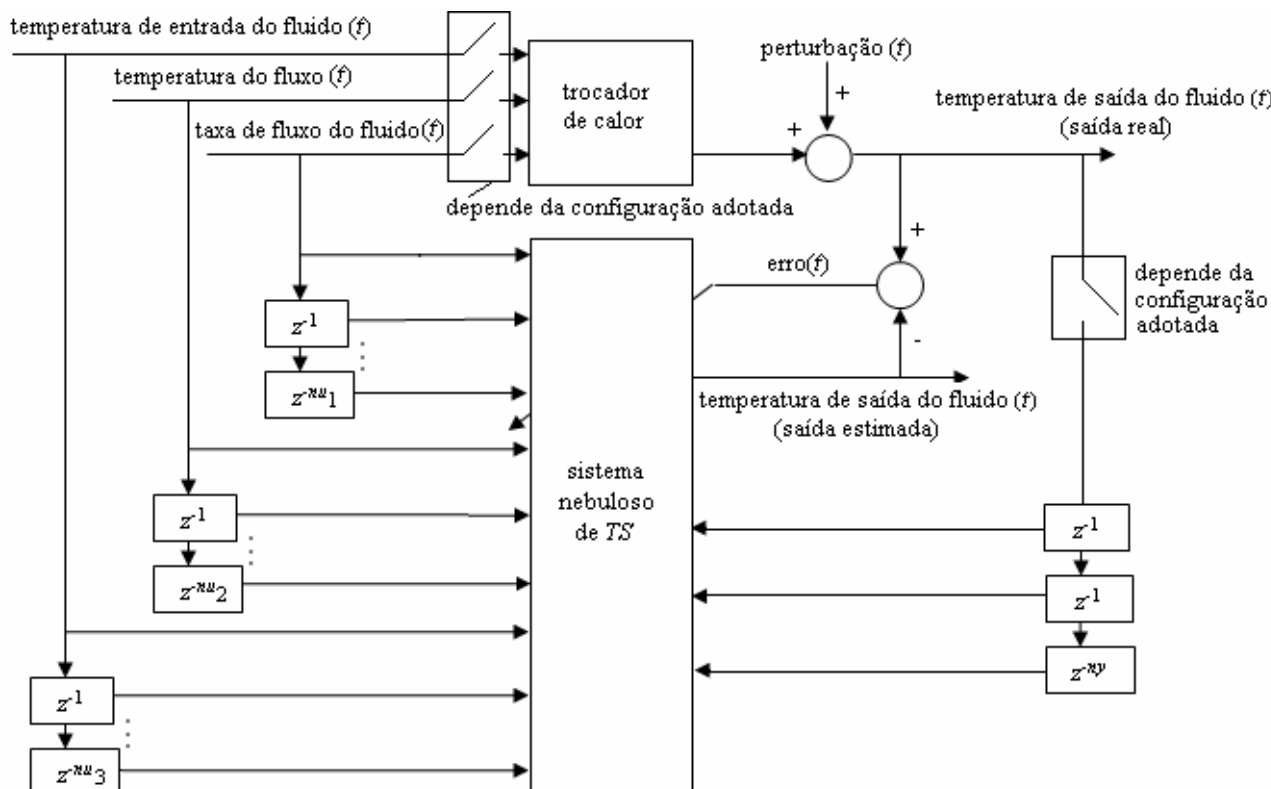


Figura 3. Possíveis configurações de um sistema nebuloso de TS (do tipo NARX e série-paralelo) na identificação do trocador de calor.

Nas Tabs. 1 e 4 são apresentados os resultados obtidos para a identificação do secador industrial para as fases de estimação e validação, respectivamente. Nestas tabelas, adotou-se  $fp$  para designar o número de funções de pertinência (funções de base Gaussianas) adotadas para cada variável de entrada do sistema nebuloso e o erro médio entre a saída real e a estimada é denotado por  $\bar{e}_s, s = 1, \dots, ns$ . Neste estudo adotou-se um número de  $fp$  (Gaussianas) iguais para cada entrada do sistema nebuloso.

Tabela 1: Resultados da identificação do trocador de calor ( $s=1$ ) usando sistema nebuloso de TS para 2 entradas, isto é entradas de taxa de fluxo no instante  $t$  e temperatura do fluido de saída no instante  $t$  e saída no instante  $t+1$ .

$fp$	fase de estimação		fase de validação		$mopf = 445450647$ $opf_n = opf / mopf$
	$R_1^2$	$\bar{e}_1$	$R_1^2$	$\bar{e}_1$	
3	0,9171	$1,1208 \times 10^{-4}$	0,5804	0,1179	0,1994
4	0,9442	$-1,6620 \times 10^{-5}$	0,7364	-0,0129	0,2754
5	0,9545	$-2,8690 \times 10^{-5}$	0,7554	0,0062	0,3615
6	0,9546	$-3,8076 \times 10^{-5}$	0,7531	-0,0058	0,4957
7	0,9548	$-1,0339 \times 10^{-5}$	0,7554	-0,0065	0,9879
8	0,9542	$5,5268 \times 10^{-6}$	0,7523	-0,0070	0,9126
9	0,9546	$-3,9014 \times 10^{-5}$	0,7543	-0,0061	0,9428
10	0,9547	$-4,3413 \times 10^{-5}$	0,7551	-0,0056	0,9954
11	0,9549	$-1,4932 \times 10^{-5}$	0,7552	-0,0062	1,0000

Tabela 2: Resultados da identificação do trocador de calor ( $s=1$ ) usando sistema nebuloso de  $TS$  para 3 entradas, isto é entradas de taxa de fluxo no instante  $t$  e  $t-1$  e temperatura do fluido de saída no instante  $t$ , e saída no instante  $t+1$ .

$f\hat{p}$	fase de estimação		fase de validação		$mopf = 743787318$ $opf_n = opf / mopf$
	$R_1^2$	$\bar{e}_1$	$R_1^2$	$\bar{e}_1$	
3	0,9192	$2,000 \times 10^{-4}$	0,5938	0,1173	0,1173
4	0,9732	$1,3890 \times 10^{-4}$	0,8721	-0,0317	0,2469
5	0,9634	$5,8992 \times 10^{-5}$	0,8245	-0,0088	0,3386
6	0,9735	$-2,1525 \times 10^{-5}$	0,8780	-0,0222	0,4126
7	<b>0,9838</b>	<b><math>6,1905 \times 10^{-5}</math></b>	<b>0,9053</b>	<b>-0,0099</b>	<b>0,4105</b>
8	0,9795	$7,1208 \times 10^{-5}$	0,8982	-0,0142	0,5717
9	<b>0,9832</b>	<b><math>3,9147 \times 10^{-5}</math></b>	<b>0,9026</b>	<b>-0,0163</b>	<b>0,6332</b>
<b>10</b>	<b>0,9836</b>	<b><math>1,3038 \times 10^{-5}</math></b>	<b>0,9106</b>	<b>-0,0121</b>	<b>0,7069</b>
11	0,9816	$5,2723 \times 10^{-5}$	0,8926	-0,0068	1,000

Tabela 3: Resultados da identificação do trocador de calor ( $s=1$ ) usando sistema nebuloso de  $TS$  para 3 entradas, isto é entradas de taxa de fluxo no instante  $t$  e temperatura do fluido de saída no instante  $t$  e  $t-1$ , e saída no instante  $t+1$ .

$f\hat{p}$	fase de estimação		fase de validação		$mopf = 545786169$ $opf_n = opf / mopf$
	$R_1^2$	$\bar{e}_1$	$R_1^2$	$\bar{e}_1$	
3	0,8902	$7,0321 \times 10^{-4}$	0,5722	0,0672	0,2490
4	0,9462	$4,7737 \times 10^{-4}$	0,7313	-0,0098	0,3136
5	0,9293	$5,1507 \times 10^{-4}$	0,6821	0,0440	0,5160
6	0,9406	$4,2795 \times 10^{-4}$	0,7141	-0,0234	0,3984
7	0,9540	$4,1126 \times 10^{-4}$	0,7428	-0,0058	0,5318
8	0,9560	$4,6566 \times 10^{-4}$	0,7560	-0,0056	0,7551
9	0,9564	$4,6938 \times 10^{-4}$	0,7592	-0,0025	0,9548
10	0,9565	$4,8906 \times 10^{-4}$	0,7604	-0,0015	0,9868
11	0,9564	$4,8432 \times 10^{-4}$	0,7604	-0,0022	1,0000

Tabela 4: Resultados da identificação do trocador de calor ( $s=1$ ) usando sistema nebuloso de  $TS$  para 4 entradas, isto é entradas de taxa de fluxo no instante  $t$  e  $t-1$  e temperatura do fluido de saída no instante  $t$  e  $t-1$ , e saída no instante  $t+1$ .

$f\hat{p}$	fase de estimação		fase de validação		$mopf = 886181865$ $opf_n = opf / mopf$
	$R_1^2$	$\bar{e}_1$	$R_1^2$	$\bar{e}_1$	
3	0,8894	$6,0774 \times 10^{-4}$	0,4992	0,1256	0,1756
4	0,9052	$6,7754 \times 10^{-4}$	0,5422	0,0792	0,1716
5	0,9520	$4,7489 \times 10^{-4}$	0,7421	0,0256	0,2259
6	0,9551	$4,8514 \times 10^{-4}$	0,7566	-0,0023	0,4590
7	0,9543	$4,7488 \times 10^{-4}$	0,7556	0,0044	0,9580
8	0,9549	$4,7489 \times 10^{-4}$	0,7509	0,0012	0,7870
9	0,9555	$4,4548 \times 10^{-4}$	0,7605	-0,0021	0,6800
10	0,9563	$4,5551 \times 10^{-4}$	0,7608	-0,0085	0,9188
11	0,9564	$54,7867 \times 10^{-4}$	0,7606	-0,0046	1,0000

Nota-se que os resultados na fase de estimação foram aceitáveis quando pelo menos 7 funções de pertinência e 3 entradas foram usadas no modelo nebuloso  $TS$ . Entretanto, na fase da validação foi obtido um valor aceitável de  $R_1^2$  (ver Tab. 2), exceto para  $f\hat{p} < 7$ , que o valor ficou bastante próximo de 0,9. O melhor resultado foi para  $f\hat{p}=10$  (Tab. 2) onde obteve-se  $R_1^2 = 0,9836$  (fase de estimação) e  $R_1^2 = 0,9106$  (fase de validação). Os resultados apresentados nas Tabs. 1, 3 e 4 foram promissores quando da fase de estimação, mas ficaram a quem do esperado na fase de validação.

Nota-se que na fase de validação dos resultados os coeficientes de correlação múltipla,  $R_1^2$ , para quase todas as variações de parâmetros do sistema nebuloso ficaram abaixo dos valores considerados suficientes para aplicações práticas. No entanto, observa-se a grande influência da escolha das entradas do sistema nebuloso no desempenho da fase de validação, pois somente no caso da Tab. 2 que 3 ajustes dos 9 avaliados foram com  $R_1^2 > 0,9$ .



Entretanto, os resultados obtidos neste estudo de caso dão uma boa noção da eficiência do sistema nebuloso de *TS* na previsão do comportamento dinâmico de processos não-lineares. Nota-se também que a precisão de previsão e a simplicidade do modelo são conceitos conflitantes. Quanto mais parâmetros um modelo possui, mais precisamente ele reproduz a relação de entrada-saída, mas menos interpretável ele se torna para o projetista.

Na Fig. 2 é apresentado o resultado da identificação nebulosa usando  $fp=7$  na saída real, saída estimada e sinal de erro. No caso de  $fp=7$  obteve-se um melhor balanço entre a complexidade do modelo nebuloso (número de variáveis a serem otimizadas) e os valores de  $R_1^2$  obtidos tanto para estimação quanto validação. Na Fig. 4 é apresentado o melhor resultado obtido baseando-se na informação de  $R_1^2$  (estimação e validação) e complexidade computacional para otimização do modelo nebuloso de *TS*, resultado para 3 entradas (ver Tab. 2) com  $fp = 10$ .

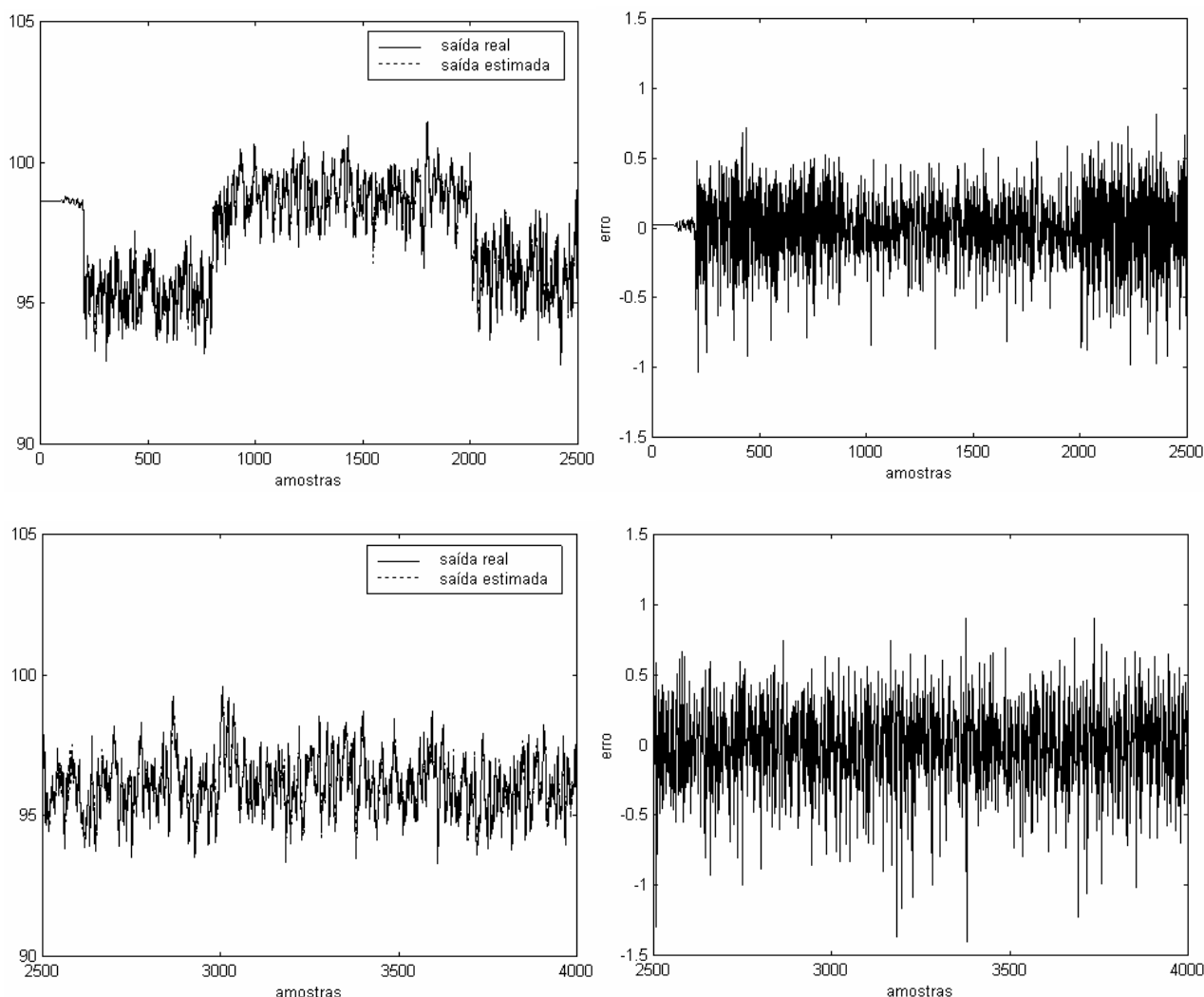


Figura 4. Melhor resultado da identificação com o modelo nebuloso de *TS*.

## 5. Conclusão

A identificação de sistemas não-lineares é uma tarefa, na maior parte das vezes, complexa. Para este propósito os modelos nebulosos de *TS* têm sido investigados na literatura, pois são aproximadores universais e possuem boas características de interpolação.

No contexto deste artigo foi explorado um conjunto de dados de entrada e saída de um trocador de calor para identificação de um modelo nebuloso não-linear que represente o seu comportamento dinâmico. Com um procedimento de identificação em duas etapas foi obtido um modelo nebuloso de *TS*. O método de clusterização de Gustafson-Kessel foi utilizado para otimização da premissa das regras nebulosas na primeira etapa. Na segunda etapa, o problema de otimização de um modelo nebuloso para representar o sistema não-linear é reduzido a identificação de sub-sistemas lineares definido sobre um sub-espaço de entrada nebulosa. O algoritmo dos mínimos quadrados em batelada foi então

empregado para identificar o conseqüente das regras nebulosas (problema linear nos parâmetros) para modelar o comportamento de entrada-saída do trocador de calor.

Outro detalhe a mencionar é que os modelos nebulosos de *TS* são formados por regras lógicas por uma parte nebulosa antecedente e um conseqüente funcional. Entretanto, nos modelos de *TS* a representação do conhecimento caracteriza-se pelo potencial de expressar informações quantitativas, entretanto, nestes modelos perde-se a informação qualitativa que é presente em outros modelos nebulosos como os modelos de Mamdani.

Os resultados obtidos e apresentados neste artigo foram precisos e consistentes para a fase de estimação quando da aplicação do modelo nebuloso de *TS* em um estudo de caso de identificação não-linear de um trocador de calor, tais resultados foram apresentados na seção 4. Entretanto, na fase de validação dos resultados os coeficientes de correlação múltipla,  $R_1^2$ , apenas 3 ajustes das 36 tentativas de ajustes apresentaram  $R_1^2 > 0,9$ . Neste contexto, um critério que pode ser adotado é aceitar resultados de identificação quando na fase de estimação  $R_1^2 > 0,9832$  para garantir que na fase de validação sejam obtidos  $R_1^2 > 0,9$ .

Os modelos usados na identificação baseados em sistema nebuloso de *TS* distinguem-se pelo tipo de entrada utilizada. No modelo série-paralelo, as saídas (reais) do sistema a ser identificado são utilizadas como entradas para o modelo nebuloso, enquanto no modelo paralelo, as saídas (estimadas) do modelo nebuloso são utilizadas como entrada para o próprio modelo nebuloso de *TS* com os devidos atrasos inseridos (Narendra & Parthasarathy, 1990, Van Gorp, 2000). Um aspecto relevante a comentar é que o modelo de sistema nebuloso adotado nas simulações é o série-paralelo dinâmico (Bernd *et al.*, 1999). Este foi escolhido pelas vantagens que oferece em relação ao modelo paralelo, entre as quais (Nelles, 1995):

- estabilidade garantida no procedimento de aprendizado (treinamento) do sistema nebuloso;
- parâmetros podem ser estimados por técnicas de otimização linear, se os parâmetros influenciam a(s) saída(s) do modelo de uma maneira linear;
- adaptação de parâmetros com técnicas de otimização baseadas em informação do gradiente é facilmente calculado.

As futuras pesquisas visarão: (i) o estudo de funções de auto-correlação e correlação cruzada para auxílio no estudo do projeto dos regressores a serem usados em procedimentos de identificação, (ii) a utilização de métodos hierárquicos de projeto que auxiliem no projeto de quais variáveis serão utilizadas como entrada do sistema nebuloso, e (iii) o projeto de métodos de otimização de busca local com múltiplos objetivos. Estas pesquisas vislumbram a obtenção de topologias de sistemas nebulosos de *TS* com resultados mais precisos para a fase de validação (generalização) em aplicações de identificação não-linear.

## 6. Referências

- Ahmad, M., Zhang, L. and Readle, J. C., 1998, "Parameter Estimation of a Heating System Using a Genetic Algorithm", UKACC International Conference on Control, pp. 195-200.
- Ballé, P., Nelles, O. and Füssel, 1997, "Fault Detection for Nonlinear Processes Based on Local Linear Fuzzy Models in Parallel and Series-Parallel Mode", Proceedings of 4th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes.
- Bernd, T., Kleutges, M. and Kroll, A., 1999, "Nonlinear Black Box Modeling — Fuzzy Networks versus Neural Networks", Neural Computing & Applications, Vol. 8, pp. 151-162.
- Bittanti, S. and Piroddi, L., 1996, "Nonlinear Identification and Control of a Heat Exchanger: a Neural Network Approach", Journal of the Franklin Institute, Vol. 334B, No. 1, pp. 135-153.
- Chuang, C. C., Su, S.-F. and Chen, S. -S., 2001, "Robust TSK Fuzzy Modeling for Function Approximation with Outliers", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 9, No. 6, pp. 810-821.
- Daisy, 2004, *Database for the Identification of Systems*, <http://www.esat.kuleuven.ac.be/sista/daisy/> acesso em 04/03/2004.
- Farghal, S. A., Kandil, M. S. and Elmitwally, A., 2002, "Quantifying Electric Power Quality via Fuzzy Modelling and Analytic Hierarchy Processing", IEE Proceedings-Electric Power Applications, Vol. 149, No. 1, pp. 44-49.
- Foss, B. A., Lohmann, B. and Marquardt, W., 1998, "A Field Study of the Industrial Modeling Process", Journal of Process Control, Vol. 8, Nos. 5-6, pp. 325-338.
- Golob, M. and Tovornik, B., 2000, "Identification of Non-linear Dynamic Systems with Decomposed Fuzzy Models", Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Nashville, USA, pp. 3520-3525.
- Gustafson, D. E. and Kessel, W. C., 1979, "Fuzzy Clustering with a Fuzzy Covariance Matrix", Proceedings of IEEE Conference on Control and Decision, San Diego, CA, USA, pp. 761-766.
- Hojati, M. and Gazor, S., 2002, "Hybrid Adaptive Fuzzy Identification and Control of Nonlinear Systems", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 10, No. 2, pp. 198-210.
- Jang, J. -S. R. and Sun, C. -T., 1995, Neuro-fuzzy modeling and control, Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No. 3, pp. 378-406.

- Laukonen, E. G., Passino, K. M., Krishnaswami, V., Luh, G. C. and Rizzoni, G. C., 1995, "Fault Detection and Isolation for an Experiment Internal Combustion Engine via Fuzzy Identification", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 3, No. 3, pp. 347-355.
- Ljung, L. and Soderström, T., 1983, "Theory and Practice of Recursive Identification", The MIT Press, London.
- Narendra, K. and Parthasarathy, K., 1990, "Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks", *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 1, No. 1, pp. 4-27.
- Nelles, O., 1995, "On Training Radial Basis Function Networks as Series-Parallel and Parallel Models for Identification of Nonlinear Dynamic Systems", *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Vancouver, Canada, pp. 4609-4614.
- Nounou, H. N. and Passino, K., 1999, "Fuzzy Model Predictive Control: Techniques, Stability, Issues, and examples", *Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control/Intelligent Systems and Semiotics*, Cambridge, MA, USA, pp. 423-428.
- Park, B. A., Pedrycz, W. and Oh, S. -K., 2001, "Identification of Fuzzy Models with the Aid of Evolutionary Data Granulation", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Vol. 148, No. 5, pp. 404-416.
- Pedrycz, W., 1984, "Identification Algorithm in Fuzzy Relational Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 13, pp. 153-167.
- Pomares, H., Rojas, I., Gonzalez, J. and Prieto, A., 2002, "Structure Identification in Complete Rule-based Fuzzy Systems", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 10, No. 3, pp. 349-359.
- Schaible, B., Xie, H. and Lee, Y. C., 1997, "Fuzzy logic Models for Ranking Process Effects", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 545-556.
- Sugeno, M. and Kang, G. T., 1988, "Structure Identification of Fuzzy Model", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 28, pp. 15-33.
- Takagi, T. and Sugeno, M., 1985, "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 15, No. 1, pp. 116-132.
- Tan, Y., Dang, X., Liang, F. and Su, S. -Y., 2000, "Dynamic Wavelet Neural Network for Nonlinear Dynamic System Identification", *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*, Anchorage, AL, USA, pp. 214-219.
- Tay, T. -T. and Tan, S. W., 1997, "Fuzzy System as Parameter Estimator of Nonlinear Dynamic Function", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part B: Cybernetics*, Vol. 27, No. 2, pp. 313-325.
- Van Gorp, J., 2000, "Nonlinear Identification with Neural Networks and Fuzzy Logic", Thesis, Vrije Universiteit Brussel, Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Brussel, Belgium.
- Wu, A. and Tam, P. K. S., 1999, "A Simplified Model of Fuzzy Inference System Constructed by Using RBF Neurons", *Proceedings of IEEE International on Fuzzy Systems Conference*, Vol. 1, Seoul, Korea, pp. 50-54, 1999.
- Xie, W. F. and Rad, A. B., 1999, "Fuzzy On-line Identification of SISO Nonlinear Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 107, pp. 323-334.
- Ying, H., 1998, "General SISO Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Linear Rule Consequent are Universal Approximators", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 4, pp. 582-587.
- Zadeh, L. A., 1965, "Fuzzy Sets", *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338-353.

## **CONCEPTION OF TAKAGI-SUGENO FUZZY SYSTEM APPLIED TO IDENTIFICATION OF A HEAT EXCHANGER**

Leandro dos Santos Coelho  
Pontificia Universidade Católica do Paraná  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas (PPGEPS)  
Rua Imaculada Conceição, 1155 — Bairro Prado Velho — Curitiba — PR, Brazil  
leandro.coelho@pucpr.br

Viviana Cocco Mariani  
Pontificia Universidade Católica do Paraná  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM)  
Rua Imaculada Conceição, 1155 — Bairro Prado Velho — Curitiba — PR, Brazil  
viviana.mariani@pucpr.br

### **Abstract**

The identification of nonlinear systems is a challenging problem in chemical industries. This paper presents a Takagi-Sugeno fuzzy model to represent nonlinear dynamical systems using clustering of Gustafson-Kessel and pseudo-inverse algorithm. The simulation results show the applicability and potentialities of Takagi-Sugeno fuzzy model for identification of a heat exchanger.

**Keywords:** thermal systems, nonlinear identification, fuzzy systems, optimization.