

SOLUÇÃO ANALÍTICA APROXIMADA PARA CONVECÇÃO FORÇADA LAMINAR TRANSIENTE DE FLUIDO NÃO-NEWTONIANO COM ENTRADA PERIÓDICA

Jacques Cesar dos Santos

(*) Laboratório de Energia Solar(LES) da UFPB, Cidade Universitária -Campus I, 58059-900, João Pessoa/PB

e-mail: jacquescesarsantos@ig.com.br

Jean Pierre Veronese

(*), e-mail: jpveronese@ig.com.br

Carlos A. Cabral dos Santos

(*), e-mail: cabral@les.ufpb.br

Romberg Rodrigues Gondim

(*), e-mail: romberg@les.ufpb.br

Resumo. Uma solução analítica aproximada, de baixo custo computacional, é apresentada para a convecção forçada transiente de fluido não-newtoniano em canais de placas planas paralelas submetido à condição de entrada periódica. A Técnica da Expansão em Autofunções é usada aliada a Transformada Clássica de Laplace para encontrar a solução analítica para um escoamento hidrodinamicamente desenvolvido e em desenvolvimento térmico, com uma função periódica na condição de entrada e condição de contorno do 3º tipo na parede. A solução apresentada permite uma análise apurada em todo o domínio para diferentes tempos.

Palavras-chave: Analítica, Convecção, Expansão em Autofunções, Não-Newtoniano.

1. Introdução

O estudo dos fenômenos relativos a transferência de calor na convecção forçada interna tem sido realizado, essencialmente, para atender a uma necessidade prática, uma vez que a maioria das soluções encontradas para este tipo de fenômeno, notadamente, na região de entrada térmica e desenvolvimento simultâneo, podem ser úteis no projeto de dispositivos térmicos de melhor desempenho. Portanto, componentes eletrônicos, condensadores, evaporadores, trocadores de calor, entre outros, são exemplos da possível utilização. Com a crescente miniaturização e a necessidade de otimização destes equipamentos, tem se tornado uma necessidade mundial. Assim, a motivação do estudo deixa de ser um exercício puramente acadêmico, em decorrência do crescimento da sua importância prática nos diversos processos industriais e em outros segmentos da economia, onde os fluidos apresentam comportamento Não-Newtoniano. Exemplos típicos de substâncias com este comportamento são: suspensão de sólidos em líquidos, polímeros, plásticos, petróleo, fluidos biológicos e farmacêuticos. Notadamente em diversas áreas da engenharia, tais como engenharia nuclear, espacial, petroquímica, entre outros.

Um outro fator importante neste estudo é a crescente busca de soluções exatas e de referência para problemas de engenharia, cada vez mais complexos em intervalos de tempo curtos. Por esta razão, a abordagem teórica vem ganhando espaço sobre a experimentação e os métodos analíticos tradicionais. Isto ocorre, primeiro porque a experimentação é geralmente demorada, além do fato de ser muito dispendiosa, pois para cada experiência tem-se novos gastos tais como a utilização e aferição de novos equipamentos para adaptação da nova situação no problema em análise; segundo porque os métodos analíticos tradicionais apresentam certas limitações, onde as dificuldades matemáticas são reduzidas através de simplificações, que por vezes tornam os modelos muito distantes da realidade física, possuindo assim utilidade do ponto de vista acadêmico ou didático, mas raramente de aplicação prática. Com o desenvolvimento dos computadores digitais com velocidades de processamento cada vez maiores, tem-se avançado bastante na simulação de problemas em mecânica dos fluidos e transferência de calor, minimizando o tempo de trabalho e possibilitando assim um menor custo.

Utilizou-se a Expansão em Autofunções, que é um método de fácil manuseio e que pode apresentar soluções completamente analíticas, ou para casos de maior complexidade apresenta soluções híbridas, analítico-numéricas, onde se tem um controle preestabelecido sobre o erro, aliada a Transformada Clássica de Laplace. A idéia básica consiste na transformação de um sistema de equações diferenciais parciais em um sistema de equações diferenciais ordinárias, através da eliminação de dependências direcionais, com a vantagem de produzir uma solução analítica aproximada mais econômica em relação aos métodos numéricos, além de não necessitar da geração de malha e permitir ainda o acompanhamento e a variação dos parâmetros de interesse práticos determinantes presentes na solução.

2. Formulação do Problema

O problema físico considerado consiste de um escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido no interior de um duto de placas planas paralelas, submetido à convecção forçada, com temperatura de entrada periódica, como ilustrado na Fig. 1. O sistema em estudo é constituído por um canal de placas paralelas infinitas na largura, de comprimento L , no interior do qual escoam um fluido não-newtoniano. O sistema assim definido está inicialmente em equilíbrio térmico a uma temperatura T_0 . É então provocada uma perturbação na temperatura de entrada do fluido, sendo essa perturbação uma função generalizada do tipo $G(t)$, tendo como distribuição ao longo da entrada uma função $\Delta T(y^*)$. O sistema possui uma condição de contorno com convecção na parede do canal. As paredes são sólidas e impermeáveis. O escoamento ocorre na direção x , sendo simétrico em relação à y , conforme esta representada na Fig. 1. O escoamento em estudo é considerado incompressível, com propriedades constantes, desprezam-se os efeitos da dissipação viscosa, e a variação temporal da temperatura de entrada é do tipo periódica.

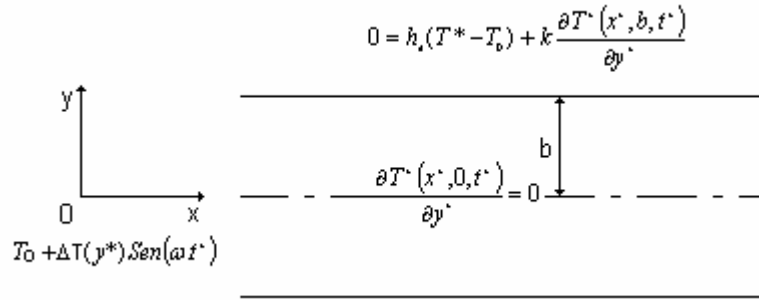


Figura 1. Representação Esquemática do Problema.

Para o problema proposto são considerados os seguintes grupos adimensionais:

$$x = \frac{\alpha x^*}{\bar{u} b^2}; \quad y = \frac{y^*}{b}; \quad u = \frac{u^*}{\bar{u}}; \quad \theta = \frac{T^* - T_0}{\Delta T_e}; \quad \Omega = \frac{\omega b^2}{\alpha}; \quad Bi = \frac{h_e b}{k}; \quad t = \frac{\alpha t^*}{b^2};$$

$$\Delta T(y) = \frac{\Delta T(y^*)}{\Delta T_e} \quad (1.1)$$

Com a utilização dos grupos adimensionais, o problema pode ser representado pela equação da energia, e suas condições de contorno e de entrada como:

$$\frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial t} + u(y) \frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta(x, y, t)}{\partial y^2}, \quad 0 < y < 1, x > 0, t > 0 \quad (1.2.a)$$

$$\theta(x, y, 0) = 0, \quad x \geq 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (1.2.b)$$

$$\theta(0, y, t) = \Delta T(y) \text{Sen}(\Omega t), \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (1.2.c)$$

$$\frac{\partial \theta(x, 0, t)}{\partial y} = 0, \quad t > 0, \quad x \geq 0 \quad (1.2.d)$$

$$Bi \theta(x, 1, t) + \frac{\partial \theta(x, 1, t)}{\partial y} = 0, \quad t > 0, \quad x \geq 0 \quad (1.2.e)$$

$$\theta(\infty, y, t) = 0, \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (1.2.f)$$

Segundo Mikhailov (1984), o perfil de velocidade adimensional Não-Newtoniano em Lei de Potência é dado por:

$$u(y) = \frac{1+2c}{1+c} \left(1 - y^{\frac{1+c}{c}}\right) \text{ para o escoamento completamente desenvolvido;} \quad (1.2.g)$$

Onde c é um parâmetro do modelo, segundo Mikhailov (1984), c é igual a 1 para fluido newtoniano.

3. Metodologia de Solução

Seguindo os passos apresentados por Gondim(1997), aplica-se a Transformada Clássica de Laplace sobre a variável tempo no sistema de Eqs. 1.2.a-f, obtendo-se :

$$s\tilde{\theta}(x,y) + u(y)\frac{\partial\tilde{\theta}(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial^2\tilde{\theta}(x,y)}{\partial y^2}, \quad 0 < y < 1, x > 0, t > 0 \quad (2.1.a)$$

$$\tilde{\theta}(0,y) = \Delta T(y) \frac{\Omega}{s^2 + \Omega^2}, \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (2.1.b)$$

$$\frac{\partial\tilde{\theta}(x,0)}{\partial y} = 0, \quad t > 0, \quad x \geq 0 \quad (2.1.c)$$

$$Bi\tilde{\theta}(x,1) + \frac{\partial\tilde{\theta}(x,1)}{\partial y} = 0, \quad t > 0, \quad x \geq 0 \quad (2.1.d)$$

$$\tilde{\theta}(\infty, y) = 0, \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (2.1.e)$$

Onde $\tilde{\theta}(x, y)$ é a transformada de Laplace do potencial $\theta(x, y, t)$.

3.1 Problema de Autovalor na Direção y

Como primeiro passo para resolver o problema Eqs. 2.1.a-e, usando a Expansão em Autofunções, define-se um problema de autovalor, na direção y:

$$\frac{d^2 Y_n(y)}{dy^2} + \beta_n^2 Y_n(y) = 0 \quad (2.2.a)$$

$$\frac{dY_n(0)}{dy} = 0 \quad (2.2.b)$$

$$BiY_n(1) + \frac{dY_n(1)}{dy} = 0 \quad (2.2.c)$$

Onde as autofunções são dadas por:

$$Y_n(y) = \cos(\beta_n y) \quad (2.2.d)$$

Os autovalores são obtidos da solução da equação transcendental:

$$Bi = \beta_n \tan(\beta_n) \quad (2.2.e)$$

A norma é dada por:

$$NY_n = \int_0^1 Y_n^2(y) dy = \frac{Bi^2 + \beta_n^2 + Bi}{2(Bi^2 + \beta_n^2)} \quad (2.2.f)$$

Termo (C)

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \sum_{m=1}^{nt} \tilde{Y}_m''(y) \bar{\theta}_m(x) dy \\ &= \sum_{m=1}^{nt} \bar{\theta}_m(x) \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) (-\beta_m^2 \tilde{Y}_m(y)) dy = -\beta_n^2 \bar{\theta}_n(x) \end{aligned} \quad (4.1.c)$$

O problema fica transformado no sistema diferencial ordinário:

$$s \bar{\theta}_n(x) + \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} \frac{\partial \bar{\theta}_m(x)}{\partial x} = -\beta_n^2 \bar{\theta}_n(x) \quad (5.1.a)$$

(A) (B) (C)

Aplicando o operador $\int_0^1 \tilde{Y}_n(y) dy$ na condição inicial, tem-se :

$$\bar{\theta}_n(0) = \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \Delta T(y) \frac{\Omega}{s^2 + \Omega^2} dy = \frac{\Omega}{s^2 + \Omega^2} \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \Delta T(y) dy \quad (5.1.b)$$

$$\bar{\theta}_n(\infty) = 0 \quad (5.1.c)$$

Onde o termo A_{nm} é dado por : $\int_0^1 \tilde{Y}_n(y) u(y) \tilde{Y}_m(y) dy$

4. Solução do Sistema de Equações Diferenciais Ordinário

Desprezando-se os termos não diagonais na Eq. 5.1.a, o sistema de equações é aproximado por:

$$s \bar{\theta}_n(x) + A_{nn} \frac{\partial \bar{\theta}_n(x)}{\partial x} = -\beta_n^2 \bar{\theta}_n(x) \quad (6.1.a)$$

$$\bar{\theta}_n(0) = \frac{\Omega}{s^2 + \Omega^2} \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \Delta T(y) dy \quad (6.1.b)$$

O sistema de equações diferenciais, ordinário desacoplado, Eqs. 6.1a-b, tem como solução:

$$\bar{\theta}_n(x) = \frac{\Omega}{s^2 + \Omega^2} \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \Delta T(y) dy \text{Exp}\left(\frac{-(\beta_n^2 + s)x}{A_{nn}}\right) \quad (7)$$

4.1 Recuperação do Potencial Original

Para a recuperação do potencial original, inicialmente substitui-se Eq. 7 na Eq. 3.1.b, equação da Inversa, obtendo-se:

$$\tilde{\theta}(x, y) = \sum_{n=1}^{nt} \tilde{Y}_n(y) \frac{\Omega}{s^2 + \Omega^2} \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \Delta T(y) dy \text{Exp}\left(\frac{-(\beta_n^2 + s)x}{A_{nn}}\right) \quad (8)$$

Observando-se que o potencial original é dado pela inversão da Transformada Clássica de Laplace da Eq. 8. Aplica-se este procedimento matemático, o que pode ser efetivamente simplificado pelo emprego de um programa de computador que execute a manipulação simbólica, obtendo-se:

$$\theta(x, y, t)_A = \sum_{n=1}^{nt} \tilde{Y}_n(y) \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \Delta T(y) dy \text{Sen}\left(\left(t - \frac{x}{A_{nn}}\right)\Omega\right) \text{Exp}\left(-\frac{\beta_n^2 x}{A_{nn}}\right) U\left(t - \frac{x}{A_{nn}}\right) \quad (9)$$

Esta equação é a solução analítica aproximada do sistema de equações diferenciais do problema Eqs. 1.2.a-f onde o termo A_{nn} é dado por: $\int_0^1 \tilde{Y}_n(y) u(y) \tilde{Y}_n(y) dy$, e nt é o numero de termos no somatório.

5. Resultados e Discussão

Com o intuito de avaliar, a presente solução é testada através da convergência, e comparada com resultados apresentados por Cheroto (1998). Os resultados são mostrados na Tab. 1, que representa a convergência da solução analítica.

Tabela 1. Comparação da temperatura ao longo da linha central entre o presente trabalho e Cheroto(1998), para: $Bi=10^5$, $\Omega = 0.06491$, $F(y)=1-y^2$, $t=24.1996$, $y=0$, $c=1$.

x/nt	1 termo	2 termos	3 termos	5 termos	7 termos	9 termos	Cheroto(1998)
0.01	1.0127	0.9818	0.9863	0.9856	0.9856	0.9856	0.9866
0.1	0.85411	0.8496	0.8496	0.8496	0.8496	0.8496	0.8562
0.5	0.40057	0.4005	0.4005	0.4005	0.4005	0.4005	0.4056
1	0.15537	0.1553	0.1553	0.1553	0.1553	0.1553	0.1580

Na Tab. 1 observa-se uma boa concordância entre os valores apresentados pela solução aproximada e os valores apresentados por Cheroto(1998), onde o perfil de velocidade é Newtoniano, o que indica que a solução analítica tem uma utilidade na estimativa de parâmetros de interesse práticos para o problema aqui estudado. A Tab. 2 apresenta uma estimativa da temperatura para a linha central do canal para uma faixa de valores do parâmetro c . Segundo Mikhailov (1984) $c=1/3$ indica um fluido pseudoplastico e $c=3$ indica um fluido dilatante, todos os cálculos foram efetuados com nove termos nas series. A Tab. 2 mostra a influencia do parâmetro c nos valores da temperatura ao longo da linha central, mostrando que quanto maior este número, menor a troca térmica ao longo do canal.

Tabela 2. Temperatura ao longo da linha central para: $Bi = 10^5$, $\Omega = 0.06491$, $\Delta T(y) = 1-y^2$, $t=24.1996$, $nt=9$, $y=0$.

X / c	1/3	1	3
0.1	0.8354	0.8496	0.8569
0.2	0.6831	0.7063	0.7184
0.3	0.5564	0.5848	0.6000
0.4	0.5428	0.4840	0.5008
0.5	0.3685	0.4005	0.4180
0.6	0.2999	0.3314	0.3488
0.7	0.2441	0.2742	0.2911
0.8	0.1986	0.2269	0.2429
0.9	0.1616	0.1877	0.2027
1	0.1315	0.1553	0.1692

A Tab. 3 apresenta uma estimativa da temperatura para a linha central do canal para uma faixa de valores do número de Biot, todos os cálculos foram efetuados com nove termos nas séries, mostrando que quanto maior este número, maior a troca térmica ao longo do canal.

Tabela 3. Temperatura ao longo da linha central para: $c=1/3$, $\Omega = 0.06491$, $\Delta T(y) = 1-y^2$, $t=24.1996$, $nt=9$, $y=0$.

X / Bi	10	50	100	1000	10⁵
0.1	0.8323	0.8353	0.8354	0.8354	0.8354
0.2	0.6960	0.6868	0.6850	0.6833	0.6831
0.3	0.5845	0.5633	0.5599	0.5567	0.5564
0.4	0.4913	0.4619	0.4574	0.4533	0.5428
0.5	0.4129	0.3786	0.3737	0.3691	0.3685
0.6	0.3471	0.3104	0.3052	0.3004	0.2999
0.7	0.2917	0.2544	0.2493	0.2446	0.2441
0.8	0.2452	0.2085	0.2036	0.1991	0.1986
0.9	0.2061	0.1709	0.1663	0.1621	0.1616
1	0.1732	0.1401	0.1358	0.1319	0.1315

A Tab. 4 apresenta uma estimativa da temperatura para a linha central do canal para uma faixa de valores do número de Biot, todos os cálculos foram efetuados com nove termos nas séries.

Tabela 4. Temperatura ao longo da linha central para: $c=1$, $\Omega = 0.06491$, $\Delta T(y) = 1-y^2$, $t=24.1996$, $nt=9$, $y=0$.

X / Bi	10	50	100	1000	10⁵
0.1	0.8421	0.8485	0.8491	0.8496	0.8496
0.2	0.7130	0.7086	0.7075	0.7064	0.7063
0.3	0.6061	0.5903	0.5877	0.5851	0.5848
0.4	0.5156	0.4916	0.4879	0.4844	0.4840
0.5	0.4387	0.4093	0.4050	0.4010	0.4005
0.6	0.3732	0.3408	0.3362	0.3319	0.3314
0.7	0.3175	0.2838	0.2791	0.2747	0.2742
0.8	0.2701	0.2363	0.2316	0.2274	0.2269
0.9	0.2298	0.1967	0.1923	0.1882	0.1877
1	0.1955	0.1638	0.1596	0.1558	0.1553

A Tab. 5 apresenta uma estimativa da temperatura para a linha central do canal para uma faixa de valores do numero de Biot, todos os cálculos foram efetuados com nove termos nas series.

Tabela 5. Temperatura ao longo da linha central para: $c=3$, $\Omega = 0.06491$, $\Delta T(y)= 1-y^2$, $t=24.1996$, $nt=9$, $y=0$.

X / Bi	10	50	100	1000	10⁵
0.1	0.8474	0.8553	0.8562	0.8568	0.8569
0.2	0.7219	0.7200	0.7193	0.7185	0.7184
0.3	0.6175	0.6046	0.6024	0.6002	0.6000
0.4	0.5286	0.5075	0.5042	0.5011	0.5008
0.5	0.4526	0.4260	0.4220	0.4184	0.4180
0.6	0.3874	0.3575	0.3532	0.3493	0.3488
0.7	0.3317	0.3001	0.2956	0.2915	0.2911
0.8	0.2839	0.2518	0.2474	0.2434	0.2429
0.9	0.2430	0.2114	0.2071	0.2031	0.2027
1	0.2080	0.1774	0.1733	0.1696	0.1692

A Tab. 6 apresenta uma estimativa da temperatura para a linha central do canal para uma faixa de valores do tempo, todos os cálculos foram efetuados com nove termos nas series.

Tabela 6. Temperatura ao longo da linha central para: $Bi = 10^5$, $c=1/3$, $\Omega = 0.06491$, $\Delta T(y)= 1-y^2$, $nt=9$, $y=0$.

X / t	0	6.0499	12.0998	18.1497	24.1996
0.1	0	0.3155	0.5875	0.7700	0.8354
0.2	0	0.2545	0.4778	0.6283	0.6831
0.3	0	0.2045	0.3870	0.5105	0.5564
0.4	0	0.1642	0.3133	0.4146	0.5428
0.5	0	0.1318	0.2535	0.3367	0.3685
0.6	0	0.1057	0.2052	0.2734	0.2999
0.7	0	0.0848	0.1660	0.2219	0.2441
0.8	0	0.0680	0.1343	0.1802	0.1986
0.9	0	0.0545	0.1087	0.1463	0.1616
1	0	0.0437	0.0879	0.1188	0.1315

A Tab. 7 apresenta uma estimativa da temperatura para a linha central do canal para uma faixa de valores do tempo, todos os cálculos foram efetuados com nove termos nas series.

Tabela 7. Temperatura ao longo da linha central para: $Bi = 10^5$, $c=3$, $\Omega = 0.06491$, $\Delta T(y) = 1-y^2$, $nt=9$, $y=0$.

X / t	0	6.0499	12.0998	18.1497	24.1996
0.1	0	0.3241	0.6030	0.7901	0.8569
0.2	0	0.2686	0.5031	0.6611	0.7184
0.3	0	0.2217	0.4182	0.5510	0.6000
0.4	0	0.1828	0.3474	0.4590	0.5008
0.5	0	0.1507	0.2885	0.3823	0.4180
0.6	0	0.1243	0.2369	0.3184	0.3488
0.7	0	0.1024	0.1990	0.2652	0.2911
0.8	0	0.0844	0.1652	0.2209	0.2429
0.9	0	0.0695	0.1372	0.1840	0.2027
1	0	0.0573	0.1139	0.1532	0.1692

6. Conclusão

O procedimento aqui desenvolvido mostrou ser útil no estudo da convecção forçada transiente de fluido não-newtoniano, em um canal de placas planas paralelas submetido a uma variação senoidal na temperatura de entrada, o que indica a validade deste procedimento na avaliação de parâmetros de interesse prático, tendo em vista, a facilidade apresentada pela solução final, representada por uma equação analítica, e a boa concordância com a literatura.

7. Referências Bibliográficas

- Boyce, W.E. e DiPrima, R.C., *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno*, Editora Guanabara, Rio de Janeiro, 1988.
- Cavalcante, F.F., *Convecção Forçada Transiente Interna com Entrada Periódica: Solução Via Transformada Integral*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, Brasil, Agosto 2000.
- Cheroto, S., *Analysis of Unsteady Forced Convection in Channels by Integral Transform Technique*, Doctor Thesis, University of Miami, Coral Gables, FL, USA, July 1998.
- Cotta, R. M.; "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press, Boca Raton, FL, EUA, 1993.
- Gondim, R.R., *Convecção Forçada Transiente Interna com Difusão Axial Solução Via Transformação Integral*, Tese, UFRJ/COPPE, Rio de Janeiro, Brasil, 1997.
- Li, W. and Kakaç, S., *Experimental and Theoretical Investigation of Unsteady Forced Convection in Ducts*, Ph. D. Dissertation, University of Miami, Coral Gables, FL, USA, 1990.
- Mikhailov, M. D. e Özisik, M.N.; "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion"; John Wiley, New York, 1984.
- Santos, J.C., "Análise Teórica de Convecção Forçada Laminar Transiente com Entrada Térmica Periódica", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brasil, Agosto 2002.
- Veronese, J.P., "Análise de Convecção Forçada Transiente em Canais de Placas Planas de Fluidos Não-Newtonianos Usando o Modelo Lei de Potencia", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brasil, Agosto 2002.

APPROXIMATE ANALYTIC SOLUTION FOR FORCED CONVECTION LAMINAR OF NON-NEWTONIAN FLUID WITH PERIODIC ENTRANCE

Jacques Cesar dos Santos

(*) Laboratório de Energia Solar(LES) da UFPB, Cidade Universitária -Campus I, 58059-900, João Pessoa/PB
e-mail: jacquescesarsantos@ig.com.br

Jean Pierre Veronese

(*), e-mail: jpveronese@ig.com.br

Carlos A. Cabral dos Santos

(*), e-mail: cabral@les.ufpb.br

Romberg Rodrigues Gondim

(*), e-mail: romberg@les.ufpb.br

Abstract: *A approximate analytic solution, of low computational cost, to the periodic transient forced convection of non-newtonian fluid in parallel plates channels is presented. The Expansion in Eigenfunctions Technique is used to find the analytic solution for a completely developed flow and in thermal development, with the use of a periodic function in the entrance condition and convection in the walls. The developed computational code allows a fast analysis for the problem, in all dominion, for different times.*

Key Words: *Convection, Expansion in Eigenfunctions, Non-Newtonian.*