

# UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO EM CAVIDADES CONTENDO MEIO PARTICIPANTE

Paper CIT04-205

## André Mauren

Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Rua Sarmento Leite, 425, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil.  
mauren@mecanica.ufrgs.br

## Paulo Otto Bayer

Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Rua Sarmento Leite, 425, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil  
Pob@mecanica.ufrgs.br

## Francis Henrique Ramos França

Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Rua Sarmento Leite, 425, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil.  
frfranca@mecanica.ufrgs.br

*Resumo. Em fornalhas industriais, a energia radiativa emitida e absorvida por gases é de extrema relevância. A grande maioria das fornalhas pode ser modelada como cavidade cinza contendo gás não-cinza em seu interior. Em geral, o método da zona é aplicado em conjunto com algum modelo de soma ponderada de gases cinzas. Para tanto, devem ser determinadas áreas de troca entre as zonas para cada gás cinza do somatório. Para determinadas geometrias simples, existem correlações para áreas de troca diretas, as quais podem ser utilizadas nos cálculos para a obtenção das áreas de troca totais. Entretanto, quando a cavidade apresenta geometria complexa, a determinação das áreas de troca diretas se torna difícil. Nesse caso, a utilização do método de Monte Carlo é vantajosa, pois possibilita tratar complexidades geométricas sem grandes complicações adicionais. O método de Monte Carlo foi, então, aplicado na determinação de áreas de troca totais em dois tipos de cavidades: cilíndricas e com geometria genérica formada a partir de combinações de cubos.*

*Palavras chave: troca radiativa, meio participante, método de Monte Carlo, modelamento de fornalhas.*

## 1. Introdução

Existem vários tipos de fornalhas industriais; muitas utilizam combustíveis gasosos, outras sólidos e há, também, as que queimam combustíveis líquidos. Dentre elas, as que funcionam a base de combustíveis gasosos são aquelas em que a parcela da energia radiativa emitida pelo gás contribui menos para o fluxo de calor total. Mesmo assim, na temperatura de funcionamento da maioria das fornalhas, os gases heteropolares, como CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, SO<sub>2</sub> e CO, emitem e absorvem o suficiente para fazer da transferência radiativa em meios participantes um importante modo de transferência de energia.

Em procedimentos de cálculo de transferência de calor por radiação, a grande maioria das fornalhas pode ser modelada como cavidade cinza contendo gás não-cinza em seu interior. Em geral, o método da zona, primeiro desenvolvido por Hottel (1967), é aplicado em conjunto com modelos de soma-ponderada-de-gases-cinzas. Os principais problemas que surgem são a determinação das propriedades radiativas do gás e a obtenção das áreas de troca totais entre as zonas. Para determinadas geometrias simples, existem correlações para áreas de troca diretas, as quais podem ser utilizadas nos cálculos para a obtenção das áreas de troca totais. Tucker (1986) e Sika (1991) encontraram correlações para áreas de troca diretas, através de integração numérica, para cavidades paralelepípedicas e cilíndricas, respectivamente.

Quando a cavidade apresenta geometria complexa, a determinação das áreas de troca diretas torna-se mais difícil. Nesse caso, a utilização do método de Monte Carlo é bastante vantajosa, pois possibilita tratar complexidades geométricas sem grandes complicações adicionais.

Neste trabalho, o método de Monte Carlo foi aplicado no desenvolvimento de algoritmos através dos quais pode-se determinar áreas de troca totais entre zonas de cavidades que contêm meio participante. Com o primeiro algoritmos podem ser determinadas áreas de troca totais entre zonas, tanto de gás quanto de superfície, em uma fornalha cilíndrica. As dimensões da fornalha e o número de zonas em que é dividida podem ser variados. O coeficiente de absorção do gás, bem como as emissividades das superfícies, podem assumir diferentes valores em cada zona. O segundo algoritmo desenvolvido permite a obtenção das áreas de troca totais para cavidades com geometria genérica formada a partir de combinações de cubos.

## 2. Fundamentação Teórica

### HIPÓTESES SIMPLIFICATIVAS:

1. Todas as superfícies são cinzas e difusoras.
2. O gás é cinza.
3. O gás não espalha a radiação; portanto, o coeficiente de extinção é igual ao coeficiente de absorção.
4. As zonas de superfície são pequenas o suficiente para que a temperatura e a emissividade não variem dentro de cada uma delas.
5. As zonas de gás são pequenas o suficiente para que a temperatura e o coeficiente de absorção não variem dentro de cada uma delas.

Apesar da hipótese de gás cinza, os resultados obtidos para as áreas de troca totais servem para cálculos de transferência de calor por radiação em cavidades que contém gás não cinza. Isso pode ser feito através da utilização de algum modelo de soma-ponderada-de-gases-cinzas.

### 2.1 Geometria Cilíndrica

Através da aplicação do método numérico de Monte Carlo foi possível gerar um código computacional capaz de calcular áreas de troca entre zonas de uma cavidade cilíndrica que contém gás cinza em seu interior. Para tanto, especificam-se inicialmente a altura  $H$  e o raio  $R$  do cilindro, bem como o número de zonas em que ele é dividido ao longo da altura, do raio e da posição angular  $\varphi$ , representadas na Fig. 1 (a).

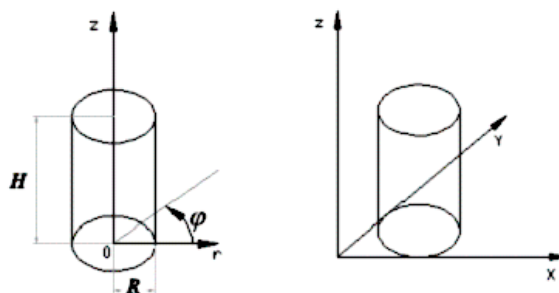


Figura 1. (a)Cavidade cilíndrica definida em coordenadas cilíndricas e (b) referencial cartesiano para a trajetória de pacotes.

### EMISSÃO E TRAJETÓRIA DE PACOTES DE ENERGIA

A posição de emissão é determinada em coordenadas cilíndricas, no referencial mostrado na fig. 1 (a), que será chamado de *referencial da geometria*. Os ângulos de emissão e de absorção dos pacotes são definidos em um referencial relativo que tem sua origem no ponto de emissão. Esse referencial será chamado de *referencial de emissão*. Após definidos o ponto e os ângulos de emissão, os mesmos são transcritos para o *referencial de trajetória*, em coordenadas cartesianas, mostrado na Fig. 1 (b).

Devido às hipóteses 4 e 5, a probabilidade de emissão de pacotes é a mesma em qualquer ponto de uma determinada zona. A área de uma determinada zona de superfície pertencente ao plano  $z=0$  ou  $z=H$  ou a área de uma seção de zona de gás perpendicular à direção  $z$  é

$$A_z = \frac{\Delta\varphi}{2} \cdot (r_{\max}^2 - r_{\min}^2) \quad (1)$$

onde  $r_{\min}$  e  $r_{\max}$  são, respectivamente, as coordenadas em  $r$  que delimitam a zona e  $\Delta\varphi$  é o intervalo de ângulo circunferencial subtendido pela zona. Assim, levando-se em conta que a probabilidade de emissão de um pacote, por essa zona, é 1, a probabilidade de emissão de um pacote em uma área infinitesimal, dentro dessa zona,

$$dA_z = \Delta\varphi \cdot r \cdot dr, \quad (2)$$

onde  $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$ , é

$$P = \frac{2 \cdot r \cdot dr}{(r_{\max}^2 - r_{\min}^2)} \quad (3)$$

e, a função distribuição cumulativa é

$$R = \int_{r_{\min}}^r \frac{2 \cdot r}{r_{\max}^2 - r_{\min}^2} dr = \frac{r^2 - r_{\min}^2}{r_{\max}^2 - r_{\min}^2} \quad (4)$$

rescrevendo a equação acima, com  $R$  em função de  $r$  e denominando  $R$  de  $Randr$  e  $r$  de  $P_r$  (posição radial), obtém-se

$$P_r = \sqrt{Randr \cdot (r_{\max}^2 - r_{\min}^2) + r_{\min}^2} \quad (5)$$

onde  $Randr$  é um número randômico gerado num intervalo entre 0 e 1.

A equação acima fornece a posição em relação à direção radial do lançamento de um pacote de energia.

A emissão de um pacote tem a mesma probabilidade de ocorrência em todos os ângulos  $\varphi$  e em qualquer posição ao longo da direção  $z$ . Portanto, as posições angular e axial de emissão de um pacote são dadas, respectivamente, por

$$P_\varphi = (\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) \cdot Rand\varphi \quad (6)$$

e

$$P_z = (z_{\max} - z_{\min}) \cdot Randz \quad (7)$$

onde  $Rand\varphi$  e  $Randz$  são números randômicos gerados num intervalo entre 0 e 1.

Como as superfícies são cinzas e difusas, não existe direção preferencial de emissão. Assim, os ângulos da trajetória de lançamento de um pacote podem ser determinados por

$$\phi = 2\pi \cdot Rand\phi \quad (8)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \arcsen(\sqrt{Rand\beta}) \quad (9)$$

onde  $Rand\beta$  e  $Rand\phi$  são números randômicos gerados num intervalo entre 0 e 1. Os ângulos  $\beta$  e  $\phi$  estão representados na Fig. 2.

Tendo-se a posição e os ângulos de emissão, é possível determinar a trajetória do pacote até outro ponto de superfície, que ele atingirá se não for absorvido pelo gás. A trajetória do pacote é um segmento de reta. Para determiná-lo, deve-se primeiro encontrar as equações da reta. As equações paramétricas para a reta são

$$\begin{cases} x = x_o + t \cdot \cos \beta_{ab} \cdot \cos \phi_{ab} \\ y = x_o + t \cdot \cos \beta_{ab} \cdot \cos \phi_{ab} \\ z = z_o + t \cdot \sen \beta_{ab} \end{cases} \quad (10)$$

onde  $\beta_{ab}$  e  $\phi_{ab}$  são os ângulos  $\beta$  e  $\phi$  de lançamento do pacote transcritos para o referencial de trajetória,  $x_o$ ,  $y_o$ , e  $z_o$  são as coordenadas do ponto de emissão no referencial de trajetória e  $t$  é o denominado *parâmetro*. É fácil verificar que a cada valor  $t$  corresponde um ponto particular  $\mathbf{P}$ . Quando  $t$  varia de  $-\infty$  a  $+\infty$ , o ponto  $\mathbf{P}$  descreve a reta.

Tendo-se a posição e os ângulos de emissão no referencial absoluto, é possível determinar a trajetória do pacote até outro ponto de superfície, que será atingida se o pacote não for absorvido pelo gás.

Dependendo se  $\beta_{ab}$  é positivo ou negativo, o pacote vai para cima ou para baixo. Se o pacote for emitido para cima, ele não pode atingir a superfície que está abaixo de sua posição de emissão. Por outro lado, se o pacote for emitido para baixo, não pode atingir a superfície que está acima de sua posição de emissão. Para determinar qual das duas superfícies remanescentes será alcançada pelo pacote é necessário encontrar o ponto de interseção da reta com o plano  $z=0$  ou com o plano  $z=H$  e com a superfície  $x^2+y^2=R^2$ . Se a distância entre o ponto de emissão e o de interseção com o plano for menor que a distancia entre o ponto de emissão e o ponto de interseção com a superfície, o pacote alcançará a superfície pertencente ao plano  $z=0$  ou a pertencente ao plano  $z=H$ ; caso contrário, ele alcançará a superfície  $x^2+y^2=R^2$ .

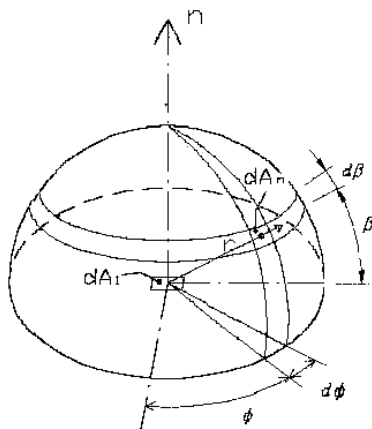


Figura 2. Ângulos de emissão de um pacote de energia.

O gás emite sempre no referencial da trajetória. O ângulo  $\phi_{ab}$  do lançamento de um pacote pelo gás pode ser determinado pela Eq. (8). Entretanto, o ângulo  $\beta_{ba}$  não pode ser determinado pela Eq. (9), pois superfícies emitem em um hemisfério e sua emissão depende da área projetada na direção da emissão. A equação para o ângulo  $\beta_{ba}$  de emissão do gás, Siegel, R. e Howell, J. R., 2002, é

$$\beta_{ab} = \frac{\pi}{2} - \arccos(1 - 2 \cdot \text{Rand} \beta_{ab}) \tag{11}$$

A trajetória do pacote emitido pelo gás até um ponto de superfície, que ele alcançará se não for absorvido pelo gás, pode ser determinada de modo similar ao apresentado para pacotes emitidos por superfícies.

#### ABSORÇÃO E REFLEXÃO DE PACOTES

Acima, explicou-se como determinar a trajetória entre o ponto de emissão e o ponto onde o pacote atinge uma superfície. Entretanto, esse pacote pode ser absorvido ao longo dessa trajetória, antes de atingir a superfície.

A partir da lei de Bouguer, é possível obter a fração da radiação que viaja através de um gás com coeficiente de extinção  $K_\lambda$  ao longo de um caminho de comprimento  $S$ . Essa fração é

$$\frac{I_\lambda(S)}{I_\lambda(0)} = \exp\left[-\int_0^R K_\lambda(S^*) dS^*\right] \tag{12}$$

A fração da radiação original absorvida ao longo de um percurso  $S+dS$  é

$$\frac{I_\lambda(S) - I_\lambda(S+dS)}{I_\lambda(0)} = \frac{-d[I_\lambda(S)/I_\lambda(0)]}{dS} dS = K_\lambda(S) \cdot \exp\left[\int_0^R K_\lambda(S^*) dS^*\right] dS \tag{13}$$

Como o gás é cinza, a integração da equação acima em todos os comprimentos de onda resulta em

$$\frac{-d[I(S)/I(0)]}{dS} dS = K \cdot e^{-K \cdot S} \cdot dS \tag{14}$$

A função frequência para esse caso é

$$f(S) = \frac{-d[I(S)/I(0)]}{dS} = K \cdot e^{-K \cdot S} \tag{15}$$

Portanto, a função distribuição de probabilidades é

$$P(S) = \frac{e^{-K \cdot S}}{\int_0^\infty e^{-K \cdot S} dS} = K \cdot e^{-K \cdot S} \tag{16}$$

e a função distribuição cumulativa é

$$RandS = \frac{\int_0^S e^{-K \cdot S} dS}{\int_0^{\infty} e^{-K \cdot S} dS} = 1 - e^{-K \cdot S} \quad (17)$$

Assim, a distância percorrida pelo pacote antes de ser absorvido pelo gás é

$$S = -\frac{1}{K} \cdot \ln(RandS) \quad (18)$$

onde  $RandS$  é um número randômico gerado num intervalo entre 0 e 1.

Se o gás tem propriedades uniformes ao longo da trajetória do pacote, a Eq. (18) pode ser diretamente empregada para verificar se o pacote é absorvido pelo gás. Se ele é absorvido, é determinado o ponto no volume de gás onde ocorre essa absorção. Então, a absorção é contabilizada para a zona em que se localiza o ponto de absorção.

Caso o gás não tenha propriedades uniformes ao longo da trajetória do pacote, a trajetória é dividida em partes menores, nas quais as propriedades do gás possam ser consideradas uniformes. Então, com a Eq. (18) é verificado se o pacote é absorvido em cada uma dos trechos trajetória. Se o pacote é absorvido, a absorção é contabilizada na zona onde ocorreu.

Quando o pacote não é absorvido pelo gás, ele alcança um ponto em alguma superfície. Nesse caso, existe uma probabilidade desse pacote ser absorvido pela superfície. Devido à hipótese 1 (todas as superfícies são cinzas e difusas), a absorvidade não depende do comprimento de onda nem do ângulo de incidência. Devido a isso, a probabilidade de um pacote ser absorvido é igual a absorvidade, que pela lei de Kirchhoff é igual a emissividade. Dessa forma, é possível verificar se um pacote é absorvido através da seguinte inequação:

$$Rand\varepsilon < \varepsilon_z \quad (19)$$

onde  $\varepsilon_z$  é a emissividade da zona de superfície e  $Rand\varepsilon$  é um número randômico gerado num intervalo entre 0 e 1. Se  $Rand\varepsilon < \varepsilon_z$ , o pacote é absorvido; caso contrário, é refletido.

Toda vez que um pacote é refletido, são determinados ângulos de reflexão a partir das equações 8 e 9, e o procedimento de determinar a trajetória e de verificar se o pacote é absorvido pelo gás ou por uma superfície se repete até o pacote ser absorvido.

As zonas de emissão e de absorção são contabilizadas independentemente do número de vezes que o pacote é refletido, ou seja, um determinado pacote é contabilizado como tendo sido emitido por uma determinada zona e absorvido por outra (ou pela mesma) zona. Por isso, são fornecidas áreas de troca totais.

O procedimento descrito acima deve ser repetido várias vezes, ou seja, vários pacotes de energia devem ser emitidos e contabilizados. Quanto maior o número de pacotes, menor será a incerteza nos resultados.

## 2.2 Geometrias Genéricas Formadas por Combinações de Cubos

Através da aplicação do método numérico de Monte Carlo foi possível gerar um código computacional capaz de calcular áreas de troca entre zonas de cavidades que têm geometria genérica formada a partir de combinações de cubos. Cada cubo pode ser visto como uma cavidade à parte, caracterizada por sua aresta,  $L$ .

### EMISSÃO E TRAJETÓRIA DE PACOTES

Os pontos de emissão de pacotes são determinados no *referencial de trajetória*, conforme a Fig. 3. Os ângulos de emissão são determinados em um referencial relativo que se origina em cada ponto de emissão (*referencial de emissão*).

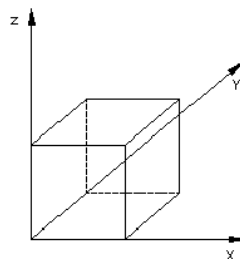


Figura 3. Cavidade cúbica constituinte de cavidades com geometria genérica e o sistema de referencial da trajetória.

Devido às hipóteses 4 e 5, a probabilidade de emissão de pacotes é a mesma em qualquer ponto de uma determinada zona. Sendo assim, a posição do lançamento simulado de um pacote pode ser obtida, em cada zona, através das seguintes equações:

$$Px = L \cdot Randx \tag{20}$$

$$Py = L \cdot Randy \tag{21}$$

$$Pz = L \cdot Randz \tag{22}$$

onde,  $Px$ ,  $Py$ , e  $Pz$  são as posições de lançamento do pacote em relação aos eixos  $x$ ,  $y$ , e  $z$ , respectivamente, e  $Randx$ ,  $Randy$ , e  $Randz$  são números randômicos gerados num intervalo entre 0 e 1.

Os ângulos da trajetória de lançamento de um pacote podem ser determinados pelas equações (8) e (9).

A trajetória do pacote é determinada através da Eq. (10). Conhecendo-se as equações da reta e o sentido da trajetória do pacote, é possível determinar três dentre as seis superfícies do cubo que não podem ser alcançadas pelo pacote. Para determinar qual das três superfícies remanescentes será alcançada pelo pacote, é necessário encontrar o ponto de interseção da reta com o plano de cada uma das superfícies remanescentes. O plano para o qual a distância entre o ponto de emissão e o ponto de interseção for menor é o plano da superfície que é alcançada pelo pacote, se o pacote não for absorvido pelo gás.

Os ângulos de emissão de pacotes emitidos pelo gás são determinados pelas equações (8) e (11).

A trajetória do pacote emitido pelo gás até um ponto de superfície, se não for absorvido antes pelo gás, pode ser determinada de maneira similar àquela apresentada para pacotes emitidos por superfícies.

Os processos de absorção e reflexão de pacotes para o caso de geometria genérica são determinados exatamente através do mesmo procedimento e equações descritos na seção 2.1, para geometrias cilíndricas.

O que permite que as cavidades cúbicas sejam combinadas para formar outras cavidades é o fato de que as superfícies podem ser definidas como transparentes. Quando a superfície é transparente, ao invés de se verificar se o pacote é absorvido ou refletido, faz-se que ele seja reemitido, a partir das mesmas coordenadas e com os mesmos ângulos, no interior da cavidade cúbica subjacente. Dessa forma, a trajetória do pacote é continuada.

### 3. Resultados

O método numérico de Monte Carlo foi aplicado na resolução de alguns problemas cujas soluções são disponíveis na literatura. Os resultados obtidos são apresentados nesta seção.

#### 3.1 Resultados Obtidos para Geometria Cilíndrica

O método foi utilizado no cálculo das áreas de troca totais em uma cavidade cilíndrica. A partir dos resultados obtidos, foram calculados os fluxos de calor em algumas das zonas de superfície. Os resultados para os fluxos de calor são comparados com os resultados apresentados por Nunes e Naraghi, 1998.

Os fluxos de calor foram obtidos para a superfície lateral interna da cavidade, que representa uma fornalha cilíndrica.

A fornalha tem 0,9 m de diâmetro e 5 m de comprimento. Suas paredes são cinzas, difusas e têm emissividade 0,8 e sua temperatura é de 450 K. O coeficiente de extinção do gás no interior da fornalha é  $0,3 \text{ m}^{-1}$ . Na Tab. 1 pode ser vista a distribuição de temperatura no gás.

Para definir as zonas, a cavidade foi dividida em 17 partes na direção axial e 3 partes na direção radial. Dessa divisão resultaram três zonas de superfície na base, três no topo e 17 na superfície lateral e 51 zonas de gás.

O fluxo de calor em uma superfície cilíndrica pode ser encontrado a partir da definição de área de troca total, conforme apresentado abaixo:

$$q_i = \frac{\left( \sum_{j=1}^{23} E_{s,j} \cdot \overline{S_j S_i} + \sum_{h=24}^{74} E_h \cdot \overline{G_h S_i} \right)}{A_i} - E_{s,i} \tag{23}$$

Na equação 23,  $i$ , assume o número da zona para a qual o fluxo de calor está sendo calculado,  $A_i$  é a área da superfície dessa zona,  $T_s$  é a temperatura de qualquer superfície da cavidade (450K),  $T_h$  é a temperatura da zona de gás de número  $h$ , que é obtida da distribuição de temperatura no gás, dada pela tab. 1,  $E_h$  é a emitância de corpo negro calculada para  $T_h$  e  $E_s$  é a emitância de corpo negro calculada para a respectiva temperatura da superfície.

Tabela 1. Distribuição de temperatura no gás.

$z, m$	$T(r=0,075m),$ K	$T(r=0,225m),$ K	$T(r=0,375m),$ K
0,15	1470	1120	870
0,45	1600	1320	1070
0,75	1620	1470	1360
1,05	1610	1550	1370
1,35	1580	1520	1350
1,65	1520	1470	1320
1,95	1470	1410	1280
2,25	1410	1360	1250
2,55	1350	1310	1210
2,85	1310	1260	1170
3,15	1270	1230	1150
3,45	1240	1200	1110
3,75	1200	1160	1090
4,05	1170	1130	1080
4,35	1140	1100	1070
4,65	1110	1080	1060
4,95	1080	1070	1060

Na Fig. 4 pode ser visto o resultado para o fluxo de calor obtido através do Monte Carlo e resultados extraídos do trabalho realizado por Nunes e Naraghi, 1998.

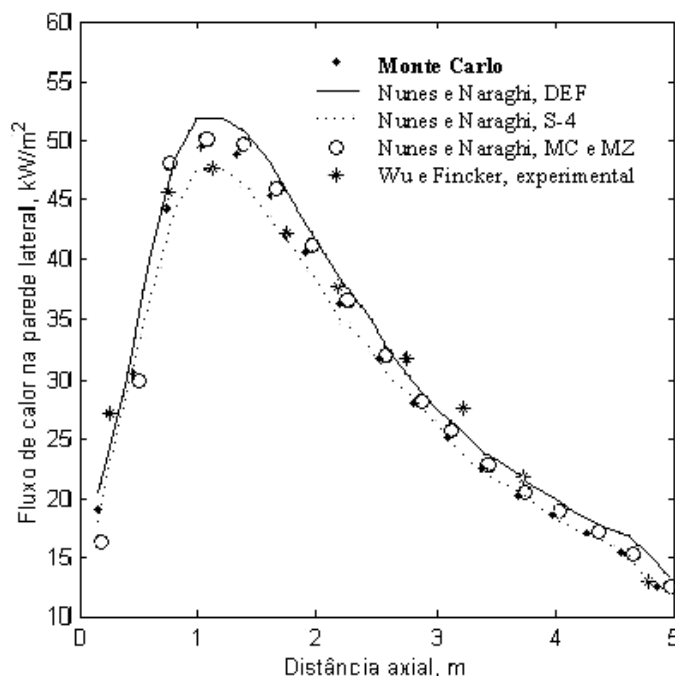


Figura 4. Distribuição do fluxo de calor na parede lateral da fornalha.

Nos cálculos apresentados na Fig. 4, o coeficiente de extinção do gás foi assumido uniforme, com o intuito de se comparar os resultados obtidos pelo código computacional desenvolvido em Monte Carlo com os obtidos da literatura (Nunes e Naraghi, 1998). Entretanto, da maneira que o método de foi implementado, seria possível considerar coeficientes de extinção diferentes em cada zona de gás, sem nenhuma complicação adicional.

### 3.2. Resultados Obtidos para Geometrias Genéricas Formadas por Combinações de cubos

Foram obtidos resultados de áreas de troca totais para duas cavidades diferentes, conforme descrito a seguir.

#### 3.2.1 Primeiro Caso

A cavidade do primeiro caso é bidimensional. Ela consiste de um quadrado com aresta 1m, dentro do qual há três defletores, conforme mostrado na Fig. 5.

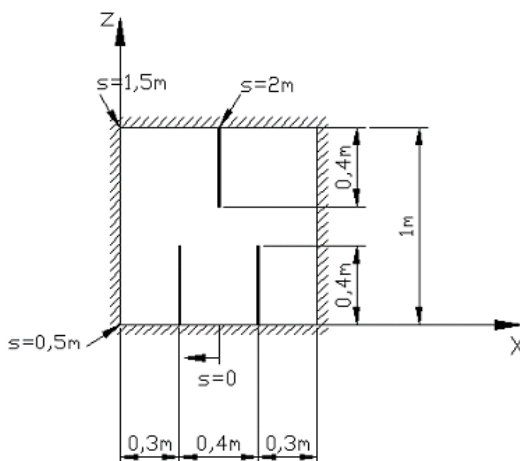


Figura 5. Geometria da cavidade do primeiro caso.

O poder emissivo e o coeficiente de absorção do gás são  $10 \text{ W/m}^2$  e  $0,1 \text{ m}^{-1}$ , respectivamente. A emissividade das paredes da cavidade é  $0,8$  e a dos defletores é  $0,6$ . O poder emissivo tanto das paredes quanto dos defletores é  $1,0 \text{ W/m}^2$ .

A cavidade foi dividida em vinte zonas de superfície ao longo de  $s$  (ver Fig. 5) e uma única zona de gás. Foram calculadas áreas de troca e através da Eq. (23), obtido o fluxo de calor de  $s=0$  até  $2 \text{ m}$ .

Na Fig. 6, podem ser vistos os resultados obtidos através do método de Monte Carlo e os obtidos através do método da transferência discreta (DTM – *discrete transfer method*) apresentado por Coelho et al., 1998.

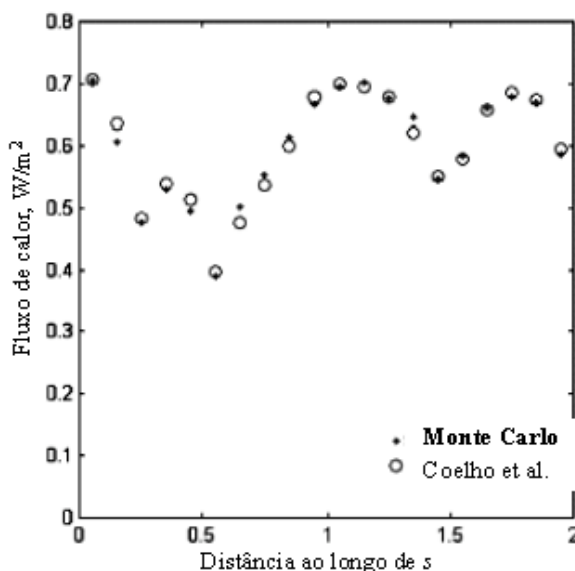


Figura 6. Distribuição do fluxo de calor ao longo do caminho  $s$  para a geometria da Fig. 5.

#### 3.2.3 Segundo Caso

No segundo caso, são encontrados os fluxos de calor em uma cavidade tridimensional semelhante à câmaras de combustão de alguns tipos de caldeiras. A cavidade que simula a câmara de combustão contém cinco defletores, como mostrado na Fig. 7. Os defletores representam painéis de superaquecedores que podem ser suspensos no topo da câmara de combustão. A temperatura e a emissividade das superfícies, incluindo as dos defletores, são  $800 \text{ K}$  e  $0,65$ ,



respectivamente, exceto em  $x = 10\text{ m}$  e para  $22\text{ m} \leq z \leq 30\text{ m}$ , onde as temperaturas são de  $1200\text{ K}$  e a superfície é negra. No interior da cavidade há um meio emissor e absorvedor que tem a seguinte distribuição de temperaturas e coeficientes de absorção: para  $z \leq 5\text{ m}$ ,  $K = 0,2\text{ m}^{-1}$  e  $T = 1600\text{ K}$ ; para  $5\text{ m} < z \leq 10\text{ m}$ ,  $K = 0,25\text{ m}^{-1}$  e  $T = 2000\text{ K}$ ; para  $10\text{ m} < z \leq 20\text{ m}$ ,  $K = 0,21\text{ m}^{-1}$  e  $T = 1600\text{ K}$  e para  $20\text{ m} < z \leq 30\text{ m}$ ,  $K = 0,181\text{ m}^{-1}$  e  $T = 1200\text{ K}$ .

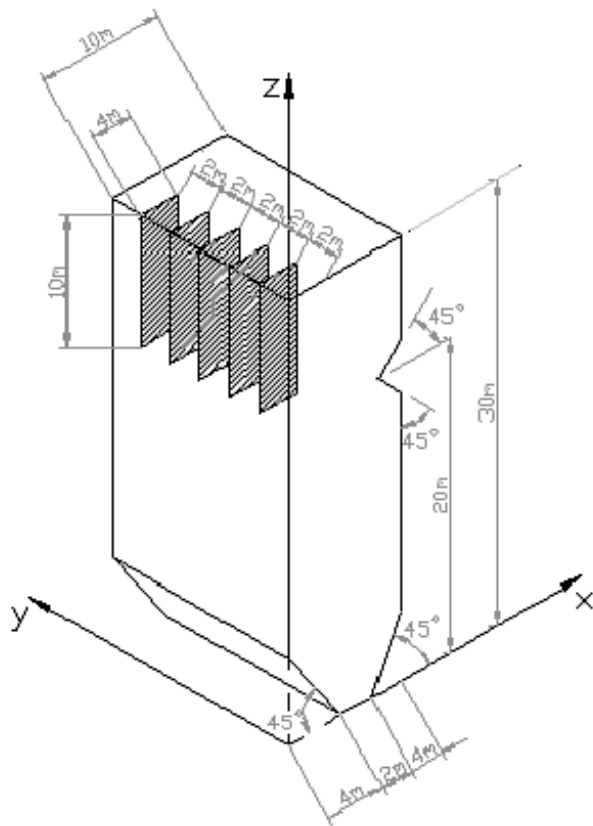


Figura 7. Cavidade do segundo caso.

As superfícies inclinadas foram simuladas através de degraus, conforme a Fig. 8.

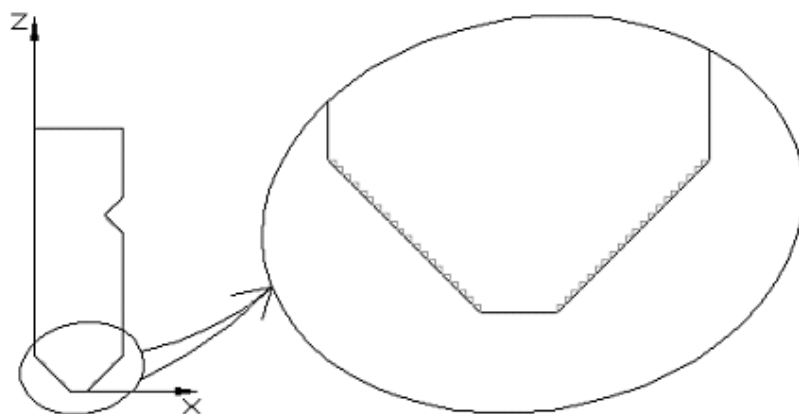


Figura 8. Representação de como as superfícies inclinadas da cavidade da Fig. 7.

Foram obtidos resultados de áreas de troca totais entre zonas. Para uma melhor visualização dos resultados, a partir das áreas de troca foi calculada a distribuição do fluxo de calor, através da Eq. (23), em algumas regiões das superfícies internas da cavidade. Os resultados obtidos foram comparados com outros obtidos por Coelho et al., 1998. Na Fig. 9, pode ser vista a distribuição do fluxo de calor na superfície pertencente ao plano  $y = 0$ . Em (a), aparecem, na forma de curvas de nível, os resultados obtidos por Coelho et al., 1998, através do método das ordenadas discretas. Em (b), aparecem, através da representação em mapa de cores, os resultados obtidos com o método de Monte Carlo.

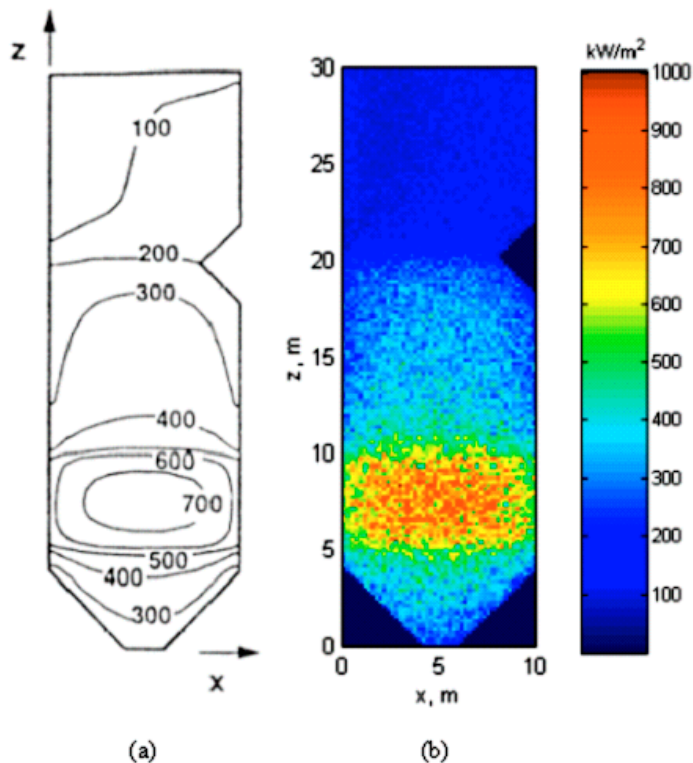


Figura 9. Distribuição do fluxo de calor na superfície da cavidade pertencente ao plano  $y = 0$ . (a) Curvas de nível, [Coelho P. J., Gonçalves, J. M. e Carvalho, M. G., 1998]. (b) Mapa de cores, Monte Carlo.

Na Fig. 9, acima de  $z = 18$  m, o fluxo de calor não apresenta grande variação em comparação a outras regiões. Devido a isso, a escala de cores utilizada não permite a visualização de detalhes nessa região. Então, na Fig. 10, estão apresentados os resultados para  $z \geq 18$  m, em outra escala de cores.

Observando-se as figura 9 e 10, é possível perceber que os resultados obtidos através do método de Monte Carlo não são tão contínuos quanto os obtidos por Coelho et al., 1998. Devido a isso, foi preferível que os primeiros fossem apresentados através da representação em mapas de cores, pois as curvas de nível não seriam contínuas. Os motivos da descontinuidade nos resultados serão agora comentados.

No modelamento da cavidade, foram utilizadas muitas cavidades cúbicas para formar a cavidade final (principalmente devido à necessidade de simular as superfícies inclinadas). As zonas de superfície para as quais os fluxos foram calculados são, assim, bastante pequenas, sua área é de  $0,04 \text{ m}^2$  ( $20 \text{ cm}^2$ ). Então, mesmo que um grande número de pacotes tenha sido emitido por todas as zonas, um número muito pequeno deles irá chegar em cada uma dessas pequenas zonas de superfície. Devido à natureza probabilística do método de Monte Carlo, é possível que, em uma determinada zona, chegue um certo número de pacotes e em outra adjacente, que deveria ter praticamente o mesmo fluxo de calor, chegue um pacote a mais ou a menos. Como o número total de pacotes que chega em cada zona é baixo, um pacote a mais ou a menos implicará em uma sensível diferença no fluxo de calor.

A descontinuidade entre as zonas não é relevante no resultado como um todo, pois o que importa, nesse tipo de problema, é o fluxo de calor total em uma região de superfície não necessariamente tão pequena quanto as zonas de superfície das cavidades cúbicas constituintes da cavidade final.

Na Fig. 11 aparecem os fluxos de calor obtidos através do método de Monte Carlo para  $z \geq 18$  m na superfície pertencente ao plano  $x = 0$ , (a) e  $x = 10$  m, (b). Nessa figura, pode ser vista a influência dos defletores.

Os defletores estão dispostos de maneira ortogonal em relação às superfícies mostradas na Fig. 11. Observando-se a Fig. 11 (a), é possível notar que, nas regiões da superfície localizadas no centro da distância entre defletores subsequentes, o fluxo de calor se mantém maior que  $100 \text{ kW/m}^2$  até um pouco acima de  $z = 20$  m, onde começam os defletores. Isso acontece, porque parte da radiação emitida pela região de gás situada abaixo de  $z = 18$  m (com temperatura mais elevada do que a região acima de  $z = 18$  m) passa pelo espaço entre os defletores. Nas regiões afastadas da distância média entre os defletores, a radiação emitida em regiões do gás abaixo de  $z = 18$  m é bloqueada pelos defletores e o fluxo se torna menor que  $100 \text{ kW/m}^2$  logo acima de  $z = 20$  m. Na Fig. 11 (b), pode ser verificado que, como a superfície está mais afastada dos defletores, os mesmos não interferem no fluxo da radiação proveniente das regiões de gás.

As variações abruptas no fluxo de calor, que aparecem na Fig. 11 (b) (em  $z = 18$  m,  $z = 20$  e  $z = 22$  m), ocorrem em função da variação abrupta de ângulos em relação às fontes de radiação devido às superfícies inclinadas.

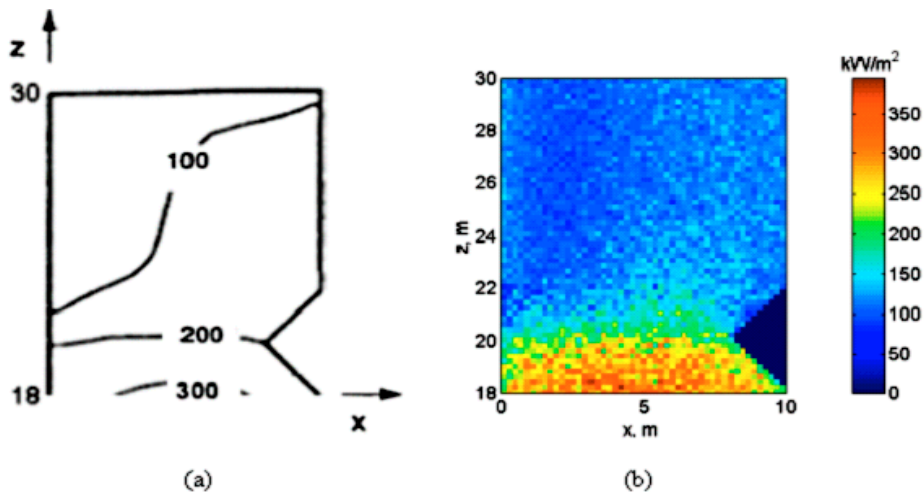


Figura 10. Distribuição do fluxo de calor na superfície da cavidade pertencente ao plano  $y=0$  em  $z \geq 18$ m. (a) Curvas de nível, [Coelho P. J., Gonçalves, J. M. e Carvalho, M. G., 1998]. (b) Mapa de cores, Monte Carlo.

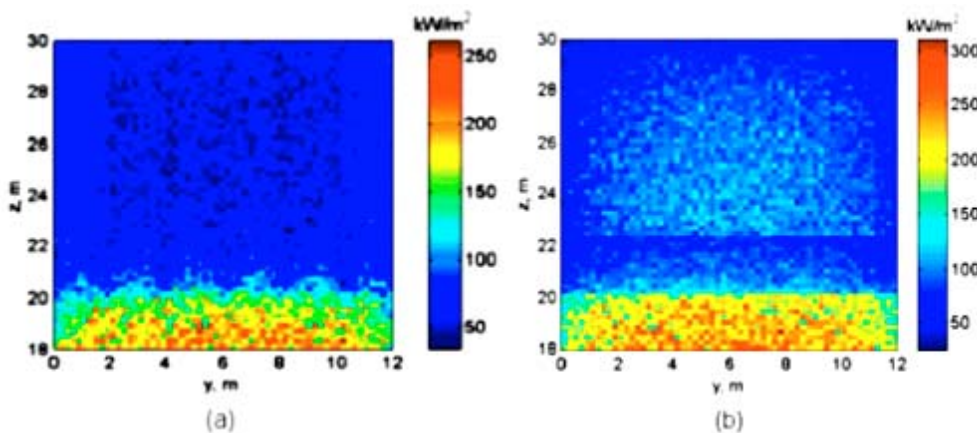


Figura 11. Fluxo de calor em  $z \geq 18$  m.e (a)  $x=0$ , (b)  $x \geq 10$  m.

#### 4. Conclusões e Sugestões

Quando se deseja calcular os fluxos de calor no interior de fornalhas, na maioria das vezes, é possível aplicar modelos de soma-ponderada-de-gases-cinzas. Nesse caso, é vantajoso que o método de Monte Carlo, em conjunto com o método da zona, seja aplicado à parte referente a determinação das áreas de troca totais, principalmente quando a cavidade apresenta características geométricas complexas.

O método de Monte Carlo foi, então, aplicado no cálculo da transferência de calor por radiação no interior de cavidades que contém meio participante. Foram calculadas áreas de troca para o caso de cavidade cilíndrica e para o caso de cavidade com geometria genérica formada através de combinações de cubos. Através dos resultados obtidos para o segundo caso, pôde ser verificada a capacidade do método na solução de problemas com características geométricas complexas.

A flexibilidade do método foi constatada no decorrer da elaboração dos dois códigos computacionais utilizados na obtenção dos resultados. Verificou-se a facilidade de se construir algoritmos que permitam a modificação de propriedades, dimensões e até mesmo da geometria da cavidade, sem grandes dificuldades adicionais. Além disso, embora o Monte Carlo tenha sido implementado apenas para casos em que não foi considerado espalhamento da radiação, pela natureza do método, fica evidente que o espalhamento poderia facilmente ser incluído nos códigos computacionais desenvolvidos. Para isso, bastaria apenas incluir um termo de espalhamento ao coeficiente de extinção ( $\text{coeficiente de extinção} = \text{coeficiente de absorção} + \text{coeficiente de espalhamento}$ ) e determinar a probabilidade do pacote ser espalhado.

## 5. Agradecimentos

O autor André Maurente agradece à CAPES pelo apoio financeiro, sem o qual não poderia ter participado da realização deste trabalho.

## 6. Referências

- Coelho P. J., Gonçalves, J. M. e Carvalho, M. G., 1998 “Modelling of Radiative Heat Transfer in Enclosures with Obstacles”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 41, Nos 4 – 5, pp 745 – 756
- Denison, M. K. and Weed, B. W., 1993b, “An Absorption Blackbody Distribution Function for Efficient Calculation of Total Gas Radiative Transfer”, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 50, pp. 499 – 510.
- Denison, M. K. and Weed, B. W., 1995, “The Spectral Line-Based Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model in Nonisothermal Nonhomogeneous Media”, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 117, pp. 359 – 365.
- Hottel H. C. e Sarofim, A.F., 1967. “Radiative Transfer”, McGraw-Hill Book Company, New York
- Modest, Michael F, 1991, “The Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary Solution Methods in Radiative Transfer”, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 650 – 656.
- Nunes, E. M. e Naraghi, M. H. N., 1998 “Numerical Model for Radiative Heat Transfer Analysis in Arbitrarily Shaped Gaseous Media”, *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 33, no. 5, pp. 495 – 513
- Rothman et al., 1992, “The HITRAN Molecular Database Editions of 1991 and 1992”, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* Vol. 48, pp.4697 – 507
- Siegel, R. e Howell, J. R., 2002 “Thermal Radiation Heat Transfer”, Taylor & Francis, New York
- Sika, J., 1991. “Evaluation of Direct Exchange Areas for a Cylindrical Enclosure”, *ASME J. Heat transfer*, vol. 113, pp. 1040 – 1044
- Tucker, R. J., 1986 “Direct Exchange Areas for Calculating Radiation Transfer in Rectangular Furnaces”, *Journal of Heat Transfer*, vol. 108, pp. 707 – 710

### **UTILIZATION OF THE MONTE CARLO METHOD IN THE RESOLUTION OF RADIATIVE HEAT TRANSFER PROBLEMAS IN ENCLOSURES THAT CONTAIN PARTICIPATING MEDIA**

André Maurente

Department of Mechanical Engineering – Federal University of Rio Grande do Sul – Sarmento Leite street, 425, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brazil.  
amaurente@terra.com.br

Paulo Otto Bayer

Department of Mechanical Engineering – Federal University of Rio Grande do Sul – Sarmento Leite street, 425, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brazil.  
Pob@mecanica.ufrgs.br

Francis Henrique Ramos França

Department of Mechanical Engineering – Federal University of Rio Grande do Sul – Sarmento Leite street, 425, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brazil.  
Frfranca@mecanica.ufrgs.br

#### **Abstract**

In industrial furnaces, the radiative energy emitted and absorbed by gases is very important. Most furnaces can be modeled as a gray enclosure that contains a non-gray gas. Generally, the zone method can be applied in combination with a weighted-sum-of-gray-gases model. Then, the total exchange areas between the zones must be determined for each component of the weighted-sum-of-gray-gases model. For certain single geometries, direct exchange area correlations are available, which can be employed in the calculations of total exchange areas. However, for enclosure with a complex geometry, direct exchange area determination becomes considerably difficult. In this case, the use of the Monte Carlo method is advantageous, as it allows one to approach geometric complexities without many additional complications. The Monte Carlo method was therefore applied to compute total exchange areas in enclosures that contain participating media. Two cases were considered: cylindrical enclosures and enclosures that have generic geometry formed from cube combinations. The results presented a good agreement with solutions available in the literature.

Keywords: Radiative exchange, Participating media, Monte Carlo method, Furnaces Modeling