

# ANÁLISE NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO EM ESCOAMENTOS TRANSICIONAIS EM CAVIDADES ANULARES HORIZONTAIS

**Elie Luis Martínez Padilla**

Universidade Federal de Uberlândia  
Faculdade de Engenharia Mecânica  
epadilla@mecanica.ufu.br

**Aristeu da Silveira Neto**

Universidade Federal de Uberlândia  
Faculdade de Engenharia Mecânica  
Uberlândia, MG, Brasil  
CEP: 38400-902  
aristeus@mecanica.ufu.br

**Resumo.** Uma série de experimentos numéricos tridimensionais foram realizados para analisar a influência da velocidade de rotação sobre o escoamento transicional entre cilindros concêntricos horizontais, considerando o cilindro externo estático. O escoamento complexo instável, formado pela interação da convecção natural e forçada foi adequadamente predito usando a técnica de Simulação de Grandes Escalas com modelo sub-malha dinâmico. O estudo compreende diversos casos variando o número de Froude entre  $\infty$  e 0,05, onde o número de Rayleigh, relação de raios e razão de aspecto são mantidos constantes em 2,0, 2,8 e  $1,7 \times 10^5$ , respectivamente. Os resultados mostram escoamentos com alto grau de complexidade devido ao incremento dos efeitos de inércia, revelam também, a presença de células contrarotativas dispostas longitudinalmente, as quais incrementam rapidamente o processo de transferência de calor

*Palavras chave:* convecção mista, escoamento transicional, simulação de grandes escalas.

## 1. Introdução

Poucas referências são encontradas sobre convecção mista em regime de transição à turbulência e turbulência em sistemas rotativos formados por dois cilindros concêntricos horizontais, apesar da grande quantidade de aplicações no âmbito da ciência e da engenharia. Entre as primeiras investigações experimentais sobre transferência de calor encontram-se Kaye e Elgar (1958), e Bjorklund e Kays (1959), trabalhos nos quais se apresentam medições da taxa de transferência de calor para uma ampla faixa de números de Reynolds ( $Re$ ), sem relacioná-los com o número de Grashof ( $Gr$ ). Bjorklund e Kays (1959) identificaram três regiões neste tipo de escoamentos: uma região com baixas velocidades, na qual prevalece o escoamento laminar e a transferência de calor por condução; outra região onde os mecanismos do escoamento são controlados pelos vórtices de Taylor; e uma outra região de altas velocidades onde o escoamento apresenta vórtices distorcidos. Posteriormente, Gardiner e Sabersky (1978) realizaram experimentos com três fluidos diferentes, eles reportaram que os efeitos da convecção livre retardam o início das instabilidades de Taylor-Couette e quantificaram esses efeitos através de alguns valores de temperatura e número de Grashof. Singh e Rajvanshi (1984) estudaram os efeitos da rotação do cilindro interno sobre a convecção natural em configurações concêntricas e excêntricas. Podem-se encontrar também, investigações sobre os efeitos da rotação sobre a convecção natural entre cilindros concêntricos horizontais aplicados a processos industriais específicos, tais como processamento de alimentos (Prod'homme e Robillard, 1991) e cristalografia (Yang et al., 1988).

Alguns estudos numéricos sobre este problema podem ser encontrados, Lee (1984), Fusegi et al. (1986), Lee (1992), Yoo (1998) e Char e Hsu (1998). A maioria deles usou os métodos de diferenças finitas e volumes finitos, considerando casos de convecção mista com números de Froude menores que o valor crítico ( $Fr \leq 1,0$ ). Uma análise tridimensional da convecção mista foi realizada por Yang e Farouk (1992), os quais consideram cilindros concêntricos horizontais limitados axialmente por paredes adiabáticas. Todos os trabalhos mencionados, alguns dos quais consideram regiões de transição e turbulência, concluem afirmando que o incremento da velocidade de rotação causa o decréscimo do número de Nusselt médio.

O presente trabalho analisa numericamente a convecção mista em regime de transição à turbulência em cavidades formadas por dois cilindros concêntricos horizontais, avaliando a influência da velocidade de rotação sobre o processo de transferência de calor. O estudo numérico tridimensional é realizado empregando a metodologia de Simulação de Grandes Escalas com modelagem sub-malha dinâmica.

## 2. Modelo Matemático

O processo de filtragem das equações de Navier-Stokes e de conservação de energia permite separar o campo sub-malha do campo de grandes escalas, segundo a metodologia de Simulação de Grandes Escalas. O referido processo dá origem a tensores e fluxos adicionais: tensor de Reynolds, tensor cruzado, tensor de Leonard e os respectivos fluxos turbulentos. Os dois últimos tensores são desprezados (Shaanan et al., 1975) e o tensor de Reynolds  $\tau_{ij}$  e o fluxo turbulento sub-malha  $q_{tj}$  são modelado usando a hipótese de Boussinesq:

$$\tau_{ij} = -\nu_t 2\bar{S}_{ij} + \frac{2}{3}k\delta_{ij}, \quad (1)$$

$$q_{tj} = -\alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

onde  $\nu_t$  é a viscosidade turbulenta,  $\bar{S}_{ij} = 0,5(\partial\bar{u}_i/\partial x_j + \partial\bar{u}_j/\partial x_i)$  é a taxa de deformação do campo filtrado,  $k$  a energia cinética turbulenta,  $\delta_{ij}$  é o delta de Dirac e  $\alpha_t$  é a difusividade térmica turbulenta. As Eqs. (1) e (2) são incorporadas às equações governantes, que finalmente tomam a forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} - \beta \Delta \bar{T} g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\alpha + \alpha_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right], \quad (5)$$

$\rho_0$  representa a densidade a temperatura ambiente,  $\beta$  é o coeficiente de expansão térmica,  $g_i$  é a aceleração da gravidade e  $\bar{p} = \bar{p} + (2/3)k\delta_{ij}$  é a pressão modificada. A Eq. (4) está composta pelos termos: transiente, advectivo, das forças de pressão, de empuxo e finalmente pelo termo difusivo. A modelagem sub-malha dinâmica (Germano et al., 1991) possibilita o cálculo da viscosidade turbulenta de acordo à expressão apresentada por Lilly (1991):

$$\nu_t = C(\bar{x}, t) (\bar{\Delta})^2 |\bar{S}|, \quad (6)$$

$$C(\bar{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}. \quad (7)$$

De acordo à Eq. (6), a viscosidade turbulenta é proporcional ao coeficiente dinâmico  $C(\bar{x}, t)$ , comprimento característico do primeiro filtro  $\bar{\Delta}$  e ao módulo do tensor deformação  $|\bar{S}|$ . Por sua vez, o coeficiente dinâmico depende do tensor global de Leonard  $L_{ij} = \widehat{\widehat{u_i u_j}} - \widehat{\widehat{u_i}} \widehat{\widehat{u_j}}$  e do tensor  $M_{ij} = (\widehat{\widehat{\Delta}})^2 |\widehat{\widehat{S}}| \widehat{\widehat{S}}_{ij} - (\widehat{\widehat{\Delta}})^2 |\widehat{\widehat{S}}| \widehat{\widehat{S}}_{ij}$ , onde o operador  $[\widehat{\widehat{\cdot}}]$  indica a segunda filtragem, processo realizado como recomendado em Padilla e Siveira-Neto (2003). A difusividade térmica turbulenta é avaliada usando o número de Prandtl turbulento (Silveira-Neto et al., 1993).

Para a análise do problema em questão, considera-se um fluido incompressível e newtoniano (ar) com propriedades físicas constantes. O termo de empuxo, ligado à variação de densidade causada principalmente pela expansão térmica do fluido, é modelado pela aproximação de Boussinesq. O fluido de viscosidade cinemática  $\nu$  e densidade  $\rho$  encontra-se na cavidade formada por dois cilindros concêntricos horizontais de raios  $R_i$  (interno) e  $R_o$  (externo). Como observado na Fig. 1, são cilindros de superfícies isotérmicas, as quais encontram-se a temperaturas  $T_i$  e  $T_o$ , sendo que a temperatura do cilindro interno é maior que do que a temperatura do cilindro externo. É denominado  $L$  ao espaçamento entre os cilindros e  $L_{ax}$  ao comprimento axial. Em função das características geométricas, define-se ainda os parâmetros: relação de raios  $\eta = R_o/R_i$  e razão de aspecto  $\Gamma = L_{ax}/L$ .

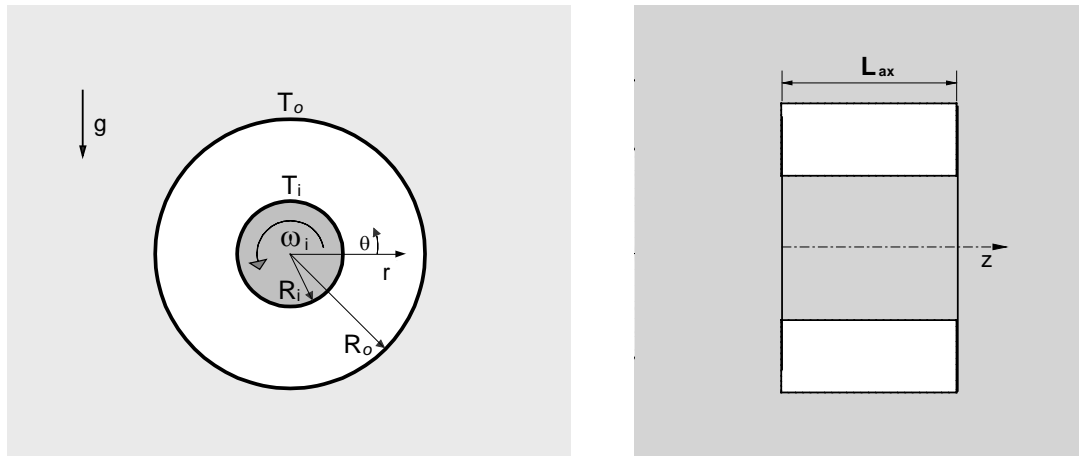


Figura 1. Cavidade entre cilindros concêntricos horizontais.

### 3. Metodologia Numérica

As equações filtradas (3-5), expressas em coordenadas cilíndricas, são adimensionalizadas em função das temperaturas do cilindro interno e externo, do espaçamento entre cilindros, da viscosidade molecular e da densidade. Assim, as condições de contorno na direção radial são definidas como segue:

- Na superfície do cilindro interno:

$$u(R_i, \theta, z, t) = 0, v(R_i, \theta, z, t) = Re, w(R_i, \theta, z, t) = 0, T(R_i, \theta, z, t) = 1,$$

- Na superfície do cilindro externo:

$$u(R_o, \theta, z, t) = 0, v(R_o, \theta, z, t) = 0, w(R_o, \theta, z, t) = 0, T(R_o, \theta, z, t) = 0,$$

onde o número de Reynolds é  $Re = \omega RD/\nu$ , relacionado à velocidade de rotação do cilindro interno  $\omega$  (que atua em sentido antihorário). Nas direções tangencial e axial considera-se condição de periodicidade.

A seguir definem-se os parâmetros adimensionais de interesse, número de Grashof ( $Gr$ ) e número de Froude ( $Fr$ ):

$$Gr = \frac{g\beta(T_i - T_o)L^3}{\nu^2}, \quad (8)$$

$$Fr = \frac{Gr}{Re^2}. \quad (9)$$

Na discretização das equações usou-se o método dos volumes finitos com malhas deslocadas, considerando esquemas de segunda ordem (Piomelli, 2000 e Ferziger e Peric, 1999) no espaço e no tempo: diferenças centradas e Adams-Bashforth, respectivamente. O método de acoplamento pressão-velocidade do tipo passo fracionado (Kim e Moin, 1985) é utilizado. O campo de correção da pressão é resolvido a partir da equação de Poisson usando o método SIP (Strongly Implicit Procedure) proposto por Stone (1968).

O cálculo do passo de tempo é realizado seguindo o critério de estabilidade CFL (Courant-Friedrichs-Lewy). As malhas usadas são não uniformes na direção radial, concentradas nas proximidades das paredes (com variação de 5%), e uniformes nas outras direções.

#### 3.1. Cálculo do coeficiente de Transferência de Calor

Os números de Nusselt local para os cilindros interno  $Nu_i$  e externo  $Nu_o$  são definidos da seguinte maneira:

$$Nu_i = R_i \ln \left[ \frac{R_o}{R_i} \right] \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right|_{r=R_i}, \quad Nu_o = R_o \ln \left[ \frac{R_o}{R_i} \right] \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right|_{r=R_o}. \quad (10)$$

Para avaliar o coeficiente de transferência de calor em ambas as superfícies dos cilindros são determinados os números de Nusselt médio interno  $\{Nu_i\}$  e externo  $\{Nu_o\}$  através das expressões:

$$\{Nu_i\} = \frac{1}{2\pi L} \int_0^{2\pi} \int_0^L Nu_i d\theta dz, \quad \{Nu_o\} = \frac{1}{2\pi L} \int_0^{2\pi} \int_0^L Nu_o d\theta dz. \quad (11)$$

O número de Nusselt médio global fica definido como:

$$\{Nu\} = \frac{1}{(t1-t2)} \int_{t1}^{t2} \left[ \frac{\{Nu_i\} + \{Nu_o\}}{2} \right] dt, \quad (12)$$

onde  $(t1-t2)$  é o tempo de amostragem uma vez atingido o regime permanente estatístico.

#### 4. Resultados

Com a finalidade de validar adequadamente o código numérico, realizou-se uma série de simulações correspondentes a escoamentos em regime laminar e de transição à turbulência, considerando número de Reynolds  $Re=0$  (convecção natural) e número de Rayleigh  $Ra=0$  (escoamento azimuthal de Couette). Os dados experimentais usados correspondem a Kuehn e Goldstein (1976) e Fukuda et al. (1990), os quais usaram interferometria Mach-Zehnder e termopares, respectivamente, para determinar as distribuições de temperatura. A comparação da distribuição de temperatura com os dados experimentais, para o problema de convecção natural, são apresentados na Fig. 2. A Fig. 2(a) mostra resultados da simulação realizada para regime laminar, considerando número de Rayleigh  $Ra=4,7 \times 10^4$ , número de Prandtl  $Pr=0,71$ , relação de raios  $\eta=2,6$ , razão de aspecto  $\Gamma=1,0$  e uma malha de  $20 \times 80 \times 2$  nas direções radial, tangencial e axial, respectivamente. Os perfis radiais correspondem a  $\theta=0^\circ, 90^\circ$  e  $270^\circ$ . Por outro lado, para o caso em regime de transição (Fig. 2b) considerou-se  $Ra=3,1 \times 10^5$ ,  $\eta=2,0$ ,  $\Gamma=2,8$  e uma malha de  $16 \times 72 \times 24$ . Os perfis radiais de temperatura média correspondem a  $\theta=90^\circ$  e  $345^\circ$  e  $z/L=1,4$ . Em ambos os casos observa-se uma muito boa concordância com os dados experimentais.

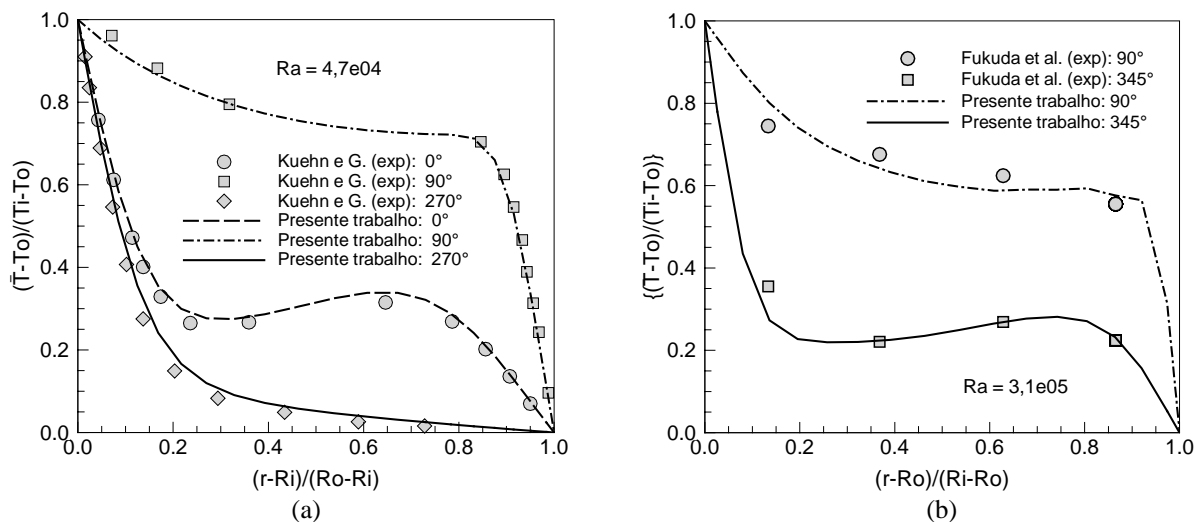


Figura 2. Convecção natural: comparação com dados experimentais; (a) regime laminar, (b) regime de transição.

No problema de escoamento azimuthal de Couette, considera-se dois casos nos quais os parâmetros geométricos e a malha são  $\eta=1,132$ ,  $\Gamma=10$  e  $10 \times 3 \times 60$ , respectivamente. Na Fig. 3(a) tem-se a distribuição da velocidade tangencial para o caso com número de Reynolds  $Re=100$  comparada com a solução teórica (White, 1974), podendo-se ver que ambas as distribuições são iguais. Trata-se de um caso laminar, pois o número de Reynolds crítico nesta configuração corresponde a  $Re_c=114$ . O incremento do número de Reynolds para valores acima do crítico promove o formação de vórtices toroidais contrarrotativos conhecidos como vórtices de Taylor-Couette, os quais são apresentados na Fig. 3(b). Características como forma e comprimento de onda dos vórtices evidenciam muito boa concordância com os experimentos de Coles (1965).

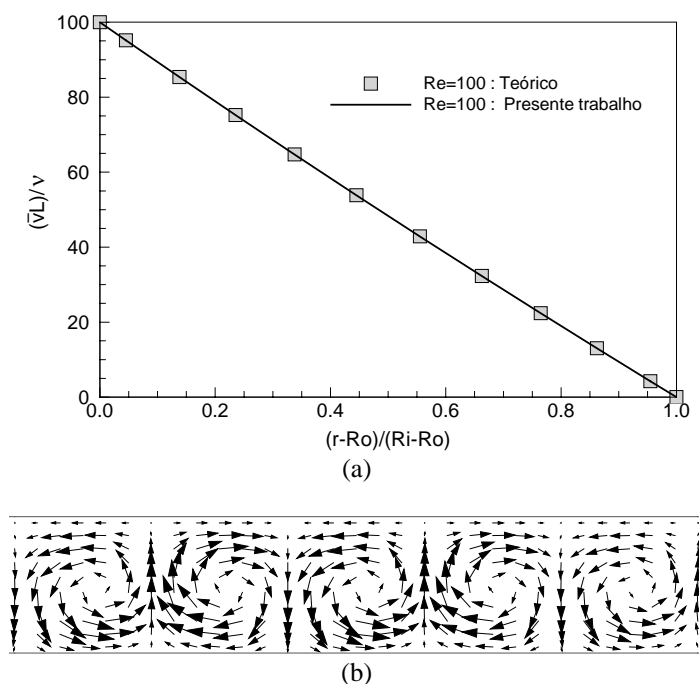


Figura 3. Escoamento Azimutal de Couette; (a) comparação com solução teórica para  $Re=100$ , (b) vórtices de Taylor-Couette para  $Re=118$ .

Os resultados da convecção mista entre cilindros concêntricos horizontais, com cilindro interno rotativo, permitem a avaliação da interação entre um escoamento em regime de transição à turbulência em convecção natural e a imposição de um escoamento rotacional, com velocidade de rotação constante. As simulações foram realizadas considerando um valor do número de Rayleigh fixo  $Ra=1,7 \times 10^5$  e diversos valores do número de Reynolds, de maneira que o número de Froude varia na faixa  $0,05 \leq Fr \leq \infty$ . A configuração geométrica foi definida pela relação de raios  $\eta=2,0$  e razão de aspecto  $\Gamma=2,8$ . O domínio computacional foi dividido em  $12 \times 72 \times 20$  volumes nas direções radial, tangencial e axial, respectivamente.

O escoamento base sobre o qual é realizada a análise da influência da velocidade de rotação é o escoamento com velocidade de rotação nula, equivalente a número de Froude  $Fr=\infty$ ; trata-se de um caso de convecção natural em regime de transição à turbulência com número de Rayleigh  $Ra=1,7 \times 10^5$ . Este escoamento é caracterizado pela presença de oscilações tridimensionais e ondulações axiais da pluma térmica, que se movimentam no transcurso do tempo. Estas ondulações se caracterizam por movimentos da pluma de direita para esquerda e vice-versa sobre o plano  $(r, \theta)$ , como visualizado na Fig. 4(a). Estas características da dinâmica do escoamento condizem com as observações experimentais de Bishop et al. (1968) e Kuehn e Goldstein (1978).

A influência da velocidade de rotação sobre os campos de temperatura instantâneas é apresentada nas Figs. 4 e 5 para três valores de número de Froude. Na Fig. 4 os campos de temperatura pertencem aos planos equidistantes  $z/L=0, 1,4$  e  $2,8$  e na Fig. 5, aos planos  $r/L=1,037$  e  $1,963$  (planos próximos às superfícies dos cilindros interno e externo, respectivamente). Além das características mencionadas anteriormente, os campos de temperatura para  $Fr=\infty$  (Fig. 4a) evidenciam que a oscilação da pluma descreve uma grande amplitude e um período axial. Instabilidades de grande intensidade se manifestam na parte superior da cavidade, estas diminuem bastante nas regiões inferiores, principalmente na região próxima da superfície do cilindro externo em torno de  $270^\circ$ . A dinâmica instável do escoamento para  $Fr=\infty$  é inibida à medida que se incrementa a rotação do cilindro interno, onde a movimentação ondulatória da pluma apresenta cada vez amplitudes menores e é deslocada em sentido da velocidade de rotação. Observou-se no entanto, o surgimento de oscilações menores atuando na parte superior da pluma, região onde a influência das forças inerciais é menor. O escoamento para  $Fr=1,0$  (Fig. 4b), que corresponde a uma velocidade de rotação de 176 rpm, apresenta a pluma deslocada à esquerda até aproximadamente  $135^\circ$ , com características particulares, onde os campos que descrevem a pluma não são mais finos. A região de maior instabilidade se incrementa e passa a atingir a metade superior da cavidade, onde a presença das instabilidades dinâmicas se apresentam com características de escoamentos rotacionais, devido à existência de vórtices do tipo Taylor-Couette.

A presença dos vórtices toroidais contrarrotativos e o aumento da velocidade de rotação, promove a destruição da pluma térmica, isto em consequência do aumento dos efeitos das forças de inércia sobre os efeitos de empuxo. A influência dos efeitos inerciais atinge regiões da metade inferior da cavidade e, o escoamento incrementa o nível de desorganização à medida que o número de Froude decresce. Para  $Fr=0,064$  (Fig. 4c) os campos de temperatura são

influenciados pelos efeitos de inércia no domínio completo, observando-se desprendimento de massa quente em todas as regiões da cavidade devido à alta velocidade de rotação (695 rpm), observa-se também a formação de vales longitudinais que refletem a ação dos vórtices. A presença e interação dos efeitos das forças de empuxo e de inércia torna estes escoamentos em casos com um alto grau de complexidade.

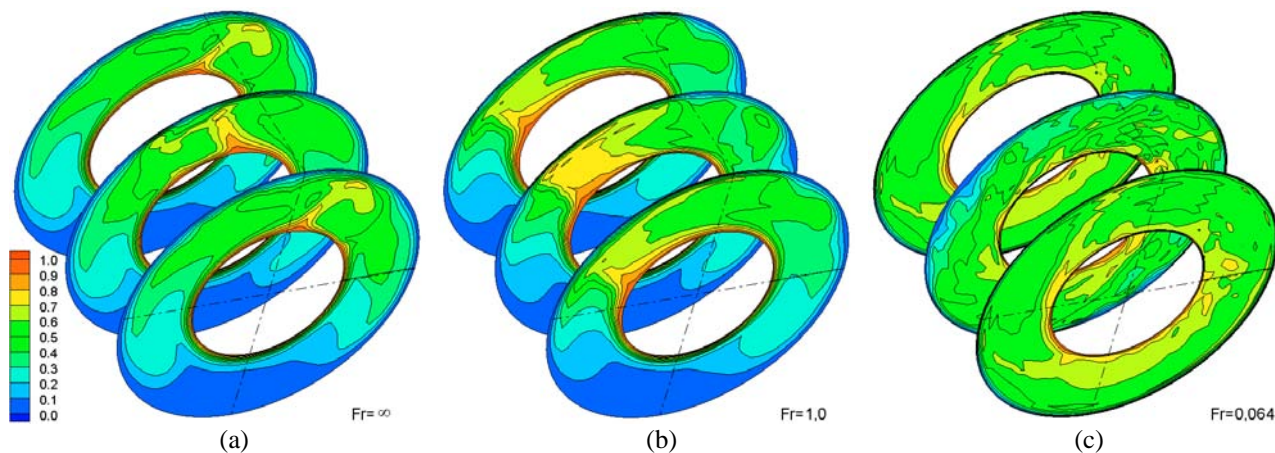


Figura 4 . Campos de temperatura instantâneos nos planos  $z/L=0, 1,4$  e  $2,8$ ; (a)  $Fr=\infty$ , (b)  $Fr=1,0$ , (c)  $Fr=0,064$ .

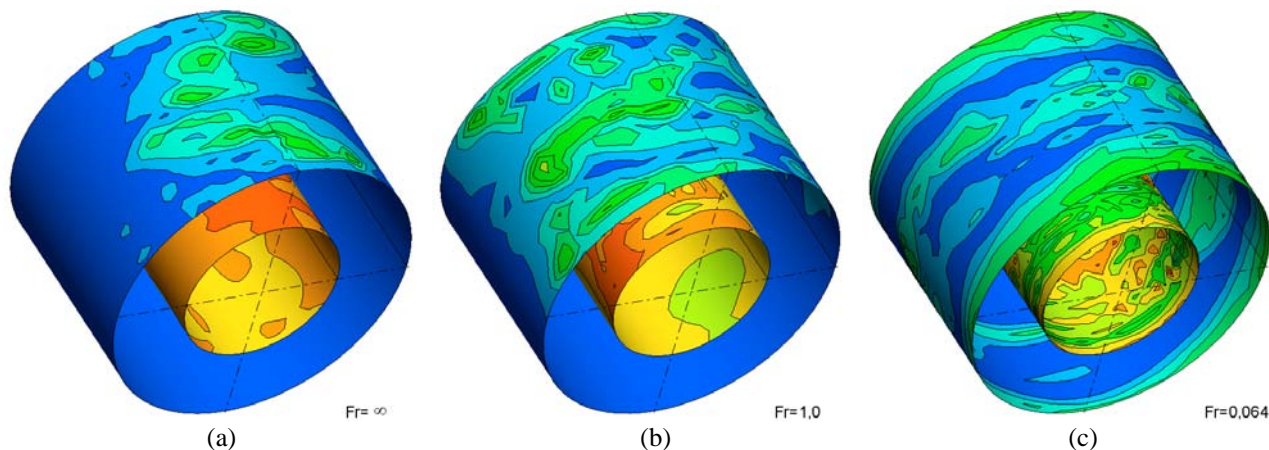


Figura 5. Campos de temperatura instantâneo nos planos  $r/L= 1,026$  e  $1,974$ ; (a)  $Fr=\infty$ , (b)  $Fr=1,0$ , (c)  $Fr=0,064$ .

O comportamento temporal das componentes da velocidade na cavidade, registra flutuações características dos escoamentos em transição e, variam em função da posição geométrica (Padilla, 20004). A transferência de calor é um fiel reflexo da dinâmica do escoamento, de modo que a distribuição de temperatura e seu comportamento temporal respondem também ao comportamento do campo de velocidade. Assim, para conhecer o comportamento temporal do escoamento foi inserida uma sonda numérica na parte superior da cavidade, localizada em  $r/L=1,5$ ,  $\theta =90^\circ$  e  $z/L=1,4$ . Através desta sonda são monitorados os sinais das principais variáveis. Precisamente, as flutuações de temperatura são apresentadas na Fig. 6 para quatro valores de número de Froude. Pode-se observar que todos os casos apresentam oscilações de grande amplitude, no entanto, à medida que o número de Froude diminui as características das flutuações mudam, sendo notórias as diferenças em frequência. Uma vez que a velocidade de rotação se incrementa até um valor equivalente a  $Fr=10,0$ , observou-se que as oscilações apresentam menor amplitude, como resposta à tendência estabilizadora dos efeitos de rotação.

Quando os efeitos da convecção natural e convecção forçada se sobrepõem ( $Fr=1,0$ ), a amplitude das flutuações passam a ser novamente maiores e com um certo grau de irregularidade, indicando um outro modo de transição. À medida que os efeitos de inércia aumentam sua presença, as flutuações tornam-se mais irregulares e frequentes (característica de escoamentos turbulentos), onde a temperatura média entorno da qual oscilam é cada vez menor. Isto indica que o fluido é resfriado rapidamente para velocidades de rotação maiores. Uma outra informação importante que nos transmite a Fig. 6 é que o escoamento atinge regime desenvolvido em tempos menores conforme a velocidade de rotação aumenta.

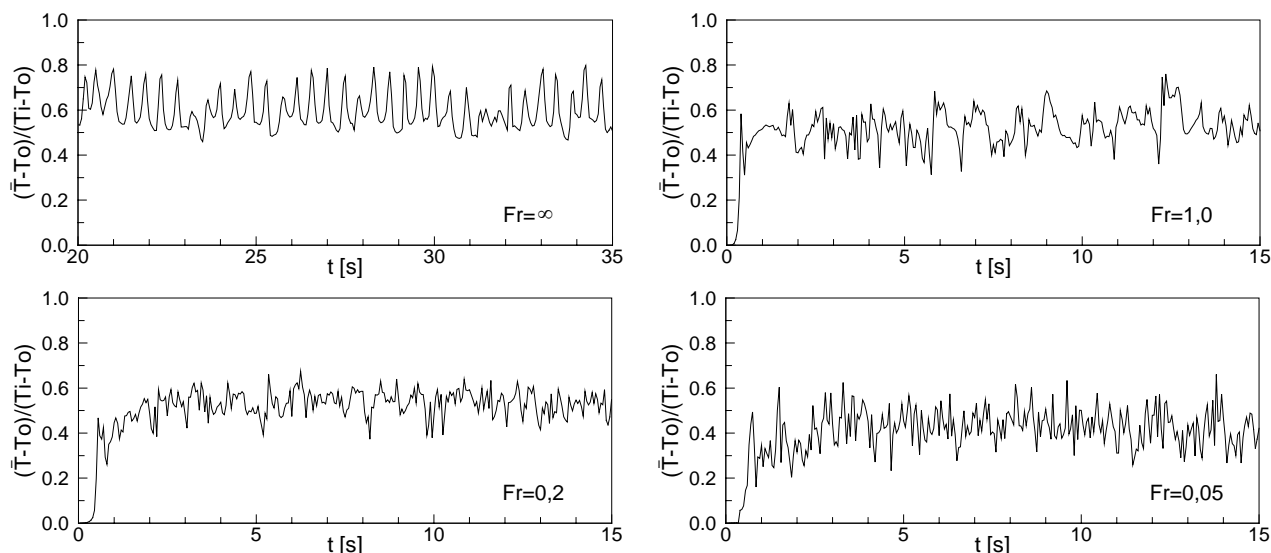


Figura 6. Flutuações de temperatura em  $r/L=1,5$ ,  $\theta =90^\circ$  e  $z/L=1,4$  para diversos valores de número de Froude

Na Figura 7 mostra-se a potência espectral das flutuações de temperatura da Fig. 6. Observa-se para  $Fr=\infty$  uma frequência principal de 2,3 Hz, frequência que representa a oscilação da pluma. Devido ao deslocamento da pluma e às mudanças na sua dinâmica, para  $Fr=1,0$  vemos que a frequência e potência das oscilações têm valores menores. Para escoamentos com números de Froude menores do que  $Fr=0,2$  surge uma banda de frequências importantes que representam as oscilações de estruturas energizadas com certo grau de homogeneidade. De fato, a análise da distribuição radial da temperatura média em  $\theta=0^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $270^\circ$  e  $z/L=1,4$  (Padilla 2004) confirma a tendência destes escoamentos a homogeneizar, sobre toda a cavidade, a distribuição de energia, como resposta à predominância dos efeitos de inércia.

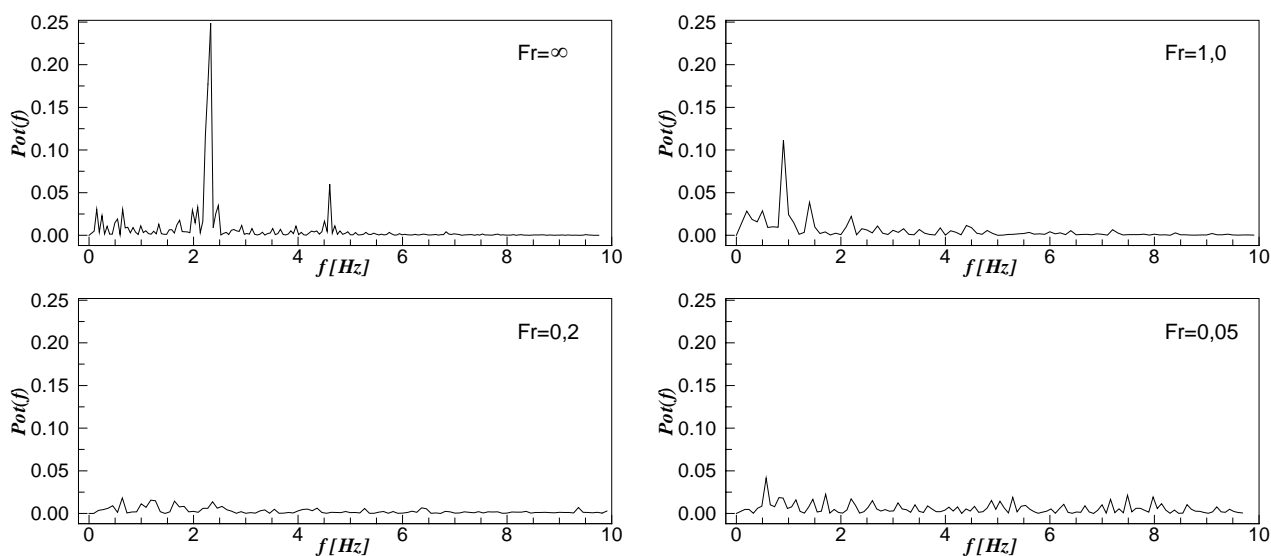


Figura 7. Potência espectral das flutuações de temperatura da Fig. 6.

A constatação das instabilidades do processo de transição à turbulência em convecção mista, permite analisar de maneira adequada sua influência sobre o processo de transferência de calor através do cálculo do número de Nusselt. Como consequência da dinâmica instável dos escoamentos apresentados, o coeficiente de transferência de calor local e médio apresentam também flutuações. As distribuições do número de Nusselt local instantâneas sobre a superfície do cilindro interno  $Nu_i$  para  $Fr=\infty$ , 5,0, 1,0, 0,4, 0,2 e 0,064, são apresentadas na Fig. 8. Para o escoamento em convecção natural ( $Fr=\infty$ ) as regiões de valores mínimos e máximos se encontram em torno de  $90^\circ$  e  $270^\circ$ , respectivamente, sendo que a região de mínimos valores se apresenta como um vale ondulante. Este vale apresenta ondulações de menor amplitude para  $Fr=5,0$  e 1,0. No entanto, a topologia entre o vale e  $\theta=0^\circ$  apresenta a formação de protuberâncias orientadas na direção tangencial. O vale ondulado deslocou-se no sentido da velocidade de rotação,

acompanhando o posicionamento da pluma. Para  $Fr=0,2$  e valores menores, o vale orientado axialmente não existe mais, observando-se o surgimento de outros dispostos longitudinalmente. Grandes mudanças topológicas se observam para o caso de  $Fr=0,05$ , mostrando-se irregular sobre toda a superfície.

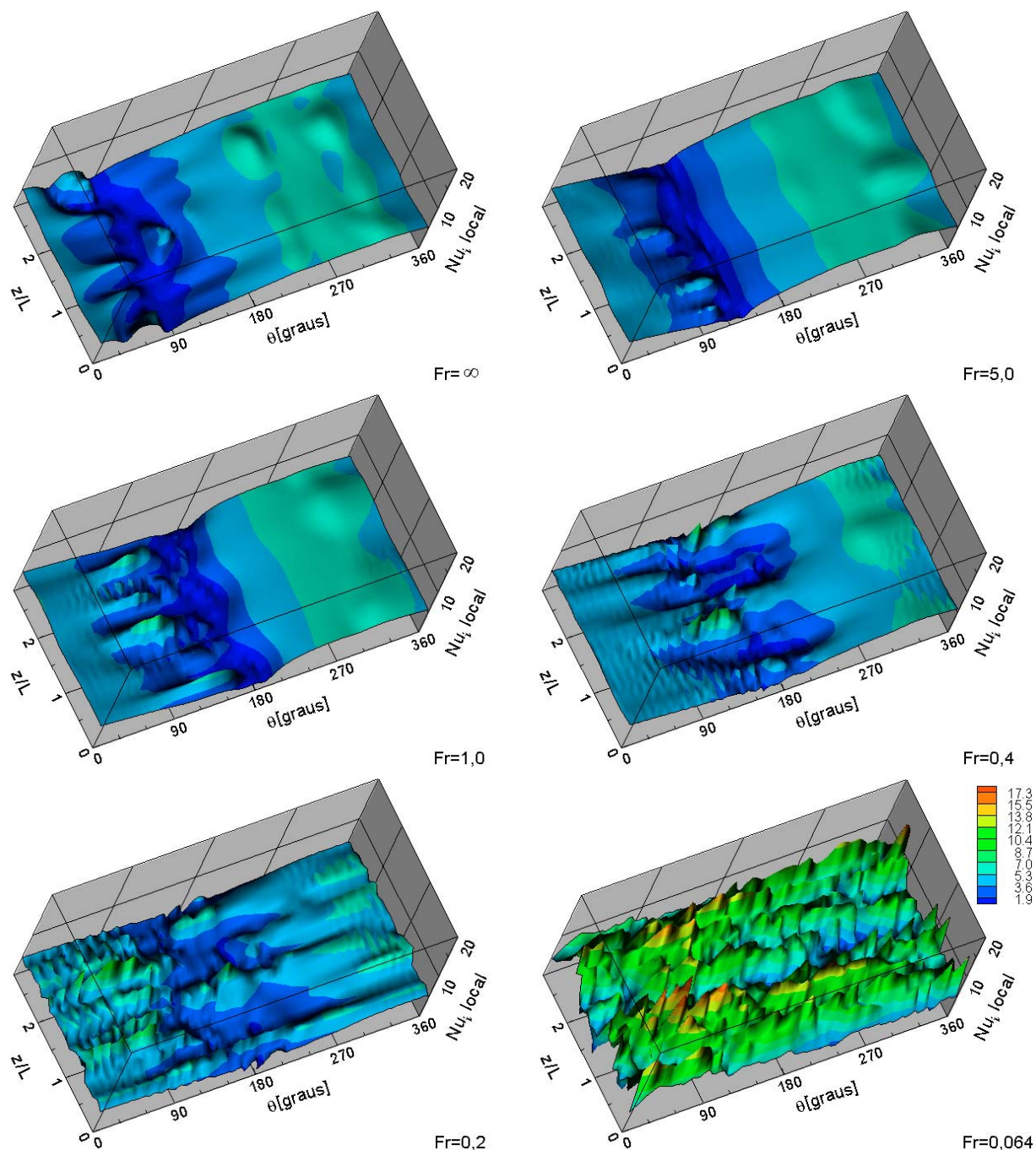


Figura 8. Número de Nusselt local instantâneo na superfície do cilindro interno para  $Fr = \infty, 5,0, 1,0, 0,4, 0,2$  e  $0,064$ .

Na Figura 9 visualizam-se as distribuições do número de Nusselt local instantâneas sobre a superfície do cilindro interno  $Nu_o$ , para os mesmos casos da Fig. 8. Para o escoamento em convecção natural as regiões de valores mínimos e máximos se encontram em torno de  $270^\circ$  e  $90^\circ$ , respectivamente, caracterizados por um extenso vale e uma seqüência de picos orientados axialmente. Claramente, a topologia para este coeficiente de transferência de calor em função da velocidade rotação é diferente da apresentada para o  $Nu_i$ . Para casos até  $Fr=0,2$ , as mudanças topológicas estão basicamente na região compreendida entre  $0^\circ$  e  $210^\circ$ . Nesta região, à medida que a velocidade de rotação do cilindro interno aumenta, surgem outros picos que tentam se organizar longitudinalmente. Já para o caso de  $Fr=0,05$ , dois profundos vales longitudinais marcam presença ao longo dos  $360^\circ$ , com topologia irregular na região central.



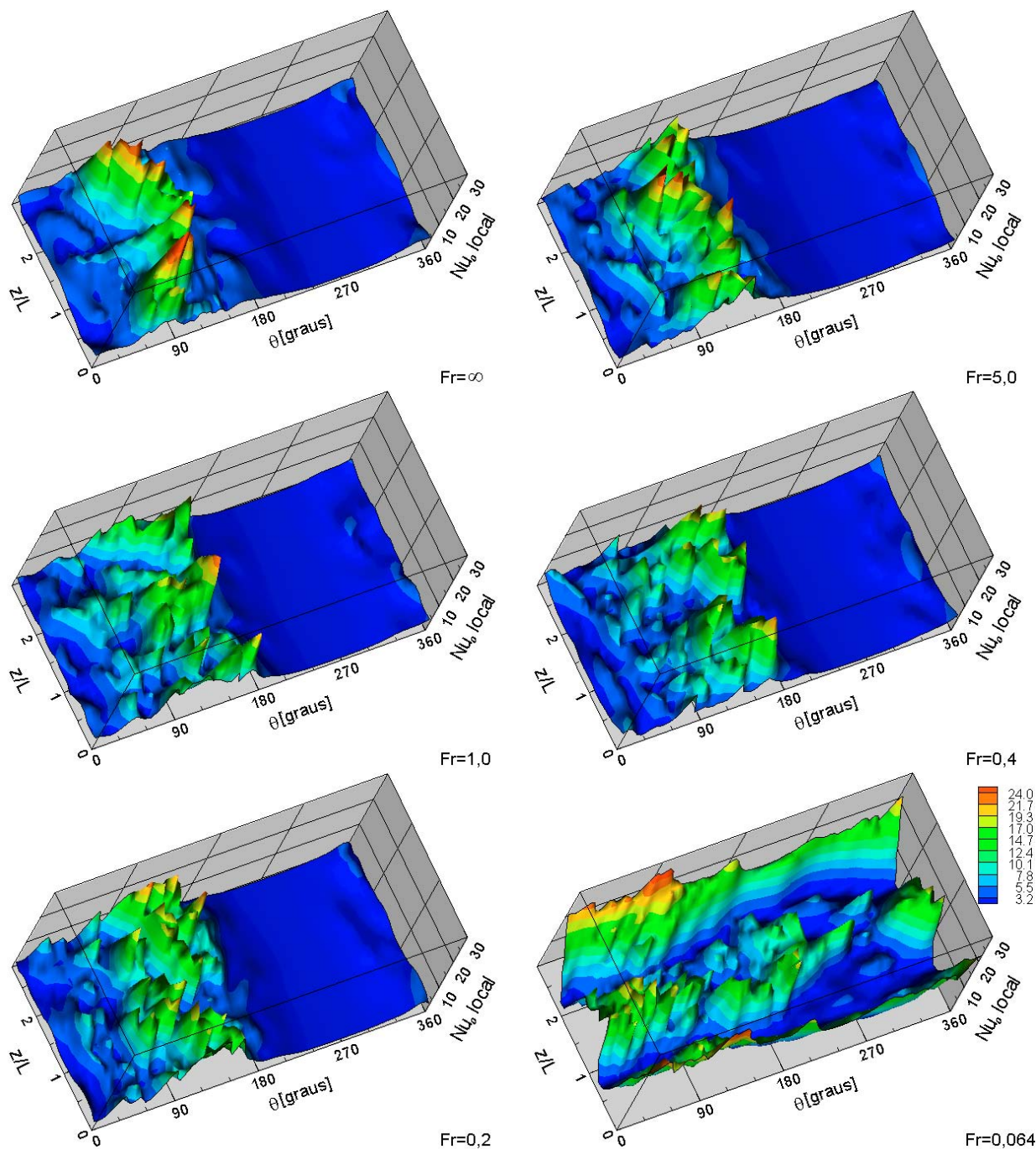


Figura 9. Número de Nusselt local instantâneo na superfície do cilindro externo para  $Fr = \infty, 5,0, 1,0, 0,4, 0,2, 0$  e  $0,064$ .

É evidente que a formação de vórtices contrarrotativos promove uma maior eficiência no transporte de energia, e a aparição de picos nas superfícies correspondentes a  $Nu_i$  e  $Nu_o$  manifestam seu acionar. Consequentemente, espera-se um incremento no coeficiente de transferência de calor global. Na Fig. 10 apresenta-se o comportamento do número de Nusselt médio global  $\{Nu\}$  em função do inverso do número de Froude. O comportamento do  $\{Nu\}$  se mostra aparentemente constante até  $Fr=5,0$ ; a partir deste ponto o  $\{Nu\}$  experimenta uma leve queda até valores próximos de  $Fr=0,4$ . Para valores de número de Froude menores do que  $Fr=0,4$  o número de Nusselt médio global aumenta aceleradamente.

A queda do  $\{Nu\}$  está relacionada com a formação de uma camada de fluido entorno do cilindro interno, que isola parcialmente o cilindro e, o aumento acelerado responde à presença dos vórtices contrarrotativos do tipo Taylor-Couette. Embora o trabalho experimental de Ball (1988) corresponda à convecção mista sobre um cilindro rotativo e aquecido imerso em um meio infinito, o comportamento do  $\{Nu\}$  mostra comportamento similar ao apresentado na Fig. 10.

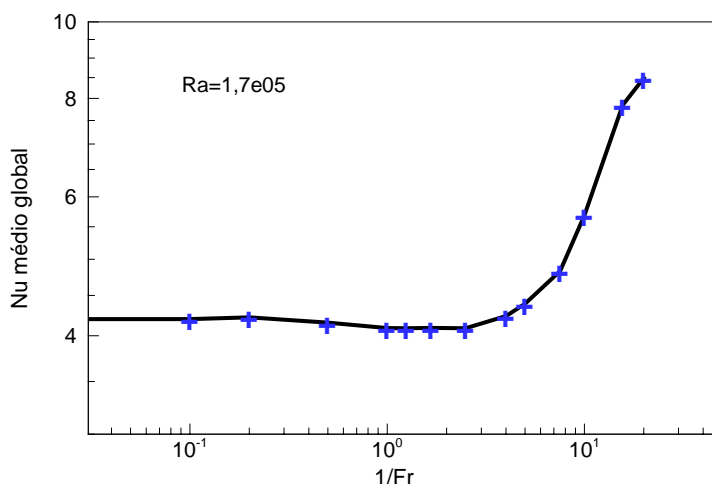


Figura 10. Comportamento do número de Nusselt médio global em função do inverso do número de Froude.

## 5. Conclusão

Experimentos numéricos realizados sobre convecção mista em regime de transição à turbulência em cavidades anulares horizontais usando a metodologia de Simulação de Grandes Escalas, permitiram avaliar a influência da velocidade de rotação sobre o processo de transferência de calor. As instabilidades devido aos efeitos de convecção natural e forçada tornam este tipo de escoamentos muito complexos, onde os vórtices contrarrotativos cumprem um papel preponderante no processo de transporte de energia. Os números de Nusselt local e médio se manifestam oscilantes. O incremento da velocidade de rotação do cilindro interno promove um incremento acelerado do número de Nusselt médio global como resposta à dinâmica promovida pelos vórtices do tipo Taylor-Couette.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte econômico.

## 7. Referências

- Ball, K. S., 1987, "Mixed Convection Heat Transfer in Rotating Systems", Ph.D. Thesis, Drexel University.
- Bishop, E. H. and Carley, C. T., 1968, "Natural Convective Oscillatory Flow in Cylindrical Annuli", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 11, pp. 1741-1752.
- Bordalo, S. N., Ferziger, J. H. and Kline, S. J., 1989, "The Development of Zonal Models for Turbulence", *Proceedings Bjorklund, I. S. and Kays, W. M., 1959, "Heat Transfer between Concentric Cylinders", J. Fluid Mech., vol. 81, pp. 175-186.*
- Char, M-I. and Hsu, Y.-H, 1998, "Numerical Prediction of Turbulent Mixed Convection in a Concentric Horizontal Rotating Annulus with Low-Re Two-Equation Models. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 41(12), pp. 1633-1643.
- Coles, D., 1965, "Transition in Circular Couette Flow", *J. Fluid Mech.*, vol. 21, pp. 385-425.
- Ferziger, J. H., Peric, M., 1999, "Computational Methods for Fluid Dynamics", 2<sup>nd</sup> rev. ed. Springer, New York.
- Fukuda, K., Miki, Y., and Hasegawa, S., 1990, "Analytical and Experimental Study on Turbulent Natural Convection in a Horizontal Annulus", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33(4), pp. 629-639.
- Fusegi, T. and Farouk, B., 1986, "A Three-dimensional Study of Natural Convection in the Annulus Between, Horizontal Concentric Cylinder", *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conf.*, vol. 4, pp. 1575-1580.
- Fusegi, T., Farouk, B. and Ball, K S., 1986, "Mixed-Convection Flows within a Horizontal Concentric Annulus with a Heated Rotating Inner Cylinder", *Mun. Heat Transfer*, vol. 9, pp. 591-604.
- Gardiner, S. M. R. and Sabersky, R. H., 1978, "Heat Transfer in Annular Gap", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 21, p. 1459.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., 1991, "A Dynamic Sub-Grid-Scale Eddy Viscosity Model", *Phys. Fluids A* 3 (7) July, pp. 1760-1765.
- Kaye, J. and Elgar, E. C. 1958, "Modes of Adiabatic Fluid Flow in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder", *ASME Trans.*, vol. 80, pp. 753-765.
- Kim, J. and Moin, P., 1985, "Application of a Fractional Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations", *J. Comp. Phys.*, 59, pp. 308-323.

- Kuehn, T. H. and Goldstein, R. J., 1976, "Correlating Equations for Natural Convection Heat Transfer Between Circular Cylinders", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 19, pp. 1127-1134.
- Kuehn T. H. and Goldstein, R. J., 1978, "An Experimental Study of Natural Convection Heat Transfer in Concentric and Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli", *ASME J. of Heat Transfer*, vol. 100, pp. 635-640.
- Lee, T. S., 1984, *Laminar Fluid Convection Between Concentric and Eccentric Heated Horizontal Rotating Cylinder for Low-Prandtl-Number Fluids*. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol. 14, pp. 1037-1062.
- Lee, T. S., 1992, "Numerical Computational of Fluid Convection with Air Enclosed between the Annuli of Eccentric Heated Horizontal Rotating Cylinder", *Com. Fluids*, vol. 21(3), pp. 355-368.
- Lilly, D. K., 1991, "A Proposed Modification of the Germano Subgrid-Scale Closure Method", *Phys. Fluids A* 4 (3). March, American Institute of Physics, pp. 633-635.
- Padilla, E. L. M., e Silveira Neto, A., 2003, "Influência de Diferentes Tipos de Filtros para Modelagem Dinâmica em Simulação de Grandes Escalas", XXIV Iberiam Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Ouro Preto-MG, Brasil, pp. CIL189-32.
- Padilla, E. L. M., 2004, "Large-Eddy Simulation of Transition to Turbulence in Rotating System with Heat Transfer", Doctor Thesis, Universidade Federal de Uberlândia, MG.
- Piomelli, U., Scotti, A. and Balaras, E., 2000, "Large-Eddy Simulations of Turbulent Flows, from Desktop to Supercomputer", Fourth International Conference on Vector and Parallel Processing, J. M. L. M. Palma, J. Dongarra and V. Hernández, Springer: Berlin, pp. 551-577.
- Prod'homme, M. and Robillard, L., 1991, "Natural Convection in an Annular Fluid Layer Rotating at Weak Angular Velocity", In Proc. 4<sup>th</sup> Int. Symp. on Transport Phenomena, Heat and Mass Transfer, Sydney, NSW, p. 38.
- Shaanan, S., 1975, "Numerical Simulation of Turbulence in the presence of Shear", Ph.D. thesis, Dep. Of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, CA.
- Sing, M. and Rajvanshi, S. C., 1984, "Heat and Transfer between Eccentric Rotating Cylinders", *J. Heat Transfer*, vol. 102, p. 347.
- Silveira Neto, A., Grand, D., Metais, O. and Lesieur, M., 1993, "A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Turbulence Behind a Backward-Facing Step", *Int. Journal of Fluids Mechanics*, vol. 256, pp. 1-25.
- Stone, H. L., 1968, "Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations", *SIAMJ Numer. Anal.*, vol. 5, pp. 530-558.
- White, F., 1974, "Viscous Fluid Flow", McGraw-Hill.
- Yang, H. Q. Yang, K. T. and Lloyd, J. R., 1988-b, "Rotational Effects on Natural Convection in a Horizontal Cylinder", *AIChE J.*, 34, p. 1627.
- Yang, L. and Farouk, B., 1992, "Tree-Dimensional Mixed Convection Flows in a Horizontal Annulus with a Heated Rotating Inner Circular Cylinder", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 35(8), pp. 1947-1956.
- Yoo, J-S., 1998, Mixed Convection of Air between Two Horizontal Concentric Cylinders with a Cooled Rotating Outer Cylinder", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 41(2), pp. 293-302.

## NUMERICAL ANALYSIS THE INFLUENCE OF THE SWIRL VELOCITY IN TRANSITIONAL FLOW IN CONCENTRIC HORIZONTAL ANNULUS

Elie Luis Martínez Padilla  
Federal University of Uberlandia  
epadilla@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto  
Federal University of Uberlandia  
aristeus@mecanica.ufu.br

### Abstract

In this paper, numerical experiments are performed to analyze the effects of the swirl velocity over transitional flow between two horizontal concentric cylinder with a rotating inner cylinder. The unstable and oscillatory flow was predicted using the Large-Eddy Simulation methodology with dynamic sub-grid scale model. Tree-dimensional aspect of transition to turbulence at Rayleigh number  $Ra=1,7 \times 10^5$  and Froude number range  $0,05 \leq Fr \leq \infty$  was obtained, as well as the effect of the centrifugal force on the heat transfer is analyzed.

Keywords: mixed convection, transitional flow, large-eddy simulation.