

INTRODUÇÃO À TRANSFERÊNCIA DE CALOR COM DISCIPLINAS INTEGRADORAS

João Flávio Vieira de Vasconcellos

LEMA – Laboratório de Experimentação e Simulação Numérica em Transferência de Calor e Massa
Departamento de Engenharia Mecânica e Energia
Instituto Politécnico, IPRJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ
CP 97282, 28601-970, Nova Friburgo, RJ, Brasil.
jflavio@iprj.uerj.br

Antônio José da Silva Neto

LEMA – Laboratório de Experimentação e Simulação Numérica em Transferência de Calor e Massa
Departamento de Engenharia Mecânica e Energia
Instituto Politécnico, IPRJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ
CP 97282, 28601-970, Nova Friburgo, RJ, Brasil.
ajsneto@iprj.uerj.br

Resumo. *O projeto do curso de graduação em Engenharia Mecânica do IPRJ foi elaborado no período em que as novas diretrizes curriculares para os cursos de engenharia estavam sendo discutidas, havendo então a percepção de que o conteúdo científico deveria ser apresentado o mais próximo possível do momento de sua aplicação prática. Para o curso supra mencionado foi idealizada uma seqüência de disciplinas denominadas integradoras, sendo o objetivo principal destas disciplinas a integração do conteúdo apresentado por outras disciplinas. Esta integração é feita essencialmente através da execução de projetos. Como o IPRJ tem uma atuação voltada para a computação científica, este é um aspecto presente em todo o seu curso de graduação em Engenharia Mecânica, com ênfase nas disciplinas integradoras, onde sempre que possível, as atividades numéricas são acopladas e realimentadas com atividades experimentais reais. É neste contexto que aspectos básicos em transferência de calor são trabalhados pelos alunos já no terceiro semestre do curso. Como exemplo, citamos o projeto voltado para a análise de transferência de calor em aletas. Os alunos divididos em equipes realizam, juntamente com os instrutores, todo o ciclo de modelagem matemática, numérica e experimental, com um aparato experimental bastante simples composto por aletas de diversas formas e materiais. Desta forma são integrados os conceitos básicos de Cálculo, Programação e Cálculo Numérico, sendo abordados de forma prática conceitos relacionados à Transferência de Calor.*

Palavras chave: *transferência de calor, ensino de engenharia.*

1. Introdução

No período de 1997 a 1998 foi elaborado o projeto do curso de graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Politécnico, Campus Regional da UERJ em Nova Friburgo, tendo sua primeira turma ingressado em março de 1999. Este projeto foi concebido no período em que as novas diretrizes curriculares para os cursos de engenharia estavam sendo discutidas, havendo então a percepção de que o conteúdo científico deveria ser apresentado o mais próximo possível do momento de sua aplicação prática.

Para o curso de graduação supra mencionado foi idealizada uma seqüência de disciplinas denominadas integradoras, compondo desta forma um dos eixos que corre através da grade curricular, sendo o objetivo principal destas disciplinas a integração do conteúdo apresentado por outras disciplinas, como por exemplo, para a disciplina de Modelagem Computacional I, procura-se abranger os conteúdos das disciplinas de Álgebra Linear I, Introdução à Programação e Física I. Esta integração é feita essencialmente através da execução de projetos (Silva Neto e Moura Neto, 1998). Como o IPRJ tem uma vocação e atuação voltada para a computação científica, este é um aspecto presente em todo o seu curso de graduação em Engenharia Mecânica, com ênfase nas disciplinas integradoras, onde sempre que possível, as atividades numéricas são acopladas e realimentadas com atividades experimentais.

As disciplinas integradoras no currículo de engenharia mecânica do IPRJ são as seguintes:

Introdução à Engenharia – 1º período
Modelagem Computacional I – 2º período
Modelagem Computacional II – 3º período
Estudos de Casos Empresariais – 4º Período
Modelagem na Indústria – 5º Período

Todas estas disciplinas supracitadas buscam integrar os conhecimentos adquiridos pelos alunos até aquele momento na solução de problemas de engenharia. Desta forma são integrados os conceitos básicos de Cálculo Diferencial e Integral, Introdução à Programação e Cálculo Numérico. Temas das disciplinas de transferência de calor ou mecânica dos fluidos, por exemplo, já são abordados nas disciplinas integradoras. Além da preparação para as disciplinas mais avançadas neste assunto, ocorre o ganho adicional da motivação demonstrada pelos alunos de engenharia, pois estes conseguem relacionar o conhecimento que lhes foram transmitidos com aplicações práticas.

Neste trabalho é apresentada a metodologia empregada na disciplina, é detalhado o projeto específico para o tratamento do problema de transferência de calor em aletas, bem como é apresentada uma discussão sobre os resultados obtidos.

2. A Disciplina de Modelagem Computacional II

A ementa desta disciplina que é ministrada no terceiro período do curso é a seguinte: São analisados problemas advindos da prática da engenharia de forma a integrar os conhecimentos adquiridos nas disciplinas de ciências básicas e de ciências da engenharia, sendo priorizadas as do 1º e 2º semestres (para Modelagem Computacional I) e do 2º e 3º semestres (para Modelagem Computacional II). São utilizadas ferramentas computacionais, tais como softwares de simulação e de manipulação simbólica, numérica e gráfica. As atividades são participativas e cooperativas em detrimento do aprendizado competitivo, utilizando técnicas de dinâmica de grupo.

Para que este curso possa alcançar seus objetivos, algumas condições devem ser satisfeitas:

- As aulas se realizam em um único encontro semanal, por dezesseis ou dezessete semanas. A carga horária do curso é de 60 horas/aula, desta forma, semanalmente os encontros levam quatro tempos de 50 minutos de aula.
- Pelo menos dois professores deverão conduzir o curso. Se possível for, estes professores deverão ter formação diversificada, desta forma garante-se a multidisciplinaridade do curso. Pelo menos um dos professores envolvidos deverá ter uma boa experiência em técnicas computacionais, para que seja dado o suporte necessário a este aspecto da matéria durante o desenvolvimento dos projetos.
- Antes do início do período letivo os responsáveis pela disciplina devem definir os três projetos que serão apresentados durante o curso. O primeiro projeto deverá ter o menor grau de dificuldade e o segundo o maior, para que a realização do último projeto não sobrecarregue demasiadamente os alunos no final do período letivo. Cada um dos projetos deverá ser completamente desenvolvido em cinco semanas de aula.
- Os projetos em que técnicas experimentais são utilizadas em conjunto com técnicas computacionais tiveram por parte dos alunos uma maior receptividade e, por esta razão, uma maior participação.
- O curso é realizado em um rígido cronograma, por esta razão, devem os professores responsáveis, ao propor determinado projeto, verificar se há condições reais dele ser realizado e providenciar todas as condições para o desenvolvimento das atividades. Deve-se evitar o desconforto de atrasar um determinado projeto pela falta de um equipamento.

O formato das aulas das disciplinas de modelagem computacional é o seguinte:

- Na primeira aula do semestre é apresentada a dinâmica do curso, as formas de avaliação, bem como as atividades do primeiro projeto. É importante que nesta primeira aula os responsáveis entreguem para os alunos um cronograma detalhado para a solução do projeto. Um exemplo de cronograma será apresentado na continuação do presente trabalho, na Tabela 1.
- Nesta primeira aula também deverão ser formadas as equipes de alunos. Recomenda-se que a escolha dos membros destas equipes seja feita pelos professores e não pelos próprios alunos. Um critério que tem sido utilizado é o do coeficiente de rendimento acadêmico, CR, e cada equipe possuiria um aluno com CR alto, outro com CR na média da turma e, por fim, outro abaixo da média. Somente em caráter excepcional é que estas equipes deverão ser alteradas até o final do semestre.
- Todos os componentes do grupo deverão ter a oportunidade de atuar nos seguintes eventos: (i) fazer a apresentação preliminar do projeto; (ii) fazer uma crítica técnica do projeto de outro grupo e (iii) fazer uma apresentação final do projeto realizado.
- No primeiro projeto cada um dos componentes do grupo exercerá um dos papéis supracitados. No projeto seguinte haverá um rodízio de forma que todos os membros possam realizar as três funções anteriormente mencionadas. O relatório final deverá ser único para cada grupo.
- A nota de cada projeto é única para todo o grupo. Desta forma tem-se conseguido que o grupo trabalhe em conjunto, pois o bom desempenho do colega é interesse de todos no grupo. Esta foi à fórmula encontrada para estimular a habilidade de comunicação interpessoal e o trabalho de equipe.

As turmas de Modelagem Computacional I têm em média 35 alunos e as de Modelagem Computacional II 30 alunos. Tradicionalmente estas disciplinas têm um baixo índice de reprovação, visto que há uma alta motivação para a realização das atividades.

Um dos pontos altos deste formato do curso é a avaliação em conjunto de uma equipe formada por alunos de desempenho acadêmico heterogêneo. Esta é a forma encontrada para simular equipes de trabalho encontrada na prática, onde a equipe, que na maioria das vezes é formada por indivíduos sem fortes vínculos de amizade, é avaliada pelo resultado do seu trabalho. De uma maneira geral, os alunos estranham a formação da equipe e oferecem alguma resistência a ela, pois estão habituados a eles próprios escolherem quem serão seus parceiros nos trabalhos de equipe. Caberá aos instrutores apresentar as razões pelas quais as equipes foram montadas e somente alterá-las em casos excepcionais.

Durante a realização dos projetos membros de uma equipe poderão reclamar aos instrutores do envolvimento de um dos seus membros. Os instrutores devem avaliar a reclamação criteriosamente e somente intervir se a reclamação assim o exigir. Estas situações adversas funcionam bastante bem para estimular a habilidade de comunicação interpessoal e o trabalho de equipe.

Tabela 1. Cronograma de atividades para as disciplinas de Modelagem Computacional.

1ª semana	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação do projeto pelos instrutores; • Realização de demonstração coletiva para toda a turma; • Proposição de atividades preliminares.
2ª semana	<ul style="list-style-type: none"> • Os grupos apresentarão por escrito os resultados das atividades preliminares; • Os instrutores fornecerão informações adicionais sobre a modelagem do problema e da realização do experimento, se for o caso; • Serão esclarecidas dúvidas dos alunos.
3ª semana	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação preliminar do projeto – cinco minutos de exposição oral, seguidos de cinco minutos de perguntas e discussão com a turma. As apresentações serão filmadas; • Serão esclarecidas dúvidas dos alunos; • Cada grupo fará crítica do projeto apresentado por um outro grupo conforme atribuição feita pelos instrutores.
4ª semana	<ul style="list-style-type: none"> • Cada grupo entregará a autocrítica, por escrito, de sua apresentação preliminar; • Os instrutores deverão comentar a avaliação da apresentação da apresentação preliminar feita na aula anterior • Serão esclarecidas dúvidas dos alunos
5ª semana	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação final do projeto – quinze minutos de exposição oral seguido de cinco minutos de perguntas e discussão com toda a turma; • Entrega do relatório final.

2.1. A Avaliação dos Projetos

Cada projeto é avaliado segundo os seguintes critérios:

- Apresentação preliminar do projeto onde será descrita a metodologia a ser utilizada na solução do problema proposto pelos instrutores. Um componente do grupo terá cinco minutos para uma apresentação oral da proposta do grupo e toda a turma terá então cinco minutos para perguntas e discussão. No IPRJ costuma-se filmar a apresentação para que o grupo disponha de um recurso extra para de fazer sua autocrítica. Na aula seguinte a esta apresentação, cada grupo deverá entregar ‘por escrito a autocrítica de sua apresentação.
- Crítica por escrito do projeto apresentado por um outro grupo conforme uma escolha feita previamente pelos instrutores. Ao final das apresentações preliminares os grupos têm dez minutos para se reunir e conversar sobre o projeto que deverão criticar. Ao final deste tempo somente um aluno de cada grupo escolhido para fazer a crítica deverá permanecer em sala. Ele terá quinze minutos para redigir uma crítica sobre a apresentação de um grupo previamente escolhido.
- Apresentação final do projeto. Um componente do grupo, aquele que não participou de nenhuma das duas atividades anteriores, deverá fazer uma exposição oral sobre o projeto realizado. Novamente estipula-se quinze minutos para esta apresentação e cinco minutos para perguntas dos alunos.
- No momento da apresentação final o grupo entregará o relatório final do projeto. Este relatório deverá ser estruturado pelo menos com os seguintes itens: (i) introdução; (ii) modelagem física, matemática e computacional do problema; (iii) descrição dos experimentos realizados; (iv) resultados; (v) discussão e conclusões; (vi) bibliografia.

- Na avaliação do relatório são levados em conta os seguintes aspectos: (i) apresentação; (ii) resultados; e (iii) análise. A clareza na apresentação das idéias, bem como o uso correto do idioma são aspectos que são fortemente considerados. Especial atenção se dá ao item discussão e conclusões, onde se espera que os alunos apresentem caminhos alternativos a serem adotados caso os resultados obtidos não sejam satisfatórios segundo uma avaliação do ponto de vista de engenharia.
- O código computacional utilizado na obtenção dos resultados que são utilizados na confecção do relatório final e na apresentação final deverá ser avaliado de forma independente do relatório final. O instrutor mais habilitado para esta tarefa deverá, em conjunto com a equipe, analisar o código computacional e, se for o caso, fazer críticas quanto às técnicas de programação utilizadas.

Note-se que diferentemente das disciplinas tradicionais, as atividades de ensino em sala de aula são bastante reduzidas. Olhando-se o cronograma apresentado na Tabela 1 observa-se que somente na primeira e na segunda semana está formalmente alocado um tempo para a exposição dos instrutores de algum conteúdo que estes considerem importante para o desenvolvimento do projeto. Nas outras três semanas, a exposição ficara a cargo das equipes de alunos, e os instrutores deverão fazer somente pequenas correções e orientações quando for necessário.

Mas se as atividades de classe parecem ser reduzidas, não se pode dizer o mesmo das atividades extraclasse. Em primeiro lugar, cada um dos projetos, e as condições para executá-lo, deverão estar integralmente prontos para que os projetos possam ser apresentados na primeira, sexta e décima primeiros semana do curso. Deverá haver um retorno rápido de cada uma das avaliações executadas para que as equipes possam corrigir os eventuais erros cometidos e se apresentarem melhor nas etapas subseqüentes. Por esta razão, estima-se ser necessário pelo menos 2 horas semanais em que os professores devem se encontrar a planejar as futuras aulas e corrigir os trabalhos já apresentados.

Como o volume de trabalho nestas disciplinas é bastante elevado, recomenda-se que a seleção dos professores responsáveis pela condução destes cursos seja feita com bastante critério. Minimamente é necessariamente que estes professores tenham um perfil de envolvimento com a atividade de bem ensinar.

3. Transferência de Calor em Aletas

O projeto que apresentaremos a seguir foi o primeiro projeto do curso de Modelagem Computacional II. Ele foi proposto no primeiro semestre de 2000 para os alunos que fazem parte da primeira turma do curso de Engenharia Mecânica do IPRJ. Naquele momento esta disciplina estava sendo oferecida pela primeira vez, mas já havia a experiência prévia, tanto dos instrutores quanto dos alunos, em relação à nova dinâmica do curso.

Os responsáveis pelo projeto possuíam uma experiência prévia em Transferência de Calor Computacional, ambos haviam feito seu doutoramento em temas ligados com esse tema. O laboratório em que ambos os autores trabalham, LEMA, tem como uma das linhas de pesquisa a caracterização térmica de novos materiais.

O título do projeto era: Transferência de Calor em Aletas. Os objetivos ao se propor este projeto em particular eram claros: (i) Apresentar uma noção sobre os mecanismos de transferência de calor, visto que uma das ênfases que o curso oferece é de termofluidodinâmica; (ii) Mostrar os conceitos iniciais de solução numérica de equações diferenciais, através da aplicação do método de diferenças finitas; (iii) Em um experimento em que os alunos mediram as temperaturas de quatro aletas diferentes, os alunos entraram em contato pela primeira vez com as técnicas de medição de temperatura; e (iv) De posse dos dados experimentais e do modelo matemático, os alunos deveriam ser capazes de ver se o modelo matemático proposto reproduzia as temperaturas medidas no experimento, e fazer críticas ao experimento e ao modelo matemático.

Algumas considerações são necessárias neste momento. Os alunos que estavam fazendo este curso, como quaisquer outros alunos dos cursos de engenharia, até aquele momento não tinham visto formalmente nenhum dos conceitos de transferência de calor. Desta forma, os instrutores devem ter muito cuidado ao deduzir as equações governantes do problema. Buscar exemplos e situações em que estes alunos possam visualizar tem demonstrado bons resultados. Por exemplo, na primeira aula foi deduzida a equação diferencial da aleta, através da realização de um balanço de energia em um volume de controle. Para que o entendimento fosse mais completo, procurou-se associar o balanço de energia com um balanço de massa equivalente. Esta analogia mostrou-se ser de mais fácil compreensão pelos alunos.

3.1. Concepção do Experimento

O experimento foi idealizado de forma que pudesse ser de simples realização e de baixo custo. Retirando-se o custo de todo o sistema de aquisição de sinais, o experimento foi orçado em menos de R\$ 100,00. Este foi um requisito importante, até por que as formas de financiamento são bastante escassas atualmente. Porém, o custo não foi o único requisito. O experimento em si deveria ser tal que fosse possível apresentar novos conceitos de transferência de calor para alunos do terceiro semestre de engenharia. O grau de profundidade das informações deveria respeitar esta condição. Desta forma pensou-se em realizar alguma atividade envolvendo condução de calor e medição de temperatura. Um conceito inicial de condução de calor e condutividade térmica é algo que os alunos matriculados no curso poderiam entender, e estes conceitos seriam fortalecidos com a própria realização da atividade experimental.

A medição de temperatura utilizando-se termopares e um sistema de aquisição de sinais, disponível no laboratório onde se realizou o experimento, foi uma novidade para quase todos os alunos. Mas não foi percebida alguma dificuldade maior destes alunos no entendimento de como funciona a medição com termopares.

Para o experimento foi adquirida uma forma de pudim e quatro aletas foram presas a esta forma, como pode ser visto nas Figs. (1) e (2). Estas aletas eram de alumínio, cobre e um material isolante, o polipropileno. A forma destas aletas também variou, como pode ser mais bem observado na Fig. (2). Uma delas foi intencionalmente escolhida por não apresentar uma forma cilíndrica.

Entendeu-se que, com esta variedade de materiais escolhidos para as aletas, o conceito de condutividade térmica seria mais bem entendido durante a realização do experimento. E uma variedade de forma, ajudaria no entendimento de como a geometria pode influenciar na eficiência da aleta.

Cada uma destas aletas foi perfurada em três posições diferentes para que três termopares pudessem ser fixados. Além destes três termopares foi fixado um na base da aleta, ou melhor, no parafuso que fixava a aleta à forma, e também na borda da própria forma. Desta forma, havia três termopares medindo temperaturas nas aletas, um termopar medindo a temperatura na base da aleta e outro medindo a temperatura da própria forma.



Figura 1. Vista superior do experimento.

Como o sistema de aquisições de sinais possuía seis canais diferentes, cada aleta teve sua temperatura medida de forma separada da outra. Os termopares que estavam conectados às bases das aletas foram instalados antes de iniciar o processo de aquecimento. Ao iniciar as medidas de uma determinada aleta, alterava-se a conexão do termopar junto ao sistema de aquisição de dados. Assim, evitava-se ter que mexer no sistema já aquecido. Os termopares conectados as aletas poderiam ser instalados durante o processo de aquecimento, visto que, para conectá-los bastava inseri-los nos furos previamente feitos.



Figura 2. Detalhe das aletas.

3.2. Realização do Experimento

Inicialmente, os alunos deveriam medir as dimensões das aletas, a posição de cada uma delas, para utilizar estas informações no modelo teórico que havia sido apresentado previamente à realização do experimento.

Após as medições, a forma, apresentada nas Figs. (1) e (2), era colocada sobre um aquecedor elétrico. Água foi adicionada à forma, para que o experimento pudesse ser realizado em uma condição de regime permanente. Enquanto se aguardava a fervura da água e o estabelecimento de uma condição de temperatura constante no tempo, o experimento como um todo era explicado para um grupo de no máximo três alunos (uma equipe).

Este é um momento em que o instrutor pode avaliar o conhecimento prévio de cada aluno sobre o assunto que está sendo abordado. Em geral, perguntou-se a razão por que foi colocada água no experimento, qual a aleta deveria ser a mais eficiente e onde se mediriam as maiores e menores temperaturas. As perguntas procuravam vincular o conhecimento prévio do aluno àquela atividade que estava sendo realizada.

Como nenhum dos alunos que fizeram esta experiência tinha algum conhecimento prévio sobre o sistema de aquisições de sinais e dos mecanismos de funcionamento de um termopar, alguns comentários foram feitos sobre o funcionamento e a utilização do aparelho e do termopar e um material escrito tratando sobre o assunto foi entregue a cada equipe.

Ao verificar que a temperatura estabilizou-se, iniciava-se a anotação da temperatura medida em cada um dos sensores. Esta tarefa foi repetida para cada uma das aletas e, via de regra, todo o processo se encerrava em menos de uma hora. Com os dados experimentais disponíveis, a equipe partia para a segunda fase do projeto, que consistia em fazer uma simulação numérica do mesmo problema e comparar os resultados obtidos numericamente com aqueles coletados experimentalmente.

4. Simulação Numérica

A simulação numérica da condução de calor em uma aleta é a segunda atividade a ser realizada neste projeto. Toda a parte formal desta atividade foi apresentada na primeira semana do projeto. Nesta aula deduziu-se, da forma mais simples possível, a equação da energia para o problema da aleta. A equação apresentada foi discretizada utilizando-se o método de diferenças finitas e, por fim, a equação discretizada resultante foi resolvida utilizando-se um exemplo.

4.1. Apresentação da Solução Discretizada

Dois métodos distintos para a solução do sistema linear de equações foram selecionados. Um método iterativo e outro a solução direta, utilizando-se o TDMA, do inglês *TriDiagonal Matrix Algorithm*. A idéia ao se escolher estes dois métodos foi a de incentivar os alunos na realização de comparações numéricas, buscando determinar qual dos métodos seria o melhor para aquela aplicação específica.

Houve algumas dificuldades na implementação dos métodos, pois alguns os alunos tinham pouca experiência em técnicas computacionais. Nesta hora é importante a participação do instrutor com uma prática em métodos numéricos. O procedimento realizado foi, em conjunto com todos os membros da equipe, abrir o código por eles elaborado e tentar mostrar as falhas e problemas de lógica que porventura existiam. O código não tinha que somente funcionar. Era importante que fosse eficiente computacionalmente, sem expressões redundantes, sem problemas de lógica, etc.

A equação diferencial que governa o problema de uma aleta de espessura fina, onde os efeitos bidimensionais são desconsiderados, é a seguinte:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = m(T - T_\infty) \quad (1)$$

onde

$$m = \frac{hP}{kA} \quad (2)$$

onde k é a condutividade térmica da aleta, A a área da seção transversal da aleta e P o perímetro desta seção, h o coeficiente de convecção e T_∞ a temperatura ambiente.

Utilizando-se série de Taylor pode-se aproximar os termos da equação diferencial da seguinte forma:

$$\frac{d^2T}{dx^2} \cong \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (3)$$

Assim a Eq. (1) é apresentada na forma de diferenças finitas como:

$$\frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta x^2} = m(T_i - T_\infty) \quad (4)$$

ou rearranjando os termos

$$(2 + m\Delta x^2)T_i = T_{i+1} + T_{i-1} + m\Delta x^2 T_\infty \quad (5)$$

A Eq. (5) pode ser reescrita em uma forma genérica bastante útil para o desenvolvimento do código computacional:

$$A_p^i T_i = A_E^i T_{i+1} + A_W^i T_{i-1} + S_p^i \quad (6)$$

com

$$\begin{aligned} A_p^i &= 2 + m\Delta x^2 \\ A_E^i &= A_W^i = 1 \\ S_p^i &= m\Delta x^2 T_\infty \end{aligned} \quad (7)$$

Como é sabido, são necessárias duas condições de contorno para resolver a Eq. (1). A primeira condição escolhida foi junto à forma, onde se mediu a temperatura. Para esta posição a temperatura é a temperatura medida na base da aleta, T_f , sendo assim os coeficientes da Eq. (1) são:

$$\begin{aligned} A_p^i &= 1 \\ A_E^i &= 0 \\ A_W^i &= 0 \\ S_p^i &= T_f \end{aligned} \quad (8)$$

Para o último ponto, localizado na extremidade mais distante da forma, os coeficientes da Eq. (1) são:

$$\begin{aligned} A_p^i &= 1 \\ A_E^i &= 0 \\ A_W^i &= 0 \\ S_p^i &= T_\infty \end{aligned} \quad (9)$$

Note-se que quando estas equações são apresentadas, deve-se fazê-lo explicando cuidadosamente cada uma das considerações. Os alunos em questão não conheciam o método de diferenças finitas ou mesmo aproximações por série de Taylor. Um exemplo com 5 ou 6 pontos auxilia bastante no entendimento destes novos conceitos.

O valor de h , embutido na Eq. (2), não é de fácil obtenção. Uma das atividades do projeto consistiu em estimar um valor que mais se aproximasse dos dados experimentais medidos. Apesar de existirem técnicas que fazem esta estimativa de forma automática, para o projeto isto foi feito de forma manual, utilizando-se tentativa-e-erro.

4.2. Solução do Sistema de Equações Lineares

Após a apresentação da equação na forma discretizada, fica simples demonstrar a necessidade de um algoritmo de solução de sistemas lineares. No exemplo apresentado em sala, mostra-se que é necessário desenvolver um código computacional para resolver um sistema de equações lineares, e que isto pode ser feito utilizando-se vários métodos distintos. Para o projeto escolheu-se uma solução iterativa e um método direto.

4.2.1. Solução Iterativa do Sistema Linear de Equações

Escolheu-se um algoritmo iterativo por ser de simples implementação computacional. O processo iterativo para determinar os valores de T_i é o seguinte:

$$T_i = \frac{A_E^i T_{i+1} + A_W^i T_{i-1} + S_p^i}{A_p^i} \quad \text{com} \quad 1 \leq i \leq N \quad (10)$$

Este processo deve ser repetido para todos os elementos do domínio até que a variação de temperatura em todos os elementos seja menor que um erro previamente definido.

4.2.2. Solução Direta do Sistema Linear de Equações

O segundo método de solução de sistemas lineares é um pouco mais sofisticado. O TDMA (Patankar, 1980) é um algoritmo que, diferentemente do problema anterior, apresenta a solução exata de um sistema de equações lineares como o da Eq. (6). O algoritmo deste método é o seguinte:

Primeiramente calcular os valores de P_m e Q_m

$$P_1 = \frac{A_E^1}{A_P^1} \quad \text{e} \quad Q_1 = \frac{S_P^1}{A_P^1} \quad (11)$$

$$P_i = \frac{A_E^i}{A_P^i - A_W^i P_{i-1}} \quad \text{para} \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (12)$$

$$Q_i = \frac{S_P^i + A_W^i Q_{i-1}}{A_P^i - A_W^i P_{i-1}} \quad \text{com} \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (13)$$

$$T_N = Q_N \quad (14)$$

$$T_i = P_i T_{i+1} + Q_i \quad \text{com} \quad i = N-1, N-2, \dots, 2, 1 \quad (15)$$

Este é um método cuja programação que exige mais dos alunos que o primeiro método visto. A comparação da eficiência dos dois métodos fazia parte da atividade de pesquisa associada à este projeto.

5. Conclusões

As disciplinas integradoras correspondem às expectativas dos alunos e dos professores. Do lado dos alunos, nota-se uma satisfação ao realizar um trabalho completo, envolvendo diferentes aspectos do conhecimento, em que uma parte teórica é realizada em conjunto com uma atividade prática. Por ter cada projeto um aspecto teórico, passam os alunos a ver com outros olhos as disciplinas eminentemente teóricas do currículo, como Cálculo Diferencial e Integral.

A formação integral existente nas disciplinas também é um aspecto a se ressaltar. Em cada projeto, e a cada fase do projeto, os alunos devem demonstrar habilidades distintas e desenvolver maneiras de trabalhar em grupo de uma maneira eficiente. Conflitos pessoais são resolvidos, na maioria dos casos, entre os próprios membros da equipe. Raras foram as situações em que foram necessária alguma intervenção por parte dos instrutores.

As disciplinas de Modelagem Computacional I e II possuem uma dinâmica muito diferente das formas consagradas de ensino em engenharia. Os autores deste trabalho, que ministraram as duas disciplinas, nunca tiveram um curso com esta dinâmica em suas respectivas formações de graduação, ou mesmo na pós-graduação. Isto pode ser uma dificuldade para muitos professores, ministrar um curso sem ter um padrão prévio para comparação. Ou, pode ser uma oportunidade ímpar para que novos conceitos pedagógicos sejam aprendidos e uma visão sobre a tarefa de bem ensinar e para formar indivíduos melhores preparados para sua atuação na sociedade.

A resposta dos alunos ao curso e em particular a este projeto apresentado foi bastante boa. Os relatórios surpreenderam pelo seu conteúdo e nas aulas houve uma participação com perguntas e comentários bastante intensa. Como mencionado este projeto foi apresentado aos alunos no primeiro semestre de 2000, quando os mesmos se encontravam cursando o terceiro semestre do curso. Atualmente, no primeiro semestre de 2002, estes mesmos alunos estão cursando a disciplina de transferência de calor e já fizeram a parte introdutória do curso que trata justamente de condução de calor. O conhecimento prévio de condução de calor fez com que as aulas de condução de calor e condutividade térmica, na disciplina de transferência de calor, tivessem um padrão diferente do que é usualmente visto. As perguntas acabaram por relacionar o novo conteúdo teórico com o que estes alunos se lembravam do que havia ocorrido dois anos atrás.

Sobre o projeto propriamente dito gostaríamos de tecer algumas considerações. Ele é de simples confecção e de custo extremamente baixo, se já existir o sistema de aquisição de sinais, evidentemente. Os novos conceitos que podem ser transmitidos, baseados nas conclusões experimentais, serão utilizados no futuro nos cursos de transferência de calor. Isto faz com que o aluno perca a idéia de informações que são válidas em apenas uma disciplina e comece a pensar que o conhecimento aprendido em uma época poderá ser útil em uma outra situação.

A resposta dos alunos ao experimento e a realização da parte computacional foi bastante positiva. Utilizar um método numérico para comparar resultados experimentais por eles próprios obtidos é algo que desperta bastante motivação e interesse na realização da atividade.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio prestado a atividade de pesquisa realizada.

7. Referências

- Patankar, S. V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, New York.
- Silva Neto, A. J., e Moura Neto, F. D., 1998, “Uma abordagem multidisciplinar na montagem de um programa de graduação em engenharia mecânica”, Anais do XXVI Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, São Paulo.