IX CONGRESSO BRASILEIRO DE
ENGENHARIA E CIÊNCIAS TÉRMICAS

9th BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL
ENGINEERING AND SCIENCES

Paper CIT02-0059

# UMA APLICAÇÃO DO SOFTWARE MAPLE NO ENSINO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

**André. R. Muniz**
Departamento de Engenharia Química - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Luiz Englert s/n – 90040-040 - Porto Alegre, RS, Brasil
Muniz@enq.ufrgs.br

**Ligia Damasceno Ferreira Marczak**
Departamento de Engenharia Química - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Luiz Englert s/n – 90040-040 - Porto Alegre, RS, Brasil
Ligia @enq.ufrgs,br

***Resumo.*** *O presente trabalho tem como objetivo apresentar exemplos de uso de um software de computação simbólica, no caso o MAPLE, na resolução de equações diferenciais típicas de problemas envolvendo a condução de calor unidimensional em estado transiente, um tópico muito importante dentro do ensino de Transferência de Calor. Obter uma solução analítica para estas equações é, em geral, uma tarefa cansativa e tediosa e não acrescenta quase nada em relação ao entendimento da física envolvida no problema em estudo. Através da técnica proposta, a resolução matemática das equações é feita de maneira relativamente simples através do uso do software, que dispõe também de ferramentas gráficas que são utilizadas na visualização de resultados. Esta metodologia leva a um maior entendimento da física envolvida no processo sem que o aluno tenha de gastar tempo com exaustivas manipulações algébricas.*

***Palavras chave:*** *ensino de transferência de calor, informática no ensino, computação simbólica, equações diferenciais, condução transiente.*

## 1. Introdução

O estudo das disciplinas de Fenômenos de Transporte, que abrangem a Transferência de Quantidade de Movimento, Calor e Massa, nos cursos de graduação em Engenharia Química tem constantemente merecido a atenção da comunidade docente no sentido de aprimorar as técnicas didáticas utilizados no seu ensino. Diferentemente do que ocorre em outras engenharias, por exemplo, na Mecânica, na Metalúrgica, na Sanitária, entre outras, estas disciplinas são absolutamente fundamentais (e não apenas uma área do conhecimento) na medida em que abrangem tópicos que serão utilizados na grande maioria das disciplinas subseqüentes. Não é possível imaginar o ensino das Operações Unitárias, do Cálculo de Reatores e da Simulação de Processos Químicos sem um bom entendimento das disciplinas de Fenômenos de Transporte.

Especificamente, o estudo da Transferência de Calor nos tópicos referentes à condução (ou difusão) de calor em estado transiente envolve a resolução analítica de equações diferenciais parciais que fornecem como solução os perfis de temperatura para diferentes tempos e também a taxa de calor trocado durante o processo. Como regra, as soluções destas equações diferenciais parciais são expressões complexas obtidas através de manipulações algébricas tediosas, cansativas e bastante trabalhosas. Adicionalmente, as soluções obtidas, em geral na forma de séries infinitas, são de difícil visualização, o que acaba por desestimular os alunos, uma vez que eles não conseguem interpretar fisicamente os resultados obtidos com as soluções.

Neste contexto, situa-se o objetivo deste trabalho de propor uma metodologia de ensino da condução de calor transiente utilizando um software de computação simbólica, no presente caso, o MAPLE (http://www.maplesoft.com). As equações diferenciais governantes, juntamente com as condições de contorno e condição inicial, são facilmente resolvidas, chegando-se a expressões algébricas que podem ser utilizadas de modo a facilitar uma maior investigação dos parâmetros relevantes da solução do problema.

O uso das ferramentas gráficas disponíveis no software aumenta consideravelmente o entendimento físico através da visualização dos resultados. A geração de gráficos de temperatura para diferentes tempos e gráficos animados (evolução de um perfil de temperatura com o tempo) permitem ao aluno um maior entendimento do problema físico envolvido. Adicionalmente, é possível avaliar graficamente o efeito da variação de determinados parâmetros do problema (propriedades físicas, condições iniciais, entre outras) no resultado final. A utilização destas ferramentas em sala de aula leva indubitavelmente a um maior entendimento da física envolvida no processo em questão, sem que o aluno tenha de gastar tempo com exaustivas manipulações algébricas.

Neste trabalho serão apresentados exemplos de aplicações desta ferramenta a diferentes problemas da condução do calor transiente unidimensional. As soluções analíticas obtidas são apresentadas na forma de gráficos dos perfis de temperatura em diferentes tempos e gráficos das taxas de calor trocado em diferentes posições.

A utilização do software, como descrita neste trabalho, foi implementada experimentalmente na disciplina de Fenômenos de Transporte II (Transferência de Calor) no curso de graduação em Engenharia Química da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, - UFRGS, no segundo semestre do ano de 2001. O MAPLE foi escolhido devido tanto às suas potencialidades como também ao fato da UFRGS possuir um número grande de licenças do software, podendo ser utilizado pelos alunos de graduação em dois laboratórios de computação disponíveis.

## 2. O Software

O software MAPLE é um sistema de computação algébrica. Formalmente, computação algébrica (às vezes chamada de manipulação algébrica ou computação simbólica) pode ser definida como a computação com variáveis e constantes de acordo com as regras da álgebra, análise e outros ramos da matemática, que realiza manipulação de expressões que envolvem símbolos, variáveis e operações formais, de preferência a trabalhar com dados convencionais, na forma de números e *strings* de caracteres (Gonnet e Grunz, 1991). Resumidamente, o MAPLE é um software matemático cuja característica principal é a possibilidade de trabalhar com informação na forma algébrica, diferentemente do que ocorre com os software de caráter numérico..

O MAPLE permite resolver problemas levando a soluções analíticas e exatas, em diversas áreas da matemática. Neste contexto, destaca-se o cálculo diferencial e integral, os sistemas de equações algébricas, as equações diferenciais e os sistemas de equações diferenciais, a álgebra linear, entre outras. Além de trabalhar com operações algébricas, o MAPLE possui ferramentas gráficas para a visualização das soluções, podendo elaborar gráficos em 2 ou 3 dimensões e ainda gráficos animados. Adicionalmente, possui diversos algoritmos numéricos para a resolução de equações algébricas ou diferenciais (e também sistemas destas) onde não é possível obter uma solução analítica. O MAPLE contém diversos pacotes de comandos voltados para aplicações específicas, tais como transformadas integrais, estatística, entre outras. Possui uma linguagem de programação própria que permite utilizar os diversos comandos do software na elaboração de novos comandos, pacotes e procedimentos. Finalmente, destaca-se que este software permite criar documentos de texto, dos mais simples aos mais sofisticados, contendo os cálculos desenvolvidos (e eventualmente gráficos) utilizando para isto diversos recursos de edição de texto. Devido a sua grande potencialidade, o MAPLE pode ser utilizado em diversas ciências, como Matemática, Física, Química, Estatística e, em especial, na Engenharia.

Neste trabalho, a atenção será focada na utilização do MAPLE para a resolução de problemas de transferência de calor, mais especificamente da condução do calor unidimensional em estado transiente. A resolução destes problemas consiste em obter a solução das equações diferenciais governantes do problema aplicando as condições de contorno e a condição inicial pertinentes. De posse da solução, é possível construir gráficos de modo a permitir uma melhor visualização dos resultados e um maior entendimento físico do problema em estudo.

A equação de interesse, uma equação diferencial parcial, é a equação da conservação de energia escrita em coordenadas cartesianas. O MAPLE resolve analiticamente equações diferenciais ordinárias e sistemas destas, chegando a soluções gerais ou particulares (para dadas condições de contorno e condição inicial). Entretanto, este software resolve equações diferenciais parciais levando somente a soluções gerais (e não a particulares), o que não é de interesse em problemas de engenharia. Desta forma, se torna necessário aplicar um método para a resolução da equação diferencial juntamente com as condições de contorno e inicial. Dentre os métodos mais utilizados estão o da Separação de Variáveis e da Transformada de Laplace (Kreyszig, 1998), que geralmente levam a trabalhos exaustivos e tediosos. O Método da Separação de Variáveis, por exemplo, envolve grande manipulação algébrica, originando soluções na forma de séries infinitas. Da mesma forma, o Método da Transformada de Laplace requer um complexo trabalho algébrico na determinação da transformada ou da transformada inversa de funções.

No presente trabalho o MAPLE é usado para facilitar a resolução da equação diferencial parcial do problema, de forma a evitar a perda de tempo com manipulações algébricas. Todos os passos utilizados na resolução do problema são descritos em uma *worksheet*, obtendo-se, ao final, um documento similar a uma "folha de cálculos" relativa ao problema em questão. As soluções analíticas são então utilizadas para a criação de gráficos de modo a visualizar os resultados obtidos.

## 3. Formulação do problema

O problema a ser explorado neste trabalho, cuja solução é obtida a partir da aplicação do software MAPLE, é o clássico problema da condução de calor unidimensional transiente em uma parede plana (Incropera e De Witt, 1996). A Fig. (1) mostra a representação esquemática deste problema. Na posição correspondente a $x = L$ tem-se uma troca convectiva de calor e na posição referente a $x = 0$ são impostas três condições de contorno diferentes. Para o caso (a) tem-se uma temperatura especificada, para o caso (b) tem-se a superfície isolada e no caso (c) tem-se a imposição de um fluxo de calor conhecido. Deseja-se determinar o perfil de temperaturas unidimensional para diferentes tempos. Para a situação de estado estacionário o cálculo é simples, uma vez que a equação governante é a equação da condução de calor unidimensional, uma equação diferencial ordinária linear de 2ª ordem. A solução é obtida pela dupla integração direta desta equação com a substituição das condições de contorno pertinentes.

O problema transiente conduz a uma solução que traz maiores ganhos em relação ao entendimento físico relacionado a esta situação; a visualização do comportamento do perfil de temperaturas transiente, partindo de uma condição inicial sendo impostas as condições de contorno, não é uma tarefa fácil de ser compreendida pelos alunos.

A equação governante deste problema é a equação da condução do calor unidimensional transiente:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$

onde $T$ é a temperatura, $x$ a coordenada espacial, $t$ a coordenada temporal e $\alpha$ é a difusividade térmica do material da parede.

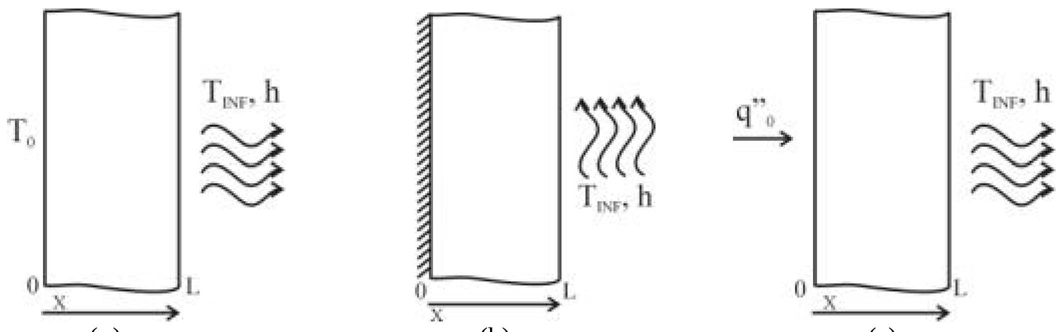


Figura 1. Parede plana unidimensional com condições convectivas em $x = L$ e (a) temperatura prescrita em $x = 0$; (b) isolamento em $x = 0$; (c) fluxo de calor prescrito em $x = 0$.

A Eq. (1) é uma equação diferencial parcial cuja solução geral é obtida através do Método da Separação de Variáveis (Kreyszig, 1998). Esta solução está na forma de uma série infinita e no ensino da Transferência de Calor a obtenção desta solução, via de regra, é suposta conhecida e estudada em disciplina pré-requisito (por exemplo, Equações Diferenciais). Problemas transientes de calor são estudados utilizando a solução da Eq. (1) (previamente adimensionalizada) truncada no primeiro termo da série. São traçados gráficos de soluções em função dos números adimensionais Biot e Fourier, nas conhecidas cartas de Heisler (Incropera e De Witt, 1996). Neste caso, não é possível explorar os conceitos físicos envolvidos nos problemas, mas tão somente determinar os valores de temperatura em uma dada posição da parede em um dado tempo. A utilização das soluções obtidas utilizando o MAPLE permite uma melhor exploração dos aspectos físicos deste tipo de problema.

**4. Exemplos de aplicação e discussão**

A implementação da metodologia proposta neste trabalho consiste na disponibilização aos alunos das soluções prontas para cada tipo de situação a ser investigada. Os alunos, portanto, não precisam saber programar no MAPLE; eles precisam apenas aprender a alterar os programas para resolver uma determinada situação física. Neste contexto, vale ressaltar que um dos objetivos desta metodologia é incentivar o aluno a gerar as soluções para diferentes situações físicas e não apenas disponibilizar as curvas em apostilas. A apresentação desta técnica é simples não requerendo mais do que duas horas/aula ( 100 minutos); deste forma, não há prejuízo no ensino dos demais tópicos da disciplina. A sua implementação requer que haja disponibilidade de computadores que possuam o software MAPLE instalado e que possam ser utilizados pelos alunos.

A apresentação de alguns problemas que podem ser explorados com a metodologia proposta será feita a seguir separadamente para cada uma das três condições de contorno mostradas na Fig. (1).

**4.1. Caso (a): Temperatura especificada em $x = 0$ e troca convectiva em $x = L$**

Para o caso (a) da Fig. (1), ou seja, temperatura especificada em $x = 0$ e troca convectiva em $x = L$, o problema de contorno a ser resolvido consiste na resolução da Eq. (1) sujeita às seguintes condições de contorno e condição inicial:

$$T(x,0) = T_i\,; \qquad T(0,t) = T_0\,; \qquad -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h\cdot\left(T(L,t) - T_{INF}\right) \tag{2}$$

onde $T_i$ é a temperatura inicial da parede, $T_0$ é a temperatura prescrita em $x = 0$, $T_{INF}$ é a temperatura do fluido que troca calor convectivamente com a parede em $x$ = L e $h$ é o coeficiente de troca de calor convectivo.

A visualização da solução obtida para este problema pode ser feita facilmente uma vez obtida a solução final resolvida pelo software MAPLE. Utilizando o Método de Separação de Variáveis (Kreyszig, 1998), chega-se a uma solução na forma de uma série infinita, a qual é truncada em um determinado número de termos, sendo possível traçar os gráficos do perfil de temperatura na parede para diferentes instantes de tempo, conforme está mostrado na Fig. (2). A curva de temperatura constante e igual a 300 K (linha marrom) corresponde à situação inicial e a curva linear (linha cinza) corresponde à situação de estado estacionário. No presente exemplo tem-se os seguintes valores para as variáveis do problema: $T_i$ = 300 K, $T_{INF}$ = 400 K; $T_0$ = 350 K; $\alpha = 1\times10^{-5}$ m$^2$/s; $h$ = 100 W/m$^2$.K; $k$ = 10W/m.K; $L$ = 1m.

Uma vez conhecido os perfis de temperaturas, a expressão para o fluxo de calor em qualquer posição da parede e para qualquer instante de tempo é obtido pela aplicação da Lei de Fourier, expressa por:

$$q_x = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \qquad (3)$$

onde $q_x$ é o fluxo de calor na direção $x$ e $k$ é a condutividade térmica do material da parede .A Fig. ( 3) mostra os valores do fluxo de calor em função do tempo para diferentes posições na parede para a situação do caso (a) da Fig. (1).

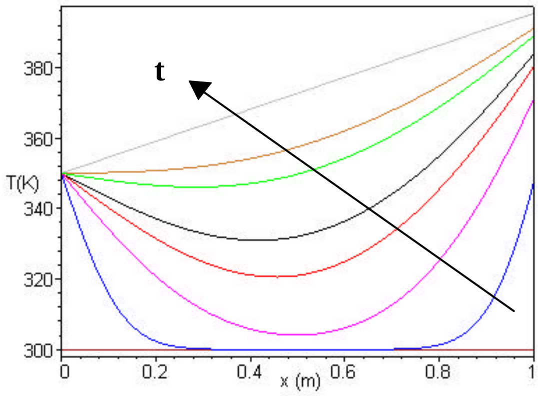


Figura 2. Perfis de temperatura em diferentes instantes do tempo para a situação (a) da Fig. (1).

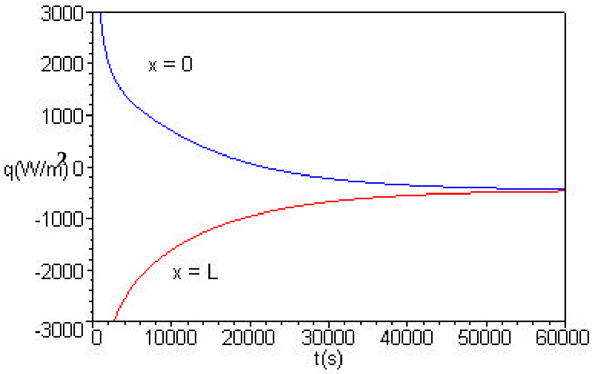


Figura 3. Fluxo de calor em função do tempo em diferentes posições da placa para a situação (a) da Fig. (1).

A análise da Fig. (2) mostra a evolução do perfil de temperatura na parede, desde a condição inicial até a condição de estado estacionário. A condição de contorno de temperatura especificada em $x$ = 0, e sua conseqüente influência nos perfis, é perfeitamente observada nesta figura uma vez que todas as curvas partem do valor de 350 K. Esta característica, aparentemente óbvia, muitas vezes passa desapercebida pelos alunos (que tendem a imaginar uma condição de estado estacionário onde toda a parede estaria a temperatura igual a $T_{INF}$ ). Outra característica interessante deste gráfico (e, assim, de difícil compreensão pelos alunos) é o fato das inclinações dos perfis de temperatura na posição $x$ = 0 mudarem de sentido a partir de um determinado instante de tempo. Tendo a oportunidade de realizar diversas simulações os alunos acabam por compreender características importantes do fenômeno. Finalmente, ressalta-se que este tipo de gráfico pode ainda ser animado no MAPLE, de modo que seja plotado cada perfil na seqüência ordenada pela variação do tempo, sendo possível escolher o intervalo do tempo entre dois gráficos consecutivos.

A Fig. (3) mostra características importantes com relação à variação do fluxo de calor com o tempo para diferentes posições na parede. O fluxo na posição $x$ = 0 (linha azul) no início do processo é grande e positivo (o calor está entrando na parede) e torna-se negativo a partir de uma determinado tempo, indicando que o fluxo de calor muda de sinal; para a posição $x = L$, o fluxo é sempre negativo e o seu valor deve tender ao valor correspondeste à posição $x$ = 0 para a situação de estado estacionário. No estado estacionário o valor do fluxo de calor é igual a – 454.5 W/m$^2$.

Com base nos resultados apresentados nas Figs. (2) e (3), a questão física envolvida na situação analisada é muito mais facilmente explicada e conseqüentemente melhor entendida pelos alunos. Conforme comentado anteriormente, estas características, ainda que pareçam evidentes, não são facilmente percebidas pelos alunos. Vale ressaltar que os alunos podem, com facilidade, alterar os valores dos tempos e das posições a serem plotadas nestes gráficos, podendo, assim, explorar outras características do problema em questão; por exemplo, é possível verificar na Fig. (2) em qual tempo a inclinação do perfil de temperatura na posição $x$ = 0 torna-se zero e compará-lo com o tempo para o qual o fluxo de calor nesta posição passa pelo valor igual l a zero na Fig. (3).

Finalmente, ressalta-se que poderiam ser testados facilmente diferentes condições para a mesma situação, apenas variando-se os parâmetros característicos do problema; por exemplo, especificando uma temperatura diferente em $x$ = 0, alterando o coeficiente de troca convectiva, a condutividade térmica, entre outras, de maneira a visualizar como um ou mais deste parâmetros influenciam na solução do problema.

### 4.2. Caso (b): Isolamento em x = 0 e troca convectiva em x = L.

Para o caso (b) da Fig. (1) o perfil de temperatura é obtido pela resolução da Eq. (1), aplicando as seguintes condições de contorno e inicial:

$$T(x,0) = T_i\,; \qquad -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0\,; \quad -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h\cdot\left(T(L,t) - T_{INF}\right); \tag{4}$$

Neste exemplo os valores para as variáveis do problema são os seguintes: $T_i$ = 300 K, $T_{INF}$ = 400 K; $a$ = $1\times10^{-5}$ m$^2$/s; $h$ = 100 W/m$^2$.K; $k$ = 10 W/m.K e $L$ = 1m. As distribuições de temperatura para diferentes tempos para esta situação estão mostradas na Fig (4), onde, devido ao isolamento na face correspondente à posição $x$ = 0, tem-se as inclinações dos perfis de temperatura iguais a zero. Novamente, esta conseqüência óbvia da aplicação da condição de isolamento não é facilmente percebida pelos alunos que agora têm a oportunidade de explorar características importantes de problemas transiente de condução do calor

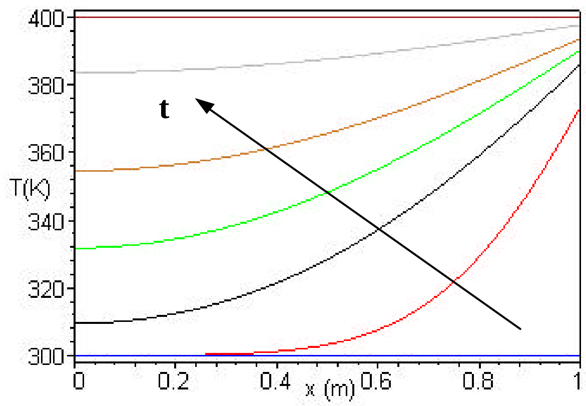


Figura 4. Perfis de temperatura em diferentes instantes de tempo para a situação (b) da Fig. 1.

A Fig (5) mostra os valores do fluxo de calor para duas posições distintas na parede. Claramente pode ser explorado o comportamento do fluxo de calor na posição correspondente a $x = L$, sempre negativo e diminuindo em módulo até à condição de estado estacionário.

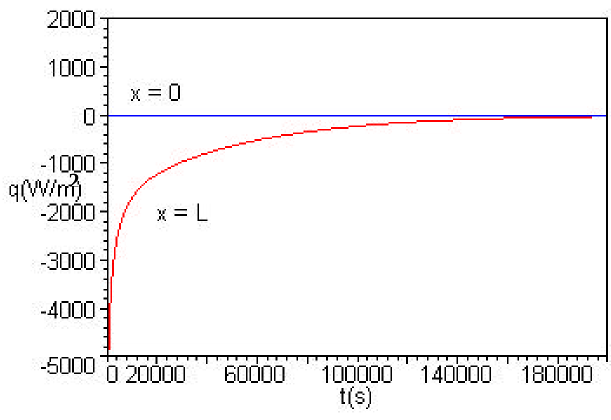


Figura 5. Fluxo de calor em função do tempo em diferentes posições da placa para a situação (b) da Fig.1

Uma característica interessante que também pode ser avaliada através da análise de figuras deste tipo é a verificação da hipótese de se assumir a parede como espacialmente isotérmica, ou seja, aplicar o Método da Análise Global em um processo de condução de calor em regime transiente (Incropera e De Witt, 1996). Neste caso, a distribuição de temperatura no interior do sólido é praticamente constante, sendo que o critério que é comumente utilizado para a aplicação desta hipótese é o meio possuir o número de Biot menor do que 0,1. Este número adimensional representa a razão entre a resistência à transferência de calor por condução no interior do sólido e a resistência à transferência de calor por convecção do lado externo, ou seja, $Bi = hL/k$. Para elevados valores de Biot, a resistência à condução predomina e existirão gradientes de temperatura ao longo do corpo; em contraste, para Bi baixos, a resistência à convecção predomina de modo que todo o corpo estará a uma temperatura praticamente constante. Estas duas situações podem ser analisadas aplicando-se diferentes valores para a condutividade térmica $k$ e para o coeficiente convectivo de transferência de calor $h$ na solução obtida.

A Fig. (6) mostra os perfis de temperatura para diferentes instantes de tempo para a situação de um caso com Bi = 0,1($h$ = 10 W/m$^2$.K e $k$ = 100 W/m.K). A comparação entre esta figura e a Fig. (4), que corresponde à situação de Bi = 10, mostra claramente as características discutidas logo acima, onde para, Bi = 0,1, os gradientes de temperatura no sólido são praticamente nulos. A possibilidade do aluno de gerar curvas deste tipo com facilidade o motiva para a descoberta de novos problemas a serem explorados.

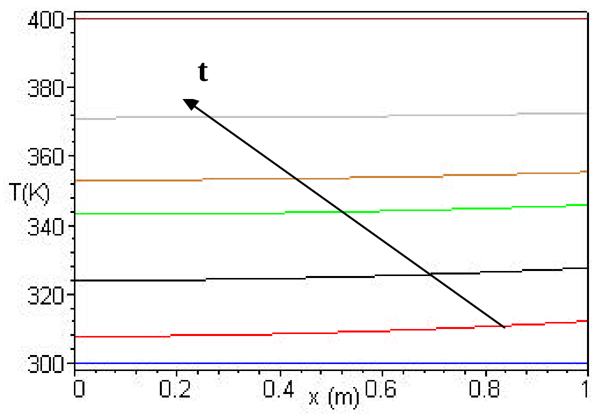


Figura 6. Perfis de temperatura em diferentes instantes do tempo a situação com Bi = 0.1

**4.3. Caso (c). Fluxo de calor prescrito em x = 0 e troca convectiva em x = L.**

Neste caso, novamente a Eq. (1) deve ser resolvida utilizando-se na seqüência as seguintes condições de contorno e inicial:

$$T(x,0) = T_i\,; \qquad -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = q''_0\,; \qquad -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = h\cdot\left(T(L,t) - T_{INF}\right) \tag{5}$$

onde $q_0$"é o fluxo de calor prescrito em $x$ = 0. Os perfis de temperatura obtidos são igualmente traçados para diferentes tempos bem como os valores do fluxo de calor em função do tempo para diferentes posições na parede. A fim de mostrar como é relativamente fácil a obtenção dos resultados para diferentes situações, dois casos, onde os valores de $T_{INF}$ , $T_i$ e $h$ são modificados, serão apresentados.

As Figs. (7) e (8) apresentam os perfis de temperatura e os valores do fluxo de calor, respectivamente para a situação com $T_i$ = 350 K; $T_{INF}$ = 300 K; $a$ = 1×10$^{-5}$ m$^2$/s; $q_0$" = 1000 W/m$^2$; $h$ = 100 W/m$^2$.K; $k$ = 10W/m.K e $L$ = 1m.

Toda a investigação física envolvida no problema em questão pode ser mais facilmente entendida pela análise destas figuras. Os perfis de temperatura possuem inclinações constantes em $x$ = 0 e inclinações em $x$ = $L$ que vão diminuindo com o passar do tempo até um determinado instante, passando a crescer até que o estado estacionário seja atingido. Neste caso, as curvas de temperatura mostram a evolução da frente de aquecimento propiciado pelo fluxo de calor fornecido em $x$ = 0 uma vez que, a partir de um determinado tempo, as curvas junto à superfície de $x$ = $L$ passam por valores mínimos de temperatura até atingirem a situação de estado estacionário; a curva correspondente à linha rosa tem um valor de temperatura na posição $x$ = $L$ menor do que a curva marrom de estado estacionário.

A análise da Fig (8) mostra a característica discutida anteriormente. O valor do fluxo de calor na posição $x$ = $L$ cai monotonicamente até um valor mínimo e depois aumenta até igualar o seu valor ao valor do fluxo de calor fornecido em $x$ = 0 para a condição de estado estacionário. O entendimento destas particularidades é extremamente difícil através do método didático convencional de se traçar estas curvas no quadro negro.

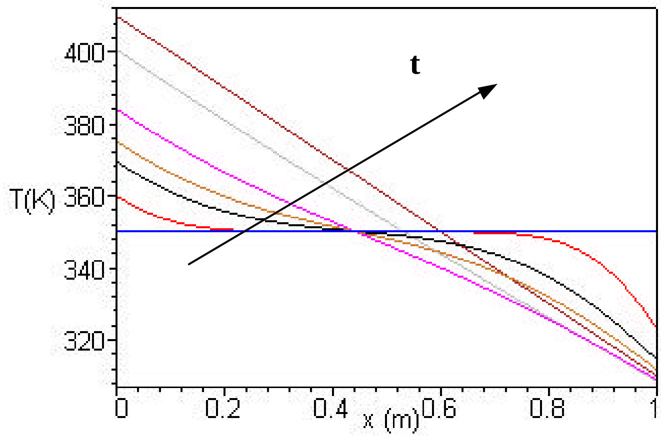


Figura 7. Perfis de temperatura em diferentes instantes do tempo para a situação (c) da Fig. (1). – Situação com $T_i$ = 350 K, $T_{INF}$ = 300 K e $h$ = 100 W/m$^2$.K.

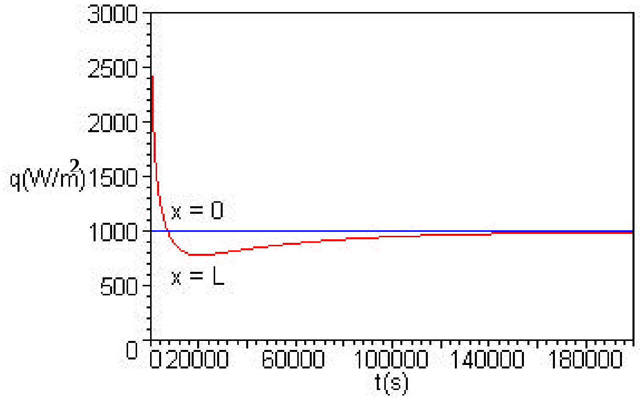


Figura 8. Fluxo de calor em função do tempo em diferentes posições da parede para a situação (c) da Fig. (1) – Situação com $T_i$ = 350 K, $T_{INF}$ = 300 K e $h$ = 100 W/m$^2$.K

Finalmente estão apresentados na Fig. (9) os resultados dos perfis de temperatura, e dos valores do fluxo de calor, Fig. (10), para situação onde alterou-se os valores de alguns parâmetros do problema: $T_i$ =300 K; $T_{INF}$ = 400 K; $a$ = $1{\times}10^{-5}$ m$^2$/s; $q_0''$ = 1000 W/m$^2$; $h$ = 50 W/m$^2$.K; $k$ = 10W/m.K e $L$ = 1m.

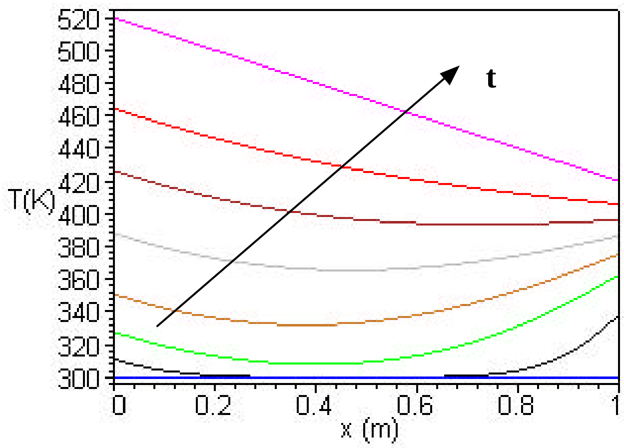


Figura 9. Perfis de temperatura em diferentes instantes do tempo para a situação (c) da Fig. 1. – Situação com $T_i$ = 300 K, $T_{INF}$ = 400 K e $h$ = 50 W/m$^2$.K

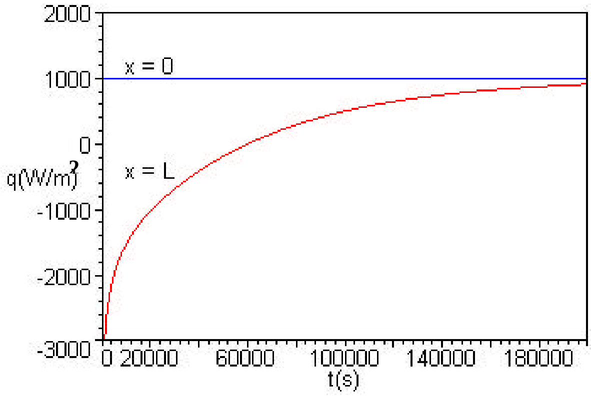


Figura 10. Fluxo de calor em função do tempo em diferentes posições da placa para a situação (c) da Fig.1 – Situação com $T_i$ =300 K, $T_{INF}$ = 400 K e $h$ = 50 W/m$^2$.K.

Novamente, a análise destas figuras facilita o entendimento da física envolvida no processo de condução do calor. As características discutidas anteriormente com relação às inclinações dos perfis de temperatura e as conseqüentes curvas para o fluxo de calor podem ser claramente observadas. Além disto, a comparação entre as Figs. (7) e (9) e entre as Fig. (8) e (10) mostra como a alteração de determinados parâmetros modifica completamente o formato das curvas. Vale ressaltar, uma vez mais, que particularidades como estas são de difícil entendimento por parte dos alunos e que a visualização dos resultados torna o aprendizado muito mais fácil.

## 5. Conclusões

O presente trabalho apresentou exemplos de uso do software de computação simbólica MAPLE para a resolução de equações diferenciais típicas de problemas envolvendo a condução de calor unidimensional em estado transiente. A resolução matemática das equações diferenciais governantes é, em geral, uma tarefa cansativa e tediosa e não fornece ao aluno um entendimento claro da física envolvida no problema em estudo. Através da metodologia didática proposta, esta resolução é feita de maneira relativamente simples através do uso do software MAPLE que dispõe também de ferramentas gráficas que são utilizadas na visualização de resultados. Esta técnica pode ser utilizada em cursos que dispõem de laboratórios de computação que possuam este software instalado e que disponibilizem aos alunos a utilização destes computadores para os trabalhos extra-classe.

Foram investigadas situações típicas da transferência de calor unidimensional em uma parede plana. Os gráficos apresentados mostram claramente a influência dos parâmetros característicos destes processos. Como conseqüência, o aprendizado é fortemente favorecido uma vez que os alunos são capazes, através da visualização dos resultados, de compreender com facilidade a física envolvida no processo.

## Referências

Gonnet, Grunz 1991, "Algebraic Manipulation Systems", Encyclopedia of Computer Science and Engineering, 3rd Ed., Van Nostrand Reinhold.

Incropera F. P., De Witt, D. P., 1996, "Fundamentos da Transferência de Calor e de Massa", LTC, Brazil.

Kreyszig, E., 1998, "Advanced Engineering Mathematics", 8th ed., New York, Ed. Wiley & Sons.

# AN APPLICATION OF THE SOFTWARE MAPLE IN HEAT TRANSFER TEACHING

**André. R. Muniz**
Departamento de Engenharia Química - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Luiz Englert s/n – 90040-040 - Porto Alegre, RS, Brasil
Muniz@enq.ufrgs.br

**Ligia Damasceno Ferreira Marczak**
Departamento de Engenharia Química - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Luiz Englert s/n – 90040-040 - Porto Alegre, RS, Brasil
Ligia @enq.ufrgs.br

*Abstract. This work shows some examples where the software MAPLE is used in the resolution of partial differential equations resulting from typical problems in unsteady unidimensional heat conduction. Obtaining the analytical solutions for this kind of equation is a tedious task. It was proposed a teaching methodology where the resolution of partial differential equations is made by a simple procedure using the software MAPLE. This software also has graphical tools which can be used to visualize the results. This methodology leaves to the students more time to get a better understanding of physical problem, saving their time doing exhaustive algebraic manipulations.*

***Keywords:*** *heat transfer teaching, use of computer in teaching, symbolic computation, differential equations, unsteady conduction.*