

## METODOLOGIAS PARA CÁLCULO DO ARRASTO EM GRADES DE TURBOMÁQUINAS.

**Ramiro Gustavo Ramirez Camacho**

ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Departamento de Energia  
[rgramirez65@hotmail.com](mailto:rgramirez65@hotmail.com)

**Nelson Manzaneres Filho**

EFEI - Escola Federal de Engenharia de Itajubá – Departamento de Engenharia Mecânica  
[nelson@iem.efei.br](mailto:nelson@iem.efei.br)

**Resumo.** A determinação do coeficiente de arrasto em grades de turbomáquinas representa sempre dificuldades quando utilizada a técnica de integração de pressões e atrito superficial. Essa técnica apresenta incertezas devido ao próprio processo de integração numérica como também na determinação da direção do escoamento médio na grade, o qual pela teoria de cálculo do escoamento em grades, dependerá do valor da circulação. Ante essa dificuldade, apresenta-se alternativas para o cálculo do arrasto. Com base na espessura de camada limite no ponto de separação, e da velocidade de separação é possível calcular o coeficiente de arrasto considerando a região de separação através das correlações de Speidel (1954) e Schlichting (1969). Pode também ser calculado o arrasto na região de separação através das velocidades normais ou de injeção de vazão quantificadas a partir das correlações de Hayashi e Endo (1977). Para o cálculo do escoamento potencial, é utilizado o método dos painéis de Hess e Smith (1966) com modificações na condição de contorno de forma a serem introduzidos os efeitos viscosos na região colada através da técnica da transpiração e na região decolada a partir da injeção de vazão. São apresentados resultados das diferentes metodologias de cálculo de arrasto comparados com dados experimentais disponíveis na literatura, onde verificam-se boa concordância.

**Palavras chave:** arrasto, interação viscosa/não-viscosa, camada limite, grades de turbomáquinas, método dos painéis

### 1. Introdução.

Nas análises de projeto de rotores de turbomáquinas, como compressores, ventiladores, bombas e turbinas, a determinação das perdas através de formulações teóricas e semi empíricas tem sido importantes na quantificação da eficiência destas máquinas. Tratando-se de compressores axiais, o escoamento no conjunto rotor e estator é afetado pelas constantes mudanças da direção do escoamento através das complexas geometrias de passagem, sendo importante distinguir qual escoamento representa o fluxo principal, quais os fluxos secundários e quais os fenômenos locais de transição laminar - turbulenta. Considerando esses aspectos, se for exigida uma descrição precisa dos escoamentos nas turbomáquinas, onde sejam quantificados todos os efeitos dissipativos provocados por os fluxos principais, os fluxos secundários, a formação da esteira de vórtices principal e secundária, a formação de vórtices entre a ponta da palheta e a carcaça, a formação de fluxos radiais, a formação de vórtices nos cantos e quinas e em geral os efeitos viscosos originados pela camada limite (Wiesler, 1984), raramente poderiam ser tratadas em separado, pois uns dependem de outros, devido à inter relação dos mecanismos complexos de dissipação de energia provocados pelas tensões viscosas e os campos de vorticidade distribuídos de maneira não uniforme no campo de escoamento. Sendo assim, ainda com as ferramentas atuais de modelagem do escoamento e uso dos mais sofisticados computadores, seria pouco provável obter uma única solução que descreva o campo tridimensional completo do escoamento de uma turbomáquina.

Entre as perdas mais representativas são consideradas aquelas provocadas pelo perfil da palheta, também chamadas de perdas “bi-dimensionais”. Essas perdas são devidas ao atrito do fluido sobre a superfície do perfil e a dissipação de energia na esteira, devido à turbulência. As perdas no perfil podem ser quantificadas experimentalmente em ensaios de túneis de grades que reproduzem um escoamento muito próximo do bi-dimensional (Emery et al 1957).

Podem ser distinguidas duas regiões em torno do perfil, quando este é imerso numa região fluida; uma região na qual o escoamento está “colado” à superfície do perfil, onde predominam as perdas por atrito, e uma outra região, na qual o escoamento está “descolado” e em que predominam os efeitos da turbulência do escoamento formando regiões de vorticidade.

Para a determinação do escoamento em grades de turbomáquinas axiais, incluindo os efeitos viscosos, Ramirez et al (2001) e Ramirez (2001) propuseram um modelo mais completo para o cálculo do escoamento visando aplicações mais específicas em grades de turbomáquinas axiais de forma a simular o descolamento da camada limite. Para o cálculo do escoamento empregou-se a técnica numérica do método dos painéis de Hess e Smith (1967), com modificações na condição clássica de impenetrabilidade na superfície do perfil através de uma certa injeção de vazão fictícia na região

de descolamento, quantificada a partir das relações semi empíricas de Hayashi & Endo (1977). Além da modificação na condição de contorno pela injeção de vazão (na região de fluxo descolado), os efeitos viscosos foram introduzidos na região de camada limite colada através da técnica da *transpiração*. No trabalho de Ramirez et al (2001) e Ramirez (2001) , se fez uma reformulação da técnica dos painéis de Hess & Smith de modo a permitir que a velocidade do escoamento na entrada da grade seja especificada diretamente em magnitude  $W_1$ , e ângulo de ataque  $\beta$ . Nessa oportunidade foram apresentados resultados das distribuições de pressões, deflexão do escoamento na grade, e do coeficiente de sustentação em perfis NACA-65 em grade, para uma ampla faixa de ângulos de ataque, incluindo-se a região do “stall”.

A necessidade de ter uma metodologia de cálculo de escoamento em grades que incorpore os efeitos da separação da camada limite se deve a que as máquinas de fluxo axiais frequentemente operam na sua condição ótima com significativas regiões de descolamento de camada limite, fato que foi evidenciado por alguns pesquisadores tais como Lieblein (1959) e Schlichting (1959), sendo corroborado por análises teóricas de camada limite e ensaios experimentais em túneis de grades e compressores. Ante este fato evidente, nas turbomáquinas de alto desempenho os parâmetros como o ângulo de deflexão, sustentação e arrasto devem ser suficientemente altos para garantir a maior elevação possível da pressão através da máquina, sem contudo comprometer a sua eficiência com carregamentos aerodinâmicos excessivos, típicos do “stall”.

Este trabalho apresentam-se alternativas para o cálculo do coeficiente de arrasto em grades de turbomáquinas axiais com base no crescimento da espessura da quantidade de movimento da camada limite sobre a superfície do perfil. Este estudo tem sido motivado ante a dificuldade de calcular o coeficiente de arrasto utilizando procedimentos clássicos através da integração dos coeficientes de pressão e de atrito, onde verifica-se que conduz a erros no próprio processo de integração sendo acrescentado pelo cálculo do ângulo do escoamento médio na entrada na grade, sendo esse obtido a partir do cálculo da circulação em torno do perfil (Fig 1) podendo essa direção não ser exatamente a mesma usada nos ensaios experimentais, na determinação dos coeficientes de arrasto e sustentação. No caso de perfil isolado, essa dificuldade em relação a determinação da direção do ângulo de ataque não é tão evidente devido à direção do escoamento com relação a corda do perfil ser fixada tanto para o cálculo teórico do escoamento como para os ensaios experimentais. Nesse sentido, no trabalho de Ramirez et al (2001) se fez a reformulação do método dos painéis de Hess & Smith no sentido das singularidades serem especificadas em função do angulo de incidência  $\beta_1$ . Essa reformulação foi muito valiosa no sentido de reduzir o tempo computacional que seria gasto em encontrar iterativamente o valor do ângulo  $\beta_1$  para diferentes valores de  $\beta_\infty$  dados.

No presente trabalho são mostrados e comparados com dados experimentais resultados dos coeficientes de arrasto obtidos através da espessura da quantidade de movimento da camada limite e pelo cálculo da injeção de vazão. São mostrados resultados do coeficiente de sustentação e da relação sustentação/arrasto comparados com dados experimentais. Essas informações poderão ser úteis como ferramentas de apoio para as análises preliminares de projeto de cálculo do escoamento em grades de turbomáquinas axiais, com a vantagem de um baixo custo computacional comparado com métodos diferenciais utilizando as equações de Navier Stokes, como por exemplo.

## 2. Cálculo do Escoamento em Grades Lineares.

Grades lineares são planos retificados de cortes cilíndricos em máquinas de fluxo axiais. A Fig. (1) mostra um esquema de uma grade linear infinita no plano complexo  $z = x + \hat{i}y$ , sendo  $x$  o eixo axial e  $\hat{i}$  a unidade imaginária  $\sqrt{-1}$ . A grade é composta de perfis idênticos e igualmente espaçados de um passo  $t$ , com uma corda de comprimento  $l$  e ângulo de montagem  $\beta$  com relação a  $x$ .

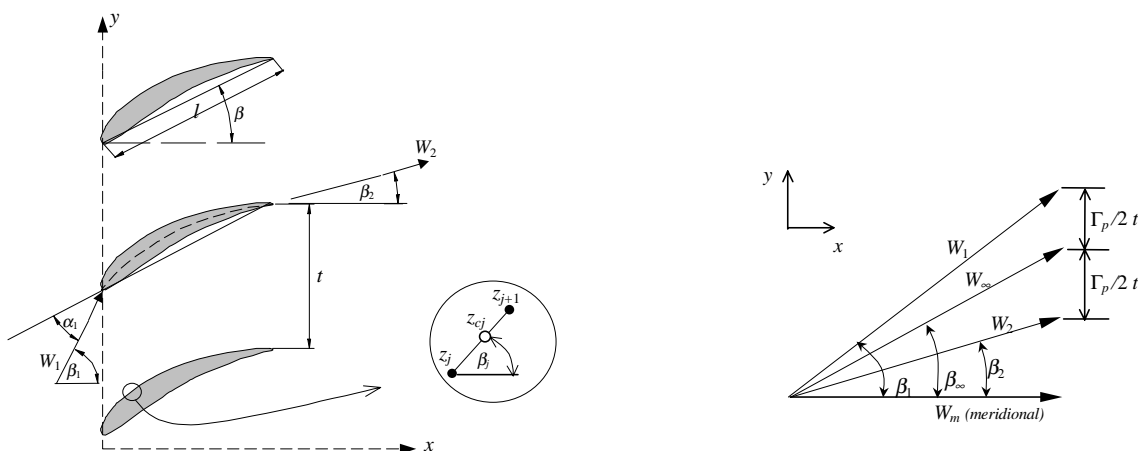


Figura 1. Grade linear e diagrama de velocidades.

Deseja-se estudar o campo de velocidades  $\vec{W}$  do escoamento relativo à grade, exteriormente aos perfis. As hipóteses de escoamento bidimensional, permanente, incompressível e potencial serão aqui consideradas. Os parâmetros do escoamento são representados pelos ângulos do escoamento na entrada e na saída,  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , o ângulo de deflexão do escoamento na grade  $\theta = (\beta_1 - \beta_2)$ ; e pelas velocidades do escoamento na entrada e na saída  $\vec{W}_1$  e  $\vec{W}_2$ .

A velocidade do escoamento não perturbado é dada pela média vetorial das velocidades na entrada e na saída:  $\vec{W}_\infty = (\vec{W}_1 + \vec{W}_2)/2$ . A circulação no perfil é definida como  $\Gamma_p = \oint W_{tan} ds$ , onde  $W_{tan}$  é a velocidade tangencial externa ao contorno do perfil. A Fig. (1) apresenta as características geométricas de uma grade linear e o diagrama de velocidades

## 2. Cálculo do Escoamento em Grades com e sem Separação da Camada Limite.

O cálculo do escoamento em grades de turbomáquinas axiais, tem como base a formulação do método dos painéis de Hess & Smith (1967) com modificações na condição de contorno de forma a introduzir os efeitos provocados pela camada limite colada e descolada. A formulação básica encontra-se descrita em detalhes no trabalho de Petrucci (1998) e Ramirez (2001). A técnica utiliza elementos de segmentos retos para aproximar o contorno do perfil onde são concentrados maior quantidade deles nas regiões do bordo de ataque e de fuga. Utilizam-se distribuições uniformes de fontes e vórtices, sendo as intensidades de fontes tratadas como incógnitas e as intensidades de vórtices especificadas por uma função senoidal que se anula no bordo de fuga e atinge um valor máximo  $\gamma_{max}$  na região do bordo de ataque. Esse tipo de distribuição evita os carregamentos aerodinâmicos espúrios na região de um bordo de fuga afilado verificados no método clássico de Hess & Smith, que utiliza uma distribuição constante de vórtices em todo o perfil e, por isso, apresenta dificuldades na aplicação correta da condição de Kutta. Esta modificação na formulação básica foi testada com sucesso em várias situações de perfis com bordo de fuga afilado, como é o caso dos perfis Joukowski isolados (Karamcheti, 1980) e a grade de Gostelow, 1984, no trabalho de Petrucci, 1998.

As equações para as distribuições de velocidades nas componentes normal  $W_n$  e tangencial  $W_t$  sobre a superfície do perfil em grade são: (Ramirez et al 2001).

$$W_{t_i} = Re \left\{ \sum_{j=1}^N \frac{\sigma_j e^{-i\beta_j}}{2\pi} \log(K) e^{i\beta_i} + \gamma_{max} i \left( \sum_{j=1}^N \frac{e^{i\beta_j}}{2\pi} \log(K) \cdot e^{i\beta_i} \cdot F_i + (P) e^{i\beta_i} \right) + W_1 e^{-i\beta_1} \cdot e^{i\beta_i} \right\} \quad (1)$$

$$W_{n_i} = -I m \left\{ \sum_{j=1}^N \frac{\sigma_j e^{-i\beta_j}}{2\pi} \log(K) e^{i\beta_i} + \gamma_{max} i \left( \sum_{j=1}^N \frac{e^{i\beta_j}}{2\pi} \log(K) \cdot e^{i\beta_i} \cdot F_i + (P) e^{i\beta_i} \right) + W_1 e^{-i\beta_1} e^{i\beta_i} \right\} \quad (2)$$

onde  $K$  é o argumento da função logarítmica, e  $F_i$  representa o valor da função de peso com coordenada natural do perfil  $s$ , que se anula nas extremidades em  $s=0$  e  $s = s_l$  correspondentes ao bordo de fuga no início e no final de um percurso completo em torno do perfil.

$$K(z_{c_i}, z_j) = \left[ \frac{\sinh(z_{c_i} - z_j)/t}{\sinh(z_{c_i} - z_{j+1})/t} \right], \quad P = \frac{\sum_{j=1}^N F_j \Delta s_j}{2 \cdot t}, \quad F_i = 0.5 \{1 + \sin[\pi(2 \cdot s_i / s_l - 0.5)]\} \quad (3abc)$$

As Eqs. (1) e (2) pode ser rescritas como o seguinte sistema compacto de equações matriciais:

$$\{W_t\} = [B]\{\sigma\} + \gamma_{max} \{D\} + \{W_{tan}^1\}, \quad (4)$$

$$\{W_n\} = [A]\{\sigma\} + \gamma_{max} \{C\} + \{W_{nor}^1\}. \quad (5)$$

onde as chaves  $\{ \}$  representam vetores coluna  $N \times 1$  e os colchetes  $[ \ ]$  matrizes quadradas  $N \times N$ .  $[A]$  e  $[B]$  são matrizes dos coeficientes de influência normal e tangencial, respectivamente, que dependem apenas da geometria do aerofólio, passo da grade, ângulo de montagem e número de painéis;  $\{D\}$  e  $\{C\}$  representam os vetores de influencia tangencial e normal dos vórtices respectivamente;  $\{W_{tan}^1\}$  e  $\{W_{nor}^1\}$  são os vetores das componentes normal e tangencial do escoamento na entrada da grade;  $\{W_n\}$  é o vetor das velocidades normais impostas em todo o contorno do perfil.

Segundo o método clássico de Hess & Smith para o escoamento potencial em torno de corpos, as incógnitas  $\gamma_{max}$  (vórtices) e  $\sigma$  (fontes) das Eqs. (4) e (5) são determinadas pela aplicação simultânea de duas condições. A primeira é a condição de contorno de impenetrabilidade, que exige uma velocidade normal nula sobre a superfície do corpo  $\{W_n\}=0$ ; a segunda é a condição de Kutta clássica, que exige um escoamento que não contorne o bordo de fuga. Uma maneira aproximada de impor essa condição consiste em exigir que as velocidades tangenciais nos pontos de controle sobre os painéis do bordo de fuga sejam iguais, mas de sentido contrario em relação ao percurso,  $W_{t_N} = -W_{t_1}$ .

Ramirez et al (2001) e Ramirez (2001), propuseram modificações na condição de contorno de forma a  $\{W_n\} \neq 0$ , no sentido de simular a esteira descolada, através de uma certa injeção de vazão fictícia quantificada a partir das relações semi-empíricas de Hayashi e Endo (1977). Para simular o efeito da camada limite colada empregou-se a técnica da “transpiração”, que consiste na injeção de fluido no escoamento externo com base na espessura de deslocamento da camada limite. Esta técnica foi proposta originalmente por Lighthill (1958), representada pela seguinte expressão:

$$W_{nt} = \frac{d}{ds} (W_t \delta^*), \quad (6)$$

onde  $W_t$  é a distribuição de velocidades tangenciais do lado externo da camada limite calculado pelo modelo potencial,  $\delta^*(s)$  é a distribuição da espessura de deslocamento obtida através do cálculo da camada limite, e  $s$  é a coordenada natural em torno do perfil.

A proposta de Ramirez et al (2001) permitiu tratar o escoamento em qualquer porção de uma camada limite colada, sendo os efeitos viscosos correspondentes quantificados através da técnica da transpiração. Na região descolada, a técnica de injeção de vazão é válida unicamente para as situações de separação do lado de sucção do perfil (extradorso). Nessa região, a injeção de vazão teórica  $Q_T$  é calculada pelas componentes de velocidades normais de separação e pelo comprimento  $\Delta S$  do trecho do contorno com descolamento. Nessa região considera-se a hipótese de um crescimento linear das velocidades normais de injeção de vazão a partir de um certo ponto de separação obtido do cálculo da camada limite e onde a pressão se mantém constante.

É possível então, relacionar a vazão teórica com a vazão experimental proposta por Hayashi e Endo (1977) admitindo um crescimento linear da velocidade normal na região de separação. Sendo assim a Eq (5) pode ser modificada na condição de contorno introduzindo-se as componentes de velocidades normais de injeção de vazão e de transpiração, resultando o seguinte sistema de equações matriciais.

$$\{W_n\} = [A]\{\sigma\} + \gamma_{\max} \{C\} + \{W_{nor}^1\}, \quad (7)$$

$$\{W_t\} = [B]\{\sigma\} + \gamma_{\max} \{D\} + \{W_{tan}^1\}. \quad (8)$$

$$\{W_n\} = \frac{2f(\beta_u, \beta_l)W_s}{l_{sep}} \{S\} + \{W_{nt}\} \quad (9)$$

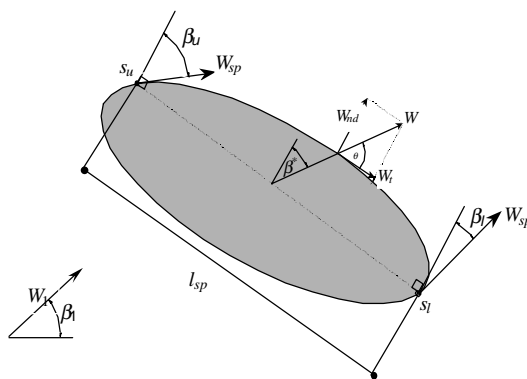


Figura 2. Definição das componentes tangenciais de velocidade

onde  $\{W_n\}$  representa as distribuições de velocidades normais em torno do corpo;  $\{W_{nt}\}$  a distribuição de velocidades normais de transpiração;  $W_s$ , a velocidade de separação e  $f(\beta_u, \beta_l)$  representa uma função de quantificação da intensidade de vazão a ser injetada na região de separação obtida através das direções tangenciais das velocidades de separação, Hayashi e Endo (1977). Na Fig (2) mostra como são determinados os ângulos  $\beta_u$  e  $\beta_l$ , e a Eq. (10) mostra a expressão da função  $f(\beta_u, \beta_l)$  dada por Hayashi e Endo (1977) para a determinação experimental da injeção de vazão fictícia

$$Q_E / l_{sp} W_s = 0.25 + 0.55 \cos\left(\frac{\beta_u + \beta_l}{2}\right) + 1.70 \operatorname{sen}\left(\frac{\beta_u - \beta_l}{2}\right) - 1.26 \cos\left(\frac{\beta_u + \beta_l}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\beta_u - \beta_l}{2}\right) \quad (10)$$

Isolando a intensidade de fontes  $\sigma$  da Eq (7) e substituindo na Eq (8), tem-se a distribuição de velocidades tangenciais  $\{W_t\}$ :

$$\{W_t\} = (-[B][A]^{-1}(\{W_{nor}^1\} + \{W_{nt}\}) + \{W_{tan}^1\}) + \gamma_{max}(-[B][A]^{-1}\{C\} + \{D\}) + W_s[B][A]^{-1}\{K\} \quad (11)$$

Na Equação (11), verifica-se que tanto a intensidade do vórtice  $\gamma_{max}$  como a velocidade de separação  $W_s$  aparecem como incógnitas. Para determiná-las, modifica-se a condição de Kutta, fazendo com que a velocidade no ponto de separação  $W_s$  seja idêntica à velocidade do bordo de fuga do lado inferior;  $W_s = W_{psep} = -W_1$ . Então, da Eq (11), obtém-se um sistema de duas equações com duas incógnitas  $W_s$ , e  $\gamma_{max}$ , onde o sub-índice 1 refere-se ao primeiro painel do bordo de fuga do lado inferior e  $ps$  ao painel onde é fixada o ponto de separação:

$$-W_s = VIN F_1 + \gamma_{max} VGAMA_1 + W_s VNOR_1; \quad W_s = VIN F_{ps} + \gamma_{max} VGAMA_{ps} + W_s VNOR_{ps}. \quad (12ab)$$

Os valores de  $VIN F$ ,  $VGAMA$  e  $VNOR$  representam os vetores obtidos a partir das operações entre matrizes e vetores da Eq (11).

Resolvendo o sistema das Eqs (12ab) obtém-se os valores de  $\gamma_{max}$  e  $W_s$ :

$$\gamma_{max} = \frac{VIN F_1 + VIN F_{ps} + VIN F_{ps} VNOR_1 - VNOR_{ps} VIN F_1}{-VGAMA_1 - VGAMA_{ps} - VGAMA_{ps} VNOR_1 + VNOR_{ps} VGAMA_1}, \quad (13)$$

$$W_s = \frac{VIN F_{ps} + \gamma_{max} VGAMA_{ps}}{1 - VNOR_{ps}}. \quad (14)$$

Para o cálculo do coeficiente de pressão deveria ser considerada as componentes de velocidades tangenciais e normais:

$$C_{p1} = 1 - \left( \frac{W_{tan}}{W_1} \right)^2 - \left( \frac{W_n}{W_1} \right)^2. \quad (15)$$

A metodologia até aqui apresentada para o cálculo do escoamento colado e descolado em grades de turbomáquinas, encontra-se detalhada nos trabalhos de Ramirez et al (2001, 2000), onde foram analisados diversas grades com perfis da serie NACA-65. Nessas oportunidades foram mostrados resultados das distribuições de pressões, ângulos de deflexão e coeficientes de sustentação, para uma ampla faixa de ângulos de ataque onde verificou-se consistência no modelo sobre todo nas situações de separação da camada limite.

### 3. Algoritmo de Cálculo.

A metodologia de cálculo do escoamento com separação em torno de perfis em grade, juntamente com a introdução dos efeitos viscosos através da iteração viscosa/não-viscosa é realizado utilizando-se dois códigos computacionais. (1), um código potencial de cálculo do escoamento em grades baseado na técnica numérica de Hess & Smith, com modificações para simular o efeito da esteira colada e descolada; (2) o código de cálculo de camada limite para determinação do ponto de separação e das velocidades de transpiração. A seguir será descrita sucintamente a metodologia do algoritmo de cálculo.

São fornecidos inicialmente para o 1º código: razão de solidez da grade  $\sigma = l/t$ , ângulo de montagem da grade  $\beta$ , ângulo do escoamento na entrada da grade  $\beta_1$ , numero de painéis e coordenadas do perfil; estimativa inicial da posição do ponto de separação a partir do qual será determinada a injeção de vazão fictícia.

O cálculo do escoamento potencial modificado fornece as distribuições de velocidades com as quais o código de camada limite determina o ponto de separação do lado de sucção do perfil. As coordenadas naturais do perfil são retificadas de forma a simular o efeito de uma placa plana com gradiente de pressão

O código de camada limite é acionado iterativamente até convergir com o ponto de separação fixado para o cálculo potencial. Caso o ponto de separação calculado pelo código de camada limite estiver a jusante (montante) do ponto de separação fixado, esse é reposicionado mais a jusante (montante), até se obter convergência. Dependendo da posição inicial do ponto de separação escolhido, são necessárias de 20 a 30 iterações nos casos de 200 painéis, e de 7 a 10 iterações, no caso de 80 painéis. O programa oferece neste estágio resultados preliminares das distribuições de pressões do modelo potencial com influência da esteira descolada.

Inicia-se então o segundo processo iterativo, após ter sido definida a região de injeção. São introduzidas as velocidades normais de transpiração  $W_{nt}$  na região de fluxo colado, obtidas a partir da equação de Lighthill, Eq(6), sendo os valores das velocidades de transpiração sub-relaxados em cada iteração com fatores de relaxação  $FR$  escolhidos:  $W_{nt(atual)} = FR W_{nt(atual)} + (1-FR)W_{nt(anterior)}$ . As transpirações e a injeção de vazão interagem sucessivamente

até que seja satisfeita a condição de convergência definida (por exemplo) pelo valor do coeficiente de arrasto total ( $|C_{d\text{ ant}} - C_{d\text{ atual}}| \leq 10^{-6}$ ).

O ângulo de deflexão do escoamento é calculado pela circulação efetiva e pelo passo da grade (Fig. 1). A circulação efetiva é calculada pela integral das velocidades tangenciais em torno do perfil. Na região descolada, a velocidade tangencial efetiva é obtida a partir da velocidade de separação (constante) e das velocidades normais de injeção.

O coeficiente de sustentação é calculado pela integração dos coeficientes de pressão e dos coeficientes de atrito superficial. Na região do descolamento assume-se o coeficiente de pressão constante entre o ponto de separação o bordo de fuga.

O programa computacional que implementa a metodologia foi desenvolvido em linguagem Fortran 95, utilizando-se as bibliotecas matemáticas IMSL® como ferramentas de apoio para a solução de equações matriciais, uso de “splines”, funções de interpolação e extrapolação.

## 5. Camada Limite.

Para a determinação iterativa do ponto de separação, da espessura de quantidade de movimento, da espessura de deslocamento  $\delta^*$ , fator de forma  $H = \delta^*/\theta$ , e coeficientes de atrito superficial  $c_f$  dado um gradiente de velocidades conhecido, empregou-se a solução integral da equação da *quantidade de movimento* de von Kármán. Para a solução desta equação são estabelecidos os seguintes métodos e critérios: o método integral de Thwaites para a região de camada limite laminar, o critério de Michel para a transição laminar – turbulenta e o método de Head para a região de camada limite turbulenta. Na separação turbulenta, adotou-se o valor do fator de forma  $H = 2,4$ . O código computacional para o cálculo da camada limite foi obtido do trabalho de Cebeci & Bradshaw (1977).

Na Fig. (3). mostra-se o crescimento da espessura de quantidade de movimento do perfil NACA65-(04)10 disposto em grade. A validação da distribuição da espessura de quantidade de movimento sobre as superfícies do perfil (sucção e pressão), sobre tudo na região do bordo de fuga através do código de camada limite é de interesse para o cálculo do coeficiente de arrasto, como será visto mais adiante. Na Fig. (3) são comparados os resultados da espessura de quantidade de movimento obtido pelo código integral de camada limite de Cebeci e Bradshaw (1977) com os resultados do código Alberts e Gregg (1974) e os resultados experimentais de Peterson (1958). É importante observar que tanto os resultados de Alberst e Gregg como de Cebeci e Bradshaw acompanham os resultados experimentais da espessura de quantidade de movimento medidos no lado de sucção e pressão do perfil NACA65-(04)10.

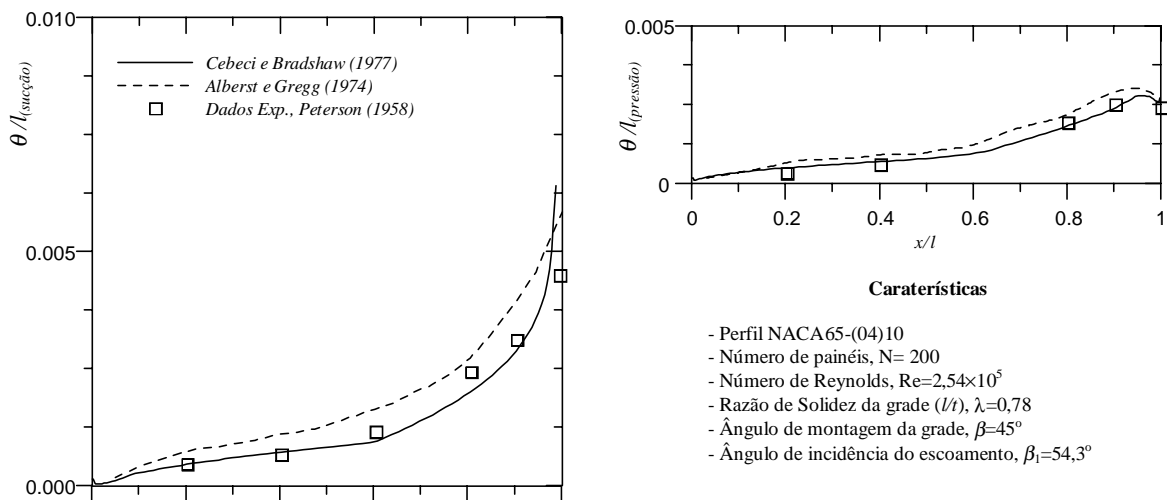


Figura 3. Espessura de quantidade de movimento, NACA65-(04)10

O código de camada limite implementado neste trabalho não permite modelar a formação de possíveis bolhas de descolamento sobre a superfície dos perfis aerodinâmicos. Essa irregularidade ocorre quando, a partir de um certo gradiente de pressão adverso, a camada limite *laminar* é separada e, em seguida, recolada numa condição turbulenta, formando uma bolha re-circulação. Essa irregularidade é observada por exemplo, nas curvas experimentais do coeficiente de pressão em grades de perfis NACA 65, operando com números de Reynolds intermediários (em torno de  $10^5$ , Emery et al., 1957). A pista é identificar a tendência de formação de um patamar de pressão constante logo após o ponto de pressão mínima do lado de sucção do perfil que demarca normalmente o final de uma região laminar estável. A modelagem bem sucedida de bolhas de separação permanece como tema ainda em aberto, requerendo estudos específicos que fogem ao escopo deste trabalho.

### 5. Cálculo do Coeficiente de Arrasto Através da Espessura de Quantidade de Movimento.

Nas análises do projeto de compressores tem sido conveniente o uso do coeficiente de perdas de energia mecânica, dada pela diferença da *pressão total* entre a entrada e saída da grade, geralmente denominado coeficiente de perdas  $\bar{\omega}$  para o caso de grades de turbomáquinas:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta \bar{P}}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} = \frac{P_1 - P_2}{\frac{1}{2} \rho W_1^2}, \quad (16)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\left[ \left( p_1 + \frac{1}{2} \rho W_1^2 \right) - \left( p_2 + \frac{1}{2} \rho W_2^2 \right) \right]}{\frac{1}{2} \rho W_1^2}, \quad (17)$$

onde,  $\Delta \bar{P}$  representa a média em massa da perda na pressão total quando o escoamento atravessa a grade, e  $\frac{1}{2} \rho W_1^2$ , pressão dinâmica com relação a velocidade na entrada  $W_1$ , medida em alguma posição de referência. A diferença da pressão total unicamente pode ser obtida por ensaios experimentais, nos quais uma sonda é introduzida numa certa distância à jusante do bordo de fuga das pás onde tem-se desenvolvido as camadas de mistura. Essa distância deve ser adequadamente estabelecida na saída da grade, onde existirá um fluxo totalmente desenvolvido.

Com base nos trabalhos de Speidel (1954) e Schlichting (1959), o coeficiente de perdas pode ser dado como uma função direta do coeficiente de arrasto:

$$\bar{\omega}_1 = \frac{\lambda \cdot C_{d_1}^*}{\cos \beta_\infty}, \quad (18)$$

$$C_{d_1}^* = 2 \theta_{bf} \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^3 \beta_2} \cos \beta_\infty, \quad (19)$$

onde  $\theta_{bf}$  é a espessura total de quantidade de movimento das camadas viscosas no bordo de fuga do lado de pressão e sucção,  $\theta_{bf} = \theta_{bf(\text{pressão})} + \theta_{bf(\text{sucção})}$ , parametrizadas com relação à corda do perfil  $l$ . A Eq. (18) indica que qualquer um dos coeficientes,  $C_{d_1}$  ou  $\bar{\omega}$ , pode ser usado para quantificar os efeitos dissipativos da grade. Note-se que  $\bar{\omega}$  decresce com a razão de solidez  $\lambda$  e, no caso de perfil isolado ( $\lambda = 0$ ), ocorre arrasto mas não perdas.

Speidel (1954) através de análises teóricas e experimentais, obteve uma correlação para a determinação da espessura da quantidade movimento considerando a separação da camada limite do lado de sucção do perfil aerodinâmico  $\theta_{sep}$ :

$$\theta_{sep} = \frac{1}{2} y_{tA} \left[ \left( \frac{W_s}{W_2} \right) - 0,9 \right], \quad (20)$$

onde:  $W_s$ , é a velocidade de separação calculada pela Eq (14),  $W_2$  velocidade na saída da grade e  $y_{tA}$  a distância da posição do ponto de separação na superfície do perfil até linha média de esqueleto do lado de sucção, mais o de lado de pressão ( $y_{(sucção)A} + y_{(pressão)A} = y_{tA}$ ).

O valor da espessura da quantidade de movimento na região de separação, (Eq 20) pode ser acrescentada na Eq (19) de forma a obter-se uma relação para o cálculo do coeficiente de arrasto total, resultando:

$$C_{d_1} = 2 \left( \theta_{bf} + \theta_{sep} \right) \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^3 \beta_2} \cos \beta_\infty. \quad (21)$$

O valor de  $C_{d_1}$  é calculado através da espessura de quantidade de movimento da camada limite e da formula de Speidel (1954), Eq (20) para a determinação da espessura de quantidade de movimento na região descolada.

### 6 Cálculo do Arrasto de Pressões Através da injeção de vazão.

É possível substituir a formula de Speidel (1954), Eq (20), por uma outra mais condizente com o modelo de injeção de vazão utilizado neste trabalho.

Uma extensão do teorema de Kutta - Joukowski foi proposta por Manzanares (2001) para corpos bidimensionais com injeção fictícia de vazão no contorno. Nesse caso, o resultado clássico de arrasto nulo deixa de valer, e o arrasto de pressão fica:

$$F_{dp} = \rho \oint_c (\tilde{W} - W_\infty) W_n ds \quad (22)$$

onde  $W_\infty$  é a velocidade do escoamento incidente (média, no caso de grades),  $\tilde{W}$  é a componente de velocidade total na direção  $W_\infty$  e  $W_n$  é a velocidade normal ao contorno do corpo.

No presente caso, tanto o atrito como a pressão da parte colada da camada limite já estarão sendo considerados no valor do  $C_{d1}^*$ , Eq (19), com base na espessura de quantidade de movimento no ponto de separação e no lado de pressão no bordo de fuga. A fórmula da Eq (22) será aplicada para quantificar apenas a contribuição da esteira descolada, sendo unicamente considerada os valores das velocidades normais na região de descolamento,  $W_{nd}$ :

$$F_{d(inj)} = \rho \oint_c (\tilde{W} - W_\infty) W_{nd} ds \quad (23)$$

Considerando a vazão de injeção  $Q_E$ , tem-se:

$$Q_E = \int_{inj} W_{nd} ds \quad (24)$$

Logo tem-se que:

$$F_{d(inj)} = \rho \oint_c (\tilde{W} W_{nd} - W_\infty Q_E) W_{nd} ds \quad (25)$$

Será feita a hipótese de que a velocidade do escoamento na esteira segue aproximadamente a direção do escoamento médio, com velocidade constante igual à velocidade de separação,  $W_s$ . Com isso, e com a Eq (24) em 25), resulta:

$$F_{d(inj)} = \rho Q_E (\tilde{W}_s - W_\infty) \quad (26)$$

Definindo o coeficiente de arrasto

$$C_{d1(inj)} = \frac{2F_{d(inj)}}{\rho W_1^2 l} \quad (27)$$

obtem-se:

$$C_{d1(inj)} = \frac{2Q_E (W_s - W_\infty)}{W_1^2 l} \quad (28)$$

Desprezando o arrasto de atrito na esteira, o arrasto total será, portanto;

$$C_{d1} = C_{d1}^* + C_{d1(inj)} \quad (29)$$

A aplicação da formula (29) exige que  $W_s \geq W_\infty$ . Na presente metodologia, essa restrição pode não ser satisfeita para pequenos ângulos de ataque, quando uma pequena esteira descolada é usada para garantir a convergência do método. Logo, as situações com  $W_s < W_\infty$  serão consideradas sem sentido físico, fazendo-se  $C_{d1} = 0$  nessas situações

## 7. Coeficientes de Sustentação e de Arrasto.

A continuação serão mostrados os resultados do coeficiente de sustentação calculado pela integração das distribuições de pressões e atrito superficial, e as diferentes modalidades de cálculo do coeficiente de arrasto, ou seja, através da correlação de Speidel(1954) e pela fórmula de injeção de vazão proposta por Manzanares (2001).

Será mostrada a relação de sustentação/arrasto  $C_l/C_d$ , pois o valor máximo dessa relação é um importante critério de definição de grades de bom desempenho, representando carregamentos aerodinâmicos elevados com forças de arrasto controladas.



Neste trabalho não serão mostradas as distribuições de pressões para os casos aqui apresentados, porem podem ser encontrados no trabalho de Ramirez (2001).

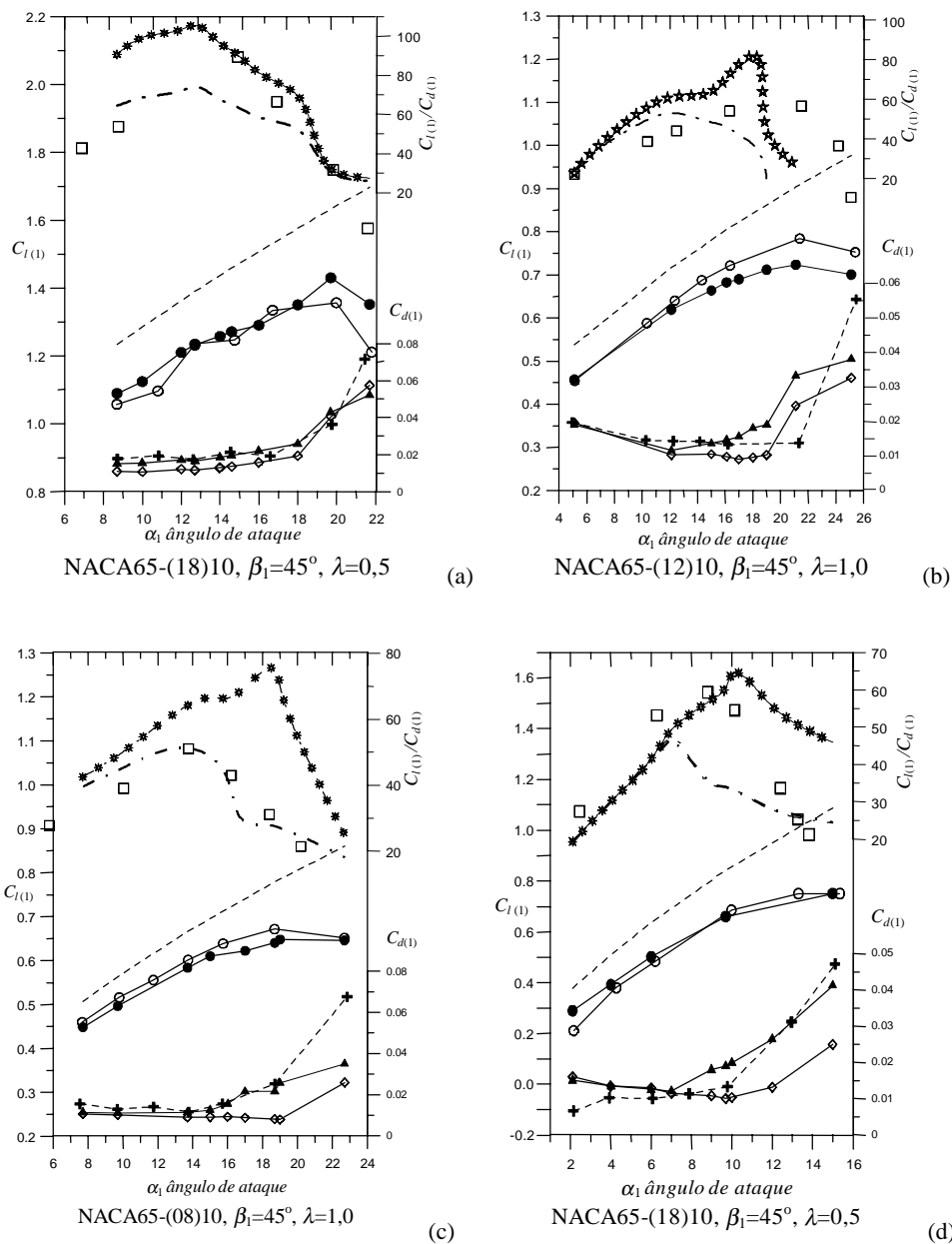


Figura 4. Coeficientes de Sustentação e Arrasto: ---  $C_{l(1)}$  potencial, -○-  $C_{l(1)}$  experimental, -●- Pres. metodologia, --+--  $C_d$  exp, -▲-  $C_d^{(2)}$  (Speidel), -◇-  $C_d^{(3)}$  (Inj. De vazão), □  $C_l/C_d$  experimental, ---  $C_l/C_d^{(2)}$ , -\*-  $C_l/C_d^{(3)}$

Nas Figs. (4a)- (4d) são apresentados os seguintes resultados: coeficiente de sustentação  $C_{l_1}$ , coeficiente de arrasto  $C_{d_1}^{(2)}$  (segundo Speidel) e o coeficiente de arrasto obtido segundo a fórmula de injeção de vazão  $C_{d_1}^{(3)}$ . Na parte superior do gráfico, tem-se os diferentes valores de  $C_{l_1}/C_{d_1}^{(2)}$  e  $C_{l_1}/C_{d_1}^{(3)}$  comparados com os dados experimentais de Emery et al (1957). De forma ilustrativa e comparativa são também apresentados os valores de sustentação calculados a partir do modelo potencial, verificando-se grande afastamento dos dados experimentais, como já era esperado.

Na Fig. (4a) são mostrados os coeficientes aerodinâmicos para o perfil NACA65-(18)10. Observa-se que o modelo é capaz de prever satisfatoriamente a situação de “stall” para um ângulo de ataque próximo de 20°, correspondendo aos valores máximos de sustentação. Nas curvas do arrasto, verifica-se que os valores calculados segundo Speidel (1954),  $C_{d_1}^{(2)}$ , e pela fórmula de injeção de vazão,  $C_{d_1}^{(3)}$ , têm comportamentos similares, porém o arrasto segundo Speidel aproxima-se mais dos dados experimentais, sobretudo na região de baixos ângulos de ataque. Os correspondentes

valores máximos de  $C_{l_1} / C_{d_1}^{(2)}$  e  $C_{l_1} / C_{d_1}^{(3)}$  ocorrem praticamente num mesmo ângulo de ataque, porém os valores  $C_{l_1} / C_{d_1}^{(2)}$  aproximam-se mais dos resultados experimentais.

Na Fig. (4b) são mostrados os coeficientes aerodinâmicos para o perfil NACA65-(12)10. Observa-se que o modelo reproduz os valores da sustentação com boa aproximação dos resultados experimentais. Para pequenos ângulos de ataque. Nos ângulos maiores é utilizado o critério de injeção de vazão e os resultados são igualmente satisfatórios, sobretudo na identificação dos valores máximos da sustentação. Todavia, os valores poderiam ser aprimorados a partir de processos de calibração da vazão de injeção de forma a satisfazer mais adequadamente os valores da sustentação para toda a faixa de ângulos de ataque. Os valores de arrasto calculados segundo Speidel e segundo a fórmula da *injeção de vazão* apresentam comportamentos similares nas regiões de baixos ângulos de ataque. Nenhum dos valores se aproxima bem dos dados experimentais na região do “stall”.

Nas Fig. (4c) e (4d), mostram-se os resultados dos coeficientes aerodinâmicos dos perfis de menor arqueamento, NACA65-(08) 10 e NACA65-(04) 10. Verifica-se a boa concordância do coeficiente de sustentação em toda a faixa de ângulos de ataque. Os valores de arrasto calculados pela correlação de Speidel (1954) e pela fórmula de *injeção de vazão* aproximam-se dos dados experimentais na faixa de pequenos ângulos de ataque. Para ângulos maiores, a fórmula de injeção de vazão tende a subestimar o valor do arrasto. Por isso, os valores máximos da relação  $C_{l_1} / C_{d_1}^{(3)}$  tendem a ocorrer para ângulos mais próximos do “stall” que os valores de  $C_{l_1} / C_{d_1}^{(2)}$ . Na Fig. (4c), os valores máximos de  $C_{l_1} / C_{d_1}^{(2)}$  são mais próximos dos experimentais que os valores de  $C_{l_1} / C_{d_1}^{(3)}$ , ao passo que, na Fig. (4d), a situação se inverte.

Cabe mencionar que os resultados experimentais de arrasto não devem ser aceitos de forma acrítica, pelo fato de seus valores numéricos serem relativamente pequenos e susceptíveis a erros nas técnicas de medição. O mesmo vale para a relação  $C_l / C_d$ . Mais importante aqui é mostrar uma validação comparativa em função do ângulo de ataque e a possibilidade de se estabelecer as grades ótimas com certa confiança, a partir dessa variação

## 8. Conclusões.

Foi apresentada de maneira sucinta, a metodologia para o cálculo do escoamento em grades de turbomáquinas axiais, com base na técnica dos painéis de Hess & Smith, com modificações na condição de contorno de forma a introduzir os efeitos viscosos através das velocidades normais de transpiração na região colada. Os efeitos provocados pela separação da camada limite foram quantificados a partir da técnica de injeção de vazão quantificada através das correlações de Hayashi e Endo (1977). Nos trabalhos de Ramirez et al (2001) e Ramirez (2001) foram reportados resultados dos coeficientes de sustentação, deflexão do escoamento na grade e das distribuições de pressões. Os resultados foram considerados satisfatórios quando comparados com dados experimentais de Emery et al (1957).

Foi feita uma abordagem mais detalhada em relação as diferentes metodologias para o cálculo do coeficiente de arrasto, sendo uma destas desenvolvida no próprio trabalho, baseada na injeção de vazão e na velocidade de separação.. Por outro lado, através do cálculo da espessura de quantidade de movimento da camada limite no ponto de separação e da velocidade de separação, foi possível calcular o arrasto total com base na formulação de Speidel e Schlichting onde os efeitos da separação da camada limite são incluídos. Com base nesses coeficientes foram obtidos as relações de sustentação/arrasto.

O cálculo do arrasto apresenta dificuldades consideráveis. A comparação entre os dois procedimentos aqui apresentados para a estimativa de arrasto ainda não é conclusiva e sugere a necessidade de estudos mais sistemáticos. Por outro lado é importante que paralelamente, novos ensaios em túneis de grades sejam feitos com a finalidade de oferecer resultados mais confiáveis para servirem na aferição dos modelos teóricos.

## 9. Referências.

- Albers, J., Gregg, J., 1974, “Computer Program for Calculating Laminar, Transitional, and Turbulent Boundary Layers for a Compressible Axisymmetric Flow”, U.S. NACA TN D-7521.
- Cebeci, T., Bradshaw, P., 1977, “Momentum Transfer in Boundary Layers”, McGraw-Hill/Hemisphere, Washington, D.C.
- Emery, J.C., Herrig, L.J., Erwin, J. R., Felix, R., 1957, “Systematic Two- Dimensional Cascade Tests of Naca 65-Series Copressor Blades at Low Speeds”, NACA TN 1368, pp-23
- Hayashi, M., Endo, E., 1977, “Performance Calculation for Multi-Element Airfoil Sections with Separation”, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., Vol 20, Nro 49.
- Hess, J.L., Smith, A.M.O., 1967, “Calculation of potential Flow About Arbitrary Bodies”, Progress in Aeronautical Sciences, Pergamon Press, vol. 8, pp. 1-138.
- Karamcheti., K., 1966, “Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics”, John Wiley & Sonc. Inc., New York.
- Lighthill, M.J., 1958, “On displacement Thickness”, J.F1 Mech., 4, pp.383.
- Manzanarez Filho N., 2001., “Cálculo do Arrasto de Pressão Através da Injeção de Vazão”, Contato Pessoal, [nelson@iem.efei.br](mailto:nelson@iem.efei.br) (contato pessoal), Escola Federal de Engenharia de Itajubá- EFEI-MG, Brasil
- Petrucci, R.D., 1998, “Problema Inverso do Escoamento em Torno de Perfis Aerodinâmicos Isolados e em Grades de Turbomáquinas”, Tese de Mestrado, EFEI, Itajubá – MG, Brasil.

- Ramirez G.R.C., 2001, “Análise do Escoamento em Grades de turbomáquinas Axiais Incluindo o Efeito de Separação da Camada Limite”, Tese Doutorado, EFEI- Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Itajubá – Mg, Brasil.
- Ramirez, R.G., Manzanres, N.F., Petrucci, D.R., 2001, “Interação Viscosa /não –Viscosa para o Cálculo do Escoamento Separado e Colado em Grades de turbomáquinas”, 2001, Anais – CD- XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, COBEM 2001, Uberlândia -MG- Brasil.
- Schlichting H., 1959, “Application of Boundary – Layer Theory in Turbomachinery”, Journal of Basic Engineering, pp. 543-551.
- Speidel, L., 1954., “Berechnung der Strömungsverluste von Ungestaffelten Ebenen Schaufelgitter”, Ingenieur-Archiv, Vol. 22, pp.295-322.
- Wiesler, D.C., 1984, “Loss Reduction in Axial-Flow Compressor Through Low Speed Model Testing”, ASMA paper 84-GT-184.

## METHODOLOGIES FOR DRAG CALCULATION IN TURBOMACHINERY CASCADES

### Ramiro Gustavo Ramirez Camacho

ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Departamento de Energia

[rgramirez65@hotmail.com](mailto:rgramirez65@hotmail.com)

### Nelson Manzaneres Filho

EFEI - Escola Federal de Engenharia de Itajubá – Departamento de Engenharia Mecânica

[nelson@iem.efei.br](mailto:nelson@iem.efei.br)

**Abstract.** *The determination of drag coefficients in turbomachinery cascades always represents difficulties, this is specially true when pressure integration and superficial friction technique is used. This technique presents uncertainties due to the numeric integration process and to the medium flow direction determination on the cascade, which depends on the calculated value of circulation around airfoil. In front of that difficulty, alternatives to drag calculation are presented, based on boundary layer's momentum thickness in the separation point, and separation velocity. It is possible to determinate the drag coefficient in the separation region through Speidel(1954) and Schlichting(1969) correlations. Other methodology for the separation region's drag calculation is based on normal velocities distributions or flow injection quantified by Hayashi and Endo(1977) semi-empirical correlations. For the potential flow calculation Hess and Smith(1966) panels method is used with modifications on boundary conditions as a way to enter viscous effects through transpiration technique and through flow injection in the separation region, Ramirez et al (2001). In this work different drag calculus methodologies results are presented and compared with experimental data found on literature, where good concordance is obtained.*

**Key Words:** *drag, viscous /inviscid interaction, boundary layer, turbomachinery cascades, panels method*