

IX CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIAS TÉRMICAS



9th BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL ENGINEERING AND SCIENCES

Paper CIT02-0440

UM CRITÉRIO BASEADO NAS CARACTERÍSTICAS LOCAIS DO ESCOAMENTO PARA A DETERMINAÇÃO DO NÚMERO ÓTIMO DE PÁS DE ROTORES DE TURBOMÁQUINAS

Waldir de Oliveira

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – EFEI/IEM/DME Av. BPS, 1303 – Itajubá, MG – Brasil – 37500-903 waldir@iem.efei.br

Nelson Manzanares Filho

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – EFEI/IEM/DME Av. BPS, 1303 – Itajubá, MG – Brasil – 37500-903 nelson@iem.efei.br

Euclides Carvalho Fernandes

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA/CTA Pç. Marechal Eduardo Gomes, 50 – São José dos Campos, SP – Brasil – 12228-900 euclides@mec.ita.cta.br

Resumo. Via de regra, na fase inicial de um projeto novo de rotor de turbomáquina, o número de pás é determinado através de expressões empíricas disponíveis na literatura. Essas expressões, invariavelmente, são estabelecidas em função de alguns parâmetros geométricos tais como os ângulos e diâmetros de entrada e saída das pás. Dependendo dos coeficientes empíricos adotados, o número de pás pode variar numa ampla faixa, para uma mesma situação, dificultando a escolha do número ótimo de pás. O trabalho proposto tem como objetivo apresentar um critério que se baseia nas características do escoamento, levando-se em consideração a geometria completa do rotor. Essas características podem ser obtidas do cálculo do escoamento potencial, por meio de uma formulação integral que se baseia no método das singularidades. Com base nas distribuições de velocidades relativas e de pressões na superfície da pá, define-se um parâmetro adimensional denominado número de Richardson. Por meio de fundamentos físicos, mostra-se que o valor máximo desse parâmetro indica o número ótimo da pás de rotores de turbomáquinas com boas características hidro ou aerodinâmicas. Alguns resultados numéricos são comparados com os resultados experimentais, mostrando a eficácia do critério proposto.

Palavras chave: turbomáquina, rotor centrífugo, método das singularidades, número de Richardson, número de pás.

1. Introdução

As pás constituem o principal componente do rotor de uma turbomáquina e, em conseqüência, o número de pás torna-se um importante parâmetro para estabelecer o seu desempenho. Via de regra, na fase inicial de um projeto novo, o número de pás é determinado através de expressões empíricas disponíveis na literatura. Invariavelmente, essas expressões são estabelecidas em função de alguns parâmetros geométricos tais como ângulos e diâmetros das pás. Dependendo dos coeficientes empíricos adotados, o número de pás pode variar em uma ampla faixa, para uma mesma situação, dificultando a escolha do seu valor mais adequado.

Em rotores centrífugos, especificamente de turbomáquinas para aplicações industriais, há uma grande diversificação de geometrias de pás. Novos formatos de pás, principalmente no plano transversal, continuam sendo objeto de pesquisas para melhoria das suas características hidro ou aerodinâmicas, estruturais e de níveis de ruídos. Em princípio, não se dispõe de um método teórico geral, que se baseia nas características do escoamento, para definir o valor apropriado do número de pás de qualquer geometria e formato.

No intuito de considerar certas características hidrodinâmicas, Reddy e Kar (1971) e Wesche (1979) estabeleceram expressões aproximadas para determinar o número de pás de rotores de bombas centrífugas. Essas expressões, além de não considerarem o formato das pás, exigem o conhecimento de alguns coeficientes que devem ser obtidos através de análise experimental.

Vários autores, como Adler e Krimerman (1980), recomendam a utilização de teorias não-viscosas para o cálculo aproximado de algumas características importantes do escoamento em rotores centrífugos. A aplicação dessas teorias, entretanto, está limitada às pás curvadas para trás ($\beta_2 < 90^\circ$), onde a estrutura jato-esteira não está presente no ponto de projeto. Para a aplicação do método proposto neste trabalho, a distribuição de velocidades relativas na superfície da pá é obtida do cálculo do escoamento potencial, através de uma formulação integral baseada no método das singularidades.

Este trabalho tem como objetivo apresentar um método teórico para a determinação do número ótimo de pás de rotores centrífugos de qualquer geometria. Com base na distribuição de velocidades relativas na superfície da pá, define-se um parâmetro adimensional denominado número de Richardson. O valor máximo deste parâmetro indica o número de pás mais adequado para rotores com boas características hidro ou aerodinâmicas. Alguns resultados numéricos são apresentados e comparados com os resultados experimentais de rotores centrífugos clássicos que têm $\beta_2 < 90^\circ$.

2. Formulação

A Fig. (1) representa o esquema de um rotor centrífugo composto de pás idênticas e igualmente espaçadas entre si. O número de pás do rotor é simbolizado por $N_{pá}$. O rotor gira com velocidade angular constante, ω , no sentido horário. A largura das pás varia segundo a função b = b(r). O rotor (seção transversal) é representado no plano complexo, $z = x + iy = r \exp(i\theta)$, por uma grade radial móvel. O escoamento absoluto através da grade é considerado incompressível ($\vec{\nabla} \cdot \vec{c} = 0$) e irrotacional ($\vec{\nabla} \times \vec{c} = 0$), portanto, potencial. As componentes radial e circunferencial da velocidade absoluta são dadas por $c_r(r, \theta) = \partial \Phi / \partial r$ e $c_{\theta}(r, \theta) = (1/r) \partial \Phi / \partial \theta$, respectivamente, sendo $\Phi = \Phi(r, \theta)$ o potencial de velocidades. A componente axial da velocidade absoluta, c_a , é desprezada e as superfícies de corrente são consideradas axialmente simétricas, de modo que o escoamento sobre essas superfícies possa ser tratado como bidimensional.



Figura 1. Esquema de um rotor centrífugo. (a) Seção meridional. (b) Seção transversal.

Com as hipóteses anteriormente estabelecidas para o escoamento absoluto e considerando a equação da continuidade desse escoamento, resulta uma equação diferencial do tipo Poisson para o potencial total de velocidades, Φ , com $\vec{\nabla} \Phi = \vec{c}$. Dessa forma, o problema matemático em questão, composto pela equação diferencial de Poisson e condição de contorno na linha representativa da pá, é colocado na seguinte forma:

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{1}{b(r)} \frac{db(r)}{dr} c_r(r,\theta) = B(r,\theta)$$
⁽¹⁾

e

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n}\Big|_{(\kappa)} = w_n\Big|_{(\kappa)} = 0, \qquad (2)$$

sendo w_n a componente normal da velocidade relativa no contorno (κ) de uma pá de referência. As velocidades absolutas antes e após às pás são consideradas uniformes e nos limites $r = r_0 \rightarrow 0$ e $r = r_{\infty} \rightarrow \infty$.

Devido à periodicidade do escoamento, o plano da grade radial pode ser dividido em uma série de domínios idênticos a um domínio (D) cujo contorno (C) envolve uma pá de referência. A forma integral da equação diferencial de Poisson, Eq. (1), é determinada pela segunda identidade de Green, obtendo-se o seguinte resultado:

$$2\pi\bar{c}(z) = \oint_{(C)} F(z,\zeta') \,ds' + \iint_{(D)} G(z,z') \,dA',$$
(3)

sendo

$$F(z,\zeta') = (c_n + ic_s) K(z,\zeta'), \qquad (4)$$

$$G(z, z') = B(r', \theta') K(z, z'), \qquad (5)$$

$$K(z, z') = N_{p\acute{a}} z^{Np\acute{a}-1} / (z^{Np\acute{a}} - z'^{Np\acute{a}}),$$
(6)

onde $\overline{c}(z) = (c_r - ic_{\theta}) \exp(-i\theta)$ é a velocidade complexa conjugada do escoamento absoluto, c_n a velocidade normal ao contorno no sentido do interior do domínio, c_s a velocidade tangencial ao contorno no sentido tal que o interior fica sempre à esquerda ao longo do percurso, z' e ζ' , e, z e ζ são os pontos de integração e os pontos de cálculo, respectivamente, em (D) e em (C).

Admitindo-se, inicialmente, que as pás sejam infinitamente finas, $e_{p\dot{a}} \rightarrow 0$, denominadas de pás de espessura desprezível (PED), pode-se resolver as integrais de contorno e de domínio resultantes da formulação integral representada pela Eq. (3). Pode ser mostrado, conforme Manzanares Filho e Oliveira (1992), que a integral de contorno na Eq. (3) torna-se em

$$\oint_{(C)} F(z,\zeta') \, ds' = \frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \to 0} r_0 (c_r - i c_\theta) + \oint_{(\kappa)} F(z,\zeta') \, ds', \tag{7}$$

onde (κ) é o contorno referente à linha representativa (PED) da pá de referência.

A integral de domínio na Eq. (3) envolve a componente radial da velocidade absoluta, $c_r(z')$, em princípio, desconhecida, o que torna não-linear a formulação. Como aproximação, $c_r(z')$ pode ser obtida da equação integral da continuidade, ou seja,

$$\mathbf{c}_{\mathrm{r}}(\mathbf{z}') \cong \mathbf{c}_{\mathrm{m}}(\mathbf{z}') = \frac{Q}{2\pi \mathrm{r}' \mathrm{b}(\mathrm{r}')},\tag{8}$$

sendo $c_m(z')$ a componente meridional da velocidade absoluta e Q a vazão volumétrica através do rotor. Considerando os limites de (D) com $r_o \rightarrow 0$ e $r_{\infty} \rightarrow \infty$, pode ser mostrado que, com essa aproximação, a integral de domínio na Eq. (3) torna-se em

$$\iint_{(D)} G(z, z') dA' \cong \frac{Q}{zb(r)} - \frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \to 0} r_0 c_r .$$
(9)

Definindo-se a pré-circulação anti-horária por

$$\Gamma_{\rm o} = 2\pi \lim_{\rm r_0 \to 0} \rm r_0 \, c_{\theta} \,, \tag{10}$$

e considerando as Eqs. (7), (9) e (10), a Eq. (3) torna-se em

$$\overline{c}(z) \cong \frac{Q/b(r) - i\Gamma_o}{2\pi z} + \frac{1}{2\pi} \oint_{(\kappa)} F(z,\zeta') \, ds' \,.$$
⁽¹¹⁾

A formulação da Eq. (11) é linear e com singularidades de perturbação apenas no contorno (κ) da pá. A diferença entre ela e o caso bidimensional clássico (b(r) = cte.) está no termo fonte, cuja a intensidade passa a variar com a largura da pá, segundo Q/b(r).

No caso de PED, a integral no contorno (κ) pode ser reduzida a uma integral de linha estendendo-se do bordo de ataque, s_1 , ao bordo de fuga, s_2 , da pá referentes aos pontos 1 e 2 na Fig. (1). Para isso, considera-se que a descontinuidade na componente normal da velocidade absoluta entre os lados de sucção (+) e de pressão (-) da pá é nula e a descontinuidade na componente tangencial equivale a uma densidade de vórtices $\gamma(s')$. Com isso, a Eq. (11) torna-se em

$$\overline{c}(z) \cong \frac{Q/b(r) - i\Gamma_o}{2\pi z} + \frac{i}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \gamma(s') K(z, \zeta') ds'.$$
⁽¹²⁾

Sendo ζ um ponto de cálculo genérico sobre a linha da pá, a velocidade média na linha representativa da pá, $\overline{c}(\zeta)$, é calculada fazendo $z = \zeta$ na Eq. (12) e interpretando a integral no sentido do valor principal de Cauchy. As velocidades nos lados de sucção e de pressão da pá são determinadas por

$$\overline{c}^{\pm}(\zeta) = \overline{c}(\zeta) \mp i \frac{\gamma(\zeta)}{2} e^{-i(\theta - \beta)},$$
(13)

onde β é o ângulo da pá.

A distribuição de vórtices, $\gamma(s)$, é determinada pela condição de tangência da velocidade relativa média sobre a pá, Eq. (2). Considerando a velocidade complexa conjugada de condução do rotor, $\overline{u} = i \omega r \exp(-i\theta)$, essa condição se exprime por

$$\Im m \left\{ i [\bar{c}(\zeta) - \bar{u}(\zeta)] e^{i(\theta - \beta)} \right\} = 0, \qquad (14)$$

onde 3m representa a parte imaginária.

Considerando as Eqs. (12) e (14), resulta

$$\frac{1}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \gamma(s') L(\zeta, \zeta') ds' \cong \frac{Q}{2\pi r b(r)} \cos\beta - \frac{\Gamma_o}{2\pi r} \sin\beta - \omega r \sin\beta, \qquad (15)$$

onde $L(\zeta, \zeta') = \Im m[K(\zeta, \zeta')e^{i(\theta-\beta)}]$.

A Eq. (15) é uma equação integral de Fredholm de primeira espécie para a função incógnita $\gamma(s)$. Os termos dessa equação representam, fisicamente, componentes de velocidades normais à pá. O termo do lado esquerdo indica o efeito normal absoluto das distribuições de vórtices sobre as pás. Os dois primeiros termos do lado direito são devidos, respectivamente, a uma fonte e a um vórtice na origem, e, o último termo, o efeito normal devido à velocidade de condução do rotor. A solução da Eq. (15) não é única, devendo-se especificar uma condição de entrada (por exemplo, uma condição sem choque para determinar a vazão ótima, Q_{ot}) e uma condição de saída (condição de Kutta para determinar a circulação em uma pá, $\Gamma_{pá}$).

Determinada a distribuição de vórtices, $\gamma(s)$, as velocidades absolutas, c, sobre a pá são determinadas em (12) e (13). As velocidades relativas, w, são calculadas por composição vetorial com a velocidade de condução do rotor, u. A velocidade relativa adimensional, W, é definida por

$$W = \frac{W}{\omega r_2} \,. \tag{16}$$

Sendo p a pressão estática, p_T a pressão total e $P = 2(p - p_T)/(\rho \omega^2 r_2^2)$ a pressão adimensional, a equação de Bernoulli aplicada ao rotor centrífugo fornece

$$P = \left(\frac{r}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{w}{\omega r_2}\right)^2.$$
(17)

3. Solução Numérica

A solução da Eq. (15) é determinada numericamente através do método dos painéis. As pás são discretizadas em M segmentos retos (painéis). Em cada painel, admite-se uma distribuição linear de vórtices, de forma que a distribuição $\gamma(s)$ fica discretizada em M+1 valores, $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{M+1}$, com $\gamma_1 = \gamma(s_1)$ e $\gamma_{M+1} = \gamma(s_2)$. A condição de entrada sem choque e a condição de Kutta são impostas diretamente, fazendo $\gamma_1 = 0$ e $\gamma_{M+1} = 0$, respectivamente. Em geral, verifica-se que 40 painéis fornecem uma precisão suficiente. Determinada a distribuição de vórtices, diversas características do escoamento podem ser obtidas nos pontos médios (pontos de controle) dos painéis. Maiores detalhes sobre a solução numérica, e também sobre a formação do sistema de equações algébricas lineares, podem ser obtidos no trabalho de Manzanares Filho (1982), considerando apenas a modificação da fonte de vazão para levar em conta a variação de largura das pás.

4. Número de Richardson

Baljé (1981) sugeriu a possibilidade de o número de Richardson, Ri, que pode ser definido de várias maneiras, ser um parâmetro adequado para avaliar diversas características do escoamento em rotores centrífugos. Com base nas informações de Baljé (1981), define-se, no presente trabalho, o número de Richardson, Ri, por

$$Ri_{j} = \frac{\Delta W_{j}}{\overline{W}_{j}}, \qquad j = 1, 2, ..., M,$$
 (18)

sendo

$$\Delta W_{j} = W_{sj} - W_{pj}$$
⁽¹⁹⁾

e

$$\overline{W}_{j} = \frac{W_{s_{j}} + W_{p_{j}}}{2},$$
(20)

onde W_{s_j} e W_{p_j} são, respectivamente, as velocidades relativas adimensionais, no ponto de controle j, nos lados de sucção e de pressão da pá.

Alternativamente, o número de Richardson pode ser definido em termos da pressão adimensional, Eq. (17), ou seja,

$$\operatorname{Ri}_{j} = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_{j}}{\overline{W}_{j}^{2}}, \qquad (21)$$

onde $\Delta P_j = P_{p_j} - P_{s_j}$.

Oliveira (2001), ao analisar as distribuições de velocidades, W_j , em função do raio adimensional do ponto de controle do painel, $R_{c_j} = r_j / r_2$, para diversas geometrias de rotores centrífugos de bons rendimentos, constatou, na condição de entrada sem choque, o seguinte:

1) As velocidades nos lados de pressão, W_{p_j} , e de sucção da pá, W_{s_j} , para um determinado número de pás, N_{pa} , compunham curvas suáveis com comportamentos semelhantes ao representado na Fig. (2a). Essas curvas não se cruzavam no intervalo compreendido entre os raios r_1 e r_2 , a não ser nas regiões dos bordos de ataque e de fuga das pás, no caso de considerar as pás de espessura finita. Essa característica implica em se obter um único valor máximo do número de Richardson, Ri_{máx}, no citado intervalo de raios, como mostra a Fig. (2b).

2) As velocidades no lado de pressão da pá, W_{p_j} , sempre eram maiores que zero, ou seja, não havia reversão do escoamento e, portanto, Ri não atingia o valor 2, que é o máximo possível para o caso onde $W_{p_i} = 0$.

Oliveira (2001), ao analisar as distribuições de números de Richardson, Ri_j , em função do raio adimensional do ponto de controle do painel, $R_{c_j} = r_j / r_2$, para uma dada geometria de rotor, porém com diversos número de pás, constatou, na condição de entrada sem choque, o seguinte:

1) Sempre existia um valor máximo do número de Richardson, $Ri_{máx}^*$, para um determinado número de pás, $N_{pá}^*$, maior que todos os demais valores de $Ri_{máx}$ correspondentes à $N_{pá} \neq N_{pá}^*$, como mostra a Fig. (2b).

2) O número de pás, $N_{pá}^*$, obtido pelo critério do máximo valor do número de Richardson, $Ri_{máx}^*$, era igual ou aproximadamente igual ao valor de $N_{pá}$ de rotores centrífugos efetivamente ensaiados em laboratório com o propósito de se obter o número de pás para o máximo rendimento possível.

Analisando o número de Richardson definido na Eq. (18), observa-se o seguinte:

1) Para uma dada geometria, o valor de $Ri_{máx}^*$ é o maior possível se o carregamento na pá, ΔW_j , é o maior possível e, simultaneamente, se o valor da velocidade média do escoamento relativo, \overline{W}_j , é o menor possível. Para se obter altos valores de ΔW_j , o número de pás deve ser baixo, e, para se obter baixos valores de \overline{W}_j , o número de pás deve ser baixo, e, para se obter baixos valores de \overline{W}_j , o número de pás deve ser baixo, e, para se obter baixos valores de \overline{W}_j , o número de pás deve ser alto. O máximo valor do número de Richardson, $Ri_{máx}^*$, age, portanto, como uma solução de compromisso para se obter o número de pás para o maior rendimento do rotor: $N_{pá}$ baixo diminui a superfície de atrito viscoso e $N_{pá}$ alto conduz melhor o fluido através dos canais formados pelas pás.

2) Se $N_{n\dot{a}} \rightarrow \infty$, então, $Ri \rightarrow 0$, podendo-se afirmar que, nas condições estabelecidas anteriormente, 0 < Ri < 2.

Uma outra característica do número de Richardson é obtida quando se plota, para uma mesma geometria, $Ri_{máx}$ em função do coeficiente de vazão, ϕ , para vários números de pás. Os diversos $Ri_{máx}$ compõem uma curva que tem um valor máximo correspondente ao número de pás ótimo para o rotor.



Figura 2. (a) Distribuição de velocidades na superfície da pá. (b) Distribuição de números de Richardson.

5. Fórmulas Usuais

Para efeito de comparação com os resultados numéricos apresentados no presente trabalho, são mostradas na Tab. (1) algumas fórmulas empíricas clássicas usadas no cálculo do número de pás de rotores centrífugos. Nessa tabela, Sigloch (1984) recomenda para bombas $5,0 \le k_{p\acute{a}} \le 6,5$, para ventiladores e sopradores $5,5 \le k_{p\acute{a}} \le 8,0$ e para turbocompressores $8,0 \le k_{p\acute{a}} \le 11,0$. Deve ser observado que as fórmulas de Pfleiderer (1960), Eckert e Schnell (1961) e Eck (1973) são indicadas, respectivamente, para bombas, turbocompressores e ventiladores.

Tabela 1. Fórmulas usuais para determinação do número de pás de rotores centrífugos.

Pfleiderer (1960)	N _{på} = 6,5 $\frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1} \operatorname{sen} \left[(\beta_2 + \beta_1) / 2 \right]$
Eckert e Schnell (1961)	N _{på} = $\frac{2 \pi \text{sen} [(\beta_2 + \beta_1) / 2]}{(0,450,35) \ln(D_2 / D_1)}$
Eck (1973)	$N_{p\dot{a}} = 8.5 \frac{\text{sen } \beta_2}{1 - D_1 / D_2}$
Sigloch (1984)	$N_{p\dot{a}} = k_{p\dot{a}} \frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1} \text{sen} [(\beta_2 + \beta_1)/2]$

6. Resultados

A Tab. (2) apresenta as dimensões principais dos rotores centrífugos analisados. A Tab. (3) mostra os valores do número de pás dos rotores centrífugos da Tab. (2) obtidos por fórmulas, por experiências em laboratório e pelo critério do máximo valor do número de Richardson, $Ri_{máx}^*$. Observa-se que os resultados do presente trabalho são bastante próximos dos valores obtidos experimentalmente. A maior diferença está no resultado do rotor de Reddy e Kar (1971). Vale comentar que, na discussão do trabalho de Reddy e Kar (1971), um dos analistas (F. J. Wiesner) faz diversas críticas quanto ao valor do número de pás ($N_{pá} = 7$) encontrado teórica e experimentalmente por aqueles autores. Na análise de Wiesner, o valor mais correto para $N_{pá}$ é 5, que estaria em concordância com o valor encontrado no presente trabalho pelo critério de $Ri_{máx}^*$.

Autores	Tipo de	Formato	D ₁	D_2	b ₁	b ₂	β_1	β_2
	Turbomáquina	da pá	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(°)	(°)
Kearton (1933)	Turbocompressor	ARC	215,9	381,0	50,8	50,8	30,0	40,0
Varley (1961)	Bomba de 2 entradas	ARC	83,8	243,8	10,7	4,5	36,0	27,0
Bommes (1963) - I	Ventilador I	LOG	280,0	500,0	140,0	78,0	25,0	25,0
Bommes (1963) - II	Ventilador II	LOG	280,0	560,0	140,0	70,0	25,0	25,0
Reddy e Kar (1971)	Bomba	LOG	68,0	208,0	22,0	7,0	30,0	30,0

Tabela 2. Dimensões principais dos rotores centrífugos analisados.

Tabela 3. Número de pás dos rotores centrífugos analisados.

Autores	Eck	Eckert e Schnell	Pfleiderer	Sigloch	Experiência	Presente
	(1973)	(1961)	(1960)	(1984)		Trabalho
Kearton (1933)	-	1418	-	1723	8	9
Varley (1961)	-	-	7	57	5	6
Bommes (1963) - I	8	-	-	1012	6-8	7
Bommes (1963) - II	7	-	-	810	6	6
Reddy e Kar (1971)	-	-	6	56	7	5

As Figs. (3), (4) e (5) mostram as distribuições dos Ri e seus respectivos $N_{p\acute{a}}$ em função do raio adimensional, R_c , para os cinco rotores centrífugos da Tab. (2). Essas figuras também indicam os números de pás que não foram ensaiados em laboratório. Os resultados numéricos referentes às Figs. (3) e (4) foram obtidos para o caso de pás de espessura desprezível (PED). No rotor de Varley (1961), a espessura da pá, $e_{p\acute{a}}$, é relativamente grande. Para esse rotor, também foram obtidos os resultados numéricos considerando as pás de espessura finita (PEF), $e_{p\acute{a}} > 0$, Oliveira (2001). Para o rotor de Varley (1961), o número ótimo de pás, $N^*_{p\acute{a}}$, obtido pelo critério do máximo valor do número de Richardson, $Ri^*_{m\acute{a}x}$, é 6, tanto para o caso de PED, Fig. (5a), como para o caso de PEF, Fig. (5b). Entretanto, observa-se que, com a consideração da espessura da pá, o Ri_{máx} para $N_{p\acute{a}} = 5$ é, praticamente, o mesmo para $N_{p\acute{a}} = 6$, ressaltando, neste caso, a influência da espessura da pá.



Figura 3. Distribuições de Ri para os rotores centrífugos de (a) Kearton (1933) e (b) Reddy e Kar (1971).



Figura 4. Distribuições de Ri para os rotores centrífugos de Bommes (1963). (a) Ventilador I e (b) Ventilador II.



Figura 5. Distribuições de Ri para os rotores centrífugos de Varley (1963). (a) PED e (b) PEF.

7. Conclusão

O cálculo do escoamento potencial pode ser aplicado, no ponto de projeto, em rotores centrífugos com $\beta_2 < 90^{\circ}$ para a determinação de algumas das suas características. Com isso, as velocidades (e pressões) nos lados de sucção e de pressão da pá podem ser obtidas com boa aproximação. Uma dessas características é o número de Richardson. O máximo valor do número de Richardson, definido na Eq. (18) ou na Eq. (20), pode ser utilizado na obtenção do número ótimo de pás de rotores centrífugos, independentemente do valor desse máximo. Considerando a geometria e o formato das pás, os resultados numéricos apresentados pelo critério do máximo valor do número de Richardson, Ri_{máx}^{*}, para a determinação do número ótimo de pás, N^{*}_{pá}, mostraram-se bastante satisfatórios, quando comparados com os resultados experimentais de rotores centrífugos de diversos tipos de turbomáquinas.

8. Referências

Adler, D. and Krimerman, Y., 1980, "On the Relevance of Inviscid Subsonic Flow Calculations to Real Centrifugal Impellers Flows", Journal of Fluids Engineering, Vol. 102, pp. 78-84.

Baljé, O. E., 1981, "Turbomachines", John Wiley & Sons, Inc..

Bommes, L., 1963, "Über den Einfluβ der Schaufelzahl auf die Kennlinie eines Radialventilators mit rückwärtsgekrümmten Schaufeln", Heizung - Lüftung - Haustechnik, Nr. 5, S. 206-209.

Eck, B., 1973, "Fans - Design and Operation of Centrifugal, Axial-flow and Cross-flow Fans", Pergamon Press.

Eckert, B. und Schnell, E., 1961, "Axial und Radialkompressoren", Springer-Verlag.

- Kearton, W. J., 1933, "The Influence of the Number of Impeller Blades on the Pressure Generated in a Centrifugal Compressor and on its General Performance", Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Vol. 124, pp. 481-568.
- Manzanares Filho, N., 1982, "Escoamento Potencial em Grades Radiais de Máquinas de Fluxo", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá EFEI, Itajubá, MG, Brasil.
- Manzanares Filho, N. e Oliveira, W., 1992, "Cálculo do Escoamento Potencial em Rotores Centrífugos com Pás Finas e Largura Variável", ENCIT, IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas, ABCM, Rio de Janeiro, Brasil, pp. 297-300.
- Oliveira, W., 1999, "Características do Escoamento em Rotores Centrífugos, Parte I: Análise Teórica, Parte II: Análise Experimental", Relatório Interno, DME/IEM/EFEI, Itajubá, MG, Brasil.
- Oliveira, W., 2001, "Análise do Escoamento em Turbomáquinas Radiais", Tese de Doutorado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica ITA, São José dos Campos, SP, Brasil.

Pfleiderer, C., 1960, "Bombas Centrífugas y Turbocompresores", Editorial Labor, S. A.

Reddy, Y. R. and Kar, S., 1971, "Optimum Vane Number and Angle of Centrifugal Pumps with Logarithmic Vanes", ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 93, pp. 411-425.

Sigloch, H., 1984, "Strömungsmaschinen-Grundlagen und Anwendungen", C. Hanser Verlag.

Wesche, W., 1979, "Method for Calculating the Number of Vanes at Centrifugal Pumps", Proceedings of the Sixth Conference on Fluid Machinery, Budapest, Vol. 2, pp. 1285-1293.

A CRITERION BASED ON LOCAL FLOW CHARACTERISTICS FOR DETERMINATION OF THE OPTIMUM BLADE NUMBER OF TURBOMACHINERY

Waldir de Oliveira

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – EFEI/IEM/DME Av. BPS, 1303 – Itajubá, MG – Brasil – 37500-903 waldir@iem.efei.br

Nelson Manzanares Filho

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – EFEI/IEM/DME Av. BPS, 1303 – Itajubá, MG – Brasil – 37500-903 <u>nelson@iem.efei.br</u>

Euclides Carvalho Fernandes Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA/CTA Pç. Marechal Eduardo Gomes, 50 – São José dos Campos, SP – Brasil – 12228-900 euclides@mec.ita.cta.br

Abstract. In the initial design phase of a new centrifugal impeller, the blade number is usually estimated by means of empirical formulae available in the literature. These formulae are always established by considering some geometrical parameters of the impellers, as the inlet and outlet angles and diameters. Depending on the adopted empirical coefficients, the calculated blade number can vary in a broad range for the same design situation, which makes the choice of an adequate blade number a difficult task. The principal aim of this paper is to present a criterion based on local flow characteristics, taking into account the whole impeller geometry. These characteristics can be obtained with a potential flow calculation, by means of an integral formulation based on the singularity method. Using the relative velocity and pressure distributions, one defines a dimensionless parameter called Richardson number. With basis on sound physical arguments, one shows that the maximum value of this parameter indicates the optimum blade number of turbomachinery impellers leading to good aerodynamic performance. Some numerical results are compared with experimental data, validating the effectiveness of the proposed criterion.

Keywords. turbomachinery, centrifugal impeller, singularity method, Richardson number, blade number.