

UMA TÉCNICA HÍBRIDA PARA O PROJETO INVERSO DE AEROFÓLIOS UTILIZANDO TRANSFORMAÇÃO CONFORME E O MÉTODO DOS PAINÉIS

Denis Rinaldi Petrucci

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – Departamento de Engenharia Mecânica
Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – 37500-000
denisrpetrucci@uol.com.br

Nelson Manzanares Filho

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – Departamento de Engenharia Mecânica
Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – 37500-000
nelson@iem.efei.br

Resumo. *Apresenta-se uma técnica numérica para o projeto inverso de aerofólios isolados utilizando a combinação adequada de uma transformação conforme e um método de painéis baseado em distribuições lineares de vórtices. A técnica empregada busca obter as coordenadas de um círculo ou de um quase-círculo no plano transformado, resultando num perfil aerodinâmico no plano físico, de forma a atender a uma distribuição de velocidade requerida de projeto, dada em função da coordenada natural do perfil. A aplicação da técnica de transformação conforme aumenta a precisão do procedimento inverso, atenuando sensivelmente as eventuais oscilações geométricas na região do bordo de ataque causadas pela variação de inclinação dos painéis durante o processo iterativo. Com isso, garante-se a geração de formatos aerodinâmicos suaves em todo o contorno. Vários casos de teste são apresentados visando avaliar e validar a eficiência e robustez da técnica híbrida de projeto inverso de aerofólios.*

Palavras chaves: *Projeto inverso, Aerofólios, Método dos painéis, Transformação conforme*

1. Introdução

No estudo do escoamento em torno de perfis aerodinâmicos, isolados ou em sistema de pás e aletas, existem dois problemas básicos que se destacam: 1) o problema direto, no qual toda a geometria dos perfis e do sistema é conhecida, além dos ângulos do escoamento de entrada e/ou saída, devendo-se determinar o campo de escoamento em torno de perfis, na forma de distribuições de velocidades e pressões; 2) o problema inverso ou problema de projeto, no qual algumas características do escoamento em torno dos perfis são fornecidas (como distribuição de pressões ou distribuição de velocidades, os ângulos de entrada e/ou saída do escoamento), devendo-se determinar a geometria dos perfis.

O problema inverso, em suas versões mais gerais, tende a ser mais difícil que o problema direto. Por isso, as técnicas de solução do problema direto foram mais exploradas e testadas que as técnicas do problema inverso. Alguns trabalhos trataram de classificar os métodos conhecidos para o projeto inverso de perfis aerodinâmicos. Yiu (1994) classificou os métodos de projeto de formas aerodinâmicas em quatro categorias: 1) métodos inversos, baseados em correção iterativa ou na solução de sistemas de equações não-lineares; 2) métodos de modificação iterativa, que incluem os métodos de otimização; 3) métodos de plano transformado, incluindo os métodos de transformação conforme; 4) métodos especiais, incluindo os métodos de painéis para escoamento potencial incompressível. Pode-se, ainda, verificar algumas combinações nesta classificação: por exemplo, existem métodos inversos puros baseados em técnicas de transformação conforme ou formulações integrais, estas por sua vez podendo ser solucionadas por métodos de painéis.

Liu (2000) classificou em 4 categorias os problemas da aerodinâmica, em particular no que se refere ao projeto de formas aerodinâmicas, segundo uma ordem crescente de dificuldade: 1) o problema direto; 2) o problema inverso; 3) o problema híbrido, que unifica e generaliza os problemas direto e inverso, e para os quais alguns procedimentos alternativos de solução foram propostos por Dulikravich (1992), Liu (1995) e Yiu (1994); 4) o problema de otimização, onde se buscam soluções ótimas para a geometria e o campo de escoamento correspondente, de modo a atingir um certo objetivo (p. ex., mínimo arrasto ou máxima sustentação), mediante restrições.

Diferentes combinações podem ser concebidas para o desenvolvimento de metodologias de projeto aerodinâmico. Por exemplo, Shigemi (1984) tratou o problema inverso de projeto de aerofólios com múltiplos elementos, utilizando um método de painéis retos com distribuições lineares de vórtices e a condição de Neuman aplicada aos pontos de controle. A distribuição de vórtices equivale à própria distribuição de velocidades requerida sobre o contorno dos perfis. O método de Newton-Raphson foi aplicado na solução do sistema de equações algébricas não-lineares resultante, tendo como incógnitas as ordenadas dos perfis. Para garantir contornos fechados, Shigemi (1984) aplicou o método dos

mínimos quadrados para fixar os bordos de fuga e de ataque dos perfis resultantes.

Existem métodos inversos muito eficientes, baseados em transformação conforme, em que a busca do perfil é realizada num plano transformado, em geral nas proximidades de um círculo. Mediante construção de funções paramétricas de transformação, é possível exercer um controle geométrico rigoroso durante o processo iterativo. Nessa linha, Selig e Maughmer (1992 a, b) apresentaram um método de projeto inverso de aerofólios de modo a atender a vários pontos de operação (vários ângulos de ataque). O aerofólio é dividido em um número desejado de segmentos e, para cada segmento, é dada uma distribuição de velocidades requerida juntamente com o ângulo de ataque correspondente a esta distribuição. A solução do sistema de equações algébricas não-lineares do problema é obtida pelo método de Newton-Raphson. Certas características de um aerofólio são especificadas, tais como espessura máxima, arqueamento, além de critérios relativos ao efeito do desenvolvimento da camada limite sobre as distribuições de velocidade. Posteriormente, Selig (1994), estendeu essa metodologia para o projeto de grades de turbomáquinas.

Existem alternativas ao emprego do método de Newton-Raphson na solução de problemas inversos. Um exemplo é o uso de painéis de inclinação variável em função de um excesso de velocidades normais induzido por vórtices fictícios, calculados pela diferença entre as velocidades requeridas e as calculadas (Murugesan e Raily, 1969). Petrucci e Manzanares Filho (2001) apresentaram um algoritmo rápido para projeto de aerofólios utilizando um método de painéis com distribuições lineares de vórtices e a técnica de Murugesan e Raily (1969) para a correção iterativa da geometria. Resultados satisfatórios puderam ser obtidos com um número de iterações relativamente baixo. Entretanto, o algoritmo apresenta alguns inconvenientes: 1) para acelerar a convergência, o método lança mão de um fator constante sobre a distribuição de vórtices fictícios; além disso, a convergência também é acelerada pela utilização da matriz de influência inicial no cálculo das velocidades normais induzidas pela distribuição de vórtices fictícios, ao invés da matriz de influência da iteração corrente; 2) para evitar o surgimento de saliências ou concavidades espúrias na região do bordo de ataque, utilizou-se um filtro automático para limitar os valores excessivos da distribuição de velocidades normais. Mesmo assim, o método não foi capaz de evitar pequenas oscilações do contorno na região de bordo de ataque.

No presente trabalho, propõe-se uma técnica numérica híbrida para o projeto inverso de aerofólios, utilizando a combinação adequada de uma transformação conforme e um método de painéis com distribuições lineares de vórtices. A técnica proposta busca obter as coordenadas de um círculo ou de um quase-círculo no plano transformado, resultando num perfil aerodinâmico no plano físico, de forma a atender a uma distribuição de velocidades requerida de projeto, dada em função da coordenada natural do perfil. O método dos painéis é o mesmo empregado por Petrucci e Manzanares Filho (2001). A aplicação da técnica de transformação conforme, por sua vez, aumenta a precisão do procedimento, além de atenuar sensivelmente as eventuais oscilações geométricas que venham a ocorrer na região do bordo de ataque, provenientes da variação de inclinação dos painéis durante o processo iterativo. Com isso, garante-se a geração de formatos aerodinâmicos suaves em todo o contorno.

Alguns resultados de validação da técnica proposta são apresentados para perfis com bordo de fuga afilado. As velocidades requeridas nos testes são fornecidas analiticamente ou, alternativamente, pela solução numérica do problema direto correspondente, caso não haja solução analítica disponível.

2. Descrição do algoritmo

O algoritmo combina a técnica de transformação conforme (transformação de Joukowski) com o algoritmo inverso proposto por Petrucci e Manzanares Filho (2001), buscando obter as coordenadas de um círculo ou de um quase-círculo no plano transformado, correspondente a um perfil aerodinâmico no plano físico, de forma a atender a uma distribuição de velocidades requerida de projeto, dada em função da coordenada natural do perfil.

O algoritmo também se baseia no trabalho proposto por Petrucci e Manzanares Filho (2001): dada uma distribuição de velocidades requerida no contorno do perfil e um corpo de partida (no caso, um cilindro circular de raio unitário, centrado na origem do plano transformado), o método buscará o círculo ou quase-círculo requerido através de um processo iterativo. Cada iteração é subdividida em dois passos: 1) o passo de cálculo do escoamento; 2) o passo de avanço geométrico. Ao final de cada iteração, um novo corpo cada vez mais próximo do corpo requerido é obtido de forma a satisfazer a distribuição de velocidade requerida no plano físico.

A técnica híbrida proposta neste trabalho introduz algumas modificações no passo de avanço geométrico: 1) não é considerada a condição de abscissas fixas, como no algoritmo proposto por Petrucci e Manzanares Filho (2001): a distribuição de velocidades requerida é dada em função da coordenada natural do contorno do aerofólio alvo, no plano físico; 2) as alterações das inclinações dos painéis são realizadas no plano transformado, de acordo com o trabalho de Petrucci (1998), que é adequado para abscissas variáveis; 3) o algoritmo não exige a utilização de fatores de aceleração de convergência ou de filtros para amenizar as variações na distribuição de velocidade normal no bordo de ataque. A ausência desses artifícios heurísticos constitui uma característica vantajosa da técnica descrita a seguir.

3. Passo de cálculo do escoamento

Este passo é o mesmo descrito por Petrucci et al. (2001), sendo implementado por um método de painéis com distribuições lineares de vórtices. O quase-círculo no plano transformado é discretizado em m painéis retos, sendo $z_1, z_2, \dots, z_m, z_{m+1}$, os pontos extremos ou nós, com $z_1 = z_{m+1}$ representando o bordo de fuga, Figura 1. Em cada painel, o ponto médio é escolhido como ponto de controle para a imposição da condição de Neumann.

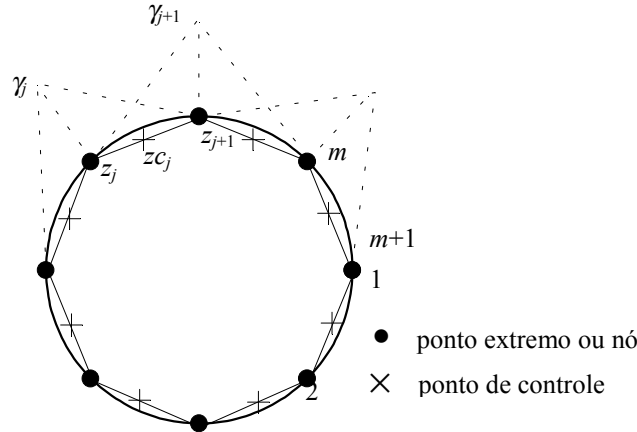


Figura 1. Definição dos painéis (nós e distribuição de vórtices).

A velocidade complexa conjugada $\bar{W}(z)$ em um ponto genérico $z = x + iy$ de um plano complexo é expressa por meio de uma integral de Cauchy no contorno C :

$$\bar{W}(z) = \bar{W}_\infty + \frac{i}{2\pi} \oint_C \frac{\gamma(s)}{z - \zeta} ds, \quad (1)$$

onde \bar{W}_∞ representa a velocidade complexa conjugada do escoamento não perturbado, $\bar{W}_\infty = W_\infty e^{-i\alpha}$; α é o ângulo de ataque entre a direção do escoamento e o eixo x ; $\zeta(s)$ representa um ponto de integração sobre o contorno do corpo. A integral é calculada pela somatória de cada valor da sub-integral $\bar{W}_j(z)$ correspondente à contribuição do painel do nó z_j (Fig. 1). Assumindo os painéis com intensidades de vórtices lineares, esta contribuição pode ser calculada analiticamente, resultando uma expressão para $j = 2, \dots, m$ (χ_j é o ângulo entre o painel j e a direção x):

$$\bar{W}_j(z) = i \cdot \gamma_j \left\{ e^{-i\chi_{j-1}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\frac{z - z_{j-1}}{z_j - z_{j-1}} \cdot \log \left(\frac{z - z_{j-1}}{z - z_j} \right) - 1 \right] + e^{-i\chi_j} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\frac{z_{j+1} - z}{z_{j+1} - z_j} \cdot \log \left(\frac{z - z_j}{z - z_{j+1}} \right) + 1 \right] \right\} \quad (2)$$

Somando as contribuições de todos os painéis com a velocidade incidente nos m pontos de controle e aplicando a condição de Neumann nesses pontos, resulta um sistema de m equações a $m+1$ incógnitas. A condição de Kutta é aplicada no bordo de fuga para tornar o sistema determinado e obter uma solução única. Como os corpos estudados neste trabalho são rombudos no plano transformado (círculos ou quase-círculos), é suficiente considerar $\gamma_{m+1} = -\gamma_1$ para garantir um ponto de estagnação no bordo de fuga (que será um ponto crítico da transformação no caso de um bordo de fuga afilado no plano físico).

4. Passo de avanço geométrico

Dado um corpo inicial no plano transformado e uma distribuição de velocidade requerida no contorno de um perfil aerodinâmico no plano físico em função da coordenada natural, s , o algoritmo inverso irá procurar um perfil que satisfaça a esta distribuição de velocidade desejada, em um processo iterativo.

O passo de avanço geométrico é a alteração das inclinações dos painéis no plano transformado, a partir da diferença entre a distribuição de velocidades calculada no contorno do perfil (item 3) e a equivalência da distribuição de velocidades requerida no plano transformado, dando origem a uma distribuição de vórtices fictícios. Estes, por sua vez, induzem o surgimento de um excesso de velocidade normal em cada painel. Finalmente, a alteração da inclinação de cada painel é realizada de forma a anular esse excesso de velocidade normal.

Ao final de cada iteração, um esquema para garantir o fechamento do corpo no plano transformado é aplicado e um teste de convergência é efetuado. Caso ocorra convergência, o processo iterativo é interrompido; caso contrário, inicia-se outra iteração com o novo corpo.

4.1. Cálculo dos parâmetros da transformação de Joukowski. Por conveniência, a transformação Joukowski será aplicada neste trabalho. Ela é adequada para reproduzir aerofólios com bordo de fuga afilado no plano físico. A Fig. 3 ilustra os parâmetros para transformar um círculo num perfil Joukowski (Karamcheti, 1980): a é o raio do círculo; β^* é o ângulo de arqueamento, c é a abscissa do ponto crítico do bordo de fuga, presente na transformação de Joukowski.

Para acelerar o processo de convergência a um perfil arbitrário no plano físico, é conveniente recalculer em cada iteração os parâmetros de um círculo próximo ao quase-círculo obtido no plano transformado, tendo em vista as velocidades requeridas no plano físico. No caso de perfis Joukowski, existe uma relação entre a velocidade no bordo de fuga no plano físico e estes parâmetros (Milne-Thomson, 1966):

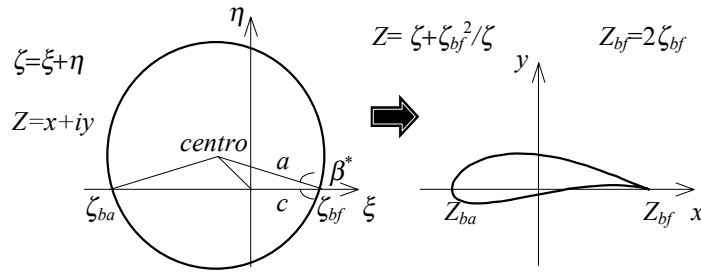


Figura 3. Parâmetros da transformação conforme (Joukowski).

$$W_{bf} = \frac{c \cdot \cos(\alpha + \beta^*) \cdot e^{i2\beta^*}}{a} \tag{3}$$

A velocidade no bordo de fuga W_{bf} e o ângulo de ataque α do escoamento incidente são conhecidos. Na primeira iteração, parte-se de um cilindro de raio unitário centrado na origem, de modo que $\beta^*=0$ e $a = 1$; nas iterações seguintes, o raio é calculado pela metade da média entre os maiores diâmetros do quase-círculo, segundo as abscissas e ordenadas, indicados na Figura 4a (no caso, considerando $m/2$ par, sendo $m/4$ painéis em cada quadrante, aproximadamente):

$$a_{abs} = \frac{|x(m/2 + 1)| + |x(1)|}{2}, \quad a_{ord} = \frac{|y(3m/4 + 1)| + |y(m/4 + 1)|}{2}, \quad a = \frac{a_{abs} + a_{ord}}{2} \tag{4a,b, 5}$$

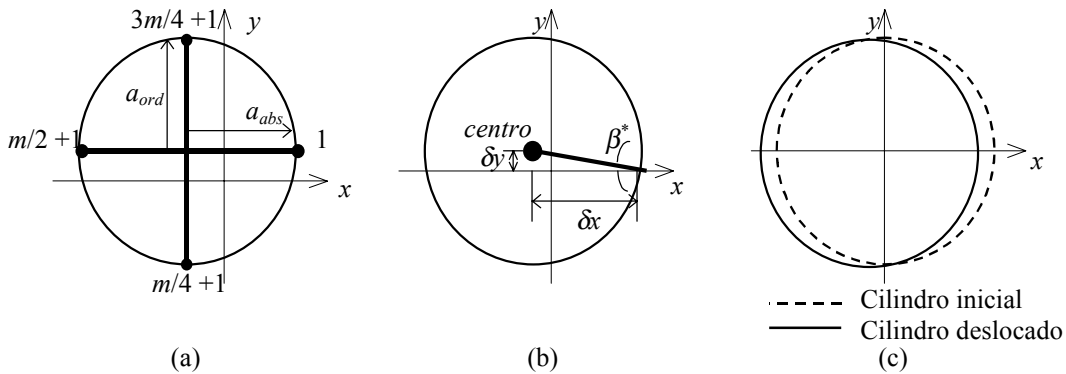


Figura 4 a) Raio; b) Ângulo de arqueamento; c) Deslocamento do cilindro inicial em função de c .

O centro do quase-círculo é considerado na interseção desses diâmetros. As distâncias coordenadas entre o centro e o bordo de fuga são calculadas e denotadas por δx e δy (Fig. 4 b), de modo que o ângulo de arqueamento β^* fica:

$$\beta^* = \arctan \frac{\delta y}{\delta x} \tag{6}$$

Calculados os parâmetros a e β^* , o cálculo da constante c da transformação de Joukowski fica, Eq. (3):

$$c = \frac{W_{bf} \cdot a}{\cos(\alpha + \beta^*) \cdot e^{i2\beta^*}} \tag{7}$$

O cilindro inicial é então deslocado, de modo a tornar a abscissa do bordo de fuga igual a c (Fig. 4c). Em cada passo iterativo, um novo valor para a constante c é calculado, convergindo a um único valor ao final das iterações.

4.2. Cálculo da distribuição de velocidade requerida no plano transformado. A relação entre a velocidade complexa requerida no plano físico z , W_z e a velocidade correspondente no plano transformado ζ , W_ζ , é dada por

$$W_\zeta = W_z \frac{dz}{d\zeta}, \quad \text{onde } \frac{dz}{d\zeta} = \left| 1 - \frac{c^2}{\zeta^2} \right|; \quad \text{donde, } W_\zeta = W_z \left| 1 - \frac{c^2}{\zeta^2} \right|. \quad (8,9,10)$$

4.3. Cálculo da distribuição de densidade de vórtices fictícios. A intensidade da distribuição de vórtices fictícia, $\gamma_{fict}(s)$, depende da diferença entre os valores das distribuições de velocidade calculada $W_c(s)$ e requerida $W_r(s)$. Entretanto, um cuidado especial deve ser tomado quanto à orientação do percurso adotado para alterar a inclinação dos painéis. O percurso adotado neste trabalho parte do bordo de fuga e percorre o contorno do corpo de modo a manter o interior do perfil sempre à direita, Fig. 5.

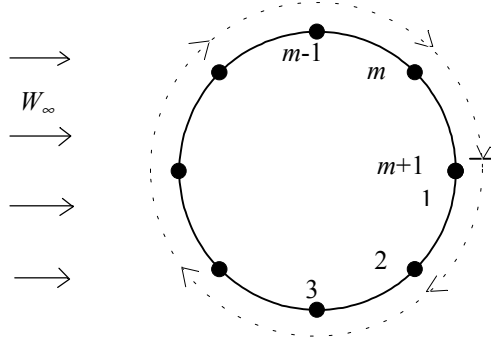


Figura 5. Sentido de percurso adotado.

Normalmente, existe um ponto de estagnação próximo ao bordo de ataque, e os valores de velocidade são negativos no intradorso do perfil (do bordo de fuga até o ponto de estagnação no bordo de ataque) e positivos no extradorso do perfil (do ponto de estagnação no bordo de ataque até o bordo de fuga), seguindo a orientação de percurso adotada.

Inicialmente, localiza-se o primeiro ponto nodal j_{est} próximo ao ponto de estagnação no bordo de ataque, para o qual o produto das velocidades calculada e requerida é menor ou igual a zero:

$$\text{varie } j \text{ até que } W_c \cdot W_r \leq 0; \quad \text{então } j_{est} = j \text{ e fim de busca.} \quad (11)$$

Em seguida, as densidades de vórtices fictícios são determinadas pelas expressões:

$$\gamma_{fict}(s) = W_c(s) - W_r(s) \quad \text{para } j=1, \dots, j_{est} \quad (12)$$

$$\gamma_{fict}(s) = W_r(s) - W_c(s) \quad \text{para } j=j_{est}+1, \dots, m \quad (13)$$

4.4. Cálculo da velocidade normal induzida pela densidade de vórtices. A distribuição de vórtices fictícios induzirá uma distribuição de velocidade normal no contorno do perfil. Como o quase-círculo não sofre grandes variações geométricas, não há necessidade de fatores de aceleração de convergência, nem mesmo processos de filtragem no cálculo da velocidade normal induzida pela densidade de vórtices fictícios.

4.5. Geração da nova geometria. As velocidades normais induzidas pelos vórtices fictícios nos pontos de controle dos painéis devem ser anuladas, buscando atender à condição de impermeabilidade. Isso é feito através da alteração coerente das inclinações dos painéis. Da Figura 6, pode-se obter a variação de inclinação do painel i , Ω_i :

$$\cos \Omega_j = \frac{|W_{r\zeta}|}{\sqrt{W_{r\zeta}^2 + W_n^2}}; \quad \text{sen } \Omega_j = \frac{W_n}{\sqrt{W_{r\zeta}^2 + W_n^2}} \quad (14a, b)$$

Tem-se a seguinte relação entre os incrementos das coordenadas da presente iteração, (x,y) e as alteradas, (X,Y) :

$$dX + i dY = (dx + i dy) e^{i\Omega} \quad (15)$$

O nó equivalente ao bordo de fuga é fixado em $j = 1$; as novas coordenadas do nó $j + 1$ são calculadas através de uma integração aproximada da Eq. (15):

$$X'_{j+1} = X'_j + \cos \Omega_j (x_{j+1} - x_j) - \text{sen} \Omega_j (y_{j+1} - y_j) \quad (16)$$

$$Y'_{j+1} = Y'_j + \text{sen} \Omega_j (x_{j+1} - x_j) + \cos \Omega_j (y_{j+1} - y_j) \quad (17)$$

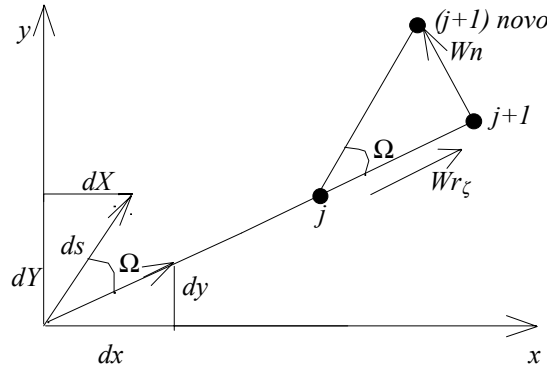


Figura 6. Alteração da inclinação do painel; W_n é a velocidade normal a ser anulada.

4.6. Reposicionamento das coordenadas em função da coordenada natural. Uma forma de garantir a convergência da geometria é reposicionar as coordenadas em função da coordenada natural requerida, s , controlando o tamanho dos painéis, de forma que os mesmos mantenham o comprimento em relação às coordenadas naturais requeridas no plano físico. A relação entre os incrementos de coordenadas naturais no plano físico e transformado, $\Delta S_{req\zeta}$ e ΔS_z , é:

$$\Delta S_{req\zeta_j} = \Delta S_{z_j} \cdot \left. \frac{dz}{d\zeta} \right|_{\zeta_j} \quad (18)$$

ζ_j corresponde ao ponto de controle do painel j onde é calculada a aproximação de $|dz/d\zeta|$. As coordenadas corrigidas X e Y , em função daquelas obtidas na iteração corrente, X' e Y' , ficam:

$$X_{j+1} = X_j + (X'_{j+1} - X'_j) \frac{\Delta S_{req\zeta_j}}{\Delta S'_{\zeta_j}}, \quad Y_{j+1} = Y_j + (Y'_{j+1} - Y'_j) \frac{\Delta S_{req\zeta_j}}{\Delta S'_{\zeta_j}} \quad (19a, b)$$

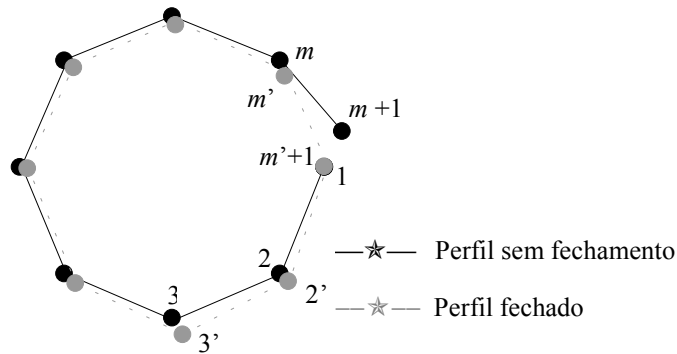


Figura 7. Esquema para fechamento do perfil

4.7. Esquema para fechamento do perfil. Sendo m o número de painéis, as coordenada do nó $m+1$ deverão coincidir com as coordenadas do nó 1 para que se tenha um perfil fechado. As Eqs. (19a, b) não garantem que o perfil ao final da iteração seja fechado e, portanto, um esquema de correção deve ser aplicado para garantir o fechamento do perfil em cada etapa iterativa, Figura 7 e Eq. (20a, b). O esquema adotado impõe que a diferença de ordenadas no bordo de fuga, $Y_1 - Y_{m+1}$, dividida pelo número de painéis, m , seja acrescida cumulativamente em cada nó de $j = 2, 3, \dots, m+1$, fazendo com que o perfil feche no bordo de fuga. As novas ordenadas corrigidas são calculadas por:

$$\tilde{X}_{j+1} = X_{j+1} + j \cdot \frac{X_1 - X_{m+1}}{m}, \quad \tilde{Y}_{j+1} = Y_{j+1} + j \cdot \frac{Y_1 - Y_{m+1}}{m} \quad (20a, b)$$

4.8. Critério de parada do processo iterativo. Neste trabalho, o critério de parada (ou convergência) baseia-se no desvio médio quadrático entre as ordenadas das iterações atual e anterior. O processo iterativo é considerado convergido quando esse desvio for menor ou igual a uma tolerância estipulada, ϵ , Eq. (21).

$$\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m+1} \Delta \tilde{Y}_j^2}{m}} \leq \epsilon \tag{21}$$

onde $\Delta \tilde{Y}_j$ representa a diferença entre as ordenadas \tilde{Y}_j dos perfis, obtidas nas iterações atual e anterior.

4.9. Perfil no plano físico. As coordenadas z do perfil no plano físico são dadas diretamente pela transformação de Joukowski aplicada nas coordenadas ζ do quase-círculo:

$$z = \zeta + \frac{c^2}{\zeta} \tag{22}$$

É conveniente, também, reposicionar as coordenadas obtidas no plano físico, antes de se iniciar uma nova iteração, mantendo os incrementos de coordenada natural iguais aos requeridos.

5. Validação da metodologia

Para a validação do método inverso híbrido proposto, foram escolhidos os próprios perfis Joukowski e o perfil da grade de Gostelow (1984), que não apresenta resultados analíticos quando considerado como perfil isolado, mas possui bordo de fuga afilado. Para os perfis Joukowski, foram utilizados valores exatos das distribuições de velocidades requeridas, de acordo com as soluções analíticas. Para o perfil de Gostelow, as velocidades requeridas foram estipuladas numericamente, aplicando o passo de cálculo do escoamento à geometria desejada, diretamente no plano físico.

Os seguintes resultados são apresentados em cada exemplo: 1º) processo iterativo para a geometria no plano transformado (quase-círculo); 2º) processo iterativo para a geometria no plano físico (perfil); 3º) processo iterativo para a distribuição de velocidade no plano físico; 4º) ampliação da região do bordo de ataque, comparando os resultados do presente trabalho com aqueles obtidos com o algoritmo apresentado por Petrucci e Manzanares Filho (2001).

As escalas das ordenadas do processo iterativo da geometria encontram-se ampliadas, visando maior nitidez. Em todos os casos de teste, adotou-se a tolerância ϵ igual a 10^{-4} para convergência.

Exemplo 1 - Perfil alvo: Joukowski simétrico, com os parâmetros de transformação: $\beta^* = 0^\circ$, $a/me = 12,5$ e $\alpha = 8^\circ$. Número de painéis $m=24$. Número de iterações: 1.

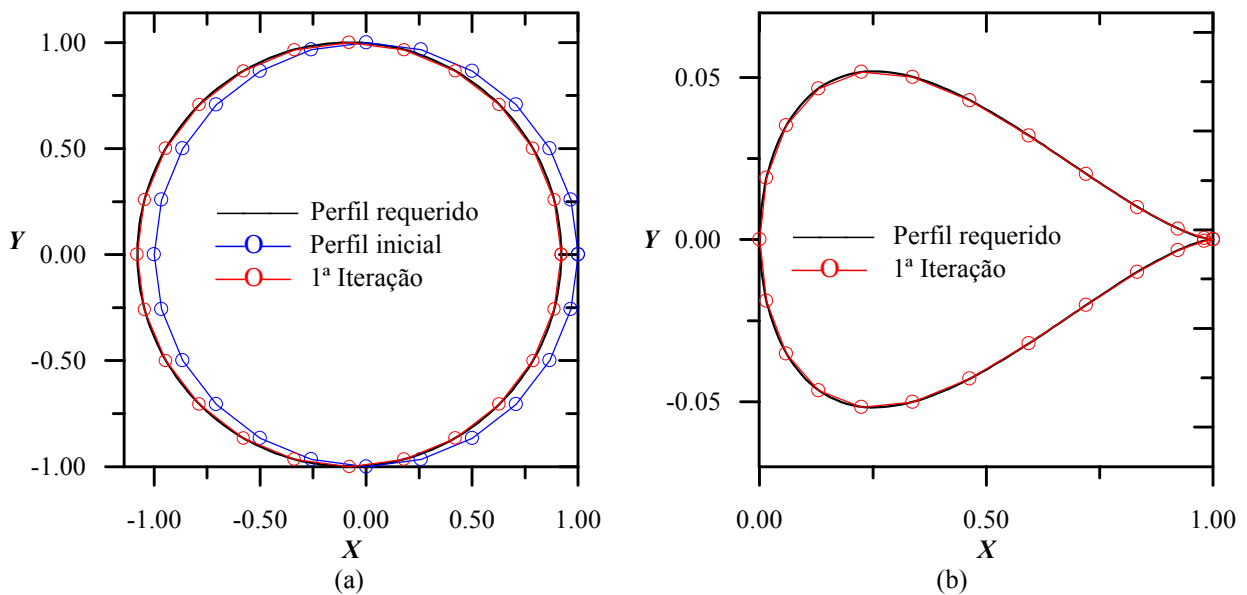


Figura 8. Processo iterativo para a geometria. a) Plano transformado. b) Plano físico.

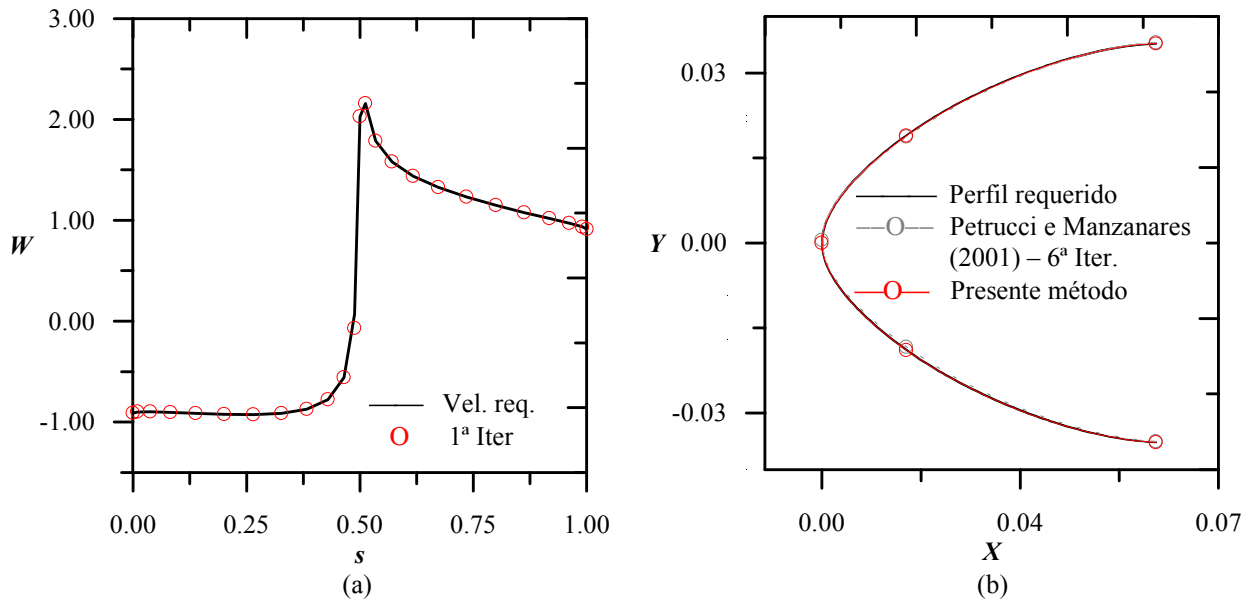


Figura 9. a) Distribuição de velocidade no plano físico. b) Ampliação da região do bordo de ataque.

Diversos casos de perfis simétricos (Joukowski) foram testados, variando a espessura do perfil e o ângulo de ataque. Em todos os casos testados, foi necessária uma única iteração com apenas 24 painéis e os resultados das Figs. 8 e 9 constituem um exemplo típico. Tais resultados, num primeiro momento, poderiam ser vistos como óbvios, já que o perfil alvo é um perfil Joukowski exato. Observe-se, entretanto, que as velocidades requeridas são analíticas, enquanto o método de painéis produz uma aproximação numérica. Ocorre que o método se mostra bastante preciso neste caso, reproduzindo velocidades numéricas bem próximas das requeridas numa única iteração. Tal não ocorreria se o método dos painéis fosse pouco preciso, ou se um número insuficiente de painéis fosse empregado.

Exemplo 2 - Perfil alvo: Joukowski arqueado, com os parâmetros de transformação: $\beta^* = 12^\circ$, $a/me = 4,5$ e $\alpha = 4^\circ$. Número de painéis $m = 24$. Número de iterações: 6.

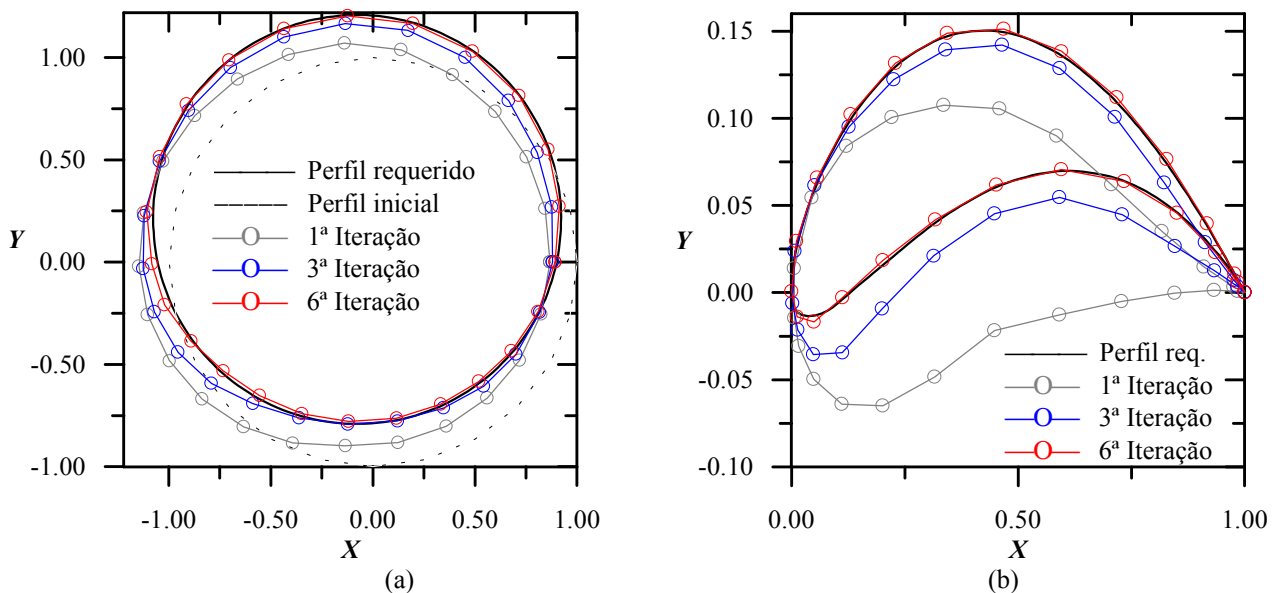


Figura 10. Processo iterativo para a geometria. a) Plano transformado. b) Plano físico.

Para perfis arqueados é possível obter resultados convergentes com 6 a 10 iterações. O número de painéis apresenta pequena influência no número de iterações necessárias à convergência. Todavia, é necessário um número maior de painéis em relação aos perfis simétricos a fim de se reproduzir adequadamente a região do bordo de ataque. Inicialmente, o emprego de 24 painéis se mostra suficiente para reproduzir rapidamente o perfil requerido em quase todo o contorno, Fig. 10. A convergência parece bastante uniforme, principalmente no plano transformado. A Fig. 11a, porém, revela pequenas diferenças nas velocidades calculadas na região do bordo de ataque, suficientes para afastar ligeiramente a geometria convergida do perfil alvo nessa região

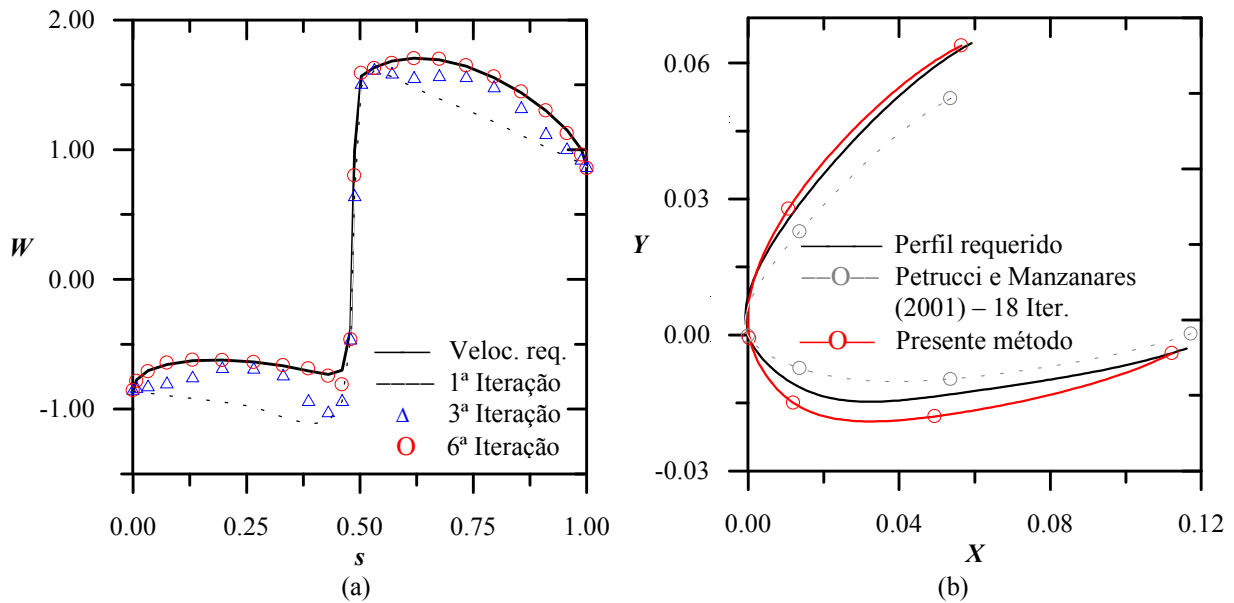


Figura 11. a) Distribuição de velocidade no plano físico. b) Ampliação da região do bordo de ataque.

A influência do número de painéis sobre número de iterações é muito maior no algoritmo inverso proposto por Petrucci e Manzanares Filho (2001) do que no presente método. O número de iterações naquele trabalho era quase proporcional ao número de painéis. A Fig. (11b) indica que o trabalho de Petrucci e Manzanares Filho (2001) necessita, neste caso, 3 vezes mais iterações para a convergência; e ainda assim, os resultados obtidos na região do bordo de ataque não são tão suaves quanto aqueles do método ora proposto.

Exemplo 3 - Perfil alvo: Joukowski arqueado, com os parâmetros de transformação: $\beta^* = 12^\circ$, $a/me = 4,5$ e $\alpha = 4^\circ$. Número de painéis $m=50$. Número de iterações: 8.

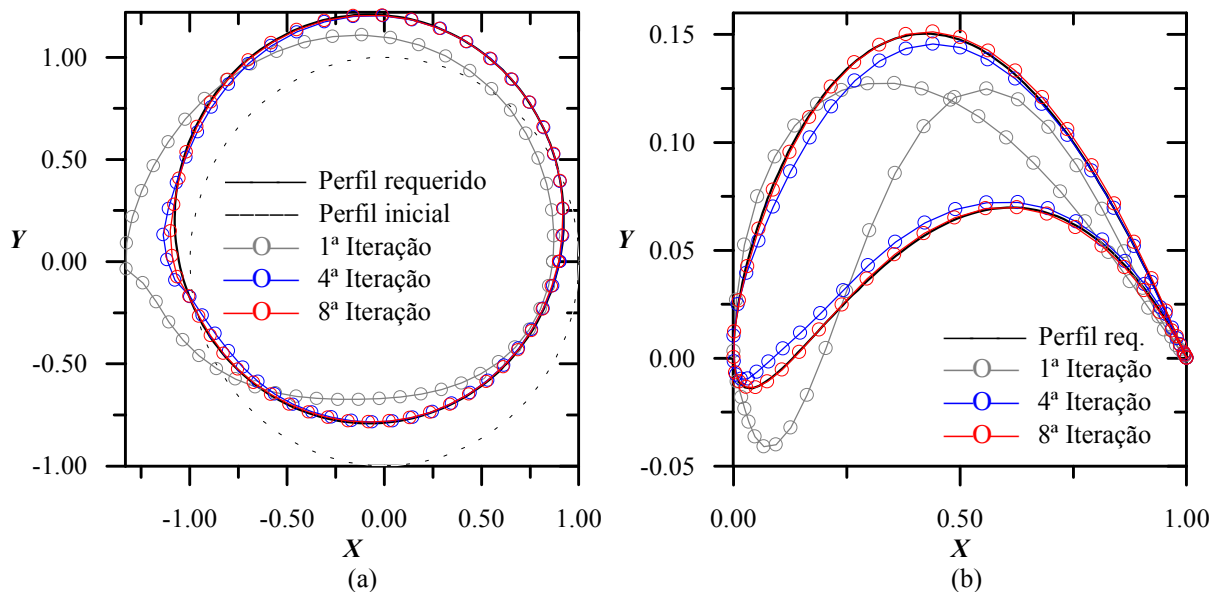


Figura 12. Processo iterativo para a geometria. a) Plano transformado. b) Plano físico.

A única diferença do 2º para o 3º exemplo é o número de painéis, que passou de 24 para 50. O aumento do número de painéis, como já mencionado, não influenciou significativamente no número de iterações, mas a influência foi considerável no início do processo iterativo, tanto no plano transformado como no plano físico (Fig. 12 a e b).

Na Figura 12 b, a primeira iteração apresenta uma grande protuberância no plano transformado e um perfil cruzado no plano físico. Nas iterações seguintes, porém, este perfil totalmente incoerente desaparece e evolui para formas cada mais consistentes, até que na 8ª iteração o perfil está plenamente convergido. Esse resultado é típico de vários testes realizados com perfis Joukowski arqueados e indica que o método pode produzir formas geométricas inadequadas nas primeiras iterações, sem contudo comprometer a convergência final do processo.

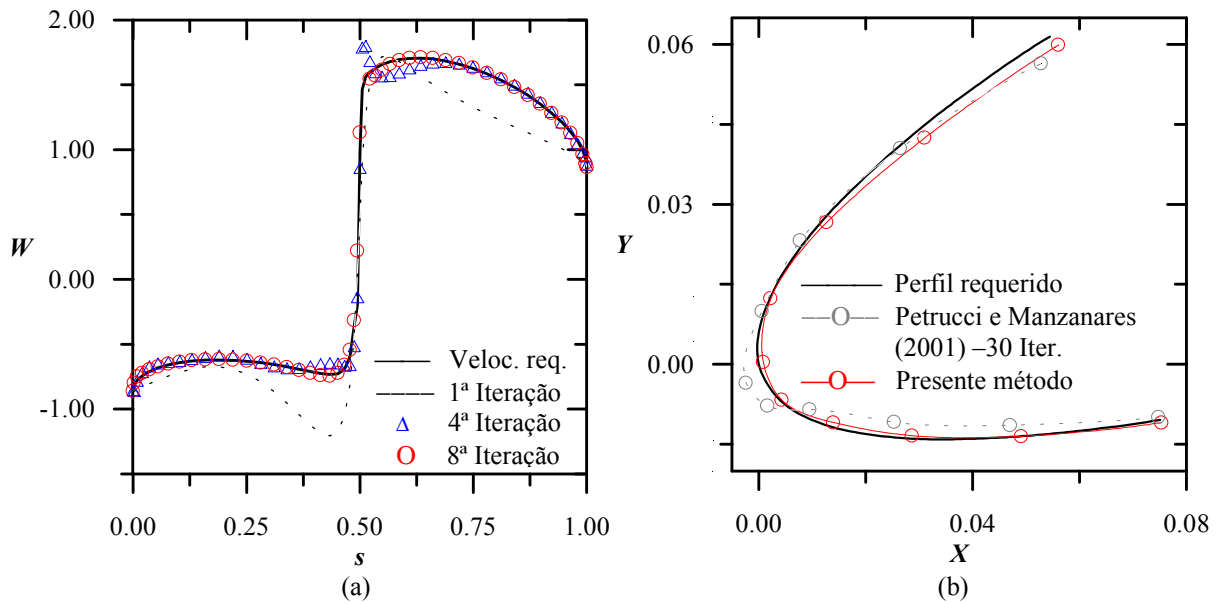


Figura 13. a) Distribuição de velocidade no plano físico. b) Ampliação da região do bordo de ataque.

O perfil obtido com o método de Petrucci e Manzanares Filho (Fig. 13 b) requer quase 4 vezes mais iterações para a convergência, além de produzir uma saliência inadequada na região de bordo de ataque. O presente método, além de mais rápido, reproduz praticamente toda a suavidade da geometria requerida no bordo de ataque.

Exemplo 4 - Perfil alvo: Geometria de Gostelow (1984): $\alpha = 0^\circ$. Número de painéis $m=50$. Número de iterações: 6.

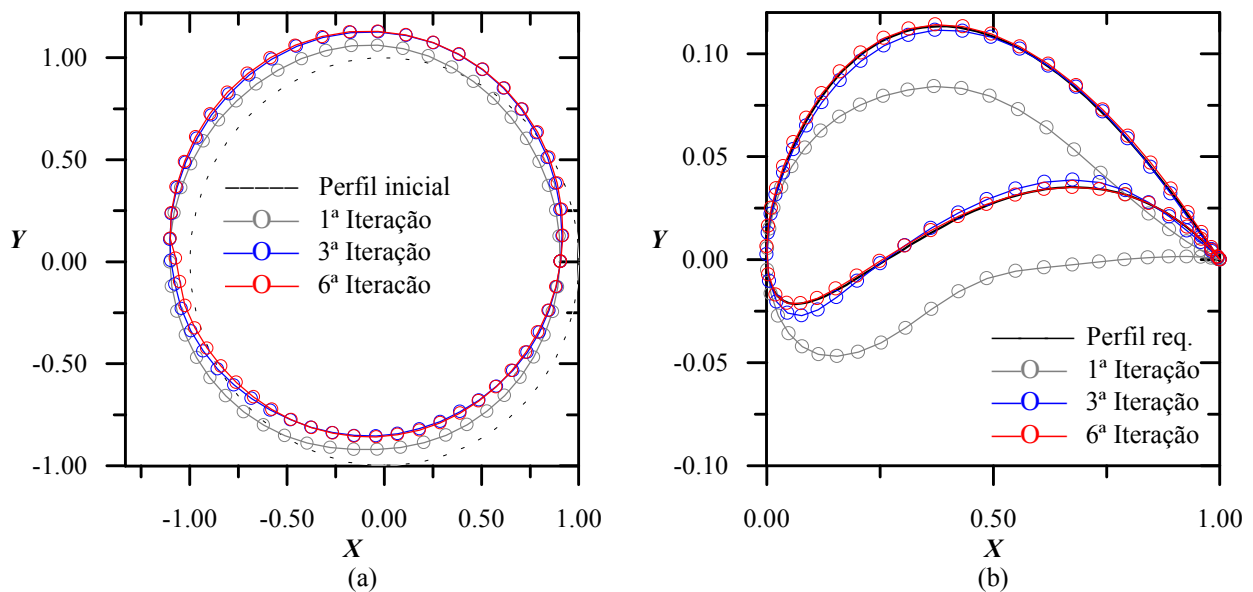


Figura 14. Processo iterativo para a geometria. a) Plano transformado. b) Plano físico.

Neste 4º exemplo, apresenta-se um teste com o perfil da grade de Gostelow (1984). Trata-se de um perfil com bordo de fuga afilado, mas que não apresenta solução analítica para o escoamento potencial quando tratado como perfil isolado. De início, a geometria do perfil requerido no plano transformado ainda não é conhecida, e portanto ela não pode ser representada na Fig. 14 a. A distribuição de velocidade requerida foi estipulada numericamente, aplicando o passo de cálculo do escoamento diretamente ao perfil alvo no plano físico.

Em apenas 6 iterações, o processo iterativo converge plenamente. Para obter convergência com o método de Petrucci e Manzanares Filho (2001) foram necessárias 58 iterações (Fig. 15 a).

Como nos outros casos, além da rápida convergência geométrica global no plano físico (Fig. 14 b), verifica-se uma convergência bastante suave e precisa na região do bordo de ataque (Fig. 15 b). Esse aspecto é essencial do ponto de vista prático, quando se consideram os processos de fabricação de asas ou pás, partindo de coordenadas especificadas no projeto.

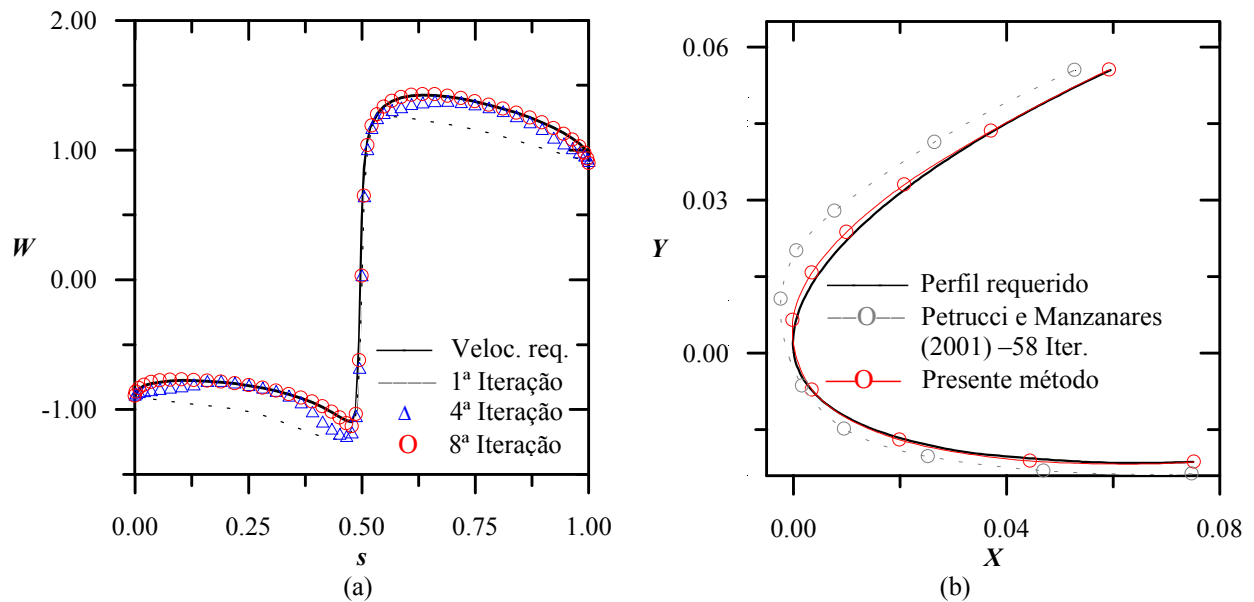


Figura 15. a) Distribuição de velocidade no plano físico. b) Ampliação da região do bordo de ataque.

6. Conclusões

Neste trabalho, foi apresentada uma técnica numérica híbrida para o projeto inverso de aerofólios, utilizando a combinação adequada de uma transformação conforme e um método de painéis com distribuições lineares de vórtices.

A metodologia foi testada em diversos casos com solução analítica disponível (perfis Joukowski) ou sem solução analítica disponível (perfil da grade de Gostelow, considerado isolado).

Com a aplicação da técnica proposta, foi possível obter formas aerodinâmicas com mais rapidez e mais precisão em relação ao algoritmo apresentado previamente pelos autores (Petrucci e Manzanares Filho, 2001). Além de maior suavidade na importante região do bordo de ataque, a técnica permitiu eliminar diversos artificios heurísticos do algoritmo anterior, tais como a aplicação de fatores de aceleração de convergência e de filtros nas distribuições de velocidades normais induzidas por vórtices fictícios gerados no passo de avanço geométrico.

Os resultados atestaram a versatilidade e boa precisão da metodologia para obtenção de perfis aerodinâmicos com baixo número de painéis (24 a 50). Ainda, soluções convergentes puderam ser obtidas com um número muito pequeno de iterações, em todos os casos (< 10).

É oportuno salientar que a técnica, no momento, está restrita a perfis isolados com bordo de fuga afilado. Estudos estão sendo realizados para estendê-la aos perfis com bordo de fuga agudo ou arredondado, isolados ou em grades de turbomáquinas. Essas últimas aplicações constituem a maior fonte de motivação do presente trabalho.

7. Agradecimentos

O desenvolvimento deste trabalho contou com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, através de uma bolsa de doutorado.

8. Referências

- Dulikravich, G.S. (1992), “Aerodynamic Shape Design and Optimization: Status and Trends”, *J. Aircraft*, Vol. 29, No. 6, pp. 1020-26.
- Gostelow, J. P., 1984, “Cascade Aerodynamics”, Pergamon Press Ltda.
- Karamcheti, K., 1980, “Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics”, R. E. Krieger Publishing Company, Florida.
- Liu, G.L. (1995), “Advances in Research on Inverse and Hybrid Problems of Turbomachinery Aerothermodynamics in China”, *Inverse Problem in Engineering*, Vol. 2 No. 1, pp. 1-27.
- Liu, G. L. (2000), “A New Generation of Inverse Shape Design Problem in Aerodynamics and Aerothermoelasticity: Concepts, Theory and Methods”, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*, Vol. 72, No 4, pp. 334 – 344.
- Milne-Thomson, L. M., 1966, “Theoretical Aerodynamics”, Dover Publications, INC., New York.
- Murugesan, K., Raily, J. W., 1969, “Pure Design Method For Aerofoils in Cascade”, *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 11, No. 5, pp. 454-467.

- Petrucci, D., R., 1998, “Problema Inverso do Escoamento em Torno de Perfis Aerodinâmicos Isolados e em Grades de Turbomáquinas”, Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Itajubá, MG, Brasil.
- Petrucci, D. R., Manzanares Filho, N., Ramirez, R. G., 2001, “Um Método de Painéis Eficiente Baseado em Distribuições Lineares de Vórtices para Análise do Escoamento em Grades De Turbomáquinas”, XVII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM 2001), Anais em CD-ROM, Uberlândia, MG, Brasil.
- Petrucci, D. R., Manzanares Filho, N., 2001, “A Fast Algorithm for Inverse Airfoil Design Using Panels with Linear Vortex Distributions”, 22nd. Iberian Latin-American Congress on Computational Methods In Engineering - 2nd Brazilian Congress on Computational Mechanics (XXII CILAMCE), CD-ROM Proceedings, Campinas, SP, Brazil.
- Selig, M. S., Maughmer, M. D., 1992a, Multipoint Inverse Airfoil Design Method Based on Conformal Mapping, AIAA Journal, vol. 30, No 5, pp. 1162-1170.
- Selig, M. S., Maughmer, M. D., 1992 b, Generalized Multipoint Inverse Airfoil Design, AIAA Journal, vol. 30, No 11, pp. 1162-1170.
- Selig, M. S., 1994, Multipoint Inverse Design of an Infinite Cascade of Airfoils; AIAA Journal, vol. 24, No 4, pp. 774-782.
- Shigemi, M., 1985, A Solution an Inverse Problem For Multi-Element Aerofoils Through Application of Panel Method; Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., vol. 28, No. 80, pp. 97-107.
- Yiu, K. F. C., 1994, Computational Methods for Aerodynamic Shape Design, Mathl. Comput. Modelling, vol 20, No. 12, pp. 3-29.

A HYBRID TECHNIQUE FOR INVERSE AIRFOIL DESIGN USING CONFORMAL MAPPING AND THE PANEL METHOD

Denis Rinaldi Petrucci

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – Departamento de Engenharia Mecânica
 Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – 37500-000
denisrpetrucci@uol.com.br

Nelson Manzanares Filho

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – Departamento de Engenharia Mecânica
 Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – 37500-000
nelson@iem.efei.br

Abstract. *A numerical technique for inverse airfoil design is presented in this paper. A suitable combination of a conformal mapping and a linear vortex panel method is employed. The coordinates of a circle or quasi-circle in the transformed plane are searched in order to satisfy a required velocity distribution on the target airfoil contour at the physical plane. The velocity distribution is prescribed as a function of the natural coordinate. The use of a conformal mapping augments the precision of the inverse procedure, by damping possible geometrical oscillations at the leading edge region caused by the panel slope variations during the iterative process. In this way, smooth aerodynamic shapes are guaranteed to be produced on the whole contour. Various test cases are presented to validate the efficiency and robustness of the hybrid technique for inverse airfoil design.*

Key Works: Inverse design, Airfoils, Panel method, Conformal mapping