

## **MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE REDUÇÃO DE ALUMÍNIO**

### **Milton Realino de Paula**

Universidade Federal de Minas Gerais - Departamento de Engenharia Mecânica  
Av. Antônio Carlos, 6627- Campus Universitário.  
31270-901 - Belo Horizonte – MG.  
[realino@vesper.demec.ufmg.br](mailto:realino@vesper.demec.ufmg.br)

### **Márcio Ziviani**

Universidade Federal de Minas Gerais - Departamento de Engenharia Mecânica  
Av. Antônio Carlos, 6627- Campus Universitário.  
31270-901 - Belo Horizonte – MG.  
[ziviani@vesper.demec.ufmg.br](mailto:ziviani@vesper.demec.ufmg.br)

***Resumo.** Apresenta-se o modelamento matemático do anodo de uma célula Hall-Héroult, com anodo pré-cozido, com as seguintes características: a) corrente de 200.000 A; b) vinte e quatro anodos com 1,65 x 0,725m; c) carcaça com 9,52 m de comprimento por 3,75m de largura por 1,34m de profundidade. As equações de conservação da energia e de potencial elétrico foram solucionadas, utilizando o método numérico de diferenças finitas com formulação em volumes de controle. São apresentadas saídas gráficas referentes aos campos de temperatura e de potencial elétrico. A aplicabilidade do modelo é demonstrada através da discussão dos resultados de cinco simulações, envolvendo a variação da espessura das camadas de cobertura de 0,04 a 0,012 m. Com base nos resultados obtidos foram calculadas as perdas de energia total e através da face superior. O modelo poderá ser utilizado por empresas produtoras de alumínio no desenvolvimento de projetos e rotinas operacionais, visando reduzir o consumo de energia e aumentar a eficiência do processo.*

***Palavras chave:** modelagem matemática, redução do alumínio, processo Hall-Héroult.*

### **1. Introdução**

No processo Hall-Héroult, o alumínio líquido é obtido pela eletrólise da alumina (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) dissolvida em um eletrólito, contendo criolita (Na<sub>3</sub>AlF<sub>6</sub>) fundida e outros componentes de menor importância, utilizando células de redução, comumente, chamadas de cubas ou fornos. As Figuras (1) e (2) apresentam desenhos esquemáticos simplificados de uma célula com anodo pré-cozido, com as seguintes características: a) corrente de 200 kA; b) vinte e quatro anodos com 1,65 x 0,725m; c) carcaça com 9,52 m de comprimento por 3,75m de largura por 1,34m de altura, cujos resultados foram publicados por Kaseb et al (1997).

O eletrólito fundido, tradicionalmente, chamado de banho e o alumínio líquido produzido encontram-se confinados no compartimento inferior revestido de carbono. A corrente contínua de 200 kA entra na célula através dos 24 anodos de carbono pré-cozidos, passa pela camada composta de eletrólito e alumínio líquido e é conduzida da cuba para o barramento catódico pelas barras coletoras. A alimentação das células é feita em pequenas doses de alumina, por alimentadores tipo “point feeders”, para evitar a precipitação da mesma no fundo da cuba. As camadas de eletrólito sólido e a alumina que cobrem o eletrólito fundido, os anodos e o isolamento térmico do catodo são utilizados para controlar a perda de energia do sistema e a manutenção de uma temperatura de equilíbrio adequada. Com isso mantém-se uma camada de eletrólito sólido nas paredes, cuja função é protegê-las contra a erosão proveniente da formação do carvão de alumínio.

A reação química geral que representa o processo de eletrólise é escrita como:



O alumínio é depositado no catodo e o oxigênio é descarregado no anodo, onde reage com o carbono, sendo consumido na forma de dióxido de carbono. O calor gerado por efeito Joule mantém o alumínio e o banho no estado líquido e na temperatura de 960 °C, aquece o anodo e a alumina e provoca a dissolução da alumina no banho.

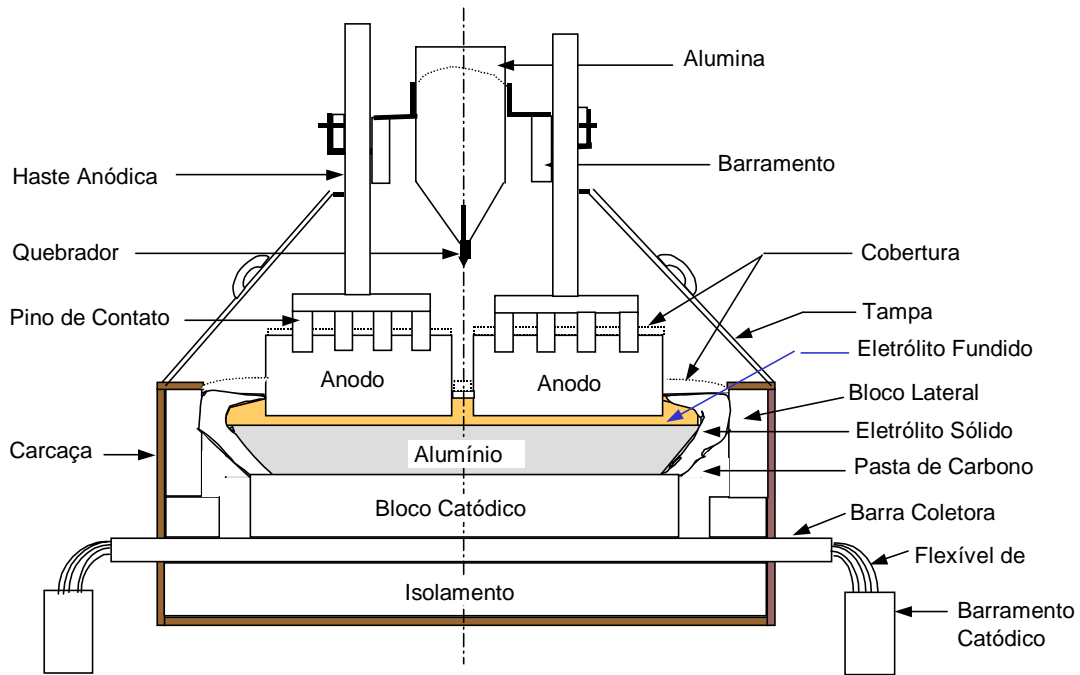


Figura 1. Seção transversal de um forno de redução com anodo pré-cozido.

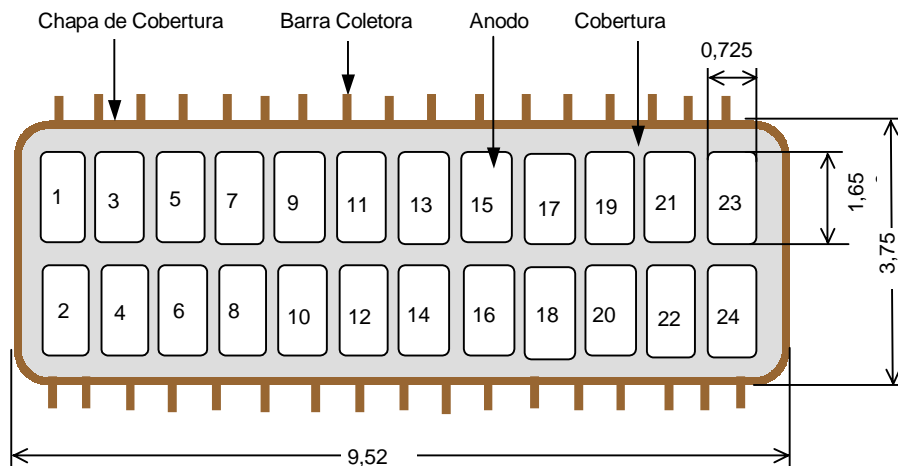
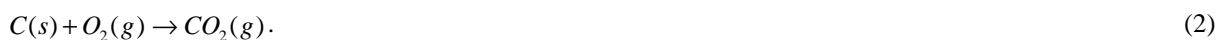


Figura 2. Planta de um forno de redução com anodo pré-cozido.

Segundo os dados reportados por Grjotheim e Kvand (1993), os fornos operam com eficiência na faixa de 92% a 95%, com um consumo específico de energia na faixa de 13 a 15 kW/kg Al contra o consumo teórico de 6,34 kW/kg Al a 977 °C, o que significa uma eficiência energética inferior a 50%.

A maior parte da energia fornecida é perdida, na forma de calor, para as vizinhanças, sendo que cerca de 33% das perdas ocorrem no topo do anodo. O consumo teórico de carbono de acordo com a equação (1) é de 0,333 kg C/kg Al contra os valores operacionais de até 0,5Kg C/kg Al. Um dos fatores responsáveis por este excesso de consumo é a reação do carbono com o ar representada por



A taxa de oxidação do anodo pelo ar é moderada na faixa de temperatura entre 300 e 400 °C, embora seja significativa do ponto de vista do processo. Em situações de descontrole da temperatura a taxa aumenta consideravelmente. Portanto,

é indispensável o controle da temperatura do anodo e a proteção de sua superfície com cobertura a base de alumina e banho reciclado.

Segundo Schneider e Coste (1993) e Cook (1993) o anodo está sujeito a fraturas por choque térmico e tensões mecânicas em conseqüência dos gradientes de temperatura e das propriedades do mesmo. Portanto, para se conseguir um bom desempenho do anodo é fundamental controlar sua temperatura.

Observa-se que o desenvolvimento de projetos de melhoria do processo de eletrólise envolve, entre outras ações, o controle das perdas de calor e da oxidação do anodo. Neste contexto, o modelo termoelétrico que apresentaremos a seguir pode ser utilizado por empresas, para predição do campo de temperatura e distribuição de corrente elétrica no anodo do forno de redução.

## 2. Formulação matemática

A configuração geométrica do anodo está apresentada na Fig. (3), onde se observam os principais fluxos de calor, as densidades de corrente e o sistema de coordenadas. É composto basicamente das seguintes partes:

- anodo de carbono amorfo;
- pinos de contato em aço carbono;
- cobertura composta basicamente de alumina e banho reciclado.

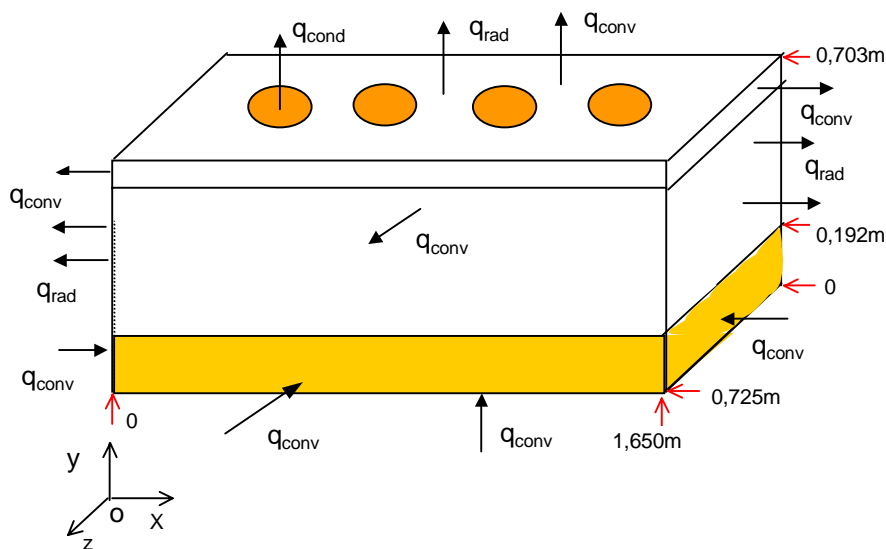


Figura 3. Modelo Físico.

### 2.1. Modelo térmico - equações de governo

O anodo é submetido às seguintes condições:

- Recebe energia elétrica através dos pinos de contato, que geram calor por efeito Joule e funcionam como aletas;
- A superfície horizontal inferior e a parte imersa das superfícies verticais trocam calor por convecção com o banho (em amarelo na Fig. 3);
- A superfície horizontal superior troca calor, por convecção, com o gás e, por radiação, com a estrutura do forno;
- As partes expostas das superfícies verticais trocam calor, por convecção, com o gás e, por radiação, com a estrutura do forno.

O problema é tridimensional e deve satisfazer aos princípios de conservação de energia representados pela equação abaixo.

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T \right] = \nabla \cdot (K \nabla T) + \vec{J} [\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}] + \mu \Phi + S_F. \quad (3)$$

Onde:

$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$  e  $\rho c_p \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$ , representam os termos transientes;

$\rho c_p \vec{V} \cdot \nabla T$ , representa os termos convectivos;

$\nabla \cdot (k \nabla T)$ , representa os termos difusivos;

$\vec{j} \cdot \vec{E}$ , é o calor gerado por efeito Joule;

$\vec{j} \cdot (\vec{V} \times \vec{B})$ , calor gerado devido à existência do campo magnético;

$\mu \Phi$ , representa a dissipação viscosa;

$S_F$ , representa a energia proveniente da mudança de fase.

O modelo considerou as seguintes premissas:

- As operações de rotina do forno consistem em pequenas intervenções (corrida de metal, troca de anodos, adição de alumina, etc.) que não interferem no processo ao longo do tempo, tornando o modelo invariável no tempo;
- As variações de corrente elétrica nos condutores internos e externos são muito pequenas, tornando as variações da indução magnética desprezíveis.
- Não há termos convectivos porque o anodo é sólido.
- A taxa de conversão irreversível de energia mecânica em energia térmica é desprezível.
- O anodo é pré-cozido a uma temperatura entre 1050 e 1200 °C, o que resulta em geração de energia devido à mudança de fase nula.

Considerando as premissas acima a equação (3) pode ser escrita, ainda na forma vetorial, como:

$$\nabla \cdot (K \nabla T) + \vec{J} \cdot \vec{E} = 0. \quad (4)$$

Como o anodo é um paralelepípedo, a equação acima pode ser considerada em coordenadas cartesianas e portanto assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S = 0. \quad (5)$$

O termo de geração S representa a geração de energia originada pela lei de Joule. É calculado a partir da densidade de corrente e da resistividade elétrica pela expressão (6) apresentada por Kasebe et al. (1997).

$$S = \rho J^2 \quad (6)$$

Os valores das densidades de corrente,  $j$ , são determinados pelo modelo elétrico, desenvolvido a seguir e que deverá ser resolvido acoplado ao modelo térmico.

## 2.2. Modelo elétrico - equações de governo

Segundo Gutierrez et al. (1999) os efeitos eletromagnéticos podem ser considerados em estado permanente. Esta hipótese reduz o sistema completo das equações de Maxwell a uma equação de Poisson, em termos de potencial elétrico. Portanto, a equação de conservação do potencial elétrico, em regime permanente, é escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) = 0. \quad (7)$$

Onde  $V$  é o potencial elétrico em volts e  $\sigma$  a condutividade elétrica em  $(\Omega.m)^{-1}$ .

As propriedades físicas dos materiais contidas nas equações (5) e (7) retiradas da literatura conforme resumo apresentado na Tab. (1).

Tabela 1. Dados físicos utilizados nos modelos térmicos e elétricos.

Parâmetro	Unidade	Valor	Referência
Condutividade térmica:	W/m°C	4,4 50,0 0,7	Schneider e Coste(1993) Cook (1993) Llavona et al. (1990)
-Anodo			
-Pino de Contato			
-Cobertura			
Condutividade elétrica:	$\Omega m$	55x10 <sup>-6</sup> 1,8x10 <sup>-7</sup> isolante	Méier (1999) Halliday e Resnick (1977) Haupin e Forberg (1999)
-Anodo			
-Pino de Contato			
-Cobertura			

### 2.3. Condições de contorno

As equações gerais de balanço de energia e eletricidade devem ser resolvidas com as condições de contorno que descrevemos a seguir.

#### 2.3.1. Plano xz, em y=0

Superfície inferior do anodo em contato o banho líquido:  $0 \leq z \leq 0,725 \text{ m}$  e  $0 < x \leq 1,650 \text{ m}$ . Há troca calor por convecção. Logo, tem-se:

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial y} \Big|_{y=0} = h_B (T_B - T(x, y, z) \Big|_{y=0}); \quad (8)$$

Onde  $h_B$  é o coeficiente de transferência de calor e  $T_B$  a temperatura do eletrólito. Nessa superfície o potencial é nulo. Portanto:

$$V = 0. \quad (9)$$

#### 2.3.2. Plano xz, em y=0,703m

a) Superfície superior da cobertura em contato com o gás:  $0 \leq z \leq 0,726 \text{ m}$  e  $0 < x \leq 1,650 \text{ m}$ . Observa-se troca calor por convecção entre a superfície e o gás. Portanto tem-se:

$$-K \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial y} \Big|_{y=0,703} = h_T (T_G - T(x, y, z) \Big|_{y=0,703}); \quad (10)$$

A entrada de corrente ocorre pelos pinos de contato e o gás não é condutor elétrico. Portanto potencial elétrico é nulo, ou seja,

$$\sigma = 0. \quad (11)$$

Onde  $T_G$  é a temperatura do gás,  $h_T$  o coeficiente de transferência de calor e  $\sigma$  a condutividade térmica.

b) A região da face superior ocupada pelos pinos é constituída por círculos com 0,138m de diâmetro e centrados nos pontos P1(0,279;0,363), P2(0,643;0,363), P3(1,007;0,363) e P4(1,371;0,363). Aí tem-se fluxo de calor e densidade de corrente prescritos:

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial y} \Big|_{y=0,703} = q_0; \quad (12)$$

$$-k \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \Big|_{y=0,703} = J_0. \quad (13)$$

Onde  $J_0$  é definido pela intensidade de corrente e  $q_0$  é calculado numericamente, aplicando tratamento específico para geometria irregular recomendado por Patankar (1991).

### 2.3.3. Plano xy, em z=0m

a) Superfície do anodo em contato com o banho:  $0 \leq y \leq 0,192m$  e  $0 \leq x \leq 1,650 m$ . Observa-se troca de calor por convecção entre essa superfície e o banho. Portanto,

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_B (T_B - T(x, y, z) \Big|_{z=0}). \quad (14)$$

Nessa face, a corrente sai com densidade variando segundo o eixo yy. Portanto,

$$-\sigma \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = J_0. \quad (15)$$

Onde  $J_0$  é deduzida a partir de dados publicados por Zoric et al. (1997) representado por

$$J_0 = 0,7075 - 12,192y + 60,898y^2 \quad (16)$$

b) superfície do anodo e da cobertura em contato com o gás:  $0,192 < y \leq 0,703m$  e  $0 \leq x \leq 1,650 m$ . Observa-se troca de calor por convecção entre essa superfície e o gás. Portanto,

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_G (T_G - T(x, y, z) \Big|_{z=0}). \quad (17)$$

O gás não é condutor elétrico e, portanto,

$$\sigma = 0. \quad (18)$$

### 2.3.4. Plano xy, em z=0,726m

a) Superfície do anodo em contato com o banho:  $0 \leq y \leq 0,192m$  e  $0 \leq x \leq 1,650 m$ . Observa-se troca de calor por convecção entre essa superfície e o banho. Portanto,

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0,726} = h_B (T_B - T(x, y, z) \Big|_{z=0,726}) \quad (19)$$

Nessa face, a corrente sai com densidade variando segundo o eixo yy. Portanto,

$$-\sigma \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0,726} = J_0. \quad (20)$$

Onde  $J_0$  é deduzida a partir de dados publicados por Zoric et al. (1997) representado por

$$J_0 = 0,7075 - 12,192y + 60,898y^2. \quad (21)$$

b) superfície do anodo e da cobertura em contato com o gás:  $0,192 < y \leq 0,703m$  e  $0 \leq x \leq 1,650 m$ . Observa-se troca de calor por convecção entre essa superfície e o gás. Portanto,

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0,726} = h_G (T_G - T(x, y, z) \Big|_{z=0,726}). \quad (22)$$

O gás não é condutor elétrico e, portanto,

$$\sigma = 0. \quad (23)$$

### 2.3.5. Plano yz, em x=0

a) Superfície do anodo em contato com o banho:  $0 \leq y \leq 0,192m$  e  $0 \leq x \leq 1,650 m$ . Observa-se troca de calor por convecção entre essa superfície e o banho. Portanto,

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_B (T_B - T(x, y, z) \Big|_{x=0}). \quad (24)$$

Nessa face, a corrente sai com densidade variando segundo o eixo yy. Portanto,

$$-\sigma \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \Big|_{x=0} = J_0. \quad (25)$$

Onde  $J_0$  é deduzida a partir de dados publicados por Zoric et al. (1997) representado por:

$$J_0 = 0,5857 - 5,642y + 20,192y^2. \quad (26)$$

b) superfície do anodo e da cobertura em contato com o gás:  $0,192 < y \leq 0,703m$  e  $0 \leq x \leq 1,650 m$ . Observa-se troca de calor por convecção entre essa superfície e o gás. Portanto,

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_G (T_G - T(x, y, z) \Big|_{x=0}). \quad (27)$$

O gás não é condutor elétrico e, portanto,

$$\sigma = 0. \quad (28)$$

### 2.3.6. Plano yz, em x=1,650 m

a) Superfície do anodo em contato com o banho:  $0 \leq y \leq 0,192 m$  e  $0 \leq x \leq 1,650 m$ . Observa-se troca de calor por convecção entre essa superfície e o banho. Portanto,

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial x} \Big|_{x=1,650} = h_B (T_B - T(x, y, z) \Big|_{x=1,650}). \quad (29)$$

Nessa face, a corrente sai com densidade variando segundo o eixo yy. Portanto,

$$-\sigma \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \Big|_{x=1,650} = J_0. \quad (30)$$

Onde  $J_0$  é deduzida a partir de dados publicados por Zoric et al. (1997) representado por:

$$J_0 = 0,593 - 6,280y + 31,59y^2. \quad (31)$$

b) superfície do anodo e da cobertura em contato com o gás:  $0,192 < y \leq 0,703m$  e  $0 \leq x \leq 1,650 m$ . Observa-se troca de calor por convecção entre essa superfície e o gás. Portanto,

$$-k \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial x} \Big|_{x=1,650} = h_G (T_G - T(x, y, z) \Big|_{x=1,650}). \quad (32)$$

O gás não é condutor elétrico e, portanto,

$$\sigma = 0. \quad (33)$$

Tabela 2. Coeficientes de transferência de calor e temperaturas utilizados no modelo

Parâmetro	Unidade	Valor	Referência
Coeficiente de transferência de calor:	W/m <sup>2</sup> °C		
-Interface horizontal anodo/banho		1200	Gan e Thonstad (1990)
-Interfaces verticais anodo/banho		163	Chen et al. (1994)
-Interface anodo/gás ( $h_c$ )		8	Antille et al (1995)
-Interface anodo/gás ( $h_r$ )		31,33	Antille et al (1995)
Temperatura:	°C		
-Gás		200	Schneider e Coste(1993)
-Banho		970	Kaseb et al. (1997)

Os coeficientes de transferência de calor por convecção ( $h_c$ ) e por radiação ( $h_r$ ) foram calculados, utilizando o método recomendado por Antille et al. (1995), representado pelas equações abaixo:

$$h = h_c + h_r \quad (34)$$

$$h_c = 1,2a(T - T_a)^{1/4} \quad (35)$$

$$h_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_a^4) / (T - T_a) \quad (36)$$

Onde:  $a=3$ ,  $\sigma=5,66 \times 10^{-8}$ ,  $\epsilon=0,9$  e  $T_a$  é a temperatura ambiente.

## 2.4. Método Numérico de Solução

As equações de conservação da energia e de Poisson foram solucionadas pelo método numérico de diferenças finitas com formulação em volumes de controle proposta por Patankar (1980 e 1991) e sistema de interpolação "Power Law". O sistema de equações discretizadas foi resolvido utilizando-se o programa COMPACT-3D (versão 4.0), que adota o algoritmo TDMA (TriDiagonal Matrix Algorithm) linha por linha.

## 3. Resultados e discussões

Antes de discutir as simulações desenvolvidas apresenta-se comparações entre os resultados obtidos pelo modelo desenvolvido neste trabalho e os de autores conhecidos na literatura com o objetivo de validar o modelo apresentado. O domínio de solução e sua discretização são apresentados nas Fig. (4), onde se observa: 66 malhas na direção x e 32 malhas na direção z, definidas pelo teste de malhas. As malhas foram refinadas nas regiões próximas dos pinos, para uma boa definição da interface pino-anodo. Na direção y tem-se 30 malhas uniformes.

### 3.1. Temperatura

Os resultados do modelo desenvolvido neste trabalho foram comparados com os de Kaseb et al. (1997) para uma corrente de 200 kA e espessura da cobertura 8 cm. A Fig. (5) apresenta as isotermas referentes a um plano vertical longitudinal, dividindo o anodo em duas metades e a Fig. (6) as isotermas correspondentes a um plano horizontal, imediatamente acima da interface pino anodo. Este resultado corresponde a uma simulação com corrente de 200 kA e espessura da cobertura igual a 8cm. Os dados da Tab. (3) também são resultantes deste teste.



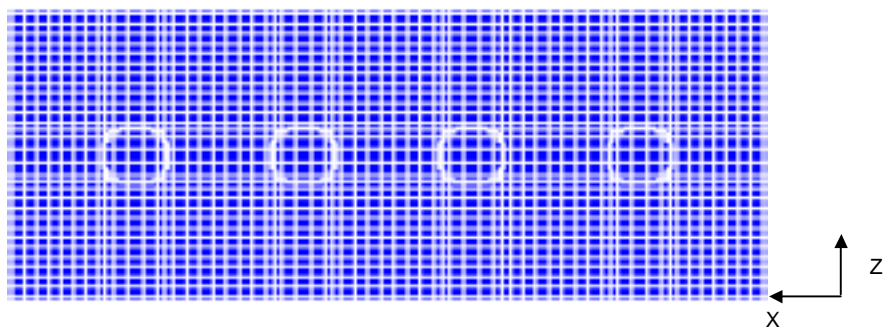


Figura 4. Malhas no plano xz

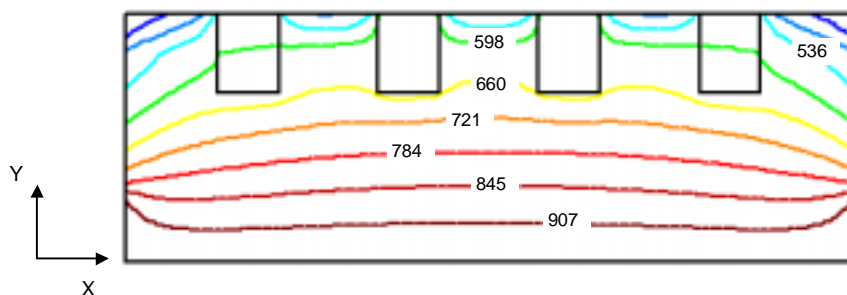


Figura 5. Campo de temperatura-plano vertical em  $z=0,363\text{m}$

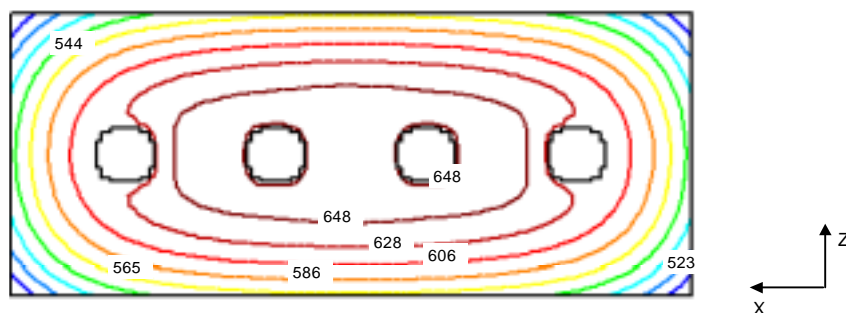


Figura 6. Campo de temperatura - plano horizontal em  $y=0,362\text{m}$ .

A Tabela (3) apresenta essa comparação onde a máxima diferença foi 3,29%. Como o trabalho Kaseb não inclui todas as condições de contorno pode-se considerar o modelo desenvolvido confiável.

Tabela 3. Comparação dos resultados do modelo com dados da literatura.

Pontos testados [P(x,y,z)]	Temperatura (°C)		Diferença (%)
	Modelo Atual	Modelo de Kaseb	
P(1,22;0,47;0,36)	618	600	2,91
P(1,01;0,20;0,36)	822	850	3,29
P(1,01;0,06;0,36)	932	939	0,75

### 3.2. Diferença de potencial

A validação da diferença de potencial foi feita comparando os dados do modelo desenvolvido, para um anodo com 0,583 m de altura, com o valor típico de 0,3 V reportado por Grjotheim e Kavnad (1993). A diferença de potencial entre a base e o topo do anodo foi 0,287 V. Como a publicação de Grjotheim não especifica a altura do anodo considera-se a diferença de 4,33% aceitável. Com isto pode-se considerar que os resultados do modelo são confiáveis. A Figura (7) refere-se ao campo potencial para um plano vertical longitudinal, que divide o anodo em duas partes iguais e a Fig. (8) o campo correspondente a um plano posicionado no meio altura do anodo.

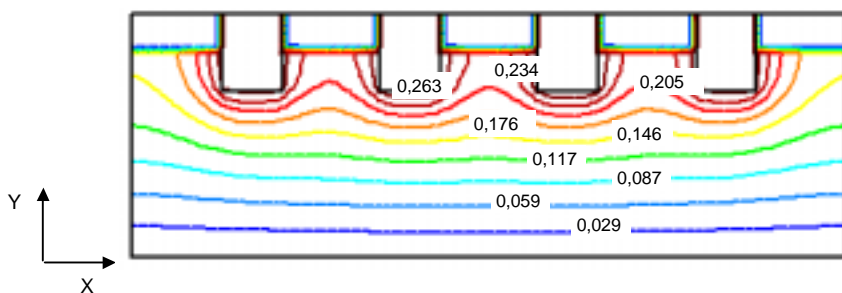


Figura 7. Diferença de potencial-plano vertical em  $z=0,363\text{m}$ .

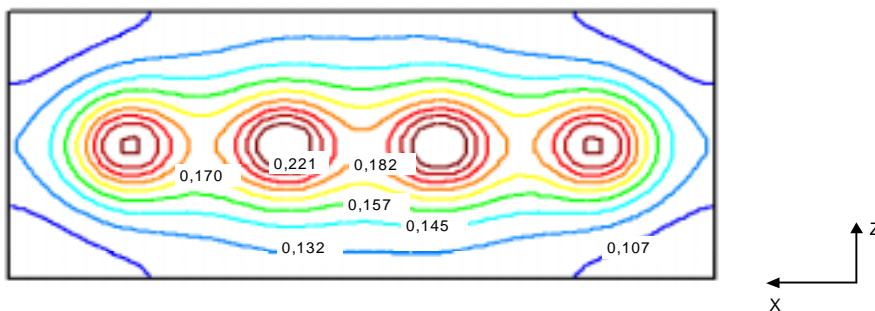


Figura 8. Diferença de potencial-Plano horizontal em  $y=y=0,332\text{m}$

### 3.3. Simulações

Observa-se na Fig. (9) que a temperatura nas regiões próximas dos pinos varia entre 367 e 442 °C, enquanto na validação, Fig. (5), as temperaturas variam entre 598 e 660 °C. Esta diferença ocorre porque Kaseb não considera as perdas por radiação e para confrontar nossos resultados com os dados da literatura tivemos que seguir o mesmo critério.

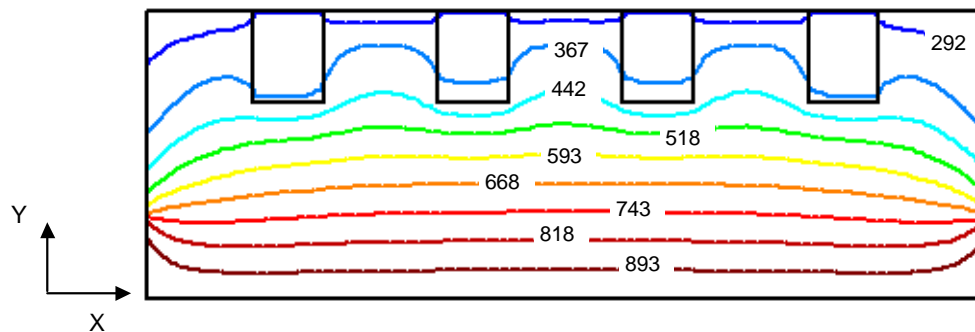
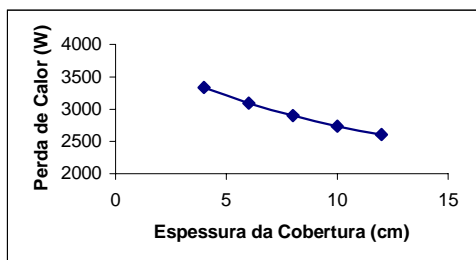


Figura 9. Campo de temperatura-plano vertical em  $z=0,363\text{m}$

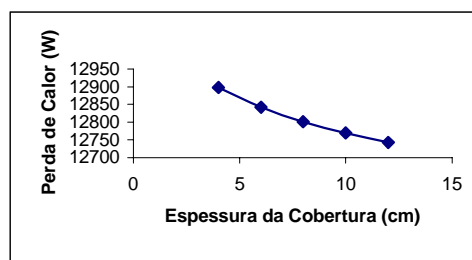
A tabela (4) e as Fig. (10a) e (10b) apresentam os resultados das simulações realizadas com corrente de 200 kA e cobertura com espessura de: 4, 6, 8, 10 e 12 cm. Observa-se uma redução na perda total, incluindo o topo e superfícies verticais, menor que o valor conseguido no topo. Esta redução a menor no valor global é consequência do aumento das perdas de calor por convecção nas partes não isoladas das superfícies verticais, quando a espessura da cobertura é aumentada de 4 para 12 cm. Portanto, a superfície do topo não deve ser considerada isoladamente no cálculo da perda de calor. Com o aumento da espessura da cobertura de 4 para 12 cm conseguiu-se reduzir 154 W na perda total. Com esta redução no consumo de energia pode-se prever um ganho diário da ordem de 88,7 kWh/forno. Para uma linha com 200 fornos, operando com corrente de 200 kA, este valor equivale a uma redução de consumo mensal de 532.224 kWh. Portanto, uma boa alternativa para reduzir o consumo de energia, em fornos de redução, é investir em projetos de melhorias do processo de cobertura dos anodos.

Tabela 4. Perdas de calor no anodo

Espessura da cobertura (cm)	Calor perdido (W)	
	Topo do anodo	Total
12	2607	12743
10	2740	12769
8	2898	12801
6	3092	12842
4	3337	12897



(a)



(b)

Figura 10. (a) Perda de calor no topo do anodo. (b) Perda total de calor no anodo

Os testes realizados com aumento de corrente de 200kA para 204 kA apresentaram os seguintes resultados:

- aumento da temperatura pouco expressivo (1 a 2°C);
- Aumento da perda global de calor da ordem de 34 W para anodos com 8cm de cobertura. Com isto a previsão de aumento do consumo diário é 19,6 kWh por forno ou 117.600 kWh/mês.

#### 4. Conclusões

A validação do modelo foi feita através de comparação dos resultados do modelo com resultados numéricos apresentados por Kaseb et al. (1997), para temperatura e com valor típico de diferença de potencial elétrico publicado por Grjotheim e Kavnd (1993). Apesar das simplificações consideradas e das limitações dos dados da literatura, o modelo foi considerado válido.

O modelo é capaz de prever as seguintes variáveis envolvidas no anodo do forno de redução: campo de temperatura, potencial elétrico, fluxo de calor no topo e nas laterais e distribuição de corrente elétrica.

Observa-se na Fig. (9) que a temperatura na região próxima dos pinos de contato varia entre 367 e 442 °C, o que implica em taxas elevadas de oxidação do anodo. Por isso deve-se aplicar uma boa cobertura para evitar o consumo excessivo de anodo.

A redução de consumo de energia com o aumento da espessura da cobertura de 4 para 12 cm, de 532.224 kWh/mês é suficiente para abastecer cerca de 3500 residências de médio porte.

O modelo poderá ser utilizado por empresas produtoras de alumínio no desenvolvimento de projetos e rotinas operacionais, visando redução do consumo de energia e o aumento de eficiência do processo.

#### 5. Referências Bibliográficas

- Antille, J. P., Givord, M., Kraehenbuehl, Y., Von Kaenel, R. V., 1995, "Effects of Current Increase on Aluminium Reduction Cells
- Chen, J.J., Wei, C.C, Thomson, J.S., Welch, B. J., Taylor, M. P., 1994, "A Study of Cell Ledge Heat Transfer Using an Analogue Ice-Water Model", Light Metals, pp 285-293.
- Cook, P. S., 1993, "Finite Element Modelling of Thermal Stress in Anodes", Light Metals, p. 603-609.
- Gan, Y. R. and Thonstad, J., 1990, "Heat Transfer between Molten and Solid Cryolite Bath", Light Metals, pp. 421-427.
- Grjotheim, K. and Kvand, H, 1993, "Introduction to Aluminium Electrolysis-Understanding the Hall-Héroult Process", Aluminium Verlag.
- Gutierrez, E. Troyani, N. Layton, W. Iiiscu, T., 1999, "Distribucion de Temperatura en Las Esquinas de una Celda de Reduccion de Aluminio Tipo Hall-Heroult", IV Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecânica, CIDIM 1999, Volume 3-Termodfluidos.
- Halliday, D. e Resnick, R., 1977, "Física II", volume 1; Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.

- Hauptin, W., Forberg, H.; 1999, "Bath Properties and How They Affect Cell Operation", The 18<sup>th</sup> International Course on Process Metallurgy of Aluminum, pp.8.1-8.37.
- Kaseb, S., Ahmed, H. A., El-Refaie, F. A., El-Raghy, S. M., 1997, "Thermal Behavior of Prebaked Aluminium Reduction Cells: Modelling and Experimental Analysis", Light Metals, pp. 395-401.
- Llavona, M. A., Verdeja, L.F., Zapico, R., Alvarez, F. Sancho, J. P., 1990, "Density, Hardness and Thermal Conductivity of Hall-Héroult Crusts", Light Metals, pp. 429-437.
- Meier, M. W., 1999, "Anodes", The 18th International Course on Process Metallurgy of Aluminium, pp.3.1-3.52.
- Patankar, S. H., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, Washington.
- Patankar, S. H., 1991, "Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer", Innovative Research, Washington
- Schneider, J. P. e Coste, B., 1993, "Thermomechanical Modelling of Thermal Shock in Anodes", Light Metals, pp. 621-628.
- Zoric, J., Rousar, I., Thonstad, J., 1997, "Mathematical Modelling of Current Distribution and Anode Shape in Industrial Aluminium Cells with Prebaked Anodes", Light Metals, pp. 449-456.

## MATHEMATICAL MODELLING OF THE ALUMINIUM REDUCTION CELL

### Milton Realino de Paula

Universidade Federal de Minas Gerais - Departamento de Engenharia Mecânica  
 Av. Antônio Carlos, 6627- Campus Universitário.  
 31270-901 - Belo Horizonte –  
[realino@vesper.demec.ufmg.br](mailto:realino@vesper.demec.ufmg.br)

### Márcio Ziviani

Universidade Federal de Minas Gerais - Departamento de Engenharia Mecânica  
 Av. Antônio Carlos, 6627- Campus Universitário.  
 31270-901 - Belo Horizonte – MG.  
[ziviani@vesper.demec.ufmg.br](mailto:ziviani@vesper.demec.ufmg.br)

**Abstract.** A mathematical modeling of the prebaked Hall-Héroult Cell's anode is presented. The cell presents the following Characteristics: a) current 200.000 A; b) number of anodes 24; c) anode size 1.65mX0.725m; d).Shell dimensions are: 9.52m long, 3.75m wide and 1.34m depth. The conservation of energy and electric potential equations were solved by finite difference with control-volume formulation method. Graphics output of the temperature and electric potential fields are presented. The model applicability is showed by the results discussions of five simulations, varying the thickness of alumina covering the top anode from 0.04 m to 0.12 m. The heat losses escaping through the top of the anode were calculated using the model results. The aluminium companies will can use the model for to improve routines and projects development for reduction in energy consumption and to increase current efficiency.

**Keywords.** Mathematical modelling, aluminium reduction cell, Hall-Héroult process.