

## CONVECÇÃO MISTA EM DUTOS VERTICAIS DE SEÇÃO ELÍPTICA

### João Batista Dias

Departamento de Engenharia Mecânica. Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, 37500-176. Itajubá. MG. Brasil.  
jbdias@iem.efei.br

### Rogério Fernandes Brito

Departamento de Engenharia Mecânica. Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, 37500-176. Itajubá. MG. Brasil.  
rogbrito@iem.efei.br

### Genésio José Menon

Departamento de Engenharia Mecânica. Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, 37500-176. Itajubá. MG. Brasil.  
genesio@iem.efei.br

**Resumo.** O problema da transferência de calor por convecção mista num duto vertical de seção transversal elíptica é estudado numericamente. O escoamento é considerado não permanente, laminar, desenvolvido, sem geração interna e com as propriedades físicas constantes. A parede do duto vertical tem fluxo de calor axial uniforme e temperatura circumferencial uniforme. É utilizado o método de elementos finitos, com elementos triangulares, para resolver as equações bidimensionais de conservação. O número de Nusselt médio ( $Nu$ ) e o produto do fator de Atrito pelo número de Reynolds ( $fRe$ ) são obtidos em função do número de Reynolds ( $Re$ ), do número de Rayleigh ( $Ra$ ) e da razão entre o semi-eixo menor e o semi-eixo maior da elipse ( $BA$ ).

**Palavras chave:** convecção mista, método de elementos finitos, transferência de calor, métodos numéricos.

### 1. Introdução

Em muitos problemas de transferência de calor a influência da convecção natural se torna significativa a ponto de distorcer os perfis de velocidade e temperatura afetando o número de Nusselt e o fator de atrito. Neste caso o estudo baseado apenas na convecção forçada passa a não representar bem o problema, sendo assim necessário se considerar a convecção mista.

Várias pesquisas têm sido feitas no intuito de se aumentar a eficiência nos sistemas térmicos. Bhatti (1984) fez um estudo sobre a transferência de calor por convecção forçada em um duto elíptico vertical, sendo o duto aquecido com fluxo de calor axial uniforme e temperatura circumferencial uniforme. Apresentou resultados de número de Nusselt médio para  $0 \leq BA \leq 1,0$ . O parâmetro  $BA$  é a razão entre o semi-eixo menor e o semi-eixo maior da elipse.

A convecção mista em um tubo vertical foi estudada experimentalmente por Joye e Wojnovich (1996). O tubo foi aquecido com temperatura constante na parede. O fluido pôde escoar no sentido do empuxo ou contra ele. O escoamento foi considerado permanente e desenvolvido. Foram estudados problemas para número de Reynolds,  $1 \times 10^3 \leq Re \leq 3 \times 10^4$ , número de Grashof,  $2,8 \times 10^6 \leq Gr \leq 6 \times 10^7$  e número de Prandtl,  $Pr \approx 2,8$ . Mostraram resultados do número de Nusselt em função de  $Re$  e  $Gr$  para escoamentos nos sentidos pró-empuxo e contra-empuxo.

Joye (1996) estudou experimentalmente a convecção mista em um tubo vertical. O tubo foi aquecido com temperatura constante na parede. O fluido pôde escoar no sentido do empuxo ou contra ele. O escoamento foi considerado permanente e desenvolvido. Foram estudados problemas para número de Reynolds,  $7 \times 10^2 \leq Re \leq 2,5 \times 10^4$ , número de Grashof,  $1,0 \times 10^7 \leq Gr \leq 1,0 \times 10^8$  e número de Prandtl,  $3 \leq Pr \leq 9$ . Mostrou resultados do número de Nusselt em função de  $Re$  e  $Gr$  para escoamentos nos sentidos pró-empuxo e contra-empuxo.

O método de elementos finitos, com formulação de resíduos ponderados de Galerkin, foi utilizado por Fung e Lazaridis (1996) para estudar a convecção laminar mista em um canal com uma parede lisa e outra parede com aletas horizontais igualmente espaçadas. A parede lisa foi mantida na temperatura ambiente e a outra parede foi aquecida com temperatura uniforme. Analisaram a influência do número de Grashof do comprimento das aletas e do espaçamento entre as aletas.

O método de volume de controle foi utilizado por Velusami e Garg (1996) para estudar a transferência de calor por convecção mista em um duto elíptico vertical, sendo o duto aquecido com fluxo de calor axial uniforme e temperatura circumferencial uniforme. Apresentaram distribuições de velocidade axial e de temperatura e determinaram o número de Nusselt médio ( $Nu$ ) e o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds ( $fRe$ ) para  $0 \leq Ra \leq 3,8 \times 10^4$  e  $0,1 \leq BA \leq 1,0$ .

O método de perturbações, considerando a dissipação viscosa, foi utilizado por Barletta (1999) para analisar a convecção laminar em um duto vertical circular. O duto foi aquecido com temperatura uniforme e foi utilizado um perfil uniforme de velocidades na entrada.

O presente trabalho utiliza o método de elementos finitos para estudar a convecção mista laminar em um duto vertical de seção elíptica. São considerados os escoamentos pró-empuxo e contra-empuxo. As equações bidimensionais de conservação, na forma adimensional, são resolvidas para a temperatura ( $\theta$ ), velocidade axial ( $W$ ), função corrente ( $\psi$ ) e vorticidade ( $\omega$ ). O cálculo da vorticidade nas paredes é feita de uma forma matricial utilizando os valores calculados de função corrente.

## 2. Formulação do problema

Neste trabalho estuda-se a transferência de calor por convecção mista em um duto vertical elíptico. O duto é aquecido com fluxo de calor axial uniforme com temperatura circunferencial uniforme. São admitidas as seguintes hipóteses simplificadoras: o escoamento é laminar, bidimensional, incompressível; desenvolvido, as propriedades do fluido são constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo; a pressão axial é desacoplada da pressão transversal. A geometria para o problema é mostrada na Fig. (1a), onde o vetor aceleração da gravidade  $\vec{g}$  é perpendicular ao plano x y; a Fig. (1b) mostra uma malha típica de 3924 elementos e 2048 nós.

Considera-se neste trabalho a condição de contorno de fluxo de calor axialmente uniforme, isto é, na direção z, perpendicular ao plano x-y, bem como se considera que a temperatura é circunferencialmente uniforme sobre o contorno da elipse mostrada na Fig.(1). Esta condição de contorno se justifica no caso do material da parede ser bom condutor de calor, assim a temperatura se uniformiza circunferencialmente. Entretanto, pode-se mostrar através de um balanço de energia que a temperatura da parede varia na direção axial.

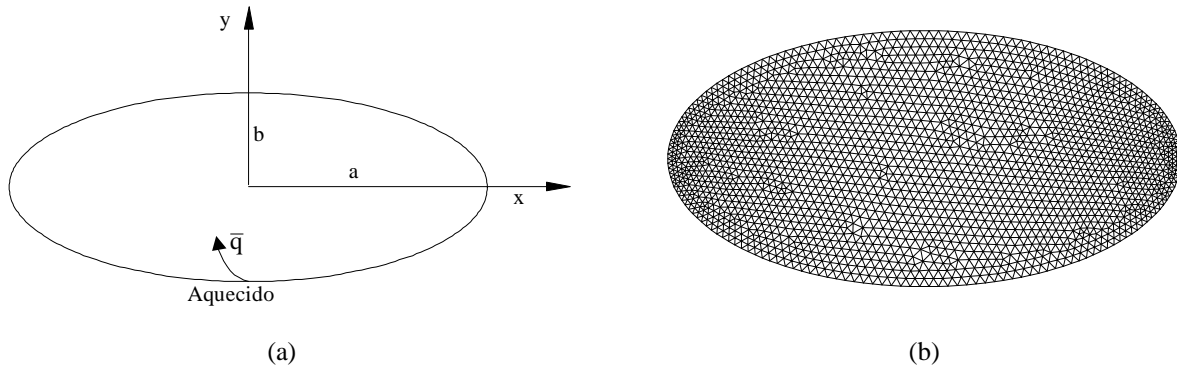


Figura 1. Geometria do problema (a) e malha típica (b).

Para o problema em estudo as equações de conservação na forma adimensional, levando em conta as hipóteses simplificadoras, são:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + \omega = 0, \quad (1)$$

$$\text{Pr} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) + \left( \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial W}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial W}{\partial X} + \text{Pr} + \frac{\text{Ra}}{\text{Re}} \overline{W} \theta \right) = \frac{\partial W}{\partial \tau}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - C_g \frac{W}{\overline{W}} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad (3)$$

$$\text{Pr} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \left[ \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} \right] = \frac{\partial \omega}{\partial \tau}, \quad (4)$$

sendo  $\psi$  a função corrente,  $W$  a velocidade axial adimensional,  $\theta$  a temperatura adimensional e  $\omega$  a vorticidade. A função corrente  $\psi$  e a vorticidade  $\omega$  são definidas por:

$$\frac{\partial \psi}{\partial Y} = U, \quad -\frac{\partial \psi}{\partial X} = V \quad \text{e} \quad \omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}. \quad (5)$$

Os parâmetros adimensionais utilizados para generalizar a análise teórica são dados por:

$$\tau = \frac{\alpha t}{d^2}, \quad X = \frac{x}{d}, \quad Y = \frac{y}{d}, \quad U = \frac{ud}{\alpha}, \quad V = \frac{vd}{\alpha},$$

$$W = \frac{w}{\frac{d\bar{p}}{dz} \frac{d^2}{\rho\nu}}, \quad P = \frac{pd^2}{\rho\nu\alpha}, \quad \theta = \frac{T - T_w}{\frac{\bar{q}d}{k}}, \quad d = 4 \frac{A_m}{P_m},$$
(6)

sendo: x e y as coordenada na direção horizontal; u e v as velocidades nas direções x e y; w a velocidade na direção z (axial),  $\alpha$  a difusividade térmica do fluido, d o diâmetro hidráulico, t o tempo;  $\rho$  a densidade; p a pressão;  $\bar{p}$  a pressão média na seção;  $\bar{q}$  o fluxo de calor por unidade de área na parede do duto; T a temperatura;  $T_w$  a temperatura na parede do duto;  $\nu$  a viscosidade cinemática do fluido;  $A_m$  a área da seção;  $P_m$  o perímetro total da seção;  $\tau$  o tempo adimensional; X e Y as coordenadas adimensionais; U e V as velocidades adimensionais nas direções x e y; P a pressão adimensional.

O número de Prandtl (Pr), o número de Reynolds (Re), o número de Rayleigh (Ra) e a razão BA são dados por:

$$Pr = \frac{\rho\nu c_p}{k}, \quad Re = \frac{\bar{W}d}{\nu}, \quad Ra = \frac{g\beta\bar{q}d^4}{\alpha k\nu}, \quad BA = \frac{b}{a},$$
(7)

sendo g a aceleração da gravidade, k a condutividade térmica do fluido,  $c_p$  o calor específico a pressão constante,  $\bar{W}$  a velocidade axial média na seção,  $\beta$  o coeficiente de expansão volumétrico, “b” o semi-eixo menor da elipse e “a” o semi-eixo maior da elipse..

A constante  $C_g$  que aparece na Eq. (3) é dada por:

$$C_g = 4 \frac{P_q}{P_m} = 4,$$
(8)

sendo  $P_q$  o perímetro aquecido da seção e  $P_m$  o perímetro total da seção. Como neste caso os dois perímetros são iguais então a constante  $C_g$  tem o valor 4.

As condições iniciais e de contorno, na forma adimensional, são:

Para  $\tau = 0$ :

$$W = \psi = \theta = \omega = 0.$$
(9)

Para  $\tau > 0$ :

Parede do duto:

$$W = 0, \quad \theta = 0, \quad \psi = 0, \quad \omega = \omega_M.$$
(10)

A cada passo de tempo a vorticidade  $\omega_M$  é calculada e atualizada, como será visto no método de solução.

### 3. Método de solução

As Equações (1), (2), (3) e (4) são resolvidas através do método de elementos finitos com a utilização do elemento triangular linear e a formulação de Galerkin.

Para cada passo de tempo são calculadas as distribuições de função corrente ( $\psi$ ), de velocidade axial (W), de temperatura ( $\theta$ ) e de vorticidade ( $\omega$ ). São calculados ainda a temperatura média ( $\bar{\theta}$ ), a velocidade axial média ( $\bar{W}$ ), o número de Nusselt médio (Nu) e o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds (fRe). Para o primeiro passo de tempo os valores das grandezas são tomadas das condições iniciais. Todos estes cálculos são feitos na seqüência descrita abaixo.

- Calcula-se a distribuição de  $\psi$  utilizando os valores de vorticidade do tempo anterior.

- A distribuição de velocidade axial é calculada utilizando os valores de temperatura e da velocidade axial do tempo anterior e os valores atualizados da função corrente. Calcula-se também a velocidade axial média. Note que embora o escoamento seja considerado desenvolvido a distribuição de velocidades axial é desconhecida.
- A distribuição de temperatura é calculada utilizando os valores de temperatura e de velocidade axial do tempo anterior e os valores atualizados da função corrente. Calcula-se também a temperatura média.
- O cálculo da vorticidade utiliza os valores da vorticidade do tempo anterior e os valores atualizados de função corrente.
- A vorticidade nas paredes  $\omega_M$  é calculada utilizando os valores atualizados da função corrente e os valores da vorticidade nos demais pontos nodais do domínio. Este cálculo é feito na seguinte forma matricial para o elemento:

$$[C^e] \{\omega^e\} = [K_\psi^e] \{\psi^e\}, \quad (11)$$

sendo que a matriz  $\{\omega^e\}$  é a vorticidade que se quer calcular e as demais matrizes são conhecidas. As matrizes da Eq. (11) são dadas por:

$$[C^e] = \frac{A_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \{\omega^e\} = \begin{Bmatrix} \omega_i \\ \omega_j \\ \omega_k \end{Bmatrix}, \quad \{\psi^e\} = \begin{Bmatrix} \psi_i \\ \psi_j \\ \psi_k \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

$$[K_\psi^e] = \frac{1}{4 A_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ b_k b_i + c_k c_i & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix}, \quad (13)$$

sendo que:

$$b_i = Y_j - Y_k, \quad b_j = Y_k - Y_i, \quad b_k = Y_i - Y_j, \quad (14)$$

$$c_i = X_k - X_j, \quad c_j = X_i - X_k, \quad c_k = X_j - X_i, \quad (15)$$

$A_e$  é a área do elemento, o índice “e” representa o elemento e os índices i, j, k representam os pontos nodais do elemento.

Calcula-se o número de Nusselt médio (Nu) e o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds (fRe):

$$Nu = -\frac{\overline{W}}{W\theta}, \quad fRe = \frac{2}{\overline{W}}, \quad (16)$$

sendo  $\overline{W\theta}$  a média do produto da velocidade axial adimensional pela temperatura adimensional.

#### 4. Validação

O código computacional desenvolvido neste trabalho, foi aplicado para o caso de convecção mista em um tubo elíptico aquecido com fluxo de calor axial uniforme e temperatura circumferencial uniforme e os resultados foram comparados com os trabalhos de Bhatti (1984) e Velusamy e Garg (1996). O número de Nusselt médio e o produto fRe foram calculados para  $Pr = 0,7$ ,  $BA = 0,1, 0,5$  e  $1,0$  e  $0 \leq Ra \leq 3,8 \times 10^4$ . As malhas (elementos  $\times$  nós) utilizadas na comparação foram de:  $3680 \times 2001$ , para  $BA = 0,1$ ,  $3924 \times 2048$ , para  $BA = 0,5$  e  $3684 \times 1913$ , para  $BA = 1,0$ .

Na convecção forçada ( $Ra = 0$ ) o maior desvio encontrado para Nu foi de 2,13 % comparando-se com o trabalho de Bhatti (1984) para  $BA = 0,1$ . O maior desvio para fRe foi de 2,24% comparando-se com o trabalho de Velusamy e Garg (1996) para  $BA = 0,1$ . Na convecção mista ( $Ra > 0$ ), estudada apenas no trabalho de Velusamy e Garg (1996), o maior desvio encontrado para Nu foi de 1,14 % e para fRe foi de 11,67%. Levando-se em conta os valores dos desvios encontrados, o código computacional pode ser considerado validado.

#### 5. Resultados

Neste trabalho é analisada a influência do número de Rayleigh (Ra), do número de Reynolds (Re) e da razão BA no número de Nusselt médio (Nu) e no produto fRe para número de Prandtl do ar ( $Pr = 0,7$ ). Foram selecionadas três

malhas (elementos  $\times$  pontos nodais) de elementos finitos, sendo uma para cada valor de BA. As malhas escolhidas foram: (3680 $\times$ 2001) para BA = 0,1, (3924 $\times$ 2048) para BA = 0,5 e (3684 $\times$ 1913) para BA = 1,0. Todas as malhas utilizadas nos cálculo são não uniformes.

O número de Rayleigh mede a influência da convecção natural sobre a convecção forçada sendo que quanto maior seu valor maior será a influência.

Neste trabalho foi analisado apenas o escoamento pró-empuxo, ou seja, mantendo-se o duto aquecido o escoamento principal ocorre no sentido ascendente.

Apesar do escoamento neste trabalho ser considerado não permanente, apenas resultados para o regime permanente são apresentados.

Na Figura (2) pode ser visto a influência do número de Rayleigh e da razão BA sobre o número de Nusselt médio para Pr = 0,7 e para um valor fixo do número de Reynolds, Re = 100. Observa-se que Nu aumenta com o aumento do número de Rayleigh e com a diminuição de BA. Observa-se também que para Ra < 1 $\times$ 10<sup>3</sup> o número de Nusselt médio praticamente não varia com o número de Rayleigh.

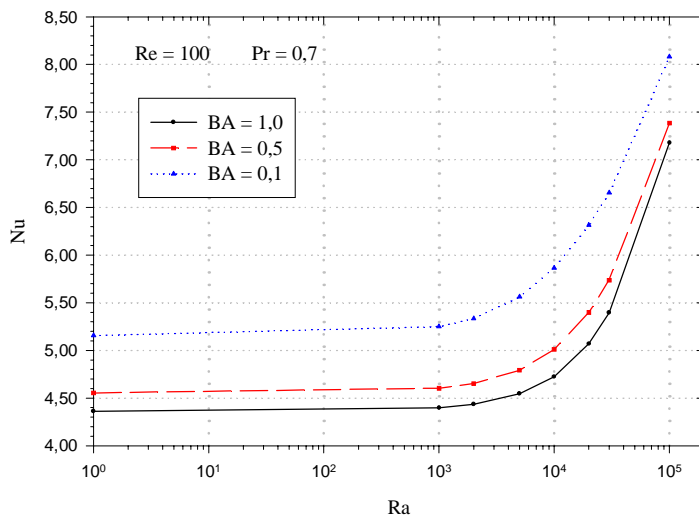


Figura 2. Número de Nusselt médio versus Ra para Re = 100 e BA = 0,1; 0,5 e 1,0.

Na Figura (3) pode ser visto a influência do número de Rayleigh e da razão BA sobre o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds, fRe, para Pr = 0,7 e para um valor fixo do número de Reynolds, Re = 100. Observa-se que o produto fRe aumenta com o aumento do número de Rayleigh. A influência de Ba sobre o produto fRe é pequena e varia de acordo com o número de Rayleigh. Para Ra menor que aproximadamente 1 $\times$ 10<sup>4</sup> a número de Nusselt médio aumenta com a diminuição de BA, ocorrendo o oposto para valores maiores de Ra. Observa-se também que para Ra menor que aproximadamente 1 $\times$ 10<sup>3</sup> o produto fRe praticamente não varia com o número de Rayleigh.

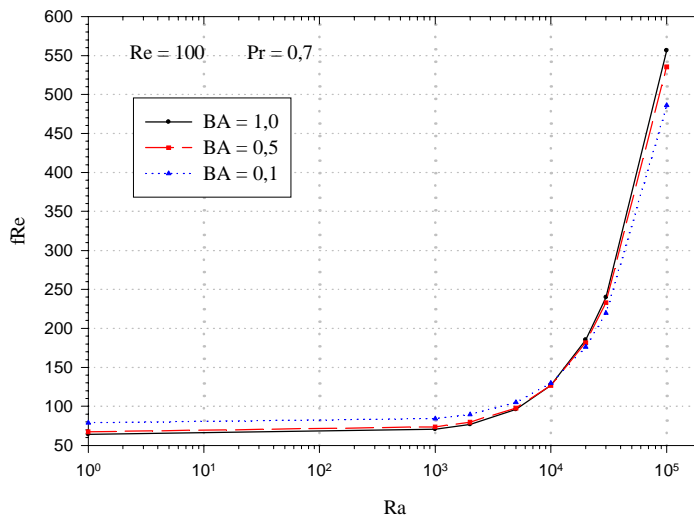


Figura 3. Produto fRe versus Ra para Re = 100 e BA = 0,1; 0,5 e 1,0.

Na Figura (4) pode ser visto a influência do número de Rayleigh e da razão BA sobre o número de Nusselt médio para  $Pr = 0,7$  e para um valor fixo do número de Reynolds,  $Re = 200$ . A diferença desta figura para a Fig. (2) é que a influência do número de Rayleigh é menor para  $Re = 200$ .

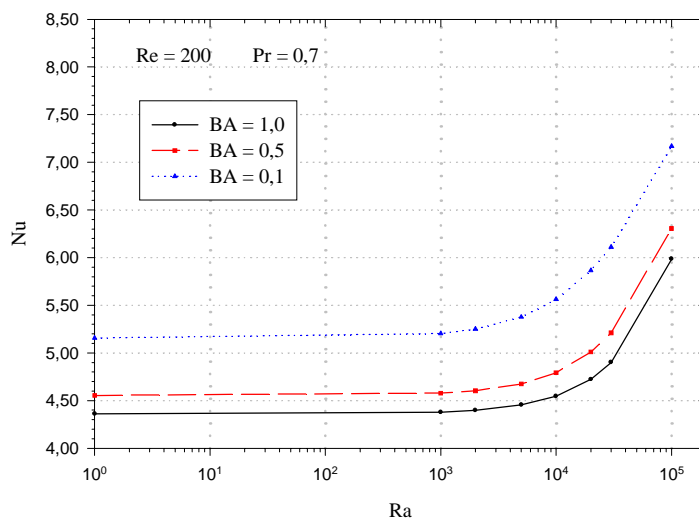


Figura 4. Número de Nusselt médio versus Ra para  $Re = 200$  e  $BA = 0,1; 0,5$  e  $1,0$ .

Na Figura (5) pode ser visto a influência do número de Rayleigh e da razão BA sobre o produto do fator de atrito pelo número de Reynolds,  $fRe$ , para  $Pr = 0,7$  e para um valor fixo do número de Reynolds,  $Re = 200$ . Observa-se neste caso, uma menor influência causada pelo número de Rayleigh no produto  $fRe$  do que aquela vista na Fig. (3) quando o valor de  $Re$  foi mantido em 100.

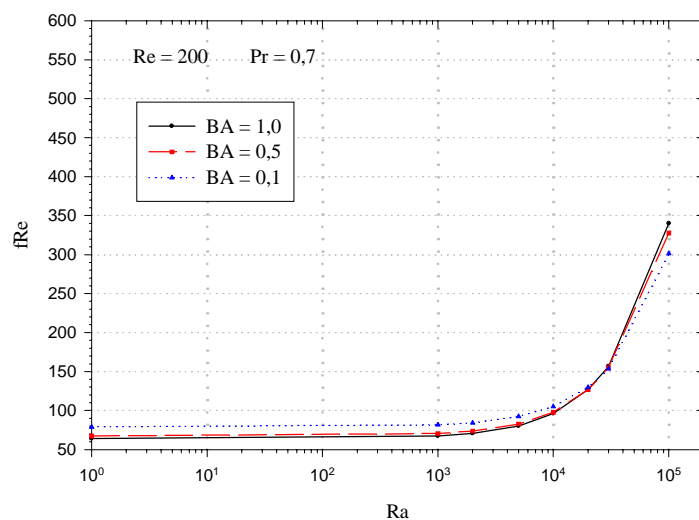


Figura 5. Produto  $fRe$  versus Ra para  $Re = 200$  e  $BA = 0,1; 0,5$  e  $1,0$ .

Na Figura (6) pode ser visto a influência do número de Rayleigh e do número de Reynolds sobre o número de Nusselt médio para  $Pr = 0,7$  e para um valor fixo da razão BA ( $BA = 0,5$ ). Observa-se que o número de Nusselt médio aumenta com o aumento do número de Rayleigh. A diminuição do número de Reynolds causa um aumento do número de Nusselt médio para Ra maior que aproximadamente  $1 \times 10^3$  e este aumento é crescente com o aumento de Ra.

Na Figura (7) pode ser visto a influência do número de Rayleigh e do número de Reynolds sobre o produto  $fRe$  para  $Pr = 0,7$  e para um valor fixo da razão BA,  $BA = 0,5$ . Observa-se que o produto  $fRe$  aumenta com o aumento do número de Rayleigh. A influência de  $Re$  sobre o produto  $fRe$  pode ser notada para Ra maior que aproximadamente  $1 \times 10^3$  e esta influência aumenta com o aumento de Ra.

## 6. Conclusões

Um código computacional em linguagem FORTRAN foi desenvolvido para resolver as equações de conservação na forma adimensional em termos da função corrente, velocidade axial, temperatura e vorticidade usando o método de elementos finitos. Alguns de seus resultados foram comparados com os trabalhos de Bhatti (1984) e Velusamy e Garg

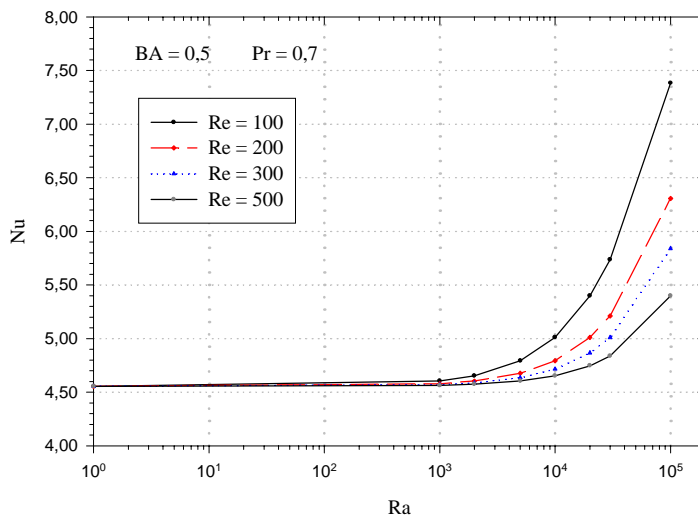


Figura 6. Número de Nusselt médio versus Ra para BA = 0,5 e Re = 100, 200, 300 e 500.

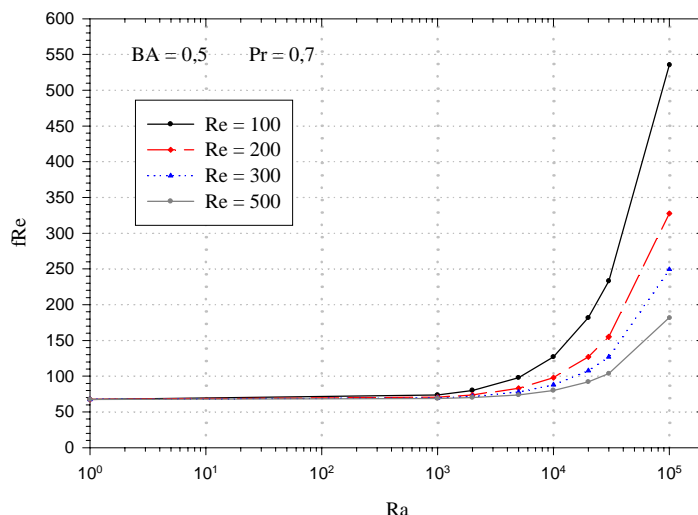


Figura 7. Produto fRe versus Ra para BA = 0,5 e Re = 100, 200, 300 e 500.

(1996) e os desvios encontrados nos permitiram considerar como validado o código computacional. Após a validação o código computacional foi utilizado para analisar a influência do número de Rayleigh (Ra), do número de Reynolds (Re) e da razão BA no número de Nusselt médio (Nu) e no produto fRe para número de Prandtl do ar (Pr = 0,7).

Foi analisado apenas o escoamento pró-empuxo, ou seja, mantendo-se o duto aquecido o escoamento principal ocorre no sentido ascendente.

Observa-se que para um valor fixo do número de Reynolds o número de Nusselt médio (Nu) aumenta com o aumento do número de Rayleigh e com a diminuição de BA. Observa-se também que para  $Ra < 1 \times 10^3$  o número de Nusselt médio praticamente não varia com o número de Rayleigh. Observa-se ainda que o produto fRe aumenta com o aumento do número de Rayleigh. A influência de Ba sobre o produto fRe é pequena e varia de acordo com o número de Rayleigh. Para Ra menor que aproximadamente  $1 \times 10^4$  a número de Nusselt médio aumenta com a diminuição de BA, ocorrendo o oposto para valores maiores de Ra. Observa-se também que para Ra menor que aproximadamente  $1 \times 10^3$  o produto fRe praticamente não varia com o número de Rayleigh. Observa-se também que aumentando-se o valor de Re a influência do número de Rayleigh diminui tanto para Nu quanto para fRe.

Fixando-se o valor de BA (BA = 0,5), nota-se que o número de Nusselt médio aumenta com o aumento do número de Rayleigh. A influência de Re sobre o número de Nusselt médio pode ser notada para Ra maior que aproximadamente  $1 \times 10^3$  e esta influência aumenta com o aumento de Ra. Observa-se também que o produto fRe aumenta com o aumento do número de Rayleigh. A influência de Re sobre o produto fRe pode ser notada para Ra maior que aproximadamente  $1 \times 10^3$  e esta influência também aumenta com o aumento de Ra.

Para o problema estudado, o aumento da convecção natural e/ou a diminuição da razão BA causam um aumento na transferência de calor. A diminuição do número de Reynolds juntamente com o aumento da convecção natural também aumentam a transferência de calor.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da CAPES sem o qual não seria possível a realização deste trabalho.

## 8. Referências

- Barletta, A., 1999, "Combined Forced and Free Convection with Viscous Dissipation in a Vertical Circular Duct", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 2243-2253.
- Bhatti, M.S., 1984, "Heat Transfer in the Fully Developed Region of Elliptical Ducts with Uniform Wall Heat Flux", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 895-898.
- Fung, H.C. and Lazaridis, A., 1996, "Finite Element Analysis of Laminar Flow in a Vertical Channel with Fin Array", *Finite Element in Analysis Design*, Vol. 24, pp. 77-93.
- Joye, D.D., 1996, "Comparison of Aiding and Opposing Mixed Convection Heat Transfer in a Vertical Tube with Grashof Number Variation", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 96-101.
- Joye, D.D. and Wojnovich, M.J., 1996, "Aiding and Opposing Mixed Convection Heat Transfer in a Vertical Tube: Loss of Boundary Condition at Different Grashof Numbers", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 468-473.
- Velusamy, K. and Garg, V.K., 1996, "Laminar Mixed Convection in Vertical Elliptic ducts", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, nº 4, pp. 745-752.

## MIXED CONVECTION IN VERTICAL ELLIPTIC DUCTS

### João Batista Dias

Department of Mechanical Engineering. Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, 37500-176. Itajubá. MG. Brazil.  
jbdias@iem.efei.br

### Rogério Fernandes Brito

Department of Mechanical Engineering. Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, 37500-176. Itajubá. MG. Brazil.  
rogbrito@iem.efei.br

### Genésio José Menon

Department of Mechanical Engineering. Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, 37500-176. Itajubá. MG. Brazil.  
genesio@iem.efei.br

**Abstract.** *In this work the laminar mixed convection in vertical elliptic ducts is numerically studied. The flow is unsteady, laminar, developed and without internal energy generation. The fluid physical properties are considered constant except for density in the buoyancy terms for which the Boussinesq approximation is used. The duct wall is heated with uniform axial heat flux and circumferential uniform temperature. The finite element method with triangular elements is used to solve the two-dimensional equations. The average Nusselt number (Nu) and the friction factor-Reynolds number product ( $fRe$ ) are determined as function of Reynolds number (Re), Rayleigh number (Ra) and the semi minor to semi major axis ratio (BA) of the ellipse.*

**Keywords:** *Mixed convection, Finite element method, Heat transfer, Numerical methods.*