

SISTEMA NEBULOSO APLICADO A IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS NÃO-LINEARES: FUNDAMENTOS E ESTUDOS DE CASO

Leandro dos Santos Coelho

LAS/PPGEPS - Laboratório de Automação e Sistemas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-030, Curitiba, PR, Brasil

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus Torres, Universidade Tuiuti do Paraná
Av. Comendador Franco, 1860, CEP 80215-090, Curitiba, PR, Brasil
lscoelho@rla01.pucpr.br

Resumo. Este artigo apresenta o projeto de um sistema nebuloso do tipo Takagi-Sugeno-Kang. Neste projeto é utilizado o método simplex de Nelder e Mead para otimização da parte antecedente do sistema nebuloso, enquanto a técnica dos quadrados mínimos é utilizada no projeto da parte conseqüente. O sistema nebuloso é avaliado em dois estudos de caso: (i) previsão da concentração de CO₂ dos dados da fornalha de gás de Box e Jenkins, e (ii) previsão de um sistema caótico com mapas envolvendo funções não-diferenciáveis denominado de mapa de Lozi. As simulações apresentam os procedimentos de estimação e validação dos modelos dinâmicos obtidos pelo sistema nebuloso. Os resultados de simulação indicam que a proposta de projeto de um sistema nebuloso do tipo Takagi-Sugeno-Kang é promissora para aplicações de identificação não-linear, previsão de séries temporais e projeto de algoritmos de controle avançado.

Palavras chave: sistema nebuloso, identificação não-linear, sistemas dinâmicos, inteligência artificial.

1. Introdução

Os modelos matemáticos baseados em sistemas nebulosos têm recebido atenção recentemente, tanto da comunidade científica quanto dos profissionais que atuam no meio industrial, por tratarem-se de ferramenta de projeto que oferecem soluções promissoras para problemas de identificação de sistemas dinâmicos complexos (Chuang *et al.*, 2001; Huaguang & Yongbing, 2001; Park *et al.*, 2001; Farghal *et al.*, 2002; Pomares *et al.*, 2002; Hojati & Gazor, 2002). Diversos tipos de estruturas de modelos nebulosos têm sido propostos na literatura, destacando-se os modelos nebulosos de Mamdani, Larsen, Tsukamoto, relacional e Takagi-Sugeno-Kang (TSK). A abordagem baseada em modelo matemático nebuloso é obtida através de métodos de identificação que levam em conta as medidas de entrada e saída do processo. Esta abordagem oferece uma alternativa aos modelos convencionais no tratamento de processos complexos.

Este artigo apresenta o projeto de um sistema nebuloso de TSK baseado em otimização pelo método simplex de Nelder & Mead (1965) para a parte antecedente e método dos quadrados mínimos para otimização dos parâmetros da parte conseqüente do sistema nebuloso. Este sistema nebuloso é avaliado para dois estudos de caso: (i) previsão da concentração de CO₂ dos dados da fornalha de gás de Box e Jenkins, e (ii) previsão do comportamento dinâmico do mapa de Lozi.

O artigo é organizado da seguinte forma. Os fundamentos do modelo nebuloso TSK e o procedimento de otimização do modelo TSK são apresentados na seção 2. A descrição dos dois estudos de caso de identificação não-linear é abordada na seção 3. As simulações e a análise dos resultados obtidos da aplicação do sistema nebuloso de TSK são apresentadas na seção 4. A conclusão é apresentada na seção 5.

2. Sistema nebuloso de Takagi-Sugeno-Kang

Os modelos nebulosos de TSK (Takagi & Sugeno, 1985; Sugeno & Kang, 1988) apresentam características relevantes que os tornam promissores para aplicações de identificação de sistemas. Os modelos nebulosos de TSK empregam funções lineares das entradas como conseqüentes. As regras do modelo de TSK apresentam alto poder de interpolação com um número reduzido de regras de produção. Outra característica relevante dos modelos de TSK é de tratarem-se de aproximadores universais de funções com precisão arbitrária (Ying, 1998).

O sistema nebuloso de TSK trata-se de um equivalente funcional da rede neural de base radial. Neste caso, quando a rede neural apresenta o mesmo número de funções de ativação na camada oculta que o número de regras do modelo nebuloso TSK de ordem zero (Wu & Tam, 1999). Um aspecto relevante do sistema TSK é o seu poder de representação, especialmente para a descrição de processos complexos. Este sistema nebuloso permite a decomposição de um sistema complexo em subsistemas simples.

A identificação de sistemas através de um modelo nebuloso de *TSK* é realizada utilizando-se os dados de entrada e saída do sistema dinâmico em estudo. O procedimento de identificação, neste caso, é composto de duas partes: (i) identificação da estrutura, e (ii) identificação dos parâmetros.

Na identificação da estrutura do sistema nebuloso é necessário identificar a estrutura do antecedente e do conseqüente. Os parâmetros do conseqüente são coeficientes de equações lineares. Esta forma de desenvolvimento de sistema nebuloso é inspirada na teoria clássica de sistemas e, alguns desenvolvimentos no campo das redes neurais. Os modelos nebulosos de *TSK* consistem de regras de produção SE <condição> ENTÃO <ação> (*IF-THEN*) que podem ser representadas na forma geral:

$$R^{(j)} : SE z_1 \acute{E} A_1^j \ E \dots \ E z_m \acute{E} A_m^j \ ENT\tilde{A}O \ g_j = w_0^j + w_1^j u_1^j + \dots + w_{qj}^j u_{qj}^j \quad (1)$$

onde o antecedente *IF* define a parte antecedente (premissa) enquanto as funções da regra *THEN* constituem-se na parte conseqüente do sistema nebuloso; $\underline{z} = [z_1, \dots, z_m]^T$ é o vetor de entradas da parte premissa; e A_i^j são *labels* dos conjuntos nebulosos; $\underline{u} = [u_1^j, \dots, u_{qj}^j]^T$ representa o vetor de entradas para parte conseqüente de $R^{(j)}$ que é constituída de q_j termos; $g_j = g_j(\underline{u}^j)$ denota a j -ésima regra de saída que é um polinômio linear dos termos de entrada do conseqüente u_i^j ; e $\underline{w}^j = [w_0^j, w_1^j, \dots, w_{qj}^j]^T$ são os coeficientes polinomiais que formam o conjunto de parâmetros dos conseqüentes. Cada *label* lingüístico A_i^j é associada com a função de pertinência; enquanto $\mu_{A_i^j}(z_i)$ é descrita por

$$\mu_{A_i^j}(z_i) = \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(z_i - m_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \quad (2)$$

onde m_{ij} e σ_{ij} são o valor médio e o desvio padrão da função de pertinência do tipo Gaussiana, respectivamente. A união de todos estes parâmetros define o conjunto de parâmetros da premissa. O poder da regra $R^{(j)}$ representa seu grau de excitação e é regido pela equação

$$\mu_j(\underline{z}) = \mu_{A_1^j}(z_1) \cdot \mu_{A_2^j}(z_2) \cdot \dots \cdot \mu_{A_m^j}(z_m) \quad (3)$$

Os conjuntos nebulosos que dizem respeito a uma regra formam uma região nebulosa (*cluster*) dentro do espaço da premissa, $A_1^j \times A_2^j \times \dots \times A_m^j$, com uma distribuição de pertinência descrita pela equação (3). Dado os vetores de entrada \underline{z} e \underline{u}^j , $j = 1, \dots, M$, a saída final do sistema nebuloso é inferido pela média ponderada das saídas locais $g_j(\underline{u}^j)$, onde

$$y = \sum_{j=1}^M v_j(\underline{z}) \cdot g_j(\underline{u}^j) \quad (4)$$

onde M denota o número de regras e $v_j(\underline{z})$ é a intensidade do poder normalizado de $R^{(j)}$ que é definida por

$$v_j(\underline{z}) = \frac{\mu_j(\underline{z})}{\sum_{j=1}^M \mu_j(\underline{z})} \quad (5)$$

Uma característica relevante deste sistema nebuloso é que quando a função $g_j = w_0^j + w_1^j u_1^j + \dots + w_{qj}^j u_{qj}^j$ é um polinômio de primeira ordem, o sistema de inferência nebuloso é denominado de *modelo nebuloso TSK de primeira ordem*. Quando $g_j = w_0^j + w_1^j u_1^j + \dots + w_{qj}^j u_{qj}^j$ é uma constante, tem-se um *modelo nebuloso TSK de ordem zero*, que pode ser visto como um caso especial do sistema de inferência de Mamdani, em que cada regra do conseqüente é

especificada por um *singleton* nebuloso (ou conseqüente previamente desnebulizado). Também, pode configurar-se em um caso especial do modelo nebuloso de Tsukamoto. Além disso, um *modelo nebuloso TSK de ordem zero* é funcionalmente equivalente a uma rede neural de base radial, sob certas restrições (Jang & Sun, 1993, Bersini *et al.*, 1995).

2.1 Sistema nebuloso de TSK aplicado à identificação de sistemas

A configuração de modelos nebulosos, usualmente, envolve três estruturas, ilustradas pela figura 1. A primeira estrutura é relacionada com a informação do processo contida no conjunto de treinamento. A informação é providenciada pelo conhecimento sobre as características físicas do processo, por alguns dados numéricos adquiridos dele, e pelo conhecimento lingüístico, expresso através das regras. Esta estrutura envolve o *conjunto das variáveis*, que regem o comportamento do processo, e a *partição nebulosa* atribuída a cada uma destas variáveis.

A segunda estrutura é o algoritmo de aprendizado, baseado nas características da primeira estrutura. Nesta estrutura, a informação adquirida é interpretada e codificada em um conjunto de regras. A terceira estrutura executa o procedimento de inferência considerando as regras extraídas e realiza as ações sobre o processo, no caso de sistemas dinâmicos, completando o ciclo de identificação nebulosa (Branco & Dente, 1997).

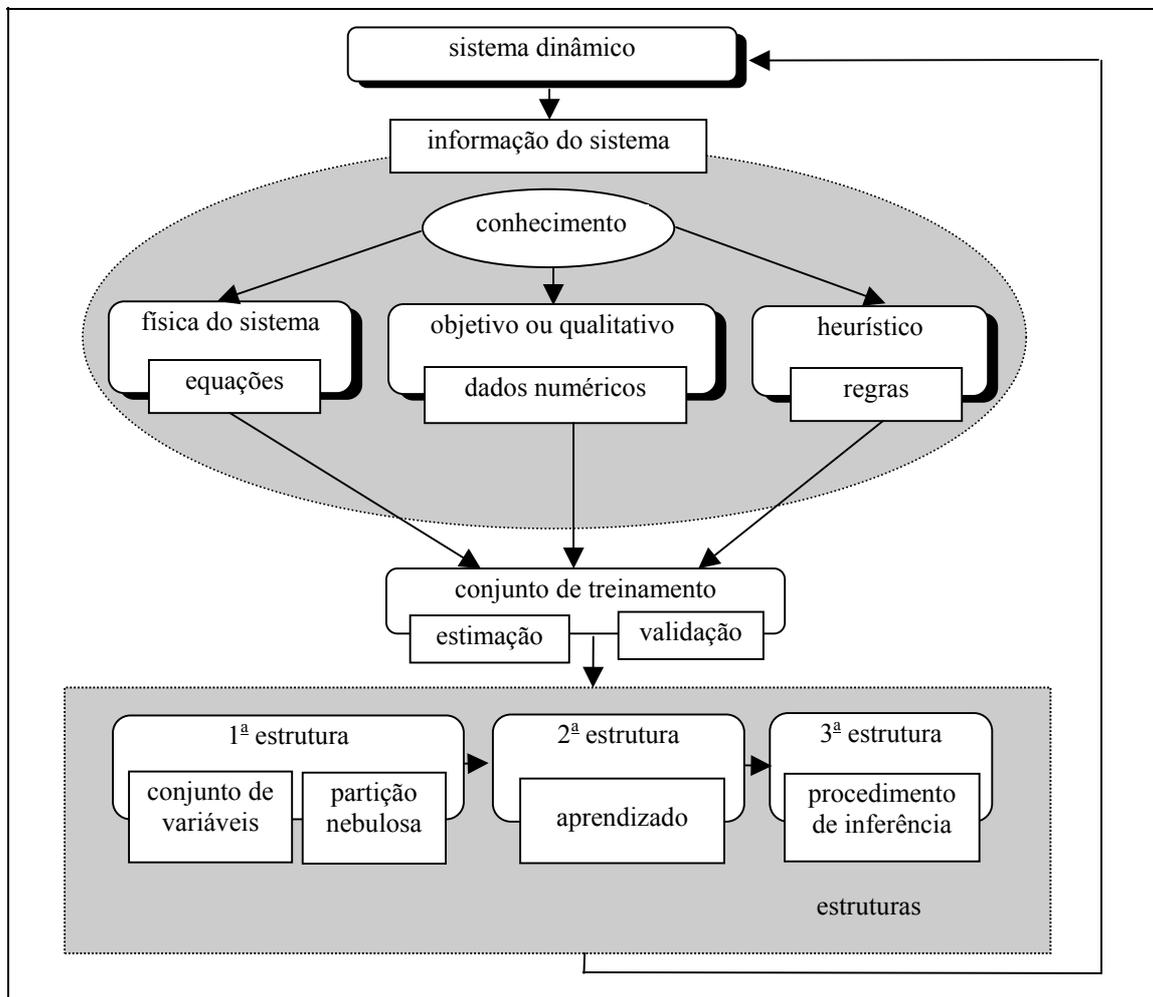


Figura 1. Esquema de configuração de identificação nebulosa e suas estruturas.

Entre as características de aproximação, as seguintes são relevantes à utilização dos SNs em identificação de processos (Zeng & Singh, 1995):

- (i) *o mecanismo de aproximação nebuloso*: As regras lingüísticas são utilizadas para aproximar a saída desejada. Para uma dada entrada, as saídas correspondentes do sistema nebuloso resultam da combinação de diversas regras e consistem numa aproximação da saída desejada;
- (ii) *a aproximação global limitada*: a aproximação dos sistemas nebulosos é baseada em informação local, pois a base de regras é projetada de acordo com o conhecimento local;

- (iii) *propriedade de convergência*: quando um sistema nebuloso não satisfaz a uma precisão de aproximação definida, uma idéia intuitiva, para modificar o sistema e melhorar o desempenho, é dividir o espaço de entrada em mais regiões (modificação da granularidade).

2.2 Otimização do sistema nebuloso de TSK

A identificação de um modelo nebuloso TSK utilizando-se os dados de entrada e saída é composto de duas partes: identificação da estrutura e identificação dos parâmetros. Na identificação da estrutura identifica-se a estrutura do antecedente (premissa) e do conseqüente. Os parâmetros do conseqüente são coeficientes de equações lineares. Esta forma de desenvolvimento de sistemas nebulosos é inspirada na teoria clássica de sistemas e, alguns desenvolvimentos no campo das redes neurais artificiais. Na figura 2, os passos para identificação de um modelo nebuloso do tipo TSK são apresentados.

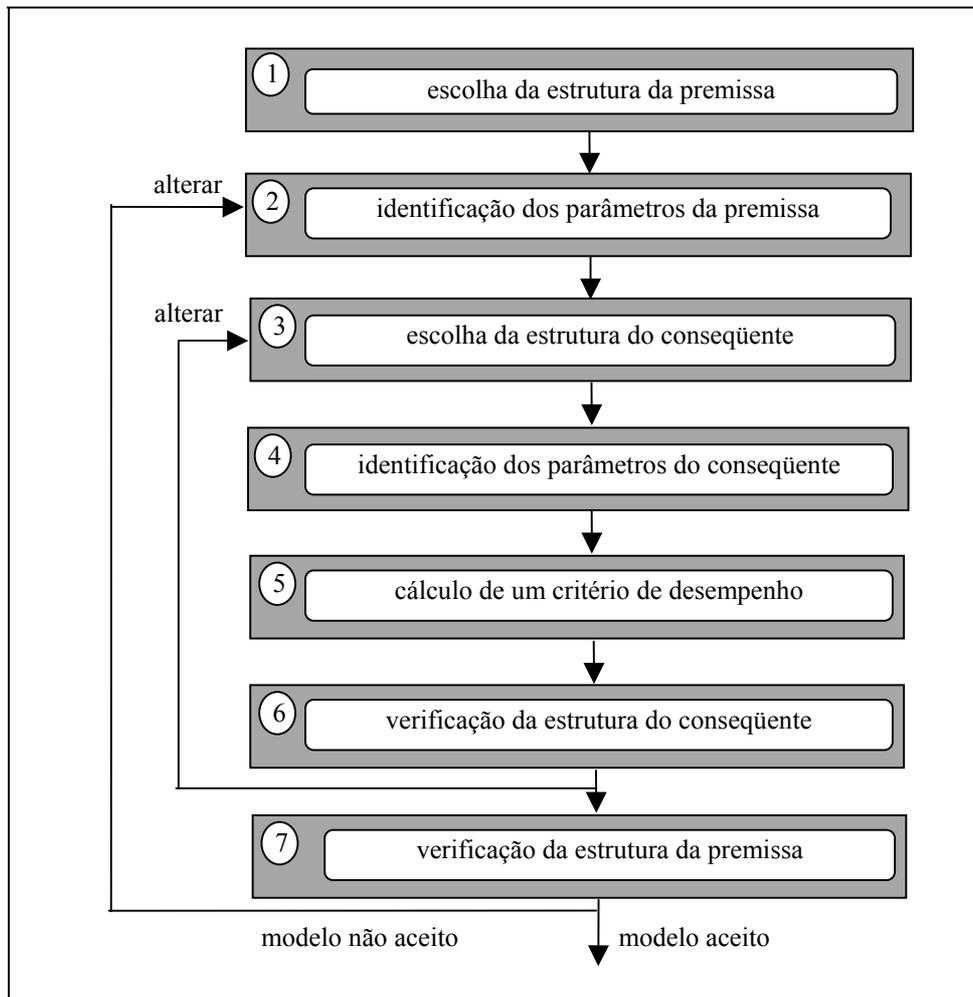


Figura 2. Passos para identificação de um modelo nebuloso do tipo TSK.

A otimização do sistema nebuloso de TSK utiliza método simplex para a parte antecedente e método dos quadrados mínimos para otimização dos parâmetros da parte conseqüente do sistema nebuloso.

O método *simplex* de Nelder & Mead (1965) — também conhecido como método do politopo ou método ameba — é uma técnica simples de busca direta que é utilizada em problemas de otimização. Uma busca direta significa que o método é guiado somente pelo cálculo do valor da função em vários pontos e não necessita da avaliação da primeira e segunda derivadas (parciais) da função a ser otimizada. O método *simplex* “mantém” diversos pontos diferentes.

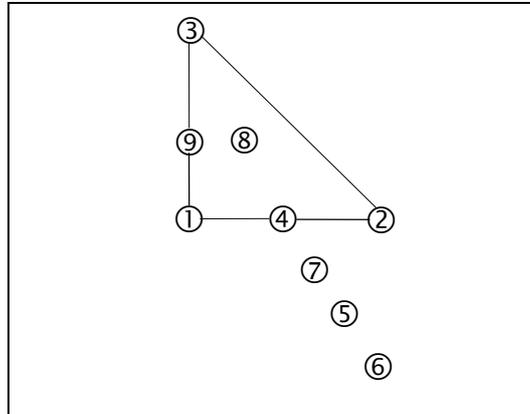
O método simplex tem sua configuração básica na definição de um *simplex*. Um simplex é uma estrutura formada por $(n + 1)$ pontos, sendo n o número de pontos, não no mesmo plano, em um espaço multidimensional. O método adotado aqui apresenta algumas modificações do método original de Nelder & Mead (1965). Segundo Nash (1990), a essência do algoritmo é a seguinte: a função é avaliada em cada ponto (vértice) do simplex. Em um problema de minimização, o vértice que tem maior valor de função objetivo é substituído por um novo ponto com valor da função objetivo menor. Existem quatro operações que são realizadas em um simplex: reflexão, expansão, redução e contração.

O simplex inicial se move, expande-se e se contrai, de tal maneira que se adapta ao panorama da função e, finalmente, aproxima-se do ótimo. Para determinar a transformação apropriada, o método usa só a ordem relativa entre os desempenhos (valor da função a ser otimizada) do ponto considerado. Depois de cada transformação, o pior ponto é

trocado pelo melhor dos já existentes, deste modo o algoritmo sempre força a convergência da seqüência de iterações. De forma a operar-se o simplex é necessário ordenar os pontos de mais alto valor, x_H , o próximo mais alto, x_N , e o mais baixo, x_L . Assim o valor da função objetivo associado às soluções (pontos) do problema obedecem a relação:

$$J(x_H) \geq J(x_N) \geq J(x_i) \geq J(x_L) \tag{6}$$

para todo $i \neq H, N$ ou L , onde x são vetores. A figura 3 ilustra a situação do simplex, para um politopo com três lados.



Fonte: Nash (1990).

Figura 3. Pontos gerados pelo simplex de Nelder & Mead em duas dimensões.

Na figura 3 adotam-se as seguintes definições:

- (i) o ponto ①, x_L , é o vértice inferior no simplex;
- (ii) o ponto ②, x_N , é o outro vértice, diferente do superior;
- (iii) o ponto ③, x_H , é o vértice superior;
- (iv) o ponto ④, x_C , é o centróide de todos os vértices, exceto ③(x_H), isto é,

$$x_C = \frac{\sum_{j=1}^{n+1} x_j}{n} \tag{7}$$

- (v) o ponto ⑤, x_R , é a reflexão de ③(x_H) através de ④(x_C);
- (vi) o ponto ⑥, x_E , é o resultado da extensão da linha (④, ⑤), isto é, (x_C, x_R) , com comprimento regido por um fator de expansão;
- (vii) o ponto ⑦ é o resultado da redução da linha (④, ⑤), que ocorre quando x_R é inferior a x_H , mas superior a x_N ;
- (viii) o ponto ⑧ é o resultado da redução da linha (④, ③), isto é, (x_C, x_H) ;
- (ix) o ponto ⑨ é gerado por uma contração geral do simplex, realizada pelos vértices ①, ② e ③ através de ①(x_L).

A operação de reflexão reflete ③(x_H) através de ④(x_C) usando um fator de reflexão α_R , para encontrar o ponto ⑤, ou seja,

$$x_R = x_C + \alpha_R(x_C - x_H) \tag{8}$$

Se $J(x_R)$ é menor que $J(x_L)$ um novo ponto mais inferior é encontrado, e o simplex pode ser expandido estendendo a linha (x_R, x_C) para encontrar o ponto ⑥, ou seja,

$$x_E = x_R + (\gamma_E - 1)(x_R - x_C) \tag{9}$$

onde γ_E é o fator de expansão, é maior que a unidade, caso contrário x_E representa uma contração. Se $J(x_E) < J(x_R)$ então x_H é repassado por x_E e o procedimento repetido encontrando um novo ponto superior e um novo centróide de n pontos, x_C . Em outro caso, x_R é o novo ponto mais inferior e é repassado por x_H . Quando x_R não é o ponto inferior, mas é menor que x_N , tem-se

$$J(x_L) \leq J(x_R) < J(x_N) \tag{10}$$

e x_H é repassado por x_R e o procedimento é repetido. A situação permanecendo, tem-se $J(x_R)$ no mínimo maior que $J(x_N)$ e deve-se reduzir o simplex. Existem duas possibilidades:

- (i) Se $J(x_N) \leq J(x_R) < J(x_H)$ então a redução é feita repassando x_H por x_R e, acha-se um novo vértice entre x_C e x_R (atualmente x_H). Esta é uma redução no lado da reflexão (posição inferior).
- (ii) Se $J(x_R) > J(x_H)$ a redução é feita encontrando um novo vértice entre x_C e x_H (posição superior).

Em um ou outro dos casos acima a redução é controlada pelo fator β_{NM} com valor entre 0 e 1. Visto que o caso (a) repassa x_H por x_R , a mesma fórmula aplicada para o novo ponto x_S (S denota que o simplex é menor) em ambos os casos. O x_H é utilizado para denotar-se ambos x_R e x_H , desde que no caso (i) x_R tornou-se o novo ponto superior no simplex, ou seja,

$$x_S = x_C + \beta_{NM}(x_H - x_C) \tag{11}$$

O novo ponto x_S repassa o corrente x_H , que no caso (i) é, de fato, x_R , a menos que

$$J(x_S) > \text{mínimo} \{J(x_H), J(x_R)\} \tag{12}$$

A substituição de x_H por x_R no caso (a) pode, em uma implementação, medir que este mínimo já foi salvo com seu ponto associado. Quando a equação (12) é satisfeita uma redução dá um ponto maior que $J(x_N)$, assim uma contração geral do simplex sobre o ponto inferior x_L , é sugerida, ou seja,

$$x_i' = x_L + \beta_{NM}'(x_i - x_L) \tag{13}$$

para todo $i \neq L$. É relevante mencionar que a equação (13) é aceitável para todos os pontos, contudo Nash (1990) fez alguns testes omitindo $i = L$. Alguns cuidados devem ser observados pois o ponto x_L pode ser alterado nas operações da equação (13). Diferentes fatores de contração β_{NM} e β_{NM}' podem ser utilizados. Na prática estes fatores, assim como os fatores α_R e γ_E podem ser escolhidos para tentar melhorar a taxa de convergência deste procedimento para uma classe específica ou um alcance vasto de problemas. Segundo Nelder & Mead (1965), uma escolha adequada é

$$\begin{cases} \alpha_R = 1 \\ \gamma_E = 2 \\ \beta_{NM} = \beta_{NM}' = 0,5 \end{cases} \tag{14}$$

Todos os aspectos do método foram desenvolvidos heurísticamente, baseados no conceito intuitivo do problema de minimização. O critério de parada, geralmente, depende da diferença em magnitude entre a performance do melhor ponto e do pior. O ciclo de otimização termina quando a diferença é menor que um valor pré-definido. Quando o ciclo termina, é comum recomençar o procedimento com um novo simplex, onde o ponto ótimo, obtido anteriormente, é mantido como um dos vértices do novo simplex. Os demais pontos são escolhidos aleatoriamente em uma direção ortogonal. Este procedimento converge quando a solução começar a se repetir. A parte consequente do sistema nebuloso é realizada pelo algoritmo dos mínimos quadrados em batelada. Detalhes deste algoritmo são apresentados em Box *et al.* (1994).

3. Descrição dos estudos de caso

3.1. Estudo de Caso 1: Fornalha de Gás

A fornalha de gás de Box e Jenkins (Box *et al.*, 1994) consiste de uma fornalha onde a entrada u é a taxa de alimentação de gás metano (pés cúbicos por minuto), e a saída y é a concentração de dióxido de carbono (%CO₂) em uma mistura de gases. Um conjunto de 296 amostras (pares de dados de entrada e saída) é disponível para identificação deste sistema. O experimento foi configurado para utilizar-se 200 amostras para a fase de estimação e 96 amostras, para a fase de validação do modelo matemático obtido através do sistema nebuloso de TSK. Os dados de entrada e a saída da fornalha de gás são apresentados na figura 4.

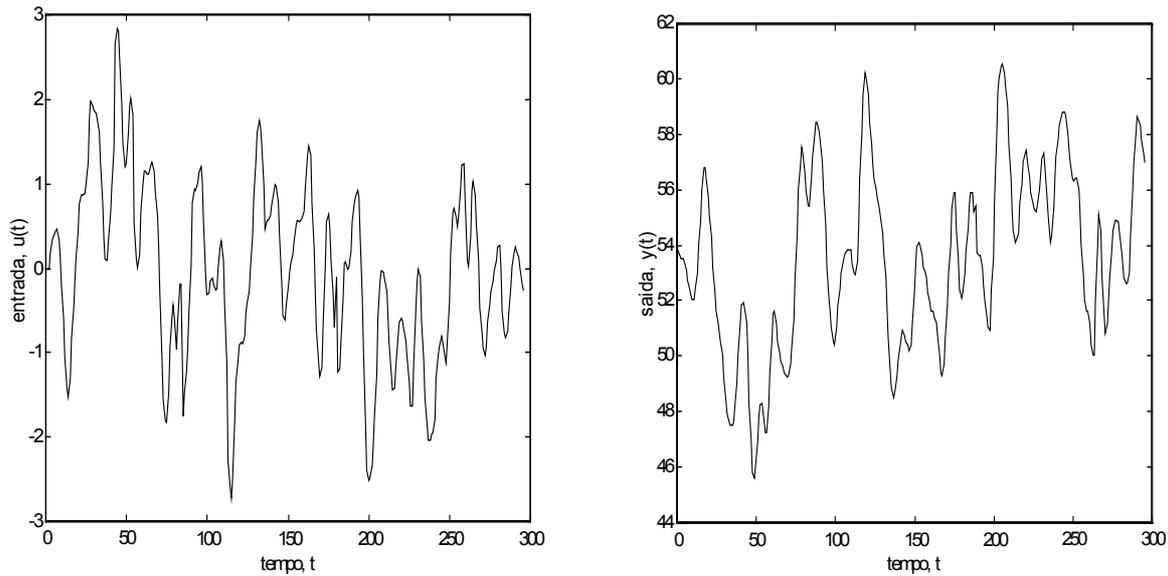


Figura 4. Dados de entrada e saída da fornalha de gás.

3.2 Estudo de caso 2: Mapa de Lozi

Uma série temporal pode ser definida como uma função de uma variável independente (o tempo t), vinculada a um processo em que uma descrição matemática é desconhecida (ou considerada como tal). A característica principal de tais séries é que o seu comportamento futuro não pode ser previsto exatamente, como pode ser previsto de uma função determinística conhecida em t . Contudo, o comportamento de uma série temporal pode algumas vezes ser antecipado através de procedimentos estocásticos. O mapa de Lozi (Chen *et al.*, 1997) constitui-se de uma série temporal que apresenta mapas envolvendo funções não-diferenciáveis e é descrito pela seguinte equação:

$$y(t+1) = -P \cdot |y(t)| + Q \cdot y(t-1) + 1 \quad (15)$$

onde k é o número da amostra e y é a saída do sistema. O mapa de Lozi apresenta um atrator caótico quando $P = 1,8$ e $Q = 0,4$.

4. Aplicações e resultados de simulação

O procedimento de análise dos resultados obtidos nos problemas de identificação não-linear é dividido nas seguintes etapas: (i) obtenção dos dados do sistema dinâmico (dados de entrada e saída do estudo de caso), (ii) escolha da estrutura utilizada para representar o modelo (modelo nebuloso de *TSK*), (iii) determinação de um procedimento de otimização adequado para o tratamento do modelo do processo, (iv) estimação dos parâmetros do modelo matemático (*fase de estimação*), e (v) a validação do modelo matemático (*fase de validação ou de testes*).

O critério de desempenho avaliado é a soma do erro quadrático, *ISE*, entre a saída real, $y(t)$, e saída estimada, $\hat{y}(t+1)$, do sistema dinâmico a ser identificado para as amostras avaliadas nas fases de estimação e validação.

4.1. Estudo de Caso 1: Fornalha de Gás

Os resultados obtidos para o modelo nebuloso de *TSK* com otimização através do método simplex (Nelder & Mead, 1965) (parte antecedente) e técnica dos mínimos quadrados (parte conseqüente) são apresentados na tabela 1 para o sistema da fornalha de gás de Box e Jenkins.

Tabela 1: Resultados obtidos através do sistema nebuloso de *TSK* para o estudo de caso 1 (Box e Jenkins) com duas entradas ($u(t)$, $y(t-1)$) e uma saída $y(t)$.

fp^*	fase de estimação (aprendizado) amostras 1 a 200				fase de validação (generalização) amostras 201 a 296			
	ISE	erro máximo	erro médio	desvio padrão do erro	ISE	erro máximo	erro médio	desvio padrão do erro
2	69,7902	1,8025	0,0094	0,5921	40,7284	2,0184	-0,0047	0,6547
3	14,6018	0,8146	-0,0020	0,2709	6,7129	0,9220	0,0013	0,2655
4	0,9098	0,2784	0,0021	0,0676	0,6633	0,3440	-0,0044	0,0834
5	0,3559	0,1549	0,0022	0,0422	0,2393	0,2019	-0,0047	0,0500
6	0,0771	0,0843	$9,468 \times 10^{-4}$	0,0197	0,0191	0,0466	-0,0020	0,0141
7	0,1807	0,1379	0,0022	0,0301	0,1056	0,1331	-0,0044	0,0330
8	0,1391	0,0857	0,0026	0,0263	0,0989	0,1391	-0,0053	0,0318
9	0,0614	0,0897	$8,731 \times 10^{-4}$	0,0175	0,0289	0,0760	-0,0023	0,0173
10	0,0034	0,0104	$-5,131 \times 10^{-4}$	0,0041	0,0014	0,0139	-0,0010	0,0038
11	0,0013	0,0061	0,0022	0,0013	$-7,747 \times 10^{-4}$	0,0097	0,0022	0,0018
12	0,0538	0,0181	0,0164	$9,808 \times 10^{-4}$	0,0246	0,0180	0,0159	0,0013
13	0,0033	-0,0011	-0,0040	$6,779 \times 10^{-4}$	0,0016	$-9,495 \times 10^{-4}$	-0,0040	$7,717 \times 10^{-4}$
14	0,0131	0,0099	0,0081	$6,372 \times 10^{-4}$	0,0062	0,0095	0,0080	$5,901 \times 10^{-4}$
15	0,0029	0,0057	0,0038	$-6,317 \times 10^{-4}$	0,0015	0,0041	0,0038	$5,910 \times 10^{-4}$

* número de funções de pertinência para cada entrada (isto é, $u(t)$, $y(t-1)$) do sistema nebuloso de *TSK*.

Observa-se que a partir de cinco funções de pertinência para cada entrada o sistema nebuloso de *TSK* apresentou erro máximo menor que 0,2019 tanto para as fases de estimação quanto validação. Nas figuras 5, 6 e 7 são apresentados os resultados obtidos com o sistema nebuloso de *TSK* para o caso de Box e Jenkins com 5, 10 e 15 funções de pertinência para cada entrada, respectivamente. Nota-se pelas figuras 5 a 7 que não houve diferença visual entre a saída real de Box e Jenkins e a saída estimada pelo sistema nebuloso de *TSK*. Entretanto, através dos gráficos de erro também apresentados nas figuras 5 a 7 pode-se observar esta diferenciação.

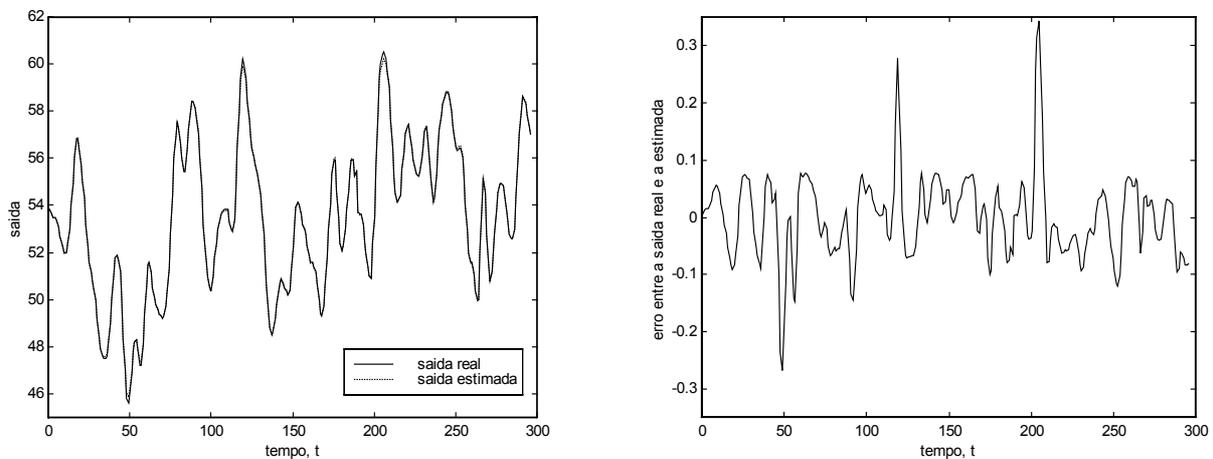


Figura 5. Resultados da previsão do modelo de Box e Jenkins com otimização do modelo de *TSK* via método simplex e algoritmo dos quadrados mínimos (5 funções de pertinência para cada entrada do sistema nebuloso).

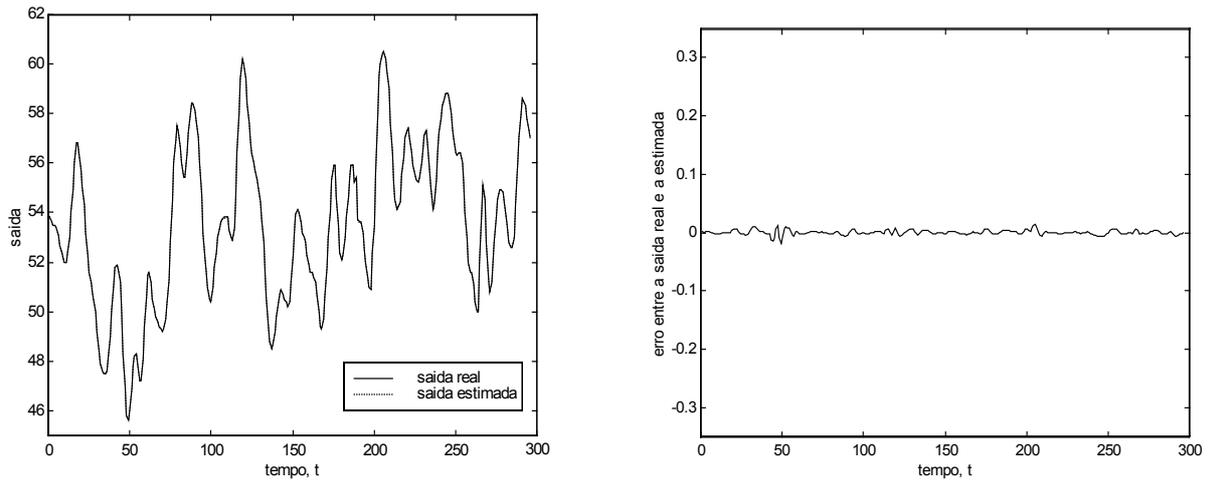


Figura 6. Resultados da previsão do modelo de Box e Jenkins com otimização do modelo de TSK via método simplex e algoritmo dos quadrados mínimos (10 funções de pertinência para cada entrada do sistema nebuloso).

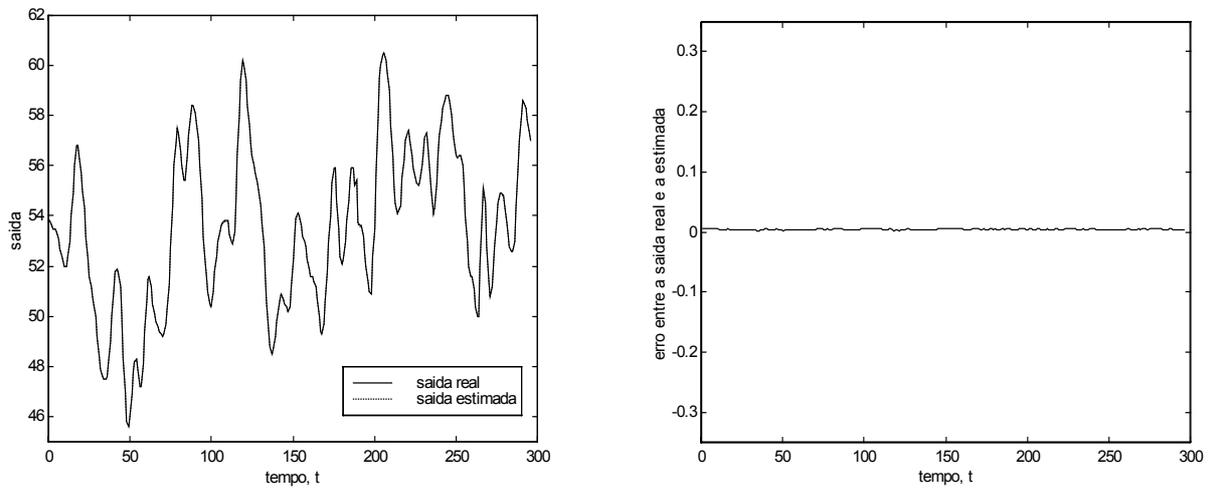


Figura 7. Resultados da previsão do modelo de Box e Jenkins com otimização do modelo de TSK via método simplex e algoritmo dos quadrados mínimos (15 funções de pertinência para cada entrada do sistema nebuloso).

4.2 Estudo de caso 2: Mapa de Lozi

O número de amostras avaliado para o caso do mapa de Lozi é de 200 amostras, sendo que 100 são utilizadas nos experimentos de estimação do modelo nebuloso e outras 100 amostras para os experimentos de validação do modelo obtido. As condições iniciais adotadas são nulas, ou seja, $y(0) = 1$ e $y(1) = 0$. Na figura 6 são apresentados os resultados obtidos com o SN-TSK, $\hat{y}(t + 1)$, para identificação da saída real do mapa de Lozi, $y(t)$. As duas entradas utilizadas para o SN-TSK foram $\{y(t - 1), y(t)\}$, enquanto a saída é dada por $\hat{y}(t + 1)$.

Tabela 2: Resultados obtidos para um número diferente de funções de pertinência (fp) através do sistema nebuloso de TSK para o mapa de Lozi (usando como entradas: $y(t-1)$ e $y(t-2)$ e saída: $y(t)$)

fp	fase de estimação (aprendizado)				fase de validação (teste)			
	ISE	erro máximo	erro médio	desvio padrão do erro	ISE	erro máximo	erro médio	desvio padrão do erro
4	6,9024	0,6357	-0,0175	0,2635	5,1976	0,6659	0,0160	0,2309
5	2,7478	0,3913	-0,0037	0,1666	2,1185	0,3913	0,0042	0,1477
9	1,1431	0,3631	$-9,6 \times 10^{-4}$	0,1074	0,7896	0,2533	0,0010	0,0902
10	0,8955	0,2911	$-2,5 \times 10^{-4}$	0,0951	0,6952	0,2458	$3,1 \times 10^{-4}$	$3,0 \times 10^{-4}$
15	0,6313	0,3133	-0,0016	0,0780	0,4989	0,1727	0,0015	0,0641
20	0,2041	0,1281	-0,0019	0,0422	0,1813	0,1302	-0,0031	0,0438

Nas figuras 8 a 11 são apresentados os resultados obtidos com o sistema nebuloso de *TSK* para o caso do mapa de Lozi com 5, 10, 15 e 20 funções de pertinência para cada entrada, respectivamente. Nota-se pelas figuras 8 a 11 que não houve diferença visual entre a saída real do mapa de Lozi e a saída estimada pelo sistema nebuloso de *TSK*. Entretanto, através dos gráficos de erro também apresentados nas figuras 8 a 11 pode-se observar esta diferenciação com maior clareza.

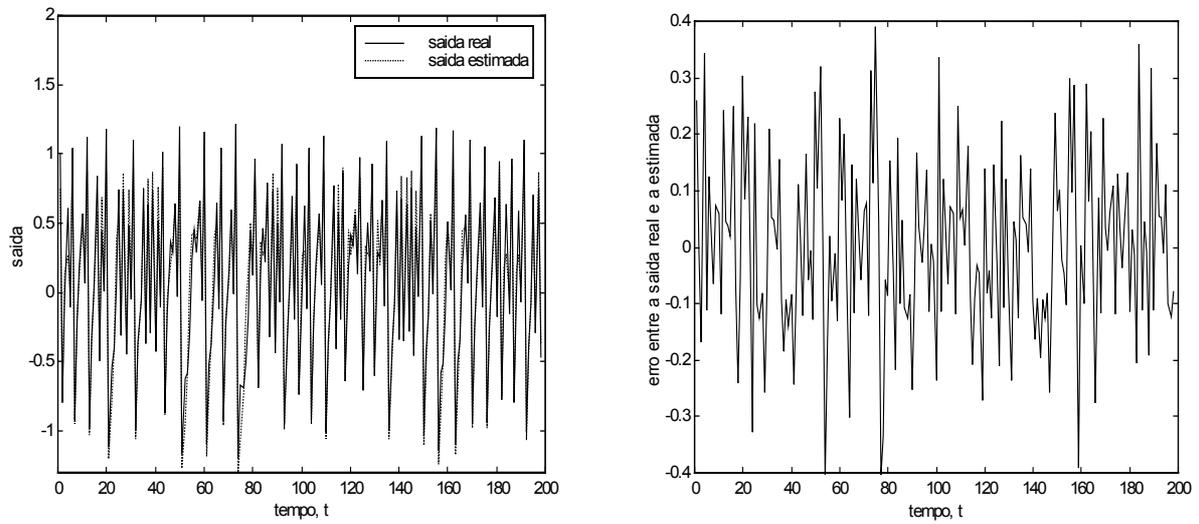


Figura 8. Resultados da previsão do mapa de Lozi com otimização do modelo de *TSK* via método simplex e algoritmo dos quadrados mínimos (5 funções de pertinência para cada entrada do sistema nebuloso).

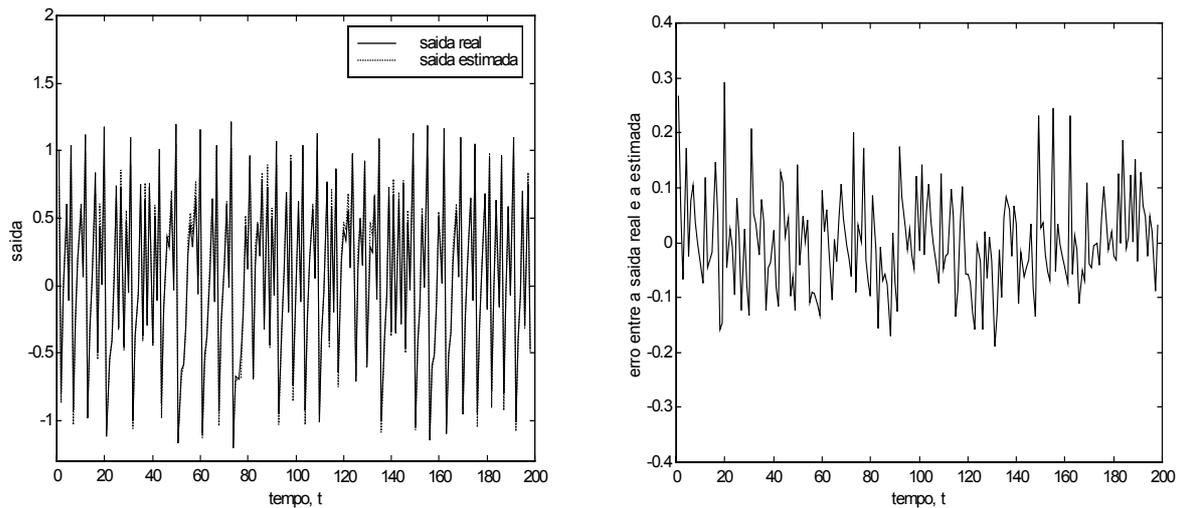


Figura 9. Resultados da previsão do mapa de Lozi com otimização do modelo de *TSK* via método simplex e algoritmo dos quadrados mínimos (10 funções de pertinência para cada entrada do sistema nebuloso).

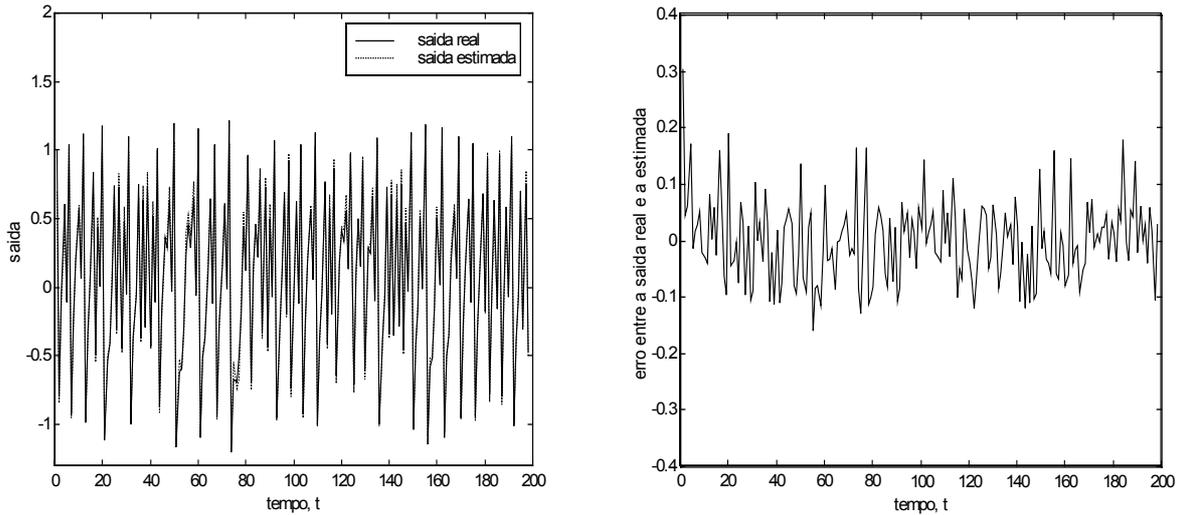


Figura 10. Resultados da previsão do mapa de Lozi com otimização do modelo de *TSK* via método simplex e algoritmo dos quadrados mínimos (15 funções de pertinência para cada entrada do sistema nebuloso).

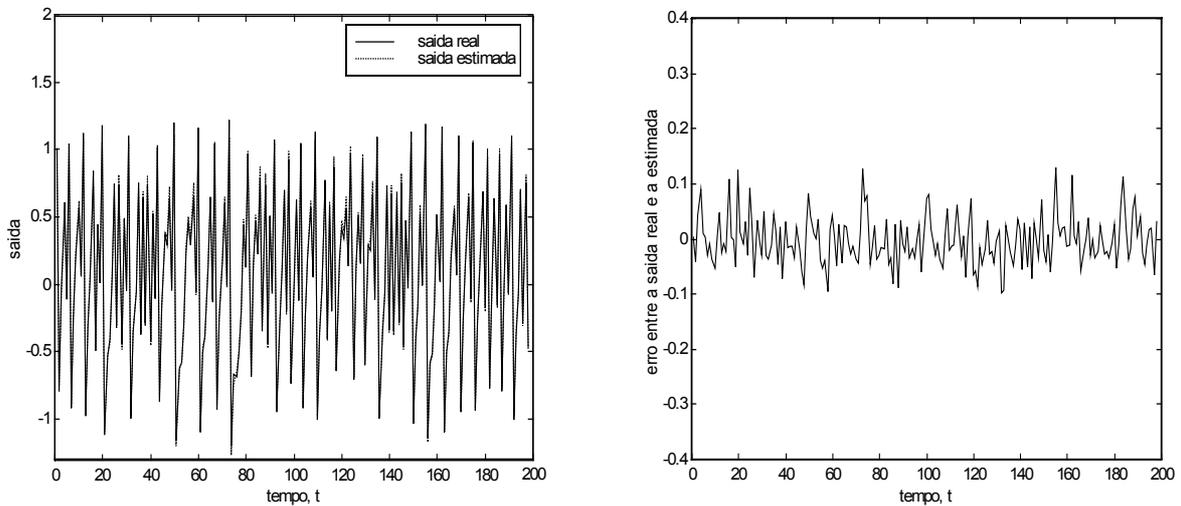


Figura 11. Resultados da previsão do mapa de Lozi com otimização do modelo de *TSK* via método simplex e algoritmo dos quadrados mínimos (20 funções de pertinência para cada entrada do sistema nebuloso).

Os resultados para o sistema nebuloso de *TSK* com método simplex e técnica dos mínimos quadrados foram adequados para a identificação dos dois estudos de caso. Os resultados obtidos mostram a robustez do sistema nebuloso de *TSK* na previsão das séries temporais. Entretanto, alguns questionamentos podem ser realizados. A solução do problema de seleção estrutural que está presente em um sistema nebuloso de *TSK* depende dos valores atribuídos para os centros da função de base, em termos de quantidade e posição. Neste caso, a estratégia evolutiva com operador de mutação adaptativo mostrou-se promissora, apresentando uma minimização do critério de desempenho *ISE* adequada para os dois estudos de caso. Em síntese, existe um compromisso entre o número de centros selecionados (parâmetro de projeto) e a qualidade de aproximação do sistema nebuloso de *TSK* para a previsão de séries temporais.

5. Conclusões

Neste artigo é tratada a aplicação de sistemas nebulosos do tipo *TSK* em problemas de identificação de sistemas complexos. O sistema nebuloso de *TSK* com otimização através do algoritmo simplex de Nelder e Mead (parte antecedente) e método dos quadrados mínimos (parte conseqüente) foi avaliado em dois estudos de casos: (i) previsão da concentração de CO_2 dos dados da fornalha de gás de Box e Jenkins, e (ii) previsão do comportamento dinâmico do mapa de Lozi.

Os resultados obtidos são encorajadores e serviram para constatar-se que o sistema nebuloso de *TSK* com otimização evolutiva constitui-se de uma ferramenta promissora em aplicações de previsão de séries temporais e mapeamentos não-lineares. Estas aplicações estão presentes em análise de sistemas térmicos, mercado financeiro, identificação de sistemas produtivos e algoritmos de controle adaptativo indireto.

O sistema nebuloso de *TSK* apresentou potencialidades para a previsão de séries temporais devido a sua capacidade de aproximar funções não-lineares e eficiência do aprendizado, possibilitando a obtenção de resultados promissores.

Entretanto, necessita-se de estudos mais aprofundados quanto aos aspectos de aprimoramento das capacidades de interpolação, generalização e aprendizado do sistema nebuloso de *TSK* para a previsão de séries temporais e identificação de sistemas não-lineares. Entre os aspectos que devem ser considerados em futuros trabalhos devem-se mencionar alguns relevantes, tais como: (i) análise do comportamento do sistema nebuloso para horizontes de previsão de tempo maiores; e (ii) a influência da ordem e atraso de transporte do sistema dinâmico no desempenho do projeto do sistema nebuloso de *TSK*.

6. Referências

- Bersini, H., Bontempi, G. and Decaestecker, C., 1995, "Comparing RBF and Fuzzy Inference Systems on Theoretical and Practical Basis", Proceedings of the Int. Conf. on Artificial Neural Networks, Paris, Vol. 1, pp. 169-174.
- Box, G., Jenkins, G. and Reinsel, G., 1994, "Time Series Analysis, Forecasting and Control", 3rd ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Branco, P. J. C. and Dente, J. A., 1997, "Fuzzy Systems Modelling in Practice", Proceedings of the 7th International Fuzzy Systems Association World Congress, IFSA'97, Prague, Czech Republic, Vol. II, pp. 360-365.
- Chen, G., Chen, Y. and Ogmen, H., 1997, "Identifying Chaotic Systems via a Wiener-type Cascade Model", IEEE Control Systems, Vol. 17, No. 5, pp. 29-36.
- Chuang, C. C., Su, S. F. and Chen, S. -S., 2001, "Robust TSK Fuzzy Modeling for Function Approximation with Outliers", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 9, No. 6, pp. 810-821.
- Farghal, S. A., Kandil, M. S. and Elmitwally, A., 2002, "Quantifying Electric Power Quality via Fuzzy Modelling and Analytic Hierarchy Processing", IEE Proceedings-Electric Power Applications, Vol. 149, No. 1, pp. 44-49.
- Hojati, M. and Gazor, S., 2002, "Hybrid Adaptive Fuzzy Identification and Control of Nonlinear Systems", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 10, No. 2, pp. 198-210.
- Huanguang, Z. and Yongbing, Q., 2001, "Modeling, Identification, and Control of a Class of Nonlinear Systems", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 9, No.2, pp. 349-354.
- Jang, J. -S. R. and Sun, C. -T., 1993, "Functional Equivalence Between Radial Basis Function Networks and Fuzzy Inference Systems", IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 4, No. 1, pp. 156-159.
- Nash, J. C., 1990, "Compact Numerical Methods for Computers", Adam Hilger, NY.
- Nelder, J. A. and Mead, R., 1965, "A Simplex Method for Function Minimisation", Computer J., Vol. 7, pp. 308-313.
- Park, B. A., Pedrycz, W. and Oh, S. -K., 2001, "Identification of Fuzzy Models with the Aid of Evolutionary Data Granulation", IEE Proceedings-Control Theory and Applications, Vol. 148, No. 5, pp. 404-416.
- Pomares, H., Rojas, I., Gonzalez, J. and Prieto, A., 2002, "Structure Identification in Complete Rule-based Fuzzy Systems", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 10, No. 3, pp. 349-359.
- Sugeno, M. and Kang, G. T., 1988, "Structure Identification of Fuzzy Model", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 28, pp. 15-33.
- Takagi, T. and Sugeno, M., 1985, "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 15, No. 1, pp. 116-132.
- Wu, A. and Tam, P. K. S., 1999, "A Simplified Model of Fuzzy Inference System Constructed by using RBF Neurons", Proceedings of IEEE International on Fuzzy Systems Conference, Vol. 1, Seoul, Korea, pp. 50-54.
- Ying, H., 1998, "General SISO Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Linear Rule Consequent are Universal Approximators", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 4, pp. 582-587.
- Zeng, X. -J. and Singh, M. G., 1995, "Approximation Theory of Fuzzy Systems — MIMO Case", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 3, No. 2, pp. 219-235.

7. Direitos autorais

FUZZY SYSTEM APPLIED TO SYSTEMS IDENTIFICATION: FUNDAMENTALS AND CASE STUDIES

Leandro dos Santos Coelho

LAS/PPGEPS -Laboratório de Automação e Sistemas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-030, Curitiba, PR, Brasil

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus Torres, Universidade Tuiuti do Paraná
Av. Comendador Franco, 1860, CEP 80215-090, Curitiba, PR, Brasil
lscuelho@rla01.pucpr.br

Abstract. This paper presents the design of a Takagi-Sugeno-Kang fuzzy system based on simplex method for optimization for the antecedent part and least mean square for consequent part design. The fuzzy system is evaluated in two case studies: (i) prediction of CO₂ concentration of Box and Jenkins gas furnace data, and (ii) prediction of chaotic system with maps involving non-differentiable functions called Lozi map. Simulations present the estimation and validation procedures of dynamic models obtained by fuzzy system. The simulation results indicate that the fuzzy system of Takagi-Sugeno-Kang is attractive to applications of nonlinear identification, prediction of time series and design of advanced control algorithms.

Keywords. fuzzy system, nonlinear identification, dynamic systems, artificial intelligence.