

ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DA SOLIDIFICAÇÃO DIRECIONAL

Antonio Flavio Aires Rodrigues

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Programa de Pós Graduação da Engenharia Mecânica
Rua Sarmento Leite, 425 – Porto Alegre – RS – 90050-170
rodrigues_aflavio@ig.com.br

Horácio Antonio Vielmo

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – GESTE - Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Sarmento Leite, 425 – Porto Alegre – RS – 90050-17
vielmo@mecanica.ufrgs.br

Milton Antônio Zaro

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Programa de Pós Graduação da Engenharia Mecânica
Rua Sarmento Leite, 425 – Porto Alegre – RS – 90050-17
zaro@mecanica.ufrgs.br

Marcus Vinicius de Andrade Bianchi

marcus_bianchi@yahoo.com

Resumo. *O presente trabalho apresenta uma análise da solidificação unidirecional a partir de um estudo experimental e numérico. A fim de possibilitar a visualização do processo são evitadas as altas temperaturas. Desta forma, materiais com baixo ponto de fusão, abaixo de 50°C, translúcidos e transparentes, são fundidos e solidificados em um solidificador direcional de forma cilíndrica. Visando um processo de solidificação controlado por difusão pura, este solidificador é resfriado pela sua base. São obtidos no experimento os campos de temperatura, além da posição da interface sólido-líquido ao longo do tempo. Na simulação numérica do processo é resolvida a equação da energia, formulada em termos da entalpia usando uma malha fixa. Os resultados são comparados e analisados de modo a validar a simulação, que passa assim a servir para a investigação de outras situações de interesse no âmbito da fusão-solidificação.*

Palavras chave: *mudança de fase, método da entalpia, solidificação, volumes finitos.*

1. Introdução

Os problemas de transferência de calor com mudança de fase, em geral, e particularmente a solidificação, caracterizam-se por possuírem uma fronteira que se desloca com o tempo.

As primeiras soluções de problemas envolvendo fronteira livre remontam a meados do século passado (Neumann, 1860; Stefan, 1891). Nestes primeiros tempos a motivação dava-se em parte a nível puramente matemático, por constituírem-se em interessantes problemas com domínio variável e em parte pela sua aplicabilidade a problemas de congelamento do mar e de águas subterrâneas. Estas primeiras formulações deram origem a famílias de problemas clássicos, ou seja, problemas de Stefan e de Neumann, com soluções analíticas da equação de Fourier para fronteira livre.

Nestas primeiras formulações do problema era resolvida somente a equação da difusão do calor, em forma transiente e uma dimensão. As necessidades no campo da metalurgia exigiram, entretanto a solução de problemas mais complexos, especialmente no caso da solidificação de ligas metálicas, onde além do processo de difusão de calor tem-se difusão de massa e de quantidade de movimento (Viskanta, 1988). A complexidade do fenômeno exigiu a adesão de pesquisadores de áreas afins, como as Ciências Térmicas. Em 1977 já era obtida a primeira solução de uma formulação incorporando o movimento da fase líquida (Sparrow et al., 1977).

O processo de solidificação de metais ou materiais de mudança de fase, também chamados de PCM (Phase Change Materials), é um processo em regime transiente, envolvendo a remoção de calor em forma latente para que ocorra a solidificação, e a evolução da interface sólido-líquido.

O conhecimento da cinética da solidificação e da distribuição de temperaturas durante o processo é extremamente importante. A busca pelo conhecimento deste processo motivou várias investigações, de caráter tanto numérico como experimental.

No Brasil o problema da solidificação vem sendo abordado sob o ponto de vista da sua aplicação no processo de fabricação por fundição (Müller, 1994), experimentação (Zaro, 1992), e simulação computacional (Garcia e Prates, 1978; Vielmo, 1993; Braga, 1993; Awruch e Reitz, 1993; Awruch e Reitz, 1994; Milón e Braga, 2000; Souza e Vielmo, 2000; Jesus e Ismail, 2000).

2. Equação Governante

O experimento que será descrito neste trabalho foi concebido para ser controlado por difusão pura, a fim de evitar os efeitos da convecção durante o processo de solidificação. Então, visto que não há escoamento, somente a equação de conservação de energia em sua forma difusiva pura necessita ser resolvida. O modelo usado aqui é baseado nas seguintes hipóteses:

1. processo é unidimensional e transiente;
2. as propriedades termofísicas de cada fase são isotrópicas e independentes da temperatura, podendo variar de fase para fase;
3. a fase sólida é rígida, e da mesma forma que a líquida, não se movimenta;
4. as fases se encontram em equilíbrio termodinâmico.

Para o problema da solidificação unidirecional de uma substância pura, em um domínio cartesiano, a equação da energia com as hipóteses assumidas resulta

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (1)$$

onde T é a temperatura, h é a entalpia específica, ρ é a densidade (massa específica), t é o tempo, e k é a condutividade térmica.

No problema, tem-se, ainda, duas variáveis dependentes, h e T . O método numérico adotado no presente trabalho é o de Cao et al., 1989.

O método consiste em transformar a equação da energia em uma equação não linear com uma única variável dependente h . Assim, resolver um problema de mudança de fase é equivalente a resolver uma equação não linear em entalpia.

3. Modelo Numérico

O método numérico escolhido para gerar soluções é o método da entalpia. Que consiste em reformular a equação da energia em uma única equação em termos de entalpia. A entalpia é usada como uma variável dependente junto com a temperatura (Ózisik, 1993; Lewis e Roberts, 1987). Este método é chamado o método de entalpia ou também de formulação fraca. Detalhes do método da entalpia são dados por um grande número de autores, como Shamsundar e Sparrow, 1975; Crowley, 1978; Voller e Cross, 1981a; Voller e Cross, 1981b; Voller e Cross, 1983; Tacke, 1985; Voller et al., 1987; Cao et al., 1989. O degraú promovido pela formulação em entalpia, que é o calor latente de mudança de fase, remove a necessidade de localizar a fronteira de mudança de fase (em termos de energia, valor acima do calor latente significa região de líquido, valor abaixo região de sólido) e assim simplifica qualquer método numérico de solução.

Contudo, a discretização de Diferenças Finitas padrão para o método da entalpia tem uma tendência a oscilações numéricas na temperatura e na posição da frente de mudança de fase, conforme Voller et al., 1979; Voller e Cross, 1981a e 1983; Crowley e Ockendon, 1979.

As vantagens da formulação em entalpia são que o problema a ser resolvido é formulado sobre uma malha fixa. Não é necessária modificação no esquema numérico a fim de satisfazer as condições na interface móvel de mudança de fase. Também é de fácil implementação (Crowley, 1978). Isto pode ser estendido para problemas multidimensionais, e para solidificação de ligas.

Os métodos de entalpia mais atuais propostos por Cao et al., 1989; Voller et al., 1990, são flexíveis e podem tratar com problemas de mudança de fase ocorrendo tanto em uma única temperatura como sobre uma faixa de temperaturas.

A Fig. (1) apresenta o diagrama $h \times T$ para uma substância pura sendo T_m a temperatura de mudança de fase e L_f o calor latente de mudança de fase.

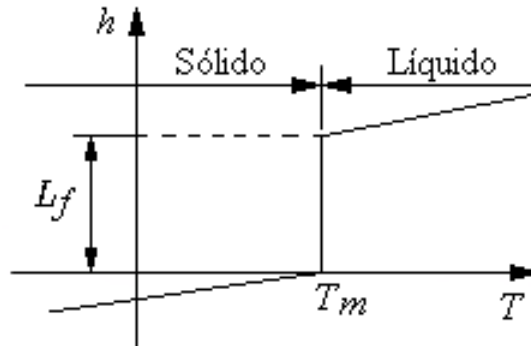


Figura 1. Diagrama $h \times T$ para uma substância pura.

Demais detalhes do método da entalpia podem ser encontrados nos trabalhos Cao et al., 1989, Vielmo, 1993 e Rodrigues, 2001.

3.1. Método Numérico

Obtida a equação diferencial, parte-se agora para o método numérico a fim de resolver esta equação diferencial em derivadas parciais, Eq. (2), que é parabólica no tempo e elíptica no espaço.

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Gamma h) + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}, \quad \Gamma = \Gamma(h), \quad S = S(h) \quad (2)$$

onde $\Gamma(h)$ é o coeficiente de difusão térmica e $S(h)$ o termo fonte da equação, dados por

$$\Gamma(h) = \frac{k_s}{c_{p_s}} \text{ e } S(h) = 0 \text{ para } h \leq 0, \quad (\text{fase sólida}) \quad (3)$$

$$\Gamma(h) = 0 \text{ e } S(h) = 0 \text{ para } 0 < h < L_f, \quad (\text{interface}) \quad (4)$$

$$\Gamma(h) = \frac{k_l}{c_{p_l}} \text{ e } S(h) = \frac{-k_l L_f}{c_{p_l}} \text{ para } h \geq 0, \quad (\text{fase líquida}) \quad (5)$$

onde k_s e k_l são as condutibilidades térmicas referente as fases sólida e líquida e c_{p_s} e c_{p_l} são os calores específicos das fases sólida e líquida.

Esta equação é discretizada pelo Método dos Volumes Finitos, conforme apresentado em Patankar, 1980; Maliska, 1995; Versteeg e Malalasekera, 1995 e Ferziger e Peric, 1997. Resultante desta discretização surge um sistema de equações algébricas lineares a resolver.

3.2. Solução do Modelo Matemático

O transiente do problema estudado demanda um esquema de evolução no tempo. O procedimento de determinar os valores das variáveis físicas em um dado instante de tempo, para as equações algébricas e com conhecimento dos valores em um passo de tempo anterior, é repetido para passos de tempo sucessivos.

O conjunto de equações algébricas obtidas pelo procedimento de discretização foi resolvido usando TDMA (*TriDiagonal Matrix Algorithm*), com correção em bloco ao longo do domínio dimensional.

O procedimento iterativo para calcular o campo da entalpia para cada passo de tempo é executado até que o critério de convergência seja satisfeito. O critério usado requer que $\varepsilon \leq 10^{-7}$ sendo ε dado por

$$\varepsilon = \left| \frac{h_P - h_P^o}{h_P^o} \right|, \quad (6)$$

Como a solução no tempo é totalmente implícita, havendo não linearidades, são necessárias iterações a cada passo de tempo, conforme o algoritmo abaixo:

1. Fazer com que h^k represente o campo de h existente no início das k th interações.
2. Destes valores, calcular valores tentativos de Γ e S de acordo com as relações deles com h , usando equações (3), (4) e (5).
3. Resolver o conjunto de equações lineares discretizadas para adquirir os novos valores de h^{k+1} .
4. Retornar para passo 2 e repetir o processo até que iterações deixem de produzir qualquer mudança significativa nos valores de h .

4. Análise Experimental

O solidificador direcional concebido apresenta as seguintes características:

- material a ser solidificado já se encontra em estado líquido na temperatura ambiente, não necessitando fundi-lo previamente;
- a temperatura de mudança de fase fica próxima à temperatura ambiente, não necessitando isolamento térmico além das paredes do próprio cilindro que o contém, e de uma tampa superior;
- a medição da espessura de solidificação, assim como a da velocidade da frente de solidificação, é feita diretamente com a auxílio de uma filmadora.

Um esquema para o aparato experimental com todos componentes é mostrado na Fig. (2)

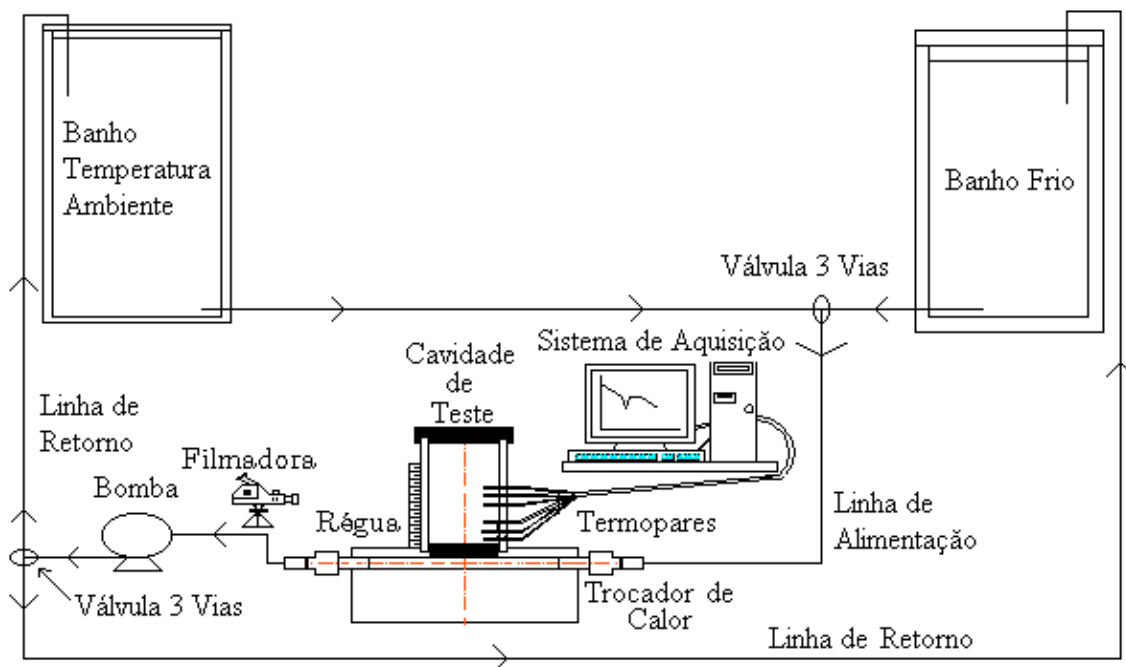


Figura 2. Detalhes do aparato experimental.

Os detalhes do sistema são descritos abaixo.

1. uma seção de teste cilíndrica com um trocador de calor na base e isolamento no topo.
2. sistema de medição de temperatura (termopares e sistema de aquisição).
3. bomba de circulação de água.
4. banhos de temperatura constante, um a temperatura ambiente e outro com água resfriada por gelo.
5. instrumentação para seguir a posição da interface durante a solidificação (régua e filmadora).

A cavidade de teste cilíndrica é preenchida com material de mudança de fase, MMF, neste caso o cyclohexanol. Na parte superior é colocada uma tampa de nylon technil a fim de isolá-la termicamente. As paredes verticais são de material transparente (Acrílico) o que possibilita a observação da evolução da interface sólido-líquido.

Vários fatores são importantes para a concepção de um experimento deste tipo. Como o visual e acesso mecânico da seção de teste, tempo de duração curto para rodar o experimento, acesso à instrumentação sem afetar significativamente os fenômenos físicos e mínima perda de calor para o ambiente.

A seção de teste onde é colocado o MMF tem diâmetro externo de 50mm, diâmetro interno de 44mm e altura de 50mm. Um desenho esquemático do conjunto da seção de teste é mostrado na Fig. (2). Também se apresenta uma vista de corte da seção de teste com alguns detalhes de construção mostrados na Fig. (3).

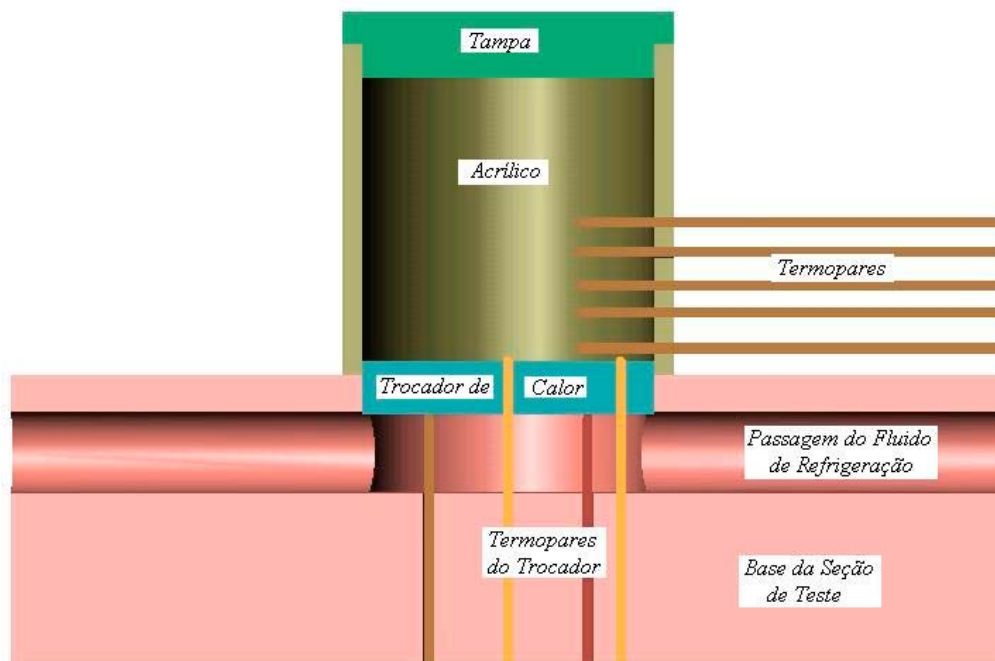


Figura 3. Seção de teste.

A seção de teste é montada sobre uma base cilíndrica de nylon technil, com diâmetro externo de 150mm e altura de 44mm. O trocador de calor é de alumínio com diâmetro externo de 43,9mm e altura de 8,1mm. Aloja-se na base de nylon technil em um rebaixo com 44mm de diâmetro e profundidade de 6mm. O fluido de circulação passa através dessa base, que forma um trocador de calor.

O fluido de circulação é proveniente de dois tanques, um com água na temperatura ambiente, a fim de homogeneizar o sistema, e outro, com água e gelo com a função de retirar calor do material de mudança de fase e provocando a solidificação deste. O fluido é transportado pelo sistema por mangueiras de borracha com dimensões de $\frac{1}{2}$ polegada, revestidas com isolamento de poliestireno.

O sistema hidráulico é composto por:

1. dois tanques: banho frio com 14 litros, e banho a temperatura ambiente, com 7 litros;
2. duas válvulas de 3 vias;
3. linhas de alimentação e de retorno;
4. bomba de circulação com vazão de $0,3 \text{ m}^3/\text{h}$.

O monitoramento das temperaturas dos banhos e trocador de calor é feito por seis termopares do tipo K (Chromel – Alumel) com diâmetro de 1,5mm. Em cada banho é colocado um termopar. Dois outros são colocados no trocador de calor, medindo a temperatura de passagem do fluido. Estes são espaçados de 12mm em relação ao centro, na direção do escoamento, a fim de verificar se os 2 pontos são isotérmicos. Os outros dois são colocados junto à interface metal-líquido ou metal-sólido (trocador de calor e material de mudança de fase), com a finalidade de medir a temperatura na face superior do trocador de calor. Estes dois termopares passam através do trocador de calor, um pelo centro e o outro a 17mm do centro, também na direção do escoamento. O objetivo novamente é verificar se o campo de temperaturas é isotérmico, uma vez que esta é uma condição de contorno utilizada na simulação numérica, mas não sendo condição necessária.

A vedação entre os termopares, bases, cavidade e trocador de calor é feita com borracha silicone.

O sistema de direcionamento de fluxo é composto por duas válvulas manuais de três vias, de diâmetro $\frac{1}{2}$ polegada, de bronze.

Para medir as temperaturas do MMF na cavidade, foram usados termopares do tipo K (Chromel – Alumel), com diâmetro de 1,5mm, num total de cinco, e dispostos conforme mostra a Fig. (3). Os termopares foram dispostos na seção de teste nas seguintes posições 2; 7,5; 11,5; 16,5 e 21mm.

Os detalhes do sistema são descritos abaixo.

4.1. Material de Mudança de Fase

O material de mudança de fase escolhido para o experimento foi com o cyclohexanol, devido ao fato de ser transparente, e também devido a sua temperatura de mudança de fase ficar em torno de 23°C (Jackson e Hunt, 1965). Na época dos testes, sob condições de temperatura ambiente ele se encontra no estado líquido, o que facilitou muito a concepção do experimento. O cyclohexanol em estado líquido, difere dos outros plásticos

crystalinos sendo que sua viscosidade ($\mu = 0,053$ [kg/ms]) é aproximadamente 20 vezes mais alta do que os outros plásticos cristalinos (Singh e Glicksman, 1989).

4.2. Propriedades Termofísicas

A dificuldade na obtenção das propriedades termofísicas, e as diferenças significantes de valor em relação às fontes, levam a incertezas nos resultados. Naturalmente o resultado da simulação é totalmente dependente das propriedades termofísicas usadas. A medição destas propriedades envolve técnicas experimentais difíceis, sendo as precisões da ordem de mais ou menos cinco por cento ou melhor (Overfelt, 1994).

A Tabela (1) apresenta as propriedades termofísicas do Cyclohexanol, Singh, et al., 1989.

Tabela 1. Propriedades termofísicas do cyclohexanol.

| T_m [°C] | ρ [kg/m ³] | α [m ² /s] | c_p [J/kgK] | k [W/mK] | hsf [J/kg] |
|------------|-----------------------------|------------------------------|---------------|------------|--------------|
| 23,9 | 965,0 | $0,62 \cdot 10^{-7}$ | 2065,69 | 0,12359 | 17486,02 |

4.3. Localização da Interface

A interface sólido-líquido é observada diretamente através das paredes da seção de testes, feita em acrílico. Uma régua graduada é colocada junto à parede vertical, para medir a posição da interface relativa ao fundo do cilindro (trocador de calor). A precisão dessas medidas é de ± 1 mm, tendo em vista que a régua graduada permite medidas de milímetro em milímetro. A observação visual revela que a interface é realmente plana, validando, portanto a hipótese assumida de solidificação unidirecional.

A posição da interface sólido-líquido é rastreada através de uma filmadora, e o desenvolvimento de cada experimento é gravado em uma fita cassete, sendo realizada uma edição posterior para obtenção dos dados.

4.4. Temperatura

Todas as temperaturas são medidas com termopares do tipo K (Chromel – Alumel), com diâmetro de 1,5mm, encapsulados em curto com a bainha a fim de oferecer uma resposta mais rápida ao sistema.

Os termopares são conectados por cabos de extensão a um computador, com conversor A/D e o sistema de aquisição de dados SAD32, desenvolvido no LMM-DEMEC-UFRGS. O conversor A/D utilizado foi o AXIOM AX5232, de 12 bits (4096 níveis), 32 canais, 100Hz, adotando uma faixa de utilização de ± 5 mV. No presente trabalho conta-se com a aquisição de dados por 12 termopares simultaneamente.

A incerteza na temperatura devido à posição dos termopares, que é $\pm 0,02$ mm, e também devido ao termopar possuir um diâmetro de 1,5mm precisa ser considerada. A partir deste diâmetro conclui-se que ele pode estar medindo em relação à posição desejada com um erro de $\pm 0,75$ mm. Assim $\pm 0,77$ mm de erro de posição tem que ser considerado.

4.5. Procedimento Experimental

O procedimento inicial consiste em preparar os banhos de temperatura ambiente e frio para dar início ao processo. Verificar o sistema de aquisição de dados, checar os termopares se estão devidamente ligados e medindo corretamente. Informar o valor da temperatura ambiente, lida no termômetro de bulbo, ao programa de aquisição de dados (SAD32). Colocar o material de mudança de fase na seção de teste e fechar bem, a fim de evitar sua umidificação. Ligar a bomba e colocar o fluido do tanque de temperatura ambiente em circulação, a fim de homogeneizar o sistema. Preparar a filmadora, zerando o indicador de tempo, para fazer o registro do experimento e permitir a análise posterior e o pós-processamento das imagens. Posicionar a escala adequadamente para medir a partir da parte superior do trocador.

Após checar todo o sistema se dá início ao processo comutando a válvula de três vias que fica na saída dos terminais dos dois banhos, posicionando esta para permitir a passagem do fluido proveniente do tanque frio. Neste mesmo instante de tempo o sistema de aquisição de dados e a filmadora começam a registrar o experimento. O fluido proveniente do tanque frio (fluido de refrigeração) passa através da seção de teste retirando calor do material de mudança de fase, possibilitando o início da solidificação. O fluido de refrigeração inicialmente, após passar pela seção de teste, retorna para o banho de temperatura ambiente, a fim de não aumentar a carga térmica do banho frio durante este transiente inicial. Logo após este transiente inicial é comutada a válvula de três vias de retorno, fazendo com que o fluido de refrigeração retorne ao banho frio. A temperatura deste é mantida pela fusão do gelo misturado com a água no seu interior.

Ao final da solidificação, parte-se para a análise do experimento com as imagens sendo digitalizadas. É realizada a análise das curvas obtidas pela aquisição de dados, processando-se e filtrando os dados.

5. Resultados e Discussões

Para geração dos resultados numéricos são usados os dados provenientes dos experimentos, como temperatura inicial de toda a seção de teste e temperatura da base ao longo do tempo (temperatura de refrigeração da base).

5.1. Posição da Interface

As figuras do experimento com relação à posição da interface ao longo do tempo serão apresentadas a seguir. As figuras foram digitalizadas a partir das imagens geradas pela filmadora em determinados instantes de tempo, na seqüência da evolução da solidificação.



Figura 4. Antes do início do processo de solidificação.



Figura 5. Início do processo de solidificação com pequena camada já solidificada.

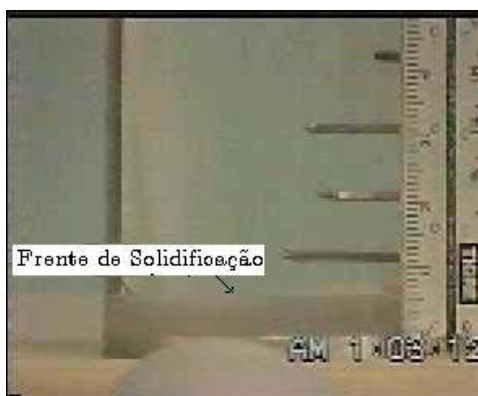


Figura 6. Início do processo de solidificação com pequena camada já solidificada.



Figura 7. Frente de solidificação entre o 1º e o 2º termopar



Figura 8. Frente de solidificação chegando no 2º termopar



Figura 9. Detalhe da frente de solidificação no 2º termopar

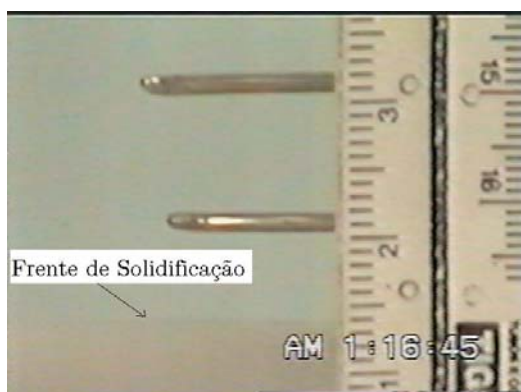


Figura 10. Detalhe da Frente de solidificação já envolvendo todo o 2º termopar



Figura. 11 Vista geral da seção de teste após 51 minutos e 34 segundos do início do experimento.

5.2. Comparação entre os Resultados Experimentais e Numéricos

Com os dados obtidos dos experimentos e as curvas geradas das simulações numéricas apresenta-se na Fig. (14) a posição da interface com o tempo. A simulação numérica apresenta uma boa concordância com o da experimental. Após um determinado tempo nota-se que a solidificação deixa de ser unidirecional (interface curva). Isto é devido ao fato da resistência térmica criada pela camada solidificada passar a ser da ordem da resistência térmica através das paredes laterais do cilindro. Como a simulação numérica é realizada em uma dimensão esta não tem condições de captar este fenômeno. Para fazê-lo basta adequar o software. Mas como não é objetivo neste momento devido ao fim desejado, que é a análise unidirecional, passa-se a apresentar os resultados somente para a região de interesse.

Os resultados gerados foram obtidos usando os seguintes dados relacionados abaixo.

A temperatura ambiente em torno de 22° C.

A temperatura inicial do sistema, entre 0 e 2mm, foi de $T_i=22^{\circ}\text{C}$. De 2mm até 21mm a temperatura é dada pela função $T_i=24,33 \cdot X^{0,016089}$ [°C], sendo X as coordenadas verticais, dadas em mm. A partir de 21mm $T_i=22,8^{\circ}\text{C}$. Estas temperaturas foram tiradas dos termopares conforme apresentado na tabela 2 abaixo.

Tabela 2. Temperatura nos termopares no início do experimento.

| Termopar | Posição [mm] | Temperatura [°C] |
|----------|--------------|------------------|
| 1° | 2 | 22 |
| 2° | 7,5 | 22,5 |
| 3° | 11,5 | 22,6 |
| 4° | 16,5 | 22,8 |
| 5° | 21 | 22,8 |

As propriedades termofísicas usadas foram retiradas de Singh, et all., 1989, conforme já apresentado na tabela 2.

A temperatura da água de refrigeração usada no experimento, que é condição de contorno da simulação numérica, foi obtida pelo termopar da base, e é apresentada no gráfico da Fig. (13). A partir de 250 segundos a temperatura se estabiliza num determinado patamar até o final do experimento.

Com o objetivo de efetuar comparações entre o modelo matemático e o experimental, devido à incerteza na posição dos termopares, torna-se necessário expressar esta incerteza também em temperatura. Uma maneira encontrada (Oliveski, 2000) foi a de utilizar os resultados encontrados na simulação numérica, uma vez que ela já mostrou-se correta, com o uso de malhas coincidindo com a posição dos termopares. A partir dos gradientes térmicos pode-se obter a incerteza na temperatura originada pela incerteza de posicionamento dos termopares. Este procedimento foi realizado para as posições de $x=2\text{mm}$, $7,5\text{mm}$ e $11,5\text{mm}$ considerando a posição do termopar e duas outras posições que delimitam a região de incerteza geométrica detalhes (Rodrigues, 2001).

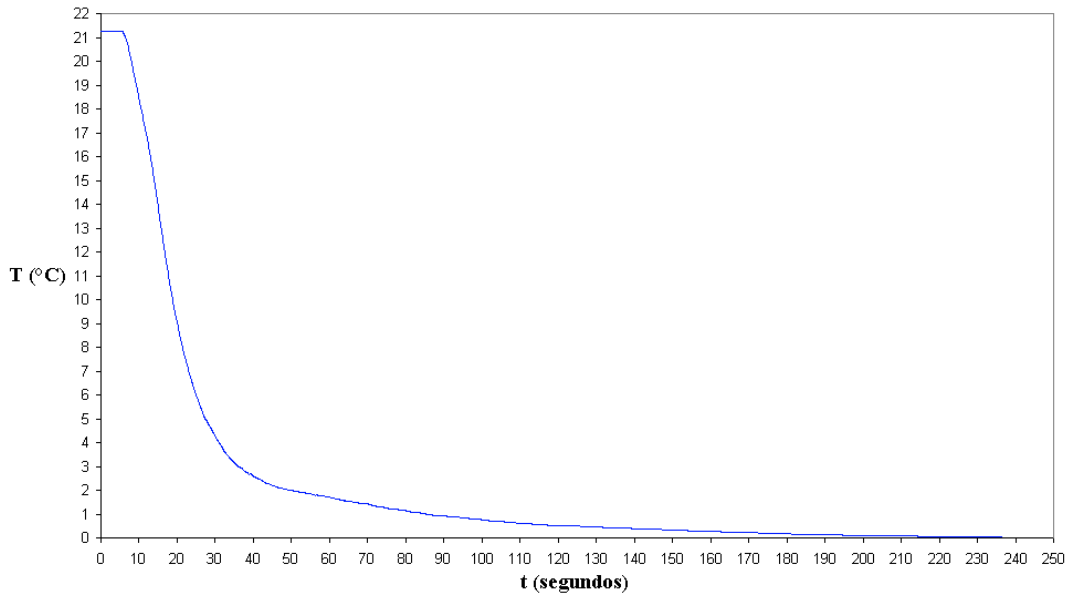


Figura 13. Curva da temperatura da água de refrigeração com o tempo.

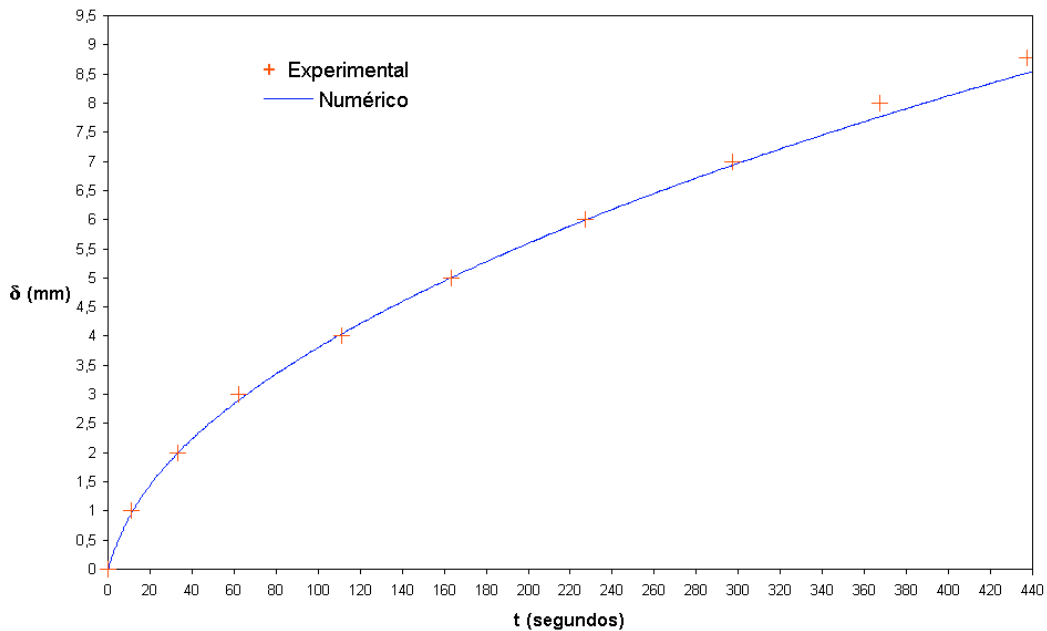


Figura 14. Posição da interface com o tempo (numérico versus experimental).

As Figuras (15), (16) e (17) mostram temperaturas num certo ponto, correspondente à posição de um certo termopar, ao longo do tempo com a barra de incerteza. Também constam os resultados numéricos.

Observou-se pela simulação uma incerteza em relação à posição, em termos de temperatura, para a região mais crítica, em torno de $\pm 2^{\circ}\text{C}$ (Fig. 15, tempo ≈ 250 s). Já para as posições menos sensíveis esta incerteza é de $\pm 1^{\circ}\text{C}$. Esta variação é devida à característica do problema, pois dentro da zona de incerteza geométrica pode-se ter tanto sólido quanto líquido.

Devido ao exposto acima, e levando em conta a concordância entre as soluções numéricas e as experimentais, esta barra de incertezas é adotada de agora em diante, entendendo-se que ela abarca inclusive as demais incertezas experimentais, por ser a maior delas.

A análise destes resultados, experimentais versus numéricos, mostra um comportamento muito próximo, coincidindo dentro da faixa de incerteza do experimento.

O ponto de inflexão corresponde à posição da interface sólido-líquido naquele instante.

Note-se que quanto maior o gradiente térmico maior a barra de incerteza associada. Isto deve-se à metodologia adotada para defini-la, conforme já foi descrito no presente trabalho. Em decorrência disto a barra de incerteza é menor na zona de sólido, que corresponde à região à esquerda do ponto de inflexão.

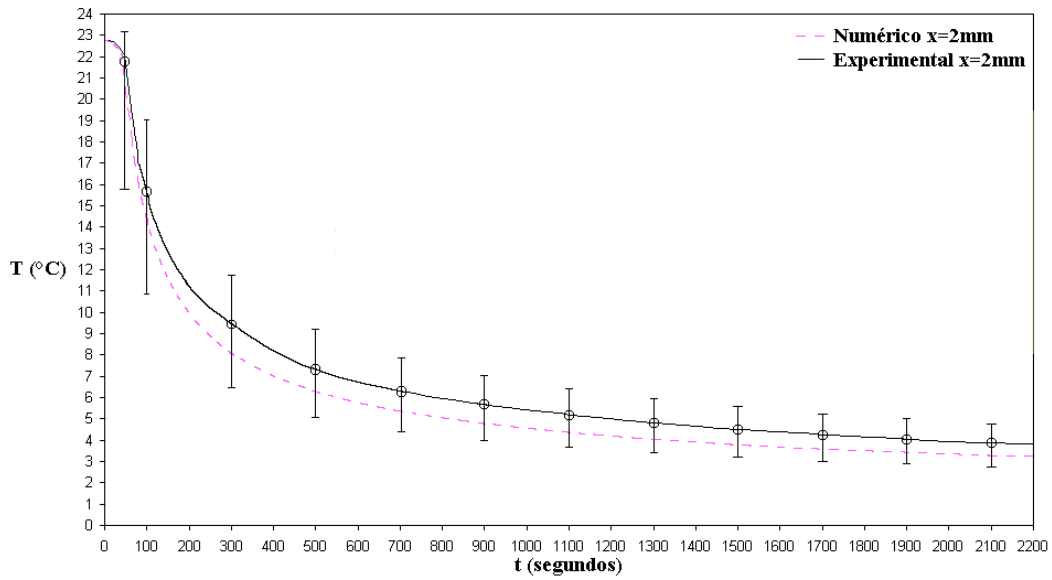


Figura 15. Evolução da temperatura para o 1º termopar com o tempo.

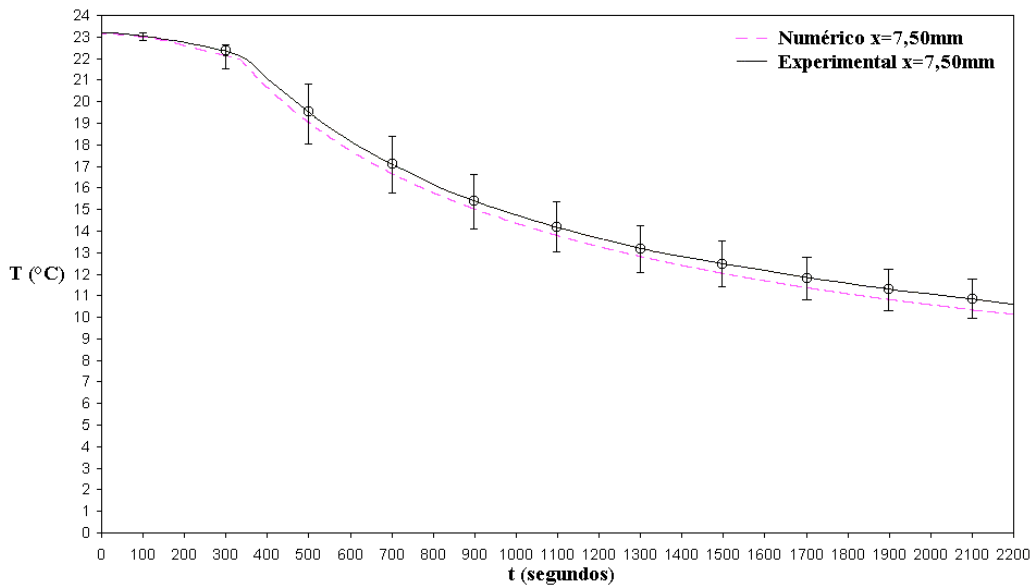


Figura 16. Evolução da temperatura para o 2º termopar com o tempo.

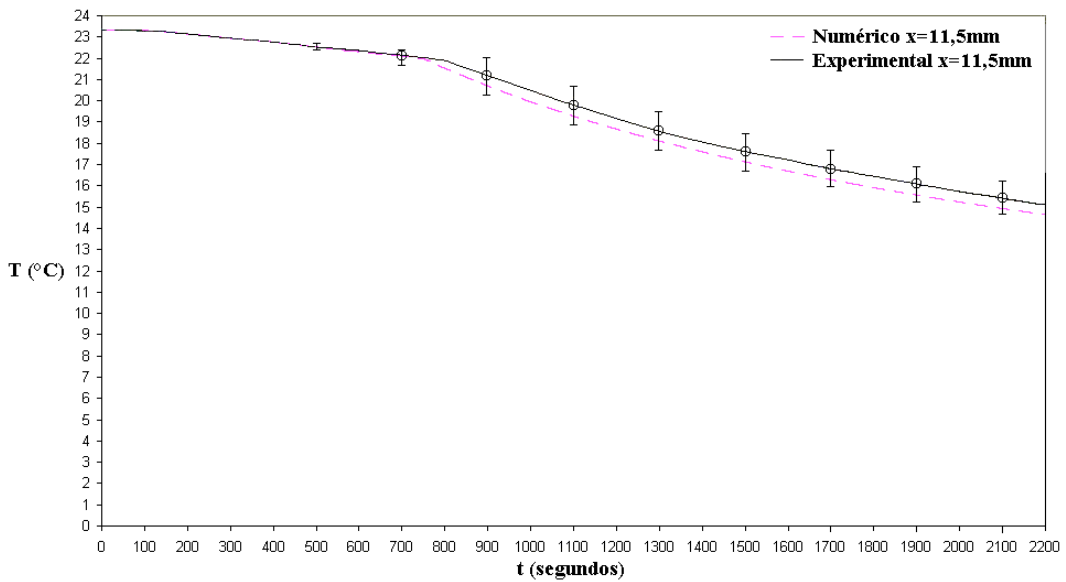


Figura 17. Evolução da temperatura para o 3º termopar com o tempo.

6. Conclusões

Os resultados das simulações numéricas e experimentais foram comparados, obtendo-se excelente concordância entre si. Sendo assim, estas metodologias de abordagem do fenômeno ficam validadas, e prontas para serem aplicadas a outros casos semelhantes.

Referente ao método da entalpia um método de fácil implementação computacional, não necessitando de nenhum artifício matemático a fim de satisfazer as condições na interface móvel de mudança de fase. Como o domínio de cálculo é discretizado com uma malha fixa, não é necessária a implementação de nenhuma formulação do tipo Lagrangeana, o que simplificou a implementação da metodologia numérica de Volumes Finitos.

Com relação ao experimento a solidificação ocorreu de forma unidirecional por boa parte do experimento. Este comportamento começou a mudar depois de decorrido um tempo significativo. Isto deveu-se à resistência térmica crescente imposta pela camada solidificada. O fluxo de calor através da parede lateral, que inicialmente era desprezível, passou pouco a pouco a ser considerável.

o objetivo do experimento foi alcançado, tanto na avaliação dos fenômenos como na comparação com a simulação numérica. A possibilidade de visualização dos fenômenos da solidificação, garantida pela seção de teste, demonstrou que mesmo sob concepção simples o aparato construído gerou ótimos resultados, comprovando as expectativas.

7. Agradecimentos

O desenvolvimento deste trabalho contou com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, através de uma bolsa de mestrado.

5. Referências

- Awruch, A.M., Reitz, R., 1993. "Heat Transfer with Phase Changes by an Enthalpy Formulation Using the Finite Element Method", XII COBEM – Congresso de Engenharia Mecânica, Brasília, Brasil, Anais, Vol. 2, pp. 589-592.
- Awruch, A.M., Reitz, R., 1994. "Simulação Numérica de Problemas de Solidificação usando o Método dos Elementos Finitos", Relatório de Pesquisa RP – 111/94, CPGEC/UFRGS.
- Braga, S.L., 1993. "Recuperação de Energia Armazenada sobre Forma de Calor", XII COBEM – Congresso de Engenharia Mecânica, Brasília, Brasil.
- Cao, Y., Faghri, A., Chang, W.S., 1989. "A Numerical Analysis of Stefan Problems for Generalized Multi-Dimensional Phase-Change Structures Using the Enthalpy Transforming Model", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 32, N° 7, pp. 1289-1298.
- Crowley, A.B., 1978. "Numerical Solution of Stefan Problems", Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 21, pp. 215-219.
- Crowley, A.B., Ockendon, J.R., 1979. "On the Numerical Solution of an Alloy Solidification Problem", Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 22, pp. 941-947.
- Ferziger, J.H. and Peric, M., 1997. "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer.
- Garcia, A., Prates, M., 1978. "Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals: I. Cooled Molds", Metallurgical Transactions B, Vol. 9B, pp. 449-457.
- Jesus, A. B., Ismail, K. A. R., 2000. "Comparison between Models for the Heat Transfer Fluid in Latent Heat Storage Systems", VIII Encontro Nacional de Ciências Térmicas - ENCIT, Porto Alegre, Brasil.
- Lewis, R.W., Roberts, P.M., 1987. "Finite Element Simulation of Solidification Problems", Applied Scientific Research, Vol. 44, pp. 61-92.
- Maliska, C.R., 1995. "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- Milón, J. J. G., Braga, S. L., 2000. "Termoacumulação com gelo em esferas", Mercofrio 2000, Porto Alegre, Brasil.
- Müller, A., 1994. "Interpretação das Curvas de Resfriamento de Metais Puros utilizando o Modelo de Schwarz", 1º Seminário de Modelamento, Simulação e Análise Térmica em Solidificação e Fundição, UFRGS, Porto Alegre, Novembro.
- Neumann, F., 1860. "Die Partiellen Differentialgleichungen der Mathematischen Physik", Cf. Riemann-Weber, ed. 5, 1912, Vol. 2, p.121.
- Oliveski, R.D.C., 2000. "Análise Numérica e Experimental dos Campos de Temperatura e Velocidade em Armazenadores Térmicos", Tese de Doutorado, PROMEC/UFRGS.
- Overfelt, T., 1994. "A Note on the Sensitivity of Solidification Models to Thermophysical Properties", Metallurgical and Materials Transactions B, Vol. 25B, February, pp. 154-157.
- Özsisik, M.N., 1993. "Heat Conduction", 2nd edn, Wiley Interscience, New York.
- Patankar, S.V., 1980. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York.
- Rodrigues, A.F.A., 2001. "Análise Numérica e Experimental da Solidificação Direcional", Dissertação de Mestrado, PROMEC/UFRGS.

- Shamsundar, N., Sparrow, E.M., 1975. "Analysis of Multidimensional Conduction Phase Change Via the Enthalpy Model", *Journal of Heat Transfer*, August, pp. 333-340.
- Singh, N.B., Glicksman, M.E., 1989. "Free Dendritic Growth in Viscous Melts: Cyclohexanol", *Journal of Crystal Growth*, Vol. 98, pp. 534-540.
- Souza, S. I. S., Vielmo, H. A., 2000. "Simulation of the Process of Melting of a MMF in Polar Geometry in the Presence of Natural Convection", VIII Encontro Nacional de Ciências Térmicas - ENCIT, Porto Alegre, Brasil.
- Sparrow, E.M., Patankar, S.V., Ramadhyani, S., 1977. "Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melt Region", *Journal of Heat Transfer*, November, pp. 520-526.
- Stefan, J., 1891. "Ueber die Theorie der Eisbildung, insbesondere yber die Eisbildung im Polarmeere", *Ann. Phys. u. Chem. (Wiederann) N.F.* 42, pp. 269-286.
- Tacke, K.-H., 1985. "Discretization of the Explicit Enthalpy Method for Planar phase Change", *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 21, pp. 543-554.
- Versteeg, H.K. & Malalasekera, W., 1995. "An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method", Longman Scientific & Technical.
- Vielmo, H.A., 1993. "Simulação Numérica da Transferência de Calor e Massa na Solidificação de Ligas Binárias", Tese de Doutorado, CPGEM/UFSC.
- Viskanta, R., 1988. "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1205-1219.
- Voller, V.R., Cross, M., 1981a. "Accurate Solutions of Moving Boundary Problems Using the Enthalpy Method", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 545-556.
- Voller, V.R., Cross, M., 1981b. "Estimating the Solidification/Melting Times of Cylindrically Symmetric Regions", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1457-1462.
- Voller, V.R., Cross, M., 1983. "An Explicit Numerical Method to Track a Moving Phase Change Front", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 26, pp. 147-150.
- Voller, V.R., Cross, M., Markatos, N.C., 1987. "An Enthalpy Method for Convection/Diffusion Phase Change", *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, pp. 271-284.
- Voller, V.R., Cross, M., Walton, P.G., 1979. "Assessment of Weak Solution Techniques for Solving Stefan Problems", In *Numerical Methods in Thermal Problems*, edited by R.W. Lewis and K. Morgan, Pineridge Press.
- Voller, V.R., Swaminathan, C.R., Thomas, B.G., 1990. "Fixed Grid Techniques for Phase Change Problems: A Review", *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 30, pp. 875-898.
- Zaro, M.A., 1992. "Controle de Qualidade On-Line de Fundidos via Análise Térmica: Ligas Al-Si", Tese de Doutorado, PPGEMM/UFRGS.

TITLE Experimental and Numeric Analysis of the Directional Solidification of Phase Change Material

Antonio Flavio Aires Rodrigues

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Programa de Pós Graduação da Engenharia Mecânica
Rua Sarmento Leite, 425 – Porto Alegre – RS – 90050-170
rodrigues_aflavio@ig.com.br

Horácio Antonio Vielmo

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – GESTE - Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Sarmento Leite, 425 – Porto Alegre – RS – 90050-170
vielmoh@mecanica.ufrgs.br

Milton Antônio Zaro

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Programa de Pós Graduação da Engenharia Mecânica
Rua Sarmento Leite, 425 – Porto Alegre – RS – 90050-170
zaro@mecanica.ufrgs.br

Marcus Vinicius de Andrade Bianchi

marcus_bianchi@yahoo.com

Abstract. An experimental and numerical analysis of unidirectional solidification is presented in this work. In order to enable the visualization of the process, high temperatures are avoided. Thus, materials with low melting point, below 50°C, translucent and transparent, are melted and solidified in a directional solidification system of cylindrical form. In order to control the process of solidification by pure diffusion, this solidification system has a cold system at the base. From the experiment some parameters are obtained, such as the temperature field and the position of the solid-liquid interface along the time. In the numeric of simulation the energy equation is solved, using the enthalpy formulation and a fixed mesh. The results are compared and analyzed in order to validate the simulation method. These results may be useful in future investigations related to melting/solidification problems.

Keywords. : phase change, solidification, finite volume, enthalpy method