

SOLIDIFICAÇÃO DE METAL PURO EM UMA CAVIDADE FECHADA SOB A INFLUÊNCIA DA CONVECÇÃO NATURAL TURBULENTA

Luiz Joaquim Cardoso Rocha

Departamento de Engenharia Mecânica, Instituto Politécnico da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 30535-610 Belo Horizonte, MG, Brasil

[e-mail, ljoaquim@pucminas.br](mailto:ljoaquim@pucminas.br)

Angela Ourivio Nieckele

Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro- RJ, 22453-900 Rio de Janeiro, RJ, Brasil

[e-mail, nickele@mec.puc-rio.br](mailto:nickele@mec.puc-rio.br)

Resumo. Estudo numérico da solidificação de metal puro em uma cavidade fechada pelo método de volumes finitos. Um sistema de coordenadas não ortogonal é empregado para se adaptar à geometria irregular, com uma malha móvel para considerar a variação do tamanho do domínio. Um tratamento especial é dado a interface para obter o balanço de calor e seu movimento. As equações de quantidade de movimento linear são resolvidas para os componentes contravariantes da velocidade. O acoplamento velocidade pressão é resolvido por um algoritmo baseado no SIMPLEX. Para cavidades muito grandes, a convecção natural tem pouca influência no perfil da interface, mas a medida que a cavidade diminui, durante o processo, a convecção natural passa a apresentar influência significativa. Entretanto, quando se eleva o número de Rayleigh, o regime de escoamento passa por uma transição e torna-se turbulento, o que influencia de forma significativa a determinação da solução estacionária e o tamanho da região de solidificação. O objetivo do presente trabalho é analisar a influência do regime turbulento na cinética do processo de solidificação. O modelo de turbulência adotado pertence à família $k-\epsilon$ para baixo número de Reynolds. A influência do número de Rayleigh nos campos de velocidade, temperatura, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação é investigada.

Palavras chave: solidificação, metal puro, convecção natural turbulenta.

1. Introdução

O fenômeno da solidificação acoplado à convecção natural pode ser encontrado em diversas aplicações práticas como, por exemplo, na indústria alimentícia, nas siderurgias e ainda na indústria voltada ao armazenamento de energia. Nestes processos, devido à absorção do calor latente na interface, existe a presença de uma ou mais fronteiras móveis. Porém, a localização destas fronteiras não são conhecidas e fazem parte da solução. O processo de solidificação de substâncias puras só ocorre quando o material atinge a temperatura de mudança de fase. Nestes casos, a interface entre as fases sólida e líquida pode ser representada como um contorno bem definido, com temperatura igual à temperatura de mudança de fase do material. Viskanta discutiu o fenômeno físico da fusão e solidificação de metais e ligas. É dado ênfase no processo macroscópico de transporte, o qual afeta a forma e o movimento da interface (Viskanta, 1988).

Devido a não linearidade destes problemas, causada pelo movimento da interface, o princípio da superposição não pode ser aplicado e cada caso deve ser tratado individualmente. Soluções exatas foram desenvolvidas, entretanto estas são limitadas a um número de situações idealizadas envolvendo regiões semi infinitas ou infinitas com condições de contorno e inicial simplificadas.

Métodos de solução desta classe de problemas foram desenvolvidos e, se dividem, basicamente, na escolha do sistema de coordenadas e no tratamento numérico da interface (Beckermann e Viskanta, 1989; Ramachandran et al., 1982; Bénard et al., 1985). Quando o sistema de coordenadas é curvilíneo, a malha acompanha a forma da interface sólido/líquido, tornando simples o cálculo do balanço de energia e massa na interface. Já, para coordenadas ortogonais, termos de fonte são utilizados para produzir o efeito de curvatura na interface. Comparações entre estes métodos foram apresentadas por Lacroix e Voller (1990).

O processo de solidificação de metais acoplado à convecção natural vem sendo estudado nos últimos anos. Entretanto, existem poucos dados experimentais disponíveis na literatura, entre eles, podemos destacar Gau e Viskanta (1986), Wolff e Viskanta (1988). A escassez de resultados se deve à dificuldade na obtenção das medidas experimentais e ao alto custo envolvido na utilização de metais puros. Resultados numéricos são mais abundantes e foram apresentados, como exemplo, por Ramachandran et al. (1982), Samarski et al. (1993) e mais recentemente por Rocha e Nieckele (2001). Em todos os casos a solidificação se dá em uma cavidade fechada, sob o efeito da convecção natural e o regime de escoamento é sempre laminar.

Quando se eleva o número de Rayleigh, o regime de escoamento torna-se turbulento, sendo necessário acoplar a solução turbulenta ao processo de solidificação. Para modelar a convecção natural turbulenta alguns trabalhos podem

ser encontrados na literatura, como por exemplo Davidson (1990), Xu et al. (1998) e Costa et al. (1999). Já a convecção natural turbulenta, associada com a mudança de fase tem sido pouco explorado, podendo-se citar os trabalhos de Wu e Lacroix (1992) e Rocha e Nieckele (2002) que estudaram numericamente a fusão de um metal líquido, gálio, em uma cavidade quadrada, aquecida em uma de suas paredes verticais. O modelo de turbulência utilizado por Rocha e Nieckele (2002) é o de duas equações diferenciais para baixo número de Reynolds, LRN κ - ϵ . Os resultados mostram que para números de Rayleigh acima de 10^5 o escoamento se torna turbulento, modificando a forma da interface e acelerando o processo.

O objetivo do presente trabalho é analisar a influência do regime turbulento na cinética do processo solidificação. A influência do número de Rayleigh nos campos de velocidade, temperatura, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação é investigada.

2. Modelo físico e matemático

O processo transiente de solidificação de um metal puro, em uma cavidade fechada bidimensional, é analisado, na presença da convecção natural para a fase líquida. A transição do regime laminar para o turbulento é considerada. O material na fase líquida é considerado um fluido Newtoniano. A aproximação de Boussinesq é utilizada, isto é, a massa específica só depende da temperatura no termo de empuxo. Tanto na região líquida, quanto na região sólida, as outras propriedades são constantes e uniformes, porém, diferentes entre si.

As equações de conservação são resolvidas em um sistema de coordenadas que se adapta ao contorno da geometria e, contemplam, quando existe movimento de fronteira, sua velocidade de deslocamento. O sistema de coordenadas adotado é relacionado com o sistema cartesiano pelas seguintes relações: $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x, y, t)$ e $\mathbf{h} = \mathbf{h}(x, y, t)$. As equações de conservação da massa e da quantidade de movimento linear médias no tempo para o líquido são

$$\frac{\partial \mathbf{r}_l}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{r}_l \tilde{\mathbf{U}}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{r}_l \mathbf{U})}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{r}_l \tilde{\mathbf{U}} \mathbf{U}) = -\text{grad } p + \text{div}\{(\mathbf{m}_l + \mathbf{m}_t)[\text{grad } \mathbf{U} + (\text{grad } \mathbf{U})^T]\} + \mathbf{r}_l \mathbf{g}[1 - \mathbf{b}_l(T - T_F)] \quad (2)$$

\mathbf{r}_l ; \mathbf{m} e \mathbf{b}_l são massa específica; viscosidade absoluta e o coeficiente de expansão térmica do líquido. p é a pressão, \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade, T é a temperatura do fluido e T_F é a temperatura de mudança de fase. $\tilde{\mathbf{U}}$ representa o vetor velocidade relativo as coordenadas (\mathbf{x}, \mathbf{h}) e \mathbf{U} é o vetor velocidade absoluta. Estes são relacionados por $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U} - \mathbf{U}_g$, sendo \mathbf{U}_g a velocidade devido ao movimento da fronteira. \mathbf{m}_t é a viscosidade turbulenta e será definida, posteriormente, de acordo com o modelo de turbulência adotado.

As equações de conservação da energia para as regiões líquida e sólida, respectivamente, são:

$$\frac{\partial(\mathbf{r}_l T_l)}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{r}_l \tilde{\mathbf{U}} T_l) = \text{div}\left[\left(k_l / c_{p_l} + \mathbf{m}_t / s_t\right) \text{grad } T_l\right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{r}_s T_s)}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{r}_s \tilde{\mathbf{U}} T_s) = \text{div}\left[(k_s / c_{p_s}) \text{grad } T_s\right] \quad (4)$$

onde k e c_p são a condutividade térmica e calor específico à pressão constante. σ_t é o número de Prandtl turbulento. Os subscritos l e s correspondem às fases líquida e sólida, respectivamente.

Estas equações são resolvidas considerando-se que em $t = 0$, o sólido está com temperatura uniforme e menor do que a temperatura de mudança de fase, T_C . Para $t > 0$, a parede oeste é levada a uma temperatura maior do que a de mudança de fase, T_H , sendo mantida nesta temperatura, enquanto que a parede leste continua na temperatura T_C . As superfícies norte e sul são adiabáticas.

Na interface sólido/líquido, $\mathbf{x} = \mathbf{s}(\mathbf{h}, t)$, tem-se que a velocidade absoluta é nula e, as temperaturas do sólido e líquido são iguais a T_F , temperatura de mudança de fase. Na interface, o balanço de energia e massa (Eq. 5) deve ser respeitado, onde Δh_F é o calor latente associado à mudança de fase.

$$k_s \text{grad } T_s - k_l \text{grad } T_l = \mathbf{r}_s \Delta h_F \mathbf{U}_g \quad (5)$$

2.1 Modelo de turbulência

Para prever o escoamento na presença da mudança de fase é necessária a utilização de modelos de turbulência que sejam capazes de prever a transição do regime laminar para o turbulento, assim como regiões turbulentas com baixo

número de Reynolds. O modelo selecionado é o desenvolvido por Xu et al.(1998). Sua proposta é resolver, fora da região de influência da parede, o modelo κ - ϵ tradicional. Na região sob influência da parede o cálculo da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta é feito por polinômios ajustados a partir dos resultados da simulação numérica direta. A energia cinética turbulenta é resolvida utilizando-se as equações de transporte derivadas das equações de Navier-Stokes. A distinção entre as duas regiões é feita calculando-se o número de Reynolds turbulento (y^*) baseado na distância normal à parede mais próxima, y_n , na viscosidade cinemática do fluido, $\nu_l = \mu_l / \rho_l$, e numa velocidade característica, \sqrt{k} , onde k é a energia cinética turbulenta:

$$y^* = \frac{y_n \sqrt{k}}{\nu_l} \tag{6}$$

Os polinômios ajustados a partir dos resultados da simulação numérica direta apresentam excelente concordância para valores de $y^* \leq 160$, determinando a região de influência da parede.

2.1.1 Modelo de duas equações diferenciais para o núcleo turbulento: k- e tradicional

O modelo de turbulência utilizado fora da influência da parede ($y^* > 160$) é o κ - ϵ tradicional (Launder e Spalding, 1974). Neste modelo, a viscosidade turbulenta é função de κ e ϵ , ou seja:

$$m_t = \frac{c_m r_l \kappa^2}{\epsilon} \tag{7}$$

onde c_m é uma constante empírica, κ é a energia cinética turbulenta e ϵ sua taxa de dissipação.

Portanto, para avaliar a viscosidade turbulenta é necessário avaliar κ e ϵ , cujas equações de conservação, apresentadas a seguir, são derivadas a partir das equações de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial(r_l \kappa)}{\partial t} + \text{div}(r_l \tilde{U} \kappa) = \text{div}\left[\left(m_t + \frac{m}{s_k}\right) \text{grad} \kappa\right] + P_k + G_B - r_l \epsilon \tag{8}$$

$$\frac{\partial(r_l \epsilon)}{\partial t} + \text{div}(r_l \tilde{U} \epsilon) = \text{div}\left[\left(m_t + \frac{m}{s_e}\right) \text{grad} \epsilon\right] + \frac{\epsilon}{k} (c_{1e} P_k + c_{1e} G_B - c_{2e} r_l \epsilon) \tag{9}$$

onde P_k é o termo de produção de κ , G_B é o termo associado ao empuxo e são definidos da seguinte forma:

$$P_k = m_t [\text{grad} U + (\text{grad} U)^T] : \text{grad} U \tag{10}$$

$$G_B = - \frac{m_t b}{s_t} \mathbf{g} \bullet \text{grad} T \tag{11}$$

Nas equações acima, σ_t , σ_k , σ_e , c_m , c_{1e} e c_{2e} são constantes empíricas do modelo e valem: $\sigma_t = 0,9$; $\sigma_k = 0,9$; $\sigma_e = 0,9$; $c_m = 0,09$; $c_{1e} = 1,44$; $c_{2e} = 1,92$.

2.1.2 Modelo para a região da parede

Dentro da região de influência da parede ($y^* \leq 160$), a viscosidade dinâmica turbulenta é obtida da seguinte expressão, de acordo com Durbin (1991) e Rodi et al. (1993).

$$m_t = r_l \sqrt{\overline{v v}} L_m$$

onde L_m é uma escala de comprimento, e $\overline{v v}$ é um dos componentes da tensão de Reynolds, os quais podem ser obtidos a partir das equações (12) e (13), as quais foram obtidas ajustando-se a dados da simulação direta

$$\overline{v v} = (7,19 \times 10^{-3} y^* - 4,33 \times 10^{-5} y^{*2} + 8,8 \times 10^{-8} y^{*3}) k \tag{12}$$

$$L_m = \frac{0,544 y_n}{1 + 5,025 \times 10^{-4} y_n^{*1,65}} \quad (13)$$

A energia cinética turbulenta, k , é dada pela solução da mesma equação diferencial utilizada no núcleo turbulento, Eq. (8), junto com suas condições de contorno, isto é, $k = 0$ nas paredes.

Para determinar a energia cinética turbulenta é necessário conhecer a taxa de dissipação viscosa de κ , a qual pode ser estimada da seguinte forma, de acordo com Durbin (1991) e Rodi et al. (1993).

$$e = k^{3/2} / L_e = \sqrt{v'v'} k / L_e \quad (14)$$

onde L_e é uma escala de comprimento e $\sqrt{v'v'}$ é a escala de velocidade, definida pela eq. (12).

Para escoamentos sob o efeito da convecção natural, a simulação direta fornece o seguinte perfil para L_e .

$$L_e = \frac{8,8 y_n}{1 + 10 / y_n^* + 5,15 \times 10^{-2} y_n^*} \quad (15)$$

onde

$$y_n^* = y_n \sqrt{v'v'} / u_t \quad (16)$$

Uma vez definida a forma de cálculo da viscosidade turbulenta, as equações de conservação da quantidade de movimento linear e energia podem ser resolvidas.

Analisando as equações de conservação, juntamente com as condições de contorno e iniciais e o balanço de energia e massa realizado na interface, observa-se que suas soluções dependem dos seguintes parâmetros adimensionais:

$$AR = H/L \quad ; \quad Ra_H = \frac{g b (T_H - T_F) H^3}{u_\ell a_\ell} \quad (17)$$

$$Ste_s = \frac{c_{Ps} (T_F - T_C)}{\Delta h_f} \quad ; \quad Ste_\ell = \frac{c_{P\ell} (T_H - T_F)}{\Delta h_f} \quad ; \quad S_T = \frac{(T_F - T_C)}{(T_H - T_F)} \quad (18)$$

$$Pr_\ell = u_\ell / a_\ell \quad ; \quad a^* = a_s / a_l \quad ; \quad k^* = k_s / k_l \quad ; \quad r^* = r_s / r_l \quad (19)$$

onde AR é a razão de aspecto, H é a altura e L a largura da cavidade. Ste_s é o número de Stefan associado à fase sólida. Ste_l ; Pr_l e Ra_H são os números de Stefan, Prandtl e Rayleigh associados à fase líquida, sendo que $a = k / (r c_p)$ e $u = m/r$ são a difusividade térmica e a viscosidade cinemática. a^* , k^* e r^* são as razões entre as difusividades térmicas, as condutividades térmicas e as massas específicas, respectivamente, entre o líquido e o sólido e S_T o parâmetro de resfriamento.

3. Método numérico

O método numérico selecionado é o de volumes finitos (Patankar, 1980). Utiliza-se o esquema “power-law” para avaliar os fluxos nas faces dos volumes de controle. A variável dependente na equação de conservação de quantidade linear é o componente contravariante da velocidade (Pires e Nieckele, 1994), o qual é armazenado deslocado das outras variáveis para evitar solução com oscilações. O acoplamento entre velocidade/pressão é resolvido com um algoritmo baseado no SIMPLEC (van Doormaal e Raithby, 1984). O sistema algébrico resultante é resolvido pelo algoritmo TDMA linha por linha (Patankar, 1980) com o algoritmo de correção por blocos para acelerar a convergência.

Devido ao movimento da interface, a malha computacional deve ser gerada cada vez que esta muda sua posição. Porém, considerando que o avanço da interface se faz somente na direção horizontal, não é necessário recalcular a malha na direção vertical. Para melhorar a resolução da solução, utiliza-se um artifício de migrar os pontos nodais da região líquida para a sólida, à medida em que a interface avança no domínio. Também, concentra-se a malha nas proximidades da interface e das paredes, de acordo com Rocha e Nieckele (2000 e 2001). Foram utilizados 61 e 81 pontos nodais nas direções vertical e horizontal, respectivamente. No início do processo, especificou-se 45 pontos nodais na região líquida, a qual possui espessura igual a 0,995 H. O número final de pontos nesta região dependerá do avanço da interface. A Fig. (1) mostra a evolução da malha durante o processo de solidificação.

Para avaliar a posição da interface a cada instante de tempo, é utilizado o método desenvolvido por Rocha e Nieckele (2001), que consiste em criar um volume de controle de espessura zero na direção normal à direção de

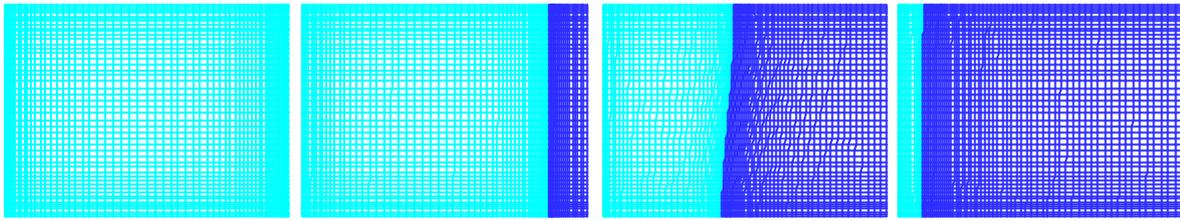


Figura 1. Evolução da malha durante o processo de solidificação.

propagação da frente. Fazendo com que duas faces deste volume de controle sejam coincidentes surge um volume de controle com o ponto nodal e duas faces na mesma coordenada. Assim, o domínio fica, claramente, subdividido em duas regiões, uma líquida e outra sólida, separadas por uma interface.

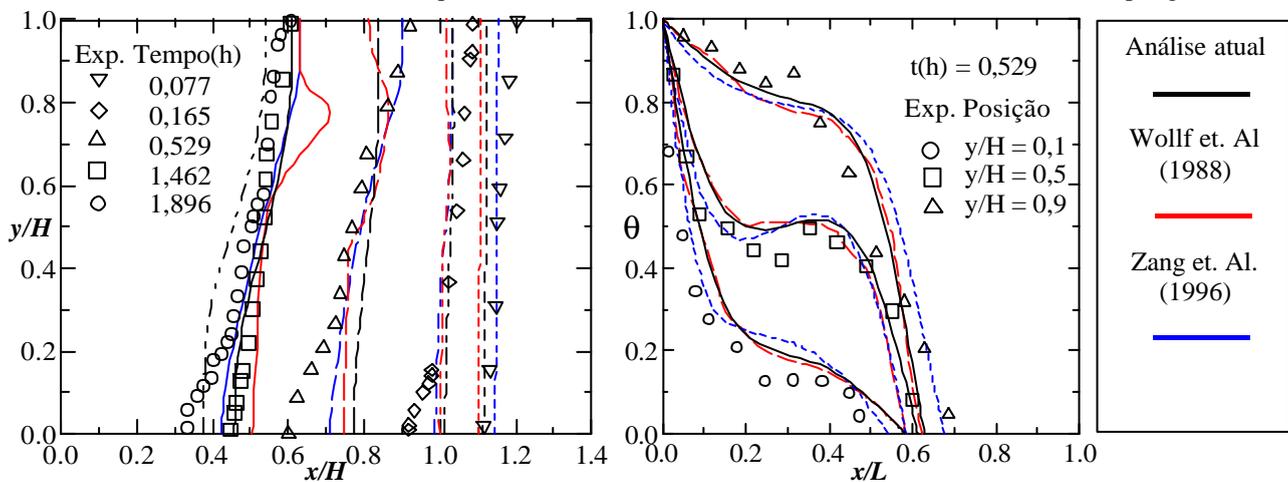
As equações de conservação da massa, da quantidade de movimento linear, da energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação são resolvidas apenas na região líquida, enquanto que, a equação de conservação da energia é resolvida em todo o domínio, regiões líquida e sólida. Embora a equação da energia seja resolvida em todo o domínio a condição de temperatura prescrita na interface é o acoplamento entre as duas regiões.

Na resolução de problemas de mudança de fase a posição da fronteira é parte integrante da solução, fazendo com que a resolução do problema se torne mais complicada. Entretanto, de acordo com (Bénard et. al., 1986) o movimento do fluido dentro da cavidade não é fortemente influenciado pelo movimento da interface. Portanto, em cada intervalo de tempo, os campos de temperaturas e velocidades são calculados mantendo-se a interface sólido/líquido imóvel. O cálculo da posição da interface sólido/líquido é realizado em duas etapas. Na primeira, uma aproximação explícita, baseada na velocidade, é utilizada para calcular a posição da interface sólido/líquido. Então, o conjunto de equações de conservação e condições de contorno é resolvido. Após a convergência destas equações (resíduo menor do que 10^{-6}) através do novo campo de temperaturas, calcula-se a nova posição da interface, utilizando-se a Eq. (5). Este procedimento é repetido até que haja convergência em apenas uma iteração por duas vezes consecutivas, garantindo assim, uma posição estacionária da interface naquele intervalo de tempo. O intervalo de tempo pode variar de 10^{-8} a 10^{-2} horas.

4. Resultados

A fim de validar o procedimento de solução adotado, compara-se os resultados numéricos obtidos a dados experimentais e resultados numéricos de Wolff e Viskanta (1988) e a resultados numéricos de Zhang et al. (1996), para o caso de solidificação do estanho puro (Sn, 99,99%), em regime transiente e laminar, na presença da convecção natural, em uma cavidade fechada e bidimensional. No instante inicial todo o material na cavidade está com temperatura uniforme, acima da temperatura de mudança de fase. Repentinamente as paredes norte e sul da cavidade são isoladas termicamente e a parede leste é resfriada a uma temperatura inferior à temperatura de fusão do material. Os parâmetros adimensionais são: $Pr = 0,0157$; $k^* = 1,8975$; $r^* = 1,0279$; $a^* = 1,7125$; $AR=0,75$; $Ra_L = Ra_H / AR^3 = 1,59 \times 10^5$; $ST = 2,6364$ e $Ste_s = 0,0132$.

A Fig. (2a) apresenta a comparação da posição da interface para diferentes instantes de tempo. Para o instante de tempo igual a 0,077 h, o resultado de Zhang et al. (1996) apresenta a melhor concordância com os dados experimentais e os dados deste trabalho são melhores que os dados de Wolff e Viskanta (1988). Para o instante de tempo igual a 0,165



(a) Posição da interface.

(b) Distribuição de temperatura ao longo da coordenada horizontal

Figura 2. Comparação entre resultados numéricos — presente, — Wolff et al. (1988), — Zang et al. (1996) com dados experimentais (símbolos) de Wolff et al. (1988)

horas, todos os modelos apresentam perfil similar e não conseguem prever a curvatura da interface próximo à base da cavidade e superestimam a posição da interface em cima. Para $t = 0,529$ horas, os resultados de Wolff e Viskanta começam a apresentar uma curvatura próximo a fronteira superior, se afastando dos dados experimentais. Os resultados de Zhang et al., continuam bons, porém subestimando a curvatura inferior da interface. O presente modelo apresenta uma interface quase vertical, enquanto uma curvatura na interface experimental é clara. A medida que o tempo passa, os resultados do presente modelo se aproximam dos dados experimentais e para o tempo igual a 1,462 horas apresenta a melhor concordância entre os diferentes modelos. Para o instante de tempo igual a 1,896 horas, a posição da interface do presente modelo é boa, superestimando um pouco a interface. Os outros modelos não apresentam resultados para este instante de tempo.

A Fig. (2b) apresenta a distribuição de temperatura ao longo da coordenada horizontal em três posições verticais, para o instante de tempo igual a $t = 0,529$ horas. Os resultados numéricos são comparados a dados experimentais e resultados numéricos de Wolff e Viskanta (1988) e resultados numéricos de Zhang et al. (1996). A comparação entre todos os dados é satisfatória, permitindo considerar o modelo validado. Os resultados numéricos deste trabalho são mais próximos dos resultados numéricos de Wolff e Viskanta (1988). Já os resultado de Zhang et al. (1996) capturam melhor os gradientes elevados, mas superestimam a temperatura em baixo ($y/H=0,1$) e subestima em cima ($y/H=0,9$).

Uma vez validada a metodologia, analisa-se a influência do número de Rayleigh na cinética do processo de solidificação, na presença de convecção natural turbulenta, investigando os campos de velocidade, temperatura, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação.

A definição do problema é análoga ao caso utilizado para validação, porém os parâmetros adimensionais são escolhidos de forma a balizar a evolução da turbulência no processo. A Tab. (1) apresenta o resumo destes parâmetros.

Tabela 1 – Parâmetros adimensionais – solidificação turbulenta

$Pr = 0,0157; k^* = 1,8975; \rho^* = 1,0279; \alpha^* = 1,7125;$ $AR=0,75; S_T = 5,3636; Ste_s = 2,69 \times 10^2$				
Caso	1	2	3	4
Ra_H	1×10^4	1×10^5	1×10^6	1×10^7

As Figs. (3) e (4) apresentam os resultados obtidos para o escoamento, relativos aos números de Rayleigh 10^5 e 10^7 , respectivamente. São apresentados os valores de Nusselt líquido através da interface, assim como as distribuições de temperatura, viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta, taxa de dissipação da energia cinética turbulenta e linhas de corrente, de cima para baixo, respectivamente. As quatro colunas representam diferentes valores de Fourier. Para cada par de colunas os valores das propriedades ou variáveis estão igualmente espaçados.

A Fig. (3) corresponde a Rayleigh 10^5 , sendo a Fig. (3a) é relativa ao instante de tempo adimensional, Fourier, igual a 0,5. A distribuição de temperatura na região sólida é linear, pois a interface é paralela às paredes verticais. Já na região líquida a distribuição de temperatura é não linear, devido à convecção natural. Os gradientes de temperatura, na direção horizontal, são maiores nas regiões superior da interface e inferior da parede oeste. Já na direção vertical, os gradientes de temperatura são maiores no núcleo do escoamento, diminuindo, gradativamente, nos dois sentidos da direção noroeste-sudeste. Nas regiões superior da interface e inferior da parede oeste estes gradientes são nulos. As linhas de corrente mostram que o escoamento é centralizado, sendo que as velocidades são mais baixas no centro e próximo às paredes. Os gradientes de velocidade são mais acentuados ao redor do núcleo.

O campo da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta apresenta valores mais elevados junto às paredes, em regiões onde o escoamento se comporta como o escoamento de um jato de fluido num canto. Fora destas regiões seus valores são mais baixos, sendo que seus gradientes são mais acentuados junto às paredes, diminuindo na direção do centro da cavidade. O campo da energia cinética turbulenta apresenta valores mais elevados ao redor do núcleo do escoamento. Na região central os gradientes de velocidade são baixos, o que resulta em baixa produção de κ ($P\kappa$). A destruição de energia cinética devido ao empuxo (G_B) é proporcional ao gradiente de temperatura. Na região central, os gradientes de temperatura são elevados, contribuindo para a diminuição na energia cinética turbulenta. Ao redor do núcleo acontece o contrário, os gradientes de temperatura são menores e os de velocidade mais elevados. Assim há uma aumento na energia cinética turbulenta. O campo de viscosidade turbulenta apresenta valores baixos no centro, cresce nas direções das paredes, atinge valor máximo e cai até chegar nas paredes. Este comportamento é devido ao aumento da energia cinética turbulenta, junto com o decaimento da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, fazendo aumentar a viscosidade turbulenta. Porém, ao se aproximar das paredes, o valor da viscosidade turbulenta cai devido a proximidade com a parede (pequeno valor da distância normal à parede).

A Fig. (3b) é referente ao instante de tempo adimensional igual a 5,0. A interface encontra-se, aproximadamente no centro da cavidade, e apresenta uma inclinação muito pequena. Isto não indica que o modo de transferência de calor predominante é o da condução de calor, pois nota-se que a distribuição de temperatura na região líquida não é linear. Entretanto, o fluxo líquido de calor através da interface permanece uniforme e, os efeitos convectivos não causam deformação na interface. Pode-se notar, através do campo de linhas de corrente, que as velocidades do escoamento são menores do que a do instante de tempo anterior, porém não existe mais uma zona central. Os gradientes de temperatura,

na direção vertical, diminuem no centro da região líquida. Assim, há um aumento, nesta região, da energia cinética turbulenta. O campo da energia cinética turbulenta tem seus valores mais elevados onde o campo de temperaturas indica gradientes mais elevados. O campo da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta apresentado é qualitativamente igual ao do instante de tempo anterior. A viscosidade turbulenta tem valor máximo no centro, decaindo em direção às paredes. Este comportamento da viscosidade se deve ao fato de que o campo da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta diminui em direção ao centro, enquanto que o da energia cinética turbulenta aumenta.

A Fig. (3c) é referente ao instante de tempo adimensional igual a 10,3. A interface apresenta inclinação, um pouco maior que a anterior, mas ainda muito pequena. Assim, o fluxo líquido de calor através da interface permanece, praticamente, uniforme. Aproximadamente dois terços do material se encontra na fase sólida. Nota-se que a velocidade do escoamento e os gradientes de temperatura na direção vertical caem ainda mais. O campo de energia cinética turbulenta aumenta, o de sua taxa de dissipação cai e o campo da viscosidade turbulenta permanece, praticamente, inalterado. A análise qualitativa do comportamento das quantidades é análoga à do instante anterior. A Fig. (3d) refere-se ao instante de tempo adimensional igual a 51,9. A interface está paralela às paredes verticais e a distribuição de temperatura é linear tanto na região sólida quanto na líquida. Como os gradientes de temperatura na direção vertical são

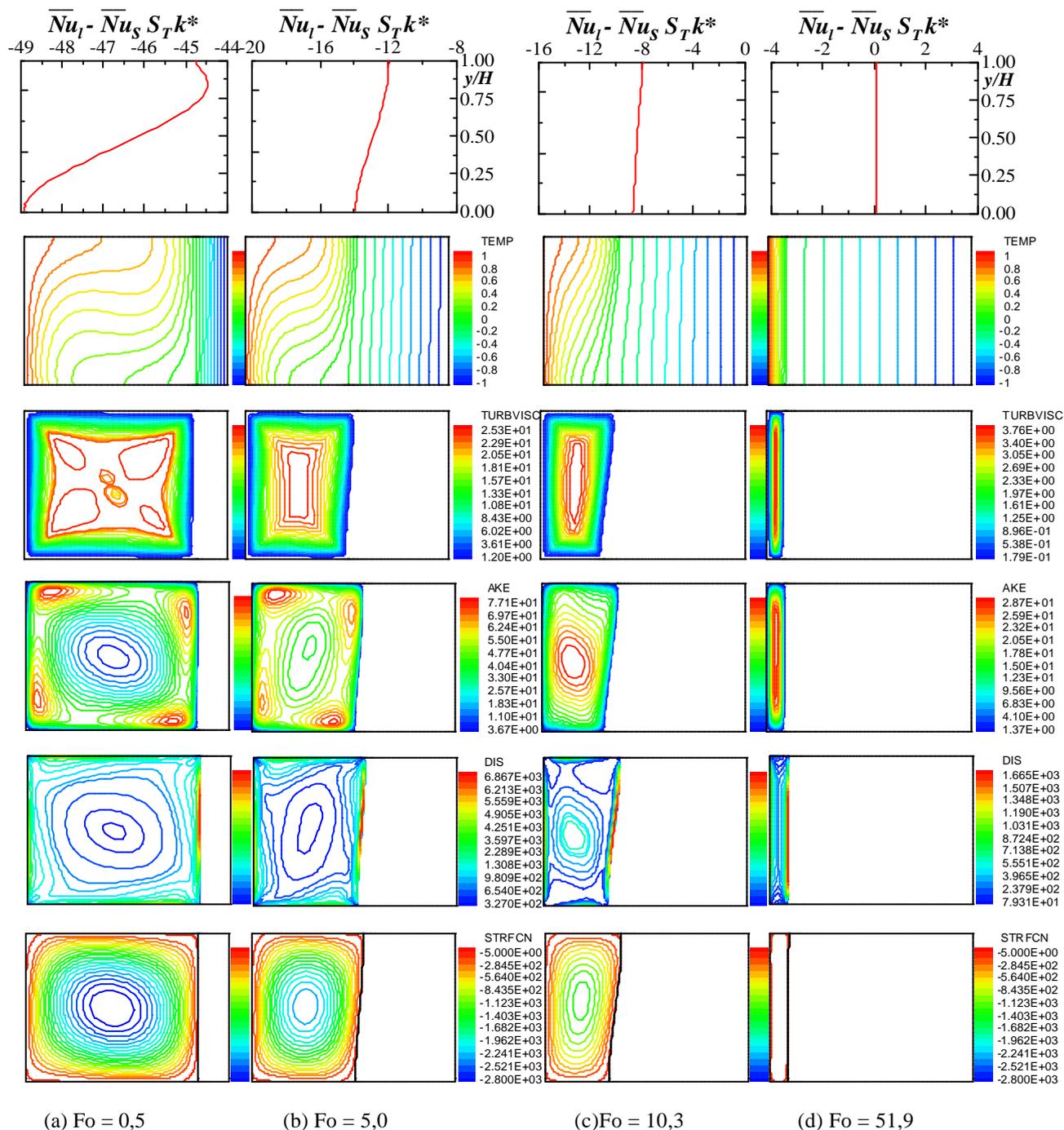


Figura 3. Nusselt líquido na interface, distribuições de: temperatura, viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta, taxa de dissipação da energia cinética turbulenta e linhas de corrente, respectivamente. $Ra = 10^5$.

nulos e o escoamento possui velocidades muito baixas, não existe energia suficiente para manter a turbulência do escoamento e, esta desaparece. Os resultados apresentam valores muito baixos para a energia cinética turbulenta, sua taxa de dissipação e para a viscosidade turbulenta.

A Fig. (4) é referente ao número de Rayleigh igual a 10^7 . Nos instantes de tempo adimensionais iguais 0,5, 5,0, e 10,3 as linhas de corrente mostram que no núcleo do escoamento ocorre uma subdivisão da circulação central em três recirculações secundárias. As Figs. (4a, 4b e 4c) são relativas a estes instantes de tempo. As duas recirculações, em volta do núcleo, guardam o mesmo sentido de rotação do escoamento principal. Já a recirculação do núcleo gira no sentido contrário ao do escoamento principal. Nota-se que as velocidades próximas às paredes são extremamente elevadas, quando comparadas com as velocidades do núcleo. Como o núcleo do escoamento está praticamente estagnado, a transferência de calor por advecção é muito baixa. Ocorre estratificação na distribuição de temperaturas e o fluxo de calor, no núcleo da cavidade, ocorre apenas no sentido vertical, devido à condução de calor. Próximo às paredes verticais o gradiente de temperatura aumenta ainda mais. A energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação possuem valores extremamente elevado junto às paredes da região líquida. A viscosidade turbulenta apresenta baixos valores junto às paredes, estes valores crescem em direção ao centro, atingem um máximo e caem no centro. No

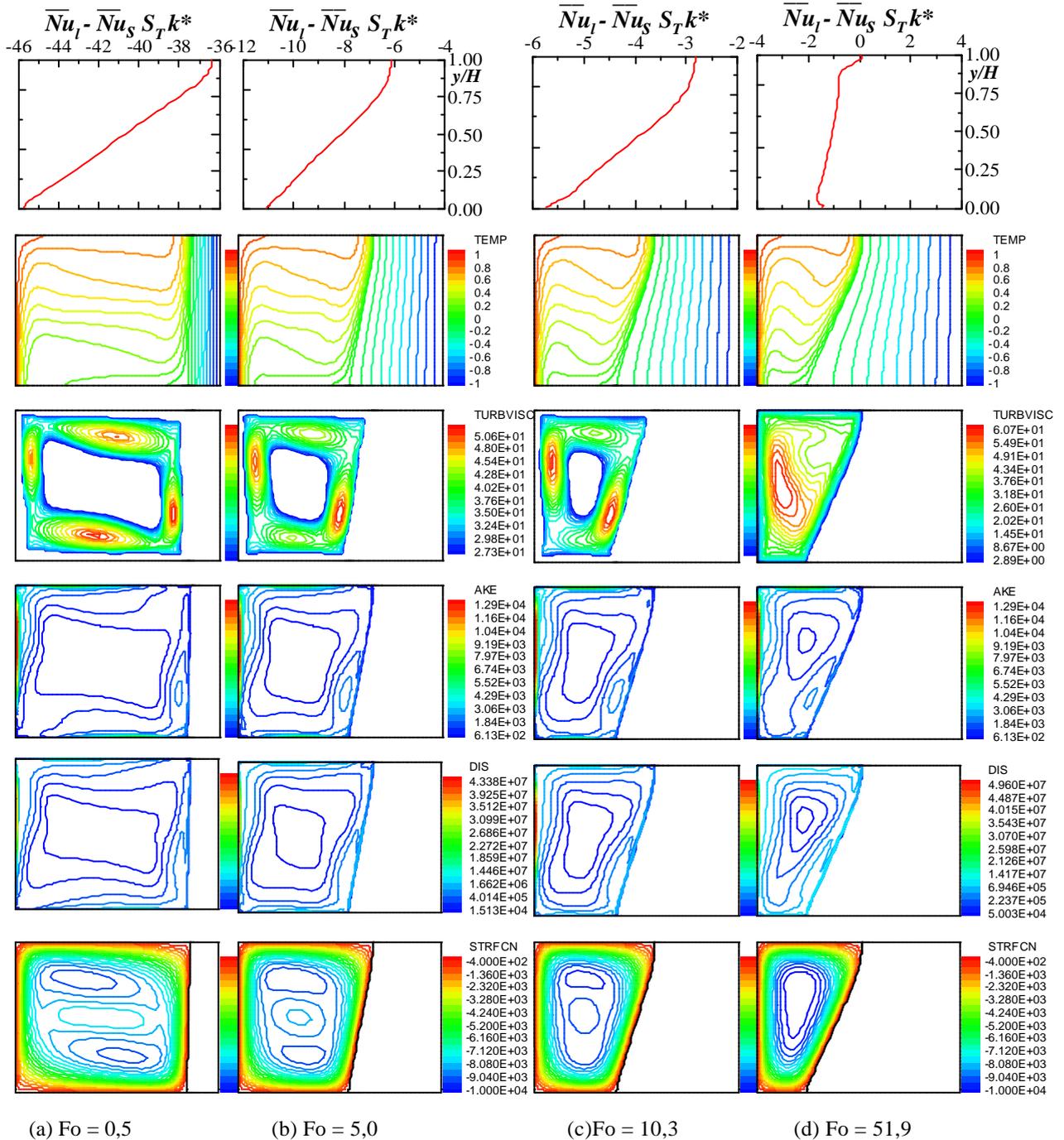


Figura 4. Nusselt líquido na interface, distribuições de: temperatura, viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta, taxa de dissipação da energia cinética turbulenta e linhas de corrente, respectivamente. $Ra = 10^7$.

primeiro instante de tempo a interface está paralela às paredes verticais. Já no segundo, a interface está inclinada, mostrando que o fluxo líquido de calor através da interface não é uniforme.

No instante de tempo adimensional igual a 51,9, Fig. (4d), a interface se encontra numa posição pouco mais avançada do que no instante de tempo anterior. O escoamento, que exibia tripla recirculações, deixa de possuí-las e, apenas uma recirculação central existe. No centro da região líquida as velocidades aumentam um pouco, o que faz com que os gradientes de temperatura na direção vertical diminuam. Entretanto, a energia cinética turbulenta naquela região aumenta, o que indica que a turbulência naquela região está sendo mantida pelo escoamento.

Nos três primeiros instantes as linhas de corrente mostram que no núcleo do escoamento ocorre uma subdivisão da circulação central em três recirculações secundárias. As duas recirculações, em volta do núcleo, guardam o mesmo sentido de rotação do escoamento principal. Já a recirculação do núcleo gira no sentido contrário ao do escoamento principal. Nota-se que as velocidades próximas às paredes são extremamente elevadas, quando comparadas com as velocidades do núcleo. Como o núcleo do escoamento está praticamente estagnado, a transferência de calor por advecção é muito baixa.

Nas Figs. (3 e 4), o número de Nusselt líquido na interface ($\overline{Nu}_l - \overline{Nu}_s S_T k^*$) indica a região da fronteira que apresentará maior ou menor avanço no próximo intervalo de tempo. Quanto maior seu valor absoluto, maior será o avanço da interface naquela região. No processo de solidificação este número tem valor negativo, uma vez que, de acordo com o esquema adotado, região líquida do lado esquerdo da interface, a interface se move no sentido negativo do eixo das coordenadas horizontais. No início do processo, observa-se altas velocidades de deslocamento e alta não uniformidade do mesmo. À medida em que o processo de solidificação avança, a velocidade de deslocamento tende a se uniformizar e reduz de intensidade, eventualmente tendendo a zero, indicando que uma posição estacionária da interface foi alcançada. A solidificação total do material depende do parâmetro de resfriamento S_T , assim como do número de Rayleigh.

A Fig. (5) apresenta a evolução temporal da posição da interface para os quatro valores de número de Rayleigh. Percebe-se que o aumento no número de Rayleigh faz com que a interface atinja posições estacionárias cada vez mais longe da parede oeste. A interface se inclina cada vez mais, porém, seu perfil é aproximadamente linear, exceto no topo da cavidade. Esta linearização da interface se deve ao fato de que nos escoamentos turbulentos há uma maior interação entre as moléculas, fazendo com que, na interface, o fluxo de calor seja melhor distribuído. Aqui, foi incluído o instante de tempo adimensional, $Fo = 18,9$, para melhor visualização da evolução da interface com passar do tempo. No instante de tempo adimensional, $Fo = 51,9$, a interface de todos os casos analisados encontra-se na posição estacionária, isto é, o processo de solidificação está terminado e, toda a energia que chega na interface é perdida pela parede leste.

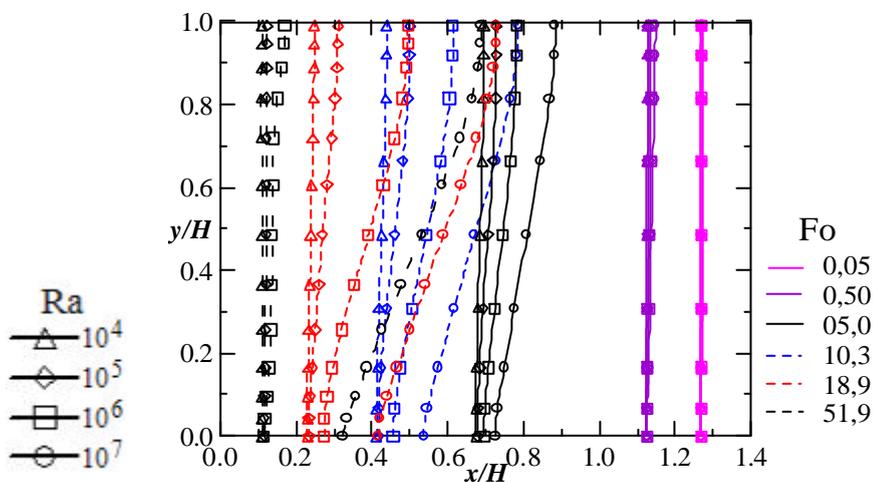


Figura 5. Evolução da interface em função do tempo no processo de solidificação.

5. Conclusão

Estuda-se o processo de solidificação em uma cavidade fechada sob o efeito da convecção natural turbulenta. O mecanismo físico envolvido no processo de fusão sob o efeito da convecção natural turbulenta se dá de forma bem diferente daquele associado a convecção laminar. Aqui, como o modelo de escoamento é turbulento, a quantidade de movimento próximo às paredes aumenta, inibindo a formação de regiões com recirculações, aumentando o fluxo de calor no lado líquido da interface e, principalmente, distribuindo melhor e mais rapidamente a energia ao longo da interface. Assim, a interface deixa de exibir perfis altamente curvos e passa a exibi-los numa forma, aproximadamente, linear. Os resultado indicam que quando se eleva o número de Rayleigh a turbulência aumenta diminuindo a curvatura da interface. Também, como o fluxo líquido de calor através da interface diminui, esta assume valores cada vez mais próximos da parede fria, aumentando assim, o tempo necessário para que todo o material dentro da cavidade seja solidificado.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq e FAPEMIG pelo apoio recebido para desenvolver este trabalho.

7. Referências

- Beckermann, C. and Viskanta, R., 1989, "Effect of Solid Subcooling on Natural Convection Melting of a Pure Metal", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 11, pp. 416-424.
- Bénard, C., Gobin, D. and Martinez, F., 1985, "Melting in a Rectangular Enclosure: Experiments and Numerical Simulations", ASME J. of Heat Transfer, Vol. 107, pp. 794-802.
- Bénard, C., Gobin, D. and Zanolli, A., 1986, "Moving Boundary Problem: Heat Conduction in the Solid Phase of a Phase-Change Material During Melting Driven by Natural Convection in the Liquid", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 29, pp. 1669-1684.
- Costa, J.J., Oliveira, L.A., and Blay, D.; 1999, "Test of Several Versions for the κ - ϵ Type Turbulence Modeling of Internal Mixed Convection Flows", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 42, pp. 4391-4409.
- Davidson, L.; 1990, "Calculation of the Turbulent Buoyancy-Driven Flow in a Rectangular Cavity Using an Efficient Solver and Two Different Low Reynolds Number k - ϵ Turbulence Models," Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 18, pp. 129-147.
- Durbin, P.A., 1991, "Near-Wall Turbulence Closure without Damping Functions", Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Vol. 3, pp. 1-13.
- Gau, C. and Viskanta, R.; "Melting and Solidification of a Pure Metal on a Vertical Wall", Journal of Heat Transfer - ASME, vol. 108, pp. 174-181, 1986.
- Lacroix, M. and Voller, V.R., 1990, "Finite Difference Solutions of Solidification Phase Change Problems: Transformed versus Fixed Grids", Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 17, pp. 25-41.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1974; "The Numerical Computation of Turbulence Flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 3, pp. 269-289.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer e Fluid Flow", McGraw-Hill.
- Pires, L. F. G. and Nieckele, A. O., 1994, "Numerical Method For The Solution Of Flows Using Contravariant Components In Non-Orthogonal Coordinates", Proc. V Brazilian Meeting on Thermal Sciences, SP, pp. 343-346 (in Portuguese).
- Ramachandran, N., Gupta, J.P. and Jalúria, Y., 1982, "Thermal and Fluid Flow Effects During Solidification in a Rectangular Enclosure", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 25, No. 2, pp. 187-194.
- Rocha L.J.C. and Nieckele, A. O., 2000, "Fusão de Metal Puro de uma Parede Isotérmica Vertical na Presença de Convecção Natural", Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM 2000, código MC9042, Natal, RN.
- Rocha, L. J. C., Nieckele, A. O., 2001, "Interface Treatment of the Solidification Process of a Pure Metal", 2nd International Conference on Computational Heat and Mass Transfer, Rio de Janeiro, RJ, CD-ROM.
- Rocha, L. J. C., Nieckele, A. O., 2002, " Fusão de Metal Puro de uma Parede Isotérmica Vertical na Presença da Convecção Natural Turbulenta ", Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM 2002, código CPB1164, João Pessoa, PB, CD-ROM.
- Rodi, W., Mansour, N.M., Michelassi, V. 1993, "One-equation Near Wall Turbulence Modeling with the Aid of Direct Simulation Data", J. Fluid Engineering, Transactions of the ASME, vol. 115, pp. 196-205.
- van Doormaal, J. P. e Raithby, G. D., 1984, Enhancements of the Simple Methods for Prediction Incompressible Fluid Flow, Num. Heat Transfer, Vol. 7, pp. 147-163.
- Viskanta, R., 1988, "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals", ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 1205-1219.
- Xu, W., Chen, Q. and Nieuwstadt, F.T.M., 1998, "A New Turbulence Model for Near-Wall Natural Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 41, pp. 3161-3176.
- Wolff, F.; Viskanta, R.; 1988, "Solidification of a Pure Metal at a Vertical Wall in the Presence of Liquid Superheat", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 31, No. 8, pp. 1735-1744.
- Wu, Y. and Lacroix, M., 1992, "Numerical Study of a Pure Metal Melting in Presence of Turbulent Natural Convection", Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow, Vol. 2, pp. 235-242.
- Zhang, H., Prasad, V. and Moallemi, 1996, "Numerical Algorithm Using Multizone Adaptive Grid Generation for Multiphase Transport Processes with Moving and Free Boundaries", Numerical Heat Transfer, Part B, Vol 29, pp.399-421.

SOLIDIFICATION OF A PURE METAL INSIDE A CLOSED CAVITY IN THE PRESENCE OF TURBULENT NATURAL CONVECTION

Luiz Joaquim Cardoso Rocha

Mechanical Engineering Department, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 30535-610 Belo Horizonte, MG, Brasil
[e-mail, ljoaquim@pucminas.br](mailto:ljoaquim@pucminas.br)

Angela Ourivio Nieckele

Mechanical Engineering Department, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - RJ, 22453-900 Rio de Janeiro, RJ, Brasil
[e-mail, nickele@mec.puc-rio.br](mailto:nickele@mec.puc-rio.br)

***Abstract.** Numerical study of solidification from an isothermal vertical wall of pure metal, by the finite volume method. A non-orthogonal system of coordinates is employed to adapt to the irregular geometry, with a moving mesh to account to the changing domain size. The momentum equations are solved for the contravariant velocity components. The SIMPLEC algorithm handles the coupling between velocity and pressure. The numerical method is validated by comparison with available experimental data. The phase change process is driven by natural convection in the melt. As the Rayleigh number increases, the intensity of the natural convection in the melt cavity also increases and the flow can become turbulent. The purpose of the paper is to analyze in influence of the turbulent regime on the kinetic of the melting process. The turbulent flow is taken in account by a low Reynolds number model. The influence of the Rayleigh number on the velocity and temperature field is investigated.*

Key-words: *melting, pure metal, turbulent natural convection.*