

CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE TRIANGULAR AQUECIDA NA PRESENÇA DE UM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

Felipe Rinaldo Queiroz de Aquino

Faculdade de Engenharia Química de Lorena - FAENQUIL
Rodovia Itajubá-Lorena, Km 74,5 – Lorena - São Paulo
Email: felipe@debas.fauenquil.br

Maurício Araújo Zanardi

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
Guaratinguetá – São Paulo
Email: mzanardi@feg.unesp.br

Resumo. Neste trabalho foi estudado o efeito de um campo magnético uniforme, vertical, sobre a convecção natural de um líquido, dentro de uma cavidade triangular, na forma isósceles, aquecida em uma de suas superfícies laterais com temperatura uniforme, mantendo-se a base adiabática e a outra superfície lateral fria. Foi utilizado o método dos volumes de controle de Patankar, para resolver as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. O procedimento numérico adotado foi baseado no algoritmo SIMPLE. As isotérmicas, linhas de corrente e perfis de velocidade, são apresentadas para as simulações estudadas, e o número de Nusselt é apresentado em função do número de Hartmann e do número de Rayleigh. Foi concluído que o campo magnético externo inibe o escoamento do fluido e a transferência de calor na cavidade. Quando o número de Hartmann cresce, o campo de temperatura se assemelha ao do tipo de condução, e foi encontrado que o número de Nusselt na superfície fria inclinada da cavidade, diminui com o crescimento do número de Hartmann. As simulações foram feitas com o número de Hartmann variando de 0 a 800, para $10^3 < Ra < 10^8$, para uma cavidade de razão aspecto (H/L) igual a 0,5. O número de Prandtl foi considerado igual a 10.

Palavras chave: convecção natural; campo magnético, cavidade triangulares.

1. Introdução

A transferência de calor por convecção natural em cavidades tem recebido considerável atenção nas últimas décadas. O interesse nesses problemas vem de suas importantes e numerosas aplicações, tais como resfriamento de equipamentos elétricos, componentes eletrônicos, reatores nucleares, coletores solares, fabricação de cristais, etc.. Na tecnologia de fabricação de materiais os pesquisadores aplicam um campo magnético para suprimir inevitáveis correntes de convecção, o que fornece um controle melhor da qualidade do cristal, durante o processo de Czochralski de crescimento do cristal. Ozoe e Maruo (1987) investigaram numericamente a convecção natural de um fluido eletricamente condutor na presença de um campo magnético para um número de Prandtl pequeno. Os números de Nusselt obtidos foram correlacionados em termos dos números de Rayleigh, Prandtl e Hartmann. A tridimensionalidade e os efeitos da direção do campo magnético foram examinados por Ozoe e Okada (1989). Garandet et al. (1992) estudaram a influência do campo magnético transversal sobre a convecção natural em uma cavidade bidimensional baixa, aquecida isotermicamente dos lados. Foi concluído que a anulação das correntes de convecção ocorre quando o campo magnético externo é paralelo à direção do fluxo de calor. Vasseur et. al. (1995) estudaram analiticamente e numericamente o efeito do campo magnético transversal na convecção em uma cavidade alta, bidimensional, inclinada (razão de aspecto $A=4$). Alchaar et al. (1995) investigaram o efeito de anulação da corrente de convecção em uma cavidade baixa aquecida. Um esquema de diferenças finitas padrão foi usado para se obter a solução para o intervalo do número de Rayleigh ($10^2 \leq Ra \leq 10^5$), número de Hartmann ($0 < Ha < 100$) e número de Prandtl ($0,005 < Pr < 1$). Os resultados ajustaram bem com a solução obtida por Garandet et al. (1992). Rudraiah et al. (1995) usaram o esquema de diferença finita modificado “alternating direction implicit” (ADI) para determinar a função de vorticidade da convecção natural dentro de uma cavidade retangular, na presença de um campo magnético.

As soluções numéricas foram obtidas para um amplo intervalo do número de Grashof e do número de Hartmann, enquanto o número de Prandtl foi mantido $Pr=0,733$. A convecção dominante ocorre com estratificação térmica vertical na região central para número de Grashof alto e baixo número de Hartmann. Os resultados numéricos mostraram que o

campo magnético suprime a taxa de transferência de calor.

O mecanismo de crescimento de um cristal na presença de um campo magnético foi examinado desde 1980 por Oreper e Szekelly (1983). Eles descobriram que o campo magnético pode suprimir a convecção natural e que a intensidade do campo magnético é um dos importantes fatores durante a formação dos cristais. Alchaar et al. (1995) estudaram numericamente a convecção natural em duas dimensões numa cavidade baixa e aquecida na base, na presença de um campo magnético inclinado, para a razão de aspecto $A=6$, para $1,8 \times 10^3 < Ra < 3 \times 10^4$, $0 < Ha < 35$, e $0,005 < Pr < 1$. Foi visto que a convecção dentro da cavidade depende fortemente da direção e da intensidade do campo magnético. Khanafer (1996) estudou numericamente a convecção natural laminar numa cavidade inclinada submetida a um campo magnético transversal.

Vários outros trabalhos foram publicados recentemente considerando a influência de um campo magnético em um fluido magnético. Al-Najem et al. (1998) examinaram a influência do campo magnético na transferência de calor no interior de uma cavidade inclinada para moderados e altos valores do número de Grashof. Nagata (1998) estudou o movimento de um fluido eletricamente condutor colocado entre dois discos paralelos com temperaturas diferentes, submetidos a um campo magnético horizontal, para os números de Prandtl e Prandtl magnético, pequenos. Kandaswamy e Kumar (1999) estudaram numericamente o efeito de um campo magnético no escoamento da água, em uma cavidade quadrada, com os lados aquecidos de maneiras diversas. Nakano et al. (1998) estudaram a convecção natural em regime transiente em um fluido de número de Prandtl baixo ($Pr=0,01$) e $Ra=2000$, para uma cavidade retangular tridimensional baixa, aquecida em baixo e esfriada em cima. Mossner e Muller (1999) estudaram a influência de um campo magnético estacionário, de direção arbitrária, na convecção natural tridimensional em metais líquidos dentro de cavidades retangulares eletricamente isoladas. Al-Nimr e Alkam (1999), usando o método da função de Green, obtiveram solução analítica para o estudo da magneto-hidrodinâmica (MHD) para a convecção natural em um tubo cilíndrico. Yamaguchi et al. (1999a) estudaram a convecção natural de um fluido magnético em uma cavidade retangular bidimensional com a imposição de um campo magnético vertical, numericamente e experimentalmente. Yamaguchi et al. (1999b) também estudaram, experimental e numericamente, a convecção natural de um fluido magnético em duas dimensões. Qi JW e Wakayama (2000) estudaram numericamente a convecção térmica ($Ra=33734$) em água pura quando forças de magnetização vertical para cima e radial agem nela. Uda et al. (2000) estudaram o efeito magnetohidrodinâmico (MHD) sobre a transferência do calor por convecção natural no metal líquido lítio, experimentalmente.

Contudo, têm sido realizados poucos estudos sobre a atenuação da convecção em fluidos não condutores ou diamagnéticos, por exemplo, Jianwei et al. (1999, 2001) e Wang et al. (2002), que trabalharam com cavidades retangulares. Muitos materiais diamagnéticos, como a água, que têm susceptibilidade magnética menor que zero, também experimentam uma força repulsiva fraca em um campo magnético. Para esses materiais a susceptibilidade magnética não depende da temperatura e a força magnética pode causar uma convecção no fluido semelhante ao efeito da força de gravitação.

Neste trabalho foi investigado, numericamente, o efeito de um campo magnético constante, na convecção natural dentro de uma cavidade triangular, na forma isósceles, aquecida em uma de suas superfícies laterais, com a base adiabática e a outra superfície lateral fria. Foi utilizado o método dos volumes de controle de Patankar, para resolver as equações de massa, momento e energia. O procedimento numérico adotado foi baseado no algoritmo SIMPLE. As isotérmicas, linhas de corrente e perfis de velocidade, são apresentadas para as simulações estudadas, e o número de Nusselt normalizado é apresentado em função do número de Hartmann. Foi concluído que o campo magnético externo inibe o escoamento do fluido e a transferência de calor na cavidade. Quando o número de Hartmann cresce, o campo de temperatura se assemelha ao do tipo de condução, e foi encontrado que o número de Nusselt médio normalizado na superfície fria, coeficiente de transferência de calor, diminui com o crescimento do número de Hartmann. As simulações foram feitas com o número de Hartmann variando de 0 a 800.

2. Formulação matemática

Consideremos uma cavidade prismática longa com a seção reta em forma de um triângulo isósceles, Fig. (1). O vetor aceleração da gravidade é perpendicular à base.

A convecção natural do fluido na cavidade é considerada como se segue: o escoamento é bidimensional e laminar; os gradientes de temperatura são moderados de tal modo que a aproximação de Boussinesq é admitida; são desprezados a dissipação viscosa e o trabalho realizado pelas forças de compressão.

Considerando as condições acima estabelecidas, as equações básicas para o estado de convecção natural transiente, podem ser escritas, na forma adimensional, como usados por Holman (1983) e Wang et al.(2002):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

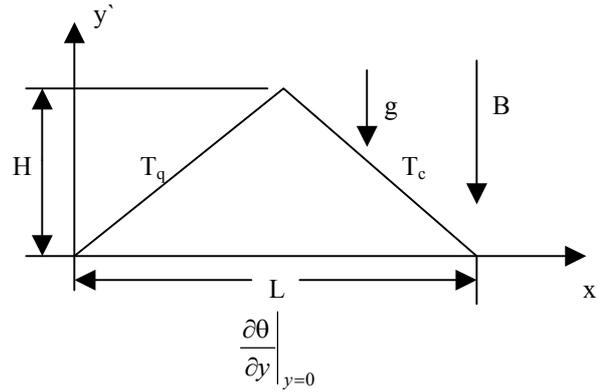


Figura 1. Região de convecção triangular

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + Ha^2 u \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{Ra}{Pr} \theta - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

onde t é o tempo; x e y são as coordenadas cartesianas; u e v as velocidades nas direções x e y ; p é a pressão; θ é a temperatura; Pr é o número de Prandtl, Ra é o número de Rayleigh e Ha é o número de Hartmann, dados por:

$$Pr = \nu / \alpha, \quad Ra = \frac{\beta g (T_q - T_c) L^3}{\nu \alpha}, \quad Ha = B_0 L \sqrt{\sigma_e / \mu} \quad (5)$$

sendo L o comprimento da base da cavidade, g é aceleração da gravidade, ν a viscosidade cinemática, α a difusividade térmica, T é a temperatura dimensional; T_c é a temperatura da parede fria e T_q a da parede quente, β o coeficiente de expansão térmica do líquido, B_0 o campo magnético uniforme, σ_e é a condutividade elétrica do meio e μ a viscosidade dinâmica.

Para se obter as quantidades adimensionais, as seguintes variáveis (adimensionais) foram definidas:

$$x = \frac{x'}{L}; \quad y = \frac{y'}{L}; \quad u = \frac{u'L}{\alpha}; \quad v = \frac{v'L}{\alpha}; \quad p = \frac{p' + \rho_0 g y'}{\rho_0 (\alpha/L)^2}; \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_q - T_c}; \quad t = \frac{\alpha}{L^2} t' \quad (6)$$

onde H é a sua altura; ρ_0 é a massa específica do fluido. As grandezas afetadas com o sobrescrito “linha” são dimensionais.

As equações (1) - (4) são completadas com as correspondentes condições de contorno e condições iniciais.

$$u = v = 0, \quad \theta = 1 \quad \text{para} \quad 0 \leq x \leq 0,5; \quad y = 2Hx/L$$

$$u = v = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{para} \quad 0,5 \leq x \leq 1 \quad y = 2H(1-x)/L \quad (7)$$

$$u = v = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad \text{para} \quad 0 < x < 1, \quad y = 0$$

Quando resolvemos o problema para as variáveis físicas, a pressão é determinada das equações (2) e (3). Consideraremos que $p = 0$ no ponto para o qual $x = y = 0$. As condições iniciais assumidas são que o fluido está em repouso e que a temperatura de toda a região de convecção é uniforme, isto é:

$$t = 0, \quad u = v = 0, \quad \theta = 0.5 \tag{8}$$

O número de Nusselt local na superfície fria da cavidade é dado por

$$Nu = \frac{\partial \theta}{\partial n} \tag{9}$$

O número de Nusselt médio ao longo da superfície é dado por

$$\overline{Nu} = \frac{1}{l} \int_0^l Nu dl \tag{10}$$

sendo l o comprimento da superfície.

O número de Nusselt normalizado é dado por

$$Nu = \frac{\overline{Nu}}{Nu|_{condução}} \tag{11}$$

3. Método de solução

O método numérico utilizado para resolver as equações diferenciais (1) a (4) é o modelo SIMPLE de Patankar. Os termos convectivos foram calculados usando o esquema híbrido para o qual o esquema de diferença centrada é substituído pelo esquema "upwind" sempre que o número de Peclet assume um valor grande. Uma malha não uniforme em ambas as direções foram usadas. A independência das soluções em relação ao tamanho das malhas foi estudado para vários casos.

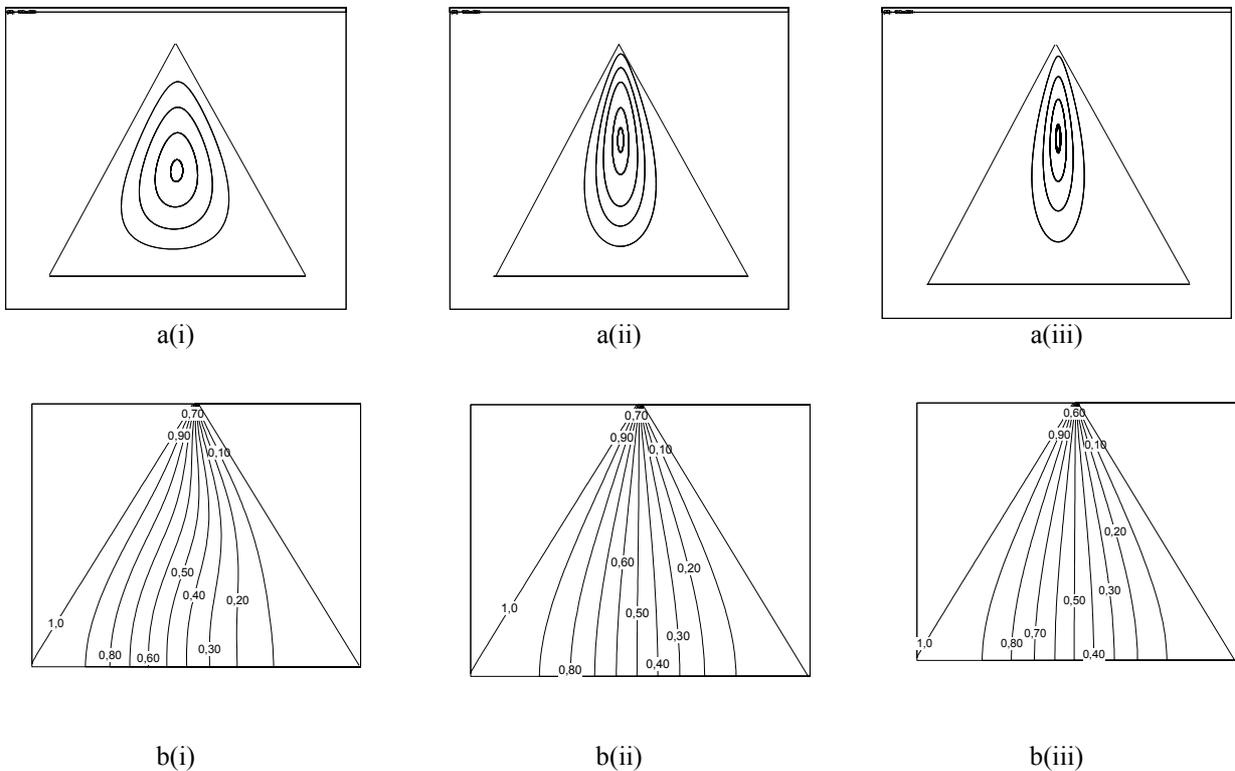


Figura 2. Linhas de corrente (a) e isotérmicas(b) para $Ha= 0$ (i), 400 (ii) e 800 (iii) e $Ra=10^5$.

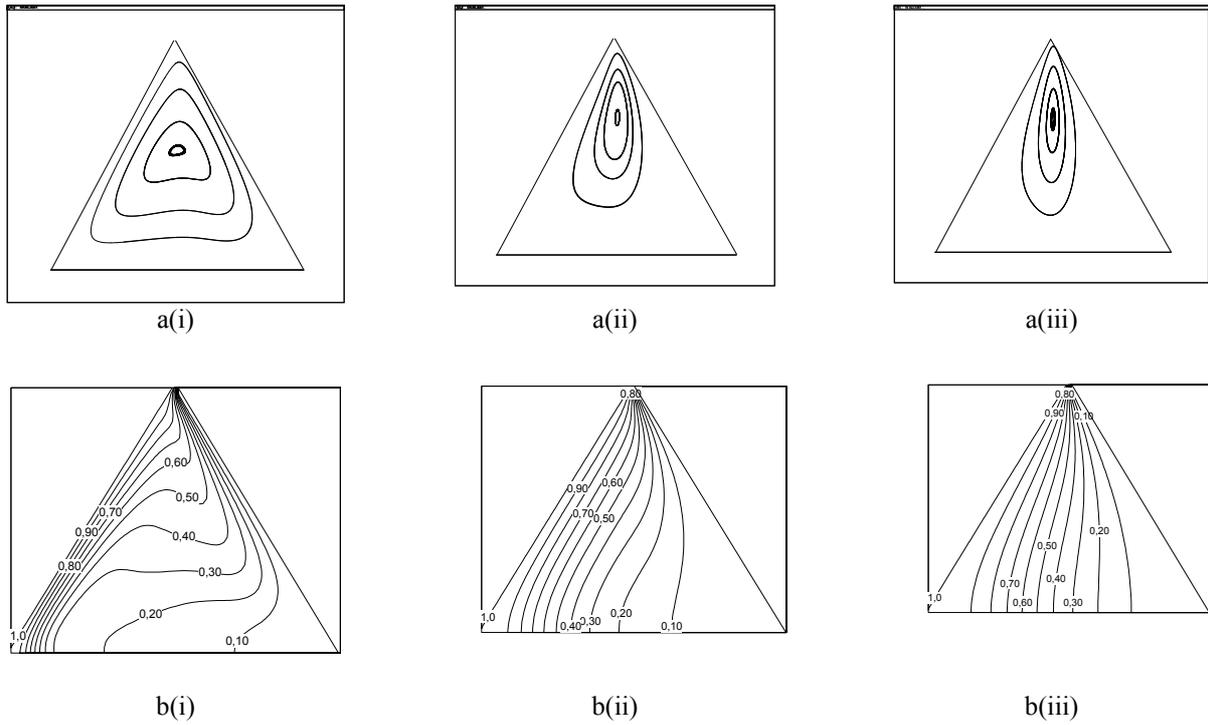


Figura 3. Linhas de corrente (a) e isotérmicas (b) para $Ha=0$ (i), 400 (ii) e 800 (iii) e $Ra=10^7$.

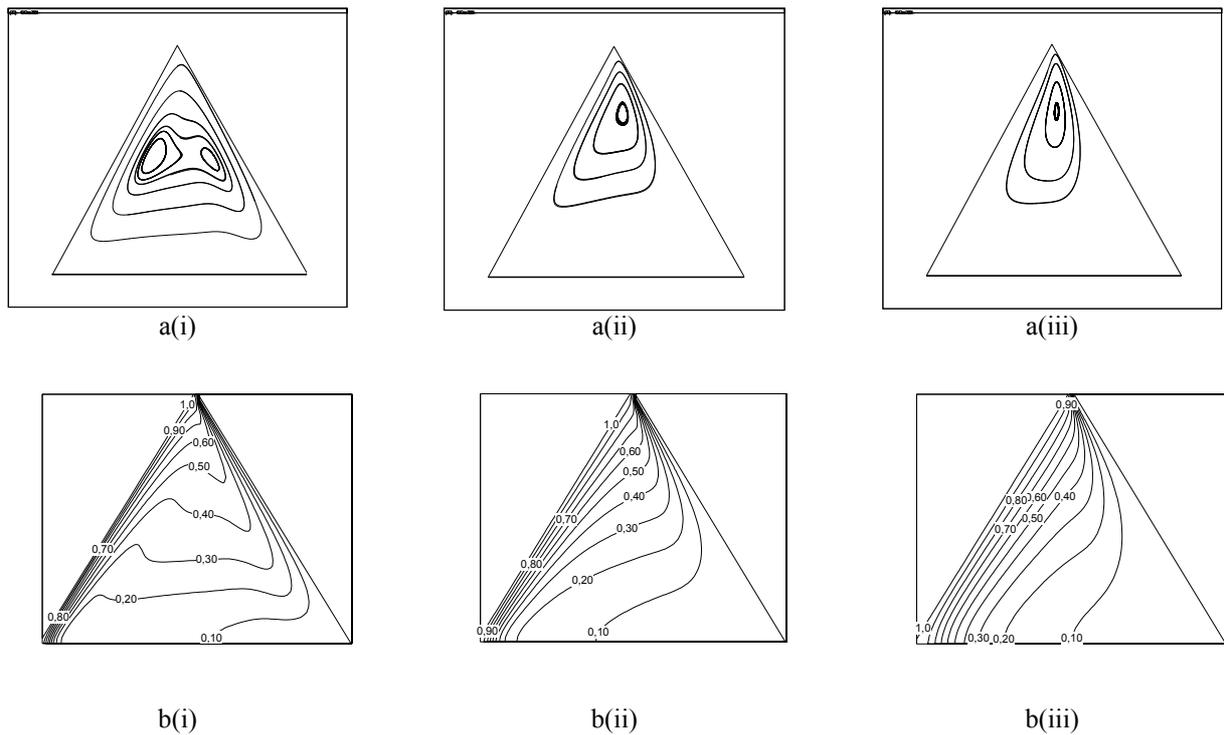


Figura 4 – Linhas de corrente (a) e isotérmicas (b) para $Ha=0$ (i), 400 (ii) e 800 (iii) e $Ra=10^8$

O resultado mostrou que a independência das malhas foi alcançada para a malha 99×51 , apresentando diferenças desprezíveis na transmissão do calor (menor do que 0,15%). Para controlar melhor a convergência, as soluções permanentes foram obtidas das equações transientes. O coeficiente de relaxação foi mantido igual a 0,7.

4. Resultados e discussões

A convecção hidromagnética de um líquido dentro de uma cavidade triangular isósceles é estudada numericamente. A superfície lateral esquerda da cavidade é aquecida e mantida com temperatura uniforme; a superfície lateral direita é

mantida fria e a base adiabática. O número de Prandtl foi considerado igual a 10 e o número de Hartmann variando de 0 a 800. Os resultados são apresentados nas linhas de corrente, isotérmicas e perfis de velocidade. A taxa de calor através da cavidade é calculada em termos do número de Nusselt.

Figura (2) mostra, para $Ra=10^5$, as alterações das linhas de corrente e isotérmicas, com o crescimento de Ha de 0 a 800. O escoamento consiste inicialmente de uma célula simples girando no sentido horário e ocupando toda a cavidade. Com o crescimento de Ha a célula se restringe ao centro da cavidade. Para o valor de Ra até 10^5 , as isotérmicas apresentam quase o mesmo perfil do estado de condução pura. A partir desse valor, com o aumento de Ra , as linhas de corrente e as isotérmicas mostram o acentuado efeito da convecção [Fig. 3 b(i) e 4b(i)].

O escoamento do fluido atinge, então, o estado estratificado mostrado pelas linhas horizontais [Fig. 3b(i) e 4 b(i)]. Quando $Ra=10^8$, passam a existir dois olhos no centro das células, na região central da cavidade, para $Ha=0$ [Fig 4a(i)].

Com o crescimento do número de Hartmann, nota-se acentuada redução da convecção e conseqüente diminuição da transferência do calor. As isotérmicas tendem a tomar a forma do estado de quase condução pura [Figs. 2b(iii), 3b(iii) e 4b(iii)]. Figura (5) mostra os perfis de velocidade (componente horizontal) do escoamento do fluido na linha vertical média da cavidade. Com o crescimento de Ha , a convecção é reduzida significativamente; a velocidade horizontal tende a zero para Ha próximo do valor 800, exceto para a região próxima da superfície lateral aquecida, para valores de Ra acima de 10^7 . A Fig. (6) mostra os perfis de velocidade (componente vertical) ao longo da linha horizontal média da cavidade. Pode-se notar o mesmo efeito anteriormente relatado. Há uma acentuada redução da componente vertical da velocidade com o crescimento de Ha , sendo menor este efeito com o crescimento de Ra .

Figura (7) mostra o número de Nusselt normalizado na superfície lateral fria da cavidade. Com o aumento do número de Hartmann, Nu tende ao valor um, indicando que o modelo de transferência de calor tende para o de condução. Os valores de Nu crescem com o crescimento do número de Rayleigh.

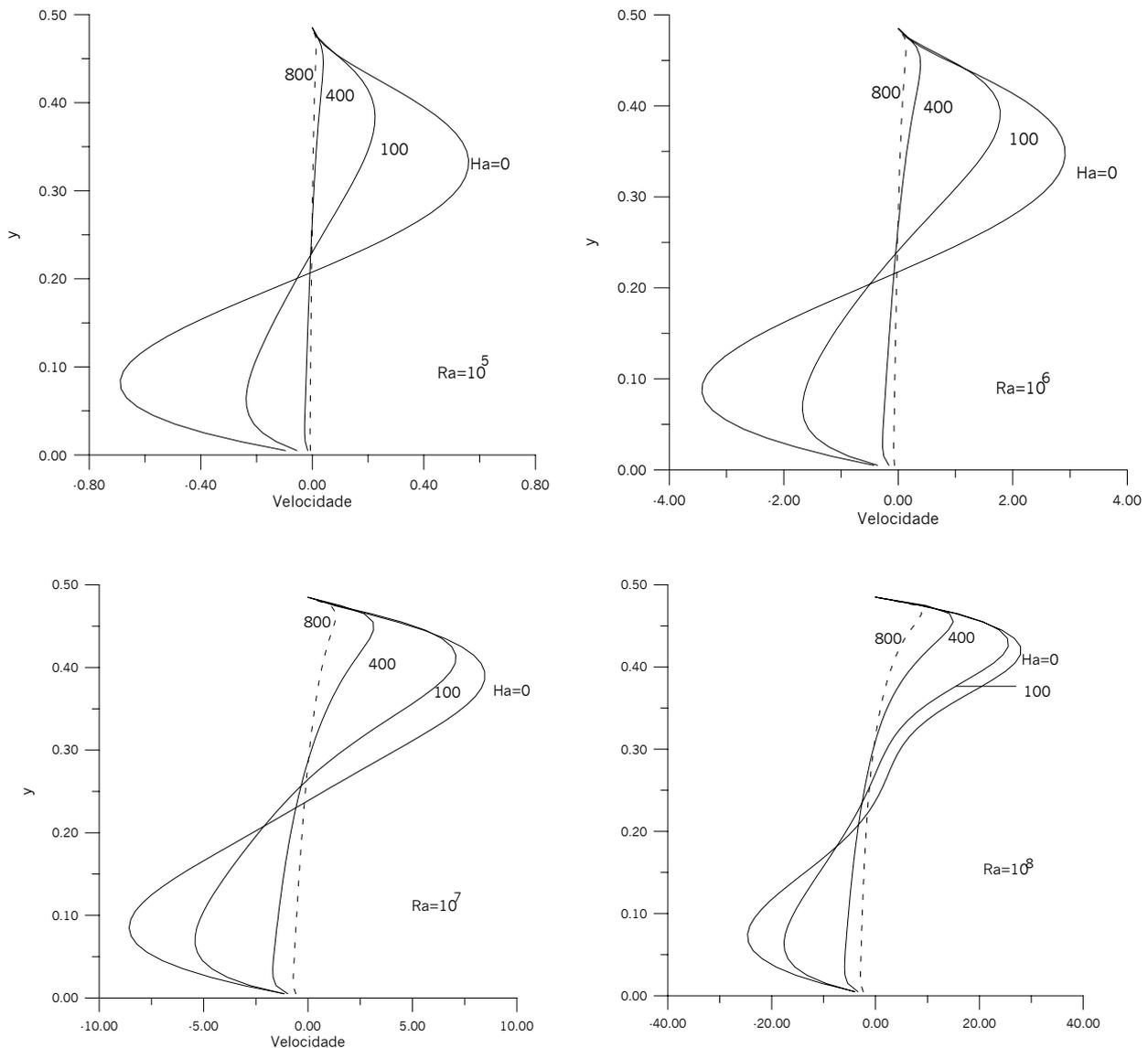


Figura 5. Perfis de velocidade ao longo da linha vertical média da cavidade

5. Conclusões

A convecção natural hidromagnética de um líquido dentro de uma cavidade triangular isósceles, é numericamente estudada para o intervalo do número de Hartmann variando de $0 \leq Ha \leq 800$, com uma das superfícies laterais da cavidade mantida com temperatura constante, quente, estando a outra é mantida fria e a base da cavidade é adiabática.

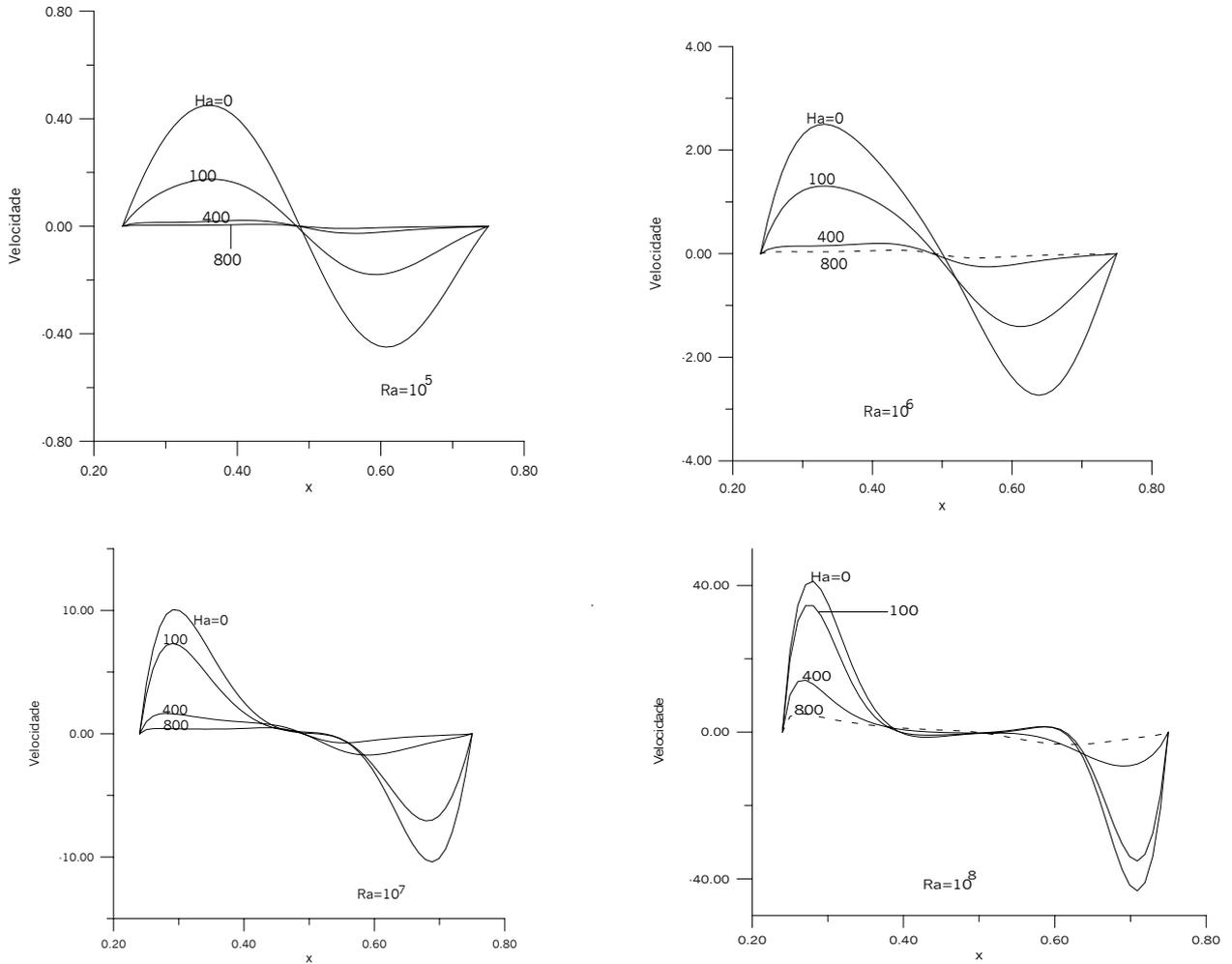


Figura 6. Perfis de velocidade ao longo da linha horizontal média da cavidade

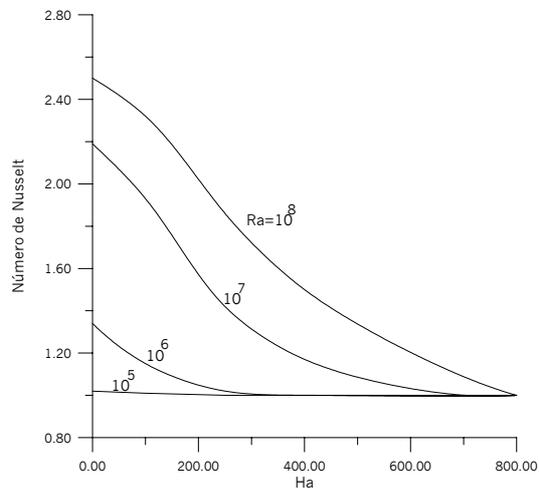


Figura 7. Número de Nusselt normalizado na superfície fria da cavidade em função de Ha .

É observado que o efeito do campo magnético sobre a convecção é no sentido de inibir a taxa de transferência de calor e de substituir o modo de transferência do calor de convecção para o de condução.

6. Referências

- Al-Najem, N.M.; Khanafer, K.M.; El-Refae, M.M., 1998, “Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field”, *International Journal of Numerical for Heat & Fluid Flow*, 8: (5-6) 651.
- Al-Nimr, M.A.; Alkam, M.K., 1999, “Magnetohydrodynamics transient free convection in open-ended vertical annuli”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 13: (2) 256-265.
- Alchaar, S. ; Vasseur, P.; e Bilden, E., 1995, “Natural convection heat transfer in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field”, *ASME Journal Heat Transfer*, Vol. 117, pp. 668-73.
- Garandet, J. P.; Alboussiere, T. e Moreau, R., 1992, “ Buoyancy drive convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field”, *International Journal Mass Transfer*, Vol. 35, n. 4, pp. 741-748.
- Holman P. J., “Transferência de Calor”, McGraw-Hill do Brasil, 1ª. Edição, São Paulo, 1983, pág. 570-577.
- Jianwei Qi, Wakayama N.I. and Ataka M., “Magnetic suppression of convection in protein crystal growth processes”, *Journal of Crystal Growth*, Volume 232, Issues 1-4, November 2001, Pages 132-137.
- Jianwei Qi, Wakayama N.I. and Yabe A., “Attenuation of natural convection by magnetic force in electro-no conducting fluids”, *Journal of Crystal Growth*, Volume 204, Issue 3, July 1999, Pages 408-412.
- Khanafer, K. M., 1996, “Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field”, Master Thesis, Kuwait University.
- Kandaswamy P.; Kumar, K., 1999, “Buoyancy-driven nonlinear convection in a square cavity in the presence of a magnetic field”, *Acta Mechanica*, 136,29-39.
- Mossner, R.; Muller, U.A., 1999, “Numerical investigation of three-dimensional magneto convection in rectangular cavities”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42: (6) 1111-1121.
- Nakano, A.; Ozoe, H.; Churchill, S.W., 1998, “Numerical computation of natural convection for a low-Prandtl-number fluid in a shallow rectangular region heated from below”, *Chemical Engineering Journal*, 71: (3) 175-182.
- Nagata, M., 1998, “ Nonlinear analysis on the natural convection between vertical plates in the presence of a horizontal magnetic field” , *European Journal of Mechanics B-Fluids*, 17: (1) 33-50.
- Ozoe, H.; Maruo, M., 1987, “Magnetic and gravitational natural convection of melted silicon – two dimensional numerical computations for the rate of heat transfer”, *J.S.M.E.*, vol. 30, pp. 774-84.
- Ozoe, H.; Okada, k., 1989, “The effect of the direction magnetic field on the three-dimensional natural convection in a cubic enclosure”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 32, n.10, pp. 1939-54.
- Oreper, G. M. e Szekely, J., 1983, “The effect of an externally imposed magnetic field on buoyancy driven flow in a rectangular cavity”, *Journal of Crystal Growth*, Vol. 64, pp. 505-15.
- Qi JW, Wakayama NI, 2000, “Suppression of natural convection in no conducting and low conducting fluids by the application of a static magnetic field”, *Materials transactions JIM*, 41: (8) 970-975.
- Rudraiah, N.; Barros, R.M.; Venkatachalappa, M.; Subbaraya, C.K., 1995, “ Efect of magnetic field on free convection in a rectangular enclosure. *Int. J. Eng. Sci.* 33,1075 – 1084.
- Uda N, Hayase M, Chikaoka T, Inoue S, Horiike H, Miyazaki K., 2000, “Natural convective heat transfer of lithium under magnetic field”, *Fusion Engineering and Design*, 51-2: 893-898.
- Vasseur, P.; Hasnaoui, M.; Bilgen, E.; Robillard, L., 1995, “Natural convection in an inclined fluid layer with a transverse magnetic field: analogy with a porous medium”, *ASME Journal of Heat Transfer*, February, vol. 117, pp. 121-9.
- Yamaguchi H, Kobori I, Uehata Y., Shimada K., 1999a, “Natural convection of magnetic fluid in a rectangular box”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 201: 264-267.
- Yamaguchi I, Kobori I, Uehata Y., 1999b, “Heat transfer in natural convection of magnetic fluids”, *Journal of Thermo physics and Heat Transfer*, 13: (4) 501-507.
- Wang, L. B. and Wakayama N. I., 2002, “Dependence of aspect ratio on magnetic damping of natural convection in low-conducting aqueous solution in a rectangular cavity”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 23, Issue 1, February 2002, Pages 92-95

NATURAL CONVECTION IN A TRIANGULAR CAVITY HEATED IN A PRESENCE OF A UNIFORM MAGNETIC FIELD

Felipe Rinaldo Queiroz de Aquino

Faculdade de Engenharia Química de Lorena - FAENQUIL
Rodovia Itajubá-Lorena, km 74,5 – cp 116 – 12600-970 – São Paulo
Email: felipe@debas.fauenquil.br

Maurício Araújo Zanardi

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
Av. Ariberto P. Cunha 333 –12516-410- Guaratinguetá – São Paulo
Email: mzanardi@feg.unesp.br

***Abstract.** The effect of a vertical and uniform magnetic field on the natural convection of a liquid inside a isosceles triangular enclosure with a lateral side wall heated, and the other cold, with the base adiabatic, is studied. It was used Patankar” control volume method” to solve the mass, momentum and energy equations. The numerical procedure used was based in the SIMPLE algorithm. The isotherms, streamlines and profiles of horizontal and vertical velocities are presented for the simulations studied; the normalized Nusselt number is presented as a function of Hartmann number and Rayleigh number. The flow pattern and the heat transfer characteristics inside the cavity are presented for Hartmann number varying over 0 to 800. The magnetic field dampens the flow field and the heat transfer. As the Hartmann number increases, the temperature field resembles that of the conduction type. The normalized Nusselt number at the cold wall, decreases with the increase of the Hartmann number Ha . The simulations were made for $10^3 < Ra < 10^8$, for a aspect ratio equal 0.5. Prandtl number used was 10.*

Keywords: natural convection, magnetic field, triangular enclosure