

SIMULAÇÃO DE CONVECÇÃO NATURAL TRANSIENTE EM CAVIDADES INCLINADAS COM FLUIDOS DE PROPRIEDADES VARIÁVEIS À BAIXOS NÚMEROS DE RAYLEIGH

Marcos de Sousa

Centro de Ensino Superior de Catalão - CESUC
Av. Presidente Médice, Santa Cruz CP 162, 75.706-420, Catalão, GO, Brasil
msousa@cesuc.br

Ricardo Fortes de Miranda

Faculdade de Engenharia Mecânica – FEMEC
Universidade Federal de Uberlândia – UFU
Campus Santa Mônica, Bl. 1M, 38.400-089, Uberlândia, MG, Brasil
rfmiranda@mecanica.ufu.br

Humberto Araujo Machado

Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento – IP&D
Universidade do Vale do Paraíba – UNIVAP
Av. Shishima Hifume, 2911, 12244-000, São José dos Campos, SP, Brasil
machado@univap.br

Resumo. A convecção natural em uma cavidade quadrada com os lados aquecidos a diferentes temperaturas é um teste clássico para métodos numéricos, que persiste como um desafio à números de Rayleigh críticos. Diversos autores têm se dedicado à solução do problema considerando cavidades inclinadas, levando em conta a variação das propriedades do fluido. Essas modificações causam importantes variações no comportamento do fluido, como o aparecimento de recirculações, e afetam a estabilidade do escoamento. A captura dessas células de recirculação demanda um refinamento das malhas usadas e um aumento do tempo de processamento. Como alternativa, a Técnica da Transformação Integral Generalizada (GITT) é um método híbrido numérico-analítico que tem sido aplicado com sucesso em problemas de convecção-difusão, onde os potenciais originais são substituídos por expansões de autofunções e o sistema de equações diferenciais parciais é substituído por um sistema de equações ordinárias infinito, que é truncado numa ordem grande o bastante para atingir a precisão desejada, o que permite obter uma solução com controle de erro sem nenhum tipo de geração de malha. Neste trabalho, a GITT é aplicada no clássico problema da cavidade quadrada em sua forma transiente, considerando as propriedades do fluido como dependentes da temperatura. A formulação em função corrente é empregada e o procedimento computacional é validado através da comparação com resultados obtidos para propriedades constantes. A solução para propriedades variáveis com uso parcial da aproximação de Boussinesq (considerando variação de densidade apenas no termo de força de corpo) é apresentada para diversos valores de inclinações e razões de aspecto constante, para um número de Rayleigh de 10^3 e um número de Prandtl de 0.71, demonstrando a capacidade da GITT em capturar a formação e evolução das células de circulação a baixo número de Rayleigh. São apresentadas correlações para o ângulo de inclinação.

Palavras-chave: convecção natural, transformação integral, propriedades variáveis

1. Introdução

Processos de convecção natural interna, além de possuírem uma vasta gama de aplicação nas diversas áreas de engenharia, representam um bom teste para métodos numéricos, devido ao forte acoplamento não-linear entre as equações do movimento e da energia. O clássico problema da cavidade quadrada (*Lid-driven Flow*) com os lados aquecidos a diferentes temperaturas tem sido usado como teste e comparativo entre os diversos métodos, representando ainda um desafio quando a intensidade do processo provoca o aparecimento de instabilidades, que é o caso de altos números de Rayleigh (Leal, 1996).

A maioria dos estudos tem sido feitos usando a aproximação de Boussinesq (1903) para simplificar a solução dos problemas práticos. Tal aproximação se baseia em dois princípios:

- a variação de densidade do fluido só é importante no termo fonte de força de corpo
- as demais propriedades físicas são consideradas constantes

Tais hipóteses nem sempre reproduzem os fenômenos físicos com a precisão desejada, dependendo da diferença de temperatura imposta entre as paredes (Zhong et al, 1985). Um modelo não-Boussinesq que considere a variação das propriedades em conjunto e individualmente e ainda introduza variáveis geométricas como

variações angulares no problema da cavidade quadrada minimiza consideravelmente os erros provocados pelas aproximações.

A Técnica de Transformação Integral Generalizada (*Generalized Integral Transform Technique – GITT*) é um método de solução de equações diferenciais parciais de evolução relativamente recente (Cotta, 1998), e tem se mostrado uma alternativa aos métodos puramente discretos. Seu caráter híbrido numérico-analítico permite o controle automático de erro durante a solução das equações, o que evita a necessidade de diversas execuções do código computacional para avaliação da convergência, dispensa a geração de malha e possibilita uma fácil extensão à um maior número de dimensões envolvidas no problema.

Na GITT se alivia a necessidade de se encontrar uma transformação integral exata do problema. Para isso, escolhe-se um problema de autovalor auxiliar o mais representativo possível do problema original. Os potenciais originais são representados por um somatório infinito de produtos entre as autofunções obtidas a partir do problema auxiliar e os potenciais transformados. Ao aplicar-se a transformação, obtém-se um sistema diferencial ordinário acoplado infinito, que é truncado até uma ordem suficiente para a obtenção da solução dentro da precisão desejada. A solução do sistema é feita através de algoritmos bem estabelecidos, com controle automático de erro, disponíveis em bibliotecas de rotinas científicas, tais como a DIVPAG (IMSL, 1989).

Neste trabalho, o problema da cavidade com aquecimento diferencial é resolvido pela GITT para diferentes ângulos de inclinação, considerando todas as propriedades do ar como funções da temperatura, exceto a densidade. O método de solução é validado comparando-se os resultados para a cavidade quadrada disposta horizontalmente, obtidos para propriedades constantes e disponíveis na literatura, em uma faixa de temperatura dentro da validade da aproximação de Boussinesq. Um dos objetivos foi avaliar a capacidade da GITT em capturar características mais complexas do fenômeno como as recirculações e levantar uma correlação para o comportamento do escoamento em função das características de posicionamento da cavidade quadrada.

A partir dos resultados obtidos foi possível comprovar a consistência física do método à baixos valores do número de Rayleigh, comprovou-se a capacidade da GITT de capturar recirculações, mesmo com baixa intensidade, e levantar a taxa de transferência de calor por convecção para propriedades variáveis obtendo-se uma correlação entre o número de Nusselt médio e o ângulo de inclinação da cavidade.

2. Definição do Problema Físico

O problema a ser analisado consiste numa cavidade retangular cheia de ar (número de Prandtl: $Pr = 0.71$), de lados a e b e ângulo de inclinação θ cujas paredes paralelas ao eixo x se encontram isoladas termicamente e as paredes paralelas ao eixo y estão a temperaturas constantes e uniformes, mostrado na Fig. (1).

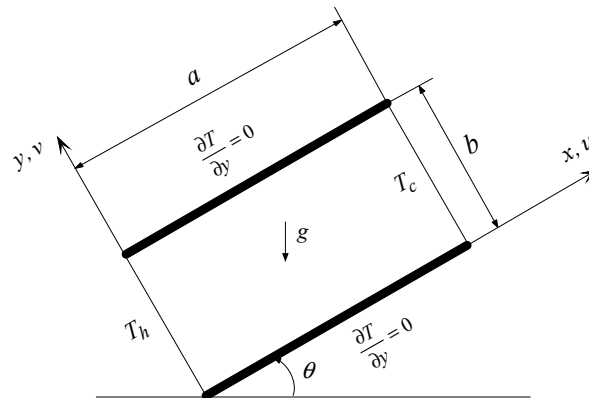


Figura 1. Geometria da cavidade

As hipóteses simplificadoras admitidas para o problema em questão são; escoamento bidimensional em regime laminar, densidade constante (exceto no termo de empuxo), impermeabilidade e não deslizamento no contorno e fluido Newtoniano.

As dimensões da cavidade são normalizadas pelos lados a e b . A partir das adimensionalizações usualmente empregadas, as equações em formulação de função corrente se tornam:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial y} = r \text{Pr}_0 \left[\frac{\mu}{r} \nabla^4 \Psi + 2r \frac{\partial \mu}{\partial y} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) \right. \\ \left. + \frac{2}{r} \frac{\partial \mu}{\partial x} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + 4r \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} + \left(r^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \right) \left(r \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) \right. \\ \left. - \text{Ra}_0 \text{Pr}_0 \frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta + r \text{Ra}_0 \text{Pr}_0 \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \right] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\rho_0 C_{p0}} \left(k \nabla^2 T + \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + r^2 \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2)$$

onde $r = a/b$ é a razão de aspecto sempre igual a 1.0. As condições de contorno para o problema na forma adimensional são:

$$\begin{aligned} x = 0: \quad T = 1; \quad \psi = \psi_y = 0 \quad , \quad x = 1: \quad T = 0; \quad \psi = \psi_y = 0 \\ y = 0: \quad T_y = 0; \quad \psi = \psi_y = 0 \quad , \quad y = 1: \quad T_y = 0; \quad \psi = \psi_y = 0 \end{aligned} \quad (3.a-d)$$

As condições iniciais são $T(x,y,0) = 0$ e $\psi(x,y,0) = 0$. As adimensionalizações empregadas foram baseadas em grandezas estimadas à temperatura inicial (índice “0”) e no comprimento a da cavidade. As condições de contorno da temperatura são homogeneizadas através do filtro $T(x,y,t) = T^*(x,y,t) + T_F(x)$, onde $T_F(x) = 1 - x$.

3. Solução Numérica Via Transformação Integral

Para a solução de problemas convectivo-difusivos pela GITT, os passos são: Definir e solucionar um problema auxiliar para a obtenção das autofunções, autovalores e normas; desenvolver o par transformada-inversa; efetuar a transformação integral do sistema diferencial parcial em um sistema diferencial ordinário acoplado e obter os potenciais originais através da fórmula de inversão.

Os problemas auxiliares para cada variável são escolhidos a partir de problemas de autovalor de Sturm-Liouville de 4ª ordem e 2ª ordem com condições de contorno homogêneas para a função corrente e temperatura, respectivamente (Leal, 1996).

Os potenciais transformados e fórmulas de inversão são dados por:

$$\Psi_{i,j}(t) = \int_0^1 \int_0^1 Y_i(x) Y_j(y) \psi(x, y, t) dy dx \quad (4.a)$$

$$\Theta_{i,j}(t) = \int_0^1 \int_0^1 \bar{\phi}_i(x) \bar{\Gamma}_j(y) T^*(x, y, t) dy dx \quad (4.b)$$

$$\psi(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} Y_i(x) Y_j(y) \Psi_{i,j}(t) \quad (5.a)$$

$$T^*(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \bar{\phi}_i(x) \bar{\Gamma}_j(y) \Theta_{i,j}(t) \quad (5.b)$$

O sistema de equações diferenciais ordinárias é obtido a partir da transformação integral das Eqs. (1,2), após aplicação dos operadores integrais, substituindo as fórmulas de inversão - Eq.(5) e tirando partido da propriedade de ortogonalidade das autofunções (Mikhailov et al, 1984):

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\int_0^1 Y_i(x) Y_k''(x) dx \int_0^1 Y_j(y) Y_l(y) dy + \int_0^1 Y_i(x) Y_k(x) dx \int_0^1 Y_j(y) Y_l''(y) dy \right] \frac{d\Psi_{kl}(t)}{dt} \\
 & = \int_0^1 \int_0^1 Y_i(x) Y_j(x) \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial y} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial y} - r \text{Pr}_0 \left[\frac{\mu}{r} \nabla^4 \Psi + 2r \frac{\partial \mu}{\partial y} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) \right] \right. \\
 & \left. - r \text{Pr}_0 \left[\frac{2}{r} \frac{\partial \mu}{\partial x} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + 4r \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} + \left(r^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \right) \left(r \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \text{Ra}_0 \text{Pr}_0 \frac{\partial \Gamma}{\partial x} \cos \theta + r \text{Ra}_0 \text{Pr}_0 \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \sin \theta \right] \right\}
 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{dT_{ij}}{dt} = \int_0^1 \int_0^1 \bar{\phi}_i(x) \bar{\Gamma}_j(y) \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0 C_{p_0}} \left(k \nabla^2 T + \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + r^2 \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dy dx \quad (7)$$

As Eqs. (6, 7) podem ser reescritas numa forma compacta como:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} E_{ijkl} \frac{d\Psi_{kl}(t)}{dt} = F_{ij}(t) \quad (8)$$

$$\frac{d\Theta_{i,j}(t)}{dt} = G_{ij}(t) \quad (9)$$

As condições iniciais transformadas são obtidas operando-se as condições iniciais originais:

$$\Psi_{ij}(t=0) = 0 \quad ; \quad \Theta_{i,j}(t=0) = \int_0^1 \int_0^1 \bar{\phi}_i(x) \bar{\Gamma}_j(y) (x-1) dy dx \quad (10.a-b)$$

A Eqs. (8, 9) constituem um sistema diferencial ordinário do tipo *stiff* (rígido) onde os potenciais transformados têm taxas de decaimento bem distintas entre si. Para a resolução numérica deste sistema, foi empregada a sub-rotina DIVIPAG (IMSL Library, 1989), que possibilita o controle automático de erro local, mantendo-o dentro da tolerância desejada. As expansões serão truncadas em um número finito de termos, NC e NT , para a função corrente e temperatura, respectivamente, resultando num sistema de equações diferenciais ordinárias acopladas. O número de equações obtidas após a transformação nas duas direções é de $NC^2 + NT^2$.

A cada passo de tempo, os coeficientes F_{ij} e G_{ij} devem ser integrados numericamente. Para a redução do custo computacional, foi empregado o algoritmo desenvolvido por Machado (1999), que utiliza integração por quadratura de Gauss, e tornou a solução numérica viável.

4. Validação do Método de Solução e Análise de Convergência

Na validação do código utilizou-se o mesmo número de termos para a função corrente, NC e temperatura, NT , de 120 termos. A precisão utilizada na integração do sistema e na resolução do sistema de equações diferenciais ordinárias foi de 10^{-4} . Inicialmente, o código foi validado comparando-se os resultados obtidos para baixas diferenças de temperatura (dentro do limite de validade da aproximação de Boussinesq) com aqueles obtidos via GITT para um fluido com propriedades constantes (Leal, 1996), considerando $\theta = 0$ e $r = 1$, obtendo-se excelente concordância, até o terceiro algarismo significativo.

A seguir, foi feita uma análise de convergência para o caso considerado mais crítico, ou seja, razão de aspecto 10 e ângulo de inclinação 45° . A Tab. (1) mostra os resultados para função corrente e temperatura em função do número de pontos de integração NF usados na quadratura de Gauss, para o caso não-Boussinesq - $\theta_0 = 0,5$ (Zhong et al. 1985), com $Ra = 10^3$, em $t = 0,005$. Considera-se que $NF = 30$ foi suficiente para a obtenção da convergência dos resultados. A partir dos resultados, os valores empregados para NC , NT e NF serão 120, 120 e 30, respectivamente.

Tabela 1. Resultados de convergência do código computacional.

<i>Função Corrente</i>					<i>Temperatura</i>				
x	y	10	20	30	x	y	10	20	30
0.1	0.1	0.00051	-0.00116	-0.00116	0.1	0.1	0.33058	-0.38636	-0.38619
0.1	0.5	0.00498	-0.00868	-0.00866	0.1	0.5	0.28667	-0.38643	-0.38627
0.1	0.9	0.00046	-0.00116	-0.0116	0.1	0.9	0.33052	-0.38651	-0.38634
0.5	0.1	0.00228	0.00003	0.00003	0.5	0.1	-0.01376	-0.00042	-0.00038
0.5	0.5	0.01403	0.00021	0.00018	0.5	0.5	-0.02056	-0.00042	-0.00038
0.5	0.9	0.00226	0.00003	0.00003	0.5	0.9	-0.01376	-0.00042	-0.00038
0.9	0.1	0.00018	0.00000	0.00000	0.9	0.1	0.02558	0.00015	0.00026

5. Resultados e Análise

O primeiro aspecto analisado foi a sensibilidade do escoamento à variação individual de cada propriedade, em comparação com os casos de fluido com propriedades constantes e com todas as propriedades variando, para o caso $\theta = 0$ e $r = 1$. As relações entre a variação de cada propriedade e a temperatura são aquelas usadas por Zhong et al (1985):

$$\begin{aligned} \mu(T) &= 1458 \times 10^{-7} T^{1.5} / 1104 + T; \quad k(T) = 2,6483 \times 10^{-3} T^{1.5} / T + 2454 \times 10^{-(12/T)}; \\ C_p(T) &= 989824 - 0,3316T + 0,2025 \times 10^{-3} T^2 \end{aligned} \quad (11. a-c)$$

Na Fig. (2), é possível observar que o escoamento é mais sensível à variação individuais da condutividade, que provoca um deslocamento maior em relação ao caso de propriedades constantes. A variação da viscosidade provoca um efeito oposto, porém de menor monta, e o calor específico tem importância relativamente pequena. Porém, deve-se levar em conta que a número de Rayleigh é baixo. A maiores valores, a influência dessas variações tende a se intensificar (Leal et al, 2000).

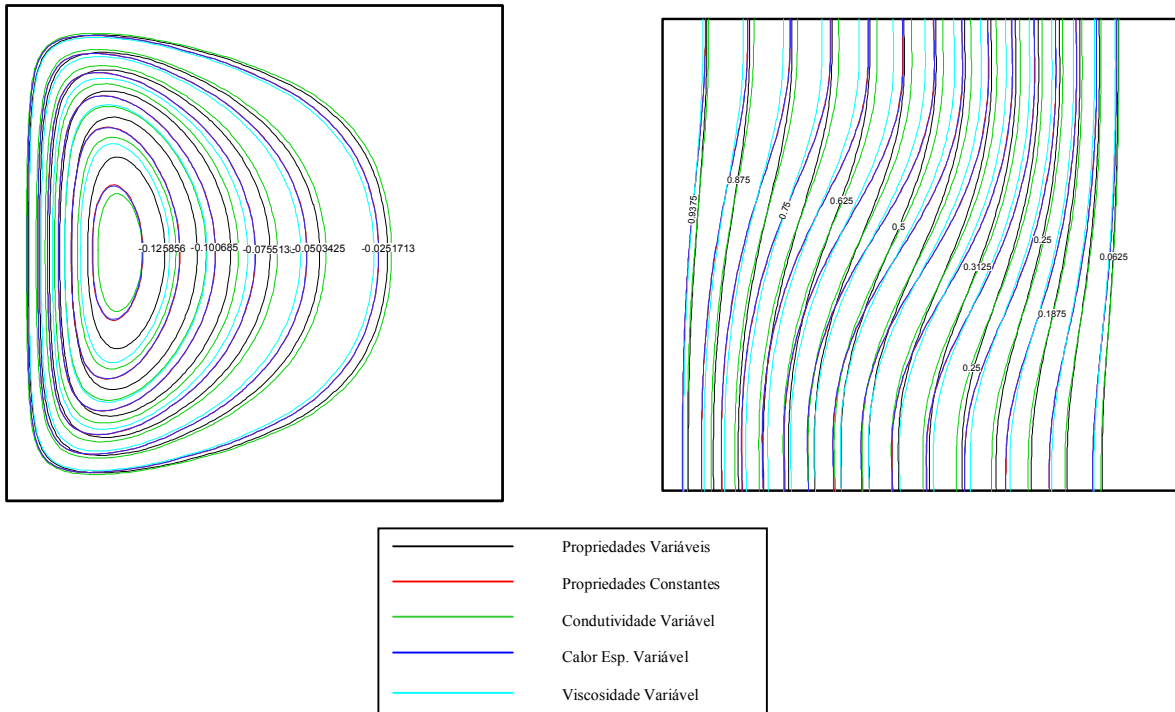


Figura 2. linhas de corrente para e isothermas para $t = 0.5$.

A Fig. (3) exibe os resultados para todas as propriedades variáveis e diferentes ângulos de inclinação sendo que a razão a/b é igual a 1,0 em $t=0,02$, nos menores tempos para a função corrente exibe maior intensidade das linhas de corrente as quais tem seu centro de rotação em $y=0,5$ e $x<0,5$; sendo com o aumento dos tempos provoca um deslocamento para $y=0,5$ e $x=0,5$. Nota-se uma maior intensidade das linhas de corrente para os ângulos $\theta = 0^0$ e $\theta = 15^0$, em relação aos ângulos maiores.

Os perfis de temperatura neste caso já apresentam um efeito mais evidente do termo gravitacional, mostrado na Fig. (4). Para o aumento do ângulo de inclinação ocorre uma linearização dos perfis de temperatura.

A Figura (5) compara as linhas de corrente para os casos $\theta = 15^0$ e $r = 1$ e $\theta = 45^0$ e $r = 10$. Verifica-se que é pequena a influência do ângulo sobre o escoamento em valores baixos de inclinação – Fig. (5.a). Na Fig. (5.b), para o caso mais crítico simulado, notam-se alterações em relação à cavidade horizontal, mostrada na Fig. (5.a).

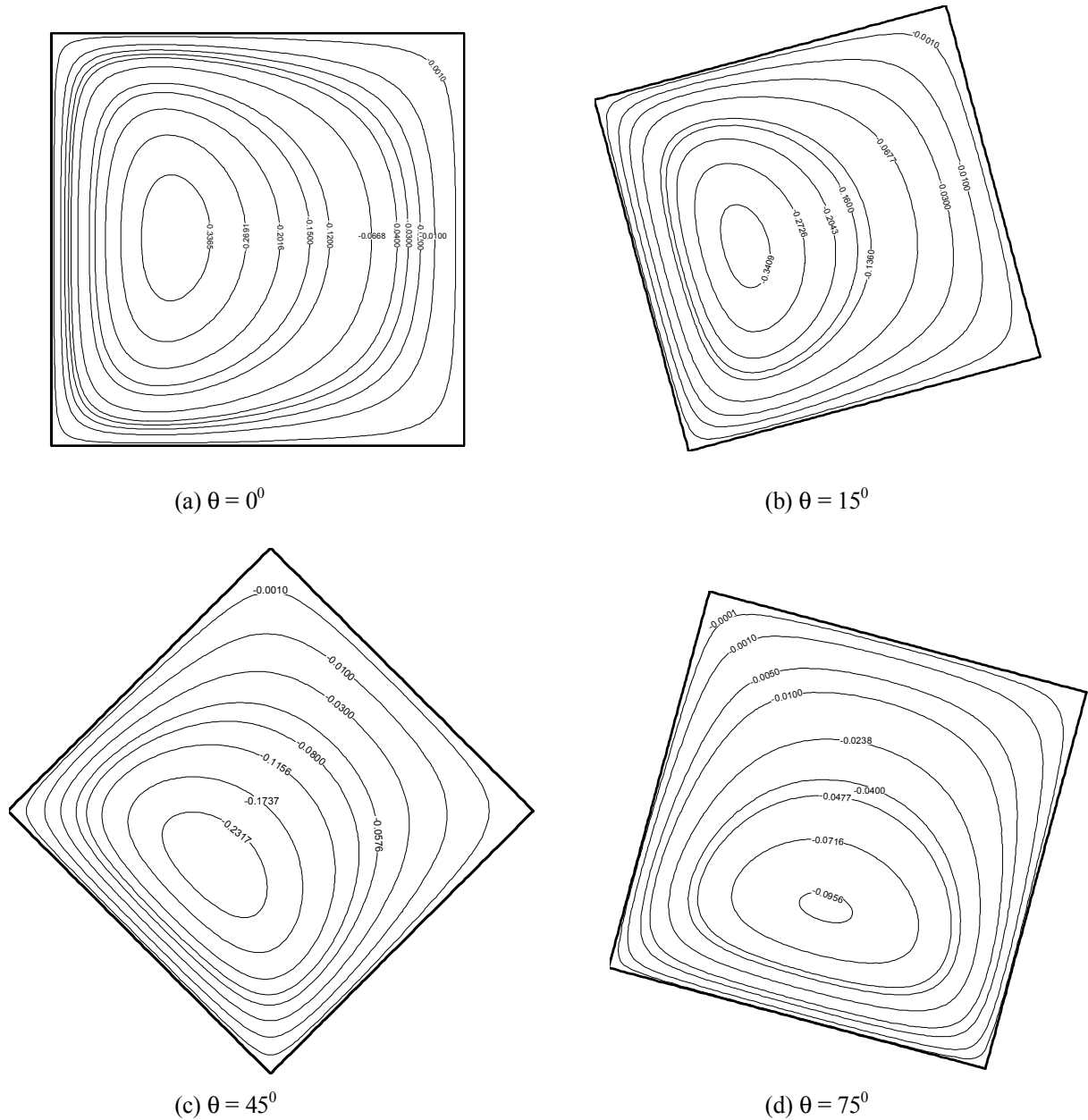


Figura 3. linhas de corrente para diferentes ângulos de inclinação e $t = 0.02$.

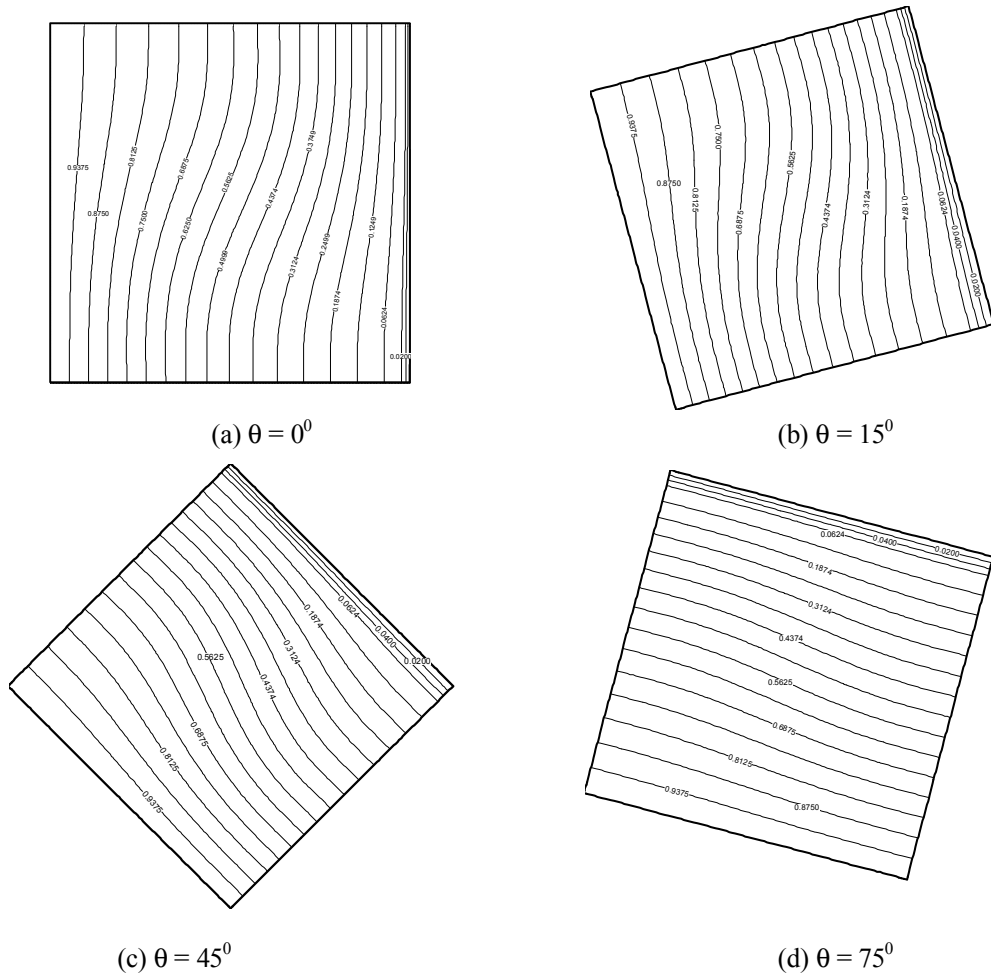


Figura4. Isotermas para diferentes ângulos de inclinação em $t = 0.5$.

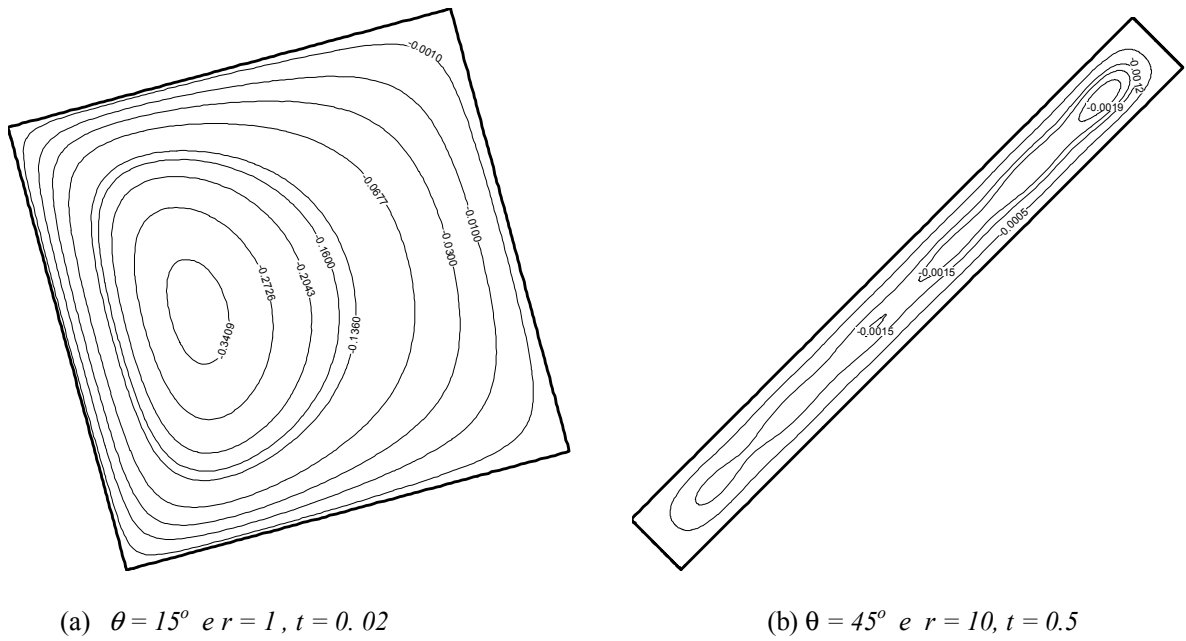


Figura 5. Linhas de corrente em dois casos distintos.

A Figura (6) mostra os resultados para o Número de Nusselt Médio em função da variação do ângulo de inclinação. A partir de tais valores interpolados, encontrou-se uma relação polinomial entre os valores de Nu_m e ângulo de inclinação:

$$Nu_m = 0,9165 + 0,00026\theta - 1,24E10^{-5}\theta^2 \quad (12)$$

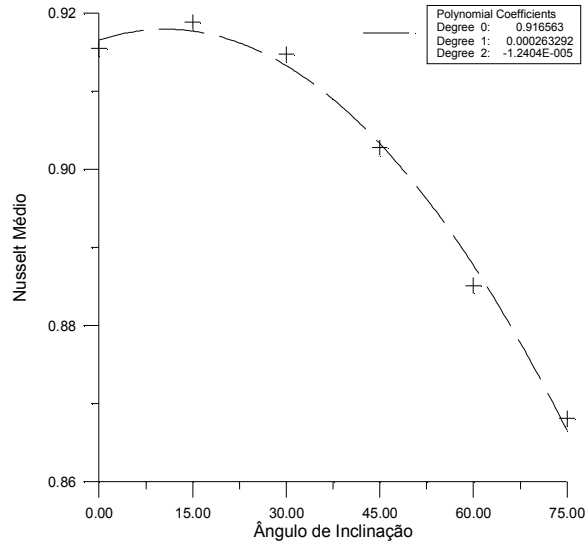


Figura 6. Número de Nusselt Médio em função do ângulo de inclinação.

Os valores para Nu médio de acordo com a Fig. (6) exibem uma maior troca de calor convectiva para ângulos entre 0° e 30° , também fica evidente um aumento da influência condutiva com o aumento do ângulo de inclinação.

6. Conclusões

Neste trabalho, foi estudado o processo de convecção natural no interior de uma cavidade retangular inclinada cheia de um fluido com propriedades termofísicas variáveis, através da Técnica da Transformada Integral Generalizada – GITT.

Inicialmente o método foi validado comparando-se os resultados para um problema dentro do limite de validade da aproximação de Boussinesq com aqueles para um fluido de propriedades constantes. Em seguida, foi feita uma análise de convergência que permitiu estabelecer a ordem de truncamento das expansões da função corrente e temperatura e o número de pontos de Gauss usados na integração numérica dos coeficientes.

No estudo do fenômeno propriamente dito, verificou-se a sensibilidade do escoamento à variação de cada propriedade a partir de correlações entre as propriedades e a temperatura, e do ângulo de inclinação para todas as propriedades variando simultaneamente, para um número de Rayleigh particular (10^3).

Os resultados permitiram concluir que a condutividade térmica e a viscosidade dinâmica são as propriedades mais sensíveis à variações da temperatura e influenciam tanto no fluxo de calor quanto nas temperaturas locais e linhas de corrente do escoamento. Com a variação do ângulo de inclinação é possível determinar um ângulo ótimo para a transferência de calor convectiva em cavidades.

Foi possível obter correlações para o número de Nusselt médio em função do ângulo, e evidenciou-se a capacidade da GITT de capturar recirculações, mesmo de baixa intensidade.

Como seqüência a este trabalho, deve-se obter cartas que cubram um apreciável intervalo de variação do número de Rayleigh para diferentes ângulos de inclinação.

7. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer à FAPESP e a FAPEMIG pelo apoio financeiro durante a realização deste trabalho.

8. Referências

- Bejan, A., 1984, "Convection Heat Transfer", John Wiley & Sons, NY.
- Boussinesq, J., "Theorie Analytique de la Chaleur", Gauthier-Villars, Paris, vol.2.
- Cotta, R. M. e Mikhailov, M. D., 1998, "The Integral Transform Method in Thermal and Fluid Science and Engineering", cap. XVII, p. 313-333, editado por, Begell House Inc. Publishers, NY.
- Leal, M. A., 1996, "Convecção Natural em Cavidades para Regimes Permanente e Transiente - O Método de Transformação Integral", Tese de Doutorado, PEM/COPPE/UFRJ.
- Leal, M.A., Machado, H.A. e Cotta, R.M., 2000, "Integral Transform Solutions of Transient Natural Convection in Enclosures with Variable Fluid Properties"; International Journal of Heat&Mass Transfer, (43), pp 3977-3990, 2000.
- Machado, H.A., 1999, "Algoritmo Flexível para a Solução de Problemas de Convecção Térmica via Transformação Integral", XV COBEM, Águas de Lindóia, SP.
- Mikhailov, M. D., Özisik, M. N., 1984, Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion, Jon Wiley, New York.
- IMSL Library, 1989, "Math/Lib.", Houston, Texas.
- Zhong, Z. Y.; Yang, K. T. e Lloyd, J. R., 1985, "Variable Property Effects in Laminar Natural Convection in a Square Enclosure", Journal of Heat Transfer, vol. 107, pp. 103-138.

SIMULATION OF TRANSIENT NATURAL CONVECTION IN ENCLOSURES WITH VARIABLE FLUID PROPERTIES AT LOW RAYLEIGH NUMBER

Marcos de Sousa

Centro de Ensino Superior de Catalão -
Av. Presidente Médice, Santa Cruz CP 162, 75.706-420, Catalão, GO, Brazil
msousa@cesuc.br

Ricardo Fortes de Miranda

Faculdade de Engenharia Mecânica – FEM
Universidade Federal de Uberlândia – UFU
Campus Santa Mônica, Bl. 1M, 38.400-089, Uberlândia, MG, Brazil
rfmiranda@mecanica.ufu.br

Humberto Araujo Machado

Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento – IP&D
Universidade do Vale do Paraíba – UNIVAP
Av. Shishima Hifume, 2911, 12244-000, São José dos Campos, SP, Brazil
machado@univap.br

Abstract. *Natural convection inside cavities is a classical test case for numerical methods. The well known lid-driven flow in a square cavity with sides at different temperature is still a challenge at critical Rayleigh numbers. In recent years, authors have been dedicated efforts to solve that problem for inclined cavities considering fluids with variable physical properties. These modifications cause important variations in the flow behavior: circulation cells appear, and stability of flow is affected. Capturing these cells demands grid refinement and rising processing time. As an alternative, Generalized Integral Transform Technique (GITT) is a hybrid numerical analytical method that has been applied successfully to convection-diffusion problems. In this method, the original potentials are replaced by eigenexpansions series, and the system of partial differential equations is transformed in a finite system of ordinary differential equations large enough to obtain the desired accuracy. The method allows to obtain an error controlled solution without needing of any kind of grid generation. This paper is aimed at the application of the GITT to the transient version of the classical differentially heated square cavity problem, considering fluid properties as functions of temperature. The streamfunction-only formulation of the flow equations and the energy equation under laminar flow are employed in seeking a solution to this natural convection problem. - The computational procedure is validated comparing results to some previously reported results for constant fluid properties. The solution for variable fluid properties with partial Boussinesq approximation (density variation in the body force term only) is presented for several values of inclinations, and for Rayleigh number of 10^3 and Prandtl number equal to 0.71, demonstrating GITT capability to capture circulating cells formation and evolution at low Rayleigh number, and new correlations for angle of inclination are presented.*

Keywords: *natural convection, integral transform, variable properties*