

IX CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIAS TÉRMICAS



9th BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL ENGINEERING AND SCIENCES

Paper CIT02-0562

CONVECÇÃO NATURAL EM CANAIS PLANOS CONVERGENTES, DIVERGENTES E PARALELOS

Francisco Marcondes

Universidade Federal do Ceará – Departamento de Engenharia Mecânica e de Produção – Campus do Pici – CT – Bloco 714 - Caixa Postal:12.144 – Fortaleza -CE - 60.455-760. marconde@dem.ufc.br

Vinicius de Souza Melo

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica, João Pessoa, PB, Brasil-58059-900 vinisouzamelo@bol.com.br

José Mauricio Gurgel

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica, João Pessoa, PB, Brasil-58059-900 gurgel@les.ufpb.br

Resumo. Convecção natural em canais abertos tem sido extensivamente analisada devido ao largo espectro de aplicações, como por exemplo, o resfriamento de equipamentos eletrônicos, coletores solares, dentre outros. No entanto, exceto por um pequeno número de trabalhos, a maioria dos casos analisados concentram-se no estudo da convecção natural em canais formados por duas placas planas e paralelas. Além do mais, quase todas as metodologias numéricas empregadas para este caso desprezam os termos difusivos nas equações de conservação, na direção principal do escoamento. Desta forma, pode-se aplicar um procedimento de marcha ao longo do canal a partir de condições conhecidas na entrada. No entanto, quando estes termos são desprezados nas equações de conservação não é possível o surgimento de recirculações ao longo do canal. O presente trabalho tem por objetivo estudar a convecção natural em canais abertos planos, com formato convergente, divergente e paralelo, retendo os termos difusivos na direção principal do escoamento nas equações de conservação. As equações serão resolvidas pelo método dos volumes finitos com arranjo co-localizado. Os resultados para número de Prandtl 5 serão apresentados em termos de linhas de corrente, vetores velocidades, isotermas, bem como número de Nusselt médio.

Palavras chave: Convecção Natural, Canais Paralelos, Convergentes e Divergentes, Volumes Finitos, Arranjo Co-localizado.

1. Introdução

Convecção natural em canais abertos tem sido extensivamente estudada na literatura devido ao largo espectro de aplicações, como por exemplo, dimensionamento de condensadores de refrigeradores, disposição das placas de circuitos em equipamentos eletrônicos, secadores de grãos, chaminés, coletores solares, resfriamento ou aquecimento de ambientes, etc. Este tipo de problema tem sido analisado através de técnicas experimentais e numéricas. No entanto, a maioria dos casos analisados referem-se a canais planos e paralelos. Em relação às soluções numéricas, para canais planos, grande parte destas desprezam os termos difusivos das equações de conservação, na direção principal do escoamento. No decorrer deste trabalho denominar-se-á este procedimento de metodologia parabólica. Esta metodologia foi empregada para a solução da convecção natural em canais abertos e paralelos por Bodoia e Osterle (1962), Aung et al. (1972), Aihara (1973), Aung e Worku (1986), Sparrow et al. (1984), dentre outros. No entanto, o procedimento parabólico tem alguns inconvenientes. O primeiro deles é o fato da velocidade na entrada do canal não ser conhecida a priori para um determinado conjunto de dados (altura do canal, diferenca de temperatura entre a parede e o ambiente, tipo de fluido, etc.), exigindo então um procedimento iterativo. Ou seja, inicialmente, é prescrita uma determinada vazão e o procedimento de marcha é então iniciado. Caso a pressão na saída do canal não seja igual à pressão ambiente, um novo valor de vazão é então prescrito e o procedimento iterativo é repetido, até que a pressão na saída do canal seja igual à pressão ambiente. Neste ponto tem-se a vazão succionada pelos efeitos de empuxo. Outro inconveniente, e talvez o mais restritivo, é o fato desta metodologia não poder captar e mesmo divergir quando do surgimento de regiões de recirculação, como por exemplo, na saída dos canais paralelos com condições de aquecimento simétricas ou assimétricas e canais divergentes com condições de aquecimento simétricas. Nestes casos, a única alternativa do ponto de vista numérico é manter os termos difusivos na direção principal do escoamento. No presente trabalho este procedimento será denominado por metodologia elíptica.

O principal inconveniente da metodologia elíptica é o fato das condições de contorno para pressão e velocidade na entrada do canal não serem conhecidas. Uma tentativa de contornar esta dificuldade é prescrever condições de contorno do tipo parabólicas longe da entrada do canal e onde supostamente os efeitos de empuxo estão ausentes. Kettleborough (1972), Nakamura et al. (1982) e Naylor et al. (1991) empregaram este artificio para resolver o problema da

convecção natural em canais com aquecimento simétrico. Um inconveniente deste tipo de aplicação é a criação de incógnitas adicionais relativas a região externa do canal. Em alguns casos, esta região é muito maior do que a região de interesse. Outra alternativa é resolver as equações de interesse somente no canal, com a criação de equações adicionais, que possam evoluir de forma adequada a pressão e a velocidade na entrada do canal, durante o procedimento iterativo da solução. Nieckle e Azevedo (1987) apresentaram a solução para a convecção natural em canais abertos com aquecimento simétrico, com a metodologia elíptica envolvendo apenas o domínio de interesse. Maliska e Marcondes (1993) apresentaram um procedimento para a aplicação das condições de contorno na entrada de canais com formato diverso durante a solução elíptica das equações de conservação. No entanto, neste trabalho apenas resultados para canais planos com aquecimento assimétrico foram apresentados. No trabalho de Marcondes e Maliska (1999) foi apresentada a solução elíptica da convecção natural em canais abertos em formato de L, com as equações de conservação sendo resolvidas apenas na região de interesse. Sparrow e Ruiz (1988a-b) apresentaram resultados experimentais e numéricos para a configuração formada por duas placas planas com formato convergente e divergente, sendo que os resultados numéricos foram obtidos com o uso da metodologia parabólica.

No presente trabalho serão apresentados resultados para canais planos com formato paralelo, convergente e divergente. A Fig. (1) mostra os domínios de interesse, descrevendo algumas características geométricas importantes. Nesta figura S é o espaçamento entre as placas, H é a altura entre a abertura inferior e a superior do canal e L é o comprimento linear da parede do canal na direção do escoamento. Para cada configuração serão analisadas diversos valores do parâmetro ($S_{máx}/L$) $Ra_{smáx}$, onde $Ra_{smáx}$ é o número de Rayleigh baseado no espaçamento máximo entre as placas. Os resultados serão apresentados para número de Prandtl 5,0. As equações governantes serão discretizadas via método dos volumes finitos com arranjo de variáveis co-localizado. O acoplamento pressão-velocidade será tratado via algoritmo PRIME, Maliska (1995).

2. Formulação Matemática

Assumindo escoamento bi-dimensional laminar e incompressível, aproximação de Boussinesq e fluido Newtoniano pode-se escrever as equações que descrevem a convecção natural no sistema generalizado de coordenadas (ξ,η) para um escalar ϕ como,

$$\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial\xi}(\rho\cup\phi) + \frac{\partial}{\partial\eta}(\rho\nabla\phi) = \frac{\partial}{\partial\xi}\left(C_1\frac{\partial\phi}{\partial\xi} + C_2\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right) + \frac{\partial}{\partial\eta}\left(C_2\frac{\partial\phi}{\partial\xi} + C_4\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right) - \hat{P}^{\phi} + \hat{S}^{\phi}$$
(1)

onde,

$$P^{u} = \frac{\partial P}{\partial \xi} y_{\eta} - \frac{\partial P}{\partial \eta} y_{\xi} \qquad P^{v} = \frac{\partial P}{\partial \eta} x_{\xi} - \frac{\partial P}{\partial \xi} x_{\eta}$$

$$S^{u} = S^{T} = 0 \qquad S^{v} = \rho g \overline{\beta} (T - T_{o})$$

$$C_{1} = \alpha J \Gamma^{\phi} ; C_{4} = \gamma J \Gamma^{\phi} \qquad C_{2} = -\beta J \Gamma^{\phi} ; \beta = x_{\xi} x_{\eta} + y_{\xi} y_{\eta} \qquad (2)$$

$$\alpha = x_{\xi}^{2} + y_{\xi}^{2} ; \gamma = x_{\eta}^{2} + y_{\eta}^{2} \qquad U = y_{\eta} u - x_{\eta} v ; V = x_{\xi} v - y_{\xi} u$$

$$\hat{P}^{\phi} = \frac{P^{\phi}}{J} \qquad \hat{S}^{\phi} = \frac{S^{\phi}}{J}$$



Figura 1. Perfis dos canais utilizados para a simulação

Quando ϕ é igual a 1 a equação de conservação da massa é obtida e para ϕ igual a u,v e T as equações de conservação do momento e energia são, respectivamente, recuperadas.

3. Procedimento Numérico

As equações constitutivas do modelo representadas pela Eq. (1), foram discretizadas pelo método dos volumes finitos, utilizando o arranjo co-localizado de variáveis, Maliska (1995). Para avaliar as propriedades e seus gradientes nas faces de cada volume de controle foi empregando o esquema WUDS (Weight Upstream Differencing Scheme), Raithby e Torrance (1974). Integrando a Eq. (1) no volume de controle tracejado da Fig. (2) e no tempo, obtém-se a seguinte equação algébrica para ϕ ,

$$A_p\phi_p = A_E\phi_E + A_W\phi_W + A_N\phi_N + A_S\phi_S + A_{NE}\phi_{NE} + A_{NW}\phi_{NW} + A_{SE}\phi_{SE} + A_{SW}\phi_{SW} + B^{\phi}$$
(3)

onde, por exemplo, Ae e Apsão dados por,

$$A_{e} = -\dot{M}_{e} \left(\frac{1}{2} - \overline{\alpha}_{e}\right) + \frac{C_{1e} \,\overline{\beta}_{e} \,\Delta\eta}{\Delta\xi} - \frac{(C_{2n} - C_{2s})\Delta\eta}{4\,\Delta\xi} \tag{4}$$

$$A_p = \sum \left(A_{nb} \right) + \frac{M_p^o}{\Delta t} \tag{5}$$



Figura 2. Volume de controle no plano transformado

4. Equação Para a Pressão

Integrando-se a equação de conservação da massa em regime permanente no volume de controle da Fig. (3), obtém-se

$$(U_e - U_w)\Delta\eta + (V_n - V_s)\Delta\xi = 0$$

(6)

(**a**)



Figura 3. Volume de controle para conservação da massa

Observa-se da Eq. (6) que é necessário o conhecimento das velocidades contravariantes nas faces do volume de controle. Assumindo que as velocidades cartesianas sejam obtidas nas faces do volume de controle, pode-se escrever,

$$A_{p}u_{p} = A_{E}u_{E} + A_{W}u_{W} + A_{N}u_{N} + A_{S}u_{S} + A_{NE}u_{NE} + A_{NW}u_{NW} + A_{SE}u_{SE} + A_{SW}u_{SW} + L[P^{u}]\Delta V + L[S^{u}]\Delta V$$

$$(7)$$

$$A_{p}v_{p} = A_{E}v_{E} + A_{W}v_{W} + A_{N}v_{N} + A_{S}v_{S} + A_{NE}v_{NE} + A_{NW}v_{NW}$$

$$+ A_{SE}v_{SE} + A_{SW}v_{SW} + L\left[P^{v}\right]\Delta V + L\left[S^{v}\right]\Delta V$$
(8)

As Eqs. (7) e (8) podem ser escritas da seguinte forma,

$$\mathbf{u}_{p} = \hat{\mathbf{u}}_{p} - \mathbf{d}_{p} \left[\mathbf{P}^{u} \right] \Delta \mathbf{V} \tag{9}$$

$$\mathbf{v}_{p} = \hat{\mathbf{v}}_{p} - \mathbf{d}_{p} \left[\mathbf{P}^{v} \right] \Delta \mathbf{V} \tag{10}$$

onde \hat{u}_p e \hat{v}_p contêm todos os termos das Eqs. (9) e (10), exceto os termos de pressão. Multiplicando-se u por y_η e v por $-x_\eta$ e similarmente, v por x_ξ e u por $-y_\xi$ obtém-se,

$$U_{p} = \hat{U}_{p} - \left[\alpha \frac{\partial P}{\partial \xi} + \beta \frac{\partial P}{\partial \eta}\right]_{p} d_{p}$$
(11)

$$V_{p} = \hat{V}_{p} - \left[\gamma \frac{\partial P}{\partial \xi} + \beta \frac{\partial P}{\partial \eta} \alpha_{22}\right]_{p} d_{p}$$
(12)

Uma vez que as velocidades u e v são armazenadas no centro do volume de controle \hat{U}_p , \hat{V}_p , d_p^u também o são. Necessita-se, então, da extrapolação das velocidades, $\hat{u} \in \hat{v}$ do centro para as interfaces do volume de controle. Neste trabalho será adotado o procedimento sugerido por Maliska (1995) e Santos et. al. (1995). A expressão para \hat{u}_e referido a Fig. (4) é dada por

$$\hat{\mathbf{u}}_{e} = \frac{\left[\sum_{k=1}^{\infty} A_{nb} \left(\mathbf{u}_{NB} - \mathbf{u}_{P} \right)_{p} + \sum_{k=1}^{\infty} A_{nb} \left(\mathbf{u}_{NB} - \mathbf{u}_{P} \right)_{E} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_{nb} \right)_{E} \mathbf{u}_{e} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_{nb} \right)_{P} \mathbf{u}_{e} + \mathbf{B}_{u} \Big|_{p} \right]}{\left[\left. P_{u}^{o} \frac{\Delta V}{\Delta t} \right|_{P} + \rho^{o} \frac{\Delta V}{\Delta t} \Big|_{E} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_{nb} \right)_{E} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_{nb} \right)_{P} \right]$$

$$(13)$$

Para a obtenção do termo d nas interfaces dos volumes de controle, adotou-se uma média aritmética dos volumes vizinhos, Maliska (1995).



Figura 4. Esquema dos volumes que entram no cálculo da velocidade $\,\hat{u}$

Escrevendo-se as equações para cada uma das faces do volume de controle e substituindo-se na Eq. (10), obtém-se a seguinte equação para o avanço da pressão,

$$A_{p}P_{p} = A_{e}P_{E} + A_{w}P_{W} + A_{n}P_{N} + A_{s}P_{S} + A_{ne}P_{NE} + A_{nw}P_{NW} + A_{se}P_{SE} + A_{sw}P_{SW} + B^{p}$$
(14)

6.1 – Procedimento Iterativo

A solução convergia foi obtida através dos seguintes passos:

- 1. Estimar os campos de u,v e T;
- 2. Calcular os coeficientes e termos fontes das equações de u e v;
- 3. Resolver a equação para a pressão;
- 4. Calcular U e V nas faces de cada volume de controle;
- 5. Avaliar U e V nos centros de cada volume de controle fazendo uma média das velocidades nas faces;
- 6. Calcular u e v no centro de cada volume de controle;
- 7. Calcular T;
- 8. Retornar ao item 2, e iterar até que a convergência seja obtida.

6.2 - Condições de Contorno

Para a aplicação das condições de contorno foi realizado processo idêntico àquele dos volumes internos, ou seja, a realização de balanços para cada volume de controle. Nas paredes foi utilizada a condição de \$\phi\$ prescrito e na saída do canal condições de derivada nula para U, V e T. Na entrada do canal foi assumido que o fluido entrava com a temperatura externa. Para o cálculo de u, v na entrada do canal empregou-se o procedimento sugerido em Marcondes e Maliska (1999), ou seja, a Eq. (1) foi integrada para o meio volume de controle apresentado na Fig. (5), resultando numa equação para o cálculo de u e v. A pressão na entrada foi calculada via Eq. de Bernoulli,

$$P_{pi} = -0.5\rho(u_i^2 + v_i^2) \tag{15}$$



Figura 5. Detalhes do meio volume utilizado para a obtenção de u e v na entrada do canal

7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apresenta-se nesta seção os resultados obtidos para canais verticais paralelos, convergentes e divergentes, com temperatura das paredes constantes, para número de Prandtl igual a 5,0. As Figs. (6) e (7) mostram as linhas de corrente, isotermas e vetores velocidade para canais paralelos e (S/H) Ra_s iguais a 10^5 e 10^7 , respectivamente. O número de Rayleigh foi definido por,

$$Ra_{S} = \frac{\rho g \beta (T_{w} - T_{o}) S^{3}}{\nu \alpha}$$
(16)

onde g é a aceleração da gravidade, ρ a massa específica, β o coeficiente de expansão volumétrica, ν a viscosidade

cinemática, e α a difusividade térmica, T_w a temperatura da parede e T_o a temperatura do fluido na entrada do canal.

Nestas figuras pode-se observar que o fluido é acelerado próximo das paredes. Devido a este fato, a velocidade na porção central do canal é bastante inferior àquela próxima à parede chegando mesmo a ficar negativa para números de Rayleigh elevados, conforme pode ser observado na Fig. (7) para $(S/H)Ra_S = 10^7$. Observa-se também que devido o número de Prandtl ser maior do que 1 a camada limite cinética apresenta uma maior espessura.



Figura 6. Canal vertical com aquecimento simétrico (S/H) $Ra_s = 10^5$, (S/H)=0,0877, S=0,01274m, H=0,1452m e Pr = 5,0; a) Vetores velocidade, b) Linhas de corrente $(1 - 1,804 \times 10^{-5}, 10 - 1,804 \times 10^{-4})$, c) – Isotermas ($1 - 7,96 \times 10^{-1}, 10 - 7,96 \times 10^{-2}$)





A Fig. (8) apresenta o número de Nusselt local para três valores de (S/H)Ra_S. A expressão para o número de Nusselt local é dada por,

$$Nu_{S} = \frac{q_{y}^{"}S}{k(T_{w} - T_{o})}$$
(17)

onde, $q_y^{"}$ é o fluxo de calor na altura y do canal, e k a condutividade térmica do meio.Desta figura pode ser observado que a transferência de calor apresenta um comportamento de região plenamente desenvolvida a partir de pequenas distâncias da borda inferior do canal, principalmente para (S/H)Ra_s baixos.

Os resultados que serão apresentados para canais convergentes e divergentes estão baseados no espaçamento máximo entre placas ($S_{máx}$) e no comprimento da placa aquecida (L). Realizou-se está mudança de parâmetros característicos uma vez que Sparrow e Ruiz (1988) verificaram que os dados de transferência de calor para canais convergentes, divergentes e paralelos, podem ser agrupados numa única correlação quando estes parâmetros são empregados.



Figura 8. Nusselt local para canal vertical com aquecimento simétrico (S/H)=0,0877, S=0,01274m, H=0,1452m.



Figura 9. Canal vertical convergente 5° com aquecimento simétrico, $(S_{máx}/L)Ra_{Smáx} = 10^5$, $S_{máx} = 0,03805$ m, L=0,1452m. a) Vetores velocidade, b) Linhas de corrente (1- 3,337x10⁻⁶, 10- 3,337x10⁻⁵); c) Isotermas (1- 8,68x10⁻¹, 10 - 8,68 x 10⁻²)

As Figs. (9) e (10) apresentam os vetores velocidade, as linhas de corrente e isotermas para os canais convergentes com ângulo de 5°. Destas figuras, pode ser observado que as camadas limite térmicas são bem mais espessas do que aquelas observadas para o canal paralelo com a mesma razão (S/H)Ra_S. Para valores elevados de (S_{máx}/L) Ra_{Smáx} foram

observadas zonas de recirculação na saída do canal, conforme pode ser observado nas Fig. (10), para $(S_{máx}/L)Ra_{Smáx}=10^7$. Estas recirculações não foram citadas no trabalho experimental de Sparrow et. al (1988). No entanto, se for observado que o fluxo de massa na entrada do canal, foi direcionada para as paredes, é necessário um fluxo de massa externo na saída do canal, para efeito de conservação de massa. Salienta-se que foram realizados alguns testes com critérios de convergência mais apertados e cujos resultados foram idênticos àqueles apresentados nas Fig. (10).



Figura 10. Canal vertical convergente 5° com aquecimento simétrico, $(S_{máx}/L)Ra_{Smáx} = 10^7$, $S_{máx} = 0,03805$ m, L=0,1452m. a) Vetores velocidade, b) Linhas de corrente (1- 1,45773x10⁻⁵, 10- 1,45773 x10⁻⁴, 11 - 8,0428x10⁻⁵); c) Isotermas (1- 7,85x10⁻¹, 10 - 7,85 x 10⁻²)



Figura 11. Número de Nusselt baseado em S_{máx} – (a) - Canal convergente (5°), S_{máx}=0,03805m, L=0,1452m; (b) - Canal convergente (15°), S_{máx}=0,08790m, L=0,1452m.

A Fig. (11) apresenta o comportamento do número de Nusselt local para o canal convergente com os ângulos de 5° e 15°. Quando se compara os resultados desta figura com aqueles da Fig. (8), verifica-se que ocorre uma queda mais acentuada no número de Nusselt na metade superior do canal. Este fato pode ser explicado considerando que a camada

limite térmica é bem mais espessa nesta região. Outro ponto importante, e não observado na Fig. (8), é o aumento do número de Nusselt na saída do canal, com este efeito sendo intensificado para ângulos maiores. Este fato pode ser explicado considerando dois efeitos: aceleração do fluido na saída, devido a redução da área de escoamento e a iteração da zona de recirculação com a camada limite térmica.

As Figs. (12) e (13) mostram os resultados obtidos para canais verticais divergentes com os ângulos de 5°. Conforme comentado em Sparrow e Ruiz (1988), para certos valores do parâmetro $(S_{máx}/L)Ra_{Smáx}$ surgem bolsas de recirculação na saída do canal. Enquanto que a transferência de calor atingiu a condição de regime permanente em poucos minutos (aproximadamente 15 minutos), não existia uma tendência da profundidade de penetração atingir a condição de regime permanente. No presente trabalho não foi possível obter este comportamento de avanço da profundidade de penetração com o tempo. No entanto, a metodologia foi capaz de prever a formação da zona de recirculação na saída do canal. Observa-se das Figs. (12) e (13) que a região central é praticamente estagnada, enquanto são verificadas altas velocidades próximas às paredes, isto faz com que os gradientes de temperatura fiquem localizados bem mais próximos das paredes do canal. Apesar de não estar reportado neste trabalho este efeito é mais pronunciado para os maiores ângulos de abertura do canal, o que por sua vez intensifica a transferência de calor. Naturalmente, deve existir um ângulo ótimo, onde a taxa de transferência de calor deve ser máxima, sendo que este efeito não foi analisado no corrente trabalho. Verifica-se também que a zona de estagnação central aumenta com o parâmetro ($S_{máx}/L)Ra_{Smáx}$.



Figura 12. Canal vertical divergente 5° com aquecimento simétrico. $(S_{máx}/L)Ra_{Smáx} = 10^5$, $S_{máx} = 0,03805$ m, L=0,1452m. a) Vetores velocidade, b) Linhas de corrente (1- 4,46609 x10⁻⁶, 10- 4,46609 x10⁻⁵, 11 - 2,4537 x10⁻⁵); c) Isotermas (1- 8,28 x10⁻¹, 10 - 8,28 x 10⁻²)

A Fig. (14) mostra o número de Nusselt local para o canal vertical divergente com ângulos de abertura de 5° e 15°. Desta figura pode ser observado que a transferência de calor é substancialmente superior àquela observada para canais verticais convergentes. Fazendo-se uma comparação dos resultados já apresentados para o número de Nusselt local do canal convergente com aqueles apresentados na Fig. (14), observa-se que para um mesmo valor de $(S_{máx}/L)Ra_{Smáx}$ e mesmo ângulo da abertura, o canal divergente intensifica a taxa de transferência de calor. Para entender este fato deve ser considerado a posição da placa em relação ao escoamento originado pelo empuxo. No caso do canal convergente o escoamento tem que primeiro ser desviado da parede, para então ser direcionado para a saída do canal. No canal divergente este efeito não ocorre, o escoamento é direcionado pelo empuxo diretamente para a saída do canal, originando então maiores velocidades quando comparado àquelas do canal convergente. Sendo este efeito responsável pelo aumento da taxa de transferência de calor. Observa-se também, ao contrário dos canais divergentes e paralelos, que a partir de uma certa altura de canal o número de Nusselt atinge valores praticamente constantes. Este fato provavelmente seja ocasionado pela grande área de escoamento. Observe-se que a espessura da camada limite térmica permanece praticamente constante em uma grande extensão do canal. Apesar de não estarem reportadas as isotermas, este comportamento também foi observado para o canal divergente com ângulo de abertura de 15°. Finalmente pode-se ser verificado que a abertura ótima do canal deverá situar-se abaixo de 15°, uma vez que, os valores do número de Nusselt local apresentarem aproximadamente os mesmos valores para uma grande extensão do canal.



(a) (b) (c) Fig. 13 – Canal vertical divergente 5° com aquecimento simétrico, $(S_{máx}/L)Ra_{Smáx} = 10^7$, $S_{máx} = 0,03805$ m, L=0,1452m. a) Vetores velocidade; b) Linhas de corrente (1-1,60854 x10⁻⁵, 10-1,60854 x10⁻⁴, 11 – 8,858 x10⁻⁵); c) Isotermas (1-6,32 x10⁻¹, 10 – 6,32 x 10⁻²)



Figura 14. Número de Nusselt baseado em S_{máx} – (a) - Canal divergente (5°), S_{máx}=0,03805m, L=0,1452m; (b) - Canal divergente (15°), S_{máx}=0,0879m, L=0,1452m.

A Fig. (15) apresenta o número de Nusselt médio obtido para água para canais paralelos, convergentes e divergentes com inclinação de 5° e 15° . Mostra-se também a correlação obtida via análise de dados experimentais fornecida por Sparrow e Ruiz (1988b). A correlação proposta por Sparrow e Ruiz (1988b), para Pr = 5, e canais paralelos, convergentes e divergentes é dada por,

$$Nu_{Smáx} = 0,740 \left(\left(\frac{S_{máx}}{L} \right) Ra_{Smáx} \right)^{0,24}$$
(18)

Da Fig. (15) pode-se ver que os resultados obtidos no presente trabalho apresentam uma excelente concordância com os dados experimentais, exceto para o canal paralelo e $(S_{máx}/L)*Ra_{Smáx} = 10^8$. Salienta-se que dados do presente trabalho para esta configuração estão em excelente concordância com aqueles apresentados em Sparrow et al. (1988b) em toda a faixa dos experimentos realizados por estes autores. Para $(S_{máx}/L)Ra_{Smáx} = 10^5$, que foi o máximo valor do experimento para a configuração paralela, Sparrow et al. (1988) obtiveram o Nusselt médio de 11,72, enquanto que no presente trabalho foi obtido um Nusselt médio de 11,75. Portanto, acredita-se que para o canal paralelo a correlação experimental é que não possa ser empregada para o parâmetro (S/H)*Ra_S superiores a 10^5 .



Figura 15. Número de Nusselt médio

8.Conclusões

O presente trabalho apresentou uma metodologia para a solução elíptica do problema da convecção natural em canais abertos sem a necessidade de extrapolação do domínio de cálculo para fora do canal. As equações foram resolvidas via método dos volumes finitos em coordenadas generalizadas com o arranjo co-localizado de variáveis. Foi proposta uma equação para o avanço das velocidades na entrada do canal, similar àquelas para o cálculo das velocidades internas. A metodologia empregada foi validada para uma série de configurações (canal vertical paralelo, canal convergente/divergente com perfís planos). Os resultados obtidos para a água, em termos de Nusselt médio, para canais verticais paralelos, convergentes e divergentes, com aquecimento simétrico, estão de acordo com aqueles obtidos experimentalmente.

9. Agradecimentos

O desenvolvimento deste trabalho contou com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, através 350163/91-0 e 452697/96-4.

10. Referências

- Aiahara, T., 1973, "Effects of Inlet Boundary Condition on Numerical Solutions of Free Convection Between Vertical Parallel Plates", *Rep. Inst. High Speed Mech.*, Tohoku University, vol. 28, pp. 1-27.
- Aung, W., Fletcher, L. S., e Sernas, V., 1972, "Developing Laminar Free Convection Between Vertical Flat Plates With Asymmetric Heating", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 15, pp. 2293-2308.

Aung, W., Worku, G., 1986, "Developing Flow and Flow Reversal in Vertical Channel With Asymmetric Wall Temperatures", J. Heat Transfer, vol. 108, pp. 299-304.

Bodoia, J. R., e Osterle, J, F., 1962, "The Development of Free Convection Between Heated Vertical Plates", J. Heat Transfer, vol. 84, pp. 40-44.

Kettleborough, C. F., 1972, "Transient Laminar Free Convection Between Heated Vertical Plates Including Entrance Effects", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, pp. 883-896.

Maliska, C. R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", LTC, Rio de Janeiro.

- Maliska, C. R. e Marcondes, F., 1993, "Elliptic Calculations of natural convection flows in arbitrary channels", *Proc.* 8th Int. Conf. on Laminar and Turbulent Flow, Swansea, UK, pp. 388-399.
- Marcondes, F. e Maliska, C. R., 1999, "Treatment of the Inlet Boundary Conditions in Natural-Convection Flows in Open-Ended Channels", *Numerical Heat Transfer, Part B*, vol. 35, pp. 317-345.
- Nakamura, H., Asako, Y., e Naitou, T., 1982, "Heat Transfer by Free Convection Between Two Parallel Flat Plates", *Numerical Heat Transfer*, vol. 5, pp. 95-106.
- Naylor, D., Florian, J. M. e Tarasuk, J. D., 1991, "A Numerical Study of Developing Free Convection Between Isothermal Vertical Plates", *J. Heat Transfer*, vol.113, pp. 620-626.
- Nieckele, A. O., e Azevedo, L. F. A., 1987, "Reverse Flow in One Sided Heated Vertical Channels in Natural Convection", *Winter Annual Meeting of ASME*, Boston, pp. 71-77.
- Raithby, G. D. e Torrance, K. E., 1974, "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", *Comp. Fluids*, vol. 2, p. 191-206.
- Santos, L. A., Maliska, C. R. e Marchi, C. H., 1995, "The Prime Method for all Speed flows Using Non-Staggered Grids", *XIII COBEM*, Belo Horizonte, Minas Gerais.
- Sparrow, E. M., Chrysler, G. M. e Azevedo, L. F., 1984, "Observed Flow Reversals and Measured-Predicted Nusselt Numbers for Natural Convection in a One-Sided Heated Vertical Channel", *J. Heat Transfer*, vol. 106, pp. 325-332.
- Sparrow, E. M. e Ruiz, R., 1988, "Experimental and numerical investigation of natural convection in convergent vertical channels", J. Heat Mass Transfer, vol. 31, pp. 907-915.
- Sparrow, E. M. e Ruiz, R., 1988, "Experiments on Natural Convection in Divergent Vertical Channels and Correlation of Divergent, Convergent, and Parallel-Channel Nusselt Numbers.", *J. Heat Transfer*, vol.31, pp. 2197-2205.

NATURAL CONVECTION IN OPEN-ENDED PARALLEL, CONVERGENT AND DIVERGENT CHANNELS

Francisco Marcondes

Universidade Federal do Ceará – Departamento de Engenharia Mecânica e de Produção – Campus do Pici – CT – Bloco 714 - Caixa Postal:12.144 – Fortaleza -CE - 60.455-760. marconde@dem.ufc.br

Vinicius de Souza Melo

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica, João Pessoa, PB, Brasil-58059-900 vinisouzamelo@bol.com.br

José Mauricio Gurgel

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica, João Pessoa, PB, Brasil-58059-900 gurgel@les.ufpb.br

Abstract. Natural convection in open-ended channels has been extensively studied in several applications such as in the cooling of electronic equipments, solar collectors, among others. Most studies have considered the natural convection in vertical parallel channels. Moreover, most ones neglect the diffusion terms in the streamwise direction, so a march procedure may be employed. However if a flow reversal occurs it may not be possible to neglect the diffusion of momentum and energy equations in any direction. In the present work the natural convection in open-ended parallel, convergent and divergent channels is analyzed retaining all diffusion terms in the conservation equations. The equations are solved by the finite-volume method using a co-located variable arrangement. The results are present in terms of velocity vectors, streamlines, isotherms, local and average Nusselt number.

Kew-Words: Natural convection, Open-ended parallel, convergent and divergent channels, Finite Volume method, collocated arrangement.