

**MODELAGEM MATEMÁTICA PARA DESCREVER A SECAGEM DE
SÓLIDOS EM SECADORES DE FLUXOS CRUZADOS****Raimundo Pereira de Farias**

Departamento de Engenharia Mecânica, CCT, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Caixa Postal 10069, 58109-970, Campina Grande-PB, Brazil.

Deivton Costa Santiago

Departamento de Engenharia Mecânica, CCT, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Caixa Postal 10069, 58109-970, Campina Grande-PB, Brazil.

Antonio Gilson Barbosa de Lima

Departamento de Engenharia Mecânica, CCT, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Caixa Postal 10069, 58109-970, Campina Grande-PB, Brazil.

gilson@dem.ufpb.br

Resumo. Operações de desidratação ou secagem são importantes passos nas indústrias químicas e de processamento de alimentos, como também no armazenamento e processamento de frutas e outros produtos biológicos. A otimização do processo de secagem está diretamente ligada ao equipamento de secagem, devendo este ser projetado e selecionado de modo que uma combinação favorável de custo e qualidade final do produto biológico seja atendida. Isto requer que estudos mais avançados de modelagem matemática e otimização de processos e equipamentos sejam realizados. A proposta da modelagem é permitir que o engenheiro escolha o método mais apropriado de secagem de um dado produto e as condições de secagem mais favoráveis, tendo em vista a melhor qualidade do produto ao final do processo. Neste sentido, o objetivo deste trabalho é apresentar a modelagem matemática para prever a secagem de sólidos em um secador de esteira e fluxos cruzados. Todas as equações de conservação de calor e massa foram discretizadas pelo método dos volumes finitos e o esquema upwind de interpolação para os termos convectivos. Resultados das distribuições de temperatura e umidade relativa do ar de secagem, bem como, as distribuições de temperatura e teor de umidade do produto ao longo da espessura do leito e do secador são apresentados e analisados.

Palavras chave: secagem, secador, fluxos cruzados, esteira transportadora, milho

1. Introdução

Secagem é um complicado processo que envolve fenômenos de transferência simultânea de calor, massa e quantidade de movimento e existência do estado de equilíbrio, gerando a necessidade de modelos efetivos para simulação do processo. Existe uma gama de secadores que atendem às necessidades específicas de determinados processos, alguns são sofisticados, outros sumariamente simples, atendendo somente a algumas peculiaridades do processo de secagem. A adoção de uma técnica de secagem determinada depende de fatores diversificados tais como valor do investimento, escala de produção, custo de energia, área disponível, qualidade final do produto, tipo de operação (contínua ou intermitente) e muitos outros (Bernauer e Rocha, 1984).

A secagem de uma só partícula individualmente ou até mesmo de uma camada de material de pequena espessura, não altera significativamente as condições do ar de secagem. No entanto, quando o material é amontoado dentro do secador, formando camada espessa, as propriedades termodinâmicas do ar são modificadas sensivelmente. Neste caso, seu potencial de secagem diminui. Em virtude disto, os modelos de secagem em camada espessa são mais completos, possuindo equações mais complexas que levam em consideração as transferências de calor e massa entre o produto e o ar que o circunda. Vários pesquisadores têm reportado modelagem de secadores de fluxos cruzados. Estes modelos consideram porosidade do leito (fração de vazio) e/ou condições transientes do ar de secagem desprezíveis (Bakker-Arkema et al, 1974; Barrozo et. al, 1996; Motta-Lima et al, 1996; Brokker et al, 1992; Li et al, 1997; Sokhansanj e Wood, 1991; Fasina e Sokhansanj, 1993). Outros pesquisadores apresentam estudos numéricos considerando estes termos na modelagem matemática (Giner et al, 1996; França et al, 1994; Soponronnairit et al, 1996; Eltigani e Bakker-Arkema, 1987; Vasconcelos e Alsina, 1992). Trabalhos experimentais também têm sido encontrado na literatura (Yang et al, 2000; Pimentel e Sartori, 1998; Sartori, 1992.).

Visando dar uma contribuição nesta área, este trabalho tem como objetivo a modelagem matemática e simulação numérica da secagem de sólidos em secador contínuo do tipo esteira e de fluxos cruzados utilizando o método dos volumes finitos, considerando os termos transientes para o ar e produto e fração de vazio, numa forma mais abrangente.

2. Modelagem matemática

O modelo de secagem em fluxos cruzados é baseado nos balanços de massa e energia, escritas para um volume diferencial ($S_z dy$) localizado numa posição arbitrária da camada de grãos, conforme Figura (1). Neste tipo de secador, o ar escoou na direção y e o grão na direção z , sendo assim as seguintes equações diferenciais parciais governam o problema:

- **Balanco de energia para a entalpia do ar**

$$-\frac{\partial(\rho_a w_a c_a + \rho_a w_a x c_v T)}{\partial y} = A^* h_c (T - \bar{\theta}) + \frac{\partial(\rho_a c_a + \rho_a x c_v \epsilon T)}{\partial t} \quad (1)$$

- **Balanco de energia para a entalpia do produto**

$$A^* h_c (T - \bar{\theta}) = (\rho_p c_p + \rho_p c_w \bar{M}) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} - [h_{fg}^* + c_v (T - \bar{\theta})] \rho_p \frac{\partial \bar{M}}{\partial t} \quad (2)$$

- **Balanco da massa do ar**

$$\frac{\partial(\rho_a w_a x)}{\partial y} = \frac{\partial(\epsilon \rho_a x)}{\partial t} = \rho_p \frac{\partial \bar{M}}{\partial t} \quad (3)$$

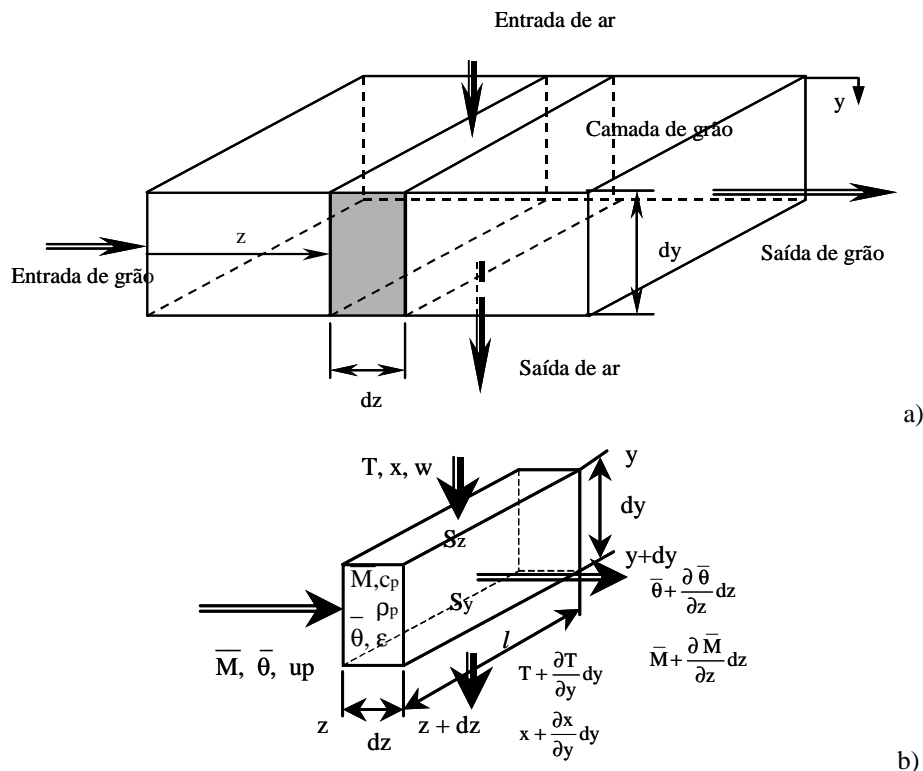


Figura 1. a) Esquema de um secador de esteira e fluxos cruzados. b) Fração do volume do sólido

- **Balanco de massa do produto**

O teor de umidade do produto pode ser obtido usando-se uma equação empírica de camada delgada, apropriada para cada produto. Como aplicação, escolheu-se o milho como produto a ser secado. Neste caso, a equação para descrever a taxa de perda de água do produto é dada por (Brokker et al., 1992) :

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial t} = \frac{M_e - \bar{M}}{3600 \left[A^2 + \frac{Bt}{900} \right]^{1/2}} \quad (4)$$

onde $A = -1,7054824 + 0,0087917T$ e $B = 148,60862e^{-0,059418T}$ e T em $^{\circ}C$.

Para os modelos de secagem em fluxos cruzados as condições de contorno são:

$$\begin{aligned} \bar{M}(y, t = 0) &= M_o & \bar{\theta}(y, t = 0) &= \theta_o \\ T(y=0, t) &= T_o; & x(y=0, t) &= x_o \end{aligned} \quad (5a-b)$$

3. Solução numérica

Para obter-se a solução das equações discretizadas, utilizou-se o método numérico de volumes finitos. Todas as equações foram integradas num volume de controle específico como a mostra a Fig. (2) e no tempo.

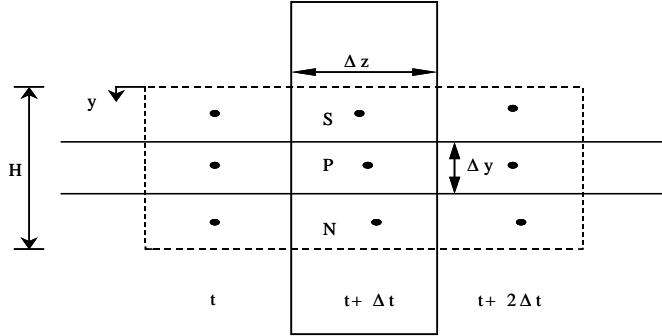


Figura 2. Volume de controle utilizado.

Após a integração das equações diferenciais parciais, tem-se como resultado um sistema de equações lineares, como segue:

- Balanço de energia para a entalpia do ar.

$$A_p T_p = A_s T_s + A_p^o T_p^o + S_C^T \quad (6)$$

onde:

$$A_p = \frac{\Delta y}{\Delta t} + \frac{w_a}{\epsilon} + \frac{A^* h_c \Delta y}{\epsilon(\rho_a c_a + \rho_a x c_v)}; \quad A_s = \frac{w_a}{\epsilon}; \quad A_p^o = \frac{A^* h_c \Delta y}{\epsilon(\rho_a c_a + \rho_a x c_v)}; \quad S_C^T = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

- Balanço de energia para a entalpia do produto

$$A_p \bar{\theta}_p = A_p^o \bar{\theta}_p^o + S_c^\theta \quad (7)$$

onde:

$$A_p = \frac{\Delta z}{\Delta t_m} + \frac{h_c A^* \Delta z}{\rho_p c_p + \rho_p c_w \bar{M}} + \frac{c_v \rho_p \frac{\partial \bar{M}}{\partial t} \Delta z}{\rho_p c_p + \rho_p c_w \bar{M}}; \quad A_p^o = \frac{\Delta z}{\Delta t_m};$$

$$S_c^\theta = \frac{(h_{fg}^* + c_v T_p) \rho_p \frac{\partial \bar{M}}{\partial t}}{\rho_p c_p + \rho_p c_w \bar{M}} \Delta z + \frac{h_c A^* \Delta z}{\rho_p c_p + \rho_p c_w \bar{M}}$$

donde $\Delta t_m = (npy - 1) \Delta t$, npy é o numérico de pontos nodais na direção y.

- Balanço da massa do ar

$$A_p x_p = A_s x_s + A_p^o x_p^o + S_c^x \quad (8)$$

onde:

$$A_p = \rho_a \frac{\Delta y}{\Delta t} + \rho_a \frac{w_a}{\epsilon}; \quad A_s = \rho_a \frac{w_a}{\epsilon}; \quad A_p^o = \rho_a \frac{\Delta y}{\Delta t}; \quad S_c^x = -\frac{\rho_p}{\epsilon} \frac{\partial \bar{M}}{\partial t} dy$$

- Balanço de massa do produto

$$A_p M_p = A_p^o M_p^o + S_c^M \quad (9)$$

onde:

$$A_p = \frac{\Delta z}{\Delta t_m} + \frac{\Delta z}{3600(A^2 + \frac{Bt}{900})^{1/2}}; \quad A_p^o = \frac{\Delta z}{\Delta t_m}; \quad S_c^M = \frac{M_e \Delta z}{3600(A^2 + \frac{Bt}{900})^{1/2}}$$

Utilizou-se o esquema upwind como função de interpolação para os termos convectivos (Patankar, 1980; Maliska, 1995).

4. Propriedades termofísicas do grão de milho e do ar

Calor de vaporização, umidade de equilíbrio, densidade do produto, calor específico do produto, porosidade e área específica, foram determinados a partir de (Brokker et al, 1992).

$$\varepsilon = 0.44; \quad A^* = 784 \text{ m}^2 / \text{m}^3; \quad h_{fg} = (2502.2 - 2.39T)[1 + 1.2925e^{-16.981M}].10^3 \text{ J/kg}; \quad \rho_p = 650 \text{ kg/m}^3$$

$$M_e = \frac{1}{100} \left[-\frac{\ln(1-x)}{8.6541 \cdot 10^{-5} (T + 49.81)} \right]^{1/1.8634}; \quad c_p = \left[1.361 + 3.97 \frac{\bar{M}}{(1 + \bar{M})} \right] \cdot 10^3 \text{ J/kgK} \quad (10a-f)$$

Todas as propriedades termo-físicas do ar foram consideradas constantes ao longo da posição dentro do leito e do tempo. O coeficiente de transferência de calor utilizado nas equações foi obtido por (Brokker et al, 1992):

$$h_c = \begin{cases} 101.4(\rho_a w_a)^{0.59} & \text{to } \rho_a w_a \geq 0.68 \\ 99.6(\rho_a w_a)^{0.49} & \text{to } \rho_a w_a < 0.68 \end{cases} \quad (11)$$

A espessura da camada de grão utilizada na simulação foi H=0.1m. Para obtenção dos resultados foi desenvolvido um programa no ambiente Mathematica®, utilizando-se uma malha de 20 pontos.

5. Resultados e discussões

Para analisar os efeitos das condições do ar de secagem na remoção da umidade do grão de milho, quatro condições termodinâmicas do ar foram escolhidas para simulação. A Tabela (1) apresenta toda as condições de secagem usadas neste trabalho, como também o teor de umidade final, tempo de secagem total e comprimento do secador (obtido por simulação).

Tabela 1. Condição do ar e do grão usadas neste trabalho, conteúdo de umidade final, tempo de secagem total, e comprimento do secador

Teste	Grão				Ar				t (s)	L (m)
	M _o (kg/kg)	u _p (m/s)	θ _o (°C)	M _f ^{**} (kg/kg)	x _o (kg/kg)	w _a (m/s)	T _o (°C)	UR (%)		
1	0.30	0.005	24	0.180	0.0113407	1.63	75	4.7	4907.9	24.54
2	0.30	0.005	24	0.179	0.0113407	0.50	75	4.7	5000.0	25.00
3	0.30	0.005	24	0.168	0.0171434	1.63	85	4.7	4907.9	24.54
4	0.30	0.005	24	0.186	0.0513046	1.63	75	20.0	4907.9	24.54

** Em y=0.0m.

Para validar a metodologia, são comparados resultados numéricos do teor de umidade médio de grão de milho amarelo com dados experimentais reportados na literatura (Fortes, 1978) para secagem em leito fixo. A comparação é possível porque u_p << w_a. A Figura (3) ilustra esta comparação durante processo de secagem em y = 0,0 m para o teste 1. Verifica-se que uma razoável concordância foi obtida (erro inferior a 1%). A Figura (4) apresenta o comportamento da temperatura do produto ao longo do secador.

As Figuras (5) e (6) apresentam o comportamento da temperatura e da umidade relativa do ar durante processo de secagem em $y = 0.1m$. Devido a baixa espessura da camada, o ar na saída do secador pode ser recirculado para ser usado para secar o sólido novamente e desta forma economizar energia.

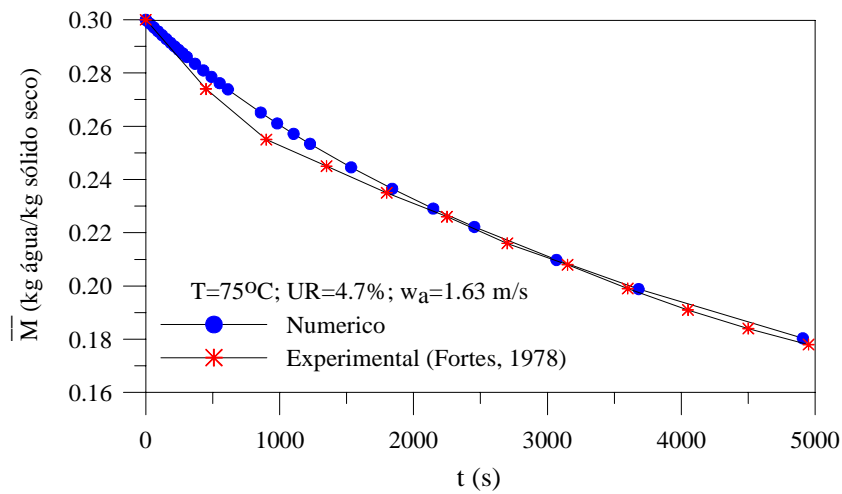


Figura 3. Comparação entre os dados numéricos e valores experimentais (Fortes, 1978) do teor de umidade médio durante processo de secagem de grão de milho amarelo em $y=0.0m$ (teste 1).

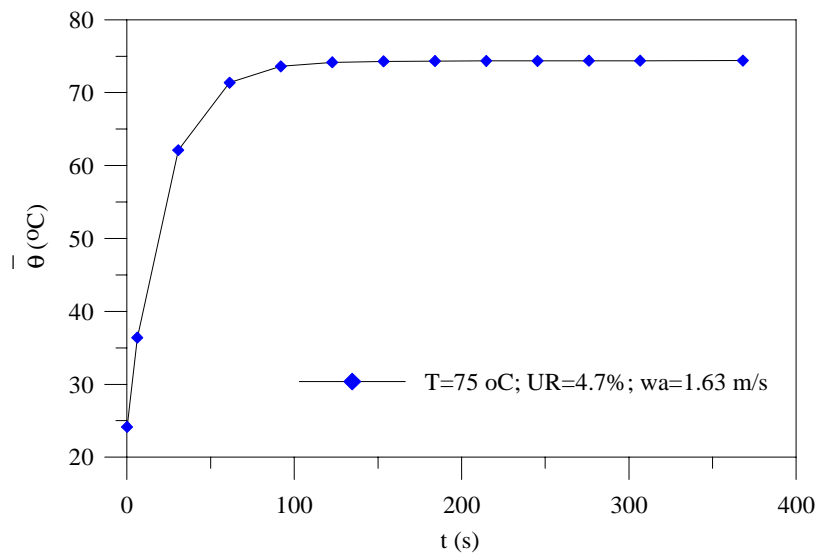


Figura 4. Temperatura do sólido durante processo de secagem do grão de milho amarelo em $y=0.0m$ (teste 1).

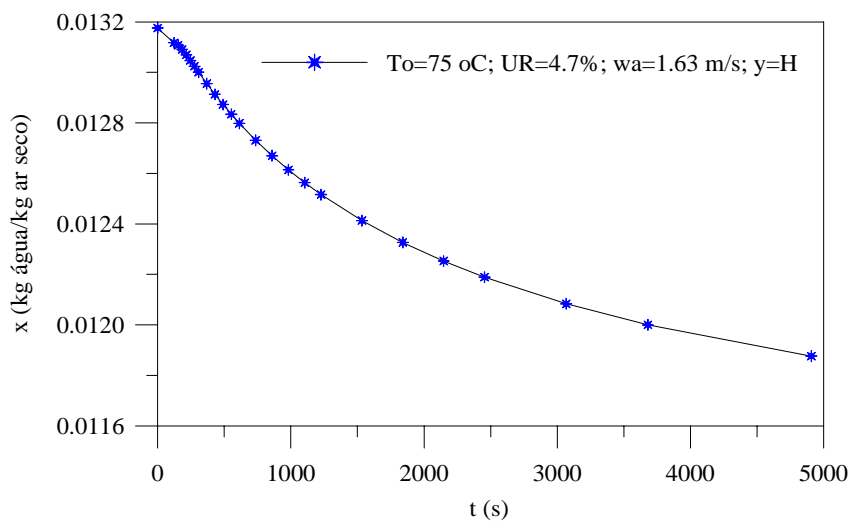


Figura 5. Umidade relativa em função de tempo secagem para o teste 1.

As Figuras (7) e (8) mostram o efeito das condições do ar de secagem na entrada do leito sobre a remoção da umidade e temperatura do grão. É verificado que a temperatura de secagem acarreta maior efeito na temperatura de grão do que no teor de umidade. Porém, o aumento da temperatura do ar aumenta a taxa de secagem e o grão alcança desta forma a temperatura do ar, e seu teor de umidade de equilíbrio mais depressa. Esta situação pode causar danos à qualidade do grão. O aumento do fluxo de ar no leito causou uma diminuição dos gradientes de umidade e aumento da taxa de secagem do sólido, mas nenhum efeito considerável foi verificado na taxa de secagem. Então o processo é controlado por difusão interna. O aumento da umidade relativa do ar diminui a taxa de secagem, como esperado.

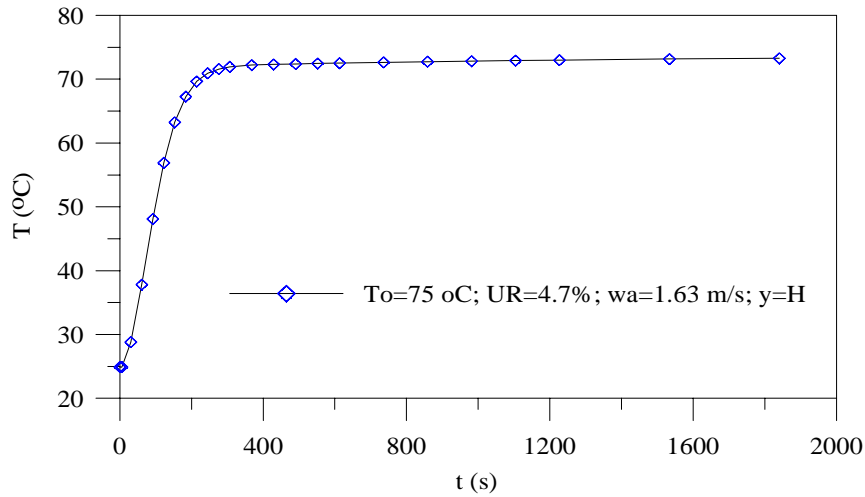


Figura 6. Temperatura do ar em função de tempo secagem para o teste 1.

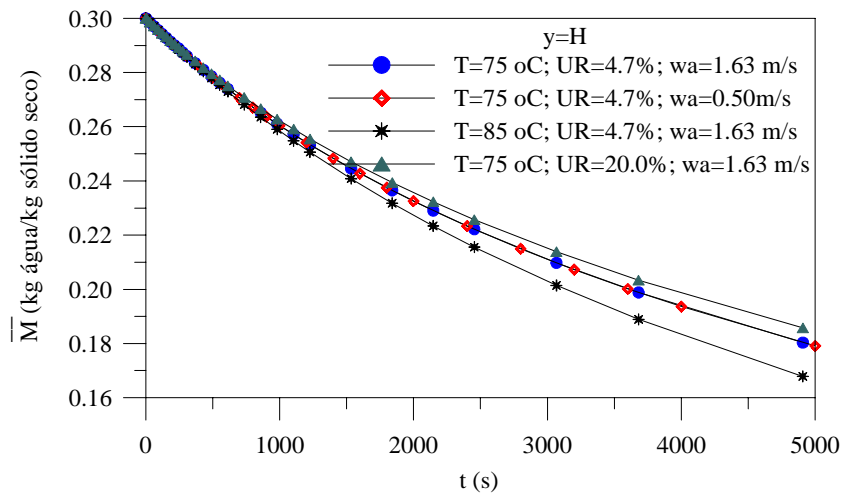


Figura 7. O efeito das condições do ar de secagem sob o teor de umidade do grão durante processo secagem.

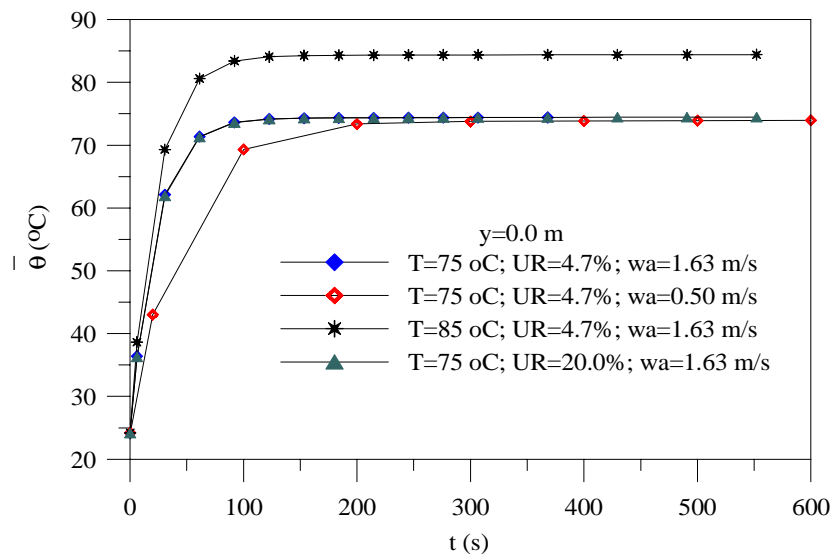


Figura 8. O efeito das condições do ar de secagem sob a temperatura do grão durante o processo de secagem

As Figuras (9) e (10) mostram temperatura do ar e do grão dentro do leito em cinco tempos de secagem no teste 1. É verificado que os mais altos gradientes de temperatura no grão acontecem em poucos instantes de secagem. Não são recomendados altos gradientes térmicos ao longo do leito porque isto produz a uma não uniformidade na secagem e grandes tensões térmicas no grão que pode causar rachaduras, fissuras e deformação no sólido e reduzir sua qualidade no fim do processo.

Do ponto de vista técnico, pode-se constatar que o teste 2 apresenta uma condição de secagem melhor sobre os aspectos da qualidade do grão e o custo do secador, uma vez o ar de secagem apresenta a menor velocidade e menor temperatura.

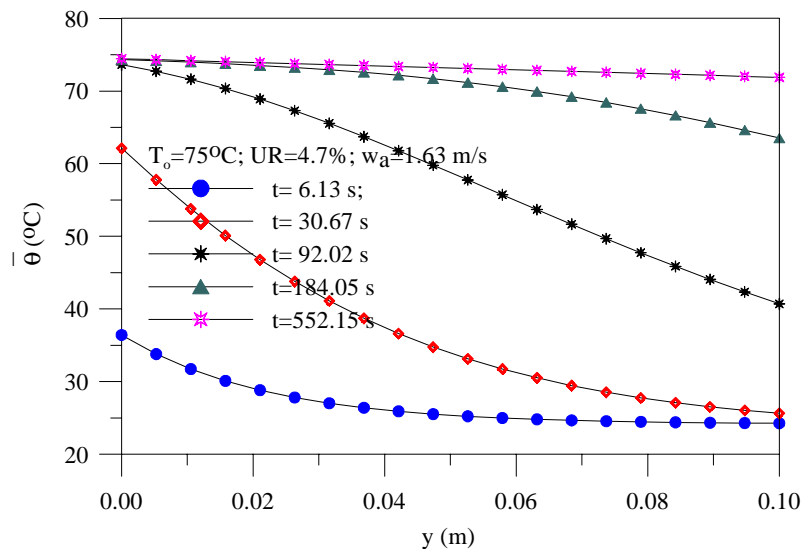
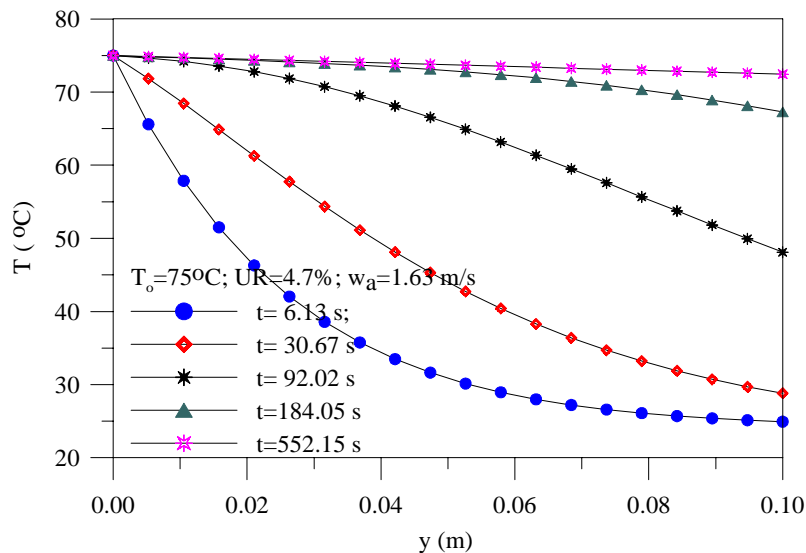


Figura 10. Distribuição da temperatura do grão dentro do leito, para cinco tempos de secagem (teste 1)

6. Conclusões

A partir da metodologia utilizada e dos resultados obtidos, as seguintes conclusões podem ser escritas:

- O método dos volumes finitos foi usado para simular processo de secagem em um secador de fluxo cruzado e, devido ao bom ajuste obtido através da comparação entre dados numéricos e experimentais, mostrou-se adequado e eficiente.
- A temperatura do ar tem um maior efeito na taxa de secagem do grão de milho do que a taxa de fluxo de ar.
- A transferência de massa é controlada por difusão interna e a condição externa tem importância secundária, isto devido ao fato de que a taxa de fluxo de ar praticamente não afeta a taxa de secagem.
- O grão alcança a temperatura do ar na entrada do secador em poucos segundos de secagem.
- Durante processo de secagem, baixos gradientes do teor de umidade foram obtidos dentro do leito. Isto se deve a fina espessura da camada de grão.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES, ao CNPq (processo nº 476457/2001-7) e ao CNPq/UFPb/PIBIC (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica), pelo apoio financeiro concedido e aos pesquisadores referenciados que com suas pesquisas, ajudaram no melhoramento deste trabalho.

8. Referências bibliográficas

- Bernauer, W.; Rocha, M. A., 1984, "Secadores: dos Clássicos aos Não Convencionais". Máquinas e Metais, nº 223, pp. 20-24, Abr.
- Bakker-Arkema, F. W.; Lerew, L. E.; De Boer, S. F.; Roth, M. C., 1974, "Grain Drying Simulation", Researcher Report nº 224, USA.
- Barrozo, M. A. S.; Sartori, D. J. M.; Freire, J. T., 1996, "Simultaneous Heat and Mass Transfer During the Drying of the Soybeans Seeds in a Crossflow Moving Bed", Proceeding of the International Drying Symposium, Vol. B, Krakow, Poland, pp. 873-880,
- Brokker, D. B.; Bakker-Arkema, F. W. ; Hall, C. W., 1992, "Drying and Storage of Grains and Oil Seeds". AV1 Book, New York, 405 p.
- Eltigani, A. Y.; Bakker-Arkema, F. W., 1987, "Automatic Control of Commercial Cross-flow Grain Dryers". Drying Technology, Vol. 5, nº 4, pp. 561-575
- Fasina, O.; Sokhansang, S., 1993, "Modeling the Bulk Cooling of Alfalfa Pellets". Drying Technology, Vol. 13, nº 889, pp. 1881-1904.
- Fortes, M., 1978, "A Non-equilibrium Thermodynamics Approach to Transport Phenomena in Capillary-Porous Media with Special Reference of Grain and Foods". PhD Thesis, Purdue University.
- França, A., S.; Forter, M.; Haghghi, K., 1994, "Numerical Simulation of Intermittent and Continuous Deep-Bed Drying of Biological Material". Drying Technology, Vol. 12, nº 7, pp. 1537-1560.
- Giner, S. A.; Mascheroni, R. H.; Wellist, M. E., 1996, "Cross-flow Drying of Wheat: A Simulation Program with a Diffusion-Based Deep-Bed Model and a Kinetic Equation for Viability Loss Estimation". Drying Technology, Vol. 14, nº 10, pp. 2255-2292.
- Li, Y.; Cao, C. ; Liu, D., 1997, "Simulation of Recirculating Circular Grain Dryer with Tempering Stage". Drying technology, Vol. 15, nº 1, pp. 201-214.
- Maliska, C.R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brazil.
- Motta-Lima, O. C.; Pinto, J. C.; Massarani, G., 1996, "Parameter Estimation in Cross-flow Sliding Bed Drying. Proceedings of the International Drying Symposium, Vol. A, Krakow, pp. 283-290.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Ed. Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA.
- Pimentel, R. O.; Sartori, D. J. M., 1998, "Drying of Grass Seeds in Cross Flow Band Dryer. Proceedings of the International Drying Symposium, Vol. B, Halkidiki, pp. 1350-1357.
- Santori, D. J. M., 1992, "Drying of Seeds in Cross-flow Moving Bed: Mechanical Effect and Air Humidity. Proceedings of the International Drying Symposium, Vol. B.Montreal, pp 1524-1533.
- Siebenmorgen, W. Y.; Jia, C. C. ; Howell, T. A. ; Cuossen, A. G., 2000, "Cross-flow Drying of Rough Rice as Mapped and its Glass Transition State Diagram. Proceedings of the International Drying Symposium, Noordwijkerhout, 2000, CD ROM.
- Sokhansanj, S.; Wood, H., C., 1991, "Simulation of Thermal and Disinfestation Characteristics of Forage Dryer". Drying Technology, Vol. 9, nº 3, pp. 643-656.
- Soponronnarit, S.; Prachaayawarakorn, S.; Sripawatakul, O., 1996, "Developments of Cross-flow Fluidized Bed Paddy Dryer. Drying Technology, Vol. 14, nº 10, pp. 2397-2410.
- Vasconcelos, L. G. S.; Alsina, O. L. S., 1992, "Drying Simulation of "Carioca" Beans in Cross-flow. Proceedings of the International Drying Symposium, Vol. B.Montreal, pp 1500-1507.
- Yang, W.; Siebenmorgen, W. Y.; Jia, C. C. ; Howell, T. A. ; Cuossen, A. G., 2000, "Cross-flow Drying of Rough Rice as Mapped and its Glass Transition State Diagram. Proceedings of the International Drying Symposium, Noordwijkerhout, 2000, CD ROM.

MATHEMATICAL MODELING TO DESCRIBE DRYING OF SOLIDS IN CROSS FLOW DRIES

Raimundo Pereira de Farias

Departamento de Engenharia Mecânica, CCT, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Caixa Postal 10069, 58109-970, Campina Grande-PB, Brazil.

Deivton Costa Santiago

Departamento de Engenharia Mecânica, CCT, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Caixa Postal 10069, 58109-970, Campina Grande-PB, Brazil.

Antonio Gilson Barbosa de Lima

Departamento de Engenharia Mecânica, CCT, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Caixa Postal 10069, 58109-970, Campina Grande-PB, Brazil.

gilson@dem.ufpb.br

Abstract. *Dehydration operations or drying are important steps in the chemical industries and food processing, as well as in the storage and processing of fruits and other biological products. The optimization of the drying process is directly linked to the drying equipment, to be projected and selected so that a favorable combination of cost and final quality of the biological product is assisted. This requests that more advanced studies of mathematical modeling and optimization of processes and equipments are realized. The proposal of the modeling is to allow the engineer to choose the most appropriate drying method of a product and better drying conditions, tends in view the best quality of the product at the end of the process. In this sense, the objective of this work is to present the mathematical modeling to predict the drying of solids in a cross flow belt conveyor band dryer. All the heat and mass conservation equations were discretized using the finite-volume method and the upwind interpolation scheme for the convective terms. Results of the temperature distributions and relative humidity of the air-drying, as well as, the temperature distributions and moisture content of the product along the thickness of the bed and of the dryer are presented and analyzed.*

Keywords. *drying, drier, belt conveyor, cross flow, yellow corn kernel*