

## **INFLUÊNCIA DA POROSIDADE E DA PERMEABILIDADE DE ALETAS POROSAS NO ESCOAMENTO EM REGIME LAMINAR EM CANAL ENTRE PLACAS**

**Luzia A. Tofaneli<sup>1</sup>**

**Marcelo J.S. De-Lemos<sup>2</sup>**

Departamento de Energia – IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, 12228-900 – São José dos campos – S.P. – Brasil

<sup>1</sup>e-mail [ltofa@mec.ita.br](mailto:ltofa@mec.ita.br), <sup>2</sup>e-mail: [delemos@mec.ita.br](mailto:delemos@mec.ita.br)

**Resumo.** Neste trabalho são apresentadas soluções numéricas para o escoamento em um canal contendo obstáculos porosos na forma de aletas. A condição de periodicidade espacial ao longo do domínio de cálculo é empregada. As equações do movimento e continuidade de massa são integradas em um volume de controle elementar representativo acarretando em um único conjunto de equações governantes, tanto para o meio limpo quanto para o meio poroso. Estas equações são discretizadas pelo método de volume de controle e para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade, o algoritmo SIMPLE foi utilizado. A condição de salto na tensão de cisalhamento é considerada na interface entre o meio limpo e o meio poroso. São apresentados resultados para o campo de velocidade e pressão em função da porosidade, permeabilidade e espessura das aletas porosas.

**Palavras chave:** *Escoamento Laminar, Aleta Porosa, Método Numérico*

### **1.Introdução**

O escoamento no entorno da interface entre um meio desobstruído e um permeável ocorre em inúmeras situações de natureza prática, como em poços de petróleo, sobre florestas e vegetações e em equipamentos industriais diversos. Nos trabalhos de Ochoa-Tapia & Whitaker (1995a), (1995b) foi proposto um coeficiente ajustável de salto da tensão cisalhante para o escoamento no entorno da interface entre o meio limpo e o meio poroso. Kuznetsov (1996), (1997) e (1999) fez investigações analíticas da influência da condição de salto da tensão cisalhante na interface em canais parcialmente preenchido com material poroso.

Motivados pela importância desta classe de escoamentos, Rocamora & de Lemos, (2000b) e de Lemos & Pedras (2000a), (2000b) e (2001) desenvolveram um modelo macroscópico de duas equações para o tratamento de meios contendo uma matriz porosa. Na literatura, soluções numéricas que contemplem o salto da tensão cisalhante nos obstáculos porosos são ainda em número reduzido. Recentemente, Silva & de Lemos (2001), (2001b) e (2001c) apresentaram simulações numéricas para escoamento laminar e turbulento em meio híbrido levando em conta esta mesma diferença da tensão em ambos os lados da interface.

Com base no exposto, este trabalho apresenta soluções numéricas para o escoamento em um canal aletado com um material poroso onde são verificados os efeitos de duas propriedades do meio: a permeabilidade e a porosidade. Aqui se faz uma extensão do trabalho de Tofaneli e De Lemos (2002) onde a metodologia desenvolvida para meios híbridos em Rocamora & de Lemos (2000a),(2000b), foi também empregada.

### **2. Modelagem Matemática**

Nesta seção é apresentado o modelo matemático para o escoamento em um canal contendo obstrução porosa. A Figura (1) ilustra a geometria analisada onde  $H$  é a distância entre as paredes,  $L$  comprimento do canal,  $l/2$  e  $h$  a espessura e altura da aleta, respectivamente. As equações que governam o escoamento do fluido foram apresentadas em Tofaneli e De Lemos (2002). Para maior clareza, estas equações são aqui também mostradas e tem a seguinte forma geral:

$$\nabla \cdot u_D = 0 \tag{1}$$

$$\rho \nabla \cdot \frac{\overline{u_D u_D}}{\phi} = -\nabla \phi \langle p \rangle^i + \mu_{ef} \nabla^2 u_D - \left[ \frac{\mu \phi}{K} u_D + \frac{c_f \phi \rho}{\sqrt{K}} |u_D| u_D \right] \tag{2}$$

válidas tanto para o meio limpo quanto para a região porosa dependendo dos valores de  $\phi$  e  $K$ . Nas Equações (1) e (2),  $K$  é permeabilidade do meio poroso,  $\langle p \rangle^i$  é a média intrínseca da pressão no fluido,  $u_D$  é a velocidade média superficial ou velocidade de Darcy,  $x$  e  $y$  são as coordenadas cartesianas e  $\mu$  é a viscosidade do fluido. A Equação (1) e a equação da continuidade de massa, sendo a Equação (2) a equação de quantidade de movimento. O terceiro e o quarto termos à direita da Equação (2) são os termos de Darcy e o de Forchheimer, respectivamente. A viscosidade efetiva no termo de Brinkman,  $\mu_{ef}$ , é em geral distinta da viscosidade do fluido  $\mu$ . As Equações (1) e (2) reproduzem as equações para meio limpo quando  $\phi$  tende a 1 e  $K$  tende a infinito.

### 2.1. Condições de interface e de contorno

As Equações (1) e (2) são resolvidas sujeita as seguintes condições de interface:

$$u_D|_{y=d^-} = u_D|_{y=d^+} \quad (3)$$

$$\mu_{eff} \frac{\partial u_D}{\partial y} \Big|_{y=d^+} - \mu \frac{\partial u_D}{\partial y} \Big|_{y=d^-} = \beta \frac{\mu_f}{\sqrt{K}} u_D|_{y=d} \quad (4)$$

onde  $\beta$  é um coeficiente adimensional ajustável na representação do salto da tensão de cisalhamento na interface. A condição de contorno nas paredes do canal ficam,

$$u_D|_{y=H} = 0 \quad (5)$$

$$u_D|_{y=0} = 0 \quad (6)$$

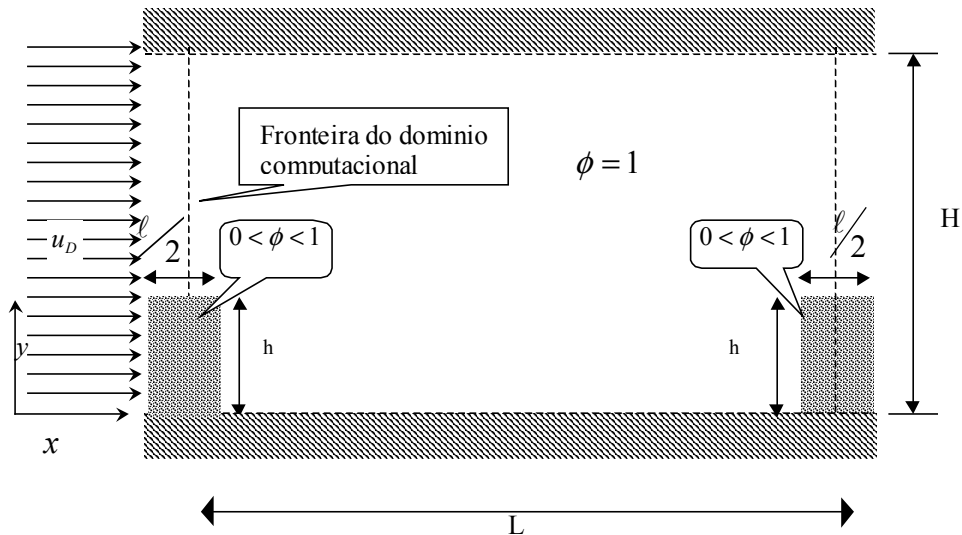


Figura 1: Geometria analisada. Canal aletado e célula periódica.

Nas Equações (3) e (4) a coordenada  $d$  representa o valor da coordenada na interface. O termo  $d^-$  está associado ao valor desta coordenada aproximando-se da interface pelo lado limpo, enquanto que  $d^+$  significa uma aproximação do meio poroso. Ainda, as Equações (3) e (4) apresentam as condições de interface sugeridas por Ochoa-Tapia & Whitaker (1995a), (1995b). A Equação (3) representa a continuidade da velocidade de Darcy e a Equação (4) a condição de salto da tensão cisalhante na interface entre o meio limpo e o meio poroso.

Fisicamente, o coeficiente  $\beta$  representa uma possível diferença no valor da tensão cisalhante na interface. Ochoa-Tapia & Whitaker (1995a), (1995b). mostraram que o coeficiente proposto está na faixa  $-1 \leq \beta \leq 1$ .

Para  $\beta = 0$  na Equação (4),obtém-se:

$$\mu_{eff} \frac{\partial u_D}{\partial y} \Big|_{y=d^+} = \mu \frac{\partial u_D}{\partial y} \Big|_{y=d^-} \tag{7}$$

indicando que a tensão de cisalhamento na interface é contínua. Entretanto, como mostrado em Ochoa-Tapia & Whitaker (1995a), (1995b). para certos casos o uso de  $\beta = 0$  não representa resultados obtidos experimentalmente. Nestes casos, é necessário o uso da condição de salto da tensão de cisalhamento na interface.

O domínio computacional mostrado na Figura (1), de comprimento  $L$  e altura  $H$ , corresponde a uma célula espacialmente periódica ao longo da coordenada  $x$ . Neste trabalho, a condição de periodicidade espacial foi aplicada ao longo desta coordenada. Os valores inicialmente impostos na entrada em  $x=0$  eram subseqüentemente substituídos pelos valores na saída, em  $x=L$ , num processo repetitivo ate que ambas as posições, no início e no fim da célula periódica, apresentassem idênticos perfís para todas as variáveis do problema.

### 2.2. Método Numérico

As Equações (1) e (2) sujeitas às condições de contorno e de interface (3)-(6), foram discretizadas para um domínio bidimensional em coordenadas generalizadas, envolvendo ambos os meios limpo e poroso. A discretização das equações usa um sistema de coordenadas generalizadas para uma generalização ainda maior. O método de volumes finitos foi empregado nesta discretização e, para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade, o algoritmo SIMPLE foi utilizado ( Patankar (1980) ).

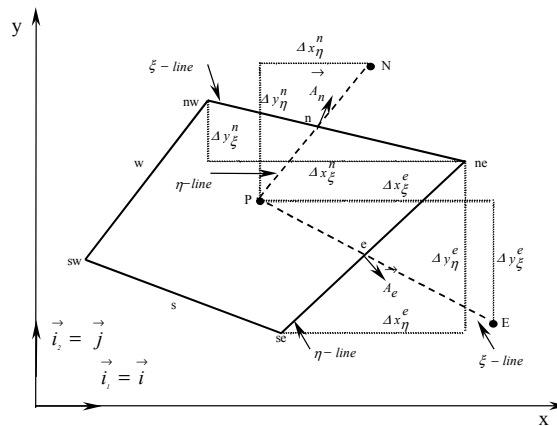


Figura 2: Volume de controle e notação.

A Figura (2) apresenta um volume de controle típico juntamente com o sistema de coordenadas generalizadas,  $\eta - \xi$ . A forma geral discretizada da equação de conservação bidimensional de uma propriedade qualquer  $\varphi$ , em regime permanente, pode se dado por,

$$I_e + I_w + I_n + I_s = S_\varphi \tag{8}$$

onde  $I_e$ ,  $I_w$ ,  $I_n$  e  $I_s$  representam respectivamente os fluxos de  $\varphi$  nas faces leste, oeste, norte e sul do volume de controle e  $S_\varphi$  o seu termo fonte.

Sempre que o termo fonte for dependente de  $\langle \varphi \rangle^i$  será linearizado da seguinte forma (vide de Lemos & Pedras (2000a), (2000b) ).

$$S_\phi \approx S_\phi^{**} \langle \phi \rangle_p^i + S_\phi^* \quad (9)$$

Os termos fonte nas equações de *momentum* para a direção  $x$  são dados por:

$$S^{*x} = (S_e^{*x})_p - (S_w^{*x})_p + (S_n^{*x})_p - (S_s^{*x})_p + S_p^* \quad (10)$$

e

$$S^{**x} = S_\phi^{**} \quad (11)$$

onde  $S^{*x}$  é a parte difusiva tratada de forma explícita. O termo  $S^{**x}$  na equação para o meio poroso é composto pelo coeficiente do termo de Darcy na direção  $x$ .

Similarmente, para a equação de momentum na direção  $y$  têm-se,

$$S^{*y} = (S_e^{*y})_p - (S_w^{*y})_p + (S_n^{*y})_p - (S_s^{*y})_p + S_p^y \quad (12)$$

e

$$S^{**y} = S_\phi^{**} \quad (13)$$

Na implementação numérica utilizada, os termos fontes em (10) e (12), no lado poroso, são divididos pela porosidade e subtraídos de  $\frac{\beta}{\sqrt{K}} u_D|_{interface}$  na interface. Foi utilizada uma malha computacional de 50x50, igualmente espaçada. Detalhes de implementações numéricas podem ser vistos em Rocamora & de Lemos (2000a),(2000b).

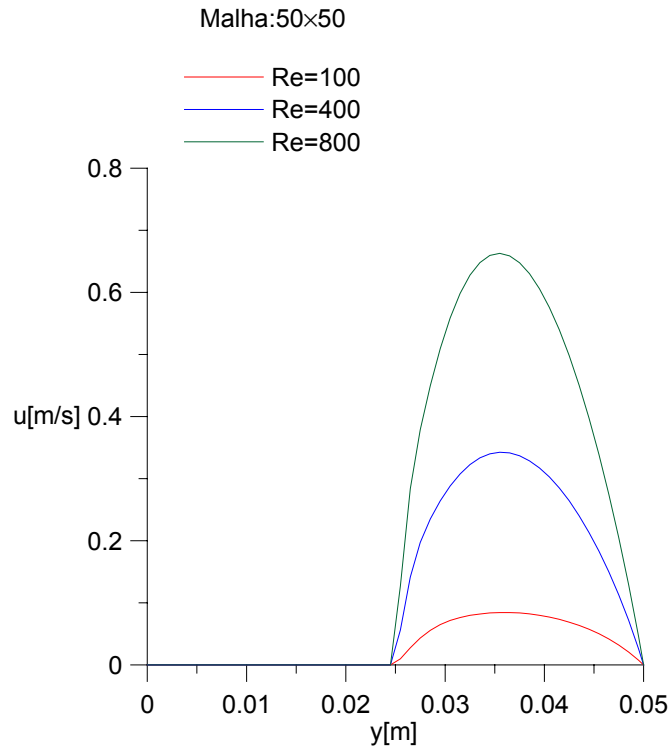


Figura 3: Efeito do numero de Reynolds para o campo de velocidade na saída do canal contendo aleta sólida.

### 3. Resultados e discussão

A Figura (3) mostra os perfis de velocidade longitudinal  $u$  para a posição axial em  $x=L$ . Esta posição corresponde à localização do plano meridional da aleta de espessura  $\ell$ . Conforme esperado, a vazão mássica aumenta na região da passagem do fluido, confinada à faixa  $h < y < H$  para o caso de aletas impermeáveis.

O efeito da permeabilidade do material da aleta é mostrado na Figura (4). Para maiores valores de  $K$ , o fluido permeia com maior facilidade através do material poroso. O aumento da vazão mássica para  $y < h$  é claramente observado na Figura.

A Figura (5) mostra a influência do valor de  $\phi$  no perfil de velocidade longitudinal para  $x=L$ . Nota-se também que para um material com maior porosidade, a vazão mássica através deste meio é aumentada, reduzindo, portanto, a quantidade de fluido que atravessa a região limpa ( $y > h$ ).

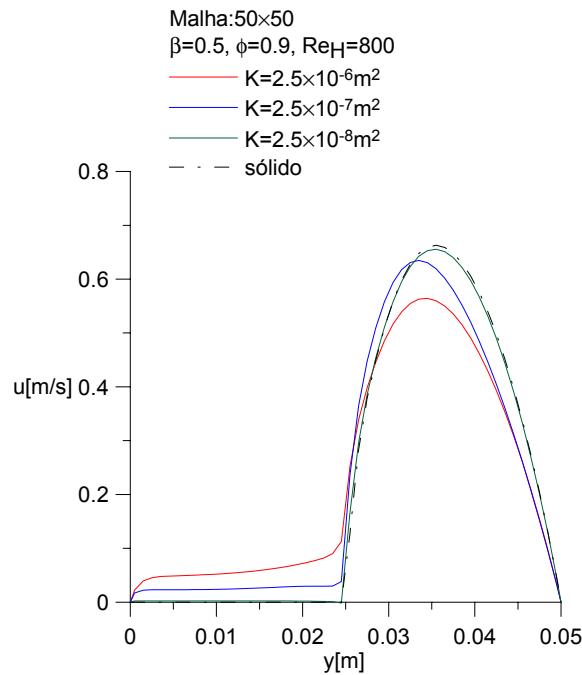


Figura 4: Efeito da permeabilidade para o campo de velocidade na saída do canal,  $\phi = 0.9$  para a aleta.

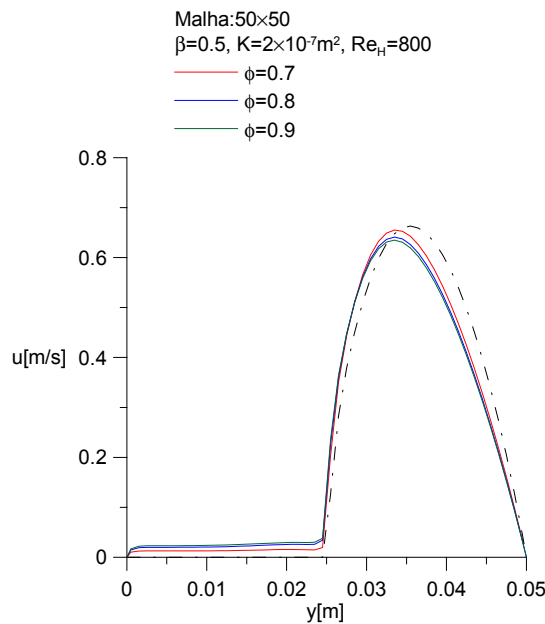


Figura 5: Efeito da porosidade para o campo de velocidade na saída do canal,  $K = 2 \times 10^{-7} m^2$  para a aleta.

$$\frac{\ell}{h} = \frac{0.012}{0.025}$$

$$\frac{\ell}{h} = \frac{0.006}{0.025}$$

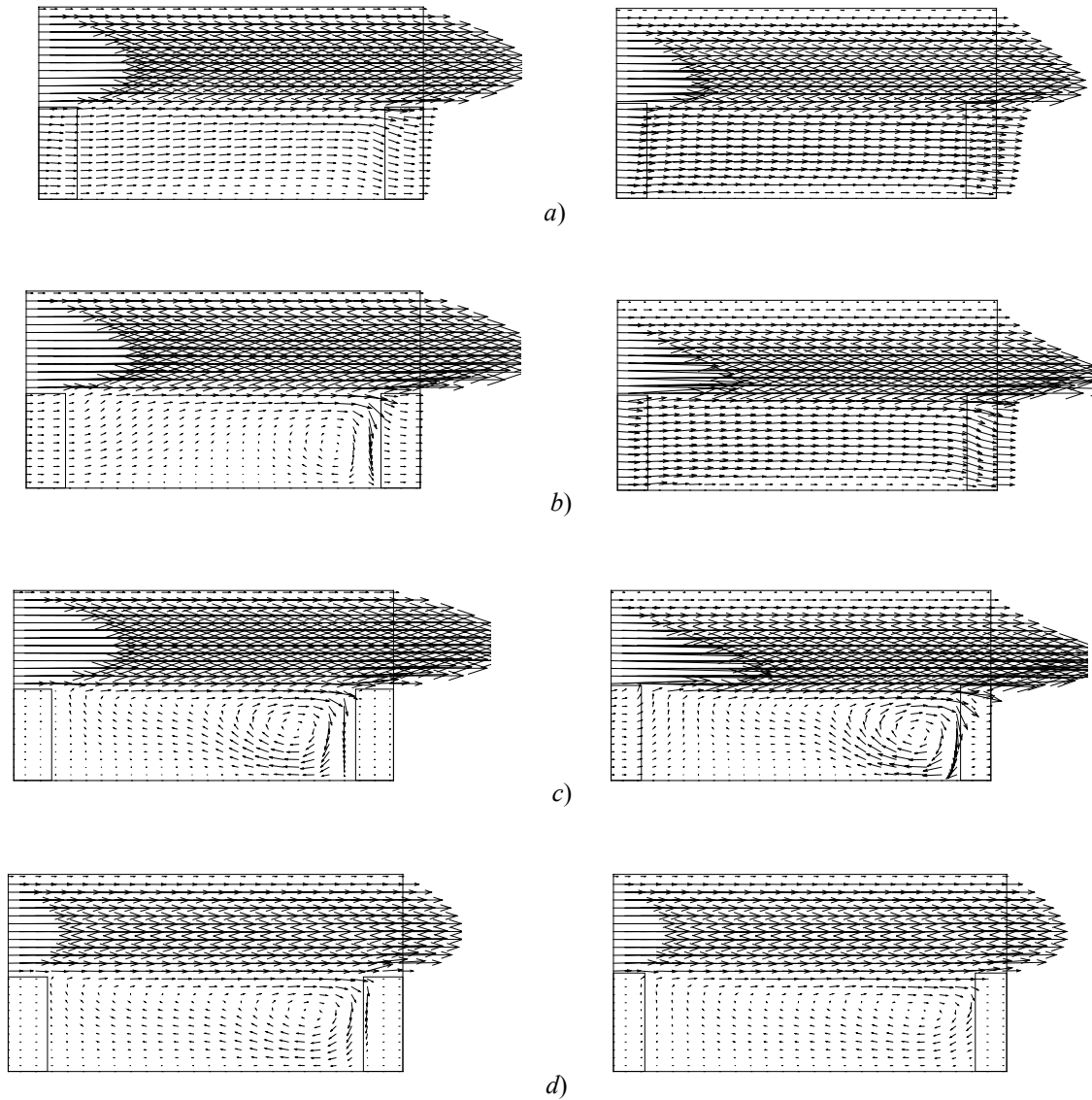


Figura 6: Efeito da permeabilidade  $K$  e da espessura da aleta  $\frac{\ell}{h}$  no campo de velocidades,  $\phi = 0.9$ ,  $Re_H = 800$  :  
 a)  $K = 2.5 \times 10^{-6} m^2$ , b)  $K = 2.5 \times 10^{-7} m^2$ , c)  $K = 2.5 \times 10^{-8} m^2$ , d) sólido

A Figura (6) apresenta gráficos para o padrão do escoamento em todo o domínio de cálculo. Na Figura são mostrados casos para diferentes permeabilidades e para duas espessuras de aleta. Para maior clareza, o comprimento dos vetores foi feito constante para que, desta forma, as regiões de baixa velocidade pudessem ser claramente observadas. Nota-se que, com o aumento da permeabilidade, uma maior vazão mássica atravessa a aleta reduzindo, assim, a intensidade da bolha de recirculação na região confinada. O efeito da espessura da aleta é similar ao das propriedades do material. Aletas mais espessas, de mesma porosidade ou permeabilidade, oferecem mais resistência ao escoamento.

#### 4. Conclusões

Este trabalho apresentou resultados para a solução numérica do escoamento em um canal contendo obstrução porosa. Foram considerados os efeitos da permeabilidade e da porosidade do material das aletas. A discretização das equações governantes utilizou o método de volumes finitos e para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade o algoritmo SIMPLE foi utilizado. Conforme esperado, para aletas mais porosas e mais permeáveis observou-se o aumento da vazão mássica através do material poroso. Para aletas de maiores espessuras, a resistência ao escoamento através do canal foi também qualitativamente observada.

A vantagem tecnológica na aplicação dos resultados aqui apresentados consiste na obtenção de um sistema aletado que apresente uma menor perda de carga para uma mesma vazão mássica. A utilização de materiais permeáveis pode contribuir para este fim. Possivelmente, tais sistemas podem manter ou até mesmo reduzir a perda de carga através de todo o canal para uma mesma carga térmica transferida. Em última análise, é neste aspecto que o presente trabalho apresenta potencial para aplicações futuras.

#### 5. Agradecimentos

Os autores são gratos ao CNPq pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho.

#### 6. Referências

- de Lemos, M.J.S., Pedras, M. H. J., 2000a, "Modeling Turbulence Phenomena in Incompressible Flow Through Saturated Porous Media", Proc. of 34<sup>th</sup> ASME-National Transfer Conference (on CD-ROM), ASME-HTD-1463CD, Paper NHTC2000-12120, ISBN:0-7918-1997-3, Pittsburgh, Pennsylvania, August 20-22.
- de Lemos, M.J.S., Pedras, M. H. J., 2000b, "Simulation of Turbulent Flow Through Hybrid Porous Medium Clear Fluid Domains", Proc. of IMECE2000-ASME-Intern. Mech. Eng. Congr., ASME-HTD-366-5, pp. 113-122, ISBN:0-7918-1908-6, Orlando Florida, November 5-10.
- de Lemos, M.J.S., Pedras, M. H. J., 2001, "Recent Mathematical Models For Turbulent Flow In Saturated Rigid Porous Media", Journal of Fluids Engineering, vol. 123, n.4 (in press).
- Kuznetsov, A. V., 1996, "Analytical Investigation of the Fluid Flow in the Interface Region between a Porous Medium and a Clear Fluid in Channels Partially with a Porous Medium". Applied Scientific Research, vol.56, pp.53-56.
- Kuznetsov, A. V., 1997, "Influence of the Stress Jump Condition at the Porous-Medium/Clear-Fluid Interface on a Flow at a Porous Wall". International Communications in Heat and Mass Transfer, vol.24, pp.401-410.
- Kuznetsov, A. V., 1999, "Fluid Mechanics and Transfer in the Interface Region between a Porous Medium and a Fluid Layer: A Boundary Layer Solution". Journal of Porous Media, vol.2(3), pp.309-321.
- Ocho-Tapia, J. A., Whitaker, S., 1995a, "Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-I". Theoretical development, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 38, pp. 2635-2646.
- Ochoa-Tapia, J. A., Whitaker, S., 1995b, "Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-II". Comparison with experiment, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 38, pp.2647-2655.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York.
- Rocamora Jr., F. D., de Lemos, M.J.S., 2000a, "Prediction of Velocity and Temperature Profiles for Hibrid Porous Medium-Clear Fluid Domains", Proc.of CONEM2000 – National Mechanical Engineering Congress (on CD-ROM), Natal, Rio Grande do Norte, Brazil, August 7-11.
- Rocamora Jr., F. D., de Lemos, M.J.S., 2000b, "Laminar Recirculating Flow And Transfer In Hybrid Porous Medium-Clear Fluid Computational Domains", Proc. of 34<sup>th</sup> ASME-National Heat Transfer Conference (on CD-ROM), ASME-HTD-1463CD, Paper NHT2000-12317, ISBN:0-7918-1997-3, Pittsburgh, Pennsylvania, August 20-22.
- Silva, R. A., de Lemos, M.J.S., 2001a, "Escoamento Laminar em um Canal Parcialmente Preenchido com Material Poroso" (em CD-ROM) COBEM2001, Uberlândia-MG.
- Silva, R. A., de Lemos, M.J.S., 2001b, "Numerical Treatment of the Stress Jump Interface Condition for Laminar Flow in a Channel Containing a Porous Layer", (submitted), Numerical Heat Transfer, PartA.
- Silva, R. A., de Lemos, M.J.S., 2001c, "Turbulent Flow over a Porous Layer Considering the Shear Stress Jump at the Interface"(submitted), International Journal Heat Mass and Transfer.
- Tofaneli, L. A., de Lemos, M.J.S., 2002, "Escoamento Laminar em Região Espacialmente Periódica em Canal Contendo Obstrução Porosa", CONEM2002, João Pessoa-PA.
- Whitaker, S., 1969, "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media", Indust. Engng. Chem., vol.61, pp.14-28.

## **INFLUENCE OF POROSITY AND PERMEABILITY OF POROUS FINS IN LAMINAR FLOW IN A CHANNEL BETWEEN PLATES**

**Luzia A. Tofaneli**<sup>1</sup>

**Marcelo J.S. De-Lemos**<sup>2</sup>

Departamento de Energia – IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, 12228-900 – São José dos campos – S.P. – Brazil

<sup>1</sup>e-mail [ltofa@mec.ita.br](mailto:ltofa@mec.ita.br), <sup>2</sup>e-mail: [delemos@mec.ita.br](mailto:delemos@mec.ita.br)

**Abstract.** *In this work, numerical solutions are presented for laminar flow in a channel finned with porous material. The condition of spatially periodic cell is applied longitudinally along the channel. The equations of movement and mass continuity are written for an elementary representative volume yielding a set of equations valid for the entire computational domain. These equations are discretized using the control volume method and the resulting system of algebraic equations is relaxed with the SIMPLE method. Results are presented for the velocity field as a function of the porosity and permeability of the fins.*

**Keywords.** *Channel flow, porous medium, numerical solution*