

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA DE UMA PELÍCULA LÍQUIDA DESCENDENTE AO LONGO DA PAREDE VERTICAL EXTERNA DE UM TUBO CILÍNDRICO

### Rubens Gallo

CEFET-PR – Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná  
Unidade de Cornélio Procópio  
Av. Alberto Carazzai, 1640  
CEP – 86.300-000 Cornélio Procópio, PR.  
gallo\_rubens@hotmail.com

### Alcides Padilha

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP  
Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, S/N,  
CEP. 17033 – 360 , Bauru, SP.  
padilha@feb.unesp.br

### Vicente Luiz Scalon

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP  
Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, S/N,  
CEP. 17033 – 360 , Bauru, SP.  
scalon@feb.unesp.br

**Resumo.** Dentro das aplicações industriais, o escoamento de filme de líquido em superfície livre encontra sua principal utilização em trocadores com transferência de calor e massa, como por exemplo, em geração e distribuição de vapor, cozimento de caldo de cana, etc. A principal vantagem desse tipo de dispositivo é a grande superfície de contato da fina camada de líquido, que possibilita altas taxas de transferência de calor e massa, necessitando de um pequeno fluxo de líquido em circulação. Por conseguinte, é de fundamental importância o conhecimento da quantidade de massa evaporada em um determinado comprimento de tubo. Neste trabalho é considerada a evaporação de uma substância pura e que a transferência de massa ocorre na interface líquido-vapor da película líquida. A irregularidade geométrica do domínio de solução do problema, é contornada pelo emprego das técnicas das Transformadas de Landau na solução numérica do modelo matemático. O custo desta transformação é o aumento da não-linearidade das equações que governam o processo. O objetivo principal deste trabalho consiste no desenvolvimento de um método de solução capaz de estimar, através de métodos numéricos, a taxa de evaporação de um filme líquido de uma substância pura, em função dos parâmetros de projeto, ou seja, as condições para concepção de um trocador de calor compacto.

**Palavras-chave:** filme descendente, trocador de calor compacto, evaporação de película.

### 1. Introdução

Dentro das aplicações industriais, o escoamento de película de líquido em superfície livre encontra sua principal aplicação em trocadores com transferência de calor e massa, como por exemplo, em geração de distribuição de vapor, evaporação de caldo de cana, etc.

A principal vantagem desse tipo de dispositivo é a grande superfície de contato da fina camada de líquido, que possibilita altas taxas de transferência de calor e massa, necessitando de um pequeno fluxo de líquido em circulação. Por conseguinte, é de fundamental importância o conhecimento da quantidade de massa evaporada em um determinado comprimento de tubo.

Esta proposta de evaporador de película de líquido em escoamento poderá colocar novamente em pauta, segundo Pátek et al. (1995), as aplicações da mistura água-amônia em sistemas de absorção, ainda hoje aplicados embora em faixas de temperaturas maiores.

A Fig. (1a) mostra detalhes de um dispositivo evaporador de película descendente utilizado na evaporação do caldo de cana na fabricação de açúcar. Neste trocador o líquido a evaporar escoava pelo interior dos tubos lisos e o vapor superaquecido pelo exterior dos mesmos. O evaporado no interior dos tubos é arrastado por diferença de pressão para a parte inferior do trocador.



Figura 1. – Fotos de um evaporador de película em manutenção: (a) Vista interna do evaporado, (b) Vista superior do evaporador, mostrando uma parte do alimentador utilizado na formação da película.

Um estudo numérico foi desenvolvido por Wei-Mon Yan (1993), tendo como principal objetivo o estudo da transferência de calor e massa em um escoamento laminar devido a um processo convectivo misto. Palen et al. (1994), em seus estudos obteve o coeficiente de transferência de massa para soluções aquosas de etileno e propileno glicol, com faixas de temperatura de evaporação superior a 55 °C, confirmando a conclusão de que o coeficiente de transferência de calor é pouco influenciado pelo superaquecimento da parede do tubo e pelo número de Reynolds, mas, dependente da composição da mistura. Uma solução analítica foi proposta por Conlisk A. T. (1995), para a transferência de calor e massa no processo de absorção em uma bomba de calor. Abdulmalik et al. (1998), desenvolveram um estudo experimental do coeficiente de transferência de calor para a evaporação de uma solução simples, no escoamento descendente ao longo da superfície externa de um tubo, neste estudo foram utilizados dois fluidos diferentes, o propileno glicol e água. Yigt A. (1999), desenvolveu um estudo numérico da transferência de calor e massa em um absorvedor de película descendente, tendo como solução binária o brometo de lítio e água. Selim et. al. (1999), desenvolveu um modelo matemático para estimar a transferência de massa entre um fluxo de uma mistura de vapor de amônia e vapor d'água e de um fluxo de uma solução binária líquida água-amônia, na interface de um sistema de absorção.

O objetivo principal deste trabalho é propor um modelo matemático capaz de estimar, através de métodos numéricos, a taxa de evaporação de uma substância pura em um determinado comprimento de tubo, em função de parâmetros de projeto.

## 2. Modelo matemático

O sistema proposto é descrito esquematicamente na Fig. (2). Um filme líquido de substância pura (água), flui descendente sobre a superfície externa de um tubo vertical. A película de líquido escoava em co-corrente com uma mistura ar-vapor d'água a uma determinada pressão e temperatura, enquanto a parede externa do tubo é mantida a uma temperatura constante. Para  $x = 0$ , a película líquida entra no trocador a uma temperatura  $T_0$ , velocidade  $V_0$  e a pressão na interface corresponde a pressão de vaporização da substância. Isto faz com que o processo de transferência de massa tenha início na interface líquido-vapor. A substância líquida evaporada difunde-se na mistura gasosa e assim, a medida que a película escoava ao longo da superfície do tubo, parte da sua massa evaporava, enquanto a umidade relativa da mistura aumenta.

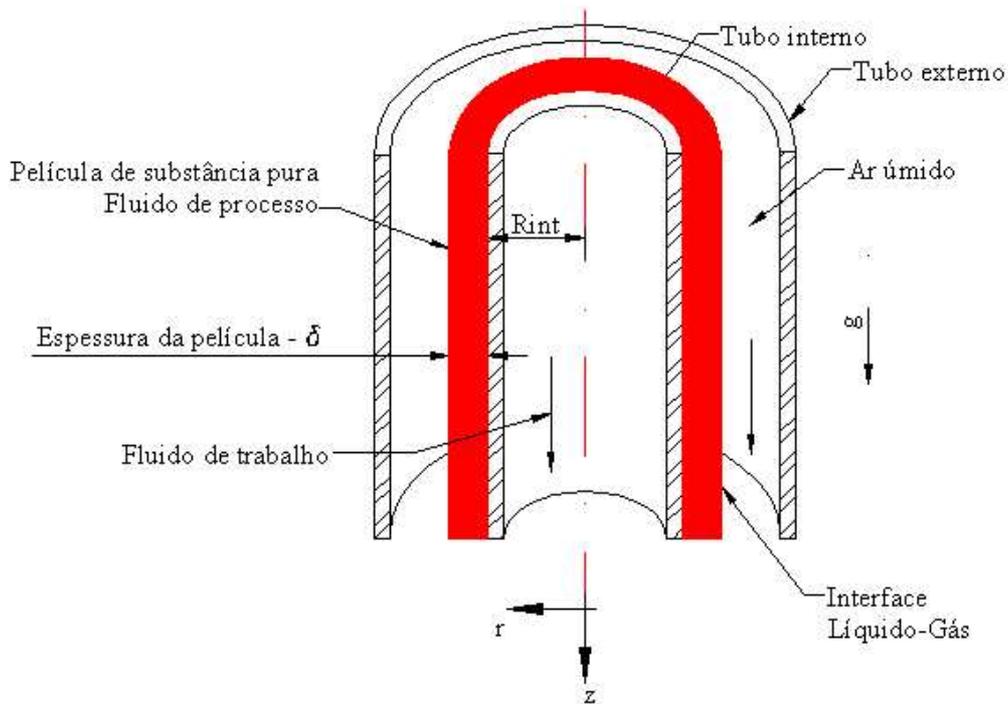


Figura 2 – Descrição da película descendente em contato com gás absorvedor.

As seguintes suposições simplificadoras foram admitidas na formulação do modelo matemático:

- (1) Regime permanente;
- (2) As propriedades físicas do filme de líquido são constantes e independentes da temperatura e concentração;
- (3) Escoamento laminar;
- (4) Fluido Newtoniano;
- (5) Perfil de velocidade unidimensional e plenamente desenvolvido;
- (6) Temperatura da parede do tubo constante;
- (7) O cisalhamento entre o gás e a película líquida é desprezado.

Admitindo-se as referidas suposições, nas equações da conservação da massa, momento e energia, para obtenção das transferências simultâneas de calor e massa no sistema tem-se:

Equação da continuidade:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot U) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Equação da conservação da quantidade de momento na direção x:

$$U \frac{\partial V}{\partial r} + V \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + g_x \quad (2)$$

Equação da conservação da energia:

$$U \frac{\partial T}{\partial r} + V \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \quad (3)$$

As Eqs. (1) a (4) estão sujeitas às seguintes condições de contorno:

$$\text{➤ } x = 0 \rightarrow \quad U = 0, \quad V = V_0(r), \quad T = T_0 \quad (4)$$

$$\rhd r = R_{int} \rightarrow U = 0, V = 0, T = T_w \quad (5)$$

$$\rhd r = R_{int} + \delta(x) \rightarrow U=0, \frac{dV}{dr} = 0, T = T(x) \quad (6)$$

Onde o perfil de velocidades considerado como plenamente desenvolvido é dado por:

$$V_0(r) = \frac{\rho \cdot g}{2 \cdot \mu} \left[ \frac{R_{int}^2 - r^2}{2} + r^2 \cdot \ln\left(\frac{r}{R_{int}}\right) \right] \quad (7)$$

sendo  $T(x, r)$ : Perfil de temperatura do filme de líquido obtido na solução do modelo matemático.

Devido ao processo de evaporação a película de líquido tem sua espessura diminuída a medida que escoia ao longo da parede externa do tubo, isto implica em um domínio de solução irregular como Fig. (3a), podendo ser transformado em um domínio regular, Fig. (3b), pela aplicação das Transformadas de Landau.

O custo desta transformação matemática é o aumento da não linearidade no sistema de equações resultante.

A Fig. (3) mostra esquematicamente os domínios físicos e de integração, ou seja, antes e depois da transformação matemática das equações.

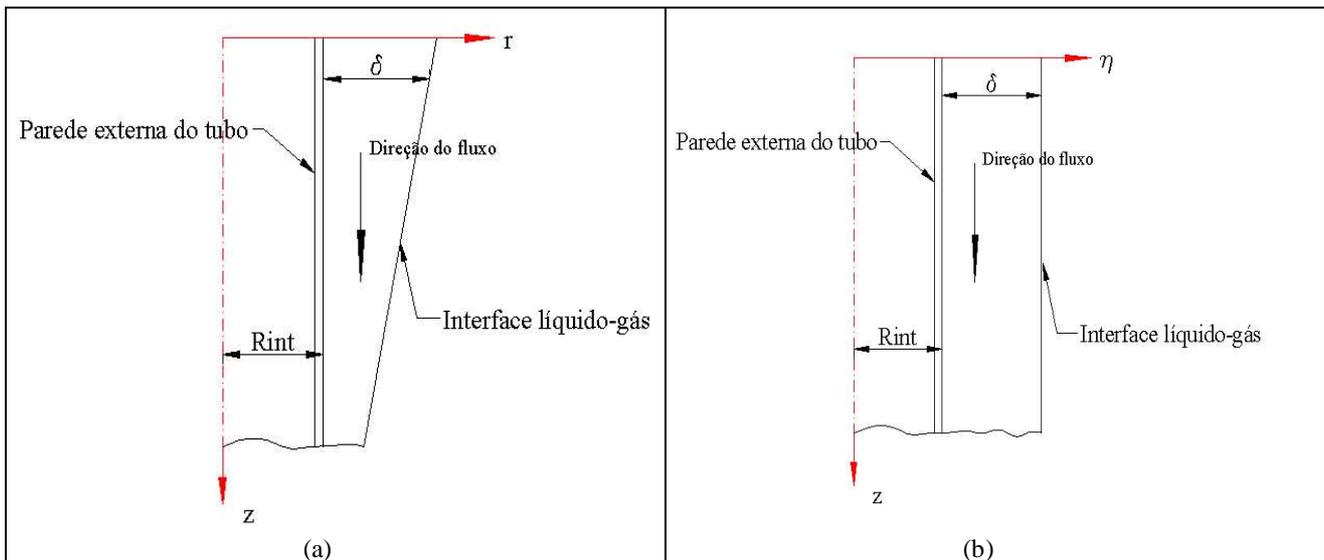


Figura 3 – Domínios Físico e de Integração do problema: (a) Domínio físico e (b) Domínio de integração.

Sendo  $\eta$  o parâmetro adimensional das Transformadas de Landau definido pela relação:

$$\eta = \frac{r - R_{int}}{\delta_{(x)}} \quad (8)$$

que aplicado ao sistema de equações (1) a (7) resulta em:

Equação da continuidade:

$$\frac{U}{\eta \cdot \delta_{(x)} + R_{int}} + \frac{1}{\delta_{(x)}} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\eta}{\delta_{(x)}} \frac{\partial V}{\partial \eta} \frac{\partial \delta_{(x)}}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

Equação da conservação do momento na direção x::

$$\frac{U}{\delta_{(x)}} \frac{\partial V}{\partial \eta} + V \left( \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\eta}{\delta_{(x)}} \frac{\partial V}{\partial \eta} \frac{\partial \delta_{(x)}}{\partial x} \right) = \nu \left[ \frac{1}{\eta \cdot \delta_{(x)} + R \text{int}} \frac{1}{\delta_{(x)}} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta_{(x)}^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} \right] + g_{(x)} \quad (10)$$

Equação da conservação da energia:

$$\frac{U}{\delta_{(x)}} \frac{\partial T}{\partial \eta} + V \left( \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\eta}{\delta_{(x)}} \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \delta_{(x)}}{\partial x} \right) = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \left( \frac{1}{(\eta \cdot \delta_{(x)} + R \text{int}) \cdot \delta_{(x)}} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta_{(x)}^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right) \quad (11)$$

As Eqs. (9) - (11) estão sujeitas às seguintes condições de contorno:

$$\rightarrow x = 0 \rightarrow U = 0, \quad V = V_0(\eta), \quad T = T_0 \quad (12)$$

$$\rightarrow \eta = 0 \rightarrow U = 0, \quad V = 0, \quad T = T_w \quad (13)$$

$$\rightarrow \eta = 1 \rightarrow U = 0, \quad \frac{dV}{d\eta} = 0, \quad T = T(x) \quad (14)$$

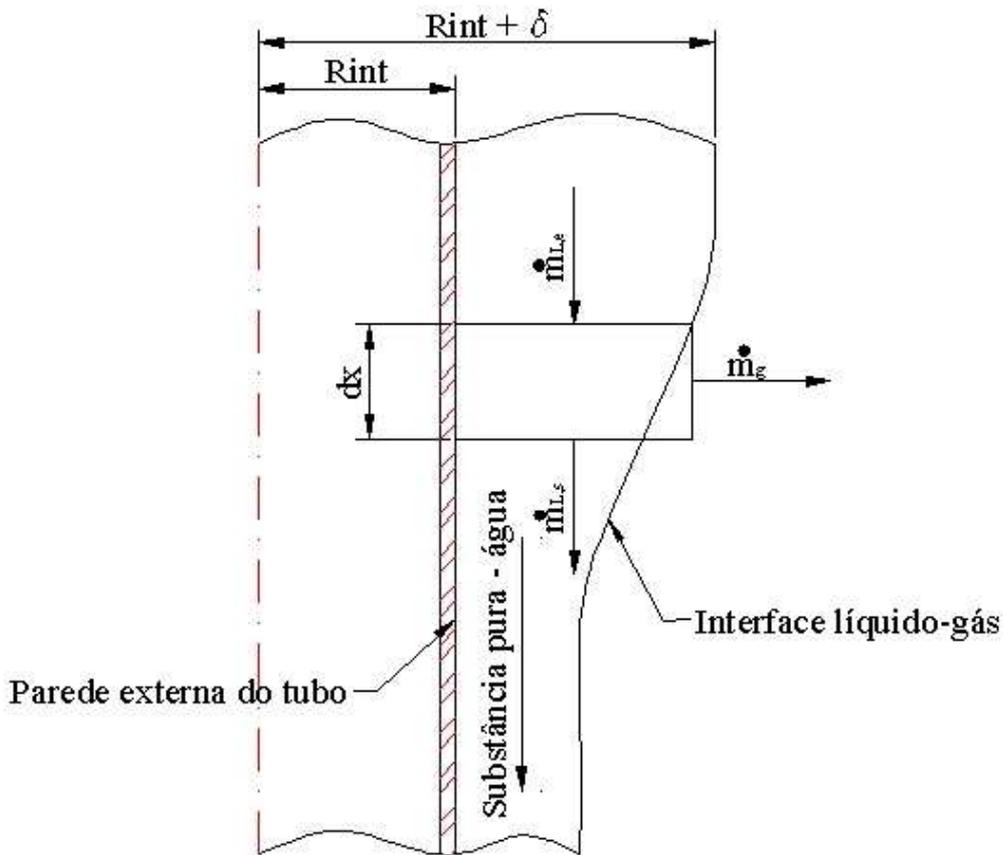


Figura 4 – Balanço de energia na interface líquido-ar.

Onde:

$$V_0(\eta) = \frac{\rho \cdot g}{2 \cdot \mu} \left[ -\frac{\eta \cdot \delta_{(x)} (\eta \cdot \delta_{(x)} + 2 \cdot R_{int})}{2} + (\eta \cdot \delta_{(x)} + R_{int})^2 \cdot \ln \left( \frac{\eta \cdot \delta_{(x)} + R_{int}}{R_{int}} \right) \right] \quad (15)$$

O transporte de energia entre a parede do tubo e o ar úmido, através do filme de líquido, depende da relação entre dois fatores: do gradiente de temperatura entre a parede e o ar úmido e do fluxo de massa. A conexão da transferência de energia com estes fatores é obtida por meio de balanço de energia aplicado na interface, como mostrado na Fig. (4).

Assim, o balanço de energia na interface é dado pela relação:

$$k \frac{\partial T}{\partial r} = h(T_{\infty} - T_{int}) + \dot{m} \cdot h_{lv} \quad (16)$$

Aplicando-se as Transformadas de Landau na Eq. (16), tem-se a seguinte equação para a interface:

$$\frac{k}{\delta_{(x)}} \frac{\partial T}{\partial \eta} = h \cdot (T_{\infty} - T_{int}) + \dot{m} \cdot h_{lv} \quad (17)$$

O fluxo de massa na superfície do filme de líquido pode ser obtido pela relação:

$$\dot{m} = h_m \cdot A_{int} \cdot (c_{int} - c_{\infty}) \quad (18)$$

Para o cálculo das concentrações em massa do vapor d'água no ar úmido, em posições próximas a interface e, no ar úmido em posições afastadas da interface, utilizou-se os conceitos de psicrometria.

O coeficiente de transferência de massa foi calculado através da relação de Lewis por:

$$h_m = \frac{h}{\rho_{int} \cdot c_{p_{int}} \cdot Le^{2/3}} \quad (19)$$

O número de Nusselt local foi definido como:

$$Nu_x = \frac{h \cdot x}{k} \quad (20)$$

sendo admitido a seguinte relação para o coeficiente de película:

$$h = 0,332 \cdot Pr^{1/3} \cdot Re_x^{1/2} \quad (21)$$

### 3. Método de solução

O sistema de Equações (9) a (14) foi discretizado pela técnica das Diferenças Finitas e o sistema de equações algébricas não linear resultante resolvido por método iterativo.

A malha computacional foi dividida em 10 pontos na direção radial e 600 pontos na direção axial, o método de solução adotado na direção axial foi o método de marcha, enquanto que na direção radial as equações foram resolvidas simultaneamente pelo método de Newton – Raphson.

#### 4. Resultados

Os parâmetros comuns de projeto da Tabela (1) foram utilizados na simulação do modelo matemático para obtenção dos resultados apresentados nas figuras de (5) a (8).

Tabela 1. - Parâmetros de projeto utilizados.

Parâmetros de projeto	Figura (5)	Figura (6)	Figura (7)	Figura (8)
Temperatura do fluido - °C	20	20	20	20
Raio externo do tubo - m	0,052	0,052	Vide figura	0,052
Espessura da película - m	Vide figura	Vide figura	Vide figura	10E-6
Temperatura da parede - °C	Vide figura	50	52	Vide figura
Umidade relativa do ar	0,4	Vide figura	0,4	0,4
Nº de pontos - direção radial	10	10	10	10
Nº de pontos - direção axial	200	200	200	200
Comprimento do tubo - m	5	5	5	Vide figura

A Fig. (5), mostra o aumento acentuado da taxa de evaporação, em função da temperatura externa da parede do tubo, para alguns valores da espessura de película do líquido e isto ocorre devido ao aumento da área de evaporação da interface líquido-vapor.

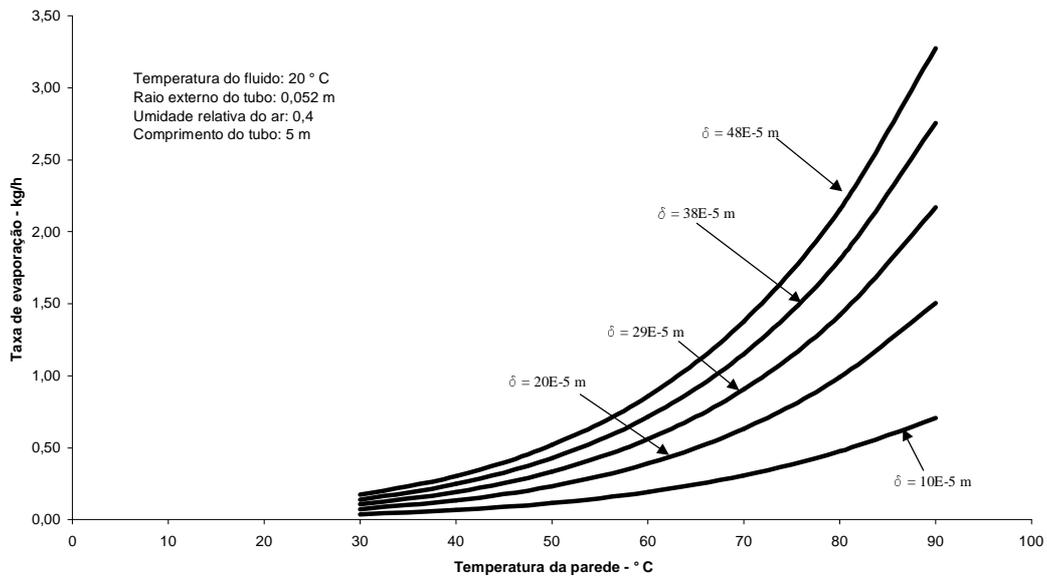


Figura 5 - Taxa de evaporação em função da temperatura da parede do tubo.

A Fig. (6) mostra a queda da taxa de evaporação com o aumento da umidade relativa do ar, para alguns valores da espessura do filme de líquido.

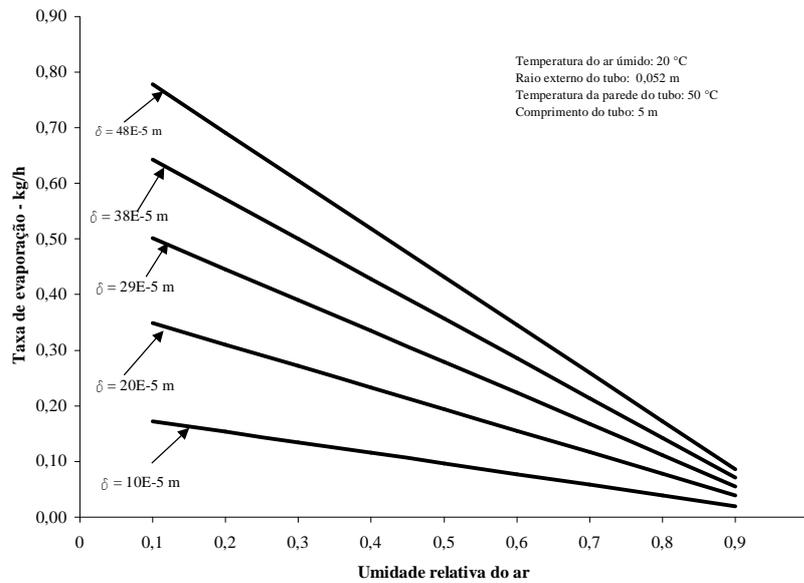


Figura 6 – Taxa de evaporação em função da umidade relativa.

A Fig. (7), mostra o comportamento da taxa de evaporação em função do raio externo do tubo, a qual, é proporcional ao raio externo do tubo e isto se deve ao fato de que, com o aumento no raio externo do tubo ocorre também o aumento na área de evaporação, este aumento de evaporação é mais significativo em películas de espessuras maiores.

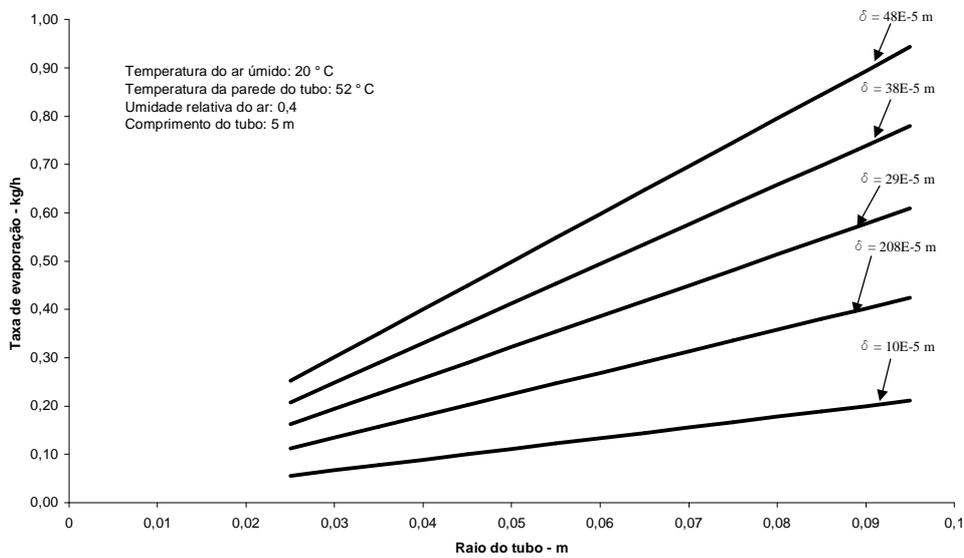


Figura 7 – Taxa de evaporação em função do raio externo do tubo, para alguns valores da espessura do filme de líquido.

A Fig. (8), apresenta o comportamento da taxa de evaporação de líquido em função do comprimento de tubo, para diversas temperaturas de parede do tubo.

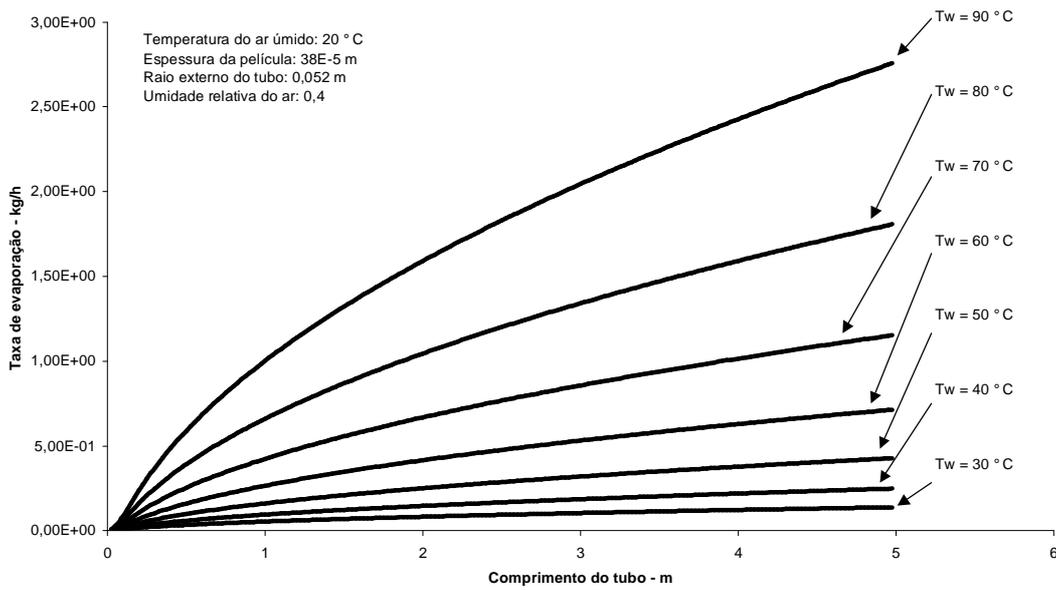


Figura 8 – Taxa de evaporação em função do comprimento do tubo.

#### 4. Conclusões

Na Fig. (5) observa-se que, com o aumento da espessura do filme de líquido ocorre um aumento proporcional no fluxo de massa evaporada, pois há um aumento na área da interface de evaporação do líquido mas, para as mesmas condições, e aumentando a área de evaporação pelo aumento do diâmetro do tubo, ou seja, mantendo constante a espessura da película, obter-se-á um aumento ainda maior do fluxo de massa, o que pode ser observado na Fig. (7).

Analisando por exemplo a Fig. (6), observa-se que o aumento da temperatura da parede externa do tubo, assim como, o aumento da espessura da película e o aumento do raio do tubo aumentam proporcionalmente o fluxo de massa evaporada. Portanto, seria interessante otimizar o aumento da temperatura da parede do tubo, a espessura da película e o raio do tubo e avaliar a relação custo-benefício do investimento no projeto, embora não seja o objetivo do presente estudo, mas, este fornece parâmetros necessários para a referida análise.

Na Fig. (6), pode-se comprovar a credibilidade nos resultados fornecidos pelo modelo proposto, quando a umidade relativa do ar tende a 100%, ou seja, através da convergência para um único ponto de todos os segmentos de retas que representam as espessuras dos filmes do líquido.

#### 5. Nomenclatura

- $A_{int}$  – Área de evaporação da interface;
- $c_p$  – calor específico a pressão constante do fluido;
- $c_{int}$  – concentração de vapor d'água por unidade de massa de ar úmido próximo a interface;
- $c_{\infty}$  – concentração de vapor d'água por unidade de massa no ar úmido;
- $g^{(x)}$  – aceleração da gravidade na direção x;
- $g$  – aceleração da gravidade;
- $h$  – coeficiente de transferência de calor por convecção;
- $h_m$  – coeficiente de transferência de massa;
- $h_{lv}$  – entalpia de vaporização;
- $k$  – condutibilidade térmica do fluido;
- Le – número de Lewis
- $Nu_x$  – número de Nusselt local;
- $\dot{m}$  – fluxo de massa evaporada do filme de líquido;
- Pr – número de Prandtl;
- $Re_x$  – número de Reynolds local;
- Rint – raio interno da película;
- r,x – coordenadas radial e axial;

$T$  – temperatura do fluido;  
 $T_w$  – temperatura da parede externa do tubo;  
 $T_0$  – temperatura inicial do fluido;  
 $T_\infty$  - temperatura do ar úmido ambiente;  
 $T_{int}$  – temperatura da interface;  
 $U, V$  – componentes das velocidades nas direções  $r$  e  $x$ ;  
 $V_0$  – perfil de velocidades do filme de líquido na entrada do evaporador, considerado plenamente desenvolvido.

Letras gregas

$\rho$  - densidade do fluido;  
 $\rho_{int}$  – densidade do fluido na interface;  
 $\mu$  - viscosidade dinâmica do fluido;  
 $\eta$  - coordenada radial adimensional;  
 $\delta_{(x)}$  – espessura da película;  
 $\nu$  - viscosidade cinemática do fluido.

## 5. Referências

- Abdulmalik A., Alhusseini, K. T. and John C. C., 1998, “Falling Film Evaporation of Single Component Liquids”, *International Journal Heat Mass Transfer*, vol. 41, No. 12, pp. 1623-1632.
- Conlisk, A. T., 1995, “Analytical Solutions for the Heat and Mass Transfer in a Falling Film Absorber”, *Chemical Engineering Science*, vol. 50, No. 4, pp. 651-660.
- Pátek, J., & Klomfar, J., 1995, “Simple Functions for Fast Calculations of Selected Thermodynamic Properties of the Ammonia-Water System”, *International Journal of Refrigeration*, vol.18, N° 4, pp.228-234.
- Palen, J. W., Wang, Q., Chen, J. C., 1994, “Falling Film Evaporation of Binary Mixtures”, *AIChE Journal*, Vol. 40. n° 2, pp. 207-214.
- Selim, A. M., & Elsayed, M. M., 1999, “Interfacial Mass Transfer and Mass Transfer Coefficient in Aqua Ammonia Packed Bed Absorber”, *International Journal of Refrigeration*, vol. 22, pp. 263-274.
- Yigit, A., 1999, “A Numerical Study of Heat and Mass Transfer in Falling Film Absorber”, *International Journal Heat Mass Transfer*, vol. 26, No. 2, pp. 269-278.
- Yan Wei-Mon, 1993, “Binary Diffusion and Transfer in Mixed Convection Pipe Flows With Film Evaporation”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, n° 8, pp. 2115-2123.

## **THEORETICAL SIMULATION OF HEAT AND MASS TRANSFER FOR A DESCENDING LIQUID FILM ON THE VERTICAL WALL OF A CYLINDRICAL TUBE**

### **Rubens Gallo**

CEFET-PR – Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná  
Unidade de Cornélio Procópio  
Av. Alberto Carazzai, 1640  
CEP – 86.300-000 Cornélio Procópio, PR.  
gallo\_rubens@hotmail.com

### **Alcides Padilha**

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP  
Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, S/N,  
CEP. 17033 – 360 , Bauru, SP.  
padilha@feb.unesp.br

### **Vicente Luiz Scalon**

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP  
Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, S/N,  
CEP. 17033 – 360 , Bauru, SP.  
scalon@feb.unesp.br

**Abstract..** *Within the industrial field, the falling liquid film, in a free surface, is very important for heat and mass transfer, inside a heat exchanger. The generation and distribution of steam, and the evaporation of sugar-cane broth, are good examples. The main advantage of this kind of device is the large faying surface of the fin liquid layer, which results in high rates of heat and mass transfer, in such a way that only a small flow of liquid in circulation is needed. Therefore, the amount of mass evaporated within a pre-established pipe length need to be determinate. In this study, the evaporation of a pure substance is considered, and it is taken for granted that the mass transfer occurs in the interface liquid-steam of the liquid film. Geometric irregularity in the solution domain is dealt with the use of the Landau Transform technique. The transformation cost is the increase in the non-linearity of the governing equations. The main objective of this study is to develop mathematical models for the assessment of the liquid film evaporation rate of a pure substance as a function of the design parameter and define the appropriate guideline for the conception of a compact heat exchanger.*

**Keywords:** *falling film, heat and mass transfer, film evaporation, compact heat exchanger.*