

ESCOAMENTO ENTRE DISCOS COM ROTAÇÃO: UM ESTUDO DE CASO USANDO UM MODELO DE TURBULÊNCIA DE DUAS CAMADAS.**Ricardo Augusto Mazza**DETF/SCA/UFPR – Av. Prof. Lothário Meissner, 3400 – CEP 80210-170 – Curitiba - PR
mazza@floresta.ufpr.br**Eugênio Spanó Rosa**DE/FEM/UNICAMP – Caixa Posta 6122 – CEP 13083-970 - Campinas – SP
erosa@fem.unicamp.br

Resumo. O escoamento entre dois discos em co-rotação é investigado numericamente. Para esta geometria considera-se o escoamento em regime permanente, isotérmico e com propriedades constantes. O escoamento é modelado utilizando-se as equações de Navier-Stokes para os termos médios e a equação da massa. Os tensores de Reynolds são determinados utilizando-se do modelo de duas camadas. A solução numérica é obtida utilizando-se da técnica de volumes finitos empregando um código comercial, o PHOENICS. Um estudo paramétrico da rotação e da vazão entre os discos é realizado visando obter a influência destas variáveis no escoamento médio bem como nas propriedades turbulentas.

Palavras chave: Escoamento turbulento, Escoamento entre discos; Modelo de turbulência; Modelo de duas camadas.

1. Introdução

O estudo de escoamentos entre discos rotativos é de grande importância para a engenharia devido às suas aplicações práticas, dentre as quais pode-se destacar: turbinas a gás ou compressores centrífugos; difusores sem pás de bombas centrífugas; bombas de múltiplos discos; dispositivos de armazenamento de dados em computadores (*Hard Disk*); viscosimetria; lubrificação; trocadores de calor e massa (Louis e Salhi, 1989; Shirazi e Truman, 1988; Gan et al., 1995). Há diversas configurações para o escoamento entre discos paralelos, tais como: ambos parado, característico de difusor radial; um girando e outro parado ou girando em sentido contrário, característico de algumas máquinas centrífugas; os dois girando, característico de bombas viscosas e de dispositivos de armazenamento de dados (*Hard Disks*), quando há e não há vazão entre os discos, respectivamente. A Fig. 1 apresenta um quadro comparativo com diversos tipos de escoamento possíveis entre discos.

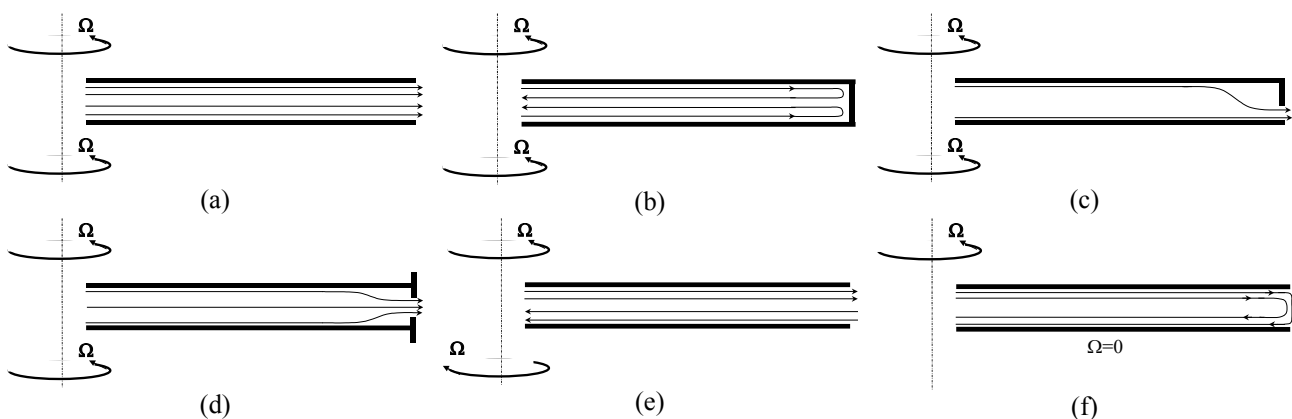


Figura 1. Desenho esquemático das diversas configurações: (a) escoamento entre discos rotativos em co-rotação; (b) escoamento confinado entre discos em co-rotação; (c) escoamento entre discos em co-rotação com obstrução na saída em um dos discos; (d) escoamento entre dois discos em co-rotação com obstruções na saída dos discos (*shroud*); (e) escoamento entre dois discos em contra-rotação; (f) escoamento entre um disco girando e outro parado.

Apesar de ser uma geometria relativamente simples, não há muitos dados sobre as propriedades turbulentas do escoamento no canal formado entre dois discos paralelos em co-rotação, principalmente quando há vazão pelos discos. A seguir será feita uma pequena revisão dos principais trabalhos que estudam este tipo de escoamento. Mazza e Rosa (2001) utilizam o modelo k- ϵ padrão para estudar este tipo de escoamento apresentando as características turbulentas

para diversas rotações e vazões entre os discos. Bakke et al. (1973) fazem medidas neste tipo de escoamento apresentando os tensores e os perfis de velocidade tangencial e radial médios para o caso de filme fino, medidas por meio de anemometria de fio quente. Truman & Jankowski (1985) utilizam um modelo de turbulência algébrica para realizar um estudo numérico desta situação. Shirazi & Truman (1988) estudam um caso semelhante utilizando o k-ε modificado por um modelo não isotrópico para a viscosidade turbulenta, contudo só apresentam os perfis de velocidade tangencial e radial média. Kilic et. al. (1994) e Gan et al. (1995) apresentam um estudo numérico e dados experimentais para o escoamento entre discos em contra rotação, quando da presença de uma obstrução à saída do canal (*shroud*). Elena & Schiestel (1995) testam três modelos de turbulência quando não há vazão entre os discos. Os modelos testados são: modelo para baixo Reynolds, modelo de segunda ordem e modelo de tensão algébrica. Morse (1991a) e (1991b) estudam o escoamento confinado no interior de dois discos. No primeiro trabalho um dos discos está parado simulando o escoamento entre um sistema rotor-estator e no segundo há um fluxo de massa entrando e saindo pelo centro dos discos. Os dois discos que formam o canal giram solidários fazendo com que a massa recircule. O modelo de turbulência adotado em ambos os casos foi para baixo número de Reynolds. Elkins & Eaton (2000) e Littell & Eaton (1994) fazem medidas do escoamento turbulento sobre um disco rotativo em um meio semi-infinito. O primeiro trabalho apresenta dados sobre as camadas limites hidrodinâmica e térmica. O segundo só apresenta dados sobre a camada limite hidrodinâmica.

Neste trabalho se apresenta o estudo numérico do escoamento entre dois discos dotados de rotação, conforme mostra a Fig. (2). O escoamento entra no canal pela parte central (posição R_{ent}), deixando o canal em R_{sai} . Os discos estão em co-rotação com velocidade angular (Ω) uniformes e espaçados por uma distância S . O escoamento é considerado como sendo axisimétrico na direção da rotação, desta forma não há variação no campo do escoamento nesta direção. A velocidade neste tipo de escoamento é composta basicamente por duas componentes principais, a tangencial e a radial. A primeira surge devido à tensão de cisalhamento provocada pela imposição da rotação dos discos e a segunda surge pela imposição de uma vazão entre os discos, sendo sujeita a ação da força centrífuga e de Coriolis. Desta forma, a velocidade tangencial dos discos e a velocidade de entrada no canal são condições impostas neste estudo. Pelas características geométricas (canal divergente), a velocidade radial diminui com o aumento do raio, podendo causar ou não um gradiente de pressão adverso, dependendo da rotação dos discos.

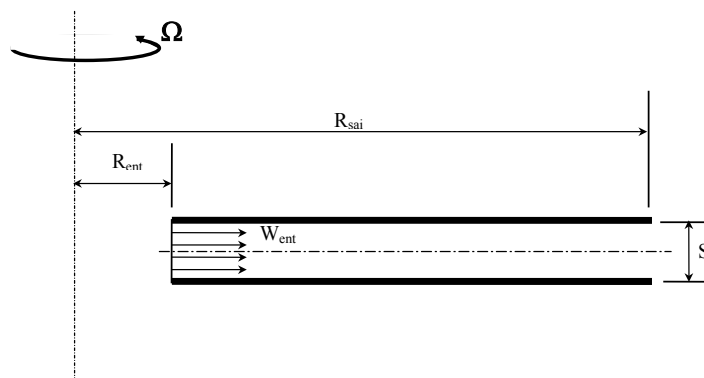


Figura 2 – Desenho esquemático do canal simulado.

Apesar de terem sido encontradas na literatura propostas de correção *ad hoc* dos efeitos da força centrífuga e de Coriolis, neste trabalho não é possível utilizá-las. A principal razão para tal é que as correções *ad hoc* são para contabilizar os efeitos de curvatura das linhas de corrente (preponderantemente efeitos da força centrífuga) e de rotação (preponderantemente efeitos das forças de Coriolis) de maneira separada. Outra limitação é o fato de que a fenomenologia dos escoamentos testados pelas correções *ad hoc* e o aqui proposto são distintas. Para os sistemas com rotação testados na literatura o fluido se comporta como corpo rígido, fazendo com que não haja gradiente de velocidade tangencial na direção normal às paredes. Isso acarreta que não há contribuição da velocidade tangencial na tensão na parede. Portanto, não há contribuição desta velocidade na difusão de quantidade de movimento da direção tangencial para a principal. No escoamento entre os discos, o gradiente de velocidade tangencial normal à parede pode ser significativo e influenciar a transferência de quantidade de movimento de uma direção para outra. Portanto, uma correta estimativa da difusão turbulenta junto à parede pode ter um papel preponderante neste caso. Para a curvatura das linhas de corrente, as correções *ad hoc* procuram reproduzir os efeitos de atenuação e de aumento da intensidade turbulenta para curvaturas convexas e côncavas, respectivamente e de forma isolada. Há correções *ad hoc* específicas para superfícies côncavas e convexas que apresentam resultados satisfatórios. Entretanto, para situações onde há a necessidade de reproduzir os dois efeitos, os modelos se mostram incapazes de prever o escoamento de maneira apropriada (Patel e Sotiroupolus, 1997). No escoamento entre os discos, os efeitos de curvatura convexa e côncava das linhas de corrente podem ocorrer simultaneamente e combinado, ainda, com efeitos de rotação. Desta forma, opta-se pela utilização de modelos sem correções *ad hoc* e que não necessite de leis de parede, para explorar as características principais e, a partir deste estudo, procurar padrões do escoamento. Neste contexto, propõe-se a utilização de um modelo de baixo Reynolds, chamado de modelo de duas camadas.

2. Formulação matemática

O estudo do fenômeno de turbulência em discos com rotação é um desafio. Há dificuldades inerentes à física do problema e devido ao domínio computacional. Para o domínio computacional pode-se minimizar as dificuldades utilizando-se um domínio computacional coincidente com uma malha cartesiana. A transformação do plano físico para o domínio computacional se dá por meio das métricas do sistema de coordenadas cilíndrico-polar. O modelo matemático proposto utiliza as direções ortogonais X, Y e Z e possui, respectivamente, as velocidades U, V e W associadas a elas. As direções X, Y e Z são coincidentes com as direções tangencial, radial e axial do sistema cilíndrico-polar, mas os efeitos de divergência de área, volume, força centrífuga e Coriolis são introduzidos por meio de porosidades e termos fontes apropriados. Por porosidades entendem-se multiplicadores de áreas ou volumes que estão associados às métricas do sistema cilíndrico-polar. (Mazza e Rosa, 2001; Rosa et al, 1999; Rosa et al, 1998; Jayanti et al, 1990). Desta forma, as equações de conservação para um domínio físico axisimétrico são escritas para um domínio físico coincidente com o cartesiano que, de forma genérica é representada pela Eq. (1):

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_i^\phi = S^\phi, \quad (1)$$

onde $\nabla \cdot \mathbf{J}_i^\phi$ é o produto escalar entre o operador divergente (∇), escrito no sistema de coordenadas desejado, e o tensor de transporte (\mathbf{J}_i^ϕ). Neste caso, este produto é definido como:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_i^\phi = \frac{1}{z} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (zJ_z^\phi) + \frac{\partial}{\partial y} (zJ_y^\phi) \right\}, \quad (2)$$

sendo que o tensor turbulento é definido como sendo:

$$\mathbf{J}_i^\phi = z \left(\rho U_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

com U_i sendo a componente da velocidade média na direção i , ϕ a propriedade transportada e Γ o coeficiente de difusão, que para as velocidades é dado pela Eq. (4):

$$\Gamma = \mu + \mu_t. \quad (4)$$

S^ϕ são os termos fontes apropriadas para as grandezas médias e a de flutuação de velocidade, que serão diferentes para cada componente. Os termos fontes turbulentos são obtidos utilizando-se a decomposição de Reynolds, que faz com que a propriedade transportada seja decomposta em um termo médio (letras maiúsculas) e um termo de flutuação (letras minúsculas). Este procedimento faz com que um novo termo, chamados de tensor de Reynolds, surja nas equações de transporte. O tensor de Reynolds é modelado seguindo a aproximação de Boussinesq como:

$$-\overline{\rho u_i u_i} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k, \quad (5)$$

onde μ_t é a viscosidade turbulenta. A Tab. (1) apresenta para cada componente os termos fontes apropriados, devido ao gradiente de pressão (P^ϕ), transformação de coordenadas SI^ϕ e flutuação de velocidades St^ϕ .

Tabela 1. Termos fontes para a equação de transporte – conservação da quantidade de movimento.

Direção	J_v^ϕ	J_z^ϕ	P^ϕ	SI^ϕ	St^ϕ
Radial	$\rho WV - (\mu + \mu_t) \frac{\partial W}{\partial y}$	$\rho WW - (\mu + \mu_t) \frac{\partial W}{\partial z}$	$-\frac{\partial p}{\partial z}$	$-\mu \frac{W}{z^2} + \rho \frac{U^2}{z}$	$\rho \frac{\bar{u}^2}{z}$
Tangencial	$\rho UV - (\mu + \mu_t) \frac{\partial U}{\partial y}$	$\rho UW - (\mu + \mu_t) \frac{\partial U}{\partial z}$	0	$-\mu \frac{U}{z^2} - \rho \frac{UW}{z}$	$-\rho \frac{uw}{z}$
Axial	$\rho VV - (\mu + \mu_t) \frac{\partial V}{\partial y}$	$\rho VW - (\mu + \mu_t) \frac{\partial V}{\partial z}$	$-\frac{\partial p}{\partial y}$	0	0

As condições de contorno foram definidas na entrada, saída e na parede do canal. Na entrada foi especificado um perfil de velocidade uniforme correspondente à vazão para a componente radial e fixada a velocidade nula para a componente axial e tangencial. Na saída foi especificada uma pressão constante, assumindo que o escoamento é

localmente parabólico. Como o escoamento apresenta simetria, simulou-se apenas metade do domínio físico na direção axial. Para a parede adotou-se a condição de não deslizamento, uma vez que o modelo de turbulência adotado permite que a solução se estenda até a parede.

2.1 Modelo de turbulência de duas camadas

O modelo de duas camadas divide o escoamento em duas regiões, uma próxima da parede (região interna) e outra afastada (região externa). Para a região externa é utilizado o modelo k-ε padrão, sendo que as equações de transportes são escritas como:

$$\frac{1}{z} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(z \left(\rho W k - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(z \left(\rho V k - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) \right) \right\} = \mu_t P_k - \rho \varepsilon, \quad (6)$$

$$\frac{1}{z} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(z \left(\rho W \varepsilon - \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(z \left(\rho V \varepsilon - \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) \right) \right\} = \rho \mu_t \frac{\varepsilon}{k} C_{1\varepsilon} P_k - \rho \frac{\varepsilon^2}{k} C_{2\varepsilon}, \quad (7)$$

onde σ_k , σ_ε , $C_{1\varepsilon}$ e $C_{2\varepsilon}$ são constantes empíricas e valem 1, 1,3, 1,44 e 1,92 respectivamente. A produção de k, representada por $\mu_t P_k$, é devida ao gradiente de velocidade do campo médio de velocidade (P_k), que pode ser determinada como:

$$P_k = 2 \left[\left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{W}{z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{U}{z} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2. \quad (8)$$

A viscosidade turbulenta é definida como sendo:

$$\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon \quad (9)$$

onde C_μ é um constante e vale 0,09. Para a região interna é utilizado um modelo de uma equação, resolvendo-se a equação de transporte para k e uma equação algébrica para ε. Funções de amortecimento fazem o casamento entre as duas soluções e um parâmetro característico do escoamento faz a mudança entre os dois métodos de solução.

Norris e Reynolds, (1975) propõem que, para números de Reynolds baixos, a equação de dissipação (ε) é proporcional a $\rho \mu k / \ell^2$. Nesta mesma situação, o comprimento de mistura (ℓ) é proporcional à distância da parede sólida. Rodi, (1991), a partir das propostas de Norris e Reynolds, propõe uma equação algébrica para a dissipação como sendo:

$$\varepsilon = \frac{C_d k^{3/2} F_{TWO}}{\ell}, \quad (10)$$

onde C_d é uma constante e vale 0,1643. F_{TWO} é uma função do número de Reynolds turbulento e é definido como:

$$F_{TWO} = 1 + 5,3 / Re_t, \quad (11)$$

sendo que o Reynolds turbulento é definido como:

$$Re_t = \frac{\rho k^{1/2} y_i}{\mu}, \quad (12)$$

com y_i sendo a menor distância até a parede mais próxima e ℓ é o comprimento de mistura válido para região próxima a parede e é definido como:

$$\ell = \kappa y_i, \quad (13)$$

sendo κ a constante de von Kármán e vale 0,41. O número de Reynolds turbulento define o casamento entre as soluções do modelo k-ε padrão e o modelo para a camada interna, de uma equação. O valor de Re_t que define a transição de uma região tem que ser tal que respeite os limites assintóticos dentro da lei logarítmica e pode variar para cada caso. Uma proposta para obter os valores Re_t pode ser encontrada em Mazza (2002).

Para a região interna, como o comprimento de mistura é determinado pela Eq. (14), a viscosidade turbulenta é calculada como:

$$\mu_t = \rho C_{mu} k^{1/2} f_\mu \kappa y_i, \quad (14)$$

onde C_{mu} é uma constante e vale 0,5478 e aparece naturalmente das definições de viscosidade turbulenta para o k- ϵ padrão e da definição de ϵ para o presente modelo, Eq. (10); f_μ é uma função de amortecimento e é determinada a partir do Reynolds turbulento como:

$$f_\mu = 1 - \exp(-0,0198 Re_t). \quad (15)$$

A Tab. (2) apresenta um sumário das equações que necessitam serem resolvidas em cada uma das regiões no modelo de duas camadas.

Tabela 2. Quadro comparativo entre as equações para as grandezas turbulentas nas regiões interna e externa.

Região	Equação para k	Equação para ϵ	Viscosidade turbulenta
Interna	Eq. (6)	$\epsilon = \frac{C_d k^{3/2} F_{TWO}}{\ell}$	$\mu_t = \rho C_{mu} k^{1/2} f_\mu \kappa y_i$
Externa	Eq. (6)	Eq. (7)	$\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \epsilon$

A condição de não deslizamento foi introduzida por meio da tensão de cisalhamento na parede definida pela Eq. (16):

$$\tau_{wi} = \mu \frac{U_i}{\delta}, \quad (16)$$

onde o índice $i = z$ ou x representa as direções radial e tangencial respectivamente, δ distância entre o centro do volume de controle na fronteira e a parede mais próxima e U_i é a componente da velocidade resultante na direção onde a tensão atua, sendo $U_z = W_i$ e $U_x = \Omega \bar{z} - U_p$, para a direção radial e tangencial respectivamente.

3. Solução numérica

A representação computacional discreta do domínio físico é obtida utilizando-se de um sistema coincidente com o cartesiano, com os efeitos do aumento de área e da rotação introduzidos por meio de porosidade e de termos fontes apropriados, respectivamente (Mazza, 2002; Mazza & Rosa, 2001; Jayanti et al, 1990), seguindo a metodologia de volumes finitos (Patankar, 1980). Integrando-se a Eq. (1) sobre o volume de controle mostrado na Fig. (2), obtemos que:

$$\left(J_z^\phi \Big|_H A_H - J_z^\phi \Big|_L A_L \right) + \left(J_y^\phi \Big|_N A_N - J_y^\phi \Big|_S A_S \right) = S^\phi \nabla + P^\phi \nabla + S_t^\phi \nabla, \quad (17)$$

onde ϕ é a propriedade transportada em uma das direções coordenadas (z, x, y), ∇ é o volume, A_N, A_S, A_H e A_L são as áreas das faces North, South, High e Low, respectivamente e J_z^ϕ e J_y^ϕ são as componentes do tensor de fluxo para a propriedade ϕ nas direções z e y respectivamente, sendo escritos como:

$$J_z^\phi = \rho W \phi - (\mu + \mu_t) \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (18)$$

$$J_y^\phi = \rho V \phi - (\mu + \mu_t) \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad (19)$$

As áreas North e South são aquelas que possuem normal na direção z do domínio físico e as High e Low possuem normal na direção r do domínio físico. Tanto o volume quanto áreas têm que ser calculadas sob o domínio físico, Fig. (3.a), mas devem ser representadas pelo domínio numérico Fig. (3.b). A porosidade, definida para cada área e volume, é que faz a transformação do domínio numérico para o físico. Calculando-se as áreas North, South, High e Low do domínio físico e procurando escrevê-las em função do domínio numérico, pode-se mostrar que:

$$A_N = A_S = \bar{z} \Delta x \Delta z, \quad (20)$$

$$A_L = z_L \Delta x \Delta y, \quad (21)$$

$$A_H = z_H \Delta x \Delta y, \quad (22)$$

sendo que Δz , Δx e Δy são os espaçamentos nas direções cartesianas do domínio numérico x , y e z respectivamente; z_H , z_L e z_P são os raios nos pontos H, L e P respectivamente, conforme mostra a Fig. (4); \bar{z} é o raio médio dos volumes de controle e é determinado como:

$$\bar{z} = \frac{z_H + z_P}{2}. \quad (23)$$

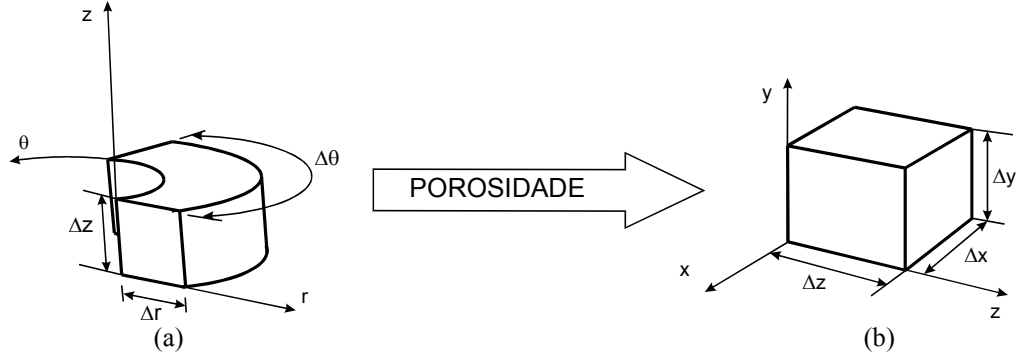


Figura 3. Desenho esquemático do volume de controle adotado: (a) domínio físico; (b) domínio numérico.

Os termos fontes que surgem devido à decomposição de Reynolds nas equações de conservação da quantidade de movimento são modelados utilizando-se a hipótese de Boussinesq. Desta forma, estes termos são implementados no código numérico como:

$$\frac{\rho \bar{u}^2}{z} \nabla = 2 \left(\rho \frac{k}{3} - \mu_t \frac{W}{z} \right) \nabla = 2 \left(\rho \frac{(k_P + k_H)}{6} - \mu_t \frac{W_h}{z_H} \right) \Delta Y_V \Delta Z_G, \quad (24)$$

$$\frac{\rho \bar{u} \bar{w}}{z} \nabla = -\mu_t \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{U}{z} \right) \nabla = -\mu_t \left(\frac{1}{\bar{z}} \left(\frac{U_H - U_P}{\Delta Z_G} \right) - U_P \right) \frac{\Delta Y_V \Delta Z_W}{\bar{z}}, \quad (25)$$

sendo apresentados já integrados nos respectivos volumes de controle.

A solução numérica das equações de transporte foi obtida utilizando-se de um código comercial, o PHOENICS versão 2.1 de 1994. Este código utiliza um esquema híbrido de diferenciação para os termos convectivos e o algoritmo de correção SIMPLEST (Spalding, 1994), acoplado os campos de pressão e velocidade.

O canal possui como características geométricas as seguintes dimensões: raios de entrada (R_{eni}) e saída (R_{sai}) de 0,046 e 0,28 m, respectivamente; espessura (S) de 0,0076 m, sendo que, por apresentar simetria, apenas metade da espessura do canal foi resolvida numericamente. Desta forma, as dimensões do domínio computacional expressos em função da espessura do canal é de 37 e 6 para o raio externo e interno respectivamente. Além destas relações, destaca-se o fato do raio de externo ser 6,2 vezes o raio interno.

Quando as forças de Coriolis e centrífuga atuam em um escoamento há alterações nas estruturas turbulentas e isso faz com que a extensão do domínio onde a lei logarítmica é válida seja alterada. Modelos que são integrados desde a parede (modelos de baixo Reynolds) têm que capturar estas alterações, reproduzindo o perfil logarítmico de velocidade e o perfil linear ($u^+ = y^+$) na subcamada viscosa. Para o caso do modelo de duas camadas, a determinação do valor correto para o Re_t determinar a mudança entre a solução interna e a externa é de suma importância para se obter soluções convergidas. No caso proposto, para se obter este valor, adotou-se um procedimento simples, mas que se revelou bastante eficaz.

Como não há dados experimentais para se fixar Re_t , realizaram-se experimentações numéricas visando sua determinação. Para tanto, fixou-se uma malha que se julgava fina o suficiente para obter uma solução independente de malha, neste caso de $50 \times 39 (20+19)^1$. Estipulou-se um valor para o número de Re_t que definisse a transição, baseado no trabalho de Mazza e Rosa (2001), e, depois de obtida a solução, se verificava se o valor estipulado foi o calculado. Esta verificação era realizada analisando-se a solução para k , determinando-se o valor de y^+ quando k^+ era igual ao valor do limite assintótico para a região logarítmica ($k^+ = 3,33$) e, a partir da determinação de y^+ calculava-se o valor de Re_t a partir de y^+ como:

$$Re_t = C_\mu^{-1/4} y^+ \quad (26)$$

¹ A malha na direção axial é dividida em duas regiões. Uma região com 19 volumes de controle, próxima a parede e a outra com 20 volumes, começando ao final da primeira e estendendo até o centro do canal.

onde C_μ é uma constante e vale 0,09. Se o valor de Re_t calculado fosse diferente do valor estipulado, tomava-se como valor estipulado para Re_t , o valor calculado e repita-se o processo. Da análise dos perfis de velocidade, energia cinética e dissipação de energia cinética turbulenta e viscosidade turbulenta, se verificava se era necessário modificar ou não o tamanho das duas regiões axiais. Quando os valores de Re_t calculado e estipulado fossem os mesmos, dava-se por encerrado o procedimento. Desta análise, chegou-se a conclusão que $Re_t = 30$ define a transição entre as camadas internas e externas de forma apropriada.

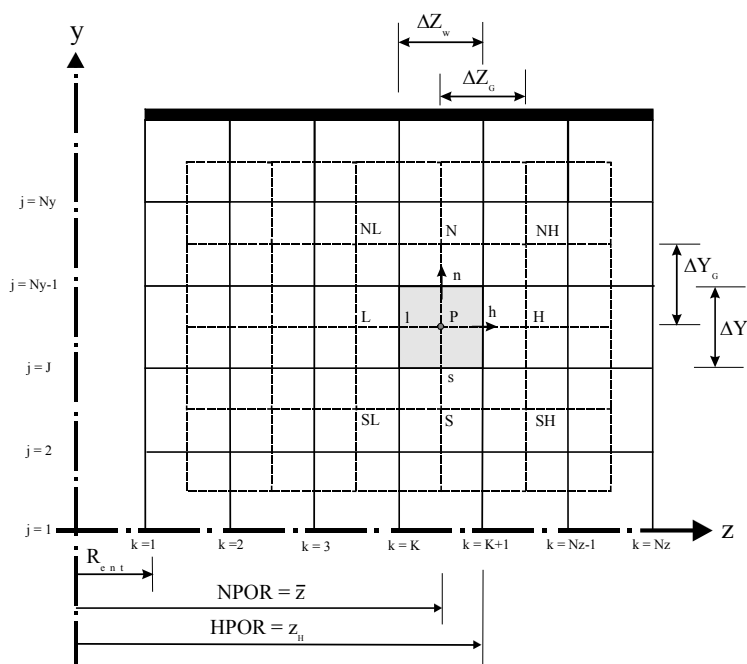


Figura 4. Diagrama esquemático dos volumes de controle.

As simulações foram executadas para uma faixa de vazão variando entre 0,0405 a 0,0810 m³/s com as rotações variando de 1500 a 2500 rpm. Para uma melhor interpretação dos resultados, opta-se por apresentá-los em função dos números adimensionais ReQ e ReR , definidos pelas Eqs. (25) e (26), respectivamente como:

$$ReQ = \frac{\rho W_{ent} R_{ent}}{\mu}, \tag{27}$$

$$ReR = \frac{\rho \Omega S^2}{\mu}, \tag{28}$$

onde Ω é a rotação dos discos, W_{ent} é a velocidade de entrada fixada pela condição de entrada, R_{ent} é o raio de entrada e S é o espaçamento entre os discos. A Tab. (3) apresenta um quadro comparativo correlacionando as vazões e rotações simuladas com os números adimensionais.

Tabela 3 – Quadro comparativo entre os parâmetros adimensionais e as grandezas dimensionais: (a) vazão; (b) rotação.

Q [l/s]	W_{ent} [m/s]	ReQ	Ω [rpm]	ReR
40,5	18,6	$4,7 \times 10^4$	1500	500
60,8	27,7	$7,0 \times 10^4$	2000	670
81,0	36,8	$9,3 \times 10^4$	2500	830

(a)

(b)

4. Resultados obtidos

O estudo do escoamento entre dois discos paralelos com rotação é apresentado em função da pressão ao longo do disco, dos perfis de velocidade W e U , da energia cinética turbulenta, da dissipação da energia cinética turbulenta, do fator de atrito de Darcy e da lei de parede. As Figs. (4.a) e (4.b) mostram a variação de pressão ao longo da distância axial do canal em duas situações. Para a Fig. 4.a, mantém-se ReQ constante e varia-se o ReR e a para a Fig. (4.b), o ReR é mantido constante e varia-se ReQ . Pode-se notar que ReR e ReQ influenciam a pressão de maneira distinta. Quando aumentamos o ReR há um aumento na pressão e quando aumentamos ReQ há uma diminuição. Na presença de

rotação ($ReR > 0$), o campo de pressão apresenta duas regiões que são dominadas por mecanismos distintos. Na entrada do canal, o termo convectivo ($\dot{m}W$) domina sobre o escoamento pois os mecanismos de difusão não tiveram tempo suficiente para transmitir a rotação das paredes ao centro do canal. Nestas condições, a pressão cresce devido ao aumento de área transversal ao canal e é proporcional ao inverso do quadrado da distância radial. Na região próxima à saída dos discos há um crescimento da pressão devido à existência do campo centrífugo. Pela difusão turbulenta, a rotação dos discos é transmitida ao fluido. O aumento da pressão é proporcional ao quadrado da distância radial, conforme sugere o balanço entre o gradiente pressão e o termo centrífugo. Nesta análise não estão sendo considerados os termos de atrito e a pressão são balanceados exclusivamente pelo termo centrífugo. Além disso, o fluido gira com rotação de corpo rígido. Estas considerações são idealizações, de onde pode se concluir que a pressão resultante do modelo pode ser de alguma forma representada por dois termos, representados de forma genérica como:

$$p \propto a \left(\frac{1}{z} \right)^n, \tag{29}$$

$$p \propto b.z^m, \tag{30}$$

onde a , b , m e n são constantes a serem determinadas para cada caso sendo. Na Fig. (4) se observa que o comportamento da pressão segue ora um ora outro. Pode-se observar que quanto maior a rotação, há uma tendência da pressão se comportar segundo a Eq. (27) em toda a extensão do canal e com uma rotação menor, a tendência é da pressão se comportar segundo a Eq. (28).

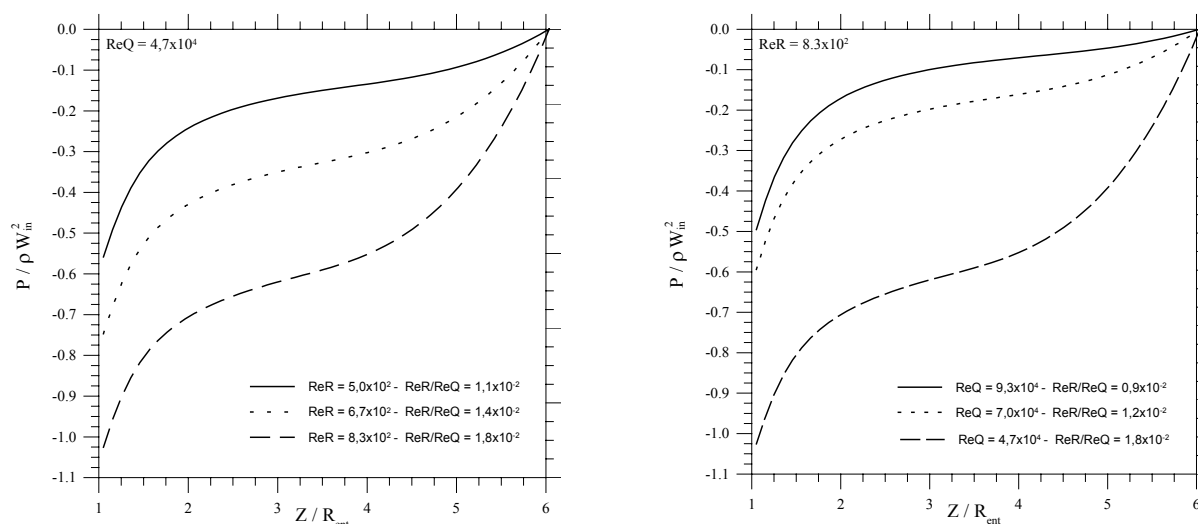


Figura 4. Variação de pressão ao longo do canal.

As Figs. (5.a), (5.b) e (5.c) apresentam o comportamento da velocidade radial adimensionada pela vazão de entrada em três casos, para $ReR/ReQ = 1,8 \times 10^{-2}$, $1,1 \times 10^{-2}$ e $8,9 \times 10^{-3}$, respectivamente. Nota-se que para $ReR/ReQ = 1,8 \times 10^{-2}$ não há uma inversão do perfil de velocidades em $z/R_{ent} = 4,7$. Nesta região há um aumento da velocidade próxima da parede de cerca de 40% e uma diminuição no centro de cerca de 30%. Com a diminuição desta relação ($ReR/ReQ = 1,1 \times 10^{-2}$) este comportamento é suavizado, sendo que em $z/R_{ent} = 4,7$ o aumento de velocidade próximo à parede e a diminuição no centro é menor que 10%. Em ambos casos quando $z/R_{ent} = 5,8$, a velocidade radial máxima ocorre próximo da parede. Nota-se uma grande influência do ReR/ReQ neste comportamento, uma vez que com o aumento da relação ReR/ReQ há um aumento da velocidade radial perto da parede. Quando a relação ReR/ReQ diminui, a velocidade próxima à parede não aumenta na mesma proporção. A posição radial também apresenta uma forte influência no comportamento do sistema. Conforme o raio aumenta há uma tendência de aumentar a velocidade próxima à parede. Pode-se observar que em $z/R_{ent} = 5,8$ há um aumento de 80%, 30% e 20% quando $ReR/ReQ = 1,8 \times 10^{-2}$, $1,1 \times 10^{-2}$ e $8,9 \times 10^{-3}$, respectivamente. Em todos os casos há um aumento no gradiente de velocidade próximo à parede com o aumento do raio.

O comportamento da velocidade tangencial adimensionada com a rotação de corpo rígido é mostrado nas Figs. (6.a), (6.b) e (6.c). Pode-se observar que o fluido não se comporta como corpo rígido, apresentando um perfil parabólico. A velocidade na região central é menor e é de corpo rígido na região próxima à parede, respectivamente $y/S = 0$ e $y/S = 0,5$. Nota-se que esta velocidade é influenciada pela relação ReR/ReQ e pela posição radial do canal. Quanto maior o ReR/ReQ , maior será a velocidade tangencial. Para $z/R_{ent} = 5,8$, a velocidade tangencial no centro do canal é 20, 30 e 40% da rotação de corpo rígido para $ReR/ReQ = 8,9 \times 10^{-3}$, $1,1 \times 10^{-2}$ e $1,8 \times 10^{-2}$, respectivamente. Para $z/R_{ent} = 3,3$ a velocidade tangencial é quase a mesma para qualquer relação de ReR/ReQ , com cerca de 10% da rotação

de corpo rígido. Para $ReR/ReQ = 1,1 \times 10^{-2}$, a velocidade de tangencial aumenta de 10% para 30% da rotação de corpo rígido no centro do canal ($y/S=0$), desde a região de entrada ($z/R_{ent} < 3,3$) até a região de saída do canal ($z/R_{ent} > 5,8$).

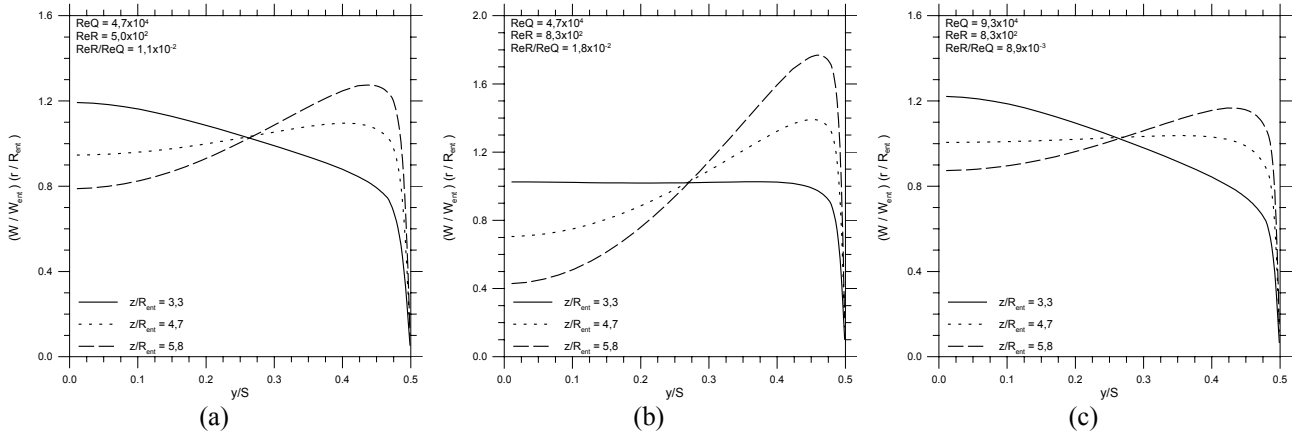


Figura 5. Perfil de velocidade na direção radial adimensionada pela vazão, para diversas relações de ReR/ReQ : (a) $ReR/ReQ = 1,1 \times 10^{-2}$; (b) $ReR/ReQ = 1,8 \times 10^{-2}$; (c) $ReR/ReQ = 8,9 \times 10^{-3}$.

O comportamento da velocidade na região próxima à parede é mostrado na Fig. (7), para diferentes valores de ReR e ReQ . Na subcamada viscosa ($y^+ < 5$) o perfil de velocidade obtido com o modelo de duas camadas é coincidente como proposto por Spalding (1961), para todas as combinações de ReR e ReQ testadas. Para a camada de amortecimento ($5 < y^+ < 30$), os valores calculados para a velocidade, calculados pelo modelo de duas camadas, coincidem com o proposto por Spalding (1961) até $y^+ < 10$. Após este valor de y^+ , há uma tendência da velocidade calculada ser menor que a prevista por Spalding (1961). Para a região logarítmica ($30 < y^+ < 190$), também os valores calculados para a velocidade são menores que o previsto por Spalding (1961) e pela lei logarítmica. Acima de $y^+ = 300$ há uma tendência da velocidade diminuir em relação à prevista. Este comportamento é semelhante ao mostrado por Elkins e Eaton (2000), Itoh e Okada (1998) e Wagnanski et al. (1992).

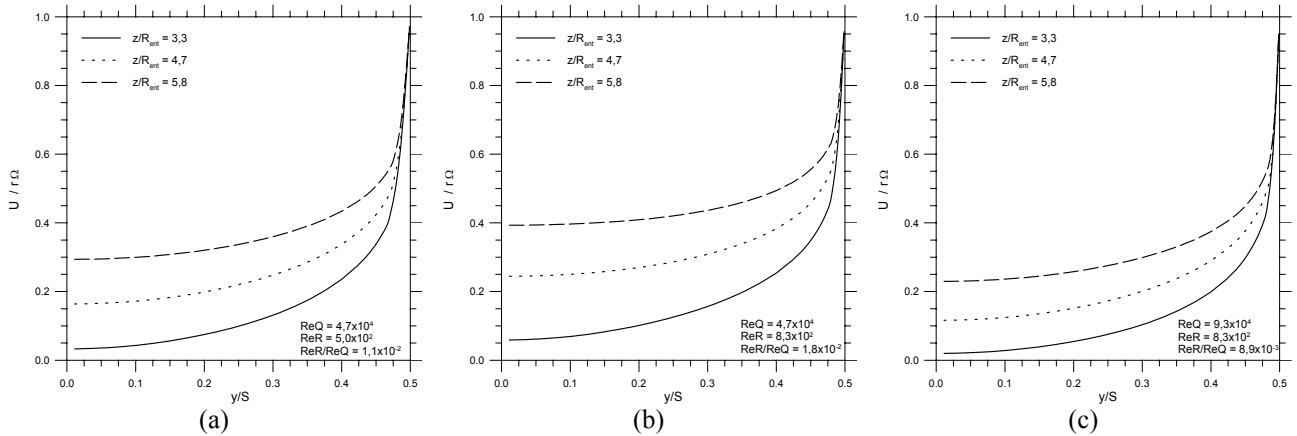


Figura 6. Perfil de velocidade tangencial adimensionada pela rotação de corpo rígido para diversas relações de ReR/ReQ : (a) $ReR/ReQ = 1,1 \times 10^{-2}$; (b) $ReR/ReQ = 1,8 \times 10^{-2}$; (c) $ReR/ReQ = 8,9 \times 10^{-3}$.

A Fig. (8) apresenta o fator de atrito de Darcy em função do comprimento do canal. O fator de atrito é determinado pela Eq. (25):

$$\tau_w = \rho f_{Darcy} \frac{U_{ref}^2}{8}, \quad (31)$$

onde U_{ref} é a velocidade de referência resultante da soma vetorial da velocidade radial e tangencial em cada ponto, dada pela Eq. (26):

$$U_{ref} = \sqrt{W_{in}^2 \left(\frac{R_{ent}}{z} \right)^2 + (\Omega z)^2}. \quad (32)$$

O fator de atrito apresenta uma queda acentuada na região da entrada do canal ($1 < z/R_{ent} < 1,1$). Após $z/R_{ent} = 1,1$, o fator de atrito apresenta comportamentos distintos dependendo da relação ReR/ReQ . Há uma tendência do fator de

atrito aumentar quando $1,1 < z/R_{ent} < 2,5$ quando $ReR/ReQ > 1,0 \times 10^{-2}$. Para $z/R_{ent} > 2,5$ o fator de atrito apresenta uma queda, independente da relação ReR/ReQ . Para as relações $ReR/ReQ < 1,0 \times 10^{-2}$ o fator de atrito sempre apresenta uma queda com z/R_{ent} , com uma região mais acentuada próxima à entrada dos discos. O comportamento do fator de atrito apresentado na Fig. (8) e também ser representado pela Eq. (31):

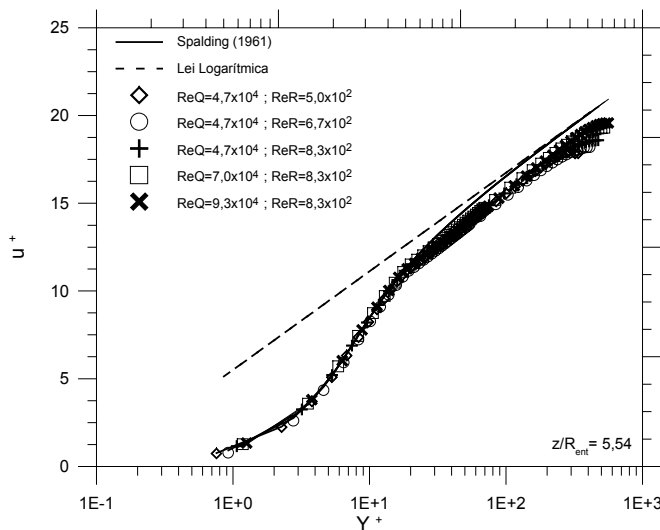


Figura 7. Comparação da lei logarítmica obtida com o modelo de duas camadas, com a tradicional e a proposta por Spalding, (1961) para diversos ReR e ReQ .

$$f = \frac{A}{(z/R_{ent})^B}, \tag{33}$$

onde as constantes A e B são determinadas para relação ReR e ReQ e são apresentadas na Tab. (4)

A energia cinética turbulenta (k) para diversas relações de ReR/ReQ é mostrada nas Figs. (9.a), (9.b) e (9.c). Nas Figs. (10.a), (10.b) e (10.c) mostra-se a dissipação de energia cinética turbulenta (ϵ). A energia cinética turbulenta foi adimensionada pelo quadrado da velocidade de atrito (u_t^2). A dissipação foi adimensionada com a dissipação na subcamada viscosa ($y^+ < 5$), que é diretamente proporcional à quarta potência da velocidade de atrito e inversamente proporcional à viscosidade molecular. Pode-se observar que a energia cinética turbulenta e a dissipação são máximas na região próxima à parede, apresentando uma queda rápida conforme se afasta. Para $y^+ \rightarrow \infty$, k tende a um valor finito e ϵ tende a zero. O aumento da vazão e da rotação não alterou significativamente a relação k/u_t^2 , havendo apenas alterações na forma com que o perfil se desenvolve com y^+ . Quando ReR/ReQ diminui há uma tendência de diminuir o valor máximo para a relação $\frac{\epsilon \mu}{\rho u_t^4}$.

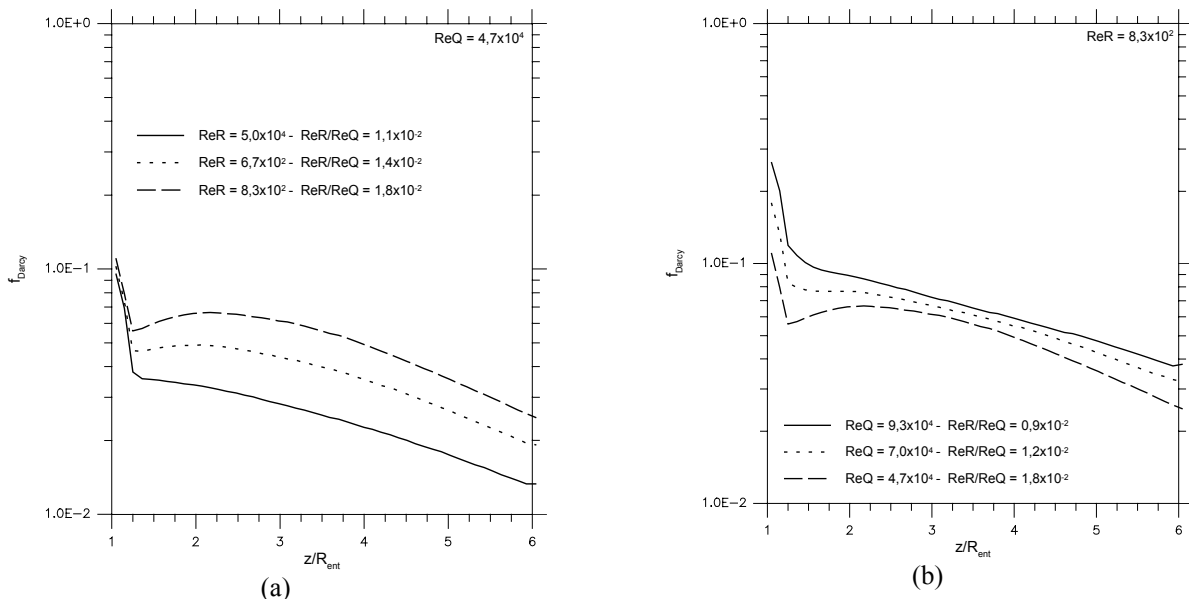


Figura 8. Fator de atrito de Darcy, com (a) $ReQ = 4,7 \times 10^4$; (b) $ReR = 830$.

Tabela 4. Valor de A e B para a determinação do fator de atrito.

	ReQ	ReR	ReQ	ReR	ReQ	ReR	ReQ	ReR	ReQ	ReR
	$4,7 \times 10^4$	500	$4,7 \times 10^4$	$6,7 \times 10^2$	$4,7 \times 10^4$	830	$7,0 \times 10^4$	830	$9,3 \times 10^4$	830
A	0,060		0,080		0,10		0,12		0,16	
B	0,25		0,22		0,20		0,22		0,25	

5. Conclusões

O escoamento através de canal formado por dois discos paralelos em rotação possui dois parâmetros dinâmicos, o número de Reynolds de vazão (ReQ) e de rotação (ReR). Estes parâmetros imprimem comportamentos distintos no campo médio de velocidade e de pressão. Sem rotação o canal é um difusor radial onde a velocidade radial decai à medida que o raio aumenta. Por outro lado, o efeito da rotação acelera o fluido próximo da parede de tal modo que a força centrífuga seja equilibrada pelas tensões cisalhantes, pelo fluxo de momento radial e pelo gradiente de pressão. Observa-se que o aumento da rotação ou a diminuição da vazão causam um aumento no diferencial de pressão entre a entrada e saída do canal. A velocidade radial é notadamente acelerada próxima à parede pela rotação, que por sua vez gera um campo de pressão para equilibrá-la. A velocidade tangencial é transferida ao fluido por causa da difusão turbulenta. Para os casos simulados, o fator de atrito de Darcy apresenta uma queda da entrada para a saída do canal. Nota-se também um aumento do fator de atrito com o aumento de ReQ ou com a diminuição de ReR . Finalmente, os perfis de energia cinética e da dissipação de energia cinética apresentam um comportamento típico de escoamentos na presença de paredes sólidas. Os maiores valores de k e ϵ estão próximos à parede, região log, e decaem a medida que se afasta da parede.

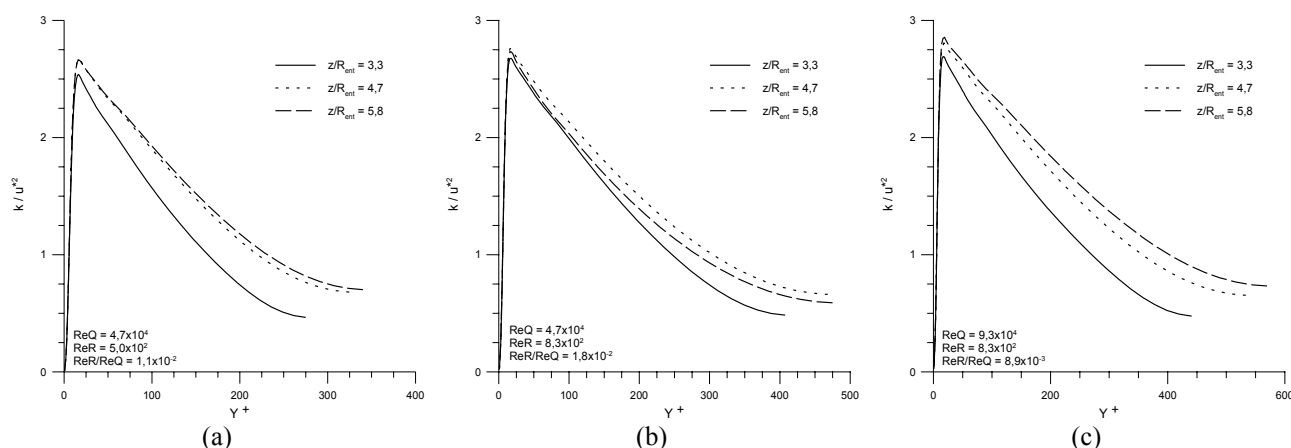


Figura 9. Perfil de energia cinética turbulenta por y^+ , adimensionado pelo quadrado da velocidade de atrito, para diversas relações de ReR/ReQ : (a) $ReR/ReQ = 1,1 \times 10^{-2}$; (b) $ReR/ReQ = 1,8 \times 10^{-2}$; (c) $ReR/ReQ = 8,9 \times 10^{-3}$.

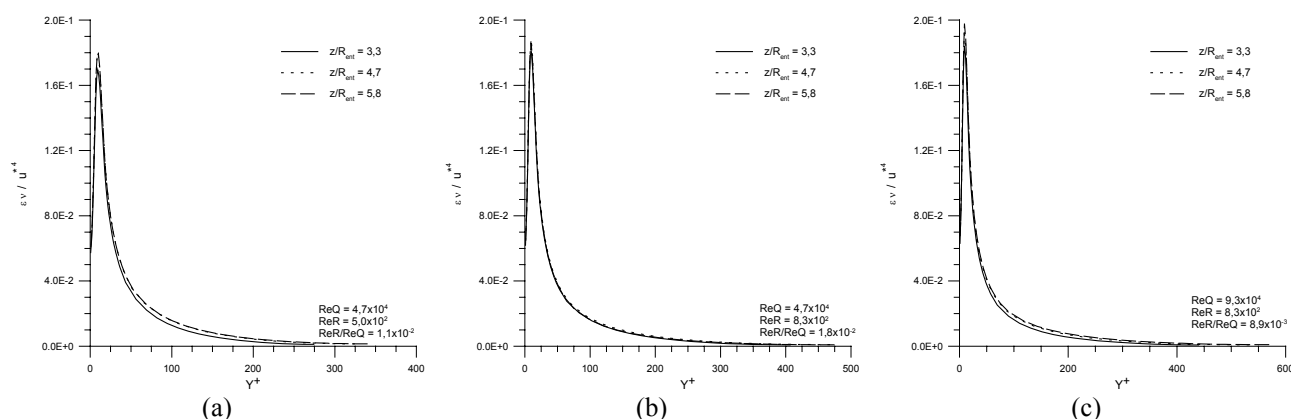


Figura 10. Perfil da dissipação da energia cinética turbulenta, adimensionada com a dissipação na subcamada viscosa, quando: (a) $ReR/ReQ = 1,1 \times 10^{-2}$; (b) $ReR/ReQ = 1,8 \times 10^{-2}$; (c) $ReR/ReQ = 8,9 \times 10^{-3}$.

6. Referências

Bakke, E., Kreider, J. F., Kreith, F., 1973, "Turbulent Source Flow Between Parallel Stationary and Co-Rotating Disks." Journal of Fluid Mechanics, Vol.58, pp. 209-231.

- Elena, L., Schiestel, R., 1995, "Turbulence Modeling of Confined Flow in Rotating Disk Systems." American Institute of Aerospace and Astronautics Journal, Vol.33, No.5, pp. 812-821.
- Elkins, C. J., Eaton, J. K., 2000, "Turbulent Heat and Momentum Transport on a Rotating Disk." Journal of Fluid Mechanics, Vol.402, pp. 225-253.
- Gan, X., Kilic, M., Owen, J. M. Flow Between Contrarotating Disks. Journal of Turbomachinery, Vol.117, p.298-305, 1995.
- Itoh, M., Okada, M., 1998, "An Experimental Study of the Radial Wall Jet on a Rotating Disk." Experimental Thermal and Fluid Science, Vol.17, pp. 49-56.
- Jayanti, S., Hewitt, G. F., Kightley, J. R., 1990, "Fluid Flow in Curved Ducts." International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.10, pp. 569-589.
- Kilic, M., Gan, X., Owen, J. M., 1994, "Transitional Flow Between Contra-Rotating Disks." Journal of Fluid Mechanics, Vol.281, pp. 119-135.
- Littell, H. S., Eaton, J. K., 1994, "Turbulence Characteristics of the Boundary Layer on a Rotating Disk." Journal of Fluid Mechanics, Vol.266, pp. 175-207.
- Louis, J. F., Salhi, A., 1989, "Turbulent Flow Velocity Between Rotating Co-Axial Disks of Finite Radius." Journal of Turbomachinery, Vol.111, pp. 333-340.
- Mazza, R.A. e Rosa, E.S., 2001, "Trough Flow Between Corotating Disks with Using The Standard K- ϵ Model." Proceedings of the 22nd CILAMCE, Campinas, Brazil, CD-ROM.
- Mazza, R.A., 2002, "Estudo do Escoamento Turbulento em um Canal Formado por Dois Discos Paralelos em Rotação", FEM/UNICAMP, Tese de Doutorado.
- Morse, A. P., 1991.a, "Application of a Low Reynolds Number k- ϵ Turbulence Model to High-Speed Rotating Cavity Flows." Journal of Turbomachinery, Vol.113, pp. 98-105.
- Morse, A. P., 1991.b, "Assesment of Laminar-turbulent Transition in Closed Disk Geometries." Journal of Turbomachinery, Vol.113, pp. 131-138.
- Norris, L.H., Reynolds, W.C., 1975, "Turbulent Channel Flow with a Moving Wavy Boundary." Rept. N^o FM-10, Stanford University, Mech. Eng. Dept., USA.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow." Minnesota: Eds., 197p.
- Patel, V. C, Sotirouopoulos, F., 1997, "Longitudinal Effects in Turbulent Boundary Layers." Progress in Aerospace Science, Vol.33, pp. 1-70.
- Rodi, W., 1991, "Experience with Two-Layer Models Combining the k- ϵ Model with a One-Equation Model Near the Wall." American Institute of Aerospace and Astronautics 91-0216, 29th Aerospace Science Meeting, Nevada.
- Rosa, E. S., Morales, R. E. M., Matos, A., Franca, F. A., 1999, "Desempenho do Modelo k- ϵ para um Escoamento 3D em uma Curva de Seção Retangular." Proceedings of XV Brazilian Congress of Mechanical Engineering, CD-ROM
- Rosa, E. S., Matos, A. de, Mazza, R. A., Morales, R. E. M., Franca, F. A., 1998, "Performance do Modelo RNG k- ϵ para Escoamentos em Dutos Curvos." Proceedings of VII Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences, Vol.II, pp.1381-1385.
- Shirazi, S. A., Truman, C. R., 1988, "Prediction of Turbulent Source Flow Between Corotating Disks with an Anisotropic Two-Equation Turbulence Model." Journal of Turbomachinery, Vol.110, pp. 187-194.
- Spalding, D.B., 1961, "A Single Formula for the Law of the Wall." J. Appl. Mech., Vol.28, pp.155-157.
- Spalding, D.B., 1994, "Phoenix - Encyclopaedia." CHAM.
- Truman, C. R., Jankowski, D. F., 1985, "Prediction of Turbulent Source Flow Between Stationary and Rotating Discs." International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol.6, No.2, pp. 69-78.
- Wyganski, I., Katz, Y., Horev, E., 1992, "On the Applicability of Various Scaling Laws to the Turbulent Wall Jet." Journal of Fluid Mechanics, Vol.234, pp. 669-690.

FLUID FLOW BETWEEN CO-ROTATING DISKS: A CASE STUDY USING TWO LAYER TURBULENCE MODEL

Ricardo Augusto Mazza

LACIT/DAMEC/CEFET-PR – R. 7 de setembro, 3165 – CEP 80230-901 – Curitiba - PR

mazza@floresta.ufpr.br

Eugênio Spanó Rosa

DE/FEM/UNICAMP – Caixa Postal 6122 – CEP 13083-970 - Campinas – SP

erosa@fem.unicamp.br

Abstract. *Turbulent through flow between two finite parallel co-rotating disks is investigated numerically. For this finite geometry the solutions were developed to a steady, isothermal and constant properties fluid flow. The flow field is modeled by means of the averaged Navier Stokes equation and the mass conservation equation. The Reynolds stress are determined using the two layer turbulence model. The numerical solutions were obtained using the finite volume technique embodied on the PHOENICS software. A parametric study of the disk speed and through flow rate is conducted to analyze the influence of these variables on the mean flow as well as on the turbulent flow properties.*

Keywords. *Turbulent fluid flow, Fluid Flow Between Disks; Turbulence Model; Two Layer Model.*