

## Simulação de Grandes Escalas Utilizada para Convecção Natural Turbulenta em Cavidades

### Marcio de Oliveira

Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – 37500-000  
[maroli@iem.efei.br](mailto:maroli@iem.efei.br)

### Genésio José Menon

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – Departamento de Engenharia Mecânica  
Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – 37500-000  
[genesio@iem.efei.br](mailto:genesio@iem.efei.br)

**Resumo.** É realizado um estudo numérico de convecção natural turbulenta em cavidades quadradas utilizando simulação de grandes escalas. As superfícies laterais da cavidade são isotérmicas mantidas a temperaturas diferentes e as superfícies superior e inferior são isoladas. O escoamento é estudado para baixo número de Rayleigh,  $Ra=1,58 \times 10^9$ . O número de Nusselt Local é avaliado. O método numérico utilizado é volumes finitos com o método Simple para acoplamento. Foram utilizados três modelos de turbulência sub-malha: Modelo de Smagorinsky, Modelo de Smagorinsk com termo de empuxo e o Modelo baseado na teoria de transferência de vorticidade. São apresentadas diversas comparações com os resultados teóricos e experimentais disponíveis na literatura.

**Palavras Chaves:** Simulação em Grandes Escalas, Turbulência, Volumes Finitos, Cavidades.

### 1. Introdução

Os trabalhos que estudam a convecção natural em cavidades fechadas que utilizam modelos de turbulência LES são poucos encontrados na literatura. A motivação para o estudo deste trabalho está relacionado a grande quantidade de problemas em engenharia que podem ser simplificados para esta geometria.

A seguir serão apresentados alguns trabalhos teóricos e experimentais encontrados na literatura que tratam da convecção natural turbulenta.

Peng e Davidson (2001) estudaram a convecção natural turbulenta em uma cavidade fechada onde as superfícies laterais verticais são mantidas em diferentes temperaturas. O modelo de Smagorinsk e o modelo Dinâmico são utilizados para simulação da turbulência. Peng e Davidson (2001) baseados também no trabalho de Eidson (1985), modificaram o modelo de Smagorinsk incluindo um termo de empuxo no cálculo da viscosidade turbulenta. Este modelo desenvolvido será denominado por modelo de Smagorinsk com termo de empuxo. Os resultados apresentados pelo trabalho são comparados com dados experimentais, e mostram uma estratificação térmica estável a um baixo nível de turbulência ( para  $Ra = 1,58 \times 10^9$  ).

Tian e Karayiannis (2000a) fizeram um estudo experimental de convecção natural turbulenta em uma cavidade fechada quadrada preenchida pelo ar. As paredes possuem uma superfície quente e outra fria. O número de Rayleigh utilizado é de  $1,58 \times 10^9$ . Em seu trabalho os autores mediram a temperatura e a distribuição de velocidades em diferentes localizações da cavidade. Alguns números de Nusselt são apresentados. Seus resultados fornecem um Benchmark para validar códigos computacionais desenvolvidos e são utilizados para comparar com os resultados do presente trabalho.

No segundo trabalho, Tian e Karayiannis (2000b) apresentam resultados novos com o mesmo estudo experimental de convecção natural turbulenta em uma cavidade. As superfícies laterais também são mantidas a diferentes temperaturas. Eles apresentam os resultados das quantidades turbulentas incluindo as componentes de flutuação  $T$ ,  $u$ ,  $v$  e do tensor de Reynolds. Estes resultados também são Benchmark para validar códigos computacionais.

Cortella et al. (2001) apresentaram em seu trabalho o estudo da distribuição de velocidades e temperaturas em um refrigerador. O método utilizado é o de elementos finitos. O código computacional é baseado na formulação de vorticidade e função corrente, incorporando um modelo de turbulência LES, onde os fluxos turbulentos são estimados baseados na teoria de transferência de vorticidade (TTV). Este modelo de turbulência LES, também apresentado por Lardat e Ta Phuoc (1995); Saro, Manzan e Cortella (1998) será utilizado no presente trabalho com algumas adaptações.

No presente trabalho estuda-se a convecção natural turbulenta em uma cavidade quadrada utilizando três modelos de LES implementados. São apresentados os resultados da distribuição de temperatura e a função corrente na cavidade quadrada.

Também são apresentadas as distribuições de velocidades médias e temperaturas médias na linha central da cavidade, bem como o número de Nusselt local na superfície isotérmica quente. Em todos os casos estudados considerou-se  $Pr = 0,7$  e  $Ra = 1,58 \times 10^9$ .

## 2. Descrição do Problema

A figura 1 a seguir, mostra a geometria de domínio  $\Omega$  do escoamento e uma malha típica estudada neste trabalho. Será considerado uma cavidade retangular, onde as superfícies horizontais superior e inferior são adiabáticas. As superfícies verticais são isotérmicas, com a superfície  $S_3$  possuindo temperatura  $T_C$  e a superfície  $S_1$  possuindo temperatura  $T_H$ . A malha gerada é não uniforme.

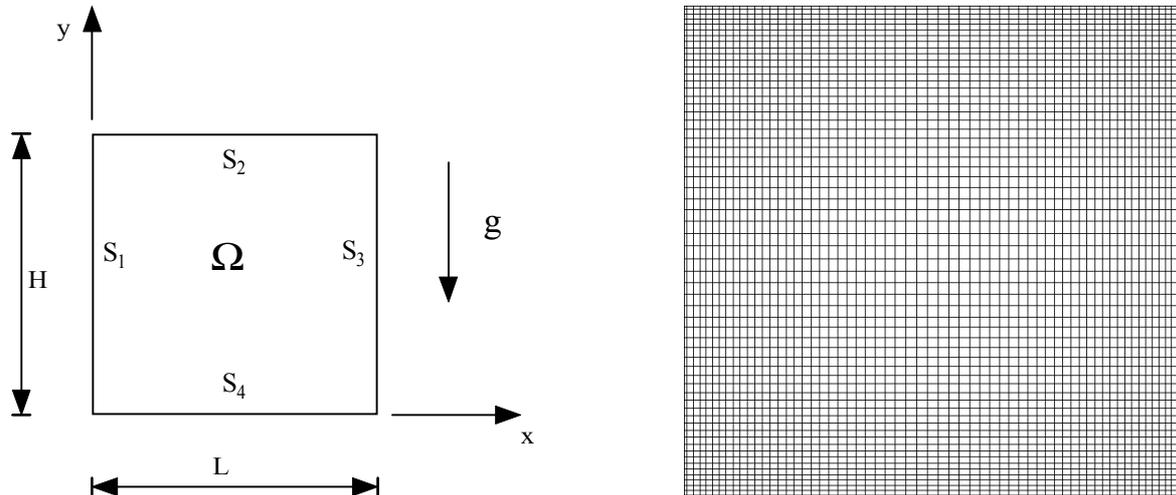


Figura 1. Geometria e Malha Típica

### 2.1. Hipóteses para o Problema

As seguintes hipóteses são consideradas em todos os problemas estudados.

- regime não permanente;
- regime turbulento;
- escoamento bidimensional;
- escoamento incompressível;
- as propriedades físicas do fluido são constante, exceto a massa específica nos termos de empuxo;

## 3. Equações

As equações de conservação que governam o escoamento e o campo térmico são:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \right\} + \rho g \beta (T - T_0) \delta_{2j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + S, \quad (3)$$

onde  $u_i$  são as componentes de velocidades na direção  $x$  e  $y$  respectivamente,  $p$  é a pressão,  $T$  é a temperatura,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade,  $\Gamma$  é a difusividade térmica e  $S$  o termo fonte. O último termo da eq. (2) apresenta o termo de empuxo onde se considera a relação de Boussinesq, onde  $T_0$  é a temperatura de referência, dado por:  $T_0 = (T_H + T_C)/2$ .

A decomposição de um componente é análogo ao praticado na decomposição de Reynolds onde a quantidade  $\varphi$  é decomposto em:

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi', \quad (4)$$

onde  $\bar{\varphi}$  é a componente de grande escala e  $\varphi'$  é a componente de pequena escala.

Aplicando-se a operação de filtragem nas equações de conservação, onde foi utilizado a função filtro por volume, conforme é apresentado no trabalho de Krajnovic (1998), considerando que a massa específica é constante, obtém-se as equações filtradas:

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \right\} + \rho g \beta (\bar{T} - T_0) \delta_{2j}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{T})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + S. \quad (7)$$

Na equação de quantidade de movimento e energia tem-se os produtos de variáveis filtradas  $\overline{u_i u_j}$  e  $\overline{u_j T}$ , que representam o transporte turbulento de quantidade de movimento e de calor respectivamente, entre as grandes escalas e escalas sub-malha. Decompondo em componentes de escalas resolvida e sub-malha tem-se:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{u'_i u'_j}, \quad (8)$$

$$\overline{u_j T} = \overline{\bar{u}_j \bar{T}} + \overline{\bar{u}_j T'} + \overline{u'_j \bar{T}} + \overline{u'_j T'}. \quad (9)$$

Pode-se escrever em função de tensores adicionais:

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + L_{ij} + C_{ij} + R_{ij}, \quad (10)$$

$$\overline{u_j T} = \bar{u}_j \bar{T} + L_{\theta j} + C_{\theta j} + \theta_{ij}. \quad (11)$$

onde:

$$L_{ij} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j, \quad (12)$$

$$C_{ij} = \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j}, \quad (13)$$

$$R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}, \quad (14)$$

$$L_{\theta j} = \overline{\bar{u}_i \bar{T}} - \bar{u}_i \bar{T}, \quad (15)$$

$$C_{\theta j} = \overline{\bar{u}_j T'} + \overline{u'_j \bar{T}}, \quad (16)$$

$$\theta_{ij} = \overline{u'_j T'}. \quad (17)$$

$L_{ij}$  é o tensor de Leonard,  $C_{ij}$  o tensor Cruzado,  $R_{ij}$  o tensor de Reynolds sub-malha,  $L_{\theta j}$  o fluxo turbulento de Leonard,  $C_{\theta j}$  o fluxo turbulento Cruzado e  $\theta_{ij}$  o fluxo turbulento sub-malha.

Os termos de Leonard e Cruzado, conforme Padilla (2000), podem ser desprezados. Conforme apresenta Krajinovic(1998), tem-se as propriedades dadas pelas equações (18) e (19), as quais serão utilizadas nas deduções das equações.

$$\overline{\overline{u_i u_j}} = \overline{u_i} \overline{u_j}, \quad (18)$$

$$\overline{u_i' u_j'} = \overline{u_i' u_j'} = 0. \quad (19)$$

Como resultado do cálculo das médias em cada célula da malha, as equações de conservação tornam-se:

$$\frac{\partial(\overline{\rho u_i})}{\partial x_i} = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial(\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left[ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right] \right\} + \frac{\partial(-\rho u_i' u_j')}{\partial x_j} + \rho g \beta (\overline{T} - T_0) \delta_{2j}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial(\overline{\rho T})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial(\overline{\rho u_j T'})}{\partial x_j}. \quad (22)$$

A equação de quantidade de movimento pode ser rescrita como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} + \left[ \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} - \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} \right] &= -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left[ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right] \right\} \\ + \left[ \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} - \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} \right] &+ \rho g \beta (\overline{T} - T_0) \delta_{2j} \end{aligned} \quad (23)$$

Sendo  $\mu$  constante, vem:

$$\frac{\partial(\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} - \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j}. \quad (24)$$

Considerando massa específica constante, da equação de conservação de massa vem:

$$\mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} \right) = 0, \quad (25)$$

e introduzindo o tensor de deformação sub-malha:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}, \quad (26)$$

as equações de conservação tornam-se:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \left( \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + g \beta (\overline{T} - T_0) \delta_{2j}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial x_j} \quad (29)$$

onde  $\nu$  é viscosidade cinemática do fluido,  $\alpha$  é a difusividade térmica e calculada por:  $\alpha = \nu / Pr$ . Sendo  $Pr$  o número de Prandtl. Os tensores  $\tau_{ij}$  e  $\theta_{ij}$  que aparecem nas equações (28) e (29) serão modelados nos itens a seguir.

### 3.1. Modelo Sub-malha

Muitos modelos de escala sub-malha utilizam a hipótese do gradiente de difusão, similar a hipótese de Boussinesq o qual expressa o tensor de Reynolds sub-malha em função da taxa de deformação e da energia cinética. Conforme pode ser visto em Neto (1998) o tensor de Reynolds é definido como:

$$\tau_{ij} = -2\nu_T \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{S}_{kk} \quad (30)$$

onde  $\nu_T$  é a viscosidade turbulenta,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $\bar{S}_{ij}$  é o tensor taxa de deformação dado por:

$$\bar{S}_{ij} = \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (31)$$

Substituindo  $\bar{S}_{ij}$  na eq. (28) obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu_T \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \right\} + g\beta (\bar{T} - T_0) \delta_{2j} \quad (32)$$

De maneira semelhante obtemos a equação de energia:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\alpha + \alpha_T) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] \quad (33)$$

onde a difusividade térmica turbulenta é calculada por:  $\alpha_T = \nu_T / Pr_t$ . Sendo  $Pr_t$  o número de Prandtl turbulento ( $Pr_t=0,4$ ).

Os modelos sub-malha propõem a seguinte expressão para a viscosidade turbulenta  $\nu_T$ :

$$\nu_T = c \ell q \quad (34)$$

onde  $c$  é uma constante adimensional,  $\ell$  e  $q$  são os comprimentos de escala e velocidade respectivamente:

O parâmetro  $\ell$  é relacionado como tamanho do filtro utilizado e geralmente é definido para o caso bidimensional como:

$$\ell = \bar{\Delta} = (\Delta_1 \Delta_2)^{1/2} \quad (35)$$

onde  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  são os comprimentos do filtro nas direções  $x$  e  $y$ .

### 3.2. Modelo Sub-malha de Smagorinsk

Este modelo baseia-se na hipótese de equilíbrio entre as tensões turbulentas sub-malha e a dissipação viscosa:

$$-\tau_{ij} \bar{S}_{ij} = \varepsilon \quad (36)$$

A dissipação viscosa é modelada como:

$$\varepsilon \approx \frac{q^3}{\ell} . \quad (37)$$

E da Eq. (29) substituída na Eq. (26) e com a Eq. (32) obtém-se:

$$q \approx \ell |\bar{S}| , \quad (38)$$

onde

$$|\bar{S}| = \left( 2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij} \right)^{1/2} . \quad (39)$$

Pode-se escrever que a viscosidade turbulenta é dado por:

$$\nu_T = \left( C_s \bar{\Delta} \right)^2 |\bar{S}| , \quad (40)$$

onde  $C_s$  é a constante de Smagorinsk. No presente trabalho foi utilizado o valor  $C_s = 0,1$

### 3.3. Modelo Sub-malha de Smagorinsk com Termo de Empuxo

Eidson (1985) propôs incluir o termo de empuxo no modelo de Smagorinsk, e foi também apresentado por Peng e Davidson (1998). Neste modelo a viscosidade turbulenta é calculada por:

$$\nu_T = \left( C_s \bar{\Delta} \right)^2 \left( |\bar{S}| - \frac{g\beta}{Pr_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \delta_{2j} \right) , \quad (41)$$

onde  $\beta$  é o coeficiente de expansão volumétrica,  $g$  a aceleração da gravidade e  $\bar{T}$  é a temperatura média.

### 3.4. Modelo Baseado na Teoria de Transferência de Vorticidade (TTV)

Neste modelo de turbulência implementado, os fluxos turbulentos são determinados baseado na teoria de transferência de vorticidade (TTV) conforme é apresentado por Cortella et al. (2001); Lardat e Ta Phuoc (1995); Saro, Manzan e Cortella (1998). Neste modelo a viscosidade turbulenta é calculada pela seguinte equação:

$$\nu_T = \left( c \bar{\Delta} \right)^3 \left[ \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} , \quad (42)$$

onde  $\omega$  é a vorticidade, dada por:

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} , \quad (43)$$

$c$  é a constante adimensional, aproximada por  $c = 0,2$  e  $\bar{\Delta}$  é a dimensão do filtro dado por:

$$\bar{\Delta} = \left( \Delta_1 \Delta_2 \right)^{1/2} . \quad (44)$$

O número Rayleigh e a razão de aspecto são definidos, respectivamente, por:

$$Ra = \frac{g\beta(T_H - T_C)H^3}{\nu^2} Pr = 1,58 \times 10^9 , \quad (45)$$

$$A = \frac{H}{L} = 1 . \quad (46)$$

### 3.5. Condições Iniciais e de Contorno

A partir de agora, serão omitidos, por questão de simplificação, as barras que indicam os valores médios do tipo  $\bar{T}$  e  $\bar{u}$ .

A figura 1 mostra a cavidade onde foram impostas as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$\text{Em } \Omega : \quad u(x,y,0) = 0, v(x,y,0) = 0, T(x,y,0) = 0; \quad (47)$$

$$\text{Em } S_1 : \quad T = T_H \quad (\text{superfície isotérmica}); \quad (48)$$

$$\text{Em } S_2 : \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{superfície adiabática}); \quad (49)$$

$$\text{Em } S_3 : \quad T = T_C \quad (\text{superfície isotérmica}) \quad (50)$$

$$\text{Em } S_4 : \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{superfície adiabática}). \quad (51)$$

Nas superfícies  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  e  $S_4$  as componentes de velocidade  $u$  e  $v$  são nulas.

### 4. Método Numérico

As equações de conservação em coordenadas cartesianas foram discretizadas através do método dos volumes finitos. O arranjo de malha utilizado foi o co-localizado. As grandezas são localizadas no centros dos volumes de controle. São utilizados os esquemas Upwind e Diferença Central para os fluxos convectivos e o esquema Diferença Central para os fluxos difusivos. A malha gerada é a malha cartesiana não uniforme. Para o acoplamento entre a pressão e a velocidade foi utilizado o método SIMPLE. Para o cálculo do sistema de equações obtidos é utilizado o método iterativo SIP (Strongly Implicit Procedure).

Os seguintes passos são utilizados para a resolução dos problemas:

- 1) Leitura dos diversos dados iniciais e dados de contorno;
- 2) Cálculo das velocidades  $u$ ,  $v$  ;
- 3) Cálculo de  $p'$  e correção das velocidades  $u$ ,  $v$  e da pressão  $p$ ;
- 4) Cálculo da temperatura  $T$ ,
- 5) Cálculo da viscosidade turbulenta,
- 6) Volta ao passo 2, incrementando o tempo, caso não atingiu-se o critério de parada.

Os critérios das iterações dos métodos utilizados não são apresentados, internos ao programa, somente a forma geral de como funciona o código computacional desenvolvido.

O número de Nusselt local é calculado por:

$$Nu = - \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \frac{H}{T_H - T_C} \quad (52)$$

### 5. Validação

A validação do código computacional desenvolvido foi realizado estudando-se a convecção natural turbulenta em uma cavidade quadrada utilizando-se os modelos propostos. As superfícies laterais são isotérmicas, sendo que a superfície  $S_1$  é mantida a temperatura constante  $T_H$  e a superfície  $S_3$  é mantida a temperatura constante  $T_C$ . As superfícies superior e inferior são isoladas. O passo de tempo  $\Delta t$  utilizado para todos os cálculos foi o mesmo apresentado por Peng e Davidson (2001), ou seja:  $\Delta t = 0.0131 t_0$ , onde  $t_0 = H / (g\beta\Delta T_H)^{1/2}$ . O intervalo de tempo utilizado para cálculo das grandezas médias foi de  $(400 - 600)t_0$ . Após fazer um estudo de malhas, considerando o custo computacional e a precisão dos resultados, optou-se por escolher uma malha 60x60, o qual será utilizada em todos os casos estudados neste trabalho.

A figura 2 apresenta os resultados do número de Nusselt local do presente trabalho, comparando-os com os resultados experimentais de Tian (2000).

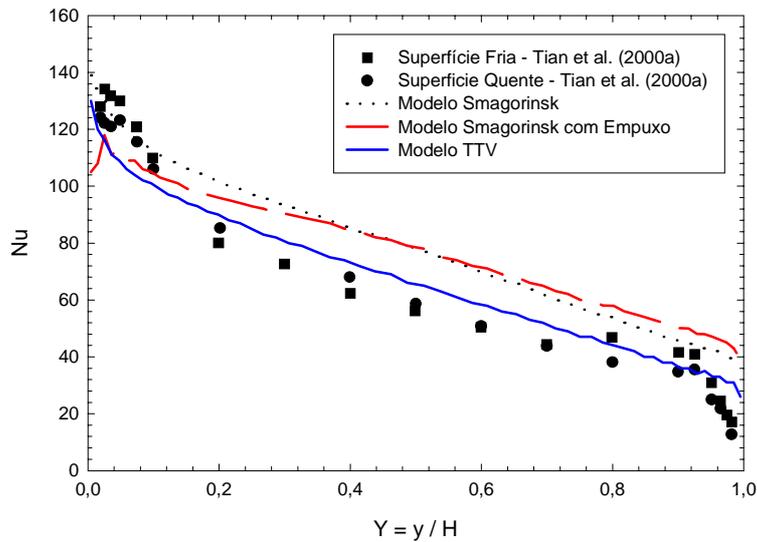


Figura 2. Número de Nusselt local na superfície  $S_1$  para  $Ra = 1,58 \times 10^9$  e  $t = 600t_0$

Os parâmetros utilizados para verificação foram: razão de aspecto  $A=1$ , número de Rayleigh  $Ra = 1,58 \times 10^9$  e temperaturas da superfície  $S_1$ ,  $T_H = 50 \text{ }^\circ\text{C}$  e da superfície  $S_3$ ,  $T_C = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Verifica-se uma boa concordância dos resultados do número de Nusselt local para os três modelos de turbulência implementados: modelo Smagorinsk, modelo Smagorinsk com termo empuxo e modelo de LES baseado na teoria de transferência de vorticidade (TTV). Os melhores resultados foram obtidos do modelo LES TTV utilizado.

Vamos definir para cada ponto a temperatura média  $T^*$  e a velocidade média  $u^*$  no intervalo de  $400t_0$  a  $600t_0$ .

A figura 3 apresenta os resultados da velocidade média  $u^*/U_0$  na posição  $x/L = 0,5$  do presente trabalho e os resultados do trabalho de Peng e Davidson (2001). A velocidade de empuxo é calculado por:  $U_0 = (g\beta\Delta TH)^{1/2}$ . Verifica-se uma boa concordância dos valores da velocidade para as regiões centrais da cavidade. Bem próximo das superfícies superior e inferior observa-se que a velocidade possui um comportamento diferente do apresentado por Peng e Davidson (2001) e dos resultados experimentais. No modelo utilizado por Peng e Davidson (2001) foi incluído as funções de amortecimento para um melhor comportamento assintótico próximo as superfícies. No presente trabalho não foi incluído estas funções o que comprometeu os resultados próximos as superfícies.

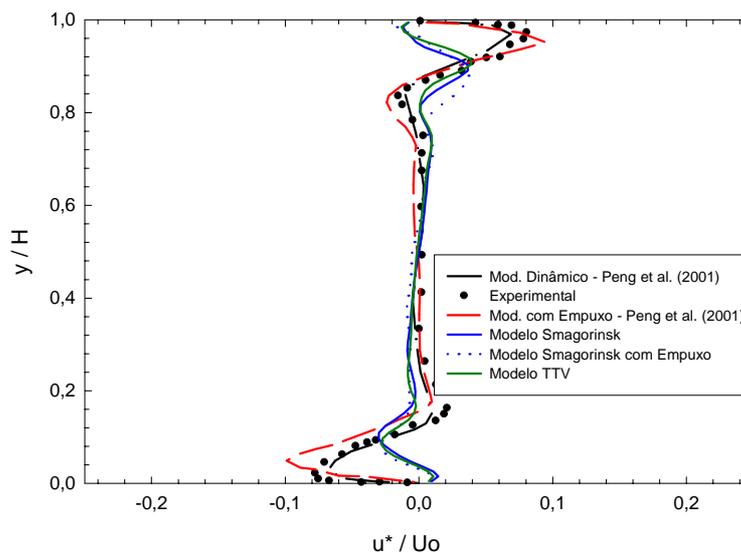


Figura 3. Velocidade Média  $u^*/U_0$  na posição  $x/L = 0,5$ .

A figura 4 apresenta a comparação dos resultados para a temperatura média adimensional calculada por  $(T^* - T_C)/\Delta T$  na posição  $x/L = 0,5$ . Verifica-se diferenças para os resultados do presente trabalho com os resultados experimentais de Tian e Karayiannis (2000a). Os resultados do modelo TTV comparados com os resultados numéricos

de Lankhorst (1991) são bastante satisfatórios. Os resultados do modelo de Smagorinsk não são tão bons quando comparados aos resultados numéricos de Lankhorst (1991).

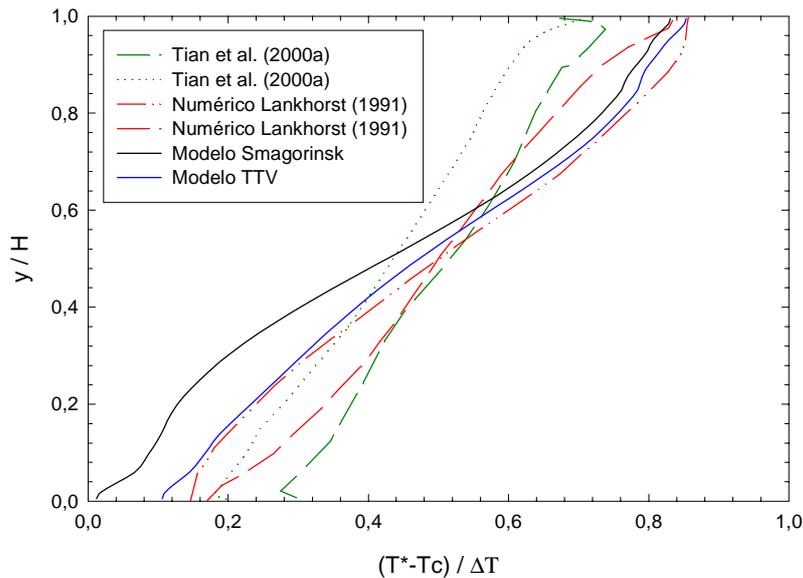


Figura 4. Temperatura Média  $(T^* - T_C) / \Delta T$  na posição  $x / L = 0,5$ .

## 6. Resultados

A figura 5 apresenta a distribuição de temperatura média adimensional  $(T^* - T_C) / \Delta T$  para os três modelos implementados. Verifica-se que próximo as superfícies isotérmicas ocorrem picos de temperatura. Um pico próximo a superfície  $S_1$  e outro próximo da superfície  $S_3$ . Também observa-se que este pico incrementa de acordo com a direção do escoamento. Conforme Tian e Karayiannis (2000a) a espessura da camada térmica é mais espessa para cavidades com parede adiabáticas. Para cavidades que possuem superfícies horizontais com condução perfeita, ou seja, isotérmica, esta espessura é mais fina. Verifica-se também que para a temperatura média, o modelo TTV possui uma melhor simetria nos resultados, ficando a linha de temperatura média  $(T^* - T_C) / \Delta T$  bem ao centro da cavidade. Já para os outros dois modelos, o modelo de Smagorinsk e o modelo de Smagorinsk com empuxo, esta linha de temperatura média fica acima da linha central da cavidade.

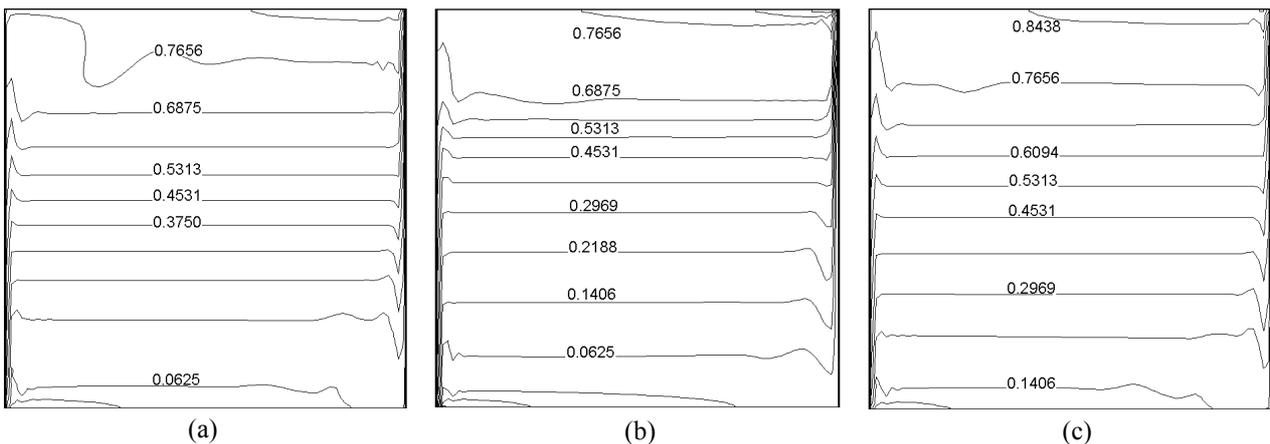


Figura 5. Temperatura Média Adimensional (a) Modelo Smagorinsk (b) Modelo Smagorinsk com Empuxo (c) Modelo TTV

A figura 6 apresenta a distribuição de temperatura e a função corrente para o modelo de Smagorinsk implementado. Verifica-se uma boa estratificação da temperatura na região central da cavidade. Existe uma boa simetria de temperatura na cavidade. Também há formação de uma célula de recirculação em toda a região central da cavidade e pequenas células de recirculação próximo as superfícies, na posição inferior direita da cavidade e superior esquerda da cavidade.

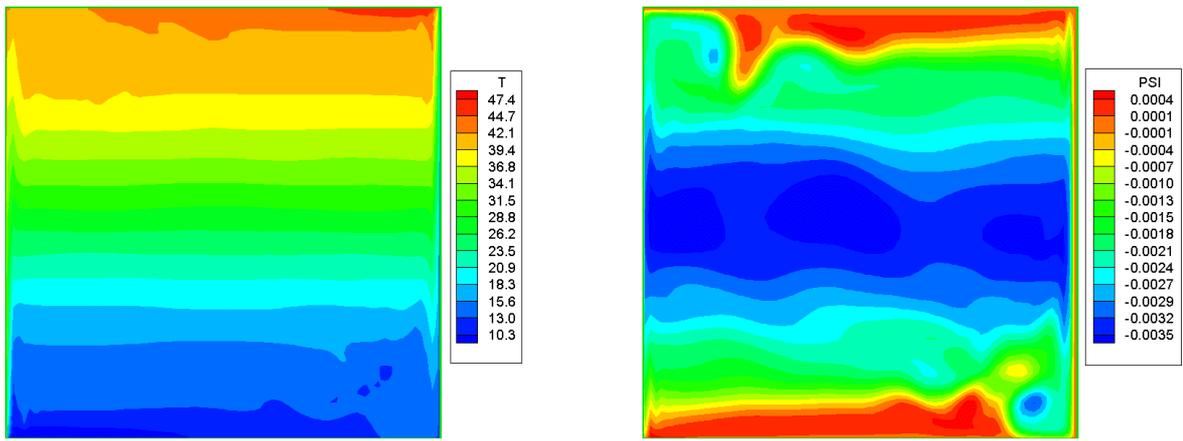


Figura 6. Temperatura [°C] e Função Corrente  $\psi$  para o Modelo Smagorinsk.

A figura 7 apresenta a distribuição de temperatura e a função corrente para o modelo de Smagorinsk com o termo de empuxo implementado. Verifica-se que a estratificação da temperatura não é tão uniforme. Há formação de uma célula de recirculação próxima a região central, não ocupando toda a região como é verificado no modelo de Smagorinsk. Existem também células de recirculação menores próximas as superfícies na posição superior esquerda da cavidade e na posição inferior direita da cavidade.

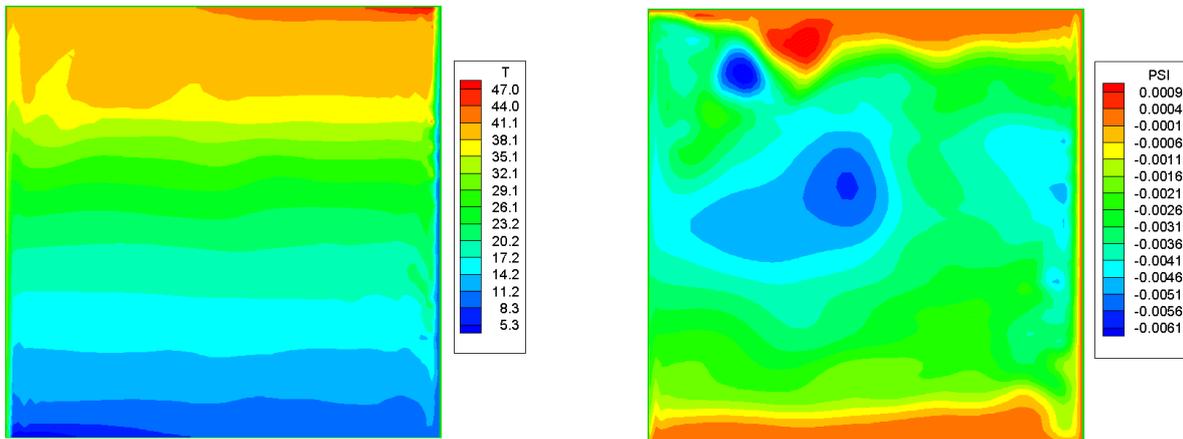


Figura 7. Temperatura [°C] e Função Corrente  $\psi$  para o Modelo Smagorinsk com Empuxo.

A figura 8 apresenta a distribuição de temperatura e a função corrente para o modelo baseado na TTV implementado. Verifica-se uma estratificação bem definida em toda região central da cavidade. Do mesmo modo que aparece nos resultados do modelo Smagorinsk, ocorre formação de uma célula de recirculação próxima a região central e existem também células de recirculação menores próximas as superfícies na posição superior esquerda da cavidade e na posição inferior direita da cavidade.

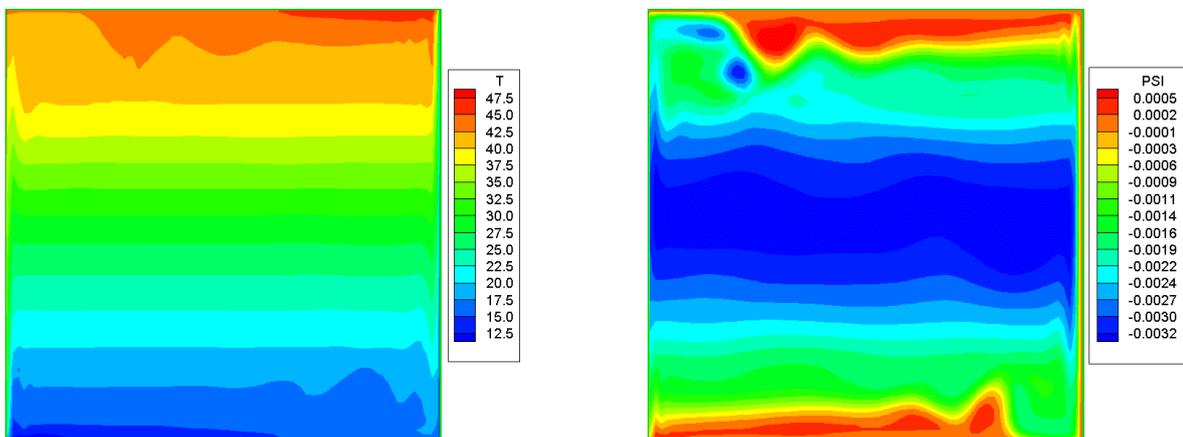


Figura 8. Temperatura [°C] e Função Corrente  $\psi$  para o Modelo baseado TTV.

## 7. Conclusões e Comentários

Neste trabalho foi estudado a convecção natural turbulenta em uma cavidade quadrada, utilizando três modelos de simulação de grandes escalas. A saber o modelo padrão de Smagorinsk, o modelo de Smagorinsk com termo de empuxo e o modelo baseado na teoria de transferência de vorticidade (TTV). Este último modelo apresentou resultados bastante satisfatórios.

No primeiro teste de validação foi calculado o número de Nusselt local na superfície quente da cavidade para  $Ra=1,58 \times 10^9$ . Estes resultados foram comparados com os resultados experimentais de Tian et al. (2000a) e apresentaram-se satisfatórios. O melhor resultado foi para o modelo TTV. Verifica-se que na superfície quente na parte inferior da cavidade possui menores gradientes de temperatura, em consequência tem-se menores valores para o número de Nusselt. Já na parte superior desta mesma superfície os gradientes são maiores e assim tem-se maiores valores para o número de Nusselt local.

No segundo teste de validação apresenta-se os resultados da velocidades média  $u^*/U_0$ . Compara-se estes resultados com os de Peng e Davidson (2001) e resultados experimentais. Verifica-se uma boa concordância dos resultados para a região central da cavidade, já próximo as superfícies os resultados não foram bons. As velocidades são bem menores que o resultado experimental e numérico.

Para os resultados analisados verificou-se que o modelo baseado na teoria de transferência de vorticidade apresentou os melhores resultados em todos testes de validação e resultados gerais.

Os resultados obtidos se comparados com os resultados experimentais são menos satisfatórios porque os modelos baseados no modelo de Smagorinsk não traduzem corretamente o fenômeno físico, não reproduzindo o regime de transição na camada limite próximo as superfícies quente e fria da cavidade.

Para melhorar os resultados verifica-se a necessidade de implementação de funções de amortecimento para que os modelos tenham um comportamento correto perto das paredes.

## 8. Referências

- Cortella, G., Manzan, M. and Comini, G., 2001. "CFD Simulation of Refrigerated Display Cabinets", *International Journal of Refrigeration*, Vol 24, pp250-260.
- Eidson, T., 1985. "Numerical Simulation of the Turbulent Rayleigh-Bénard Problem Using Subgrid Modelling", *Journal Fluid Mech*, Vol 158, pp245-268.
- Krajnovic, S., 1998. "Large Eddy Simulation of the Flow Around a Surface Mounted Single Cube in a Channel", Chalmers University of Technology, Thesis for degree of Master of Science.
- Lankhorst, A. M., 1991. "Laminar and Turbulent natural Convection in cavities – Numerical Modelling and Experimental Validation", Ph.D. Thesis, Technology University of Delft, The Netherlands.
- Lardat, R and Ta Phuoc, L., 1995. "Numerical Simulation of Turbulent Flow around a NACA0012 airfoil at 20° of attack", *Num. Methods in Laminar and Turbulent Flow*, Vol 9, pp421-432.
- Majander, P., 2000. "Developments in Large Eddy Simulation", Helsinki University of Technology, Report No. 128.
- Neto, A. S., 1998. "Simulação de Grandes Escalas de escoamentos Turbulentos", in *Tansição e Turbulência – I Escola de Primavera*, Rio de Janeiro, Vol 1, Cap 4, pp157-190.
- Padilla, E. L. M., 2000. "Simulação Numérica de Grandes Escalas com Modelagem Dinâmica, Aplicada a Convecção Mista", UFU – Universidade Federal de Uberlândia, Dissertação de Mestrado.
- Peng, S.H. and Davidson, L., 2001. "Large Eddy Simulation for Turbulent Buoyant Flow in a Confined Cavity", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol 22, pp323-331.
- Peng, S.H. and Davidson, L., 1998. "Comparison of Subgrid-scale Models in LES for Turbulent Convection Flow With Heat Transfer", *Turbulent Heat Trans.*, Vol 2, pp5.24-5.35.
- Piomelli, U., 1999. "Large Eddy Simulation: Achievements and Challenges", *Progress in Aerospace Sciences*, Vol 35, pp 335-362.
- Saro, O, Manzan, M. and Cortella, G., 1998. "Finit Element Analysis of Heat Transfer from Jets Impinging on a Surface", *Congresso Nazionale Sulla Transmissione del Calore - UIT, Proc 16, Italian*, Vol 2, pp559-569.
- Tian, Y. S., Karayiannis, T. G., 2000a. "Low Turbulence Natural Convection in an Air Filled Square Cavity Part I: The Thermal na Fluid Flow Fields", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 43, pp849-866.
- Tian, Y. S., Karayiannis, T. G., 2000b. "Low Turbulence Natural Convection in an Air Filled Square Cavity Part II: The Turbulence Quantities", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 43, pp867-884.

## Large-Eddy Simulation for Turbulence Natural Convection in Enclosures

### Marcio de Oliveira

Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – 37500-000  
[maroli@iem.efei.br](mailto:maroli@iem.efei.br)

### Genésio José Menon

Escola Federal de Engenharia de Itajubá – Departamento de Engenharia Mecânica  
Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – 37500-000  
[genesio@iem.efei.br](mailto:genesio@iem.efei.br)

***Abstract.** A numerical study of the turbulence natural convection in square enclosures with large-eddy simulation is considered in this present work. The lateral surfaces are kept isothermal along themselves but with different temperatures for each one. As for the upper and bottom surfaces, they are considered to be isolated. The flow is studied by taking into consideration a low Rayleigh number,  $Ra=1,58 \times 10^9$ , and then the local Nusselt number is evaluated. The numeric method applied is the finite volumes method together with the SIMPLE method. Three sub-grid models for turbulence are used in this work, which are as following: Smagorinsky's model, Smagorinsky's model with a buoyant term, and the model based on the vorticity transfer theory. Finally, some comparisons to theoretical and experimental results which are available from the literature, are presented.*

***Keywords:** Large-Eddy Simulation, Turbulence, Finite Volume, Cavity, Natural Convection.*