

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA DA ESTEIRA PROVOCADA POR UM PAR DE CILINDROS

### Timóteo Fernandes de Souza

Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
Av. Ipiranga, 6681 - 90619-900 Porto Alegre, RS  
[timoteo@em.pucrs.br](mailto:timoteo@em.pucrs.br)

### Jorge Hugo Silvestrini

Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
Av. Ipiranga, 6681 - 90619-900 Porto Alegre, RS  
[jorgehs@em.pucrs.br](mailto:jorgehs@em.pucrs.br)

**Resumo.** A esteira 'próxima' de um par de cilindros com diferentes espaçamentos é estudada através da simulação numérica direta em configuração bidimensional. Para a representação dos obstáculos, é utilizado o método de fronteiras imersas. Este método consiste na imposição de um termo de força específico adicionado às equações de quantidade de movimento. O método é acoplado com um código de alta precisão de resolução das equações de Navier-Stokes para DNS e LES em malhas cartesianas. As derivadas espaciais são aproximadas usando um esquema em diferenças finitas compactas de sexta ordem, obtendo assim uma representação melhorada das escalas presentes. A integração no tempo é realizada através do método de Runge-Kutta de terceira ordem com armazenamento reduzido. A condição de incompressibilidade é verificada por um método de passo fracionário através da resolução de uma equação de Poisson para a pressão. Neste trabalho é pesquisado o desenvolvimento da esteira na interação entre obstáculos cilíndricos posicionados perpendicularmente à direção do escoamento médio para diferentes espaçamentos. São discutidos os diferentes modos de instabilidades que ocorrem na esteira entre dois cilindros para números de Reynolds moderados. Resultados baseados no número de Strouhal e estatísticas médias são apresentados. Análise da dinâmica do desprendimento de vórtices, realizada com animações das soluções obtidas, permitiram identificar os modos em fase, em oposição de fase e assimétrico e os parâmetros que os controlam.

**Palavras chave:** Desprendimento de vórtices, Simulação numérica direta, Método de fronteiras virtuais, Transição, Turbulência.

### 1. Introdução

A evolução de uma esteira formada atrás de um par de cilindros lado a lado tem sido de grande interesse da comunidade científica. O presente trabalho de pesquisa tem como objetivo principal a identificação dos diferentes modos de desprendimento de vórtices em escoamentos ao redor de um par de cilindros em arranjo perpendicular ao escoamento. Este tipo de arranjo encontra-se em várias situações práticas, tais como: trocadores calor de casco e tubos, escoamento ao redor de edifícios, etc. Estes objetivos formam parte de um projeto maior que visa a simulação numérica de escoamentos turbulentos incompressíveis em geometrias complexas.

Procura-se avaliar o efeito da interação entre os cilindros, caracterizado pela separação entre eles, no desprendimento de vórtices. Segundo diferentes autores (BEARMAN and WADCOCK, 1973; WILLIAMSON, 1985; SUMNER et al., 1999), a separação entre cilindros,  $g$  (definida como a separação entre as superfícies dos cilindros, Fig. 1) é responsável pela caracterização do escoamento em estudo. Assim, definem-se dois tipos de interações: a denominada interação fraca, que corresponde ao caso  $1.0 < g/D < 5.0$ , e a interação forte, quando  $g/D < 1$ . Na interação fraca, por exemplo  $g/D = 2$ , as esteiras provocadas por ambos cilindros se formam em sincronismo temporal, sendo possíveis duas configurações: 'em fase' e 'em oposição de fase'. As visualizações mais recentes (WILLIAMSON, 1985; SUMNER et al., 1999) mostram uma predominância da configuração em oposição de fase definida pelo desprendimento simultâneo de dois vórtices de sinal oposto formando uma esteira estável e simétrica. Quando  $g/D < 1$ , existe uma condição crítica que provoca um desprendimento de vórtices assimétrico. Este fenômeno se caracteriza pela presença de um intenso jato central que interage com as esteiras de cada cilindro. O jato é defletido de um lado para outro dos cilindros, podendo se estabilizar em uma determinada posição e depois alterar aleatoriamente o lado de deflexão (BRUN, 1998).

Neste trabalho serão analisados estes dois tipos de desprendimentos de vórtices através de uma abordagem original. A abordagem utilizada é a da simulação numérica direta (DNS) no contexto da turbulência bidimensional (LESIEUR, 1997; SILVESTRINI, 2000). Para tal objetivo utilizamos um código computacional que resolve as equações completas

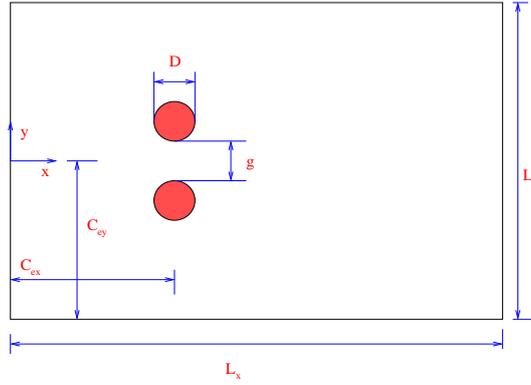


Figura 1: Configuração do domínio de cálculo

de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis. Salientamos que os obstáculos são levados em conta utilizando o método de fronteiras virtuais que permite discretizar o domínio computacional em malhas cartesianas, facilitando com isto o emprego de esquemas numéricos de alta precisão (GOLDSTEIN et al., 1993; VON TERZI et al., 2001; LAMBALLAIS and SILVESTRINI, 2002).

## 2. Descrição do código computacional

### 2.1. Equações de Movimento

Consideramos o movimento de um fluido de massa específica constante governado pelas equações de Navier-Stokes escritas na forma rotacional,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\omega} \wedge \vec{u} = \vec{f} - \vec{\nabla} p + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \quad (2)$$

onde  $\vec{u}$  é o vetor velocidade,  $p$  o campo de pressão modificado,  $\nu$  a viscosidade do fluido e  $\vec{\omega}$  o campo de vorticidade dado pela relação  $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u}$ . A força  $\vec{f}$  é utilizada para reproduzir a condição de não deslizamento,  $\vec{u} = \vec{0}$ , sobre a fronteira desejada. As Eqs. (1) e (2) são resolvidas no domínio retangular mostrado na Fig. (1), utilizando malhas uniformes. Todas as dimensões da figura são adimensionalizadas em função do diâmetro dos cilindros.

### 2.2. A integração temporal

Os termos de derivação temporal são calculados pelo esquema de Runge-Kutta de armazenamento reduzido de terceira ordem (WILLIAMSON, 1980). A continuação, descreve-se detalhadamente o procedimento utilizado para o cálculo da pressão. Utilizaremos a notação  $\vec{u}^n$  denotando o valor do campo de velocidades no tempo  $t_n$  e  $\Delta t$  o passo de tempo. Introduzindo a função  $\vec{F}(\vec{u})$  definida como:

$$\vec{F}(\vec{u}) = \nu \nabla^2 \vec{u} - \vec{\omega} \wedge \vec{u} + \vec{f}, \quad (3)$$

a equação (1) se escreve :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \vec{F}(\vec{u}) - \vec{\nabla} p. \quad (4)$$

Integrando esta equação entre os tempos  $t_n$  e  $t_{n+1}$  :

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{F}(\vec{u}) dt - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{\nabla} p dt \quad (5)$$

e colocando

$$p^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} p dt, \quad (6)$$

obtem-se diretamente

$$\frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{F}(\vec{u}) dt - \vec{\nabla} p^{n+1}. \quad (7)$$

A integração da equação (7) efetua-se em 3 sub-passos de tempos, o esquema de avanço temporal se escreve

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{F}(\vec{u}) dt = \alpha_p \vec{F}(\vec{u}^{p-1}) + \beta_p \vec{F}(\vec{u}^{p-2}). \quad (8)$$

Para um esquema de ordem 3, temos  $p = 1, 2, 3$ , e  $\vec{u}^0 = \vec{u}^n$  e  $\vec{u}^3 = \vec{u}^{n+1}$ . Os coeficientes de cada sub-passo de tempo são (WILLIAMSON, 1980):

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{8}{15}, & \beta_1 &= 0 \\ \alpha_2 &= \frac{5}{12}, & \beta_2 &= -\frac{17}{60} \\ \alpha_3 &= \frac{3}{4}, & \beta_3 &= -\frac{5}{12}. \end{aligned} \quad (9)$$

O tratamento da incompressibilidade é realizado com a ajuda de um método de passo fracionário, introduzindo um campo de velocidade intermediário  $\vec{u}^*$ ,

$$\frac{\vec{u}^{p*} - \vec{u}^{p-1}}{\Delta t} = \alpha_p \vec{F}(\vec{u}^{p-1}) + \beta_p \vec{F}(\vec{u}^{p-2}). \quad (10)$$

O campo de velocidade  $\vec{u}^p$  é corrigido pelo gradiente de pressão

$$\frac{\vec{u}^p - \vec{u}^{p*}}{\Delta t} = -\vec{\nabla} p^p \quad (11)$$

após a resolução de uma equação de Poisson deduzida da condição de incompressibilidade (Eq. 2) aplicada à equação precedente,

$$\nabla^2 p^p = \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{u}^{p*}}{\Delta t}. \quad (12)$$

### 2.3. A derivação espacial

Para o cálculo das derivadas espaciais, utilizamos esquemas em diferenças finitas compactos (LELE, 1992). Estes esquemas tem como característica principal um comportamento quase-espectral, isto é, a aproximação da derivada fica muito próxima de seu valor exato para uma larga banda de números de onda. Ainda mais, eles têm como vantagem com respeito aos esquemas clássicos, de ter um domínio de dependência reduzido para uma ordem dada, o que limita o erro em regiões próximas as fronteiras do domínio.

Os esquemas compactos são implícitos, relacionando o valor da derivada em um ponto ao valor da derivada em pontos vizinhos. Sendo dado uma distribuição de pontos sobre uma malha uniforme  $x_i = (i - 1)\Delta x$ , onde  $i = 1, 2, \dots, n_x$ , existe uma relação entre a aproximação  $f'_i = f'(x_i) = \frac{df(x_i)}{dx}$  e os valores de  $f$ , que é dado por :

$$\alpha f'_{i+1} + f'_i + \alpha f'_{i-1} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x} \quad (13)$$

A derivada segunda da função  $f$  no ponto  $i$  pode se calcular da mesma maneira :

$$\alpha f''_{i+1} + f''_i + \alpha f''_{i-1} = a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\Delta x^2} \quad (14)$$

As Eqs. (13) e (14) são válidas para  $i = 3, n_x - 2$ . A sexta ordem é obtida usando os coeficientes

$$\begin{aligned} \alpha &= 1/3, & a &= 14/9, & b &= 1/9 & \text{na Eq. (13),} \\ \alpha &= 2/11, & a &= 12/11, & b &= 3/11 & \text{na Eq. (14).} \end{aligned}$$

Para as fronteiras do domínio de cálculo  $i = 1$  (e o mesmo para  $i = n_x$ ), utiliza-se esquemas descentrados de terceira ordem :

$$f'_1 + \alpha_1 f'_2 = \frac{1}{\Delta x} (a_1 f_1 + b_1 f_2 + c_1 f_3) \quad (15)$$

$$f''_1 + \alpha_1 f''_2 = \frac{1}{\Delta x} (a_1 f_1 + b_1 f_2 + c_1 f_3 + d_1 f_4) \quad (16)$$

Finalmente nos nós  $i = 2$  (e  $i = n_x - 1$ ) utiliza-se esquema centrados de quarta ordem

$$\alpha_2 f'_1 + f'_2 + \alpha_2 f'_3 = a_2 \frac{f_3 - f_1}{2\Delta x} \quad (17)$$

$$\alpha_2 f''_1 + f''_2 + \alpha_2 f''_3 = a_2 \frac{f_3 - 2f_2 + f_1}{\Delta x^2}. \quad (18)$$

A precisão de terceira ordem nas Eqs. (15) e (16) e de quarta ordem nas Eqs. (17) e (18) é obtida usando os seguintes coeficientes

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 2, & a_1 &= -5/2, & b_1 &= 2, & c_1 &= 1/2 & \text{na Eq. (15),} \\ \alpha_1 &= 11, & a_1 &= 13, & b_1 &= -27, & c_1 &= 15, & d_1 &= -1 & \text{na Eq. (16),} \\ \alpha_2 &= 1/4, & a_2 &= 3/2, & & & & & & \text{na Eq. (17),} \\ \alpha_2 &= 1/10, & a_2 &= 6/5, & & & & & & \text{na Eq. (18).} \end{aligned}$$

## 2.4. Condições de contorno

Em todas as simulações realizadas foram utilizadas as seguintes condições de contorno:

- em  $x = 0$  impomos  $\vec{u} = (1, 0)$ , sem acrescentar perturbação alguma sobre o campo de velocidade,
- na saída do domínio,  $x = L_x$ , resolve-se uma equação de convecção simplificada

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + U_b \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0 \tag{19}$$

onde  $U_b$  é uma velocidade de convecção dos vórtices aproximada na região de saída,

- nas fronteiras  $y = \pm L_y/2$  utiliza-se condições de periodicidade.

Esta escolha de condições de contorno permite verificar, no sentido discreto, e a cada sub-passo de tempo, a condição de incompressibilidade (2) com precisão de máquina com a ajuda de um 'solver' de Poisson baseado num método direto e pseudo-espectral na direção  $y$ .

## 2.5. Método de fronteiras virtuais

Neste trabalho utilizamos o método de fronteiras virtuais originalmente proposto por Goldstein *et al.* (1993). Esta abordagem permite impor a condição de contorno de não-deslizamento dentro do escoamento através de termo  $\vec{f}(\vec{x}_s, t)$  acrescentado na equação de quantidade de movimento. Esta força é definida sobre um conjunto de pontos de coordenadas  $\vec{x}_s$  que compõem a fronteira dos cilindros, na forma

$$\vec{f}(\vec{x}_s, t) = \alpha \int_0^t \vec{u}(\vec{x}_s, t) dt + \beta \vec{u}(\vec{x}_s, t) \tag{20}$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes negativas com dimensões  $1/T^2$  e  $1/T$  respectivamente. Esta formulação permite obter  $\vec{u} \approx \vec{0}$  no contorno imerso se  $(|\alpha|, |\beta|)$  são suficientemente grandes. Uma discussão sobre a relação entre os diferentes métodos de fronteiras virtuais, sua discretização temporal e sua capacidade de reproduzir a condição de contorno exata  $\vec{u} = \vec{0}$  pode ser apreciada em Lamballais e Silvestrini (2002). Neste trabalho, foram utilizados os maiores valores de  $(|\alpha|, |\beta|)$  sem introduzir restrições adicionais no passo do tempo, o que fica limitado unicamente pelo critério CFL.

Devido às características dos métodos numéricos aqui utilizados (esquema em diferenças finitas sem dissipação numérica), o tratamento da força  $\vec{f}$  envolve um certo cuidado. Assim, se  $\vec{f}$  não for suficientemente regular no espaço, podem ocorrer significativas oscilações. Para reduzir esta dificuldade neste trabalho são utilizados procedimentos de suavizado e filtragem. O suavizado tem por objetivo concentrar a força  $\vec{f}(\vec{x}_s, t)$  ao redor dos pontos que compõem a fronteira virtual, enquanto a operação de filtragem é aplicada sobre o termo  $-\vec{\omega} \wedge \vec{u} + \vec{f}$  usando filtros compactos compatíveis com o esquema de diferenças finitas utilizado (LELE, 1992).

## 3. Resultados

### 3.1. Descrição das simulações realizadas

A continuação são apresentados resultados de seis simulações numéricas correspondentes aos casos  $g/D = 1$  e  $2$ , e  $Re = 100, 200$  e  $300$ . Os diferentes parâmetros de cada simulação estão especificados na Tabela (1) e foram definidos a partir de numerosas simulações preliminares em diferentes configurações. Nesta tabela,  $N_x$  e  $N_y$ , representam o número de pontos da malha nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Para fins de tratamento estatístico foram posicionadas diferentes sondas para aquisição de sinais e posterior cálculo do número de Strouhal,  $St = fD/U_\infty$ . Os sinais das duas componentes de velocidade foram obtidos em  $x^*/D = 1$  (onde  $x^* = x - C_{ex}$ ) e em três diferentes posições verticais:  $y/D = -2, 0, 2$ , para as simulações com  $g/D = 1$ , e  $y/D = -2.5, 0, 2.5$ , para as simulações com  $g/D = 2$ . Estas posições serão denotadas a seguir com os subíndices  $i, c, s$ , respectivamente, para  $u, v$ . Todas as simulações foram realizadas para um tempo total de  $413D/U_\infty$ , o que corresponde ao desprendimento de 80 vórtices de Kármán e um de tempo de cálculo aproximado de 24 horas em um PC Pentium III com 512 Mb.

Tabela 1: Parâmetros das simulações.

$g/D$	$L_x/D$	$L_y/D$	$N_x$	$N_y$	$\alpha(D/U_\infty)^2$	$\beta(D/U_\infty)$	$\Delta t U_\infty/D$	$C_{ex}/D$	$C_{ey}/D$
1	24	16	433	289	-4000	-60	0.020	8	7
2	24	16	433	289	-4000	-60	0.020	8	6.5

### 3.2. Análise dos resultados

Será analisado em primeiro lugar o caso de interação fraca ( $g/D = 2$ ). As Figs. (2) e (3) apresentam os campos de vorticidade instantânea para  $Re = 100$ . Ambas figuras pertencem à mesma simulação, porém foram obtidas em diferentes tempos. A Fig. (2) corresponde à formação dos vórtices obtidos até o tempo  $tU_\infty/D = 198$ , e caracteriza a configuração ‘em oposição de fase’ de desprendimento de vórtices. A Fig. (3) corresponde à organização dos vórtices obtidos após o tempo  $tU_\infty/D = 198$ , e caracteriza a configuração ‘em fase’ de desprendimento de vórtices.

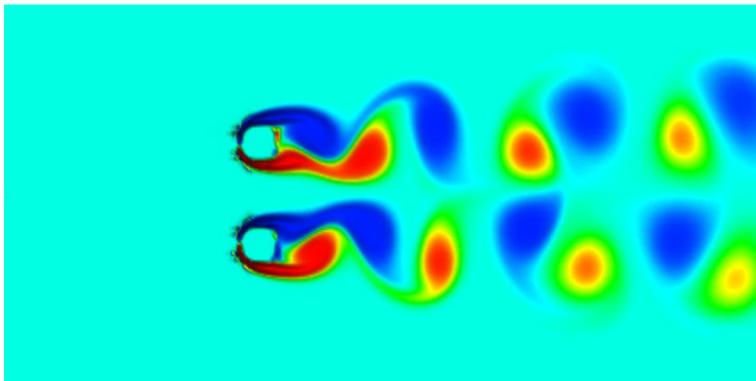


Figura 2: Campo de vorticidade instantânea para  $Re=100$  e  $g/D=2$ , denotando a configuração ‘em oposição de fase’ de desprendimento de vórtices ( $tU_\infty/D < 198$ ).

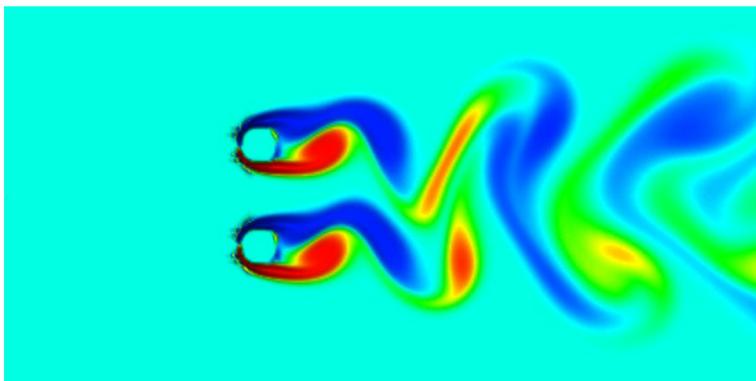


Figura 3: Campo de vorticidade instantânea para  $Re=100$  e  $g/D=2$ , denotando a configuração ‘em fase’ de desprendimento de vórtices ( $tU_\infty/D > 198$ ).

O modo ‘em oposição de fase’ é denotado pelo desprendimento simultâneo de vórtices de Kármán de sinais opostos. Este modo de instabilidade foi o primeiro a emergir em todas as simulações realizadas tanto para  $g/D = 1$  como para  $g/D = 2$ . Este fato é semelhante ao que ocorre no desprendimento de vórtices em cilindros isolados, onde o modo ‘varicoso’ (ou em oposição de fase) é sempre o primeiro a ser observado, e somente depois o modo sinusoidal (ou em fase) emerge e se impõe devido a sua maior taxa de crescimento.

A configuração ‘em oposição de fase’ é considerada pelos autores como estável e simétrica com referência a  $y = 0$ . Esta simetria limita a conexão dos vórtices desprendidos por ambos cilindros, definindo assim claramente duas esteiras independentes. Nossas simulações indicam que, somente, para  $Re = 200$  e  $300$ , o modo ‘em oposição de fase’ se manteve desde o início até o final da simulação (Fig. 4), enquanto que para  $Re = 100$ , houve uma alteração do padrão de desprendimento de vórtices, bifurcando para o modo ‘em fase’ no tempo  $tU_\infty/D \approx 200$ . Isto é claramente perceptível no sinal de velocidade longitudinal mostrado na Fig. (5).

O modo ‘em fase’, muito menos comentado na bibliografia, é considerado um modo instável, sendo caracterizado pela interação entre vórtices desprendidos de ambos os cilindros e sucessivos ‘pairings’ entre vórtices do mesmo sinal. Como resultado obtém-se uma única esteira.

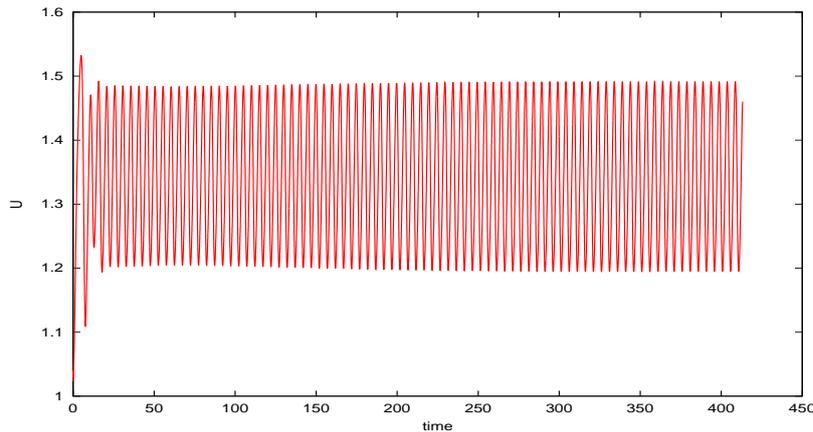


Figura 4: Sinal de velocidade longitudinal em  $x^*/D = 1$  e  $y/D = -2.5$ , para  $g/D = 2$  e  $Re = 200$ .

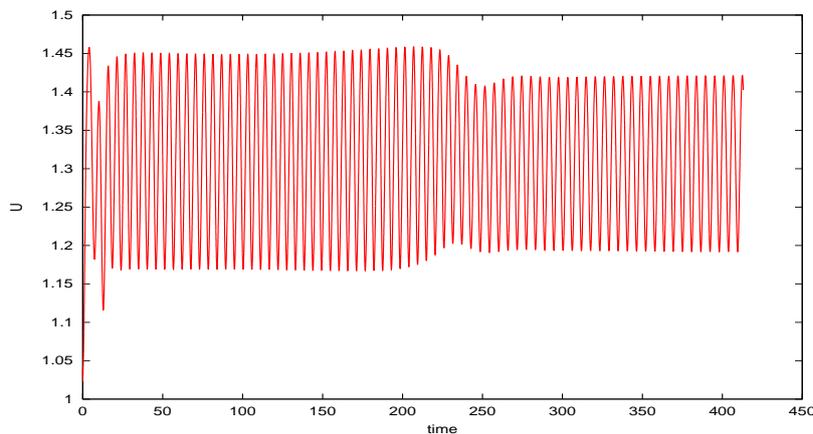


Figura 5: Sinal de velocidade longitudinal em  $x^*/D = 1$  e  $y/D = -2.5$ , mostrando a transição do ‘modo em oposição de fase’ ao modo ‘em fase’ para  $g/D = 2$  a  $Re = 100$ .

É interessante notar que não há na bibliografia, que seja do conhecimento dos autores, uma clara explicação da predominância de um ou outro modo de desprendimento de vórtices. Nossas simulações sugerem que a viscosidade poderia ser a responsável pela passagem do modo ‘em oposição de fase’ ao modo ‘em fase’. Quando o número de Reynolds diminui, a difusão vertical de quantidade de movimento aumenta, podendo ocorrer a quebra da estrutura simétrica do modo ‘em oposição de fase’ e passagem ao modo ‘em fase’. Isto explicaria porque essa transição ocorre para  $Re = 100$  e não para os  $Re = 200$  e  $300$ . Esta explicação, deverá ser verificada com simulações e, principalmente, com experiências complementares.

A análise dos sinais registrados nas diferentes posições verticais mostram que o número de Strouhal é independente do modo de desprendimento de vórtices e do sinal registrado, seja para a velocidade longitudinal ou para a velocidade transversal. Em todos os casos foram obtidos os seguintes resultados:  $St = 0.18, 0.2$  e  $0.21$  correspondentes a  $Re = 100, 200$  e  $300$ , respectivamente. Estes valores são muito semelhantes aos obtidos em outras referências bibliográficas e indicam a escassa diferença, enquanto à frequência de desprendimento de vórtices, do sistema de dois cilindros com  $g/D = 2$  com respeito ao caso da esteira de um cilindro isolado.

O caso particular  $g/D = 1$  é de especial interesse pois nesta configuração encontra-se a transição entre os regimes de interação fraca e de interação forte. Em regra geral, é aceito que, para  $g/D < 1$ , a forte interação entre os cilindros altera radicalmente o padrão de desprendimento de vórtices quebrando sua estrutura simétrica (WILLIAMSON, 1985; BRUN, 1998). Nas três simulações realizadas nesta configuração, os resultados mostram a emergência primeiro do modo em oposição de fase para logo bifurcar diretamente a uma configuração assimétrica, sem passar pela configuração em fase. A Fig. (6) mostra dois campos de vorticidade ao longo da simulação para  $Re = 100$ , obtidos em diferentes tempos.

Se compararmos estas simulações com as realizadas na configuração  $g/D = 2$ , podemos verificar que inicialmente todas provocam a emergência do modo em oposição de fase. Esta semelhança é devido à dinâmica inicial, período que o escoamento leva para entrar em regime de estabilização. Verificou-se porém que, para  $g/D = 1$ , existe uma influência

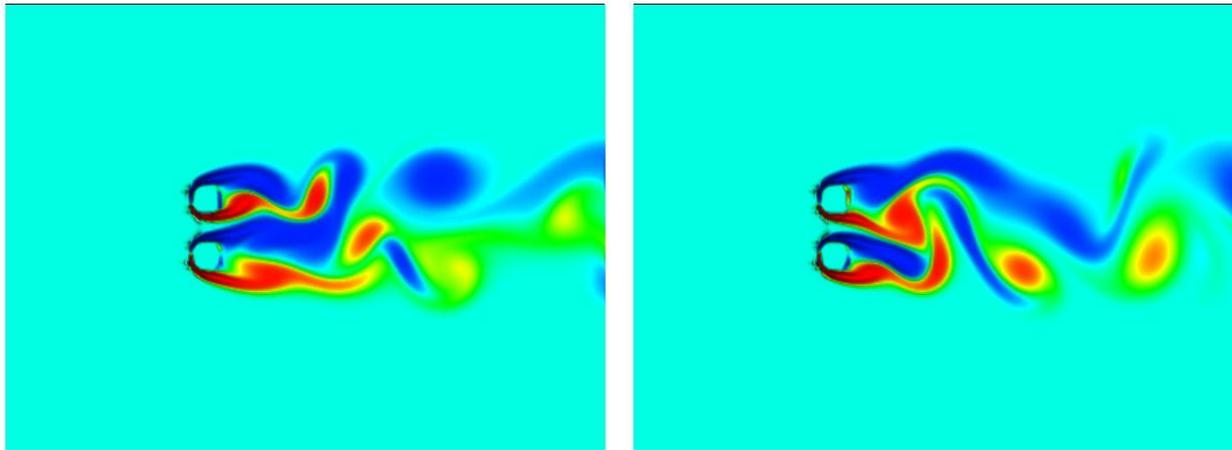


Figura 6: Campos de vorticidade instantânea para  $Re=100$  e  $g/D=1$  em dois tempos diferentes mostrando a deflexão do jato central.

do número de Reynolds no tempo de passagem da configuração em oposição de fase à organização assimétrica. Os dados indicam que a medida que o número de Reynolds aumenta, também aumenta este tempo característico (definido aqui como  $T_c$ ). Assim para  $Re = 100, 200$  e  $300$ , temos  $T_c U_\infty/D \approx 36, 54$  e  $66$ .

Uma característica marcante da interação forte entre cilindros é a intensificação do jato central que interage com as esteiras formadas por cada cilindro. Como resultado o jato central é defletido verticalmente de um lado ao outro, podendo se estabelecer em alguma posição, para depois retomar seu comportamento aleatório. Este fato é claramente identificado nas animações realizadas a partir dos campos de vorticidade obtidos em toda a simulação. Assim como ocorre na interação fraca, duas esteiras também se formam inicialmente no caso da interação forte, porém, a presença do jato provoca uma alteração importante no desenvolvimento destas esteiras. O jato defletido para cima, provoca um alargamento da esteira de baixo comprimindo a esteira de cima (Fig. 6 à esquerda). Este comportamento é alterado quando o jato deflete para baixo, alargando a esteira de cima e comprimindo a esteira de baixo (Fig. 6 à direita). A explicação para este fenômeno é a seguinte: quando o jato deflete para cima, provoca por um lado a diminuição da zona de recirculação da esteira de cima, e por outro, aspira a zona de recirculação da esteira de baixo alargando-a. Segundo Williamson (1985) para  $g/D = 0.7$  e  $0.85$ , a esteira fina desaparece pouco a pouco, sendo absorvida pela esteira espessa que termina por se recentrar entre os dois cilindros.

Este comportamento é também refletido nos sinais de velocidade registrados nas posições indicadas previamente. Figura (7) mostra dois sinais de velocidades transversal em  $x^*/D = 1$  e  $y/D = 0$  e  $-2$  e para  $Re = 200$  e  $300$ . A diferença entre os sinais registrados na zona de influência do jato central ( $y/D = 0$ ) e na zona de desprendimento de vórtices externo do cilindro inferior ( $y/D = -2$ ) é marcante. Na Fig. (7) também pode observar-se o tempo de permanência do modo em oposição de fase comentado anteriormente.

A análise de Fourier destes sinais mostra a emergência de modos sub-harmônicos nos sinais registrados. Estes modos sub-harmônicos são dominantes na posição  $y/D = 0$ , porém são dominados pelo modo harmônico em  $y/D = -2, 2$ . Na Tab. (2) são mostrados os números de Strouhal correspondente ao primeiro (a) e segundo pico (b), na forma (a/b), das funções de densidade espectral, nas três posições registradas e para os três números de Reynolds simulados.

Tabela 2: Primeiro (a) e segundo (b) picos das funções de densidade espectral (na forma a/b) indicando os números de Strouhal baseados na velocidade transversal,  $St_v$ , obtidos para  $g/D = 1$ ,  $Re = 100, 200, 300$  nas posições  $x^*/D = 1$  e  $y/D = 2, 0, -2$ .

$Re \backslash St_v$	$St_v$ (a/b)		
	$v_s$	$v_c$	$v_i$
100	0.19/0.15	0.15/0.19	0.19/0.17
200	0.17/0.12	0.08/0.17	0.19/0.09
300	0.21/0.10	0.10/0.21	0.20/0.09

Os resultados mostrados na tabela indicam que para  $Re = 200$  e  $300$ , a presença do jato central é o responsável da predominância do modo sub-harmônico em  $y/D = 0$  ( $v_c$ ) enquanto que nas zona de desprendimento de vórtices externos dos cilindros ( $v_s$  e  $v_i$ ), o modo fundamental consegue impor sua frequência característica. Este fenômeno é menos evidente nas simulações para  $Re = 100$ , onde a frequência adimensional 0.15, em princípio, não pode ser atribuída a um

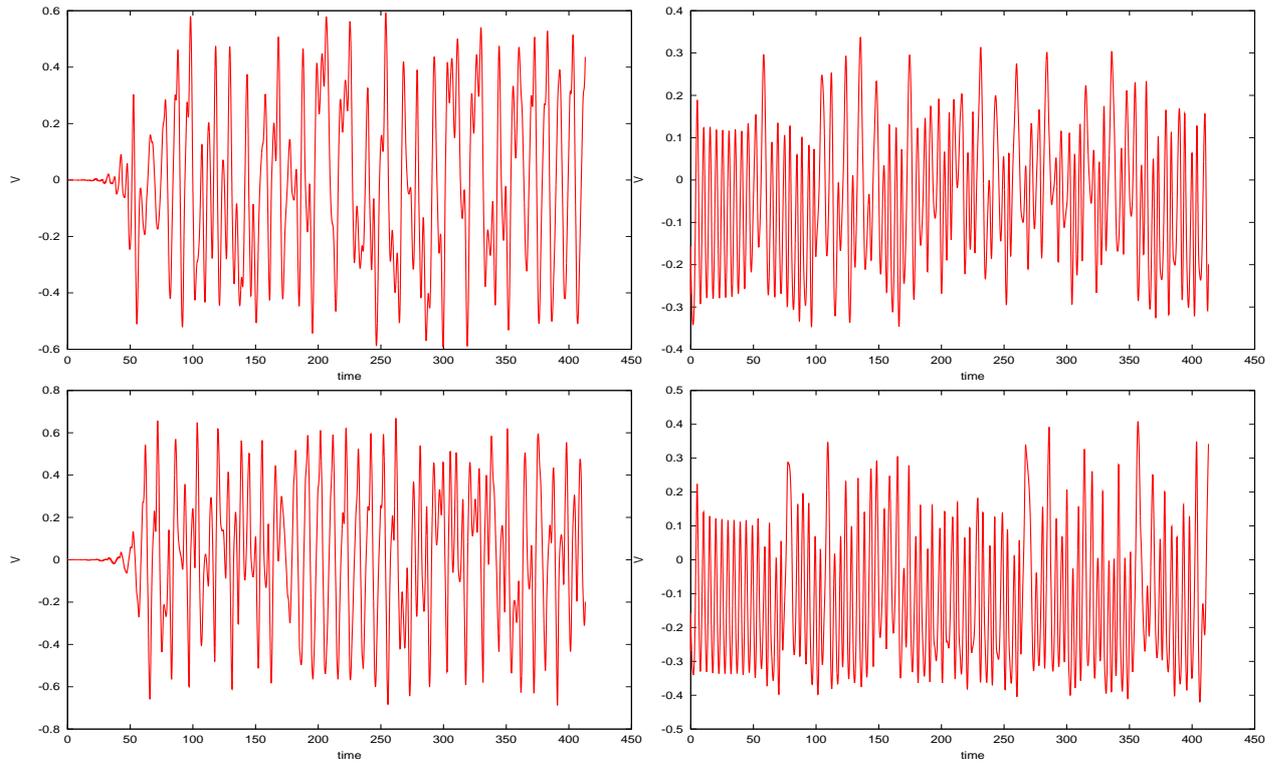


Figura 7: Sinais de velocidades transversais em  $x^*/D = 1$  e  $y/D = 0$  (à esquerda) e  $y/D = -2$  (à direita), para  $g/D = 1$  e  $Re = 200$  (acima) e  $Re = 300$  (embaixo).

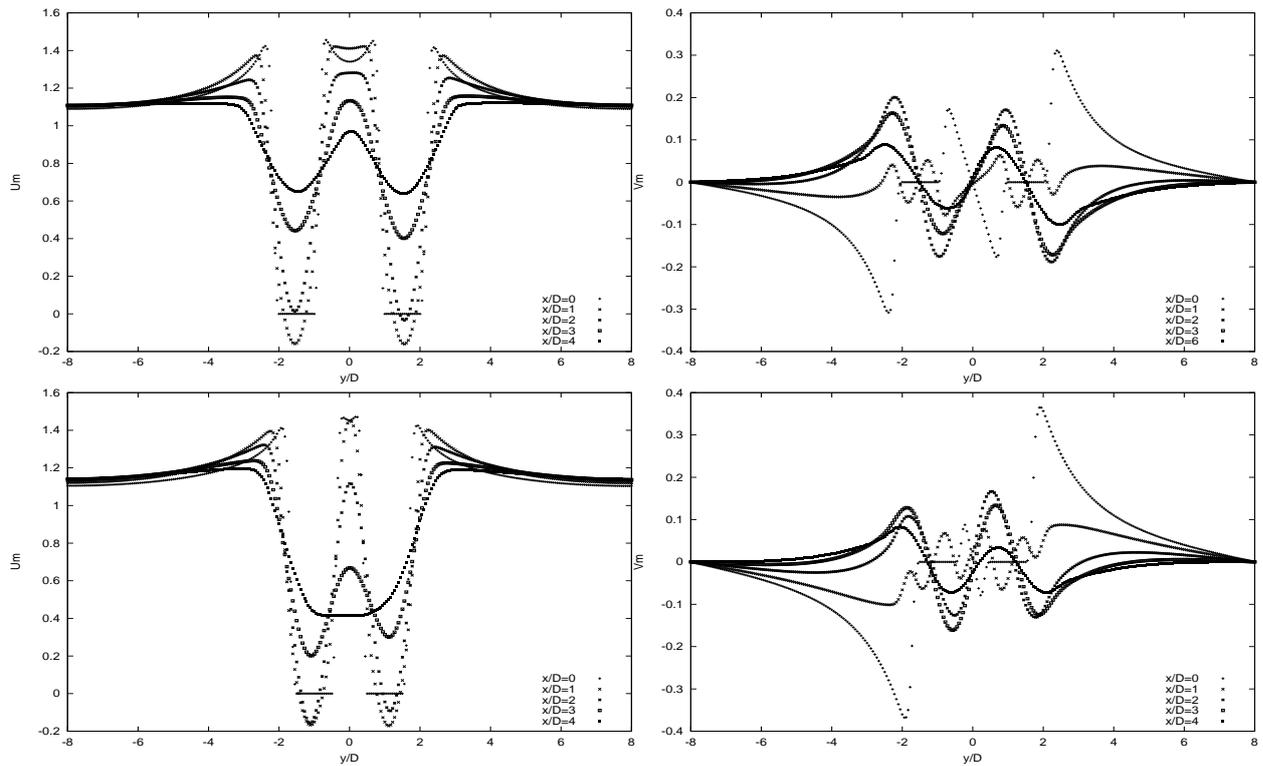


Figura 8: Perfis transversais de velocidades médias longitudinais (à esquerda) e transversais (à direita) para  $Re = 100$ , e  $g/D = 2$  (acima) e  $g/D = 1$  (embaixo).

modo sub-harmônico.

Os números de Strouhal obtidos para  $Re = 200$  e  $300$ , na configuração de interação forte ( $g/D = 1$ ), concordam satisfatoriamente quando comparados com os dados encontrados na literatura (WILLIAMSON, 1985). É importante salientar que os resultados obtidos também são bem comportados quando comparados a experiências com números de Reynolds maiores (SPIVACK, 1946; BEARMAN and WADCOCK, 1973; BRUN, 1998) indicando uma certa independência dos fenômenos envolvidos com respeito aos números de Reynolds ensaiados. Conclusão também confirmada em outras referências recentes (SUMNER et al., 1999).

Finalmente, Fig. (8) apresenta perfis transversais de velocidades médias longitudinais e transversais para  $Re = 100$  e  $g/D = 1, 2$  nas seções  $x^*/D = 0, 1, 2, 3, 4$ . A figura coloca em evidência o comprimento de recirculação maior no caso da interação forte com respeito à interação fraca. Os perfis de velocidade média longitudinal mostram valores negativos em  $x/D = 1, 2$ , para  $g/D = 1$ , enquanto que para  $g/D = 2$ , observamos valores negativos somente em  $x/D = 1$ . Os perfis de velocidades médias transversais são caracterizados por um comportamento assimétrico com respeito a  $y/D = 0$ .

O conjunto dos resultados numéricos obtidos qualifica o método de fronteiras virtuais acoplado a uma ferramenta numérica ‘simples’ e poderosa como a simulação numérica direta em configuração bidimensional e utilizando malhas cartesianas, como abordagem para estudar estes tipos de escoamentos. O qualificativo de ‘simples’ deve ser entendido na comparação com a abordagem tradicional onde o domínio é discretizado em malhas estruturadas ou não estruturadas, ou ainda, onde a resolução das equações fundamentais é obtida a partir de sua descrição em coordenadas curvilíneas generalizadas.

#### 4. Conclusões

O objetivo principal deste trabalho foi identificar os modos de instabilidade da esteira provocada por dois cilindros perpendiculares ao escoamento médio, separados por duas distâncias características:  $g/D = 1, 2$ . Para atingir este objetivo trabalhou-se com uma abordagem original, a da simulação numérica direta no contexto da turbulência bidimensional, acoplado ao método de fronteiras virtuais para a descrição dos obstáculos. A grande vantagem desta abordagem é a descrição do domínio em coordenadas cartesianas o que facilita a utilização de esquemas numéricos de comportamento espectral.

As simulações aqui apresentadas permitiram identificar as configurações ‘em fase’, ‘em oposição de fase’ e ‘assimétrica’ da dinâmica de vórtices produzida pelos obstáculos. No caso da interação fraca,  $g/D = 2$ , a configuração em oposição de fase se mostrou como predominante nas simulações realizadas para  $Re = 200, 300$ , enquanto que a configuração ‘em fase’ se impõe para  $Re = 100$ . Uma explicação para este fato é sugerida. No caso da interação forte, a configuração assimétrica é encontrada para os três números de Reynolds simulados. Neste caso, é identificado a presença de um jato central muito ativo que ‘comanda’ a dinâmica geral deste escoamento. Isto é evidenciado na aparição de modos sub-harmônicos nas funções de densidade espectral realizada a partir de sinais de velocidade registrados. Finalmente, os perfis de velocidade média longitudinais colocam em evidência o maior comprimento de recirculação do caso  $g/D = 1$  com respeito ao caso  $g/D = 2$ .

Os ótimos resultados obtidos com a abordagem adotada, permitem prever a continuação das simulações, agora com dois objetivos bem definidos: a) identificar se as configurações de desprendimento de vórtices são reencontradas em arranjos que envolvam mais de dois cilindros, e b) identificar os processos tridimensionais que ocorrem na configuração com dois cilindros perpendiculares ao escoamento.

#### 5. Agradecimentos

À Fundação de Amparo da Pesquisa do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pela bolsa de iniciação científica outorgada.

#### 6. Referências

- BEARMAN, P. W. and WADCOCK, A. J., 1973, The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream, “J. Fluid Mech.”, Vol. **61**, pp. 499–511.
- BRUN, C., 1998, “Etude expérimentale et numérique de l’interaction forte entre sillages d’obstacles cylindriques”, PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble 1.
- GOLDSTEIN, D., HANDLER, R., and SIROVICH, L., 1993, Modeling a no-slip boundary condition with an external force field, “J. Comp. Phys.”, Vol. **105**, pp. 354–366.
- LAMBALLAIS, E. and SILVESTRINI, J., 2002, Direct numerical simulation of interactions between a mixing layer and a wake around a cylinder (in press), “J. Turbulence”.
- LELE, S. K., 1992, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, “J. Comp. Phys.”, Vol. **103**, pp. 16–42.
- LESIEUR, M., 1997, “Turbulence in fluids, (Third Edition)”, Kluwer Academic Publishers.
- SILVESTRINI, J., 2000, Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos, “II Escola de Primavera de Transição e Turbulência”, Uberlândia. ABCM.
- SPIVACK, H., 1946, Vortex frequency and flow pattern in the wake of two parallel cylinders at varied spacings normal to an airstream, “J. Aero. Sci.”, Vol. **13**, pp. 289–297.

- SUMNER, D., WONG, S., PRICE, S., and PAÏDOUSSIS, M., 1999, Fluid behaviour of side-by-side circular cylinders in steady cross-flow, "Journal of Fluids and Structures", Vol. **13**, pp. 309–338.
- VON TERZI, D., LINNICK, M., SEIDEL, J., and FASEL, H., 2001, Immersed boundary techniques for high-order finite-difference methods, "AIAA paper", Vol. **01-2918**.
- WILLIAMSON, C. H. K., 1985, Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies., "J. Fluid Mech.", Vol. **159**, pp. 1–18.
- WILLIAMSON, J. H., 1980, Low-storage Runge-Kutta schemes, "J. Comp. Phys.", Vol. **35**, pp. 48–56.

## **DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF THE NEAR WAKE BEHIND A PAIR OF CYLINDERS**

### **Timóteo Fernandes de Souza**

Pontifícia Universidade Católica do Rio do Sul - Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica.  
Av. Ipiranga, 6681, Porto Alegre, RS - 90619-900  
[timoteo@em.pucrs.br](mailto:timoteo@em.pucrs.br)

### **Jorge Hugo Silvestrini**

Pontifícia Universidade Católica do Rio do Sul - Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica.  
Av. Ipiranga, 6681, Porto Alegre, RS - 90619-900  
[jorgehs@em.pucrs.br](mailto:jorgehs@em.pucrs.br)

**Abstract.** *The near wake behind two cylinders with different gaps arrangement is investigated through direct numerical simulation in two-dimensional configuration. For the representation of the obstacles, the immersed boundary technique is employed. Such a method consists in the imposition of a no-slip boundary condition within the flow field by the use of a specific forcing term added to the momentum equation. This method is coupled with an high-accurate numerical Navier-Stokes code written for DNS and LES in Cartesian grids. The sixth-order compact finite difference scheme is employed in the approximation of the spatial derivatives, providing an improved representation in the large range of scales present in unsteady flows. Time integration is performed with a third-order low-storage Runge-Kutta method. The incompressibility condition is ensured with a fractional step method via the resolution of a Poisson equation for the pressure. In the present paper is investigated the wake development and interaction behind cylinders obstacles located perpendicularly to the mean flow direction for different gaps arrangement. We are interested in the different instabilities modes of the two-cylinders arrangement at moderate  $Re$  numbers. Results based on the Strouhal number, as well as mean statistics are presented. From coherent vortex dynamics analysis made of movies of instantaneous vorticity field pictures taken during the simulation, it was possible to identify the in-phase, anti-phase and asymmetric vortex shedding modes and find the parameters that control the different instabilities modes.*

**keywords:** *Vortex shedding, Direct numerical simulation, Immersed boundary method, Transition, Turbulence.*