

**ESTUDO COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS COM
DESCOLAMENTO DE CAMADA LIMITE****Regis Silvestre da Costa Ataídes**Universidade de Brasília - Departamento de Engenharia Mecânica - 70910-900 Brasília - DF
regis_costa@bol.com.br**José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues**Universidade de Brasília - Departamento de Engenharia Mecânica - 70910-900 Brasília - DF
fontoura@unb.br

Resumo. Este trabalho apresenta os resultados da simulação numérica de um escoamento turbulento, com descolamento de camada limite provocado por gradiente adverso de pressão. Foi analisado o escoamento turbulento que se estabelece no difusor plano assimétrico do experimento de Obi et al., 1993, aperfeiçoado por Buice and Eaton, 1996. O modelo de turbulência adotado é o κ - ϵ clássico de Jones and Launder, 1972. A simulação do escoamento na região interna da camada limite é feita por meio de três diferentes leis de parede: lei logarítmica, lei de Mellor, 1966, e lei de Nakayama and Koyama, 1984. A discretização espacial é feita por meio de elementos finitos tipo P1/isoP2, enquanto a discretização temporal é implementada por um algoritmo semi-implícito seqüencial de diferenças finitas. A resolução numérica do acoplamento pressão-velocidade é feita por meio de uma variante do algoritmo de Uzawa, proposta por Buffat, 1981. Para filtragem de oscilações numéricas sem significado físico, originadas ocasionalmente pelo tratamento simétrico dispensado pelo método de Galerkin aos fluxos convectivos, é adotado o método de dissipação balanceada proposto por Huges and Brooks, 1979, e Kelly et al., 1980. As não-linearidades suplementares, decorrentes do uso de leis de parede, são tratadas por um método de resíduo mínimo proposto por Rodrigues, 1990.

Palavras chave: Turbulência Parietal, Lei de Parede, Descolamento de Camada Limite, Difusor Plano Assimétrico, Elementos Finitos

1. Introdução

A simulação de escoamentos turbulentos na vizinhança imediata de paredes sólidas, tem como principais desafios a intensidade dos gradientes e a predominância dos efeitos viscosos, características desta região do escoamento.

A escolha de modelos físicos capazes de representar simultaneamente o efeito de tensões viscosas e turbulentas e dos métodos numéricos, necessários a modelagem dos gradientes das grandezas características do escoamento, deve ser compatível com as peculiaridades do problema analisado.

Neste trabalho, o uso de leis de parede, é a opção técnica empregada para a simulação da região interna da camada limite turbulenta.

As leis de parede mais empregadas, lei linear e logarítmica, são estabelecidas a partir de hipóteses restritivas muito fortes, freqüentemente pouco realistas para escoamentos de interesse prático, pois adotam a suposição de escoamento sobre placa plana, sem ação de gradientes de pressão. Estas aproximações podem explicar, ainda que parcialmente, resultados insatisfatórios para escoamentos com descolamento de camada limite conforme o estabelecido pela AFOSR-HTTM, 1981.

São testados neste estudo, além da opção clássica representada pelas leis linear e logarítmica, duas leis de parede com capacidade para representar o efeito de gradientes adversos de pressão, deduzidas pelos trabalhos de Mellor, 1966, e Nakayama and Koyama, 1984.

A modelagem do escoamento na proximidade imediata de paredes sólidas, por meio de leis de parede, introduz uma não-linearidade suplementar no sistema de equações. O tratamento explícito empregado, que calcula condições de contorno a partir do campo de velocidade do instante anterior de tempo, conduz necessariamente a instabilidade numérica. Para eliminar esta característica é adotada a técnica de minimização de resíduo, proposta por Rodrigues, 1990.

A aplicação de elementos finitos via método de Galerkin, ao cálculo de escoamentos onde os fenômenos convectivos são dominantes, pode provocar o surgimento de oscilações numérica desprovidas de sentido físico. Segundo Huges and Brooks, 1979, esta tendência é resultante do tratamento simétrico dado pelo método de Galerkin a um fenômeno físico parabólico, portanto não simétrico, que é a convecção.

Para minorar a tendência de oscilação numérica, é adotado o método de difusão balanceada proposto pelos trabalhos de Huges and Brooks, 1979, e por Kelly et al., 1980, implementado por Brun, 1988, que consiste em acrescentar ao termo convectivo da equação de Reynolds, um termo de difusão artificial com capacidade de atuação somente no sentido do escoamento.

Durante a realização dos cálculos ficou comprovada a necessidade de adoção do método de difusão balanceada, somente para a lei de parede de Nakayama and Koyama, 1984.

Em linhas gerais, o modelo de turbulência adotado é composto pela solução de fechamento linear e isotrópica proposta por Boussinesq, 1877, para o tensor de Reynolds, ficando a determinação das escalas turbulentas de espaço e tempo que definem a viscosidade turbulenta, a cargo do modelo κ - ϵ de Jones and Launder, 1972, complementado por Launder and Spalding, 1974.

Para testar o desempenho deste sistema de simulação, foi adotado como caso teste, um escoamento especialmente elaborado para a validação de modelos numéricos de turbulência parietal, que se destaca pela seletividade como padrão de comparação e pela qualidade da massa de dados experimentais disponível. Este caso teste, proposto no oitavo ERCOFTAC, 1999, é o escoamento bidimensional no difusor plano assimétrico de Buice and Eaton, 1996.

Este caso teste tem como principais características positivas, a precisão das condições de contorno na entrada da geometria, a separação de camada limite provocada exclusivamente pelo gradiente adverso de pressão e o recolamento e redesevolvimento do perfil de velocidade da camada limite turbulenta.

Além da qualidade e quantidade de dados experimentais existentes, a dificuldade de previsão dos pontos de separação e de recolamento da camada limite, bem como seu redesevolvimento, justificam a recomendação deste escoamento para a análise de modelos de simulação de turbulência parietal.

Os resultados apresentados e confrontados com os dados experimentais incluem, os coeficientes de pressão longitudinais, tomados sobre as paredes superior e inferior do difusor, os perfis transversais de velocidade média em seis pontos do domínio de cálculo, o comprimento da região de recirculação e a localização do início e fim do descolamento de camada limite.

2. Formulação Analítica

2.1. Equações de Reynolds

Considera-se um escoamento turbulento isotérmico e monofásico de um fluido newtoniano incompressível. As equações governantes são deduzidas dos princípios fundamentais da conservação da massa e da quantidade de movimento, através de uma descrição Euleriana do escoamento, conduzindo às equações clássicas de Navier-Stokes, que apresentadas sob forma adimensional e sob notação cartesiana indicial resultam em:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

onde:

u representa o campo de velocidade; p representa o campo pressão e Re representa o número de Reynolds ($Re = \frac{\rho u D}{\mu}$).

Pelo método de decomposição de Reynolds para escoamento turbulento, as componentes instantâneas da velocidade e da pressão podem ser escritas por meio de uma componente média e de uma flutuação, ou seja:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad \text{e} \quad p = \bar{p} + p', \quad (3)$$

onde:

u e p correspondem à velocidade e pressão instantâneas; \bar{u} e \bar{p} correspondem à velocidade e pressão médias; p' e u' correspondem à flutuações de velocidade e pressão.

Substituindo-se nas equações de conservação de massa e quantidade de movimento, as variáveis instantâneas pela decomposição de Reynolds (3) e tomando o valor médio destas equações, obtêm-se as equações de Reynolds:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}). \quad (5)$$

O último termo da equação da quantidade de movimento, denominado tensor de Reynolds, representa o valor médio da taxa de transferência de quantidade de movimento devido às flutuações turbulentas de velocidade e

constitui-se em uma incógnita suplementar. As equações de Reynolds formam um sistema aberto de equações e a solução mais freqüentemente adotada para o fechamento deste sistema, é baseado na Hipótese de Boussinesq, 1877, que propõe uma relação linear entre as tensões turbulentas e o gradiente de velocidade médio que, em notação cartesiana indicial, é representado pela relação:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \kappa \delta_{ij}. \quad (6)$$

Nesta relação o termo ν_t , denominado viscosidade turbulenta, não é uma propriedade termodinâmica e sim função das características do escoamento.

Na relação (6), a variável κ , representativa da energia cinética de turbulência, é definida como:

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_k \overline{u'_k u'_k} \quad (7)$$

2.2. Modelo de Turbulência κ - ε

No modelo de turbulência proposto por Jones and Launder, 1972, complementado por Launder and Spalding, 1974, a forma usada para a determinação da viscosidade turbulenta ν_t é baseada na relação de Prandtl e Kolmogorov:

$$\nu_t = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon}, \quad (8)$$

onde:

C_μ é uma constante experimental valendo 0,09; κ é a energia cinética de turbulência; ε é a taxa de dissipação da energia cinética de turbulência.

Como κ e ε são variáveis suplementares, são necessárias duas equações para sua determinação.

As equações de κ e ε , representadas respectivamente pelas equações (11) e (12), permitem o fechamento do sistema de equações sob a forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Rt} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (10)$$

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{1}{Re} + \left(\frac{1}{Rt \cdot \sigma_\kappa} \right) \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \right] + \Pi - \varepsilon, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{1}{Re} + \left(\frac{1}{Rt \cdot \sigma_\varepsilon} \right) \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \cdot \Pi - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa}. \quad (12)$$

Sendo \bar{u}_i , u'_i , P , κ , ε , Re e Rt respectivamente a velocidade média, a flutuação de velocidade, uma pressão generalizada, a energia cinética de turbulência, a taxa de dissipação da energia cinética de turbulência, o número de Reynolds e o número de Reynolds turbulento. A pressão generalizada e o número de Reynolds turbulento são definidos pelas seguintes equações:

$$P = \bar{p} + \frac{2}{3} \kappa \quad \text{e} \quad \frac{1}{Rt} = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon}. \quad (13)$$

As constantes C_μ , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_κ e σ_ε são calibradas experimentalmente, correspondendo aos seguintes valores respectivamente: 0,09, 1,44, 1,92, 1, 1,3. O termo \bar{p} representa a pressão média. O termo de Π e o tensor de Reynolds são definidos respectivamente como:

$$\Pi = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \quad \text{e} \quad \overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad (14)$$

sendo δ_{ij} a função delta de Kronecker.

2.3. Leis de parede

O modelo de turbulência $\kappa\text{-}\varepsilon$ é incapaz de modelar corretamente a região interna da camada limite turbulenta, onde a dissipação viscosa e a dissipação turbulenta apresentam mesma ordem de grandeza. A opção adotada neste trabalho é a representação desta região do escoamento por meio de leis de parede.

Três leis de parede são testadas: lei logarítmica clássica, lei de Mellor, 1966, e lei de Nakayama and Koyama, 1984. A lei de Mellor, 1966, e de Nakayama and Koyama, 1984, consideram em sua formulação o efeito de gradientes adversos de pressão. Os resultados obtidos com a lei de parede logarítmica clássica, que ignora a ação do campo de pressão, são usados como referência.

2.3.1. Lei de parede logarítmica clássica

A equação média de Prandtl, para a camada limite turbulenta bidimensional, pode ser representada em notação cartesiana ortogonal como:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = 0. \quad (15)$$

Se integrada ao longo da espessura da camada limite, considerando nulo o gradiente longitudinal de pressão, resulta em:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} = u_F^2, \quad (16)$$

onde x e y representam as direções normais e tangenciais à parede, \bar{u} e \bar{v} são as velocidades médias segundo as direções x e y , o tensor de Reynolds é representado por $\overline{u'v'}$, a pressão média é representada por \bar{p} , a viscosidade cinemática por ν , a massa específica por ρ e a constante de integração, medida da tensão de cisalhamento na parede, é representada por u_F^2 e denominada velocidade de atrito, devido a sua natureza dimensional.

A integração da equação (16) é condicionada pela natureza física da região interna da camada limite turbulenta. Para a sub-camada viscosa, onde são predominantes os efeitos da dissipação viscosa, o tensor de Reynolds é ignorado e a lei de parede resultante assume a forma:

$$y^* = u^*, \quad (17)$$

com as variáveis adimensionais y^* e u^* definidas pelas relações:

$$y^* = \frac{yu_F}{\nu} \quad \text{e} \quad u^* = \frac{\bar{u}}{u_F}. \quad (18)$$

Na região turbulenta a dissipação viscosa não é significativa, sendo o tensor de Reynolds modelado pela hipótese de Boussinesq e a viscosidade turbulenta, ν_T , expressa por meio da hipótese do comprimento de mistura de Prandtl, levando à formulação:

$$u^* = \frac{1}{K} \ln y^* + C, \quad (19)$$

onde as constantes K e C , resultantes de calibração experimental, são $K = 0,419$ e $C = 5,445$.

A representação da região de transição, existente entre a sub-camada laminar e a região turbulenta, pode ser feita com formulação específica. Esta opção é pouco freqüente, sendo mais simples o emprego das relações (17) e (19), de forma que o ponto de interseção das equações, situado em $y^* = 11,64$, defina o limite de aplicação superior da relação (17) e o limite de aplicação inferior da relação (19).

2.3.2. Lei de parede de Mellor

A integração da equação (15) ao longo da espessura da camada limite, incluindo o termo representativo do gradiente longitudinal de pressão, resulta na forma:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = u_F^2. \quad (20)$$

Um procedimento análogo ao adotado para a obtenção da equação (17), resulta como a lei de parede para a sub-camada viscosa, a relação:

$$u^* = y^* + \frac{1}{2} p^* y^{*2}, \quad (21)$$

onde p^* representa o gradiente de pressão adimensional, valendo:

$$p^* = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \frac{v}{u_F^3}. \quad (22)$$

Para a região totalmente turbulenta, um procedimento similar ao empregado na equação (19), resulta na forma:

$$u^* = \frac{2}{K} \left(\sqrt{1 + p^* y^*} - 1 \right) + \frac{1}{K} \left(\frac{4y^*}{2 + p^* y^* + 2\sqrt{1 + p^* y^*}} \right) + C_P. \quad (23)$$

A variação dos valores de C_P são considerados em função do gradiente de pressão adimensional p^* . Os valores determinados por Mellor, 1966, são interpoláveis na Tabela (1):

Tabela 1: Valores para interpolação da constante de integração C_P

p^*	-0,01	0,00	0,02	0,05	0,10	0,20	0,25	0,33	0,50	1,00	2,00	10,00
C_P	4,92	4,90	4,94	5,06	5,26	5,63	5,78	6,03	6,44	7,34	8,49	12,13

Para gradientes de pressão muito fortes, com $p^* \geq 8$, Mellor, 1966 propõe a relação:

$$C_P = \frac{2}{K} + 1,33(p^*)^{\frac{1}{3}} + 4,38(p^*)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{K} \ln \left(\frac{4}{p^*} \right). \quad (24)$$

2.3.3. Lei de parede de Nakayama & Koyama

O trabalho de Nakayama and Koyama, 1984, apresenta uma lei de parede deduzida a partir da equação de energia cinética de turbulência para a camada limite, reescrita em função do fluxo difusivo J e da tensão de cisalhamento τ , sob a forma:

$$\frac{dJ}{dy} + \tau \frac{d\bar{u}}{dy} - \rho\varepsilon = 0, \quad (25)$$

com

$$J = \rho \left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial y} \quad \text{e} \quad \tau = \rho \nu_T \frac{d\bar{u}}{dy}, \quad (26)$$

sendo portanto possível modelar o fluxo difusivo J como

$$J = -\frac{1}{\rho \sigma_k \sqrt{C_\mu}} \tau \frac{d\tau}{d\bar{u}}, \quad (27)$$

onde κ é a energia cinética de turbulência, ε a taxa de dissipação da energia cinética de turbulência, σ_T e C_μ constantes do modelo.

Compatibilizando métodos analíticos com resultados experimentais de Stratford, 1966, que descrevem o comportamento físico da camada limite turbulenta sob placa plana, desde o início de sua formação até seu colapso, representado pelo início de descolamento imposto pela ação de gradientes adversos de pressão, Nakayama and Koyama, 1984, apresentam como solução para a equação (25), a relação:

$$u^* = \frac{1}{K} \left[3(t - t_s) + \ln \left(\frac{t_s + 1}{t_s - 1} \frac{t_s - 1}{t_s + 1} \right) \right], \quad (28)$$

com

$$t = \sqrt{\frac{1 + 2\tau^*}{3}} \quad , \quad \tau^* = \frac{\tau}{\tau_P} = 1 + p^* y^* \quad \text{e} \quad K = \frac{0,419 + 0,539p^*}{1 + p^*}, \quad (29)$$

sendo t_s um valor de t correspondente a uma posição y_s^* onde a velocidade é pequena se comparada a u^* . A determinação de y_s^* é feita com a relação de Chen, 1984, aqui representada pela formulação:

$$y_s^* = \frac{e^{\kappa C}}{1 + p^* n}. \quad (30)$$

3. Formulação numérica

3.1. Discretização temporal

O sistema de equações apresentado tem sua discretização implementada através de uma aproximação de primeira ordem da derivada temporal, obtida a partir de um esquema de diferenças finitas semi-implícito sequencial, com erro de truncamento de primeira ordem, segundo a proposição de Brun, 1988, capaz de permitir a linearização das equações do sistema a cada passo de tempo. O sistema de equações é apresentado abaixo:

$$\frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0, \quad (31)$$

$$\frac{\bar{u}_i^{n+1} - \bar{u}_i^n}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i^n \bar{u}_j^{n+1}) = -\frac{\partial \bar{p}^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Rt^n} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j^n}{\partial x_i} \right) \right], \quad (32)$$

$$\frac{\kappa^{n+1} - \kappa^n}{\Delta t} + \bar{u}_i^n \frac{\partial \kappa^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Rt^n \cdot \sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa^{n+1}}{\partial x_i} \right] + \Pi^{n+1} - \frac{\varepsilon^n}{\kappa^n} \kappa^{n+1}, \quad (33)$$

$$\frac{\varepsilon^{n+1} - \varepsilon^n}{\Delta t} + \bar{u}_i^n \frac{\partial \varepsilon^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Rt^n \cdot \sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon^{n+1}}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon^n}{\kappa^n} \cdot \Pi^{n+1} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^n}{\kappa^n} \varepsilon^{n+1}, \quad (34)$$

onde o termo Π^{n+1} e o número de Reynolds turbulento são dados pelas seguintes relações:

$$\Pi^{n+1} = \left[\frac{1}{Rt^n} \left(\frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j^{n+1}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa^n \delta_{ij} \right] \frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_j} \quad \text{e} \quad \frac{1}{Rt^{n+1}} = C_\mu \frac{(\kappa^{n+1})^2}{\varepsilon^{n+1}} \quad (35)$$

3.2. Discretização espacial

O sistema de equações que representa o escoamento é discretizado espacialmente sobre o domínio de solução, através de elementos finitos triangulares com funções de interpolação lineares. As condições de compatibilidade, entre pressão e velocidade, são respeitadas conservando-se funções de interpolação lineares através do emprego de duas malhas de cálculo. Uma malha básica para o cálculo da pressão com elementos P1 e uma malha de velocidade, obtida a partir da malha de pressão por subdivisão de cada elemento P1 em quatro elementos iguais de tipo P1/isoP2, para o cálculo das demais variáveis.

A resolução simultânea das equações de continuidade e de quantidade de movimento é implementada através de um método de resíduo mínimo proposto por Buffat, 1981.

A Fig.(1) mostra um trecho das malhas de pressão e velocidade, correspondentes a região do difusor assimétrico plano, indicando o número de nós e de elementos constituintes de cada malha.

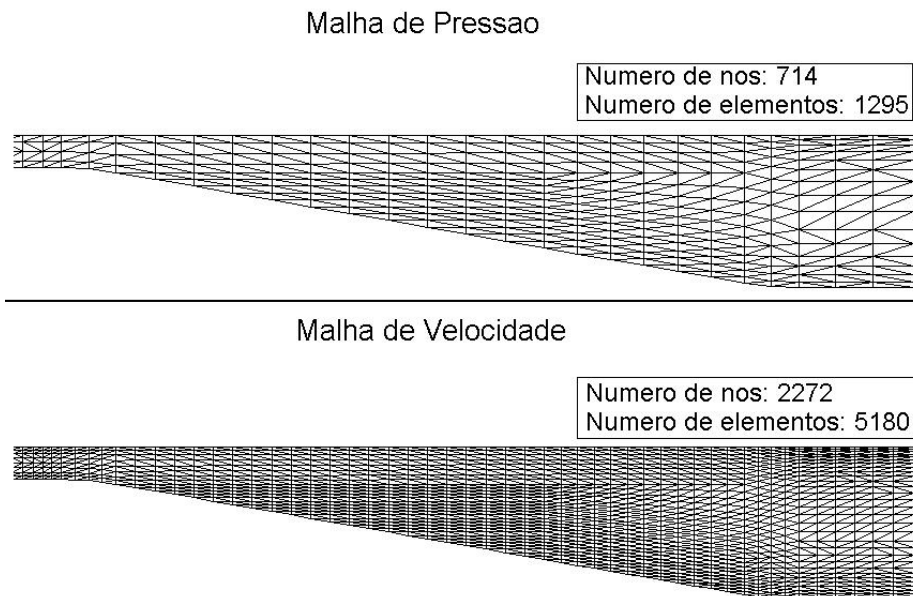


Figura 1: Malhas de cálculo

3.3. Condições de contorno

Os perfis de velocidade, energia cinética de turbulência e taxa de dissipação da energia cinética de turbulência, impostos na seção de entrada do difusor plano, foram obtidos numericamente através de uma malha auxiliar. O número de Reynolds utilizado neste escoamento foi de 20000, obtido com a altura (H) da seção de entrada do canal, como sendo o comprimento característico.

As condições de contorno para a energia cinética de turbulência e sua taxa de dissipação, correspondentes a aplicação da lei logarítmica clássica e as leis de Mellor, 1966, e Nakayama and Koyama, 1984, são as descritas por Rodrigues et al., 1991a.

O escoamento que se estabelece na vizinhança imediata das fronteiras sólidas é modelado através das leis de parede para camada limite turbulenta sobre paredes planas, sendo incorporado ao escoamento plenamente turbulento como condição de contorno. A instabilidade numérica provocada pelo uso de condições de contorno não lineares é controlada pelo algoritmo proposto por Rodrigues et al., 1991b.

4. Caso teste

O experimento de Obi et al., 1993, com as alterações propostas por Buice and Eaton, 1996, destinadas a garantir a bidimensionalidade do escoamento, é adotado como caso teste para avaliar o desempenho das opções de simulação da turbulência parietal ensaiadas. O experimento considerado é um escoamento turbulento bidimensional, que se desenvolve em um difusor assimétrico plano, com dez graus de abertura, complementado por canais de entrada e saída, destinados a estabilização e desenvolvimento do escoamento.

O experimento do difusor plano assimétrico é especialmente concebido para gerar os dados experimentais necessários nas análises de desempenho e calibração de algoritmos numéricos destinados à simulação de escoamentos turbulentos complexos. Para tanto, podem ser citadas as seguintes características convenientes para a validação destes algoritmos:

- i) condições de contorno na entrada do duto muito bem definidas. O comprimento do duto de entrada é cento e dez vezes maior que sua altura H , garantindo que o escoamento na entrada da expansão seja um escoamento turbulento plenamente desenvolvido;
- ii) o descolamento da camada limite, provocado apenas pela desaceleração imposta pelo gradiente adverso de pressão, é suave e acontece sob condições físicas muito próximas da situação de não-descolamento da camada limite turbulenta;
- iii) a previsão da posição do ponto de recolamento e a extensão da região de descolamento da camada limite, nesta configuração, são parâmetros que tornam este caso teste muito seletivo.

As características geométricas do difusor, segundo Buice and Eaton, 1996, são apresentadas na Fig.(2). A direção principal do escoamento é representada por x e a direção transversal por y . O ponto $x = 0$ está localizado onde se inicia a seção divergente do difusor e o ponto $y = 0$ é definido como sendo a parte mais baixa do duto. Na malha de cálculo utilizada, foram obedecidas essas características, sendo a entrada do duto o ponto $x = -8H$. Todas as concordâncias foram obedecidas de acordo com Buice and Eaton, 1996.

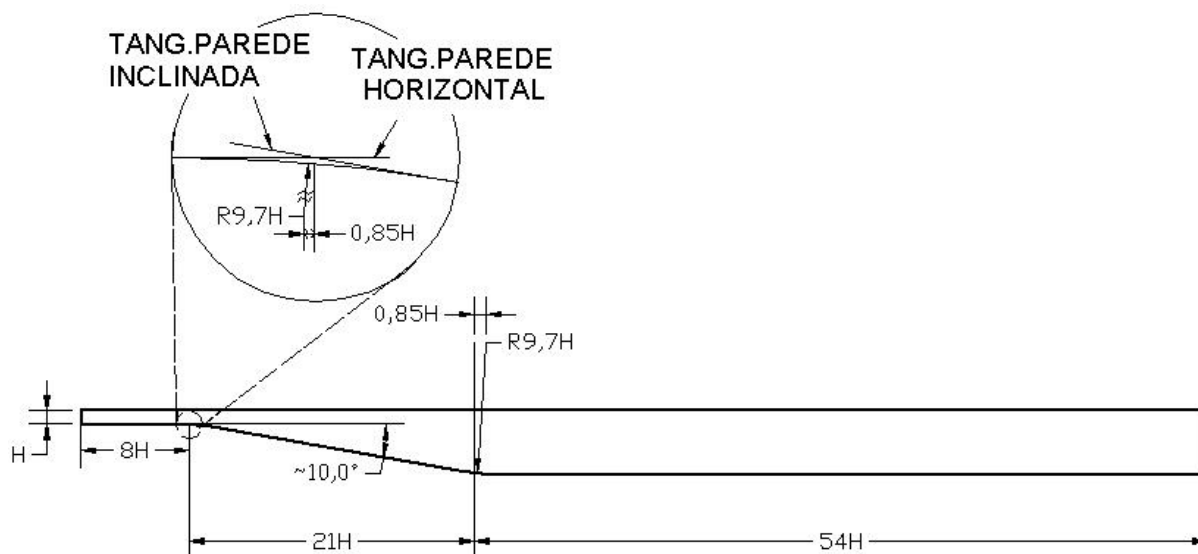


Figura 2: Geometria do difusor plano assimétrico

O fluido utilizado no experimento foi o ar com um número de Reynolds 20000 baseado na altura inicial do canal H .

5. Resultados

Os resultados apresentados se referem, inicialmente, às características da região de recirculação, incluindo seu comprimento, localização do ponto de descolamento, e uma ilustração qualitativa composta pelas linhas de corrente do escoamento. Na seqüência são mostrados os perfis transversais de velocidade média em seis pontos do difusor. Finalmente são ilustrados os perfis longitudinais dos coeficientes de pressão, computados sobre as paredes, superior e inferior, do difusor. Após a apresentação dos resultados numéricos são mostrados os custos de processamento resultantes do uso de cada uma das três leis de parede.

5.1. Região de recirculação

A Fig.3 apresenta as linhas de corrente correspondentes ao uso da lei de parede de Nakayama and Koyama, 1984, a única das três leis testadas que conseguiu prever o descolamento da camada limite. O comprimento da bolha de recirculação calculada neste trabalho é de $26H$, idêntico ao encontrado por Fatica et al., 1997, e com a mesma ordem de grandeza dos resultados experimental de Buice and Eaton, 1996, numéricos de Iaccarino, 2000 e de Poroseva and Iaccarino, 2001, cujos comprimentos são de $23,5H$, $21,0H$ e $18,0H$, respectivamente.

O ponto de descolamento da camada limite calculado neste trabalho foi de $2,58H$. O trabalho experimental de Buice and Eaton, 1996, apresenta o valor de $6H$ para o descolamento enquanto que Obi et al., 1993, também experimental, mostra o valor de $11H$, para esta condição, já os trabalhos numéricos de Fatica et al., 1997, Iaccarino, 2000 e Poroseva and Iaccarino, 2001, apresentam valores de $6,5H$, $7,0H$ e $10,0H$, respectivamente.

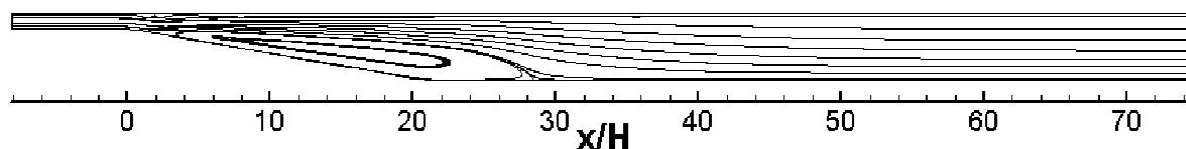


Figura 3: Linhas de corrente - região de recirculação de comprimento $26H$

5.2. Perfis transversais de velocidade

Os perfis de velocidades apresentados sob forma adimensional, onde a velocidade média u é adimensionalizada pela velocidade média Ub , definida por Buice and Eaton, 1996, pela relação:

$$Ub = \frac{\dot{m}}{\rho HW}, \quad (36)$$

onde \dot{m} é a vazão mássica média do escoamento, H e W são a altura e largura da seção de entrada, respectivamente.

A distância y normal à parede, é adimensionalizado em relação ao comprimento H , correspondente à altura da seção de entrada do difusor.

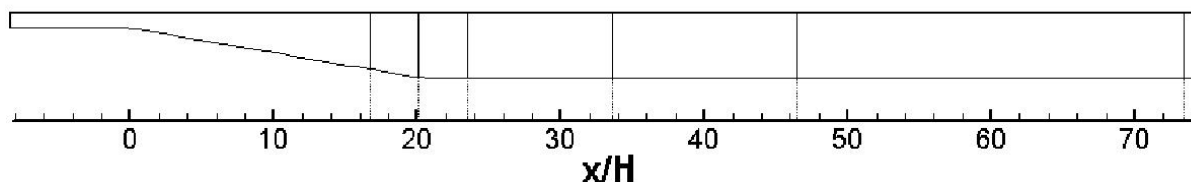


Figura 4: Perfis de velocidade analisados

Os resultados de velocidade correspondem aos perfis transversais localizados em $x = 16,93H$, $x = 20,32H$, $x = 23,71H$, $x = 33,87H$, $x = 46,62H$ e em $x = 73,71H$, conforme ilustra a Fig.(4):

As Fig.5, 6 e 7 mostram respectivamente os perfis de velocidade, no canal imediatamente após o difusor e na seção terminal do canal de saída.

Nas Fig.5(a) e 5(b), correspondentes a $x = 16,93H$ e $x = 20,32H$, é nítida a superioridade do resultado obtido com a lei de Nakayama and Koyama, 1984, que mostra valores próximos aos dados experimentais. Observa-se que os perfis correspondentes à lei logarítmica e à lei de Mellor, 1966, não mostram o descolamento

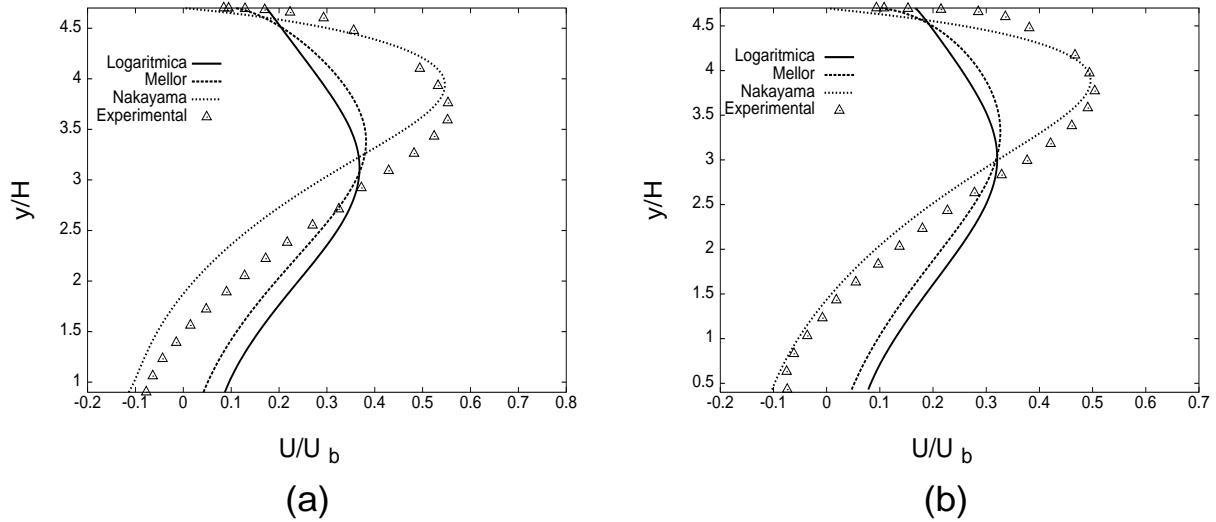


Figura 5: (a) perfil de velocidade em $x = 16,93H$ e (b) perfil de velocidade em $x = 20,32H$

da camada limite existente nesta região. Como esperado, o perfil de Mellor, 1966, aproxima-se mais dos valores experimentais que o perfil obtido com a lei logarítmica, sobretudo nas proximidades das paredes inferior e superior do difusor.

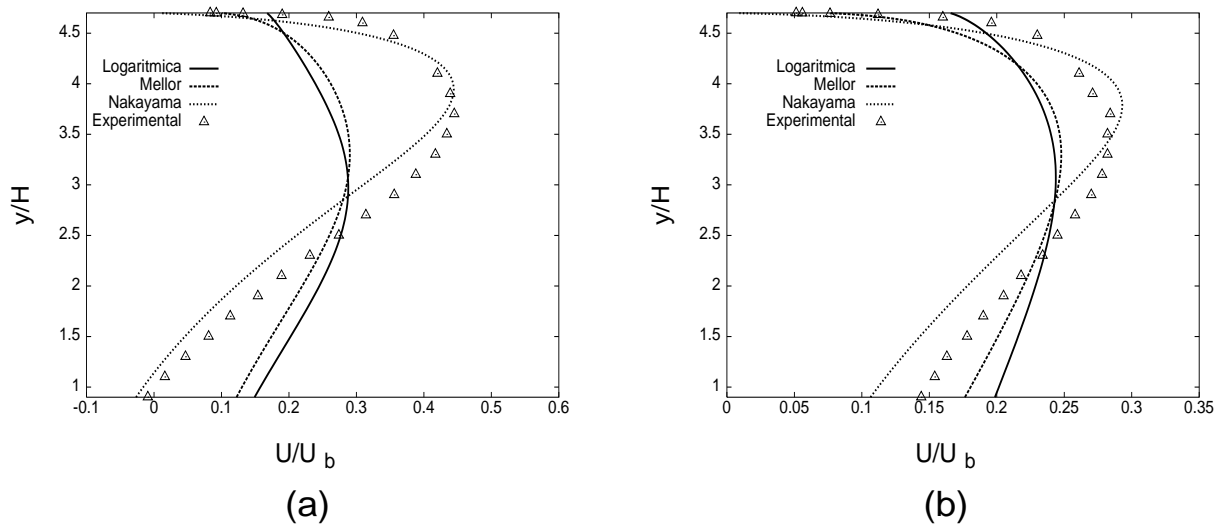


Figura 6: (a) perfil de velocidade em $x = 23,71H$ e (b) perfil de velocidade em $x = 33,87H$

Os resultados da Fig.6(a), correspondente a $x = 23,71H$, mostram o fim da região de recirculação. Os perfis calculados apresentam as mesmas características observadas na Fig.(5), sendo o perfil de Nakayama and Koyama, 1984, uma representação muito boa do perfil experimental, enquanto os resultados obtidos com as leis logarítmica e de Mellor, 1966, mostram-se incapazes de representar o descolamento de camada limite.

Na Fig.6(b), correspondente a $x = 33,87H$, o escoamento já recolou totalmente e a camada limite está em processo de redensolvimento. Os resultados obtidos apresentam uma mudança sensível. Apesar do perfil de Nakayama and Koyama, 1984, ser ainda a melhor representação da realidade experimental, os valores obtidos com as outras duas leis de parede começam a se aproximar dos dados experimentais, notadamente nas proximidades das paredes inferior e superior.

As Fig.7(a) e 7(b), correspondentes a $x = 46,62H$ e $x = 73,71H$, confirmam a dificuldade de simulação do processo de redensolvimento da camada limite turbulenta. Somente a lei de parede logarítmica consegue recuperar a natureza simétrica do perfil experimental em $x = 46,62H$, Fig.7(a). No ponto $x = 73,71H$, Fig.7(b), o perfil obtido com a lei logarítmica mantém suas características e o perfil de Mellor, 1966, também assume uma distribuição simétrica. Os resultados de Nakayama and Koyama, 1984, nestas duas seções, mantém a tendência a maiores velocidades na metade superior e menores velocidades na metade inferior do canal, originadas pelo descolamento. Entretanto, os valores da velocidade, calculados nas proximidades das paredes são muito próximos

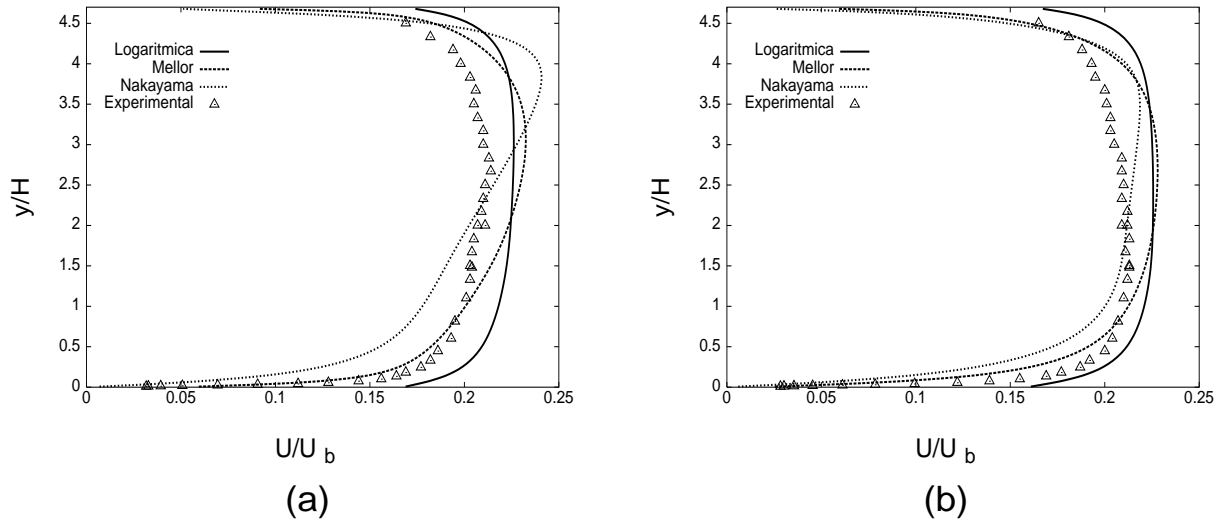


Figura 7: (a) perfil de velocidade em $x = 46,62H$ e (b) perfil de velocidade em $x = 73,71H$

dos valores experimentais, sobretudo na parede inferior, característica também apresentada pelo perfil de Mellor, 1966, e não compartilhada pelo perfil obtido com a lei logaritmica.

5.3. Os coeficientes de pressão

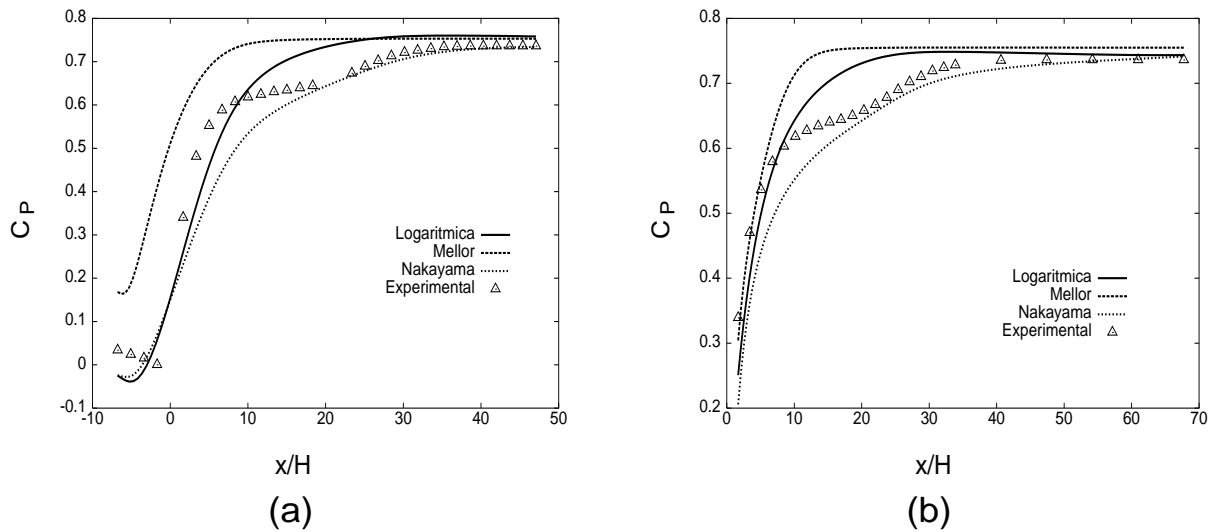


Figura 8: (a) coeficiente de pressão na parede inferior e (b) coeficiente de pressão na parede superior

Os coeficientes de pressão apresentados são parâmetros adimensionais definidos pela relação:

$$C_P = \frac{P - P_{x=-1.7}}{\frac{1}{2}\rho U_b^2}, \tag{37}$$

onde $P_{x=-1.7}$ é uma pressão em $x = -1.7H$.

As Fig.8(a) e 8(b) apresentam os perfis longitudinais dos coeficientes de pressão calculados, respectivamente, ao longo das paredes inferior e superior do difusor assimétrico plano. Os resultados mostram a superioridade da previsão feita por Nakayama and Koyama, 1984, sobre os demais perfis, sendo o pior resultado o obtido com a lei de Mellor, 1966.

5.4. Custo computacional

A Tabela (2) compara o custo computacional das três leis de parede, apresentando o número de iterações necessárias e o tempo de CPU em horas. A máquina utilizada foi um micro computador Dell Pentium III 933 MHz com 512 Mb de memória Ram. Observa-se que a superioridade apresentada pela lei de Nakayama

and Koyama, 1984, tem um custo, em média, duas vezes maior que as outras duas leis. Este resultado pode ser atribuído ao fato de que a lei de Nakayama and Koyama, 1984, empregam como base de cálculo o campo de energia cinética de turbulência, cuja convergência é mais lenta que o campo de velocidade, adotado como variável básica pelas leis logarítmica e de Mellor, 1966. Além desse fato, a lei de Nakayama and Koyama, 1984, é a única que necessita da atuação do método de dissipação balanceada de Huges and Brooks, 1979, e Kelly et al., 1980, para assegurar sua convergência.

Tabela 2: Custo Computacional

Leis de Parede	N.Iterações	Tempo CPU
Logarítmica	100000	14,45h
Mellor (1966)	110000	16,27h
Nakayama & Koyama (1984)	380000	30,18h

6. Conclusões

Os resultados obtidos mostram que o uso do difusor plano assimétrico de Buice and Eaton, 1996, como caso teste para escoamentos parietais complexos, é uma escolha acertada não só pela qualidade da base de dados experimentais disponível mas, principalmente, pelo desafio que representa a simulação do escoamento que nele se desenvolve.

A simulação de escoamentos turbulentos complexos, por meio do emprego de leis de parede, deve respeitar a natureza física da situação em estudo. A adoção de um modelo de fechamento linear e isotrópico, como é o modelo de Boussinesq, 1877, associado a uma lei de parede obtida sob hipóteses restritivas muito fortes, como acontece com a lei de parede logarítmica clássica, apesar de seu sucesso industrial é incapaz de simular situações físicas importantes, do ponto de vista tecnológico, como a que acontece no difusor plano assimétrico de Buice and Eaton, 1996.

Por outro lado, soluções eficazes como a representada pela lei de parede de Nakayama and Koyama, 1984, tem como contrapartida, além do alto custo computacional, a necessidade de emprego de recursos numéricos sofisticados, que requerem implementação complexa e demorada, como é o caso dos algoritmos de dissipação balanceada de Huges and Brooks, 1979, Kelly et al., 1980, e de minimização de erro de Rodrigues, 1990.

A complexidade e os custos de processamento necessários para a implementação de leis de parede mais eficazes, como a de Nakayama and Koyama, 1984, abre espaço para a experimentação de modelos de turbulência mais sofisticados que os originados na hipótese de Boussinesq, 1877, na modelação de escoamentos turbulentos parietais.

7. Agradecimentos

Agradecemos aos colegas, alunos e professores, do Grupo Vortex, pelo apoio e incentivo recebidos. Agradecemos também, à Fundação de Empreendimentos Científicos e Tecnológicos, FINATEC, pelo apoio material e financeiro que viabilizaram este trabalho.

8. Referências

- 8th ERCOFTAC/IAHR/COST, 1999, Workshop on Refined Turbulence Modelling.
- AFOSR-HTTM, 1980-1981, Stanford Conference on Complex Turbulent Flows.
- Brun, G., 1988, "Developpement et Application d'une Méthod d'Éléments Finis pour le Calcul des Écoulements", PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, France.
- Buffat, M., 1981, "Formulation Moindres Carrés Adaptées au Traitement des Effets Convectifs dans les Équations de Navier-Stokes", PhD thesis, Université Claude Bernard, France.
- Buice, C. U. and Eaton, J. K., 1996, Experimental Investigation of Flow Through an Asymmetric Plane Diffuser, Stanford University.
- Chen, Y. S., 1984, Applications of a New Wall Function to Turbulent Flow Computations, "AIAA Journal", Vol. 86, No. 1, pp. 438.
- Fatica, M. and Mittal, R., 1996, Progress in the Large-Eddy Simulation of an Asymmetric Plane Diffuser, Stanford University.
- Fatica, M., Mittal, R., and Kaltenbach, H. J., 1997, Validation of Large-Eddy Simulation in a Plain Asymmetric Diffuser, Stanford University.
- Huges, T. J. R. and Brooks, A., 1979, A Multi-Dimensional Upwind Scheme with no Crosswind Diffusion. Finite Element Methods for Convection Dominated Flows, "ASME-AMD", Vol. 34.

- Iaccarino, G., 2000, Annual Research Briefs 2000, Center for Turbulence Research.
- Jones, W. P. and Launder, B. E., 1972, The Prediction of Laminarisation with a Two-equation Model of Turbulence, "Journal of Heat and Mass Transfer", Vol. 15, pp. 301-314.
- Kaltenbach, H. J., 1994, Large-Eddy Simulation of Flow Through a Plane Asymmetric Diffuser, Stanford University.
- Kaltenbach, H. J., Fatica, M., Mittal, R., Lund, T. S., and Moin, P., 1999, Study of Flow in a Planar Asymmetric Diffuser Using Large-Eddy Simulation, "Journal of Fluid Mechanics", Vol. 390, pp. 151-185.
- Kelly, D. W., Nakazawa, S., and Zienkiewicz, S., 1980, A Note on Upwind and Anisotropic Balancing Dissipation in Finite Element Approximations to Convective Diffusion Problems, "International Journal of Numerical Methods in Engineering", Vol. 15.
- Launder, B. E. and Spalding, D. B., 1974, The Numerical Computation of Turbulent Flows, "Computational Methods Applied Mechanic Engineering", Vol. 3, pp. 269-289.
- Mellor, G. L., 1966, The Effects of Pressure Gradients on Turbulent Flow Near a Smooth Wall, "Journal of Fluid Mechanics", Vol. 3, No. 2.
- Nakayama, A. and Koyama, H., 1984, A Wall Law for Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients, "AIAA Journal", Vol. 24.
- Obi, S., Aoki, K., and Masuda, S., 1993, Experimental and Computational Study of Turbulent Separating Flow in an Asymmetric Plane Diffuser, "Ninth Symposium on Turbulent Shear Flows", Vol. 16, pp. 305.
- Patankar, S. V. and Spalding, D. B., 1967, Heat and Mass Transfer in Boundary Layers, London.
- Poroseva, S. and Iaccarino, G., 2001, Annual Research Briefs 2001, Center for Turbulence Research.
- Rodrigues, J. L. A. F., 1990, "Méthode de Minimisation Adaptée à la Technique des Éléments Finis pour la Simulation des Écoulements Turbulents avec Conditions aux Limites non Linéaires de Proche Paroi", PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, France.
- Rodrigues, J. L. A. F., Brun, G., and Jeandel, D., 1991a, Simulação de escoamentos turbulentos parietais submetidos a gradientes adversos de pressão-estudo de três leis de parede, "XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM", p. 445.
- Rodrigues, J. L. A. F., Brun, G., and Jeandel, D., 1991b, Um Método de Mínimo Resíduo Adaptado ao Cálculo de Condições de Contorno Não-Lineares no escoamento turbulento bidimensional, "XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM", p. 465.
- Stratford, B. S., 1966, The Prediction of Separation of Turbulent Boundary Layer, "Journal of Fluid Mechanics", Vol. 5.

COMPUTATIONAL STUDY OF TURBULENT FLOW WITH SEPARATION OF THE BOUNDARY LAYER

Regis Silvestre da Costa Ataídes

University of Brasilia - Department of Mechanical Engineering - 70910-900 Brasilia - DF regis_costa@bol.com.br

José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues

University of Brasilia - Department of Mechanical Engineering - 70910-900 Brasilia - DF fontoura@unb.br

Abstract. *The main goal of this work is to present some results of the numerical simulation of a turbulent flow, with separation of the boundary layer, caused by adverse pressure gradient. It has been analyzed the turbulent flow of well known asymmetric plane diffuser of the Obi et al., 1993 experiment, improve by Buice and Eaton, 1996. The turbulence model adopted is the classical Jones and Launder, 1972 κ - ϵ . The simulation of the boundary layer inner is done by means of three different laws of wall: logarithmic law, Mellor, 1966 law and Nakayama and Koyama, 1984 law. The spatial discretization is done by means of P1/isoP2 finite element, while the temporal discretization is carried out by sequential semi-implicit algorithm of finite differences. The numerical solution of the pressure-velocity coupling is taken place by means of a variant of the Uzawa algorithm, proposed by Buffat, 1981. To filter the numerical noises, originated casually by the symmetric treatment used by Galerkin method to the convective fluxes, it is adopted the balance dissipation method proposed by Huges and Brooks, 1979 and Kelly et al., 1980. The remaining non-linearities, due to laws of wall, are treated by minimal residual method proposed by Rodrigues, 1990.*

Keywords *Parietal Turbulence, Law of Wall, Boundary Layer Separation, Asymmetric plane diffuser, Finite Element.*