

**DESEMPENHO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA NÃO-LINEARES NA  
SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS PARIETAIS****Carlos Henrique Ribeiro Lima**

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica Campus Universitário Darcy Ribeiro - 70910-900 - Brasília, DF, Brasil  
[chrlima@hotmail.com](mailto:chrlima@hotmail.com)

**José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues**

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica Campus Universitário Darcy Ribeiro - 70910-900 - Brasília, DF, Brasil  
[fontoura@unb.br](mailto:fontoura@unb.br)

***Resumo.** Este trabalho apresenta uma análise comparativa de desempenho, entre cinco modelos de turbulência, três deles centrados no fechamento de primeira ordem de Boussinesq, 1877, e os restantes derivados do fechamento de segunda ordem proposto por Gatski and Speziale, 1993. Para cada uma das representações do tensor de Reynolds em estudo, são examinados modelos capazes de simular a região interna da camada limite turbulenta, por meio de lei de parede e por modelos de turbulência do tipo baixo-Reynolds. Foram testadas a lei logarítmica clássica e os modelos baixo-Reynolds de So et al., 1997, e de Wilcox, 1993. O caso teste adotado é o escoamento no difusor assimétrico de Buice and Eaton, 1997, proposto no oitavo ERCOFTAC como banco de dados experimentais criado para fundamentar a análise de desempenho de modelos numéricos de turbulência parietal. A discretização numérica é feita por meio de volumes finitos colocados, para pressão e velocidade, complementados pela interpolação de Rhie and Chow, 1983 para os fluxos de massa. Os resultados obtidos mostram a localização e o tamanho da região de recirculação, os perfis longitudinais dos coeficientes de pressão correspondentes às paredes superior e inferior do difusor e os perfis transversais de velocidade média no duto de acesso ao difusor, no difusor e em seu duto de saída.*

***Palavras chave:** Turbulência Parietal; Fechamento de Segunda Ordem; Difusor Assimétrico; Lei de Parede; Baixo-Reynolds.*

**1. Introdução**

Nos escoamentos turbulentos de interesse industrial, são freqüentes as situações onde os modelos de turbulência originados na hipótese de Boussinesq, 1877, mesmo quando conseguem produzir resultados qualitativos importantes, não apresentam boa modelagem quantitativa do escoamento.

As inconsistências da hipótese de Boussinesq, 1877, se evidenciam quando o escoamento sofre mudanças bruscas na taxa de deformação média ou quando for sensível a ação de fontes produtoras de taxa de deformação externas ao escoamento.

Estas condições são encontradas em geometrias curvas, escoamentos secundários, escoamentos estratificados, fluidos em rotação, separação de camada limite e tridimensionalidade do escoamento. A produção de taxas de deformação, independentes do escoamento, tem como consequência o surgimento de anisotropia nas componentes normais do tensor de Reynolds. Por sua vez, mudanças bruscas na taxa de deformação média produzem variações das tensões de Reynolds, não relacionadas com as escalas de espaço e tempo do escoamento médio.

Durante os anos noventa, foram desenvolvidos muitos modelos de turbulência com fechamentos de segunda ordem, propondo modelação não-linear para o tensor de Reynolds. Em sua maioria, estes modelos são obtidos a partir da equação de transporte do tensor de Reynolds e se diferenciam na forma adotada para a representação matemática das correlações existentes na equação evolutiva do tensor. Dentre estes modelos destacam-se os designados pelo acrônimo ARSM (Algebraic Reynolds Stress Model), que fundamentados pelo trabalho de Rodi, 1972, modelam as tensões turbulentas por meio de um sistema algébrico de equações, obtidas por transformações e simplificações da equação evolutiva do tensor de Reynolds, submetida a hipóteses restritivas que variam segundo a abordagem de cada modelo.

Para que a análise de resultados numéricos obtidos por diferentes modelos de turbulência seja eficiente, é necessário que as situações físicas usadas como padrão de comparação sejam seletivas, ou seja, tenham características físicas compatíveis com a capacidade de simulação dos modelos testados.

No escoamento do degrau de Kim et al., 1980, concebido para testar modelos de turbulência em uso no início dos anos oitenta, o descolamento após o degrau é imposto ao escoamento pela variação brusca da geometria, sendo o comprimento da região de recirculação o parâmetro característico, deste caso teste, na avaliação dos modelos testados.

Análises comparativas entre modelos de turbulência baseados em fechamentos de primeira e segunda ordem, resultantes da simulação dos escoamento sobre os degraus de Kim et al., 1980, e de Driver and Seegmiller, 1995, apresentadas respectivamente por Lima and Rodrigues, 2001, e Zandonade and Rodrigues, 2000, não mostram diferenças importantes de desempenho entre os modelos testados.

Um caso teste, especialmente elaborado para a validação de modelos numéricos de turbulência parietal, destaca-se pela seletividade apresentada e pela massa de dados experimentais disponível, foi apresentado no oitavo ERCOFTAC como o escoamento bidimensional no difusor plano assimétrico de Buice and Eaton, 1997.

Este caso teste tem como principais características positivas, a precisão das condições de contorno na entrada da geometria, a separação de camada limite provocada exclusivamente pelo gradiente adverso de pressão e o recolamento e redesenvolvimento do perfil de velocidade da camada limite turbulenta.

Além da qualidade e quantidade dos dados experimentais existentes, a dificuldade de previsão dos pontos de separação e de recolamento da camada limite, bem como seu redesenvolvimento, justificam a recomendação deste escoamento para a análise de modelos de simulação de turbulência parietal.

O objetivo deste trabalho é analisar comparativamente, os resultados obtidos por cinco diferentes modelos de turbulência, usando como caso teste o escoamento bidimensional no difusor plano assimétrico de Buice and Eaton, 1997.

Foram testados cinco diferentes modelos de turbulência, sendo três deles originados por fechamento de primeira ordem e os dois restantes por fechamento de segunda ordem. O fechamento de primeira ordem adotado representa o tensor de Reynolds por meio da hipótese de Boussinesq, 1877. O fechamento de segunda ordem, proposto por Gatski and Speziale, 1993, representa o tensor de Reynolds por meio de um sistema de equações algébricas explícitas.

As formas adotadas para a simulação da região interna da camada limite turbulenta incluem a lei de parede logarítmica clássica e os modelos baixo-Reynolds de So et al., 1997, e de Wilcox, 1993.

Entre os cinco modelos testados, quatro adotam a determinação das escalas turbulentas de espaço e tempo via modelo  $\kappa - \epsilon$  de Jones and Launder, 1972, complementado por Launder and Spalding, 1974. A exceção é o modelo  $\kappa - \omega$  de Wilcox, 1993.

Os modelos com fechamentos de primeira ordem, também denominados de modelos lineares, são:

- i) modelo linear com lei de parede, representado pela sigla LLP;
- ii) modelo linear com baixo-Reynolds de So et al., 1997, representado pela sigla LBR;
- iii) modelo  $\kappa - \omega$  de Wilcox, 1993, representado pela sigla KW.

Os modelos com fechamento de segunda ordem são:

- i) modelo de Gatski and Speziale, 1993, com lei de parede, representado pela sigla SLP;
- ii) modelo Gatski and Speziale, 1993, com baixo-Reynolds de So et al., 1997, representado pela sigla SBR.

## 2. Formulação matemática

### 2.1. Equações médias de Reynolds

Neste trabalho é empregada a formulação estatística convencional, garantida pela decomposição de Reynolds, 1895. As equações médias resultantes, equações de Reynolds, sujeitas às hipóteses de invariabilidade de massa específica e de viscosidade molecular, tem como formulação cartesiana indicial as relações

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}), \quad (2)$$

onde  $\rho$  é a massa específica,  $\mu$  é a viscosidade molecular,  $u_i$  as componentes de velocidade média,  $p$  a pressão média e  $u'_i$  as componentes de flutuação de velocidade.

As Eqs. (1) e (2) constituem um sistema aberto de equações devido a presença de uma incógnita suplementar que é o tensor de Reynolds. São muito diversificadas as soluções existentes para o problema de fechamento. Cronologicamente, as primeiras soluções propostas, classificadas atualmente como fechamentos de primeira

ordem, previam a representação do tensor de Reynolds a partir do campo de velocidade médio e de parâmetros geométricos e físicos, representativos do escoamento e do fluido. A hipótese de Boussinesq, 1877, é a mais importante proposta de modelação do tensor de Reynolds via fechamentos de primeira ordem. Outra solução possível é a representação do tensor de Reynolds por meio de formulação evolutiva clássica. Esse processo, denominado de fechamento de segunda ordem, gera no entanto correlações de ordem superior que, ou são modeladas por fechamentos de primeira ordem ou necessitam de representação evolutiva clássica, caracterizando então um fechamento de terceira ordem. Neste estudo são comparados os resultados de um fechamento de primeira ordem, resultante da adoção da hipótese de Boussinesq para modelação do tensor de Reynolds, com um fechamento de segunda ordem proposto por Gatski and Speziale, 1993.

## 2.2. Fechamento de primeira ordem

O primeiro e ainda mais utilizado modelamento do tensor de Reynolds é devido a Joseph Boussinesq (Boussinesq, 1877), que propôs um modelo baseado no conceito de viscosidade turbulenta, por analogia ao tensor das tensões viscosas de Navier. Este modelo, linear e isotrópico, é representado pela formulação:

$$-\overline{u'_i u'_j} = 2\nu_T S_{ij} - \frac{2}{3}\kappa\delta_{ij}, \quad (3)$$

onde  $\nu_T$  é a viscosidade cinemática turbulenta,  $\delta_{ij}$  é o operador delta de Kronecker e  $S_{ij}$  e  $\kappa$  são respectivamente o tensor taxa de deformação média e a energia cinética de turbulência, definidos pelas relações:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

e

$$\kappa = \frac{1}{2} \overline{u'_k u'_k}. \quad (5)$$

## 2.3. Fechamento de segunda ordem

O modelo de Gatski e Speziale, 1993, é um modelo de fechamento de segunda ordem, obtido por simplificações da equação evolutiva do tensor de Reynolds. Esta simplificações, propostas por Rodi, 1972, são limitadas a escoamentos incompressíveis onde prevalece o equilíbrio entre produção e dissipação de energia cinética turbulenta, e tem como objetivo substituir a equação de transporte do tensor de Reynolds por um sistema de equações algébricas não-lineares.

Os inconvenientes da formulação de Rodi, 1972, ligados a não linearidade das equações algébricas e a possibilidade de convergência das soluções para valores sem significado físico, foram resolvidos por Pope, 1975, que possibilitou a representação do tensor de Reynolds por meio de um sistema de equações algébricas lineares e explícitas. Os trabalhos de Rodi, 1972, e Pope, 1975, foram os precursores dos modelos algébricos de turbulência, designados pelo acrônimo ASM (Algebraic Stress Models).

O modelo de Gatski and Speziale, 1993, é um modelo algébrico explícito, capaz de ampliar a aplicabilidade da modelação de Pope, 1975, aos escoamentos tridimensionais e garante, adicionalmente, a possibilidade do uso de referenciais não inerciais. A representação proposta para o tensor de Reynolds é definida como

$$-\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3}\kappa\delta_{ij} - \frac{6(1 + \eta^2)\alpha_1\kappa}{3 + \eta^2 + 6\zeta^2\eta^2 + 6\zeta^2} \left[ S_{ij}^* + (S_{ik}^* W_{kj}^* + S_{jk}^* W_{ki}^*) - 2 \left( S_{ik}^* S_{kj}^* - \frac{1}{3} S_{kl}^* S_{kl}^* \delta_{ij} \right) \right], \quad (6)$$

sendo  $\alpha$  um parâmetro do modelo,  $S^*$  o tensor taxa de deformação adimensional,  $W^*$  o tensor vorticidade adimensional,  $\eta$  e  $\zeta$ , os invariantes do tensor de Reynolds, definidos respectivamente como:

$$S_{ij}^* = \frac{1}{2} g\tau(2 - C_3) S_{ij}, \quad (7)$$

$$W_{ij}^* = \frac{1}{2} g\tau(2 - C_4) \left[ w_{ij} + \left( \frac{C_4 - 4}{C_4 - 2} \right) e_{mji} \Omega_m \right], \quad (8)$$

$$\eta = (S_{ij}^* S_{ij}^*)^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

$$\zeta = (W_{ij}^* W_{ij}^*)^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

onde

$$g = \left( \frac{1}{2}C_1 + \frac{\Pi}{\epsilon} - 1 \right)^{-1}, \quad (11)$$

$$\tau = \frac{\kappa}{\epsilon}, \quad (12)$$

$$w_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{e} \quad \Pi = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}, \quad (13)$$

sendo  $\Pi$  a produção de energia cinética de turbulência,  $\Omega_m$  a velocidade angular do referencial não-inercial em relação a um referencial inercial,  $e_{mji}$  o tensor permutador de Levi-Cevita, e  $C_1$ ,  $C_3$  e  $C_4$  constantes do modelo, valendo 6, 8, 1, 25 e 0, 40, respectivamente.

As soluções para o problema de fechamento das equações médias de Reynolds, sejam elas de primeira ou de segunda ordem, necessitam ainda de recursos capazes de representar corretamente as escalas turbulentas, de comprimento e de tempo, que definem a produção e a dissipação da energia cinética de turbulência.

As escalas turbulentas de comprimento e tempo são definidas por meio de um conjunto de hipóteses relativas a natureza física do escoamento. A formulação matemática correspondente caracteriza um modelo de turbulência. Neste trabalho foram testados três modelos de turbulência.

#### 2.4. O Modelo de turbulência $\kappa - \epsilon$

O modelo  $\kappa - \epsilon$  de turbulência adotado, proposto por Jones and Launder, 1972 e complementado pelo trabalho de Launder and Spalding, 1974, define as escalas turbulentas de comprimento e tempo por meio da relação de Prandtl-Kolmogorov

$$\nu_T = C_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon}, \quad (14)$$

complementada pelas relações

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \kappa) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \Pi - \epsilon, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} \Pi - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{\kappa} \quad (16)$$

onde  $\kappa$  é a energia cinética de turbulência,  $\nu$  a viscosidade cinemática,  $\epsilon$  é a dissipação de energia cinética turbulenta,  $\sigma_k$  e  $\sigma_\epsilon$  são os números de Prandtl turbulento para as respectivas equações,  $\Pi$  é a produção de energia cinética turbulenta e  $C_{\epsilon 1}$ ,  $C_{\epsilon 2}$  e  $C_\mu$  são constantes do modelo calibradas experimentalmente, valendo 1, 44, 1, 92 e 0, 09, respectivamente.

#### 2.5. Modelos $\kappa - \epsilon$ para baixo número de Reynolds

No interior da região interna da camada limite turbulenta, sobretudo na sub-camada laminar e na região de transição, a dissipação viscosa assume valores importantes não previstos pelo modelo de turbulência  $\kappa - \epsilon$ . A incapacidade de representar a dissipação viscosa, existente na vizinhança imediata das fronteiras sólidas do escoamento, pode ser superada com a adoção de modelos de turbulência  $\kappa - \epsilon$  especialmente concebidos, denominados modelos  $\kappa - \epsilon$  para baixos números de Reynolds. Uma forma de representação dos efeitos viscosos parietais, empregada por modelos  $\kappa - \epsilon$  para baixos Reynolds, é uma transformação do modelo  $\kappa - \epsilon$  convencional por meio da transformação das equações que representam as escalas turbulentas de comprimento e tempo e a dissipação de energia cinética turbulenta, respectivamente,

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\epsilon 1} f_1 \frac{\epsilon}{\kappa} \Pi - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{\kappa} + D, \quad (18)$$

onde  $f$  e  $D$  são funções de amortecimento que simulam os efeitos viscosos.

O modelo  $\kappa - \epsilon$  baixo Reynolds testado neste trabalho é o modelo de So et al., 1997, doravante denominado de modelo SSGZ, definido pelas Eqs. (15), (17), (18) onde as funções de amortecimento assumem os valores

$$f_\mu = \left( 1 + \frac{3}{R_i^{\frac{3}{4}}} \right) (1 + 80 \exp(-Re)) \left( 1 - \exp \left( -\frac{Re}{43} - \frac{Re^2}{330} \right) \right)^2, \quad (19)$$

$$f_1 = 1 - \exp\left(-\left(\frac{Rt}{40}\right)^2\right), \quad (20)$$

$$f_2 = 1 - \frac{2}{9}\exp\left(-\left(\frac{Rt}{6}\right)^2\right), \quad (21)$$

$$D = C_{\epsilon 2} \frac{\nu \epsilon}{\kappa} \left(\frac{\partial}{\partial y}(\sqrt{\kappa})\right)^2, \quad (22)$$

onde  $y$  é a distância normal à parede,  $Rt$  e  $Re$ , respectivamente número de Reynolds turbulento e número de Reynolds relativo à escala de dissipação, são definidos como:

$$Rt = \frac{\kappa^2}{\nu \epsilon} \quad (23)$$

e

$$Re = (\nu \epsilon)^{\frac{1}{4}} \frac{y}{\nu}. \quad (24)$$

## 2.6. O modelo $\kappa - \omega$

Outra forma de representação dos efeitos viscosos parietais é baseada na substituição da taxa de dissipação turbulenta pela taxa de dissipação específica  $\omega$  como parâmetro de definição das escalas turbulentas de tempo e de comprimento.

O modelo de turbulência  $\kappa - \omega$ , adotado neste trabalho, é o proposto por Wilcox, 1993, onde a viscosidade cinemática turbulenta, as equações evolutivas da energia cinética de turbulência, da taxa de dissipação específica, os coeficientes de fechamento e relações auxiliares são definidos, respectivamente, pelas relações

$$\nu_T = \frac{\kappa}{\omega}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_j \kappa) = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \kappa \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_T \sigma^*) \cdot \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right], \quad (26)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_T \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 \quad (27)$$

onde  $\alpha$ ,  $\sigma$  e  $\sigma^*$  são constantes do modelo, valendo 0,52, 0,5 e 0,5, respectivamente, e

$$\beta = \beta_0 f_\beta, \quad (28)$$

$$\beta^* = \beta_0^* f_{\beta^*}, \quad (29)$$

sendo  $\beta_0$  e  $\beta_0^*$  também constantes do modelo, valendo 0,072 e 0,09, respectivamente, e

$$f_\beta = \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega} \quad (30)$$

$$\chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_0^* \omega)^3} \right| \quad (31)$$

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1, & \chi_\kappa \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_\kappa^2}{1 + 400\chi_\kappa^2}, & \chi_\kappa > 0 \end{cases} \quad (32)$$

$$\chi_\kappa = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (33)$$

### 3. Método numérico

O tratamento numérico dos modelos turbulentos ensaiados foi feito pelo algoritmo proposto por Zandonade, 1999, obtido por transformação e adaptação do código descrito por Ferziger and Peric, 1996. Este algoritmo resolve, para geometrias bidimensionais, as equações medias de Reynolds em regime permanente, com diversas opções de acoplamento entre os modelos  $\kappa - \epsilon$ ,  $\kappa - \omega$ ,  $\kappa - \epsilon$  baixo-Reynolds e o modelo algébrico de Gatski and Speziale, 1993.

As equações diferenciais parciais são discretizadas por meio de volumes finitos, colocados para pressão e velocidade, adotando a interpolação de Rhie and Chow, 1983, para os fluxos de massa. O acoplamento pressão-velocidade é implementado pelo método SIMPLE (Caretto et al., 1972). A interpolação SMART Waterson and Deconik, 1994 é responsável pelo cálculo dos fluxos convectivos. Os fluxos difusivos são interpolados por interpolação linear convencional.

O critério adotado para a convergência do método SIMPLE, exige a redução da norma L1 dos resíduos iniciais de todas as equações em, no mínimo, cinco ordens de grandeza.

### 4. Caso teste

O experimento de Obi et al., 1993, com as alterações propostas por Buice and Eaton, 1997, destinadas a garantir a bidimensionalidade do escoamento, é adotado como caso teste para avaliar o desempenho das opções de simulação da turbulência parietal ensaiadas. O experimento considerado é um escoamento turbulento bidimensional, que se desenvolve em um difusor assimétrico plano, com dez graus de abertura, complementado por canais de entrada e saída destinados a estabilização e desenvolvimento do escoamento.

O experimento do difusor plano assimétrico é especialmente concebido para gerar os dados experimentais, necessários às análises de desempenho e calibração de algoritmos numéricos, destinados à simulação de escoamentos turbulentos complexos. Para tanto podem ser citadas as seguintes características convenientes para a validação destes algoritmos:

- i) condições de contorno na entrada do duto muito bem definidas. O comprimento do duto de entrada é cento e dez vezes maior que sua altura  $H$ , garantindo que o escoamento na entrada da expansão seja um escoamento turbulento plenamente desenvolvido;
- ii) o descolamento da camada limite, provocado apenas pela desaceleração imposta pelo gradiente adverso de pressão, é suave e acontece sob condições físicas muito próximas da situação de não-descolamento da camada limite turbulenta;
- iii) a previsão da posição do ponto de recolamento e a extensão da região de descolamento da camada limite, nesta configuração, são parâmetros que tornam este caso teste muito seletivo.

As características geométricas do difusor, segundo Buice and Eaton, 1997, são apresentadas na Fig. (1). A direção principal do escoamento é representada por  $X$  e a direção transversal por  $Y$ . O ponto  $X = 0$  marca o início da seção divergente e o ponto  $Y = 0$  é definido como sendo a parte mais baixa do duto. Na malha de cálculo utilizada, foram obedecidas essas características, sendo a entrada do duto o ponto  $X = -8H$ . Todas as concordâncias da geometria propostas por Buice and Eaton, 1997, que definem os arredondamentos na parede inferior da seção de entrada e saída da seção divergente, foram obedecidas na construção da malha de cálculo.

O fluido utilizado no experimento foi o ar com um número de Reynolds 20000 baseado na altura inicial do duto  $H = 0,015$  m e na velocidade central de 20 m/s.

Foram empregadas duas malhas de cálculo. A mais esparsa atende as exigências específicas dos modelos que fazem uso de leis de parede, a mais refinada aos modelos integráveis até a parede. A primeira malha, destinada as aplicações que empregam lei de parede, foi composta por 1252 volumes de controle segundo a dimensão  $X$  e por 92 volumes de controle segundo a direção  $Y$ . A segunda malha, destinadas aos modelos  $\kappa - \epsilon$  baixo-Reynolds e  $\kappa - \omega$ , foi composta por 1643 volumes de controle segundo a dimensão  $X$  e por 122 volumes de controle segundo a direção  $Y$ . Na malha para lei de parede o primeiro nó está localizado a uma distância da parede caracterizada por  $y^+ \approx 30$ . Na malha mais refinada, destinada aos modelos integráveis até a parede, a região da sub-camada laminar nunca é representada por menos de vinte nós.

As condições de contorno para  $u$ ,  $\kappa$  e  $\epsilon$  na entrada do domínio, ou seja, na seção  $X = -8H$ , correspondem a um escoamento plenamente desenvolvido, obtido previamente por simulação numérica do escoamento em duto plano com geometria de seção reta e número de Reynolds idênticos a do escoamento de Buice and Eaton, 1997, tendo a malha de cálculo um comprimento capaz de permitir o completo desenvolvimento do escoamento. Na saída do domínio computacional foram utilizadas condições de contorno de Neumann para todas as variáveis, exceto para a pressão, que é considerada nula nesta região.

Nos modelos de baixo-Reynolds, prevaleceram as condições de contorno de não escorregamento nas paredes. Em todos os casos foram impostas nas paredes sólidas, a nulidade da energia cinética de turbulência e do gradiente da taxa de dissipação.

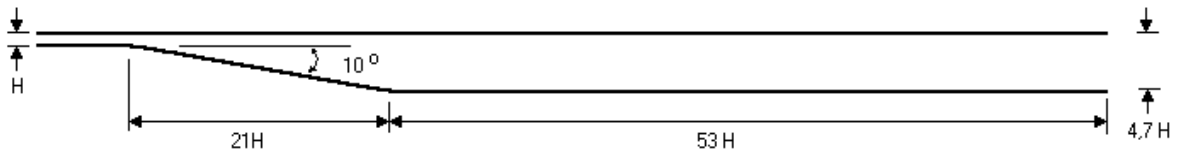


Figura 1: Desenho esquemático do difusor

## 5. Resultados

São apresentados a seguir os resultados obtidos, iniciando com o custo computacional de cada opção de modelação testada, por meio do número de iterações necessárias para a convergência do cálculo e o tempo de CPU necessário para tanto. A seguir são apresentados os valores que definem a região de descolamento da camada limite, os coeficientes de pressão que se estabelecem nas paredes superior e inferior do difusor e os perfis transversais de velocidade média antes, durante e depois da região de descolamento.

A Fig. (2) mostra esquematicamente as seções transversais onde foram comparados os resultados.

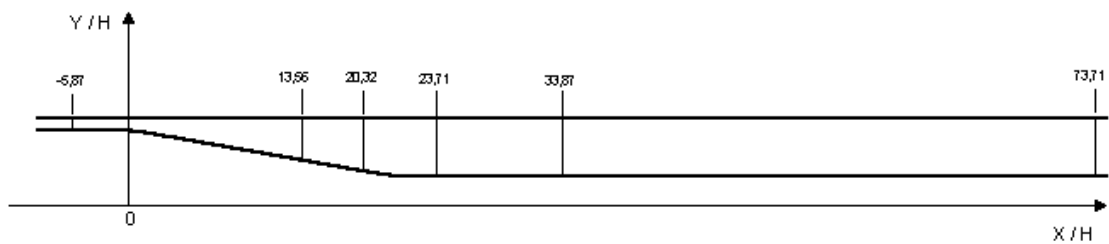


Figura 2: Seções onde são comparados os resultados

### 5.1. Custo computacional

O computador empregado no cálculo foi uma estação de trabalho Dell com um Pentium Xeon 933 MHz e 768 Mb de memória Ram, com sistema operacional linux Conectiva 6.0 e compilador Lahey-Fujitsu Fortran 95 Linux Express v5.5.

A Tab.(1) apresenta os resultados relativos aos cinco diferentes modelos testados. Os resultados relativos ao número de iterações e aos tempos de CPU, em horas, aparecem em ordem crescente.

Tabela 1: Número de iterações e tempo de processamento para cada simulação numérica

Modelo	Sigla	Iterações	Tempo de CPU [horas]
Linear com lei de parede	LLP	25000	59,7
Gatski & Speziale com lei de parede	SLP	28000	77,5
Linear com baixo Reynolds	LBR	36555	162,2
Gatski & Speziale com baixo Reynolds	SBR	42520	218,3
Linear $\kappa - \omega$	KW	31042	130,3

### 5.2. A região de recirculação

O único modelo de turbulência capaz de representar a região de descolamento da camada limite turbulenta foi o modelo de Gatski and Speziale, 1993, complementado por lei de parede logarítmica clássica. A Fig. (3) ilustra a região de recirculação por meio de suas linhas de corrente.

Os dados experimentais indicam o descolamento da camada limite em  $X = 6H$ , com recolamento em  $X = 29,5H$ , resultando em uma região de recirculação com comprimento de  $23,5H$ . O modelo Gatski and Speziale, 1993, com lei de parede, indica o início do descolamento no ponto  $X = 9,32H$  e o recolamento da camada limite em  $X = 28,2H$ , resultando em uma região de recirculação com comprimento de  $18,8H$ .

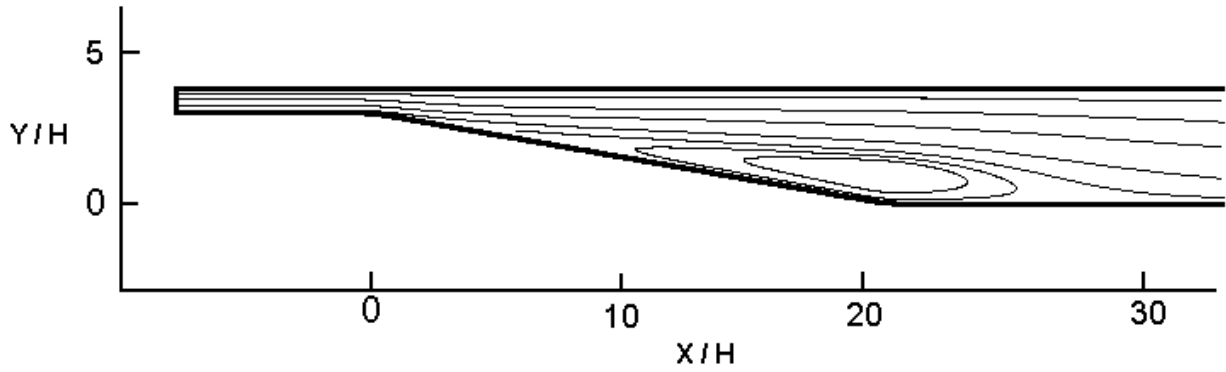


Figura 3: Linhas de corrente para o modelo SLP

Outros resultados recentes são apresentados por Iaccarino, 2000 e Poroseva and Iaccarino, 2001. O trabalho de Iaccarino, 2000, compara o desempenho de três códigos comerciais (CFX 4, Fluent e Star CD) na simulação de escoamentos turbulentos com descolamento de camada limite, por meio de dois modelos de turbulência: o modelo  $\kappa - \epsilon$  baixo-Reynolds de Launder and Sharma, 1974 e o modelo  $\overline{\vartheta^2} - f$  de Durbin, 1995. Os resultados obtidos pelos três softwares são semelhantes. No que se refere a bolha de recirculação o modelo  $\kappa - \epsilon$  não detecta o descolamento da camada limite. Os resultados obtidos com o modelo  $\overline{\vartheta^2} - f$  de Durbin, 1995, prevêem o início do descolamento em  $x/H \simeq 7$  e recolamento por volta de  $x/H \simeq 30$ , originando uma região de recirculação com um comprimento de aproximadamente  $21H$ . O trabalho de Poroseva and Iaccarino, 2001, usando uma variante do modelo  $\kappa - \epsilon$ , consegue capturar o descolamento de camada limite que se estabelece no difusor assimétrico plano, prevendo o início da região de recirculação em  $x/H \simeq 10$  e o recolamento em  $x/H \simeq 28$ , resultando em uma região de recirculação com um comprimento de aproximadamente  $18H$ .

### 5.3. Coeficiente de pressão

A Fig. (4) mostra: (a) o comportamento dos coeficientes de pressão ao longo da parede inferior e (b) ao longo da parede superior do difusor. O eixo das ordenadas representa os coeficientes de pressão  $CP$  e o eixo das abscissas representa o comprimento longitudinal do duto  $X$ , adimensionalizado pela altura  $H$ .

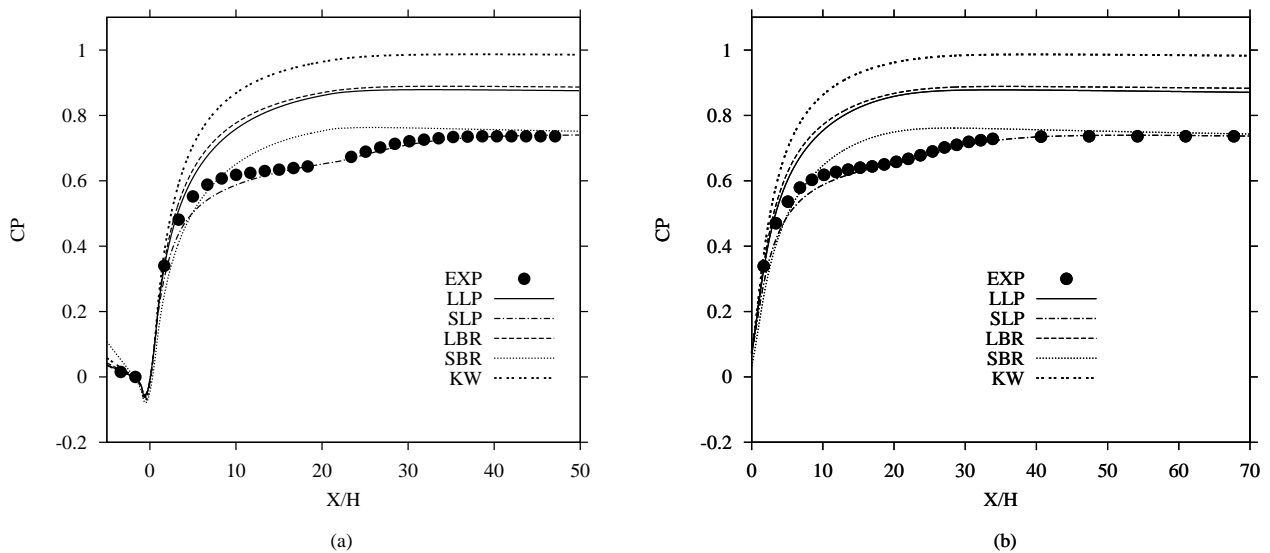


Figura 4: Perfil longitudinal do  $CP$ : (a) na parede inferior e (b) na parede superior do duto.

Os valores deste coeficiente são calculados pela relação:

$$cp = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho U_b^2} \quad (34)$$



onde:  $p$  é a pressão ao longo da dimensão longitudinal,  $p_o$  é a pressão de referência, tomada na seção  $X = -1,7H$ ,  $\rho$  representa a massa específica do fluido e  $U_b$  é a velocidade média do escoamento.

Os resultados mostram uma ótima predição dos dados experimentais pelo modelo Gatski and Speziale, 1993, com uso da lei de parede logarítmica clássica na parede inferior e na parede superior do canal. O mesmo não acontece quando esse modelo faz uso do modelo para baixo Reynolds. Todos os outros modelos superestimaram os dados experimentais, sendo que o modelo linear  $\kappa - \omega$  foi o que apresentou o pior resultado.

#### 5.4. Perfis de velocidade

As Figs. (5) a (7) apresentam os perfis de velocidade em seis seções retas do escoamento, distribuídas de forma a cobrir a entrada e a saída do duto, e a região de recirculação. O eixo das ordenadas representa a altura  $Y$  do duto, adimensionalizada pela altura  $H$  da entrada do duto. O eixo das abscissas representa a velocidade média  $u$ , adimensionalizada pela velocidade média na entrada  $U_b$ .

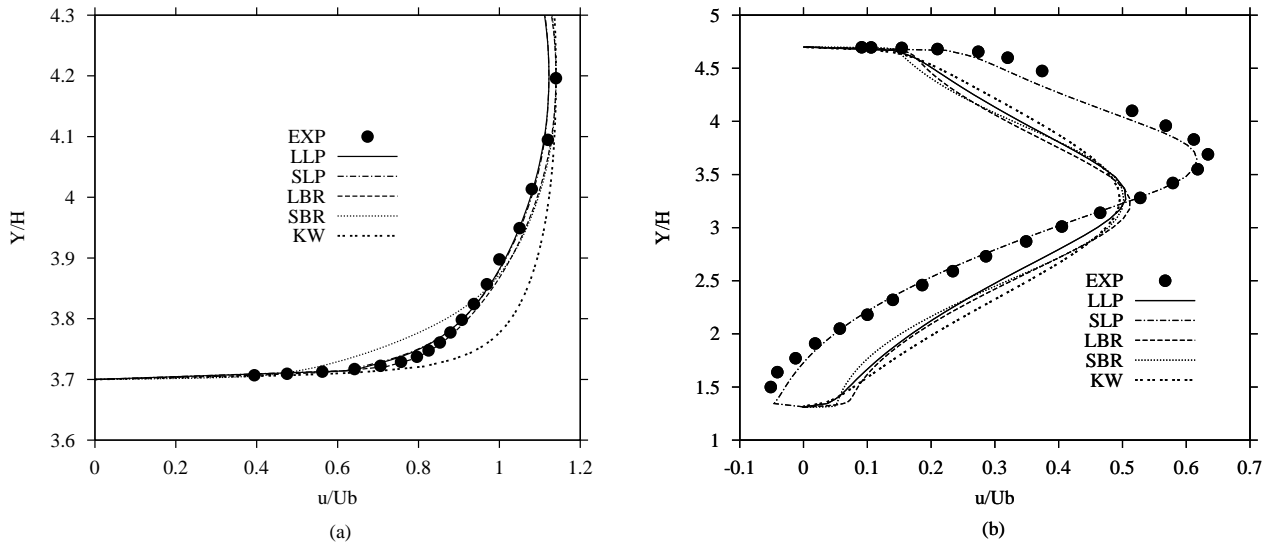


Figura 5: Perfil transversal de velocidade média: (a) seção  $X = -5,87H$  e (b) seção  $X = 13,56H$ .

A Fig.(5) apresenta em (a) os perfis de velocidade em  $X = -5,87H$ . O perfil correspondente ao modelo  $\kappa - \omega$  superestima a velocidade nas proximidades da parede. O modelo SBR, com tendência oposta, apresenta valores levemente menores da velocidade nas proximidades da parede. Os modelos restantes, LLP, SLP e LBR, apresentam valores muito próximos dos dados experimentais.

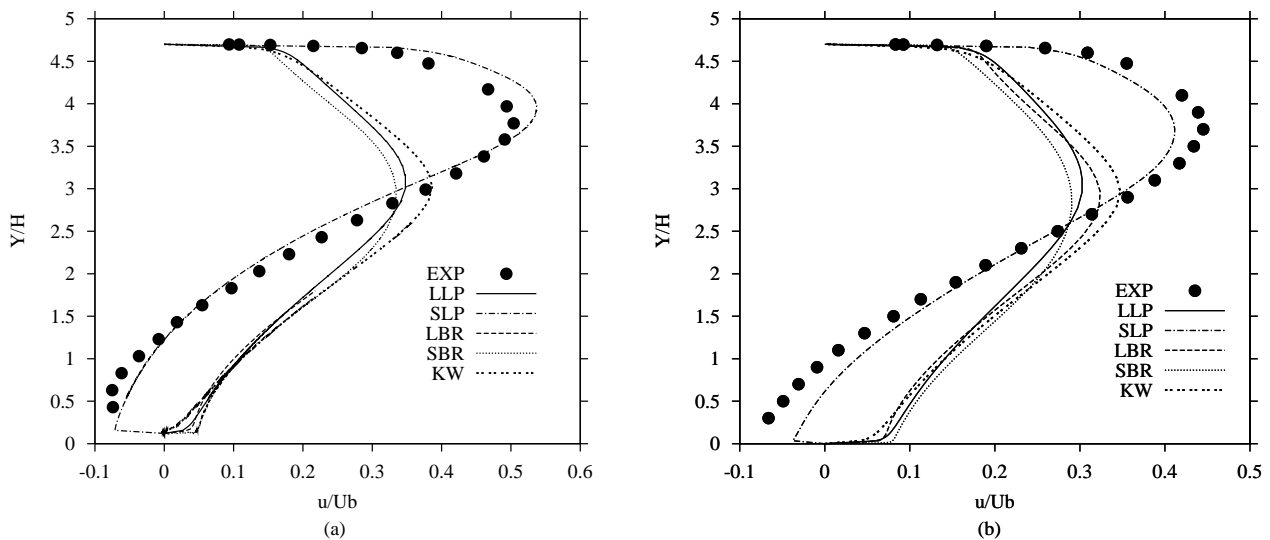


Figura 6: Perfil transversal de velocidade média: (a) seção  $X = 20,32H$  e (b) seção  $X = 23,71H$ .

O gráfico (b) da Fig. (5) e os gráficos (a) e (b) da Fig. (6) cobrem a região de recirculação e correspondem

às seções  $X = 13,56H$ ,  $X = 20,32H$  e  $X = 23,71H$ . Fica evidente a superioridade do modelo SLP sobre os demais, sendo o único a capturar o descolamento de camada limite nesta região. Os demais resultados, com valores mais agrupados na seção  $X = 13,56H$  e com uma dispersão, apenas perceptível na região de maior velocidade das seções  $X = 20,32H$  e  $X = 23,71H$ , são incapazes de simular o descolamento da camada limite.

O gráfico (a) da Fig. (7), correspondente a seção  $X = 33,87H$ , está situado fora da região de recirculação. O melhor resultado também é obtido pelo modelo SLP. Os demais perfis, LLP, LBR, SBR e KW, mostram, respectivamente, resultados melhores do que os obtidos no interior da região de recirculação e mostrados nas Figs. (5) e (6).

A Fig. (7), no gráfico (b), correspondente a seção  $X = 73,71H$ , mostra o perfil de velocidade mais próximo da extremidade de saída do duto. Nesta região todos os resultados numéricos superestimam o perfil experimental, sobretudo na metade superior do canal. Este resultado reflete o desconhecimento, ainda existente, dos mecanismos físicos que governam o redesenvolvimento da camada limite turbulenta.

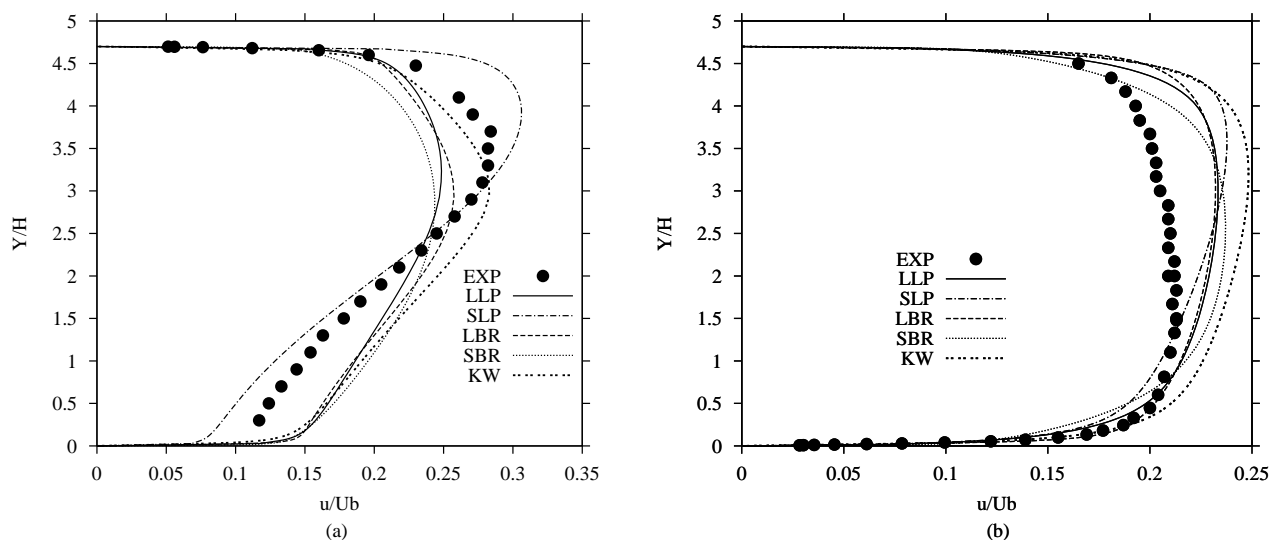


Figura 7: Perfil transversal de velocidade média: (a) seção  $X = 33,87H$  e (b) seção  $X = 73,71H$ .

## 6. Conclusão

Os resultados obtidos confirmam a conveniência do emprego do experimento de Buice and Eaton, 1997, como caso teste na avaliação de desempenho de modelos destinados a simulação numérica de escoamentos turbulentos parietais complexos.

Os trabalhos de Zandonade and Rodrigues, 2000 e de Lima and Rodrigues, 2001, que avaliam o desempenho de modelos de turbulência e que adotam como caso teste, respectivamente, os degraus de Driver and Seigmiller, 1995 e de Kim et al., 1980, não apresentam diferenças significativas entre os campos de velocidade obtidos a partir das soluções de fechamento propostas por Gatski and Speziale, 1993 e Boussinesq, 1877.

A formulação do tensor de Reynolds proposta por Gatski and Speziale, 1993, associada ao modelo  $\kappa - \epsilon$  de Launder and Spalding, 1974, e à lei de parede logarítmica clássica, foi a única modelagem turbulenta capaz de prever a existência da região de recirculação, apresentando também os melhores resultados na simulação dos perfis de velocidade longitudinal e dos coeficientes de pressão, tomados ao longo das paredes superior e inferior do difusor. Apesar da superioridade demonstrada, a formulação SLP apresenta custo computacional comparável a apresentada pelo modelo linear de Boussinesq, associado ao  $\kappa - \epsilon$  de Launder and Spalding, 1974, e à lei de parede logarítmica clássica, modelo LLP, que demanda o menor esforço computacional entre os modelos testados.

A simulação numérica obtida pelo fechamento de Gatski and Speziale, 1993, associado ao modelo baixo-Reynolds, modelo SBR, apesar de representar razoavelmente bem os coeficientes de pressão, exige alto custo computacional e não consegue prever a existência da região de descolamento da camada limite.

Sobre o desempenho das demais opções de simulação testadas, observa-se que os resultados obtidos pelas duas variantes do modelo linear de Boussinesq, modelos LLP e LBR, apresentam valores muito semelhantes em praticamente todos os perfis de velocidade e de pressão. O mesmo não acontece com os tempos de processamento e número de iterações necessárias, onde é ampla a vantagem demonstrada pelo modelo LLP. O modelo  $\kappa - \omega$ , apesar de apresentar os piores resultados de pressão e velocidade, possui a melhor estabilidade numérica entre os modelos baixo-Reynolds testados.

## 7. Agradecimentos

Agradecemos aos colegas, alunos e professores do Grupo Vortex, pelo apoio e incentivo recebidos durante a realização desse trabalho. Agradecemos também a Fundação de Empreendimentos Científicos e Tecnológicos, FINATEC, pelo apoio material e financeiro, sem o qual esse trabalho não teria acontecido.

## 8. Referências

- Boussinesq, J., 1877, *Théorie de l'Écoulement Tourbillant*, "Mem. Présentés par Diver Savants Acad. Sci. Int. Fr.", Vol. 23, pp. 46–50, France.
- Buice, C. U. and Eaton, J. K., 1997, Report No. TSD-107, University of Stanford, Department of Mechanical Engineering.
- Caretto, L. S., Gosman, A. D., Patankar, S. V., and Spalding, D. B., 1972, Two Calculation Procedures for Steady, Three-Dimensional Flows with Recirculation, "Proceedings of the Third International Conference in Numerical Methods in Fluid Dynamics", Paris, France.
- Driver, D. M. and Seigmiller, H. L., 1995, Features of a Reattaching Turbulent Shear Layer in Divergent Channel Flow, "AIAA Journal", Vol. 23, No. 2, pp. 163–171.
- Durbin, P. A., 1995, Separated Flow Computation with the  $\kappa - \epsilon - \overline{\vartheta^2}$  Model, "AIAA", Vol. 33, pp. 659–664.
- Fatica, M., Kaltenbach, H. J., and Mittal, R., 1997, Validation of large-eddy simulation in a plain asymmetric diffuser, Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, University of Stanford.
- Ferziger, J. H. and Peric, M., 1996, "Computational Methods for Fluid Dynamics", Ed. Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- Gatski, T. B. and Speziale, C. G., 1993, On Explicit Algebraic Stress Models for Complex Turbulent Flows, "Journal of Fluid Mech.", Vol. 254, pp. 59–78.
- Iaccarino, G., 2000, Annual Research Briefs 2000, Center for Turbulence Research.
- Jones, W. P. and Launder, B. E., 1972, The Prediction of Laminarization with a Two Equation Model of Turbulence, "International Journal of Heat and Mass Transfer", Vol. 15, pp. 301–314.
- Kim, J. J., S., and Johnston, J. P., 1980, Investigation of a Reattaching Turbulent Shear Layer: Flow over a Backward-Facing Step, "Journal of Fluid Engineering", Vol. 102, pp. 302–308.
- Launder, B. E., Reece, G. J., and Rodi, W., 1975, Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure, "Journal of Fluid Mech.", Vol. 68, pp. 537–566.
- Launder, B. E. and Sharma, A., 1974, Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculations of Flow Near a Spinning Disk, "Letters in Heat and Mass Transfer", Vol. 1, pp. 131–138.
- Launder, B. E. and Spalding, D. D., 1974, The Numerical Computation of Turbulent Flows, "Comput. Methods Appl. Mech. Eng.", Vol. 3.
- Lima, C. H. R. and Rodrigues, J. L. A. F., 2001, Modelos Não Lineares para o Tensor de Reynolds, "Proceedings of the XXII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering", p. 77, Campinas, Brazil.
- Obi, S., Aoki, K., and Masuda, S., 1993, Experimental and Computational Study of Turbulent Separating Flow in an asymmetric plane diffuser, Ninth Symposium on Turbulent Shear Flows, Kyoto, Japan.
- Pope, S. B., 1975, A More General Effective-Viscosity Hypothesis, "Journal of Fluid Mech.", Vol. 72, pp. 331–340.
- Poroseva, S. and Iaccarino, G., 2001, Annual Research Briefs 2001, Center for Turbulence Research.
- Reynolds, O., 1895, On the Dynamical Theory on Incompressible Viscous Fluids and Determination of the Criterion, "Philosophical Transactions of the Royal Society of London", Vol. 186, p. 123, England.
- Rhie, W. and Chow, W. L., 1983, Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation, "AIAA Journal", Vol. 21, No. 11, pp. 1525–1532.
- Rodi, W., 1972, "The Prediction of Free Turbulent Boundary Layers by Use of a Two-Equation Model of Turbulence", PhD thesis, Imperial College, England.
- So, R. M. C., Sarkar, A., Gerodimos, G., and Zhang, J., 1997, A Dissipation Rate Equation for Low-Reynolds Number and Near-wall Turbulence, "Theoretical & Computational Fluid Dynamics", Vol. 9, pp. 47–63.
- Waterson, N. P. and Deconik, H., 1994, Development of a Bounded Higher-Order Convection Scheme for General Industrial Applications, Relatório de Projeto 1994-33, Von Karman Institute for Fluid Dynamics.
- Wilcox, D. C., 1993, Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries Inc., EUA.
- Zandonade, P. S. K., 1999, Modelos Não-lineares do Tensor de Reynolds na Simulação de Escoamentos no Interior de Geometrias Curvas, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília.
- Zandonade, P. S. K. and Rodrigues, J. L. A. F., 2000, Nonlinear models for the Reynolds tensor in the simulation of wall-bounded flow, "Proceedings of the Eighth Brazilian Congress of Thermal and Sciences", p. 20, Porto Alegre, Brazil.

## PERFORMANCE OF NON LINEAR TURBULENCE MODELS IN NUMERICAL SIMULATION OF WALL-BOUNDED FLOWS

**Carlos Henrique Ribeiro Lima**

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica Campus Universitário Darcy Ribeiro - 70910-900 - Brasília, DF, Brasil [chrlima@hotmail.com](mailto:chrlima@hotmail.com)

**José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues**

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica Campus Universitário Darcy Ribeiro - 70910-900 - Brasília, DF, Brasil [fontoura@unb.br](mailto:fontoura@unb.br)

**Abstract.** *This work presents a comparative analysis of performance, between five models of turbulence, three of them with the first order closure of Boussinesq, 1877, and the others derivate of the second order closure propostes from Gatski and Speziale, 1993. For each one of the Reynolds tensor representation in study, are examined models that are capable to simulate the interior of the turbulent boudary layer, with the wall law and with turbulence models of the type low-Reynolds. There have been tested the classical logarithim law and the low-Reynolds model of So et al., 1997. The test case adopted is the flow in a asymmetric difuser of Buice and Eaton, 1997, proposted in the 8th ERCOFTAC, 1999, as experimental data base criated for analysis of performance from numerical models of wall-boudend turbulence. The numerical discretization is done throw colocated finite volume for pressure and velocity, complementaded with the Rhie-Chow, 1983, interpolation for the mass flux. The results obtained shown, the localization and the lenght of the recirculation region, the longitudinal profile of pressure coeficient over the down wall and the upper wall of the difuser and the average velocity transversal profiles in the pipe before the difuser, in the difuser and in the pipe after the difuser.*

**Keywords.** *Wall-bounded Turbulence, Second Order Closure, Asymmetric Difuser, Wall Law, Low Reynolds.*