

ESCOAMENTO TURBULENTO EM UM CANAL CONTENDO OBSTÁCULO POROSO LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO O SALTO DA TENSÃO CISALHANTE NA INTERFACE

Renato A. Silva¹

Marcelo J.S. De-Lemos²

Departamento de Energia – IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, 12228-900 – São José dos Campos – SP - Brasil

¹e-mail: renatoas@mec.ita.br, ²e-mail: delemos@mec.ita.br

Resumo. Este trabalho apresenta resultados numéricos para o escoamento em um canal entre placas contendo um obstáculo poroso. As equações que governam o escoamento são discretizadas pelo método de volumes finitos e resolvidas usando o método SIMPLE. Os perfis de velocidade média e energia cinética de turbulência são apresentados. Os efeitos da permeabilidade e da porosidade do meio no campo médio e estatístico são analisados. Dois casos são estudados, o primeiro envolvendo velocidade fixa na entrada do canal e outro assumindo a condição de periodicidade espacial. Os resultados mostram uma distribuição de energia cinética de turbulência bastante distinta daquela existente em um escoamento sobre obstáculo sólido. Coerentemente com o modelo matemático empregado, a taxa de geração de energia cinética de turbulência devido à matriz porosa parece ser o mecanismo controlador do nível de turbulência no canal.

Palavras chave: meios porosos, interface, solução numérica, escoamento turbulento, tensão cisalhante.

1. Introdução

Em função da ampla aplicação envolvendo o escoamento de fluidos em meios que contêm interface entre um meio limpo e um meio poroso, em diversos setores da indústria e no meio ambiente, observou-se, nas últimas décadas, um interesse crescente de vários pesquisadores no sentido de descrever com sucesso este tipo de escoamento. Vários sistemas de engenharia podem ser modelados por estruturas compostas de uma região limpa e um material poroso através do qual o fluido penetra. Camada limite atmosférica sobre florestas e, vazamento de contaminantes através do subsolo até os lençóis freáticos são alguns exemplos da grande importância dos escoamentos ambientais que podem ser beneficiados por um tratamento matemático adequado.

A literatura propõe a existência de uma condição de salto da tensão de cisalhamento na interface [Ochoa-Tapia e Whitaker 1995a, 1995b]. Tal tratamento de interface tem sido usado com a solução analítica de escoamento em canais compostos, negligenciando o termo não-linear de Forchheimer na equação da quantidade de movimento [Kuznetsov, 1996] bem como considerando este mesmo termo [Kuznetsov, 1997, 1999]. A limitação de tais soluções para escoamento unidimensional e totalmente desenvolvido está no fato de ser de pouco uso prático na realidade tridimensional dos escoamentos na engenharia.

Recentemente, Silva e de Lemos (2001, 2002) e de Lemos e Silva (2002a, 2002b) apresentaram soluções numéricas levando em consideração a condição de salto da tensão de cisalhamento na interface entre o meio limpo e o meio poroso, com e sem o termo não-linear de Forchheimer. Em todos aqueles desenvolvimentos os escoamentos analisados foram unidimensionais, não se levando em consideração zonas de recirculação.

Com base no exposto, este trabalho estende os desenvolvimentos anteriores considerando agora escoamento turbulento bidimensional, contemplando, também, a existência de zonas de recirculação. O efeito do tratamento do salto da tensão cisalhante na interface entre um obstáculo poroso e um escoamento turbulento bidimensional é analisado. Aqui, a metodologia numérica desenvolvida para meios híbridos e apresentada em Pedras e de Lemos (2000) e Rocamora e de Lemos (2000) é empregada.

2. Modelo Macroscópico – Geometria e Equações Governantes

O escoamento sob consideração é esquematizado na Fig. (1), onde um canal contendo um obstáculo poroso é mostrado. As propriedades do escoamento são consideradas constantes. A fluido entra pela face esquerda e permeia através da região limpa e da estrutura porosa. O caso na Fig. (1) usa condição de contorno de não-escorregamento nas paredes e velocidade prescrita na entrada. Na figura, H é a distância entre as paredes do canal e $s=0,42H$ é a espessura do bloco poroso.

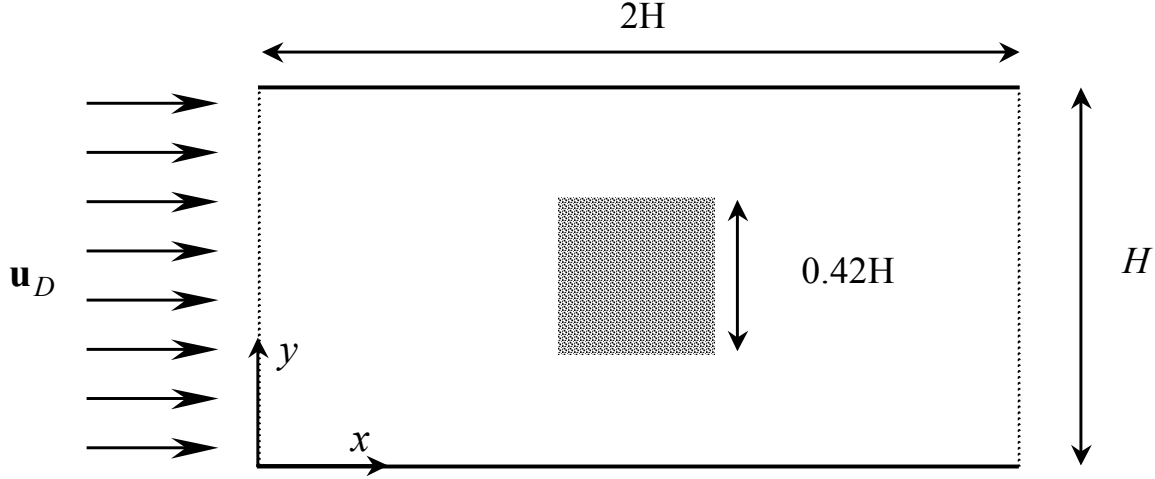


Figura 1. Escoamento em um canal contendo obstáculo poroso.

A forma macroscópica das equações governantes é obtida tomando a média volumétrica das equações microscópicas de Navier-Stokes. Neste desenvolvimento a estrutura porosa é considerada rígida, homogênea e saturada por um fluido monofásico e incompressível.

A equação macroscópica da continuidade é dada por:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_D = 0 \quad (1)$$

onde a relação de Dupuit-Forchheimer, $\bar{\mathbf{u}}_D = \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i$, foi utilizada e, $\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i$ é a média intrínseca do vetor velocidade $\bar{\mathbf{u}}$ [Gray e Lee, 1977]. A Eq. (1) representa a equação macroscópica da continuidade para um fluido incompressível em uma estrutura porosa.

A equação macroscópica média de Navier-Stokes para um fluido incompressível com propriedades constantes pode ser escrita como:

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i) + \nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^i) \right] = -\nabla (\phi \langle \bar{p} \rangle^i) + \mu \nabla^2 (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i) + \nabla \cdot \left(-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \right) + \bar{\mathbf{R}} \quad (2)$$

Como usualmente é feito, trata-se a turbulência através de ferramentas estatísticas. A correlação $-\rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'}$ aparece após a aplicação do operador de média temporal nas equações microscópicas de Navier-Stokes. Aplicando também o operador de média volumétrica na equação do movimento [ver Pedras e de Lemos, 2001a para maiores detalhes], resulta no termo $-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^i$ da Eq. (2). Este termo é denominado Tensor de Reynolds Macroscópico. $\bar{\mathbf{R}}$ nesta mesma representa a média volumétrica do arrasto total por unidade de volume atuando sobre o fluido devido a ação da estrutura porosa. Um modelo utilizado para $\bar{\mathbf{R}}$ é o modelo estendido Darcy-Forchheimer e, é dado por:

$$\bar{\mathbf{R}} = - \left[\frac{\mu \phi}{K} \bar{\mathbf{u}}_D + \frac{c_F \phi \rho |\bar{\mathbf{u}}_D| \bar{\mathbf{u}}_D}{\sqrt{K}} \right] \quad (3)$$

onde a constante c_F é conhecida na literatura como o coeficiente de Forchheimer.

Logo, fazendo uso da expressão $\bar{\mathbf{u}}_D = \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i$ e da expressão (3), a Eq. (2) pode ser reescrita como:

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \bar{\mathbf{u}}_D) + \nabla \cdot \left(\frac{\bar{\mathbf{u}}_D \bar{\mathbf{u}}_D}{\phi} \right) \right] = -\nabla (\phi \langle \bar{p} \rangle^i) + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}}_D + \nabla \cdot \left(-\rho \phi \langle \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'} \rangle^i \right) - \left[\frac{\mu \phi}{K} \bar{\mathbf{u}}_D + \frac{c_F \phi \rho |\bar{\mathbf{u}}_D| \bar{\mathbf{u}}_D}{\sqrt{K}} \right] \quad (4)$$

O Tensor de Reynolds Macroscópico é modelado analogamente ao conceito de Boussinesq para meio limpo da seguinte forma:

$$-\rho \phi \langle \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'} \rangle^i = \mu_{t_\phi} 2 \langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v - \frac{2}{3} \phi \rho \langle k \rangle^i \mathbf{I} \quad (5)$$

onde

$$\langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v = \frac{1}{2} \left[\nabla (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i) + \left[\nabla (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i) \right]^T \right] \quad (6)$$

é o tensor de deformação macroscópico, $\langle k \rangle^i$ é a média intrínseca de k e μ_{t_ϕ} é a viscosidade macroscópica turbulenta. A viscosidade macroscópica turbulenta, μ_{t_ϕ} , é usada na Eq. (5) modelada similarmente ao caso de escoamento em um meio limpo, que foi proposta em Pedras e de Lemos (2001a) como:

$$\mu_{t_\phi} = \rho c_\mu \frac{\langle k \rangle^i}{\langle \varepsilon \rangle^i} \quad (7)$$

3. Equações Macroscópicas para $\langle k \rangle^i$ e $\langle \varepsilon \rangle^i$

A equação de transporte macroscópica para $\langle k \rangle^i = \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'}^i / 2$ é obtida multiplicando-se a diferença entre a equação da quantidade de movimento microscópica instantânea e a equação da quantidade de movimento microscópica média no tempo pela flutuação temporal da velocidade microscópica, \mathbf{u}' , aplicando-se a média temporal e, em seguida, a média volumétrica. De acordo com Pedras e de Lemos (2001a), a equação resultante é:

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle k \rangle^i) + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}_D \langle k \rangle^i) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t_\phi}}{\sigma_k} \right) \nabla (\phi \langle k \rangle^i) \right] - \rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'}^i : \nabla \bar{\mathbf{u}}_D + c_k \rho \frac{\phi \langle k \rangle^i |\bar{\mathbf{u}}_D|}{\sqrt{K}} - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle^i \quad (8)$$

onde c_k e σ_k são constantes adimensionais.

A equação macroscópica para $\langle \varepsilon \rangle^i = \overline{\mu \langle \nabla \mathbf{u}' : (\nabla \mathbf{u}')^T \rangle^i} / \rho$ é obtida a partir da equação microscópica de ε , aplicando-se o operador de média volumétrica. Tal procedimento é desenvolvido em Pedras e de Lemos (2001a) conduz à seguinte equação:

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \varepsilon \rangle^i) + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}_D \langle \varepsilon \rangle^i) \right] &= \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t_\phi}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla (\phi \langle \varepsilon \rangle^i) \right] \\ + c_1 \left(-\rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'}^i : \nabla \bar{\mathbf{u}}_D \right) \frac{\langle \varepsilon \rangle^i}{\langle k \rangle^i} &+ c_2 c_k \rho \frac{\phi \langle \varepsilon \rangle^i |\bar{\mathbf{u}}_D|}{\sqrt{K}} - c_2 \rho \phi \frac{\langle \varepsilon \rangle^i}{\langle k \rangle^i} \end{aligned} \quad (9)$$

onde c_1 , c_2 e σ_ε são constantes. Aqui $\langle \varepsilon \rangle^i$ representa a média intrínseca da taxa de dissipação de energia cinética de turbulência.

4. Condições de Interface

A equação proposta por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995a, 1995b), que descreve o salto da tensão cisalhante na interface entre o meio limpo e o meio poroso, é:

$$\mu_{ef} \frac{\partial u_{D_\xi}}{\partial \eta} \Big|_{0 < \phi < 1} - \mu \frac{\partial u_{D_\xi}}{\partial \eta} \Big|_{\phi=1} = \beta \frac{\mu}{\sqrt{K}} u_{D_\xi} \Big|_{\text{interface}} \quad (10)$$

onde u_{D_ξ} é a componente da velocidade de Darcy paralela à interface alinhada com a direção ξ e normal à direção η , μ_{ef} é a viscosidade efetiva para a região porosa, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, K é a permeabilidade do meio poroso e β é o coeficiente ajustável que representa o salto da tensão de cisalhamento na interface.

Além da Eq. (10) são também utilizadas as condições de continuidade da velocidade, da pressão, da energia cinética de turbulência, k e sua dissipação, ε e, dos fluxos difusivos de k e ε .

$$\bar{u}_D \Big|_{0 < \phi < 1} = \bar{u}_D \Big|_{\phi=1} \quad (11)$$

$$\langle \bar{p} \rangle^i \Big|_{0 < \phi < 1} = \langle \bar{p} \rangle^i \Big|_{\phi=1} \quad (12)$$

$$\langle k \rangle^v \Big|_{0 < \phi < 1} = \langle k \rangle^v \Big|_{\phi=1} \quad (13)$$

$$\left(\mu + \frac{\mu_{t_\phi}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \langle k \rangle^v}{\partial y} \Big|_{0 < \phi < 1} = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \langle k \rangle^v}{\partial y} \Big|_{\phi=1} \quad (14)$$

$$\langle \varepsilon \rangle^v \Big|_{0 < \phi < 1} = \langle \varepsilon \rangle^v \Big|_{\phi=1} \quad (15)$$

$$\left(\mu + \frac{\mu_{t_\phi}}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle^v}{\partial y} \Big|_{0 < \phi < 1} = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle^v}{\partial y} \Big|_{\phi=1} \quad (16)$$

Portanto, a extensão da Eq. (10) para caso de escoamento turbulento, é dado como:

$$\left(\mu_{ef} + \mu_{t_\phi} \right) \frac{\partial \bar{u}_{D_p}}{\partial y} \Big|_{0 < \phi < 1} - \left(\mu + \mu_t \right) \frac{\partial \bar{u}_{D_p}}{\partial y} \Big|_{\phi=1} = \left(\mu + \mu_t \right) \frac{\beta}{\sqrt{K}} \bar{u}_{D_i} \Big|_{\text{interface}} \quad (17)$$

As condições de interface (11) e (12) foram propostas por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995a). Lee e Howell (1987) propuseram as Eqs (13) a (16), assumindo continuidade de k e ε .

5. Condições de Contorno

Na entrada e na saída do canal os valores de todas as variáveis foram assumidos como constantes e com gradientes nulos, respectivamente. Para tratamento das regiões próximas às paredes do canal, o modelo de alto-Reynolds utiliza a lei de distribuição universal de velocidade dada por,

$$\frac{\bar{u}_1}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+ E) \quad (18)$$

onde \bar{u}_1 é a velocidade paralela a parede, $u_\tau = (\tau_w / \rho)^{1/2}$ é a velocidade de fricção, $y^+ = (u_\tau n / \nu)$ é a distância adimensional da parede, κ é a constante de von Kármán e E é o parâmetro de rugosidade ($E = 9$ para paredes lisas). A lei de distribuição universal de velocidade é válida em $30 \leq y^+ < 200 - 300$ (*Turbulent Core Region*; Warsi, 1993).

Assumindo que a uma distância da parede, y_p , os efeitos viscosos são completamente sobrepujados pela turbulência ($\mu_t \gg \mu$, *turbulent core region*) e que a geração de energia cinética turbulenta é igual a sua taxa de dissipação (condição de equilíbrio, Hinze, 1959, Launder e Spalding 1974), ou seja,

$$-\overline{\rho u_1' u_2'} \frac{\partial \bar{u}_{1p}}{\partial x_2} \Big|_{y_p} = \tau_t \frac{\partial \bar{u}_{1p}}{\partial x_2} \Big|_{y_p} = \rho \varepsilon_p = \rho C_D \frac{k_p^{3/2}}{L} \quad (19)$$

e isolando L na Eq. (19) através da expressão de Kolmogorov-Prandtl ($\mu_t = \rho c'_\mu \sqrt{k} L$) encontra-se,

$$\tau_t \frac{\partial \bar{u}_{1p}}{\partial x_2} \Big|_{y_p} = \rho^2 c'_\mu C_D \frac{k_p^2}{\mu_t} \Rightarrow \tau_t \mu_t \frac{\partial \bar{u}_{1p}}{\partial x_2} \Big|_{y_p} = \rho^2 C_\mu k_p^2 \Rightarrow \frac{\tau_t^2}{\rho^2} = C_\mu k_p^2 \Rightarrow \frac{\tau_t}{\rho} = C_\mu^{1/2} k_p \quad (20)$$

Utilizando a suposição de que a tensão cisalhante total (laminar + turbulenta) permaneça constante, região de cisalhamento constante ($\tau = \tau_w$, suposição de Prandtl), juntamente com o fato de $\mu_t \gg \mu$ em y_p tem-se:

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \frac{\tau_t}{\rho} = C_\mu^{1/2} k_p \Rightarrow \bar{u}_\tau = C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}. \quad (21)$$

Inserindo a Eq. (21) na Eq. (18) a lei de distribuição de velocidade universal fica expressa por:

$$\frac{\bar{u}_{1p}}{\tau_w / \rho} C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(y_p E \rho \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\mu} \right) \quad (22)$$

sendo que nesta condição é considerado que $(\partial k / \partial x_2)_{x_2=n_p} = 0$.

Da Eq. (19) a taxa de dissipação ε_p fica,

$$\varepsilon_p = \frac{\tau_t}{\rho} \frac{\partial \bar{u}_{1p}}{\partial x_2} \Big|_{n_p} \quad (23)$$

que juntamente com a Eq. (20) produz,

$$\varepsilon_p = C_\mu^{1/2} k_p \frac{\partial \bar{u}_{1p}}{\partial x_2} \Big|_{n_p} \quad (24)$$

Da Eq. (18) tem-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_{1p}}{\partial x_2} \Big|_{n_p} = \frac{u_\tau}{\kappa n_p} = \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\kappa n_p} \quad (25)$$

que introduzida na Eq. (24) resulta finalmente para ε_p ,

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{\kappa n_p} \quad (26)$$

A tensão de cisalhamento na parede é dada por:

$$\tau_w = -\mu \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0} \quad (27)$$

que na forma discretizada fica,

$$\tau_w \approx -\lambda \frac{\bar{u}_p}{n_p} \quad (28)$$

onde \bar{u}_p é a velocidade paralela e relativa à parede em y_p e λ é definido como:

$$\lambda = \mu, \text{ em escoamento laminar;} \tag{29}$$

$$\lambda = \frac{\rho \kappa C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} n_p}{\ln(n_p^+ E)}, \text{ em escoamento turbulento} \tag{30}$$

onde $y_p^+ = y_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} / \nu$.

Para o termo de geração de energia cinética turbulenta,

$$G \approx \left| \tau_w \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial x_2} \right|_{n_p} = \left| \tau_w \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\kappa n_p} \right| \tag{31}$$

6. Método Numérico

O método numérico utilizado para a resolução das equações que integram o modelo do escoamento, para o regime turbulento (modelo $k-\varepsilon$ de Alto-Reynolds - Launder e Spalding, 1972), é o de Volumes Finitos em Coordenadas Generalizadas [Patankar, 1980]. A Fig. (2) mostra um volume de controle genérico juntamente com as coordenadas generalizadas $\eta-\xi$. A discretização de uma equação de conservação bidimensional e em regime permanente para uma quantidade ϕ qualquer pode ser expressa por:

$$I_e + I_w + I_n + I_s = S_\phi \tag{32}$$

onde I_e , I_w , I_n e I_s representam respectivamente os fluxos de ϕ nas faces leste, oeste, norte e sul do volume de controle e S_ϕ o seu termo fonte. Uma divulgação da metodologia numérica desenvolvida está apresentada em Pedras e de Lemos (2001b). Neste trabalho, todos os resultados numéricos foram convergidos até que os valores dos resíduos para as variáveis dependentes do problema atingissem um valor menor que 10^{-7} , onde o resíduo é definido como a diferença entre o lado esquerdo e o direito da equação algébrica correspondente. Detalhes da discretização são mostrados em Pedras e de Lemos (2001b).

Os valores das constantes utilizadas no modelo $k-\varepsilon$ de Alto-Reynolds foram propostos por Launder e Spalding (1974).

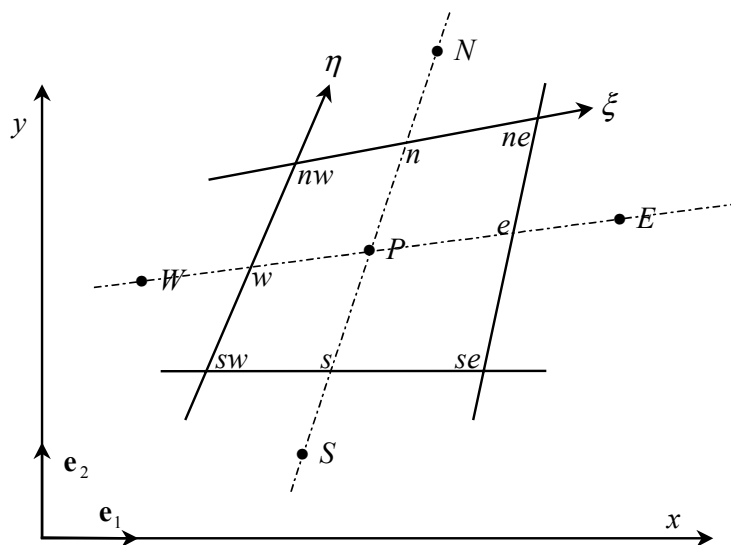


Figura 2. Notação e Volume de Controle.

7. Implementação da Condição de Interface

Para simplificar a notação daqui em diante, o indicador de média temporal (barra) será suprimido. A Fig.(3) mostra a notação utilizada para caracterização das variáveis referentes à interface.

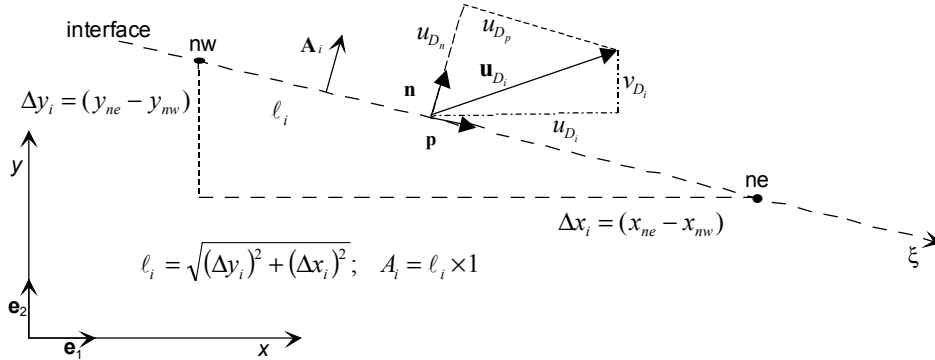


Figura 3. Notação da Interface.

De acordo com a figura, a velocidade de Darcy na interface, \mathbf{u}_{D_i} , pode ser escrita como:

$$\mathbf{u}_{D_i} = u_{D_i} \mathbf{e}_1 + v_{D_i} \mathbf{e}_2 = u_{D_n} \mathbf{n} + u_{D_p} \mathbf{p} \quad (33)$$

onde u_{D_i} e v_{D_i} são os componentes de \mathbf{u}_{D_i} nas direções x e y , respectivamente. Da mesma forma, u_{D_n} e u_{D_p} são os componentes de \mathbf{u}_{D_i} nas direções η e ξ , respectivamente.

O vetor área interfacial é normal à interface e pode ser escrito como,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \mathbf{n} A_i = -(y_{ne} - y_{nw}) \mathbf{e}_1 + (x_{ne} - x_{nw}) \mathbf{e}_2 \\ &= -\Delta y_i \mathbf{e}_1 + \Delta x_i \mathbf{e}_2 \end{aligned} \quad (34)$$

O vetor unitário normal a interface, \mathbf{n} , é então dado por,

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{A}_i}{|\mathbf{A}_i|} \quad (35)$$

e o vetor paralelo à interface fica,

$$\mathbf{p} = \left[\frac{(x_{ne} - x_{nw}) \mathbf{e}_1 + (y_{ne} - y_{nw}) \mathbf{e}_2}{\sqrt{(x_{ne} - x_{nw})^2 + (y_{ne} - y_{nw})^2}} \right] \quad (36)$$

Uma vez que para geometria bidimensional tem-se $|\mathbf{A}_i| = A_i = \ell_i \times 1$, pode-se escrever ainda,

$$\mathbf{p} = \frac{\Delta x_i \mathbf{e}_1 + \Delta y_i \mathbf{e}_2}{\ell_i} \quad (37)$$

Portanto, o componente da velocidade de Darcy paralelo à interface, u_{D_p} , pode ser obtido fazendo produto escalar de (33) e (36), da forma,

$$u_{D_p} = \mathbf{u}_{D_i} \cdot \mathbf{p} \quad (38)$$

ou

$$u_{D_p} = \left[\frac{u_{D_i} (x_{ne} - x_{nw}) + v_{D_i} (y_{ne} - y_{nw})}{\sqrt{(x_{ne} - x_{nw})^2 + (y_{ne} - y_{nw})^2}} \right] = \frac{u_{D_i} \Delta x_i + v_{D_i} \Delta y_i}{\ell_i} \quad (39)$$

O vetor velocidade de Darcy paralelo à interface, \mathbf{u}_{D_p} é então dado por,

$$\mathbf{u}_{D_p} = u_{D_p} \mathbf{p} = \frac{u_{D_i} \Delta x_i + v_{D_i} \Delta y_i}{\ell_i} \left[\frac{\Delta x_i \mathbf{e}_1 + \Delta y_i \mathbf{e}_2}{\ell_i} \right] \quad (40)$$

Integrando o termo a direita da condição de contorno (17) sobre a área A_i , e considerando a velocidade \mathbf{u}_{D_p} , e as viscosidades μ e μ_t constantes sobre a área da interface, tem-se:

$$\mathbf{I}_i^{\beta_{x,y}} = \int_{A_i} (\mu + \mu_t) \frac{\beta}{\sqrt{K}} \mathbf{u}_{D_p} dA_i \approx (\mu + \mu_t)_i \frac{\beta}{\sqrt{K}} \mathbf{u}_{D_p} A_i = (\mu + \mu_t)_i \frac{\beta}{\sqrt{K}} \mathbf{u}_{D_p} \ell_i \quad (41)$$

Fazendo uso de (40), tem-se ainda:

$$\mathbf{I}_i^{\beta_{x,y}} = (\mu + \mu_t)_i \frac{\beta}{\sqrt{K}} \frac{(u_{D_i} \Delta x_i + v_{D_i} \Delta y_i)}{\ell_i} (\Delta x_i \mathbf{e}_1 + \Delta y_i \mathbf{e}_2) \quad (42)$$

Para solução numérica dos componentes da equação da quantidade de movimento nas direções x e y , a Eq. (42) pode ser decomposta em,

$$I_i^{\beta_x} = (\mu + \mu_t)_i \frac{\beta}{\sqrt{K}} \frac{(u_{D_i} \Delta x_i + v_{D_i} \Delta y_i)}{\ell_i} \Delta x_i, \quad I_i^{\beta_y} = (\mu + \mu_t)_i \frac{\beta}{\sqrt{K}} \frac{(u_{D_i} \Delta x_i + v_{D_i} \Delta y_i)}{\ell_i} \Delta y_i \quad (43)$$

Os termos (43) são somados às equações discretizadas de quantidade de movimento nas direções x e y quando o ponto nodal em questão tiver uma face coincidente com a interface, conforme esquematizado na Fig.(3). Para facilidade de implementação, estes termos são tratados de forma explícita e são somadas ao lado direito da equação discretizada (32).

8. Resultados e Discussão

As Figs. (4) e (5) mostram os perfis da componente da velocidade na direção x para posições localizadas através do obstáculo poroso ($x=H$) e na saída do canal ($x=2H$) da Figura 1, respectivamente. As figuras indicam que em todo o canal o efeito do coeficiente de salto da tensão de cisalhamento na interface, β , parece ser desprezível. Nota-se, também, que não há de zonas de recirculação uma vez que o fluido permeia através do obstáculo poroso, evitando, assim, a extensa região de baixa pressão após o obstáculo.

Nas Figs. (6) e (7) são mostrados perfis de velocidade para diferentes valores da permeabilidade e da porosidade, respectivamente, na saída do canal em $x=2H$. Nesta posição, a esteira na saída do canal causada pela presença do bloco poroso é pouco modificada pelas propriedades da matriz porosa. Entretanto, entende-se que as propriedades do meio poroso sofreram pouca variação em seu valor nominal, de forma que as observações aqui elaboradas podem não ser válidas se amplas faixas de variação de ϕ e K forem consideradas.

A título de ilustração, o efeito do número de Reynolds, Re_H , é apresentado na Fig. (8). A figura mostra que, como esperado, quanto maior o número de Reynolds maior a vazão mássica através do canal, principalmente nas regiões próximas às paredes, as quais correspondem às camadas de fluido pouco influenciadas pela presença do obstáculo. Tanto naquelas regiões quanto através do bloco poroso ocorre o aumento da velocidade para maiores valores de Re_H . Deve-se ressaltar também a ausência de zonas de recirculação após o obstáculo mesmo para Re_H alto, uma vez que o fluido escoar através do meio com maior vazão mássica nestes casos.

O campo estatístico do escoamento é apresentado levando-se em consideração dois casos. No primeiro, o perfil de velocidade é mantido constante na entrada do canal. No segundo caso, o escoamento é resolvido repetitivamente assumindo, a cada nova iteração, que os valores de entrada em $x=0$ correspondam aos perfis da saída ($x=2H$) da iteração anterior. Assim, o escoamento no segundo caso representa a situação de campo desenvolvido em célula espacialmente periódica na direção longitudinal. No segundo caso, a geometria da Figura 1 seria representativa de um canal infinitamente longo contendo blocos igualmente espaçados entre si.

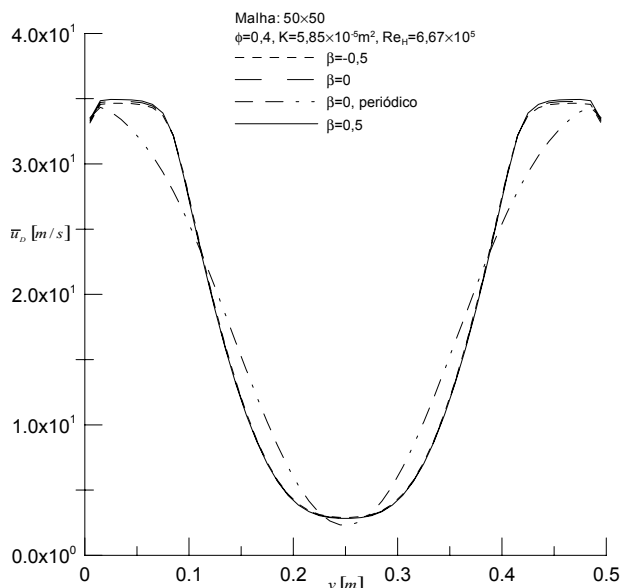
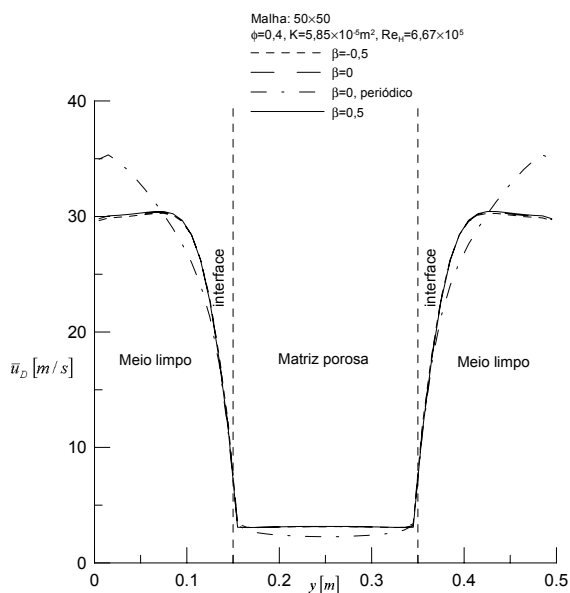


Figura 4. Efeito do coeficiente β sobre o obstáculo. Figura 5. Influência do coeficiente β na saída do canal.

A Fig. (9) a qual mostra a influência do coeficiente de salto da tensão de cisalhamento, β , na energia cinética de turbulência. Os resultados são apresentados para os dois casos mencionados e posições sobre o obstáculo ($x=H$, Fig. 9a) e na saída do canal ($x=2H$, Fig. 9b). Os valores da Fig. (9a) refletem o efeito de geração de energia cinética de turbulência dentro do material poroso descrito pelo modelo de Pedras e de Lemos (2001a). Este mecanismo é levado em consideração no penúltimo termo à direita da equação (8). Nota-se que para o caso de velocidade fixa na entrada do canal, o valor do coeficiente β pouco influencia os perfis de energia cinética de turbulência. Para o caso de escoamento periodicamente desenvolvido, a Fig. (9a) indica que os maiores valores de k estão próximos à interface entre o meio limpo e poroso. Esta conclusão é coerente com resultados obtidos para canais com camadas porosas (de Lemos e Silva, 2002b). Na saída do canal, a Fig. (9b) mostra que para o caso de velocidade fixa na entrada, as taxas de geração de k acarretam picos próximos às paredes e na região de esteira. Para o caso de escoamento desenvolvido, o campo de k encontra-se estabilizado apresentando valores máximos somente na região de esteira e não mais junto às paredes. Neste caso, o fator de maior influencia na conversão de energia cinética média em energia de turbulência não é mais relacionado aos gradientes de velocidade próximos às paredes, e sim devido à geração de k através da estrutura porosa.

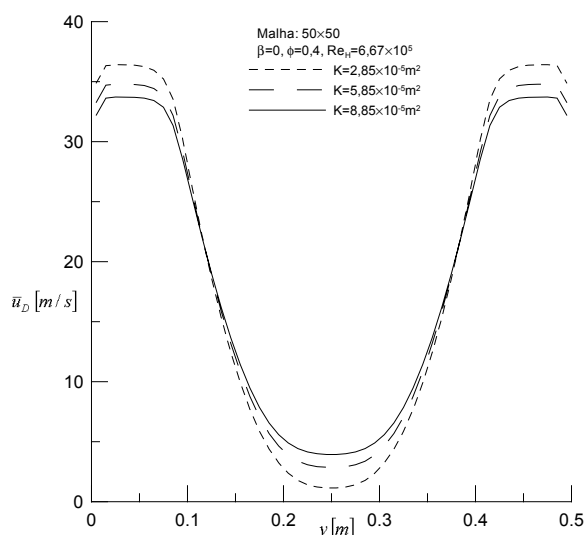


Figura 6. Influência da permeabilidade na saída do canal.

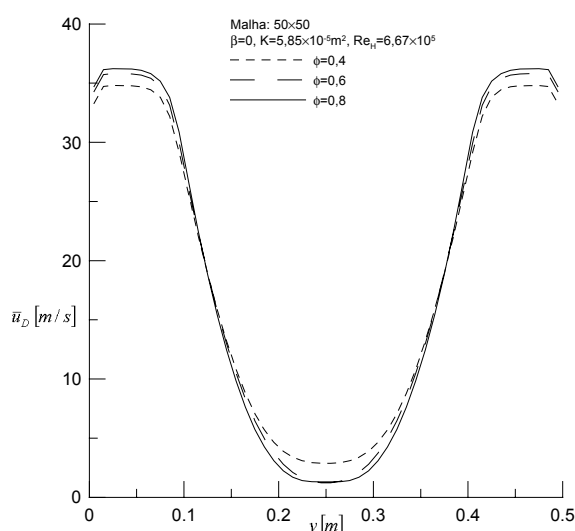


Figura 7. Influência da porosidade na saída do canal.

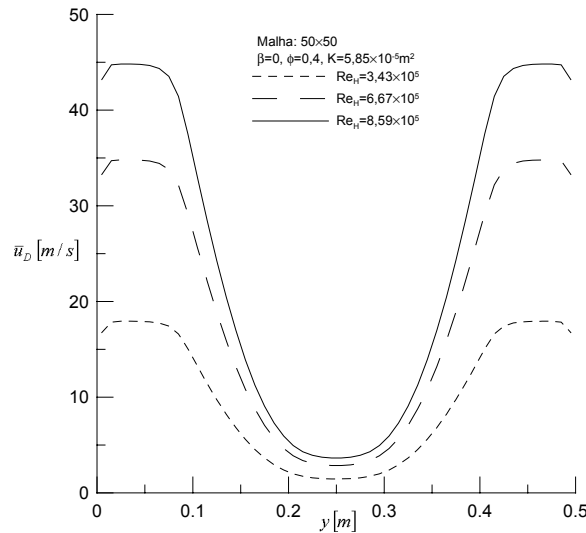


Figura 8. Influência do número de Reynolds na saída do canal.

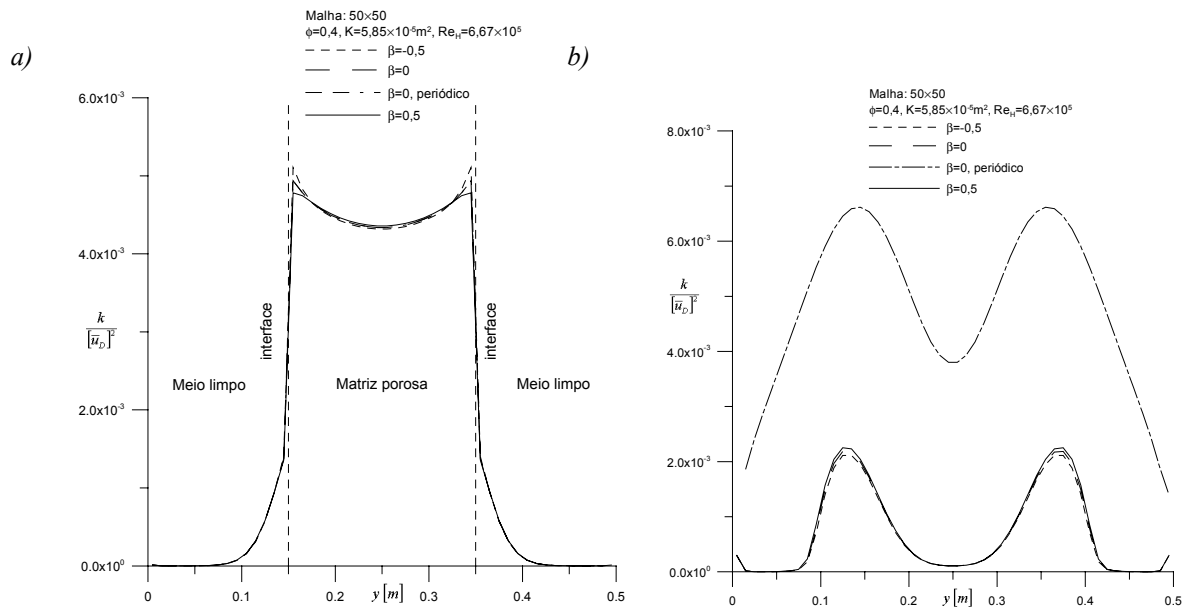


Figura 9. Influência do coeficiente β na energia cinética de turbulência a) sobre o obstáculo b) na saída do canal.

Como resultado final, a Fig. (10) mostra uma comparação entre os resultados numérico e experimental para os perfis de k adimensional para um tubo limpo. Verifica-se uma boa concordância entre as soluções, indicando a apropriada implementação da lei da parede e a adequação da metodologia numérica empregada. A Fig. (11) mostra também uma comparação entre os valores de k em um canal limpo (escoamento totalmente desenvolvido em x) e em um canal com um obstáculo poroso (região periódica em x com valores tomados na saída/entrada da região). Observa-se que, conforme mostrado na Fig. (10), quando o canal é limpo o pico de k se encontra junto às paredes, enquanto que, para o caso contendo um obstáculo poroso, os picos se encontram na região da esteira, região esta ocasionada pela presença do material poroso (vide Fig. 9 b, caso periódico).

Finalmente, a visualização do campo bidimensional de k para o caso periódico analisado é mostrado na Fig. (12). A figura apresenta resultados adimensionais k^* definidos da forma,

$$k^* = \left(\frac{k - k_{min}}{k_{max} - k_{min}} \right)$$

e para $\beta=0$, $\phi = 0,4$, $K = 5,85 \times 10^{-5} m^2$, $Re_H = 6,67 \times 10^5$. As observações comentadas anteriormente na Fig. (9) podem ser confirmadas também com o resultado da Fig. (12). Nota-se ainda uma região de baixa intensidade de k após o canal para o caso da Fig (9b). Nesta esteira, diferentemente do caso de um obstáculo sólido, não há recirculação (vide Figs. (6) a (9)) reduzindo, conseqüentemente, as taxas de geração de k devido à variação da velocidade média. Entretanto, é dentro do meio poroso que a geração de k ocorre conforme proposto no modelo de Pedras e de Lemos (2001a).

9. Conclusão

Os resultados mostraram que para os casos analisados os valores do coeficiente β pouco influencia o escoamento médio, de forma contrária ao que ocorre para escoamento unidimensional em um canal com camada porosa (de Lemos e Silva, 2002b). As propriedades do meio poroso, como a permeabilidade e a porosidade, afetam o campo de velocidade à saída do canal para o caso de velocidade fixa na entrada. O campo estatístico de turbulência foi analisado à luz de dois casos, considerando velocidade fixa na entrada e aplicando a condição de periodicidade no domínio de cálculo. Observa-se uma distribuição para a energia cinética de turbulência distinta daquela obtida se o obstáculo fosse impermeável. Para meios porosos, a taxa de geração devido à matriz porosa passa a ser o mecanismo dominante na determinação do campo de k .

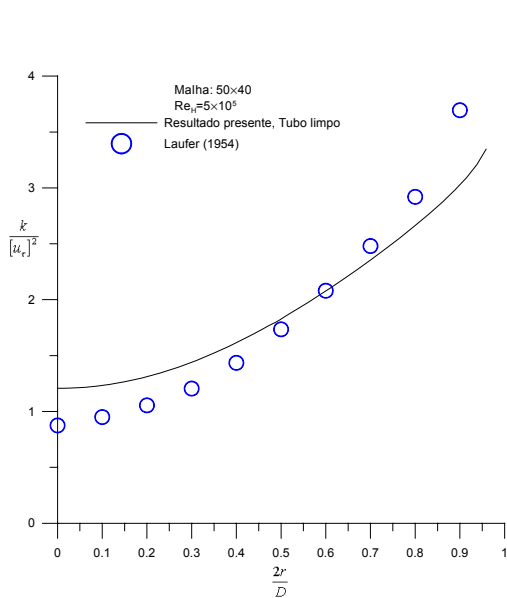


Figura 10. Comparação entre os resultados numérico e experimental para tubo limpo.

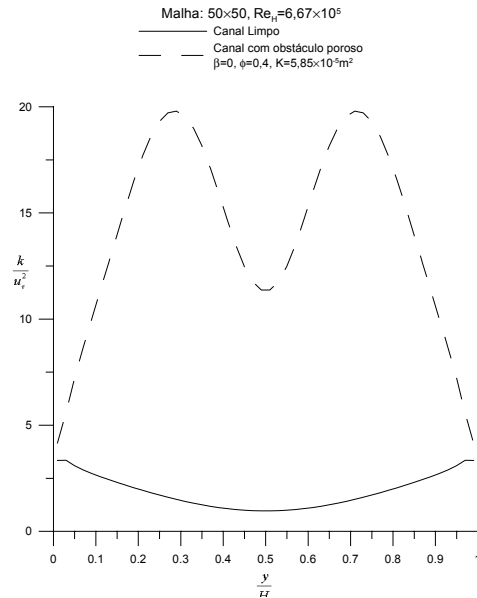


Figura 11. Comparação entre canal limpo e canal com obstáculo poroso: perfil de k .

10. Agradecimentos

Os autores são gratos à CAPES e ao CNPq pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho.

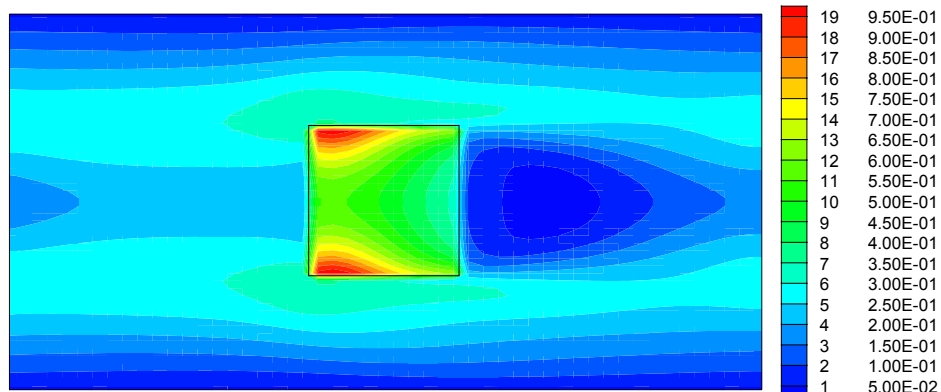


Figura 12. Campo de energia cinética de turbulência adimensional, k^* - periódico.

11. Referências

- de Lemos, M.J.S. and Silva, R.A., 2002a. "Numerical Treatment of Stress Jump Interface Condition for Laminar Flow in a Channel Partially Filled with a Porous Material", Proceedings of ASME FEDSM'02 – Fluids Engineering Division Summer Meeting, Montreal (on CDROM), Quebec, Canada, July 14-18.
- de Lemos, M.J.S. and Silva, R.A., 2002b. "Simulation of Turbulent Flow in a Channel Partially Occupied by a Porous Layer Considering the Stress Jump at the Interface", Proceedings of ASME FEDSM'02 – Fluids Engineering Division Summer Meeting (on CDROM), Montreal, Quebec, Canada, July 14-18.

- Gray, W.G. and Lee, P.C.Y., 1977. "On the Theorems for Local Volume Averaging of Multiphase System", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 3, pp. 333-340.
- Hinze, J.O., 1959. "Turbulence", McGraw-Hill, New York.
- Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S. and Nakayama, A., 1998. "Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array", J. Porous Media, Vol. 1, pp. 47-55.
- Kuznetsov, A.V., 1996. "Analytical Investigation of the Fluid Flow in the Interface Region Between a Porous Medium and a Clear Fluid in Channels Partially Filled with a Porous Medium", Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 12, pp. 269-272.
- Kuznetsov, A.V., 1997. "Influence of the Stresses Jump Condition at the Porous-Medium/Clear-Fluid Interface on a Flow at a Porous Wall", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 401-410.
- Kuznetsov, A.V., 1999. "Fluid Mechanics and Heat Transfer in the Interface Region Between a Porous Medium and a Fluid Layer: A Boundary Layer Solution", Journal of Porous Media, Vol. 2 (3), 309-321.
- Lauder, B.E. and Spalding, D.B., 1972. "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, New York.
- Lauder, B.E. and Spalding, D.B., 1974. "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol 3, pp. 269-289
- Lee, K. and Howell, J.R., 1987. "Forced Convective and Radiative Transfer Within a Highly Porous Layer Exposed to a Turbulent External Flow Field", Proceedings of the 1987 ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conf., Vol. 2, pp. 377-386.
- Ochoa-Tapia, J.A. and Whitaker, S., 1995a. "Momentum Transfer at the Boundary Between a Porous Medium and a Homogeneous Fluid – I. Theoretical development", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, pp. 2635-2646.
- Ochoa-Tapia, J. A. and Whitaker, S., 1995b. "Momentum Transfer at the Boundary Between a Porous Medium and a Homogeneous Fluid – II. Comparison with Experiment", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, pp. 2647-2655.
- Patankar, S.V., 1980. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York.
- Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S., 2000. "On the Definition of Turbulent Kinetic Energy for Flow in Porous Media", Int. Comm. In Heat & Mass Transfer, Vol. 27 (2), pp. 211-220.
- Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S., 2001a. "Macroscopic Turbulence Modeling for Incompressible Flow Through Undeformable Porous Media", Intern. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 44 (6), pp. 1081-1093.
- Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S., 2001b. "Simulation of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and a Low Re Two-Equation Closure", Numerical Heat Transfer – Part A Applications, Vol. 39 (1), pp. 35-59.
- Rocamora Jr., F.D. and de Lemos, M.J.S., 2000. "Heat Transfer In Suddenly Expanded Flow in a Channel With Porous Inserts", Proc of IMECE2000 – ASME – Intern. Mech. Eng. Congr., ASME-HTD-366-5, pp. 191-195, ISBN 0-7918-1908-6, Orlando, Florida, November 5-10.
- Silva, R.A. e de Lemos, M.J.S., 2001. "Escoamento Laminar em um Canal Parcialmente Preenchido Com Material Poroso". XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (em CD-ROM), Uberlândia-MG, Brasil.
- Silva, R.A. e de Lemos, M.J.S., 2002. "Escoamento Laminar em um Canal com Material Poroso usando o Modelo Não-Linear de Forchheimer e a Condição de Salto na Interface". II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (aceito para apresentação). João Pessoa-PB, Brasil.
- Warsi, Z.U.A., 1993. "Fluid Dynamics - Theoretical and Computational Approaches", CRC Press, Boca Raton.

TURBULENT FLOW IN THE CHANNEL WITH A POROUS OBSTACLE TAKING INTO CONSIDERATION THE STRESS JUMP AT THE INTERFACE

Renato A. Silva¹

Marcelo J.S. De-Lemos²

Departamento de Energia – IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, 12228-900 – São José dos Campos – SP - Brazil

¹e-mail: renatoas@mec.ita.br, ²e-mail: delemos@mec.ita.br

Abstract. *This work present results for the flow field in between parallel plates with a porous obstacle. The flow governing equations are discretized by the control volume method and solved with the SIMPLE method. The effects of the porous medium properties, such as permeability and porosity, are investigated. Two cases are analyzed, namely the flow field with a fixed velocity at the channel entrance and the case of periodic flow over a unit cell with an obstacle. Results indicate a distribution for the turbulent kinetic energy quite distinct from the one for flows over solid obstacles. In a coherent form with the applied mathematical model, the generation rate of turbulence due to the porous matrix seems to be the controlling parameters in determining the final level of turbulence throughout the field.*

Keywords. *Porous medium, interface, numerical solution, turbulent flow, stress shear.*