

**ANÁLISE DO PROCESSO DE CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADES
POROSAS TRAPEZOIDAIS INCLINADAS****Santiago del Rio Oliveira**

Mestrando em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Campus de Bauru/UNESP
santiagooliveira@yahoo.com.br

Vicente Luiz Scalon

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Campus de Bauru/UNESP
scalon@feb.unesp.br

Alcides Padilha

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Campus de Bauru/UNESP
padilha@feb.unesp.br

Resumo. *O escoamento em meios porosos tem sido amplamente estudado recentemente nos mais diversos ramos da engenharia. Para citar alguns, têm-se, por exemplo, sua utilização em isolamentos fibrosos, coletores solares, dispersão de contaminantes no solo, armazenamento de grãos, congelamento de alimentos, entre outros. Esta larga aplicação motivou o desenvolvimento de um modelo numérico para escoamento permanente em uma cavidade preenchida com um meio poroso. Dentre as diversas formulações conhecidas, optou-se pela formulação de Darcy. Esta formulação tem a sua simplicidade como grande vantagem, uma vez que reduz o número de equações governantes do fenômeno. Assim, é desenvolvida nesse trabalho uma formulação através do método dos elementos finitos para analisar o processo de convecção natural em cavidades trapezoidais inclinadas. Os resultados obtidos são comparados com resultados disponíveis na literatura e o processo de transmissão de calor é discutido.*

Palavras chave: meios porosos, convecção natural, modelo de Darcy

1. Introdução

O problema da convecção natural em uma cavidade preenchida com um meio poroso tem sido amplamente estudado nas últimas duas décadas graças ao grande sucesso no desenvolvimento de técnicas numéricas para solucionar as equações governantes pertinentes ao fenômeno. Pode-se citar, uma ampla variedade de aplicações desse problema, tais como utilização de energia geotérmica, disposição subterrânea de materiais nucleares, armazenamento de grãos, dispersão de poluentes no solo, sistemas de armazenamento de energia, etc.

Um grande número das publicações sobre meios porosos diz respeito à convecção natural em regime permanente em cavidades retangulares. Os casos mais gerais envolvem paredes verticais termicamente ativas e paredes horizontais adiabáticas. Walker e Homsy (1978), Bejan (1979) e Prasad e Kulacki (1984), apresentam importantes resultados teóricos para problemas desta natureza. Esse problema ainda é de grande interesse teórico, devido a sua geometria simples, na qual diversas técnicas numéricas podem ser utilizadas para obtenção de resultados que podem, por sua vez, serem posteriormente comparados.

Entretanto, um trabalho relativamente pequeno tem sido dedicado a problemas de convecção natural em cavidades de outros formatos geométricos como, por exemplo, cavidades inclinadas e cavidades trapezoidais. Em trabalhos recentes, como aqueles realizados por Baytas e Pop (1999, 2001), foram analisados o comportamento do fluxo convectivo e os efeitos da transferência de calor e distribuição de temperaturas junto a cavidades inclinadas e cavidades trapezoidais preenchidas com um meio poroso fluido-saturado. Foram apresentados resultados numéricos obtidos através do método das diferenças finitas para os campos de temperatura e campo de escoamento bem como valores do número de Nusselt. Caltagirone (1976) também obteve alguns resultados numéricos a respeito desse mesmo problema.

O propósito do presente trabalho é apresentar resultados numéricos do fenômeno da convecção natural, em regime permanente, em cavidades trapezoidais inclinadas, preenchidas com um meio poroso fluido-saturado, através da utilização do método dos elementos finitos. Isso permitirá a comparação com resultados obtidos com outros métodos numéricos como, por exemplo, o método das diferenças finitas, amplamente utilizado por outros autores. Esta nova metodologia de solução implementada permite uma maior flexibilidade no tratamento de geometrias complexas sendo, com isto, facilmente adaptável à simulação de qualquer problema prático. A solução do problema é realizada através das equações da conservação da energia e quantidade de movimento para diversos valores do número de Rayleigh até 500 e para ângulo da cavidade de 30°. Os resultados obtidos são comparados com aqueles disponíveis em trabalhos prévios, tais como aqueles obtidos por Baytas e Pop (1999,2001) e Caltagirone (1976).

2. Equações governantes

A configuração considerada no presente trabalho consiste em uma cavidade trapezoidal inclinada, a qual é preenchida com um meio poroso fluido-saturado como mostrado na Fig. (1).

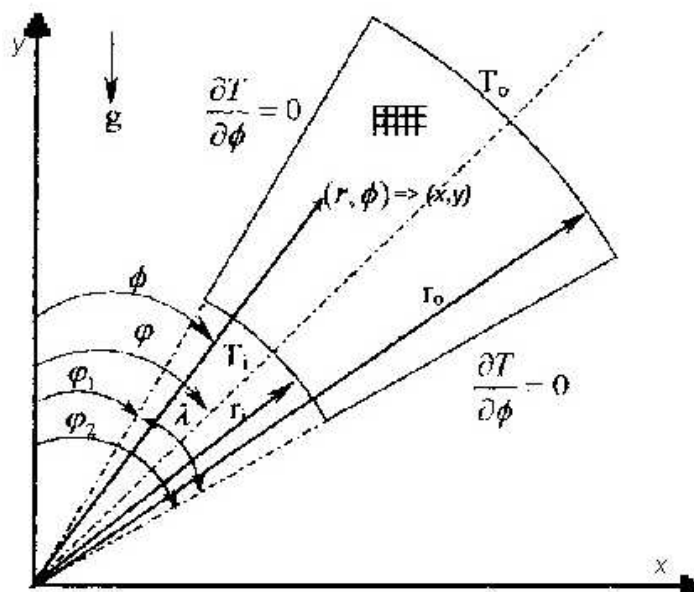
A seção do modelo é um trapézóide de altura r_o com superfícies paralelas cilíndricas, a qual são mantidas a temperaturas constantes T_i e T_o ($T_i > T_o$), respectivamente, enquanto que as paredes laterais não paralelas são consideradas adiabáticas. O ângulo entre a linha de centro do trapézóide e a vertical é ϕ e o ângulo entre as paredes laterais da cavidade é λ . É assumido que o comprimento da cavidade na direção perpendicular ao trapézóide é longo o suficiente para eliminar qualquer efeito de profundidade. Assume-se que o modelo de Darcy é adotado para se determinar características do escoamento e que o comportamento da densidade do fluido pode ser aproximado pela formulação de Boussinesq. Sob essas suposições, as equações da conservação da quantidade de movimento e da energia podem ser escritas respectivamente como:

$$\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial y^2} = - \frac{Kg\beta\rho}{\mu} \frac{\partial T}{\partial x} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \Psi^*}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \tag{2}$$

sendo:

- Ψ^* função corrente;
- T temperatura do fluido e meio poroso;
- x coordenada horizontal dimensional;
- y coordenada vertical dimensional;
- K permeabilidade do meio poroso;
- g aceleração da gravidade;
- α difusividade térmica do meio poroso;
- β coeficiente de expansão térmica;
- ρ densidade;
- μ viscosidade.



T_i	temperatura quente, superfície cilíndrica interna
T_o	temperatura fria, superfície cilíndrica externa
λ	ângulo entre as paredes laterais do trapézio
ϕ	ângulo entre a linha de centro do trapézio e a vertical
r_i	raio da superfície cilíndrica interna
r	coordenada radial
r_e	raio da superfície cilíndrica externa

Figura 1. Diagrama esquemático de uma cavidade trapezoidal porosa

O problema é totalmente resolvido através de coordenadas cartesianas, que simplificam o seu modelo matemático e adequado ao método de elementos finitos. Entretanto, por questões de simplificação quando a representação das características de cada superfície, estas serão apresentadas em função das suas coordenadas angulares e radiais. Além disto, as coordenadas de cada ponto para o processo de geração da malha de elementos finitos também são geradas em função da transformação das respectivas coordenadas cilíndricas para o sistema cartesiano. Maiores detalhes sobre a metodologia de solução e suas hipóteses podem ser encontradas em Scalon *et. al.* (2001).

As Eqs. (1) e (2) devem ser adimensionalizadas através dos seguintes parâmetros:

$$\Psi^* = \alpha\Psi, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{(T_i - T_o)}{L} \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad x = L \cdot X, \quad y = L \cdot Y, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{(T_i - T_o)}{L} \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad Ra = \frac{Kg\beta\rho(T - T_o)L}{\mu\alpha} \quad (3)$$

sendo que:

- L comprimento característico da cavidade com meio poroso;
- Ra número de Rayleigh;
- X coordenada horizontal adimensional;
- Y coordenada vertical adimensional;
- θ temperatura adimensional;
- Ψ função corrente adimensional.

Após o processo de adimensionalização, tem-se então as equações pertinentes do fenômeno da convecção natural, que são:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (5)$$

As Eqs. (4) e (5) são as que serão resolvidas através do método dos elementos finitos utilizando a discretização de Galerkin, sujeitas as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \psi = 0, \quad \theta = 0,5 \quad \text{em} \quad r = r_i, \quad \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, \\ \psi = 0, \quad \theta = -0,5 \quad \text{em} \quad r = r_o, \quad \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, \\ \psi = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \phi} = 0 \quad \text{em} \quad \phi = \varphi_1, \varphi_2, r_i \leq r \leq r_o, \end{aligned} \quad (6)$$

Para quantificar o fenômeno da transferência de calor na cavidade foi também avaliado o número de Nusselt nas paredes, além da média desses valores, através das expressões fornecidas por Caltagirone (1976):

$$Nu_i = \ln(A) \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_i}, \quad Nu_o = A \ln(A) \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_o}, \quad (7)$$

$$\overline{Nu}_i = \frac{\ln(A)}{\lambda} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_i} d\phi, \quad \overline{Nu}_o = \frac{A \ln(A)}{\lambda} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_o} d\phi \quad (8)$$

sendo que:

- A razão de forma da cavidade $\left(A = \frac{r_e}{r_i} \right)$
- Nu número de Nusselt local;
- \overline{Nu} número de Nusselt médio.

3. Resultados

De acordo com a metodologia apresentada foi possível avaliar o processo de convecção natural bidimensional em regime permanente em cavidades porosas trapezoidais. Utilizou-se o método dos elementos finitos para solucionar as equações pertinentes ao fenômeno. Entretanto, o processo de solução, conforme já apresentado, não é estável para valores de número de Rayleigh elevados, sendo então necessário a utilização de processos de sub-relaxação de acordo com o modelo amplamente difundido por Patankar (1980). Nesse trabalho foi utilizado um método conhecido como pseudo-transiente, equivalente ao da sub-relaxação, em que termos transientes são incluídos no processo de solução de forma a se atingir a convergência do problema.

Resultados numéricos foram obtidos para cavidades trapezoidais com $\lambda = 180^\circ$ e $\lambda = 30^\circ$, relação de aspecto $A = 2$ e ângulos de inclinação de 15° , 90° e 165° . Os valores de Rayleigh utilizados estão entre 100 e 900. A Tab. (1) compara os resultados do número de Nusselt médio (Nu_m) e o valor máximo da função corrente ψ_{max} quando $A = 2$ e $\lambda = 180^\circ$ com os valores obtidos por Baytas e Pop (1999, 2001) e Caltagirone (1976). É observado nessa tabela a boa concordância entre os resultados para os valores de Rayleigh considerados.

Tabela 1. Comparação dos valores de Nusselt médio (Nu_m) e função corrente máxima (ψ_{max}) quando $A = 2$ $\lambda = 180^\circ$.

Ra	Caltagirone (1976)		Baytas & Pop (2001)		Resultados presentes	
	\overline{Nu}_i	ψ_{max}	\overline{Nu}_i	ψ_{max}	Nu_m	ψ_{max}
10	1.0172	1.1769	1.017	1.179	1.013	1.179
25	1.0993	2.8921	1.101	2.906	1.100	2.906
50	1.3278	5.4934	1.341	5.564	1.343	5.567
100	1.8286	9.7480	1.867	9.87	1.868	9.975
200	2.6256	15.8598	2.695	16.34	2.681	16.34
500	4.1983	27.0995	4.344	28.12	4.254	28.05

Isotermas e linhas de corrente para escoamentos com $\lambda = 180^\circ$, $Ra = 10$ e 500 são apresentados nas Figs. (2) e (3) e isotermas e linhas de corrente para escoamentos com $\lambda = 15^\circ$, 90° e 165° , $Ra = 900$ são apresentados nas Figs (4) a (6).

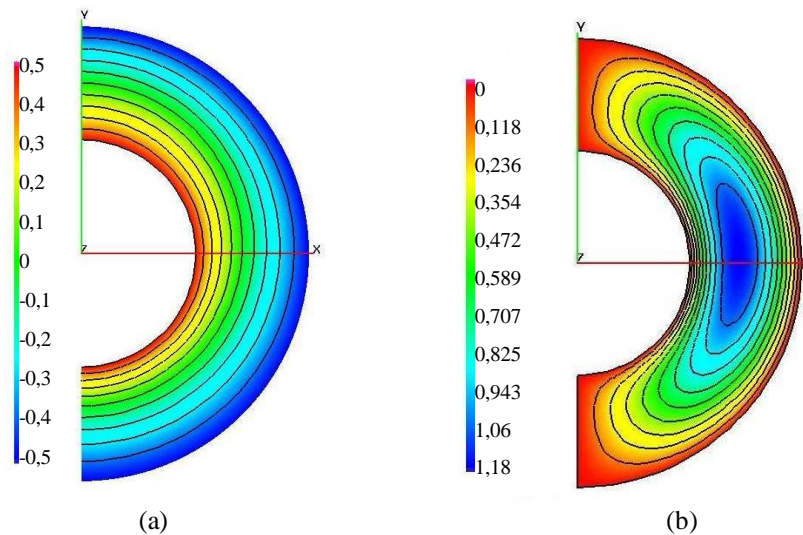


Figura 2. (a) Isotermas (b) Linhas de corrente para $\lambda = 180^\circ$, $A = 2$, $Ra = 10$.

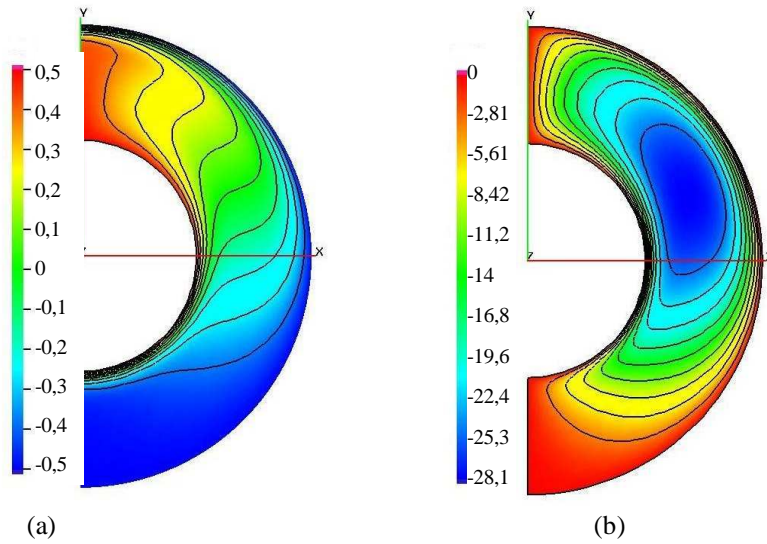


Figura 3. (a) Isotermas (b) Linhas de corrente para $\lambda = 180^\circ$, $A = 2$, $Ra = 500$.

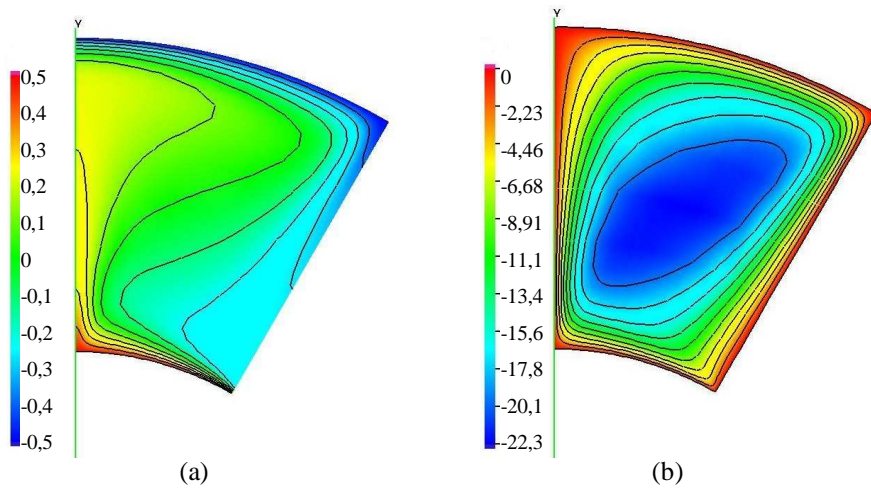


Figura 4. (a) Isotermas (b) Linhas de corrente para $\lambda = 30^\circ$, $A = 2$, $Ra = 900$ e $\phi = 15^\circ$.

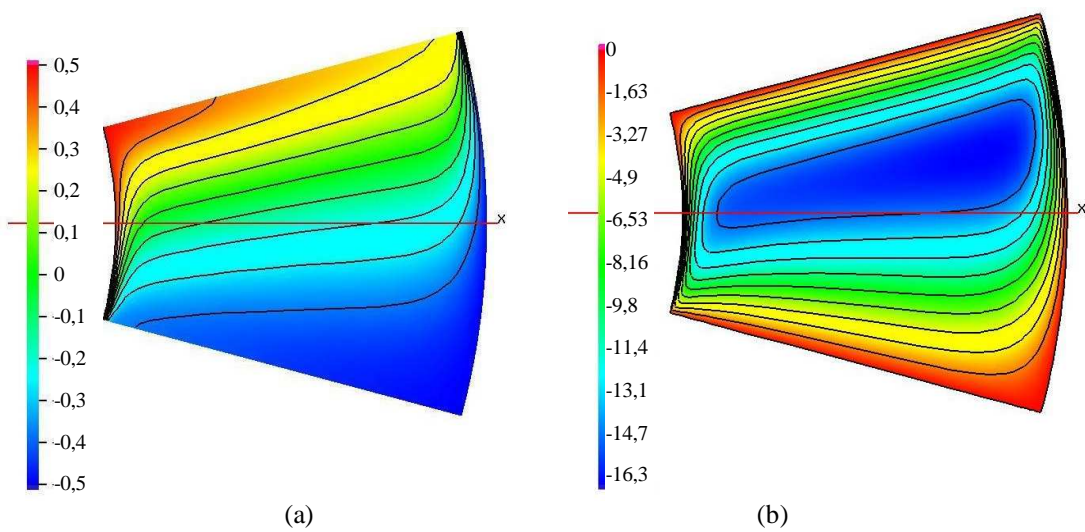


Figura 5. (a) Isotermas (b) Linhas de corrente para $\lambda = 30^\circ$, $A = 2$, $Ra = 900$ e $\phi = 90^\circ$.

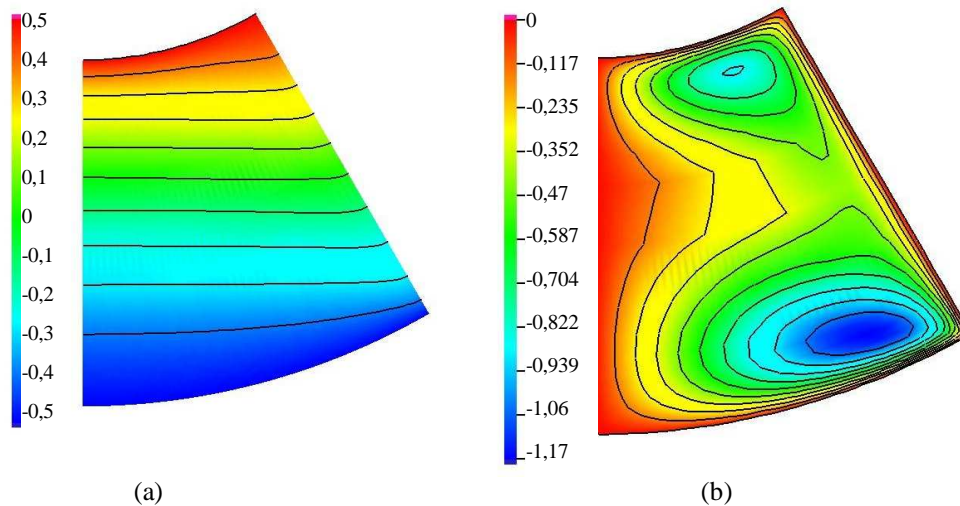


Figura 6. (a) Isotermas (b) Linhas de corrente para $\lambda = 30^\circ$, $A = 2$, $Ra = 900$ e $\phi = 165^\circ$.

Das Figuras (2) a (6), nota-se que o comportamento das curvas é consistente com o esperado do comportamento físico do problema em análise. Para as isocurvas apresentadas na Fig. (2), nota-se que não existe alteração significativa do campo de temperaturas mostrado na Fig. (2a), sendo que este se comporta como um problema predominantemente condutivo. As linhas de função corrente, apresentadas na Fig. (2b), apresentam um comportamento simétrico em relação à região anular.

Para as isocurvas apresentadas na Fig. (3) nota-se uma influência bem mais significativa do processo convectivo. As isotermas apresentadas na Fig. (3a) mostram o comportamento diferenciado em relação ao caso anterior, com gradientes de temperatura acentuados nas regiões superior externa e inferior interna do anel. Para as linhas de função corrente, apresentadas na Fig. (3b) nota-se uma perda de simetria com relação ao centro da cavidade associado a um aumento significativo da intensidade do escoamento, que pode ser notado pelo incremento do valor da função corrente em termos absolutos quando comparado com os valores da Fig (2b).

Nas Figs. (4) a (6) nota-se também um comportamento consistente com o esperado, havendo simetria entre as isotermas e, forte influência do processo convectivo para a cavidade trapezoidal. Cabe aqui ressaltar a Fig. (6b), onde se percebe recirculação no interior da cavidade, embora com baixos valores de função corrente.

A Fig. (7) mostra o comportamento do número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh para uma cavidade com $\lambda = 180^\circ$. Como pode ser visto nesta figura, o Nu_m aumenta com o aumento de Ra . O aumento do número de Rayleigh implica em um aumento da intensidade do escoamento, levando a uma maior transferência de calor e acentuação dos gradientes de temperatura no interior da cavidade, fenômeno quantificado pelo número de Nusselt. Merece comentário o fato dos valores dos números de Nusselt mostrados na Tab. (1) e na Fig. (7) terem sido obtidos a partir da média dos valores calculados nas duas paredes termicamente ativas. Não há informações relativas ao procedimento de cálculo utilizado pelos outros autores para os valores comparativos da Tab. (1).

A Fig. (8) mostra como o número de Nusselt médio Nu_m varia com o tamanho angular da cavidade λ para valores do número de Rayleigh. Observou-se comportamento similar para as três curvas vistas na Fig. (8), onde percebe-se um decréscimo do valor de Nu_m com o aumento do tamanho angular da cavidade para os três valores de Rayleigh considerados.

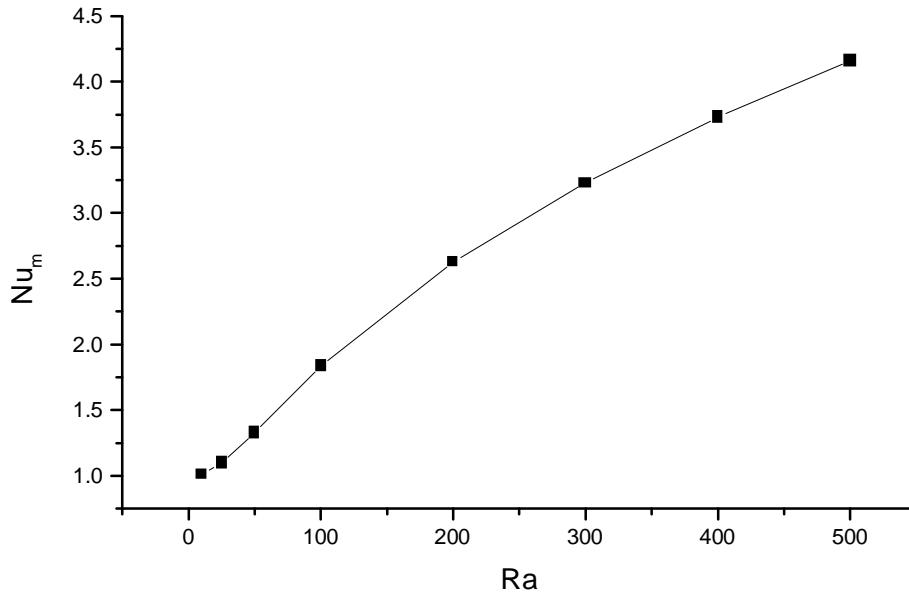


Figura 7. Variação do número de Nusselt médio com Ra e $\lambda = 180^\circ$.

4. Conclusões

Foi descrito nesse trabalho um estudo do movimento convectivo de um fluido e as características de transferência de calor de um meio poroso, para um fluido saturado contido em uma cavidade trapezoidal. As equações pertinentes ao fenômeno foram resolvidas através do método dos elementos finitos e os resultados obtidos foram comparados com resultados obtidos na literatura. Foi notado que para baixos valores de Rayleigh ($Ra = 10$), o regime condutivo prevaleceu enquanto que para valores de Rayleigh mais altos ($Ra = 900$) notou-se forte influência do processo convectivo.

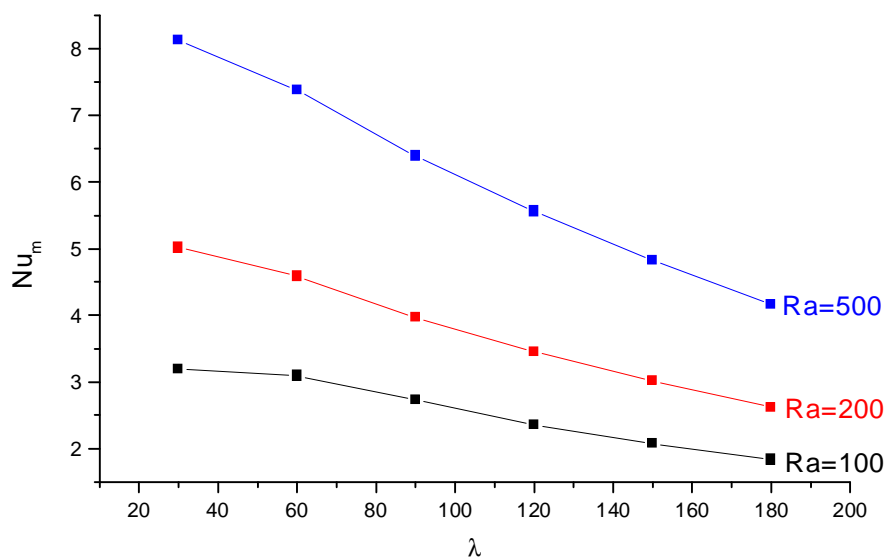


Figura 8. Variação do número de Nusselt médio com Ra para diferentes valores do tamanho angular da cavidade

Através dos resultados obtidos pode-se concluir que o modelo utilizado mostrou-se robusto na solução do problema proposto e o modelo implementado através do método dos elementos finitos teve um desempenho eficiente na obtenção de novos resultados. Além disto o tratamento do dado, com um esquema de refinamento diferenciado próximo à superfície e malhas mais grosseiras na região central também se mostrou bastante eficiente, alcançando bons resultados com malhas muito menos refinadas que as utilizadas nas demais referências. A boa concordância dos resultados com aqueles disponíveis na literatura permite afirmar que o modelo proposto é estável, podendo ser usado com segurança na obtenção de outros resultados de interesse prático, mesmo em se tratando de geometrias complexas.

5. Referências

- Baytas, A. C., I. Pop., 1999, "Free convection in oblique enclosures filled with a porous medium", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42.
- Baytas, A. C., I. Pop., 2001, "Natural convection in a trapezoidal enclosure filled with a porous medium", International Journal of Engineering Science, Vol. 39.
- Bejan, A., 1979, "Boundary-layer regime in a vertical enclosure filled with a porous-medium", Letters in Heat and Mass Transfer, 6: (2), p. 93-102.
- Caltagirone, J. P., 1976, "Thermoconvective instabilities in a porous medium bounded by two concentric horizontal cylinders", 76, 337 - 362, J. Fluid Mech.
- Patankar, S., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Pub",
- Prasad, V., Kulacki, J., 1984, "Convective heat-transfer in a rectangular porous cavity - effect of aspect ratio on flow structure and heat-transfer", J. Heat Transfer - ASME, 106:(1), p. 158-165.
- Scalon, V. L., Padilha, A., Oliveira, S. R., 2001, "Convecção Natural em Cavidades Porosas", In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlândia. v.CD., p.412 - 419.
- Walker, K. L., Homsy, G. M., 1978, "Convection in a porous cavity", J. Fluid Mech., 87, p.449-474.

STUDY OF THE NATURAL CONVECTION PROCESS IN POROUS INCLINATED TRAPEZOIDAL ENCLOSURES

Santiago del Rio Oliveira

Mestrando em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Campus de Bauru/UNESP
email: santiagooliveira@yahoo.com.br

Vicente Luiz Scalon

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Campus de Bauru/UNESP
email: scalon@feb.unesp.br

Alcides Padilha

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Campus de Bauru/UNESP
email: padilha@feb.unesp.br

Abstract: *The flow in porous media were extensively studied in recent years. This interest has been increased by its importance in several engineering processes. Only to illustrate some of them, one can cite solar power collectors, migration of moisture through air containing fibrous insulation, underground spread of pollutants, grain storage and others. Hence, this large utilization possibilities lead to present a numerical model for a steady flow in a enclosure filled with a porous media. There are several schemes developed in recent years to simulate the flow in a porous medium. The most common of them, and used in this paper, is the Darcy model. This approach reduces the number of the problem governing equations and, consequently, the problem complexity. So, in this work was developed a formulation using the finite element method and Darcy model. The obtained results were compared with other previous published. Results for different inclination angles of the enclosure with their respective heat transfer coefficient were presented and discussed.*

Keywords: *porous medium, free convection, Darcy scheme.*