

EFEITO DE PERMEABILIDADE E POROSIDADE NA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE CONTENDO MATERIAL POROSO

Viviani Tagliari Magro¹

Marcelo J.S. De-Lemos²

Departamento de Energia – IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, 12228-900 – São José dos Campos – S.P. – Brazil

¹e-mail: taglivi@mec.ita.br, ²e-mail: delemos@mec.ita.br

Resumo. Neste trabalho são obtidas soluções numéricas para o escoamento em uma cavidade aquecida parcialmente bloqueada por uma camada porosa. As equações microscópicas do escoamento são integradas em um volume elementar representativo afim de se obter equações macroscópicas válidas também no domínio poroso. Um único conjunto de equações é então discretizado e a solução do sistema de equações algébricas obtido segue o método SIMPLE. Na interface entre o meio limpo e o meio poroso o salto na tensão de cisalhamento do líquido é considerado. São apresentados resultados para o campo de velocidades e temperatura em função da permeabilidade e porosidade do meio

Palavras chave: Convecção Natural, cavidade quadrada, métodos numéricos,

1. Introdução

Meios porosos têm sido extensivamente estudados ultimamente, principalmente devido a sua grande aplicação tanto na indústria como na ciência. Estudos de contaminação de solo, combustão em matrizes porosas, recuperação de poços de petróleo e filtragem são apenas alguns exemplos de aplicação desta área.

Recentes trabalhos encontrados na literatura podem ser classificados basicamente em dois tipos : *a*) tratamento microscópico onde o meio poroso é modelado como um arranjo infinito de células unitárias e as equações do escoamento são resolvidos para uma célula, com condições de contorno periódicas, visando a obtenção de parâmetros integrais do escoamento, e *b*) tratamento macroscópico onde as propriedades de interesse são obtidas através da integração das mesmas num volume elementar representativo (*REV*), fornecendo, assim, as equações do escoamento para as variáveis médias superficiais. Exemplos do primeiro tipo podem ser encontrados em Kuwahara *et al.* (1998), Rocamora e de Lemos (1998), etc., enquanto que do segundo tipo podemos mencionar Pedras e de Lemos (1998), Anthohe e Lage (1997), entre outros.

Neste trabalho o tratamento macroscópico é utilizado na obtenção de soluções numéricas em regime permanente para um domínio híbrido, *i.e.*, meio poroso-meio limpo, para escoamentos laminares em cavidade quadrada e entre placas planas preenchidas parcialmente com um meio poroso homogêneo. Alguns trabalhos são encontrados na literatura que tratam do problema da interface entre um meio poroso e um meio limpo, como Vafai e Tien (1981) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995), entre outros. O modelo utilizado para o tratamento da interface segue o proposto por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) sem considerar ‘saltos’ na tensão na interface meio limpo-meio poroso. Na equação da energia é considerada a condição de equilíbrio térmico entre o fluido e a matriz porosa.

O problema considerado é mostrado esquematicamente na Figura 1 e é referente ao escoamento bidimensional de um fluido em uma cavidade quadrada de altura H e largura L , parcialmente preenchida com material poroso. O caso de cavidade vertical (Figura 1a) considera temperaturas constantes nas faces esquerdas, T_H , e direita, T_C , sendo $T_H > T_C$. Para cavidades horizontais (Figura 1b), as temperaturas T_H e T_C são aplicadas às faces abaixo e acima, respectivamente. As outras duas paredes, em ambos os casos, são isoladas.

Em Magro e de Lemos 2002 o escoamento e a transferência de calor na cavidade da Figura 1 foi investigado. Naquele trabalho o efeito do número de Rayleigh e o tratamento da interface entre os meios foram objeto de análise. Neste trabalho é estendida a investigação de Magro e de Lemos 2002, levando-se em consideração aqui os efeitos de porosidade e de permeabilidade do meio poroso.

2. Modelagem Matemática

2.1. Equações de Transportes e Constitutivas

A média intrínseca de uma propriedade do fluido ϕ num volume elementar representativo (**REV**) do meio poroso é definida como:

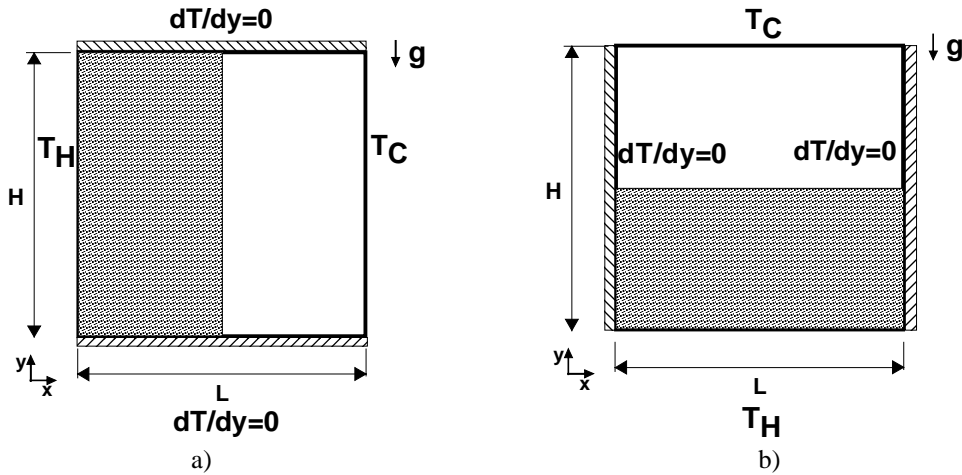


Figura 1. Cavidades parcialmente preenchida com material poroso, a) cavidade vertical, b) cavidade horizontal

$$\langle \varphi \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \varphi dV \quad (1)$$

Assim, a média superficial de φ no “REV” é dada por :

$$\langle \varphi \rangle^v = \frac{1}{V} \int_{V_f} \varphi dV = \phi \langle \varphi \rangle^f \quad (2)$$

onde $\phi = V_f / V$, V é o volume do “REV” e V_f é o volume do fluido contido em V (meio poroso homogêneo saturado).

As equações de transporte para meios porosos, em termos da velocidade média superficial (velocidade de Darcy ou seepage velocity), \bar{u}_D , em regime permanente, podem ser escritas como :

a) Equação da Continuidade

$$\text{div}(\rho \bar{u}_D) = 0 \quad (3)$$

b) Equações de Momentum

$$\text{div} \left(\rho \frac{\bar{u}_D U_{D_i}}{\phi} - \bar{t}_i \right) = s_{u_i} \quad (4)$$

c) Equação da Energia

$$\text{div} \left(\rho \bar{u}_D T - \frac{k_{eff}}{c_{pf}} \text{grad}(T) \right) = s_T \quad (5)$$

Nas equações acima U_{D_i} é a componente da velocidade média superficial na direção i , ϕ é a porosidade do meio, s_{u_i} representa todos os termos fonte na direção i para a equação de momentum, incluindo o gradiente de pressão e os termos de Darcy-Forchheimer, T é a temperatura média superficial, c_{pf} é o calor específico do fluido, k_{eff} é a condutividade térmica efetiva do fluido e da matriz porosa e s_T representa os termos fonte para a equação da energia. O termo \bar{t}_i é expresso por :

$$\bar{t}_i = \tau_{ij} \bar{t}_j \quad (6)$$

e τ_{ij} e s_{u_i} são dados por :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_{D_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{D_j}}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

$$s_{u_i} = - \left(\frac{\partial \phi P^f}{\partial x_i} + \frac{\phi \mu}{K} U_{D_i} + \frac{\phi \rho c_F |\bar{u}_D|}{\sqrt{K}} U_{D_i} \right) + \rho g_i \phi \quad (8)$$

onde K é a permeabilidade do meio, c_F é o coeficiente de Forchheimer (*form-drag coefficient*) e P^f é a pressão média intrínseca do fluido num meio poroso saturado.

Na Eq. (5) o fluido e a matriz porosa são considerados em equilíbrio térmico. Para os casos considerados, a condutividade efetiva, k_{eff} , é calculada como :

$$k_{eff} = k_f \phi + k_s (1 - \phi) \quad (9)$$

onde k_f e k_s são as condutividades térmicas do fluido e da matriz porosa (sólido), respectivamente.

Vale notar que para o meio limpo, i.e., sem matriz porosa, as equações do escoamento são as mesmas com $\phi=1$ e $K \rightarrow \infty$ (apenas removendo os termos de Darcy-Forchheimer da Eq. (8) e fazendo $\bar{u}_D = \bar{u}$, onde \bar{u} é a velocidade do fluido no meio limpo).

O tratamento da interface entre o meio poroso e o meio limpo (fluido) merece um pouco mais de atenção. A condição de continuidade da velocidade média superficial e da pressão média intrínseca na interface, i.e., $\bar{u}_{fluido} = \bar{u}_{D, meio poroso}$, $P^f_{fluido} = P^f_{meio poroso}$, requerem um tratamento diferenciado para as faces dos volumes de controle que fazem parte da interface.

A componente tangencial da condição de ‘salto’ na interface dada por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) pode ser expressa como :

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial U_{D//}}{\partial n} \Big|_{meio poroso} - \frac{\partial U_{D//}}{\partial n} \Big|_{meio lim po} = \frac{\beta}{\sqrt{K}} U_{D//, meio poroso} \quad (10)$$

onde $U_{D//}$ representa a componente da velocidade média superficial paralela à interface, n é a coordenada normal à interface indo do meio poroso para o meio limpo e β é uma constante que define a intensidade do ‘salto de tensão’ na interface. Para os casos tratados neste trabalho o parâmetro β foi considerado nulo, i.e., $\beta=0$, de modo que na interface temos as seguintes relações para a velocidade média superficial :

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial U_{D//}}{\partial n} \Big|_{meio poroso} - \frac{\partial U_{D//}}{\partial n} \Big|_{meio lim po} = 0 \quad (11)$$

$$\bar{u}_{D, meio poroso} = \bar{u}_{D, meio lim po} \quad (12)$$

A outra condição que deve ser observada é a da continuidade da pressão intrínseca do fluido na interface, expressa por :

$$P^f_{meio poroso} = P^f_{meio lim po} \quad (13)$$

A condição de não deslizamento é aplicada para a velocidade em todas as quatro paredes da cavidade. O escoamento resultante da diferença de temperatura imposta é dependente do número de Rayleigh definido como $Ra = \frac{g \beta^* L^3 \Delta T}{\nu \alpha}$, onde g é a gravidade, β^* é o coeficiente de expansão volumétrica do fluido, ν é a viscosidade cinemática, α a difusividade térmica e $\Delta T = T_H - T_C$.

Para a equação da energia, Eq.(5), não há necessidade de nenhuma condição especial na interface, uma vez que, para a hipótese de equilíbrio térmico, a continuidade da temperatura e do fluxo de calor são automaticamente satisfeitas na interface.

A permeabilidade do meio poroso em todos os casos foi estimada respeitando-se a correlação proposta por Kuwahara *et al.* (1998) para meio poroso da forma,

$$K = \frac{\phi^3}{144(1-\phi)^2} \tag{14}$$

A correlação acima assume que a estrutura permeável é formada por pequenas hastes cilíndricas de diâmetro D, onde D é muito menor que as dimensões da geometria analisada.

2.2. Método Numérico

O método numérico utilizado na resolução das equações acima é baseado na técnica de Volumes Finitos e no procedimento *SIMPLE* de Patankar (1980) para escoamentos incompressíveis. A interface é posicionada de modo a coincidir com a fronteira entre dois volumes de controle, gerando apenas volumes de controle do tipo ‘poroso’ ou ‘limpo’. As equações do escoamento são então resolvidas nas regiões porosa e limpa, respeitando as condições (11)-(13) na interface.

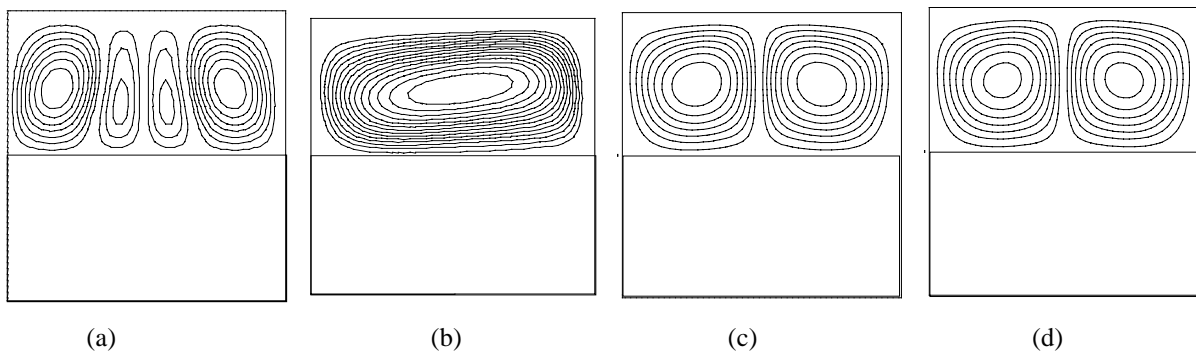


Figura 2. Efeito da Porosidade nas linhas de corrente para malha 50x50, $\beta = 0$, $Ra=10^6$, $K=4 \times 10^{-5} m^2$, a) $\phi=0.3$, b) $\phi=0.4$, c) $\phi=0.5$, d) $\phi=0.8$.

3. Resultados e Discussão

Nesta seção são apresentados os resultados para o campo de velocidades e temperaturas na geometria da Figura 1. A Figura 2 mostra o efeito da porosidade no campo hidrodinâmico para ambas as regiões limpa e porosa. Note-se que para uma baixa porosidade, surgem no escoamento acima da camada porosa. Para porosidade acima de $\phi > 0.5$, duas células de recirculação foram observadas. A Figura indica que a porosidade afeta o escoamento dentro da matriz porosa, então, o padrão de recirculação na região limpa. Por outro lado, a Figura 3 mostra que a permeabilidade K pouco afeta o padrão do escoamento. A Figura 4 apresenta os perfis de velocidade vertical v ao longo da interface para diversos valores de ϕ e K. A Figura 4a mostra a transição do padrão do escoamento, de quatro para duas células de recirculação a medida que a porosidade aumenta. Esta transição é também sensível ao valor da permeabilidade K, conforme mostra a Figura 4b. Para uma maior permeabilidade, apenas o sentido de recirculação é mantido, mantendo-se o número de células de movimento circular (Figura 4b). Na Figura 4c são apresentados os perfis de v na interface para os casos da Figura 3. Como já observado, para uma mesma porosidade apenas a intensidade de recirculação é incrementada com o aumento de K. A

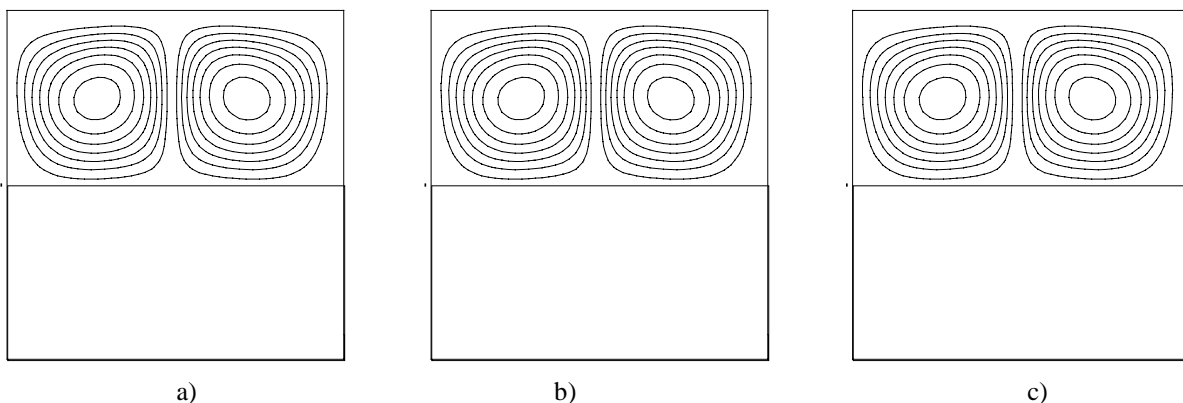


Figura 3. Efeito da permeabilidade nas linhas de corrente para malha 50x50, $\beta = 0$, $Ra=10^6$, $\phi=0.5$, a) $K=2 \times 10^{-5} m^2$, b) $K=4 \times 10^{-5} m^2$, c) $K=6 \times 10^{-5} m^2$

mudança do sentido de circulação do fluido apresentada nas Figuras 4a e 4b, é detalhada na Figura 5. Para duas posições

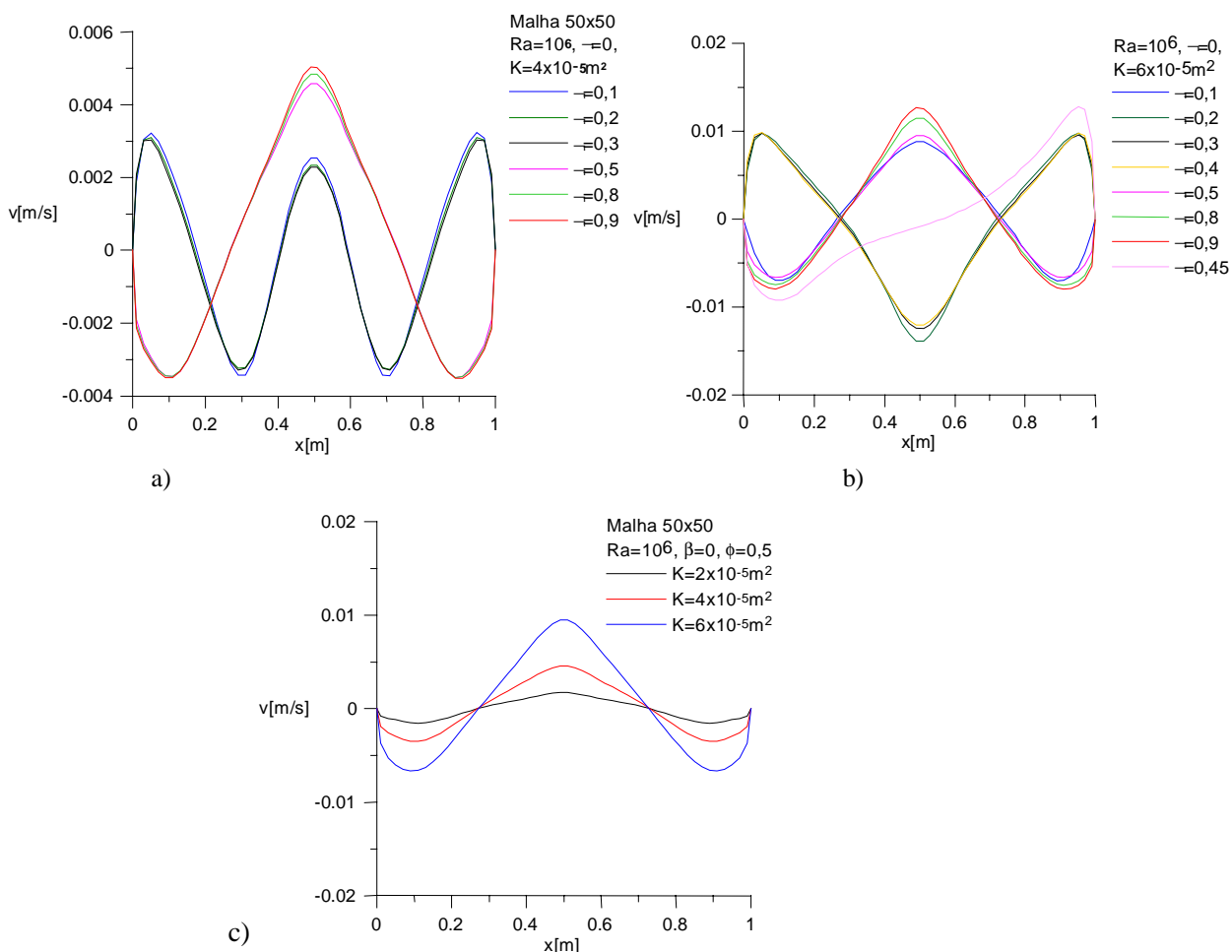


Figura 4. Efeito de ϕ e K no campo de velocidade para cavidades horizontais, a) $K=4 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, b) $K=6 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, c) $\phi=0.5$

a longo do eixo x , em $x/L = 0.1$ e $x/L = 0.5$, a Figura 5 mostra que as velocidades verticais tem sentidos opostos nestas posições e a circulação é invertida á medida que a porosidade aumenta.

As variações correspondentes no campo de temperatura são mostrados na Figura 6. A inversa no sentido de rotação das células circulares, mostrada na Figura 4b, distorce o padrão de distribuição de temperaturas, conforme indicado na figura. Para porosidade de ordem de 0.1, o escoamento ascendente no centro da cavidade carrega fluido aquecido para o topo da cavidade. Para porosidades maiores ($0.2 < \phi < 0.3$) o sentido da corrente convectiva é invertido. Aumentando-se ainda mais a porosidade ($\phi > 0.5$) aumenta a ascensão de correntes aquecidas pelo centro da cavidade é observada.

A Figura 7 mostra a influencia da permeabilidade na distribuição de temperaturas na cavidade. Para baixa porosidade (Figura 7 a) alguma influencia é observada no padrão de temperaturas a medida que K aumenta. Entretanto, para altas porosidades, a permeabilidade do meio pouco modifica os perfis de temperaturas. Estas observações são coerentes com as indicações na Figura 3.

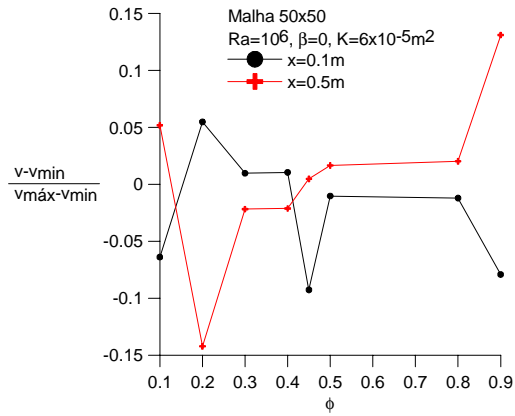


Figura 5. Efeito da porosidade no campo de velocidade para cavidades horizontais.

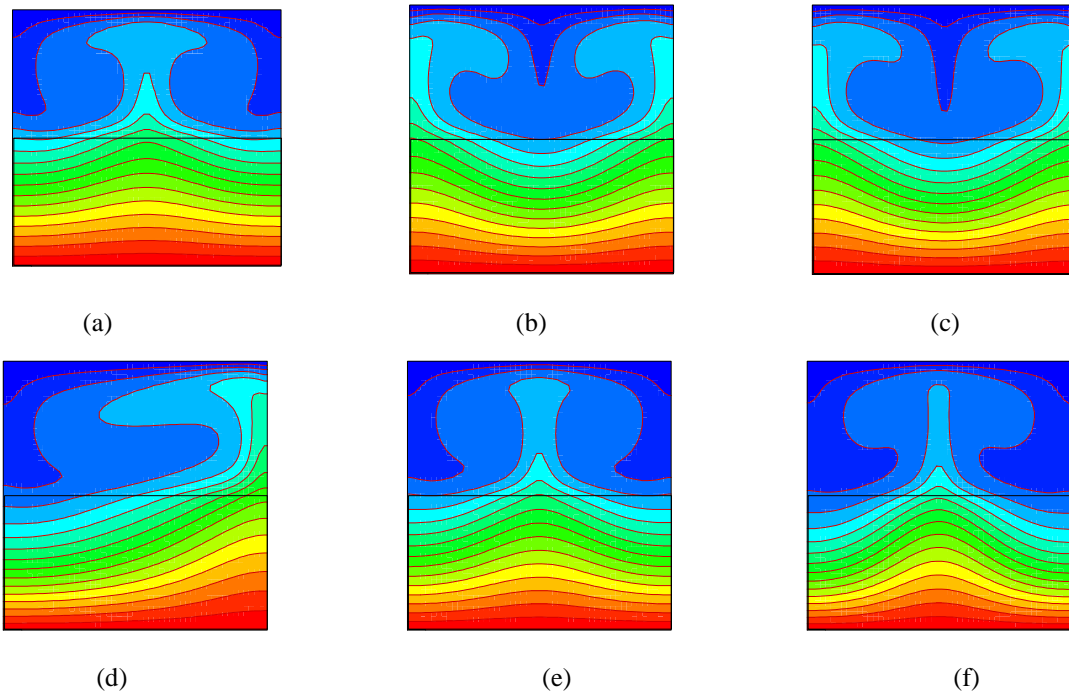
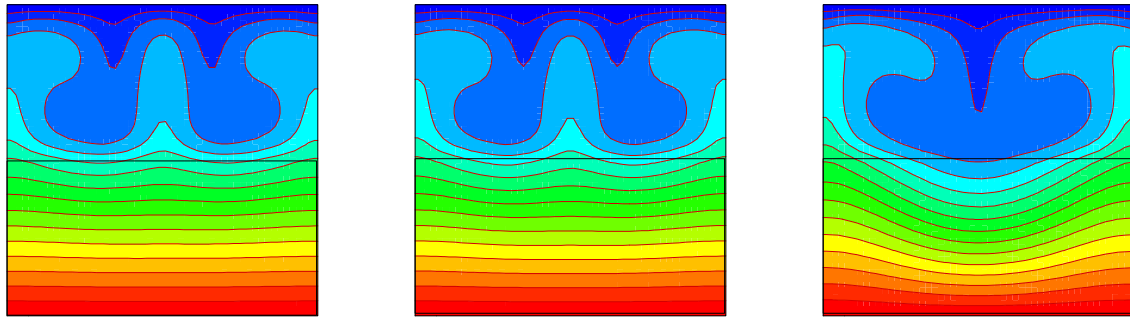
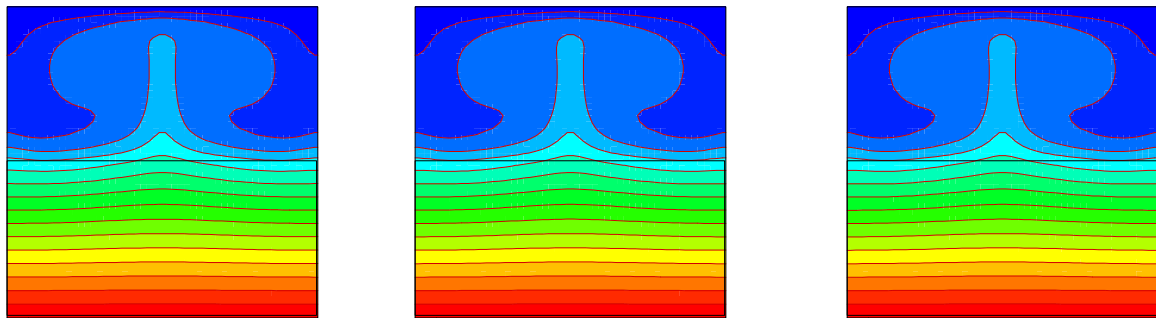


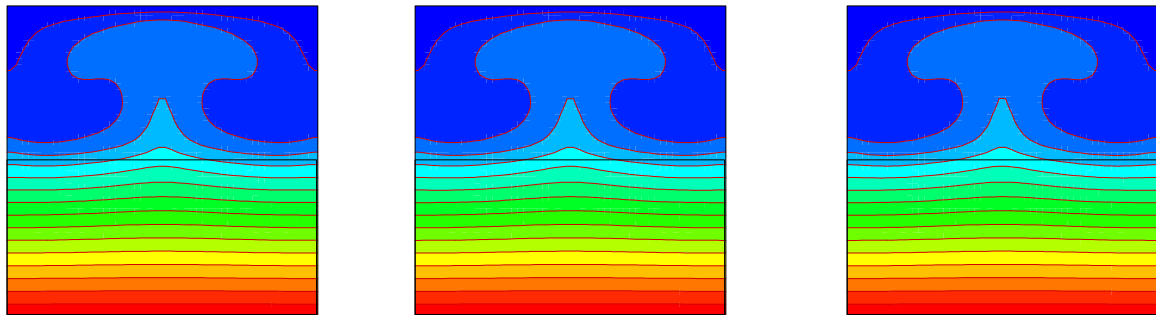
Figura 6. Efeito da porosidade ϕ no campo de temperatura para cavidades horizontais para malha 50x50, $\beta=0$, $Ra=10^6$, a) $\phi=0.1$, b) $\phi=0.2$, c) $\phi=0.4$, d) $\phi=0.45$, e) $\phi=0.5$, f) $\phi=0.9$



a) $K=2 \times 10^{-5} \text{m}^2$, $K=4 \times 10^{-5} \text{m}^2$, $K=6 \times 10^{-5} \text{m}^2$



b) $K=2 \times 10^{-5} \text{m}^2$, $K=4 \times 10^{-5} \text{m}^2$, $K=6 \times 10^{-5} \text{m}^2$



c) $K=2 \times 10^{-5} \text{m}^2$, $K=4 \times 10^{-5} \text{m}^2$, $K=6 \times 10^{-5} \text{m}^2$

Figura 7. Efeito da permeabilidade K no campo de temperatura para malha 50×50 , $\beta = 0$, $Ra = 10^6$, a) $\phi = 0.3$, b) $\phi = 0.5$, c) $\phi = 0.8$

Finalmente, as Tabela 1, Tabela 2 e Tabela 3 apresenta valores para o Número de Nusselt definido como

$$\overline{Nu} = \frac{1}{H} \int_0^H Nudy \tag{15}$$

onde

$$Nu = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} \frac{L}{T_H - T_C} \tag{16}$$

é calculado ao longo da parede de maior temperatura, T_C .

As Tabelas mostram resultados para os casos de cavidades parcialmente preenchidas com material poroso, visto acima.

O efeito do tamanho da malha computacional no valor do Nu é apresentado na Tabela 1. Independentemente do valor de ϕ , é observado um avanço de Nu à medida que a malha é refinada. Neste trabalho, os resultados numéricos

mistos foram obtidos com uma malha de 50x50 pontos nodais. Embora entenda que malhas mais refinadas trariam valores mais avançados, os resultados aqui apresentados são de caráter preliminar, sujeitos a testes adicionais sobre a influencia da malha computacional nos cálculos aqui mostrados.

A Tabela 2 mostra que ao se aumentar a intensidade das correntes convectivas, variando ϕ ou K, o número de Nusselt é também incrementado.

Finalmente, a Tabela 3 apresenta valores de Na para cavidades verticais, conforme mostrado na Figura 1a. É interessante ressaltar que o valor de Nu é calculado em função dos gradientes de temperatura ao longo da parede aquecida, conforme indicada na Figura (16). A tabela mostra que para uma mesma porosidade ϕ e mesma permeabilidade K, o valor de Nu é maior com a cavidade posicionada verticalmente. Estes valores são coerentes com a idéia de que, na cavidade vertical, a região limpa apresenta maior dimensão ao longo da vertical, permitindo, assim, maior facilidade no movimento do fluido induzido pela ação da gravidade.

Tabela 1. Influencia da malha sobre o número de Nusselt em função da permeabilidade e porosidade onde $K=6 \times 10^{-5} m^2$, $Ra=10^6$. $\beta =0$.

Malha \ ϕ	0.2	0.3	0.5	0.8
30x30	1.56	1.6	1.7	1.93
50x50	1.54	1.58	1.68	1.84
70x70	1.48	1.51	1.61	1.82

Tabela 2. Número de Nusselt para cavidades horizontais parcialmente preenchidas com material poroso para malha 50x50, $\beta =0$, $Ra=10^6$.

K \ ϕ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45	0.5	0.8	0.9
$2 \times 10^{-5} m^2$	1.28	1.31	1.34	1.37	1.38	1.39	1.53	1.56
$4 \times 10^{-5} m^2$	1.4	1.33	1.35	1.38	1.4	1.41	1.61	1.65
$6 \times 10^{-5} m^2$	1.41	1.54	1.58	1.62	1.65	1.68	1.84	1.96

Tabela 3. Número de Nusselt para cavidades verticais parcialmente preenchidas com material poroso para malha 50x50, $\beta =0$, $Ra=10^6$.

K \ ϕ	0.2	0.5	0.8
$4 \times 10^{-5} m^2$	1.64	2.29	2.64
$6 \times 10^{-5} m^2$	2.32	2.68	3.14

4. Conclusões

Este trabalho apresentou resultados para o escoamento e a distribuição de temperaturas em cavidades parcialmente obstruídas. Foi observado que dependendo do valor de ϕ distintos, padrões de velocidade e temperatura são calculados. O valor do número de Nusselt é também afetado pelas propriedades do material poroso.

Verificou-se, também, que o posicionamento da cavidade em relação à gravidade afeta a intensidade da corrente de fluido, modificando, portanto, o valor calculado de Nu.

5. Agradecimentos

Os autores são gratos à CAPES e ao CNPq pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho.

6. Referências

Antohe, B. V. ;Lage, J. L., 1997, "A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3013-3024.

Braga, E. J., de Lemos, M. J. S., 2002, "Free Convection in square and rectangular cavities heated from below or on the left", CONEM 2002, *Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, João Pessoa, PA, 23 a 28 de agosto.

Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S., e Nakayama, A., 1998, "Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array", *J. Porous Media*, vol. 1, pp. 47-55.

- Magro, V. T., de Lemos, M.J.S., 2002, "Convecção Natural em Regime Laminar em Cavidade Contendo Material Poroso", CONEM 2002, *Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, João Pessoa, PA, 23 a 28 de agosto.
- Ochoa-Tapia, J. A.; Whitaker, S., 1995, "Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-I. Theoretical development.", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 38, pp. 2635-2646.
- Patankar, S.V., 1980, *NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW*, Mc-Graw Hill.
- Pedras, M.H.J.; de Lemos, M.J.S., 1998, "Resultados da Modelagem da Turbulência Macroscópica em Meios Porosos", *ENCIT98- Proc. of 7th Braz. Cong. Eng. Th. Sci.*, vol. 2, pp. 1272-1277, Rio de Janeiro, RJ, Nov. 3-6.
- Rocamora, F. D. Jr., de Lemos, M. J. S., 1998, "Numerical Solution of Turbulent Flow in Porous Media using a Spatially Periodic Array and the $K-\epsilon$ Model", *ENCIT-98 - Proc. of 7th Braz. Cong. Eng. Th. Sci.*, vol. 2, pp. 1265-1271.
- Vafai, K., Tien, C. L., 1981, "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24, pp. 195-203.

EFFECT OF PERMEABILITY AND POROSITY ON NATURAL CONVECTION IN A CAVITY WITH POROUS MATERIAL

Viviani Tagliari Magro¹

Marcelo J.S. De-Lemos²

Departamento de Energia – IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, 12228-900 – São José dos Campos – S.P. – Brazil

¹e-mail: taglivi@mec.ita.br, ²e-mail: delemos@mec.ita.br

Abstract. *This work presents numerical solutions for flow and heat transfer in square partially obstructed with porous material. The microscopic flow and energy equations are integrated in a representative elementary volume in order to obtain a set of equations valid in both the clear flow region and in the porous substrate. A unique set of equations is discretized with the control volume method and solved with the SIMPLE algorithm. At the interface between the clear domain and the porous region the jump of the shear stress is considered. Results for the flow and temperature fields as a function of the porous medium porosity and permeability are shown.*

Keywords: *Natural convection, Square Cavity, Porous Media, Numerical Methods,*