

COMPARAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE MOVIMENTAÇÃO DE MALHA NUMA FORMULAÇÃO ‘ALE’ APLICADAS A PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Ricardo Lessa Azevedo

Universidade Federal de Pernambuco – Departamento de Engenharia Mecânica
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N – Recife, PE – 50740-530
azevedo@demec.ufpe.br

Alessandro Romário Echevarria Antunes

Universidade Federal de Pernambuco – Departamento de Engenharia Mecânica
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N – Recife, PE – 50740-530
aantunes@demec.ufpe.br

Paulo Roberto Maciel Lyra

Universidade Federal de Pernambuco – Departamento de Engenharia Mecânica
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N – Recife, PE – 50740-530
prmlyra@demec.ufpe.br

Resumo. Neste trabalho são apresentadas algumas estratégias de movimento de malha envolvendo a descrição Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE) na simulação numérica de problemas de interação fluido-estrutura (IFE), com a utilização do Método dos Elementos Finitos. Para o estudo da performance dos algoritmos foram utilizados dois programas computacionais de simulação de problemas de IFE, desenvolvidos pelos autores deste trabalho. Os exemplos numéricos apresentam o acoplamento de diferentes estratégias para movimentar a malha em ambos os códigos de simulação, com o objetivo de aferir a importância de utilizar uma técnica apropriada às características do problema em foco e a influência da escolha da mesma sobre o resultado final.

Palavras chave: interação fluido-estrutura, dinâmica dos fluidos computacional, método dos elementos finitos, equações de Navier-Stokes.

1. Introdução

Nas últimas três décadas esforços significativos têm sido desenvolvidos para analisar numericamente problemas de interação entre meios fluidos e estruturas. Em vários problemas práticos de Engenharia, esta interação pode alterar sensivelmente a resposta estrutural, evidenciando a importância de considerar adequadamente este aspecto na análise. O termo “interação fluido-estrutura” refere-se tanto aos casos de fluidos contidos em estruturas como os de estruturas imersas em fluidos. Como exemplos deste tipo de problema podem ser mencionados os reservatórios excitados por ações sísmicas, as barragens excitadas pela aceleração provocada pelo reservatório contíguo, o fluxo em sistemas de dutos flexíveis, estruturas “off-shore” excitadas pelas ondas do mar, estruturas civis excitadas pelo vento, etc.

A evolução dos algoritmos numéricos, da arquitetura dos computadores e o desenvolvimento dos códigos (“softwares”) de computação gráfica e de pré e pós-processamento em geral tiveram um papel decisivo na elaboração de ferramentas numéricas como instrumentos auxiliares importantes nos projetos de Engenharia, particularmente aqueles envolvendo a interação entre o escoamento de um fluido viscoso e uma estrutura deformável.

Embora inicialmente técnicas como Diferenças Finitas e Volumes Finitos tenham sido empregadas, principalmente em aplicações de Dinâmica dos Fluidos Computacional, o Método dos Elementos Finitos (MEF, tradicionalmente empregado em Análise de Estruturas) têm tido o seu emprego bastante difundido em problemas de IFE, mesmo na simulação do escoamento fluido, onde não era muito empregado anteriormente. Dois artigos com extensas revisões bibliográficas sobre a utilização do MEF e do Método dos Elementos de Contorno em problemas de IFE (Mackerle, 1996 e 1999) permitem constatar o crescente nível de sofisticação da análise e os progressos que foram obtidos nesta área de investigação.

Conforme observado por Nitikitpaiboon e Bathe (1993), na análise de problemas de Mecânica do Contínuo dois tipos de descrição do movimento são tradicionalmente empregados: a descrição Lagrangeana e a descrição Euleriana. De forma sintética, na descrição Euleriana a malha de referência é fixa e o contínuo move-se através dela, enquanto que na descrição Lagrangeana a malha de referência move-se de forma solidária com o contínuo. Uma formulação mais geral e que contém as duas anteriores como casos particulares é representada pela descrição Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (Hughes et al., 1981; Donea et al., 1982 e Nitikitpaiboon e Bathe, 1993, entre muitos outros, na qual a malha de referência move-se com uma velocidade diferente daquela do meio contínuo.

A descrição Lagrangeana normalmente não é utilizada para problemas envolvendo fluidos devido a sua incapacidade de manipular as fortes distorções da malha, freqüentemente provocadas pelos escoamentos. A descrição Euleriana, por sua vez, é capaz de tratar fortes distorções mas apresenta dificuldades para considerar contornos móveis.

Desta forma, o emprego isolado das duas descrições mencionadas inicialmente não é adequado para problemas de IFE, sendo a descrição do tipo ALE a mais adequada para problemas deste tipo.

Os problemas de IFE normalmente envolvem contornos e interfaces móveis, este movimento aliado à utilização da descrição ALE torna necessário o emprego de técnicas eficientes para executar a atualização da malha de elementos finitos em uma parte ou na totalidade do domínio do fluido, de tal forma que não sejam geradas distorções excessivas, que possam desestabilizar a simulação numérica. Estas técnicas são normalmente baseadas no reposicionamento dos nós ou no remalhamento (geração automática de um conjunto de nós e elementos inteiramente novos), sendo que os mesmos podem ser empregados isoladamente ou em conjunto (ver, por exemplo, Tezduyar et al., 1997).

Neste trabalho as técnicas consideradas pertencem ao primeiro tipo, considerando-se que o emprego de uma técnica eficiente de reposicionamento pode evitar (ou pelo menos postergar bastante) a necessidade de remalhamento, o qual pode se tornar muito caro do ponto de vista computacional, particularmente no caso de problemas de larga escala. Além disso, o remalhamento requer a interpolação de dados entre as malhas, a qual introduz novas aproximações e erros associados, podendo deteriorar a qualidade dos resultados (Sampaio et al., 1993). O reconhecimento da influência desta etapa da simulação no resultado final é tal que alguns autores definem o problema de IFE como um problema de três campos: escoamento de fluido, dinâmica estrutural e movimento de malha (Farhat, 1997).

Para o estudo da performance dos algoritmos de movimentação de malha foram utilizados dois programas computacionais de simulação de problemas de IFE, desenvolvidos pelos autores deste trabalho. O primeiro código utiliza elementos triangulares lineares para analisar o escoamento fluido bidimensional, com uma formulação Petrov-Galerkin para discretização espacial das equações governantes, um esquema Crank-Nicholson para a análise transiente e considera o comportamento da estrutura como um corpo sólido indeformável, sendo utilizado o Método de Newmark para a solução da equação governante. Já o segundo código utiliza elementos hexaédricos trilineares tanto para o escoamento fluido tridimensional como para a estrutura e um esquema de Taylor-Galerkin para análise do escoamento e do comportamento dinâmico da estrutura, considerada um corpo sólido deformável e composta por um material hookeano sujeito a deslocamentos e rotações finitas.

Os exemplos numéricos apresentam o acoplamento de diferentes estratégias para movimentar a malha em ambos os códigos de simulação, com o objetivo de aferir a importância de utilizar uma técnica apropriada e a influência da escolha da mesma sobre o resultado final.

2. Equações de movimento para o fluido e estrutura

As relações cinemáticas fundamentais são derivadas definindo-se três domínios no espaço, o domínio espacial, o domínio referencial e o domínio material, e os mapeamentos entre estes domínios. O domínio espacial é o domínio em que o problema de mecânica dos fluidos está representado. O domínio material é o domínio ocupado no tempo $t=0$ pelas partículas materiais que ocupam o domínio espacial no tempo t . O domínio referencial é definido como um domínio fixo, e sua imagem no tempo t , sob um mapeamento prescrito, é o domínio espacial. A importante consequência destes conceitos é a obtenção da seguinte relação cinemática com respeito à propriedade física f , dada por,

$$\left(\frac{Df}{Dt}\right) = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) + \nabla f \cdot v \quad (1)$$

onde (Df/Dt) é a derivada material no tempo, $(\partial f/\partial t)$ é a derivada referencial no tempo mantendo as coordenadas no domínio referencial constantes, v_i é a velocidade convectiva, com $v_i = u_i - w_i$, onde u_i e w_i são as componentes da velocidade do fluido e da velocidade da malha na direção i , respectivamente, e ∇f representa as derivadas de f em relação às coordenadas espaciais x_i .

A Eq. (1) caracteriza a derivada material de uma função escalar na descrição "ALE". Note-se que $v_i = u_i$ caracteriza a descrição Euleriana, enquanto que $v_i = 0$, por sua vez, corresponde à descrição Lagrangeana.

2.1. Equações governantes de um escoamento incompressível

O modelo da dinâmica dos fluidos é obtido utilizando a definição dada pela Eq. (1), juntamente com as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento. Desta forma, as equações de conservação podem ser escritas em uma descrição arbitrária Lagrangeana-Euleriana, onde $\Gamma_C(t)$ representa a interface entre $\Omega_E(t)$ e $\Omega_F(t)$. Como a estrutura deforma-se e/ou muda sua posição, a interface $\Gamma_C(t)$ move-se de acordo com ela. Supondo que seja possível especificar de alguma forma a distribuição da velocidade da malha computacional w_i , é possível obter uma descrição "ALE" das equações de Navier-Stokes.

Modelo quasi-incompressível tridimensional

As equações que governam o escoamento de um fluido levemente compressível, num processo isotérmico e usando uma descrição Lagrangeana-Euleriana, são descritas pelas seguintes expressões:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + (u_j - w_j) \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = f_i \quad (i, j=1, \dots, \text{NDIM}) \text{ em } \Omega_F \times I \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (i, j=1, \dots, \text{NDIM}) \text{ em } \Omega_F \times I \quad (3)$$

onde: x_i, t são as coordenadas espaciais e temporal, respectivamente, u_i é a componente do vetor velocidade na direção da coordenada x_i , p corresponde à pressão, w_i é a componente do vetor velocidade da malha na direção x_i , ρ é a massa específica do fluido, $\tau_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i})$ são as componentes das tensões viscosas para um fluido newtoniano, μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica, c é a velocidade de propagação do som, f_i representa a componente do vetor de forças de volume na direção x_i , Ω_F é o domínio espacial fluido em estudo, I é o intervalo de tempo de interesse $[0, T]$, δ_{ij} é o delta de Kroenecker e NDIM representa o número de dimensões do problema (2 ou 3 no caso deste trabalho).

Este modelo foi empregado nos estudos em três dimensões com formulação Taylor-Galerkin, a ser descrita na próxima seção. Tendo em vista que escoamentos reais (não ideais) apresentam sempre algum nível de compressibilidade e portanto um valor finito para velocidade de propagação do som optou-se pela implementação de um método de pseudo-compressibilidade (Chorin, 1967) aliado ao método de penalidade gerando assim um método híbrido nos moldes do proposto por Ramshaw e Messina (1991).

Modelo incompressível bidimensional

Considerando-se que o escoamento possa ser modelado como incompressível, as equações de Navier-Stokes fornecidas pelas Eqs. (2) e (3) podem ser simplificadas, resultando na equação de conservação da quantidade de movimento dada por:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho(u_j - w_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad \text{em } \Omega_F(t) \times I \quad (4)$$

Sob uma restrição de incompressibilidade,

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{em } \Omega_F(t) \times I \quad (5)$$

Este modelo foi empregado nas análises bidimensionais com formulação Petrov-Galerkin/Mínimos Quadrados descrita na seção seguinte.

As condições de contorno correspondentes aos modelos dados nas Eqs. (2), (3), (4) e (5) são as seguintes:

$$u_i = \bar{u}_i \quad (i=1, \dots, \text{NDIM}) \text{ em } \Gamma_u \times I \quad \text{e} \quad (-p\delta_{ij} + \tau_{ij})n_j = \bar{t}_i \quad (i, j=1, \dots, \text{NDIM}) \text{ em } \Gamma_t \times I \quad (6)$$

onde: \bar{u}_i é o valor prescrito da componente de velocidade u_i na superfície de contorno Γ_u , \bar{t}_i é a componente da carga de superfície segundo x_i , atuando na superfície de contorno Γ_t , n_i é o cosseno diretor do ângulo que a normal ao contorno Γ_t forma com x_i e Γ_u representa a parte da superfície de contorno onde as componentes da velocidade são prescritas. As condições de contorno de velocidade e tensões de superfície (ou “tractions”) são prescritas nas partes do contorno Γ_u e Γ_t , tal que $\Gamma_u \cup \Gamma_t = \Gamma$ e $\Gamma_u \cap \Gamma_t = \emptyset$. Condições de contorno de pressão e fluxo de massa estão associadas ao balanço de massa e são dadas por \bar{p} e \bar{G} nas partes do contorno Γ_p e Γ_G , tal que $\Gamma_p \cup \Gamma_G = \Gamma$ e $\Gamma_p \cap \Gamma_G = \emptyset$, onde $G = \rho u_i n_i$, com n_i representando o vetor normal ao contorno Γ . Estas condições de contorno, juntamente com condições iniciais apropriadas relativas às componentes de velocidade e de pressão permitem o fechamento do problema

2.2. Equações de equilíbrio dinâmico da estrutura

Modelo tridimensional deformável

O modelo utilizado quando do estudo de problemas tridimensionais considera uma estrutura com comportamento linearmente elástico sujeita a deslocamentos e rotações finitas, apresentando porém pequenas deformações. Desta forma, a equação de equilíbrio dinâmico vem dada pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial(\rho_E u_i)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + \left[\frac{\chi}{\rho} (\rho_E u_i) - f_i \right] = 0 \quad (i, j = 1, \dots, \text{NDIM}) \quad \text{em } \Omega_E \times I \quad (7)$$

onde: u_i é a componente do vetor velocidade na direção x_i , σ_{ij} são as componentes do tensor de tensões, ρ_E é a massa específica do material da estrutura, f_i é a componente do vetor de forças de volume na direção x_i , χ é o coeficiente de amortecimento e Ω_E é o domínio espacial estrutural em estudo.

As condições de contorno vêm dadas por:

$$u_i = \bar{u}_i \quad (i = 1, \dots, \text{NDIM}) \quad \text{em } \Gamma_v \times I \quad \text{e} \quad \tau_{ij} n_j = \bar{t}_i \quad (i, j = 1, \dots, \text{NDIM}) \quad \text{em } \Gamma_t \times I \quad (8)$$

onde: \bar{u}_i é o valor prescrito da componente de velocidade na direção x_i nos pontos de superfície de contorno Γ_v , \bar{t}_i é o valor da componente da carga de superfície na direção x_i nos pontos de superfície de contorno Γ_t e n_i é o cosseno diretor do ângulo que a normal ao contorno forma com o eixo x_i em cada ponto da superfície de contorno Γ_t .

Modelo bidimensional indeformável

Num problema de interação fluido-estrutura, onde a estrutura se encontra imersa no mesmo, as deformações são, em geral, desprezíveis quando comparadas com os deslocamentos a que estão submetidas. Desta forma, o modelo estrutural empregado pelo segundo código é o de um sólido rígido, ou seja, indeformável. Assim a estrutura é considerada rígida, portanto não há deformações, havendo apenas deslocamentos. Sendo assim, o modelo estrutural é matematicamente descrito pelas equações abaixo:

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \boldsymbol{\varphi}}{dt^2} + \mathbf{C} \frac{d\boldsymbol{\varphi}}{dt} + \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{F} \quad \text{em } \Omega_E \times I \quad (9)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento viscoso, \mathbf{K} é a matriz de rigidez, \mathbf{F} é o vetor de forças aplicadas e $\boldsymbol{\varphi}$ é o vetor de deslocamentos.

O problema de valor inicial expresso na Eq. (9) consiste em encontrar o deslocamento $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{t})$, dadas as seguintes condições iniciais:

$$\boldsymbol{\varphi}(0) = \boldsymbol{\varphi}^0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{d\boldsymbol{\varphi}}{dt} \right|_{t=0} = \mathbf{u}^0 \quad \text{em } \Omega_e \quad \text{e} \quad t = t^0 \quad (10)$$

onde $\boldsymbol{\varphi}_i^0$ e \mathbf{u}_i^0 são os deslocamentos e velocidades iniciais, respectivamente.

De forma similar ao observado na seção anterior, a implementação numérica correspondente aos dois modelos aqui apresentados, com as particularidades inerentes a cada um deles, será descrita nas seções posteriores 3 e 4.

3. Formulação do Método dos Elementos Finitos - caso bidimensional

3.1. Análise do escoamento

O modelo contínuo é discretizado usando elementos triangulares lineares tanto para aproximar velocidade quanto pressão. Trata-se portanto de uma formulação estabilizada do Método dos Elementos Finitos, onde não é necessário fazer referência à condição de estabilidade de Babuska-Brezzi (Brooks e Hughes, 1982 e Sampaio, 1991). As equações de balanço da quantidade de movimento discretizadas são obtidas pela aplicação da formulação discreta de mínimos quadrados, minimizando com relação aos graus de liberdade de velocidade e pressão. Tem-se ao final uma formulação

semelhante ao SUPG (Brooks e Hughes, 1982), que é resolvida utilizando um procedimento de solução segregado. A pressão é computada primeiro, então o campo de velocidade é atualizado. As equações discretizadas formam matrizes simétricas positivas definidas, mesmo utilizando-se uma descrição mista Euleriana-Lagrangeana, permitindo o uso de um método iterativo de solução do tipo gradientes conjugados com pré-condicionador para resolver os sistemas algébricos resultantes. Para maiores detalhes ver referências (Sampaio, 1991; Sampaio et al., 1993; Sampaio et al., 1999), onde a mesma formulação e técnicas foi empregada para problemas sem fronteira móvel.

3.2. Análise dinâmica da estrutura indeformável

A modelo descrito na Eq. (9) é integrada numericamente no tempo utilizando-se o método da aceleração média constante, ou regra trapezoidal. Este é o caso ótimo do método de Newmark, isto é, o método não tem amortecimento numérico e é incondicionalmente estável.

4. Formulação do Método dos Elementos Finitos - caso tridimensional

4.1. Análise do escoamento

Neste trabalho foi empregado para o código tridimensional um método híbrido de penalidade e pseudo-compressibilidade, similar ao proposto por Ramshaw e Messina (1991), no contexto de um esquema de Taylor-Galerkin, ou seja o desenvolvimento em séries de Taylor da semi-discretização obtida pela aplicação do método de Galerkin às equações governantes do problema na forma de resíduos ponderados (ou forma fraca) obtida via método dos Elementos Finitos. Adotou-se o elemento isoparamétrico trilinear de 8 nós para aproximar o campo de velocidades e uma aproximação constante para o campo de pressão. Todas as matrizes de elemento são obtidas analiticamente considerando um elemento não distorcido e avaliando o determinante e a inversa da matriz Jacobiana no seu centro

. As expressões completas para estas matrizes encontram-se no trabalho de Burbridge (1999). Deve-se evitar, assim, que os elementos sofram distorções excessivas, que poderão comprometer a qualidade da solução numérica ou até mesmo interromper o processamento. Este procedimento resulta no aparecimento de modos espúrios ("hourglass modes" na literatura em inglês), que devem ser controlados, já que, quando excitados na solução numérica, podem desestabilizar a solução. A correção deste problema se dá através da utilização de um termo de estabilização, que resulta numa difusividade adicional e que controla esses modos espúrios. Neste trabalho segue-se o esquema adotado por Christon (1997), que introduz uma matriz de estabilização semelhante à matriz dos termos difusivos. Para maiores detalhes ver Azevedo (1999).

4.2. Análise dinâmica com não linearidade geométrica da estrutura

O esquema utilizado é o de Taylor-Galerkin, que também é empregado para a análise de escoamentos. As vantagens mais destacadas deste esquema são as seguintes: (a) a equação de equilíbrio dinâmico é expressa em termos das componentes da velocidade, o que o torna muito adequado para ser empregado no contexto de problemas de interação fluido-estrutura, sendo que as componentes dos deslocamentos podem ser obtidas a partir das componentes das velocidades, não sendo necessário calcular acelerações; (b) o esquema, ao contrário do método de diferenças centrais, é auto-inicializável, não precisando o cálculo de deslocamento em $t = -\Delta t$ para iniciar o processo de integração no tempo. A equação constitutiva utilizada para o cálculo da força interna é obtida utilizando o tensor de taxa de tensões de Truesdell (Prager, 1961), considerando para a estrutura um material elástico hookeano e utilizando elementos hexaédricos isoparamétricos de 8 nós com integração reduzida (idênticos aos utilizados na análise do escoamento). Maiores detalhes sobre este procedimento incremental podem ser encontrados em Azevedo (1999), onde são descritos também os procedimentos adotados para o tratamento dos modos espúrios ("hourglass modes") e do fenômeno de travamento ("locking") que estão associados ao tipo de integração numérica empregada e que devem ser corretamente considerados para não desestabilizar a solução numérica. A integração no tempo é executada através de um esquema explícito condicionalmente estável, e cujo o passo de tempo (Δt) empregado deve satisfazer a condição de estabilidade de Courant-Friedrichs-Levy, que é função da velocidade do som no meio.

4.3. Acoplamento fluido-estrutura e movimento da malha

Existem basicamente dois tipos de acoplamento entre o fluido e a estrutura: o acoplamento forte e o acoplamento fraco. A grande vantagem que tem um esquema com acoplamento fraco é o de poder usar os mais eficientes programas para fazer a análise do escoamento e da estrutura sem fazer grandes modificações nos mesmos e em forma independente, como subrotinas. Entretanto, um dos problemas que este tipo de enfoque apresenta é como implementar a transferência de informação entre os códigos que resulta da possibilidade da existência de diferentes discretizações nos dois domínios e, conseqüentemente, na superfície de interface.

Por outro lado, a grande vantagem de um esquema de acoplamento forte é que o fluido e a estrutura são tratados como um único sistema, de forma que as equações resultantes são resolvidas simultaneamente, para o mesmo instante

de tempo, sem necessidade de implementar um algoritmo especial de acoplamento. Em outras palavras, um único operador contém a integração das equações que governam o fluido, a estrutura, o movimento da malha e a interação.

Neste trabalho o acoplamento forte foi adotado no estudo através do modelo 3-D e método de Taylor-Galerkin, levando em conta que tanto o fluido quanto à estrutura foram discretizados com elementos hexaédricos de oito nós, com as mesmas incógnitas em cada nó e usando o mesmo esquema de integração no tempo, como foi visto nos parágrafos anteriores. As equações que governam o escoamento e o comportamento estrutural são resolvidas simultaneamente, sendo que nos nós da interface têm-se simultaneamente os efeitos do fluido e da estrutura..

No problema bidimensional, por sua vez, foi utilizado um procedimento de solução segregado, onde o fluido e a estrutura são integrados de forma separada (Blom, 1998). Neste procedimento, a velocidade da estrutura é estimada para o próximo nível de tempo (n+1) mediante a utilização de um preditor, a seguir as equações da dinâmica dos fluidos são integradas usando os valores estimados para a estrutura. A estrutura é então atualizada para o nível de tempo n+1 utilizando-se as pressões nos contornos provenientes do escoamento fluido.

Numa descrição Arbitrária Lagrangeana-Euleriana, considerando corpos ou superfícies em movimento de um com respeito a outro, uma questão essencial é como especificar a velocidade dos nós da malha de forma que a distorção da malha seja minimizada. Se a distribuição espacial do campo de velocidade da malha não é suave, aparecerão rapidamente elementos distorcidos forçando a realização de remalhamentos globais ou locais, com a correspondente perda de precisão e tempo de processamento.

Ao longo dos anos várias estratégias de movimentação de malha têm sido propostas, tendo todas em comum o objetivo de evitar a distorção dos elementos e a necessidade de remalhamento. Algumas destas estratégias advêm de algoritmos auxiliares empregados em programas de geração automática de malha com a finalidade de melhorar a qualidade geométrica dos elementos. Pode-se citar como exemplos deste tipo de algoritmo os trabalhos de Nitikitpaiboon e Bathe (1993), Löhner e Yang (1996) e Souli et al. (2000).

Outro grande grupo de estratégia para movimentação da malha é constituído por aqueles algoritmos que consideram a malha como um sistema pseudo-estrutural (com analogias considerando a existência de elementos de massa, de amortecimento e molas na própria malha), obtendo a nova posição dos nós através da solução de um problema de elasticidade completo (ver, por exemplo, Johnson e Tezduyar, 1994) ou reduzido simplesmente à consideração do equilíbrio de um conjunto de molas associado a cada lado (aresta) da malha. Dentro desta linha de pesquisa, pode-se mencionar os trabalhos de Wilcox & Peraire (1997) e Farhat (1997).

Neste trabalho adotou-se inicialmente o algoritmo proposto por Löhner e Yang (1996), devido à facilidade de implementação e pequeno requerimento de CPU, principalmente quando do uso de malhas estruturadas. O primeiro passo consiste em determinar a distância δ de um ponto do domínio fluido ao ponto mais próximo da superfície móvel; determinada essa distância δ , a velocidade da malha vem dada por:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}(x_0) f(\delta) \tag{11}$$

onde \mathbf{w} é o vetor que contém as componentes da velocidade da malha num ponto, x_0 é o ponto da superfície móvel mais próximo ao ponto em consideração e $f(\delta)$ é uma função que toma um valor unitário para $\delta = 0$ e tende a zero à medida que o ponto em consideração se aproxima do contorno fixo do domínio em estudo. No presente trabalho adotou-se uma função linear. Em geral adota-se neste processo uma região sem deformação dos elementos ALE junto à estrutura e após uma região ALE estendendo-se até o contorno (onde $f(\delta) = 0$ e a descrição é, portanto, Euleriana).

Numa segunda etapa foi implementado o algoritmo utilizado por Wilcox e Peraire (1997), o qual integra o tipo pseudo-estrutural citado anteriormente e que, basicamente, consiste das seguintes etapas:

- calcular os deslocamentos dos nós da interface fluido-estrutura (considerando o acoplamento);
- atribuir a cada aresta da malha do domínio fluido uma rigidez dada pela expressão $k_i = 1/l_i$, onde l_i é o comprimento da aresta em consideração;
- obter os deslocamentos associados a cada nó 'J' da malha do domínio fluido através da expressão:

$$\Delta X_K^J = \frac{\sum_{I=1}^{NNC} k^I * \Delta X_K^I}{\sum_{I=1}^{NNC} k^I}, \quad (K = 1, \dots, \text{NDIM}) \tag{12}$$

onde as somatórias estendem-se aos 'NNC' nós conectados ao nó 'J' em consideração e este cálculo é feito através de um processo iterativo, dado que os novos valores calculados de deslocamento para um determinado nó influenciam os valores correspondentes dos nós a ele conectados na malha.

Outra possibilidade ainda em estudo, mas que não foi implementada neste trabalho, é a chamada suavização de velocidades (Löhner e Yang, 1996) onde o campo de velocidades da malha é obtido através da solução do problema de Laplace $\Delta \mathbf{w} = 0$, tendo como objetivo a minimização da distorção dos elementos. As equações correspondentes às três estratégias citadas estão sujeitas às condições de contorno de Dirichlet dadas por:

$$\mathbf{w}|_{\Gamma_c(t)} = \bar{\mathbf{w}} \quad \text{e} \quad \mathbf{w}|_{\Gamma_\infty} = 0 \tag{13}$$

onde $\bar{\mathbf{w}}$ é a velocidade prescrita da malha na interface fluido-estrutura.

5. Aplicações Numéricas

5.1. Escoamento em torno de um cilindro circular

No caso bidimensional foi estudado o escoamento em torno de um cilindro circular e observado o comportamento das diferentes estratégias de movimentação da malha e sua influência na obtenção dos campos de escoamento. A Figura (1) mostra o domínio utilizado e condições de contorno empregadas. Neste problema, condições de contorno de “non-slip” para a velocidade são prescritas na superfície do cilindro. Um campo de velocidade uniforme com $u_1 = u^0$ e $u_2 = 0$ é imposto a face AB. Para as faces AC e BD a condição de contorno imposta é $u_2 = 0$ e $t_1 = 0$. No contorno CD é prescrito o valor de pressão $p = 0$ e condição de “traction” livre, isto é, $t_1 = t_2 = 0$. A condição inicial é o campo de velocidade com componentes $u_1 = u^0$, $u_2 = 0$ que são especificados sobre todo o domínio no tempo inicial $t = t^0$, e uma pressão de referência $p = 0$. Foram utilizadas as seguintes dimensões do domínio, o cilindro circular está centrado na origem do sistema cartesiano de coordenadas, tendo diâmetro (D) unitário, as faces AB e CD têm comprimento de 10 unidades, e as faces AC e BD têm comprimento de 15 unidades. Os vértices destas faces têm as seguintes coordenadas, A(-5,-5), B(-5,5), C(10,-5) e D(10,5).

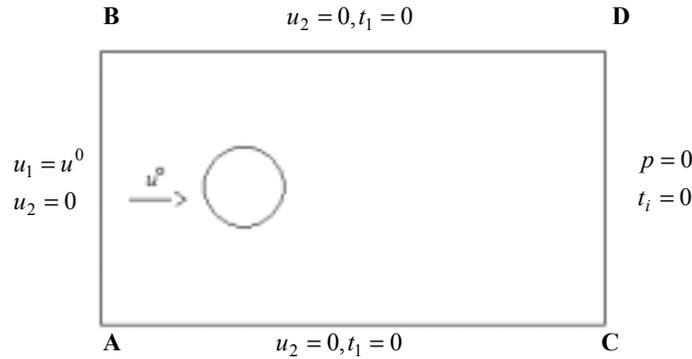


Figura 1. Domínio de interesse e condições de contorno.

A Figura (2) mostra a malha de elementos triangulares utilizada nas simulações, contendo 5201 nós e 10268 elementos. Neste caso foi testada a capacidade das estratégias para suportar pequenos e grandes deslocamentos sem excessiva distorção dos elementos. O domínio foi dividido em subdomínios onde foram utilizadas as diferentes descrições. O corpo sólido representa a parte do domínio onde foi empregada uma descrição Lagrangeana. O domínio fluido foi dividido em dois subdomínios, uma região circular envolvendo a estrutura e de diâmetro três vezes o diâmetro do cilindro, onde a malha é móvel e por esta razão é utilizada a descrição “ALE”, e exterior a esta região utiliza-se uma descrição Euleriana com a malha fixa. Além disso, a malha na região da camada limite foi mantida indeformável, para maiores detalhes com relação à definição de múltiplos domínios no contexto de problemas de interação fluido-estrutura ver artigo Antunes et al (2002). Foram efetuadas algumas simulações onde o cilindro esteve livre para oscilar na direção perpendicular ao fluxo, para este caso foram utilizados os seguintes parâmetros, número de Reynolds igual a 115, cuja frequência de formação da esteira de vórtices é de 0.1781 Hz, obtida anteriormente a partir do estudo do escoamento com o cilindro fixo, e os parâmetros estruturais utilizados foram obtidos a partir da razão de deslocamento desejada. Desta forma, para uma razão de deslocamento $y/D = 0.02$, onde y é o deslocamento na direção perpendicular ao fluxo e D é o diâmetro do cilindro, foram obtidos os valores da massa e rigidez do cilindro tal que a razão de frequência (ω/ω_n) seja 0.992, onde ω é a frequência da força excitadora do sistema e ω_n é a frequência natural da estrutura. Neste exemplo o sistema foi considerado não amortecido, e as condições iniciais foram $y(t) = dy(t)/dt = 0$, no instante $t=0$. Os resultados obtidos para o deslocamento do cilindro e o coeficiente de sustentação são mostrados na Fig. (3), onde percebe-se que a solução para o deslocamento do cilindro é uma combinação de duas funções do tipo seno de diferentes frequências.

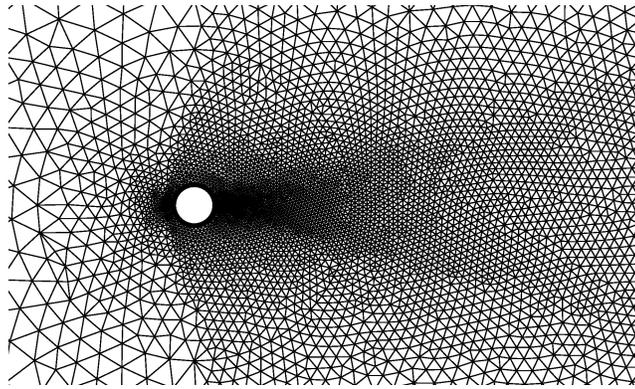


Figura 2. Malha de elementos finitos triangulares não estruturada.

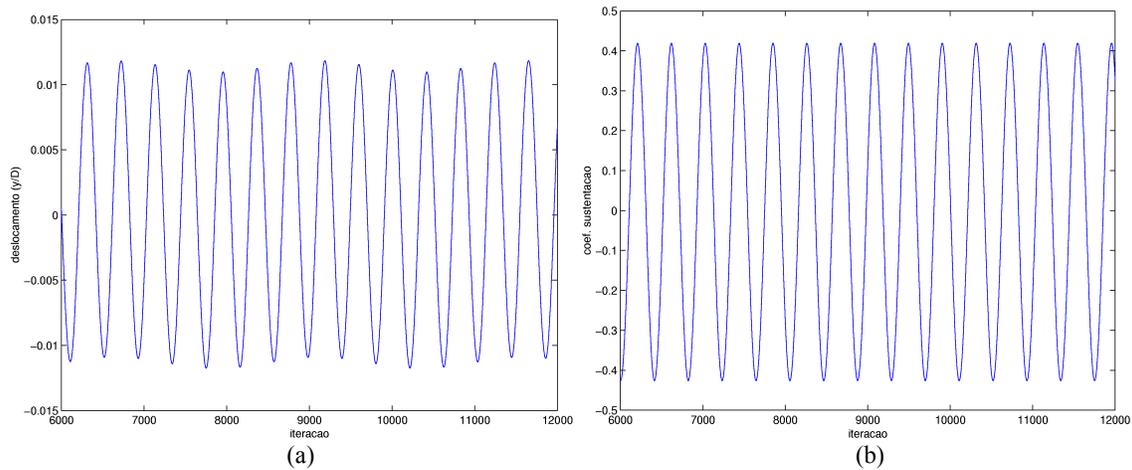


Figura 3. (a) Deslocamento do cilindro na direção y, (b) Coeficiente de sustentação.

As Figuras (4a-4b) mostram em detalhes o comportamento da estratégia que utiliza uma suavização das coordenadas sob um deslocamento de razão de amplitude de 1.5 do diâmetro do cilindro na direção horizontal. A característica marcante nesta figura é o fato de que, devido à menor gradação dos elementos à direita do cilindro (caso 'a'), os deslocamentos nesta direção tendem a distorcer mais os elementos na interface entre o subdomínio com descrição "ALE" e o subdomínio com descrição Euleriana, isto se deve ao fato de que estes deslocamentos não são amortecidos por elementos maiores, como ocorre quando o cilindro desloca-se para a esquerda (caso 'b').

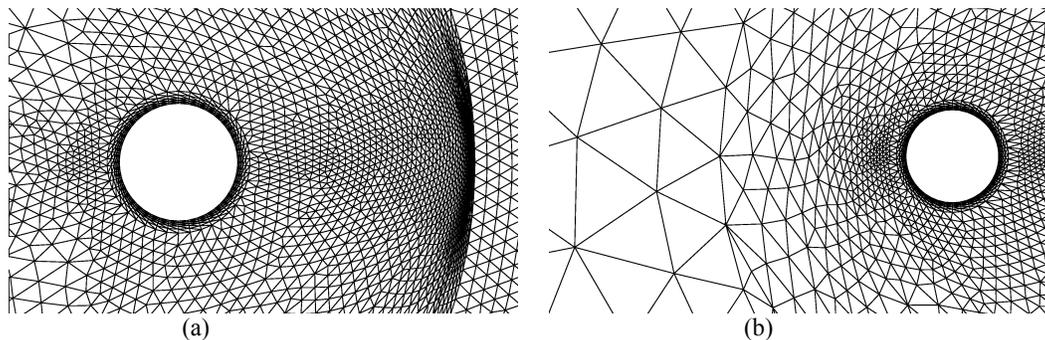


Figura 4. Detalhe da malha deformada pelo deslocamento horizontal do cilindro, para a esquerda (a) e para a direita (b).

5.2. Membrana inflada submetida à ação do vento

Neste exemplo de cunho acadêmico considera-se o escoamento de ar em torno de uma membrana flexível de formato semicilíndrico e 10 m de raio. A análise do problema de interação fluido-estrutura foi executada com o programa tridimensional desenvolvido a partir da formulação de Taylor-Galerkin, conforme exposto nas seções 4.1 e 4.2. As propriedades físicas do ar e da membrana, assim como a descrição do problema, estão dadas na Fig. (5a). Um

corte da malha de elementos finitos, composta de 3430 nós e 1632 elementos (dos quais 96 correspondem à membrana), é apresentado na Fig. (5b). Adotou-se uma profundidade (dimensão z) de 1 m, discretizada com um elemento apenas, enquanto que foram empregados dois elementos para discretizar a espessura da membrana. Um exemplo similar, bidimensional, usando elementos quadriláteros bilineares com uma formulação de penalidade para o fluido e elementos de viga para a estrutura, foi apresentado por Argyris et al. (1985).

Em função dos dados do módulo de elasticidade e da massa específica do nylon, e dos dados fornecidos em Argyris et al. (1985) para E_{RSR} e ρ_{RSR} , onde E_R e ρ_R são o módulo de elasticidade e a massa específica, conclui-se que a espessura da membrana, s_R , na citada referência deveria ser 3×10^{-3} m. Neste trabalho adotou-se $s_T = 0,10$ m, ou seja $s_T/s_R = 100/3$, tratando de evitar um Δt muito pequeno para a estrutura. Foi preservada a rigidez membranal da referência, ou seja $E_T = 1 \times 10^7$ N/m² e também foi mantida a relação entre o módulo de elasticidade e a massa específica da citada referência, ou seja adotou-se $\rho_T = 30$ kg/m³ (o subscripto R refere-se aos valores do trabalho de Argyris et al. (1985), enquanto que o subscripto T refere-se àqueles relativos ao presente trabalho).

A velocidade final do escoamento de ar a 10 m de altura foi adotada como sendo de 2.8 m/s, ou seja 10 vezes menor que a da referência, em função da flexibilidade da estrutura que foi adotada no presente trabalho. Entretanto, para preservar o número de Reynolds, foi dividida por 10 a viscosidade referência. Para manter a mesma aceleração da referência nos intervalos de tempo onde a velocidade varia em forma linear, diminuiu-se o período em 10 vezes. Deve-se lembrar que aqui as frequências naturais da estrutura são maiores que as da referência e, portanto, o período é menor. O intervalo de tempo Δt adotado foi de 10 μ seg e a pressão de inflação na membrana foi tomada como sendo $p_i = 2.85$ Pa, ou seja sessenta por cento da pressão de estagnação do ar à velocidade de 2.8 m/s.

Com relação aos resultados, observou-se que o emprego da primeira estratégia (Löhner e Yang, 1996) mostrou-se mais robusta que a segunda (Wilcox e Peraire, 1997), uma vez que esta última resultou em interrupção do processamento em $t = 0.75$ segundos, devido à distorção muito pronunciada de alguns elementos localizados na região próxima à estrutura que, naquele instante apresenta deslocamentos muito acentuados. Até este instante os resultados fornecidos pelas duas estratégias foram praticamente idênticos pois as malhas obtidas foram muito semelhantes.

As Figs. (6) e (7) apresentam configurações de malhas e linhas de corrente para os instantes $t = 1.15$ seg. e $t = 1.9$ seg., enquanto que a Fig. (8) apresenta a malha final obtida com a segunda estratégia e um detalhe da região onde ocorreu o colapso que interrompeu o processamento. Cabe acrescentar que com o emprego da primeira estratégia o processamento também acabou sendo interrompido, porém somente para $t = 2.5$ seg., à semelhança do reportado por Argyris et al. (1985). Estas configurações de malha que acarretam a interrupção do processamento correspondem à situações nas quais os volumes de alguns elementos tornam-se próximos de zero ou mesmo negativos dada a degeneração exagerada de sua forma e o afastamento da forma idealizada (hexaedro de faces paralelas). O modelo simplificado da analogia de molas não é capaz de acompanhar fortes distorções experimentadas pelos elementos, devendo neste caso empregar-se um modelo mais sofisticado com rigidez torcional e/ou amortecedores. A configuração representada pela Fig. (8) mostra, por sua vez, que nesta etapa do processamento se faz necessário o emprego de remalhamento (com a conseqüente necessidade de interpolação entre malhas) para dar continuidade ao processamento, uma vez que as distorções neste instante se tornaram demasiadamente severas.

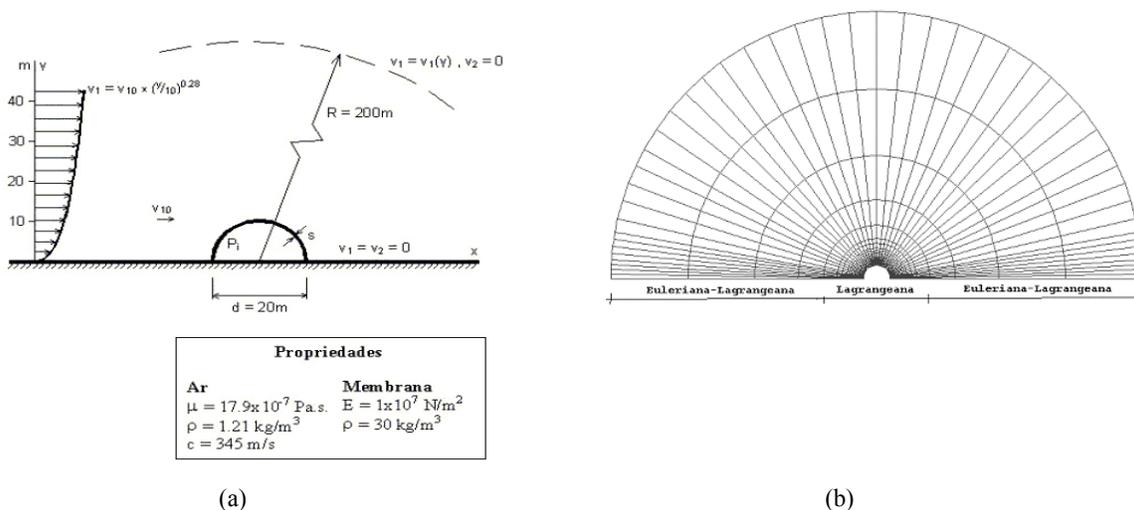


Figura 5. a) Definição do problema, condições de contorno e propriedades do fluido e da estrutura, b) Corte da malha

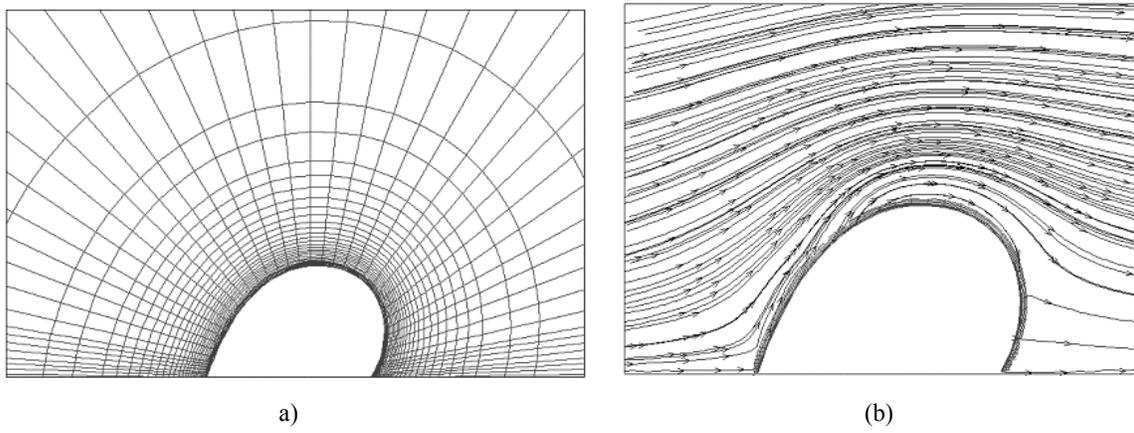


Figura 6. a) Detalhe da malha em $t=1.15$ seg. e b) Linhas de corrente em $t=1.15$ seg.

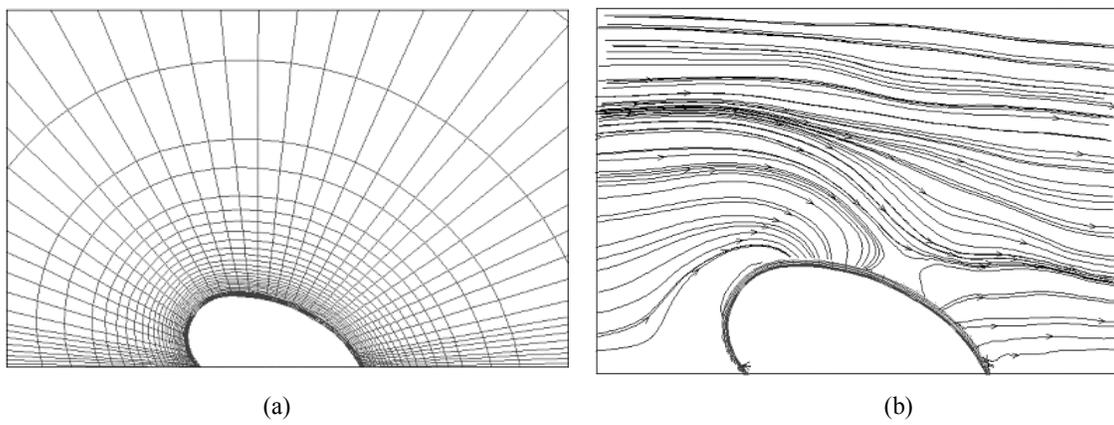


Figura 7. a) Detalhe da malha em $t=1.9$ seg. e b) Linhas de corrente em $t=1.9$ seg.

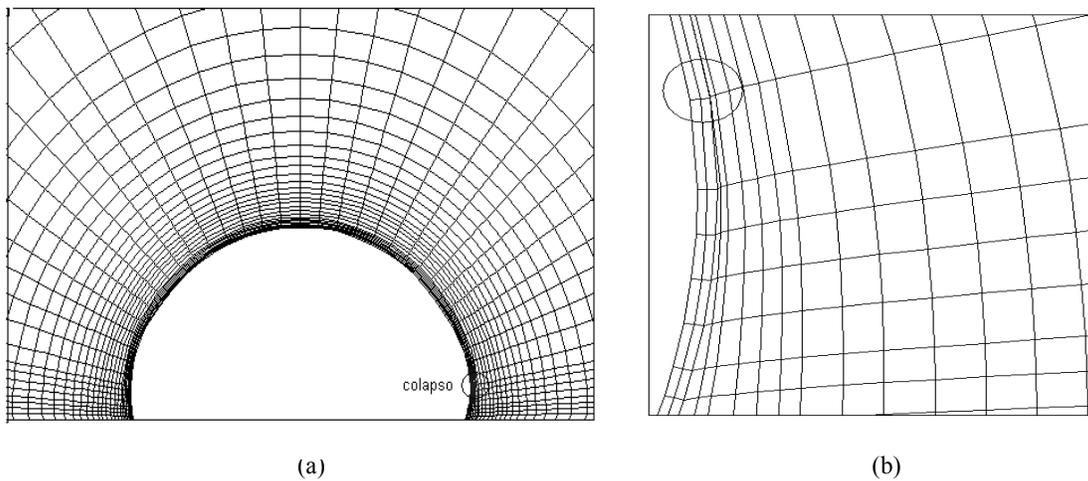


Figura 8. a) Detalhe da malha em $t=2.5$ seg. (colapso) b) Zoom da região onde ocorreu o colapso de elementos

6. Conclusões

Os algoritmos utilizados para promover a movimentação da malha tiveram comportamentos distintos nos problemas-modelo estudados neste trabalho. O primeiro algoritmo (função da distância), apresenta uma maior simplicidade de implementação, quando do estudo de problemas envolvendo geometrias simples, demonstrou ser mais robusto e capaz de acompanhar os movimentos bastante pronunciados experimentados pela estrutura nos problemas em questão, durante um intervalo de tempo mais longo da análise. O segundo algoritmo (pseudo-estrutural), que apresenta uma generalidade maior mas uma implementação um pouco mais complexa, levou a uma perda na qualidade da malha e conseqüente instabilidade numérica num intervalo de tempo mais curto, para os exemplos analisados. Destacamos, no entanto, que independente da estratégia adotada é preciso acoplar o sistema de análise fluido-estrutural com um gerador de malhas e interpolador de dados entre malhas versáteis para lidar com problemas envolvendo grandes deformações e/ou grandes deslocamentos, onde a qualidade da malha certamente se deteriorará em algum instante da simulação e a discretização tem que ser refeita para prosseguir a análise. Além disso, vale destacar que a utilização de uma função prescrita da distância do ponto à estrutura, nem sempre é trivial e eficiente quando do uso de malhas não-estruturadas com modelos tridimensionais, sendo ainda não robusta no caso de geometrias complexas ou envolvendo múltiplas estruturas. Finalmente, o uso da analogia de molas elásticas pode ser melhorado para o tratamento de grandes deslocamentos e grandes deformações (Fahrat et al, 1998) aumentando ainda mais a aplicabilidade do mesmo.

Em síntese, quando se tratar de problemas envolvendo geometrias simples e com um único corpo sólido no interior de um escoamento externo, e dispondo-se de algoritmo eficiente para o cálculo da distância de um ponto a uma superfície, recomenda-se a utilização da estratégia da movimentação da malha como função da distância, caso contrário, recomenda-se o uso da analogia (ou modelo pseudo-estrutural). Finalmente, pretendemos investigar em trabalhos futuros o desempenho da terceira alternativa, que envolve a suavização do campo de velocidades da malha através da solução de um problema de potencial.

7. Agradecimentos

O primeiro autor gostaria de agradecer ao CNPq pelo suporte financeiro proporcionado e ao Centro Nacional de Supercomputação (CESUP/UFRGS) pelo suporte computacional. Os demais autores agradecem a CAPES, CNPq e ANP-MCT pelo apoio financeiro durante o desenvolvimento deste trabalho.

8. Referências

- Antunes, A. R. E., Carvalho, D. K. E., and Lyra, P. R. M., 2002, "Diferentes Estratégias de Movimentação e Redefinição de Malhas Não-Estruturadas no Tratamento de Problemas de Interação Fluido-Estrutura", Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas, Caxambu, MG, In CD-ROM.
- Argyris, J. H.; Doltsinis, J. S., Fischer, H. and Wüstemberg, H., 1985, "Τα πάντα ρει", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, V. 51, pp. 289-362.
- Azevedo, R. L., 1999, "Análise de Problemas de Interação Fluido-Estrutura Usando o Método dos Elementos Finitos com um Acoplamento Monolítico", Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC), UFRGS, Porto Alegre/RS, Brasil.
- Blom, J. F., Leyland, P., 1998, "Consistency Analysis of Fluid-Structure Interaction Algorithms", European Congress on Computational methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS), Barcelona, In CD-ROM.
- Brooks, A. N., Hughes, T. J. R., 1982, "Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol 32, pp. 199-259.
- Burbridge, H. P., 1999, "O Esquema Explícito de Taylor-Galerkin na Simulação Numérica de Escoamentos Compressíveis Tridimensionais Utilizando Elementos Finitos Hexaédricos de Oito Nós", Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC), UFRGS, Porto Alegre/RS, Brasil.
- Chorin, A. J., 1967, "A numerical method for solving incompressible viscous flow problems", *J. Comp. Physics*, V. 2, p. 12-26.
- Christon, M. A., 1997, "A domain-decomposition message-passing approach to transient viscous incompressible flow using explicit time integration", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, V. 148 p. 329-352.
- Donea, J.; Giuliani, S.; Halleaux, J. P., 1982, "An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, V 33, p. 689-723.
- Farhat, C., 1997, "Parallel and distributed solution of coupled nonlinear dynamic aeroelastic response problems", in: *Parallel solution methods in Computational Mechanics*, Papadrakakis, M. (Ed.), John Wiley and Sons, London, UK.
- Farhat, C., Degand, C., Koobus, B., and Lesoinne, M., 1997, "Torsional springs for Two-Dimensional Dynamic Unstructured Fluid Meshes", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng*, V 163, pp. 231-245
- Hughes, T. J. R., Liu, W. L., Zimmermann, T. K., 1981, "Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 29, pp. 329-349.
- Johnson, A. A., Tezduyar, T. E., 1994, "Mesh update strategies in parallel finite element computations of flow problems with moving boundaries and interfaces", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 119, pp. 73-94.

- Löhner, R. ; Yang, C., 1996, "Improved ALE mesh velocities for moving bodies", Commun. Appl. Numer. Methods, V. 12, p. 599-608.
- Mackerle, J., 1996, "Finite elements in the analysis of pressure vessels and piping - a bibliography (1976-1996)", Int. J. Press. Vess. Pipg., Vol. 69/3, pp. 279-339.
- Mackerle, J., 1999, "Fluid-structure interaction problems, finite element and boundary element approaches - a bibliography (1995-1998)", Fin. Elem. in Analys. and Desg., Vol. 31/3, pp. 231-240.
- Nitikitpaiboon, C., Bathe, K. J., 1993, "An arbitrary Lagrangian-Eulerian velocity potential formulation for fluid-structure interaction", Comp. & Str., Vol. 47, No. 4/5, pp. 871-891.
- Prager, W., 1961, "Introduction to Mechanics of Continua", Ginn & Company, Boston, USA.
- Ramshaw, V. D.; Messina, G. L., 1991, "A hybrid penalty-pseudocompressibility method for transient incompressible fluid flow", Comp. & Fluids, V. 20, p. 165-175.
- Sampaio, P.A.B., 1991, "A Petrov-Galerkin Formulation for the Incompressible Navier-Stokes Equations using Equal Order for Velocity and Pressure", Int. J. Numer. Meth. Engrg., Vol. 31, pp. 1135-1149.
- Sampaio, P. A. B., Lyra, P. R. M., Morgan, K. and Weatherill, N. P., 1993, "Petrov-Galerkin Solutions of Incompressible Navier-Stokes Equations in Primitive Variables with Adaptative Remeshing", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 106, pp. 143-178.
- Sampaio, P. A. B., Coutinho, A. L. G. A., 1999, "Simulaion of Free and Forced Convection Incompressible Flows Using an Adaptive Parallel/Vector Finite Element Procedure", Int. J. for Num. Meth in Fluids, Vol 29, pp. 289-309.
- Souli, M., Ouahsine, A., Lewin, L., 2000, "ALE formulation for fluid-structure interaction problems", Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg., Vol. 190/5-7, pp. 659-675.
- Tezduyar, T., Aliabadi, S., Behr, M., Johnson, A., Kalro, V., Litke, M., 1997, "High performance computing techniques for flow simulations" in: Parallel solution methods in Computational Mechanics, Papadrakakis, M. (Ed.), John Wiley and Sons, London, UK.
- Willcox, K., Peraire, J., 1997, "Aeroleastic Computations in the Time Domain Using Unstructured Meshes", Int. J. for Numer. Meth In Fluids, Vol 40, pp 2413-2431.

TITLE: MESH MOVEMENT STRATEGIES COMPARISON ON AN ALE FORMULATION APPLIED TO FLUID-STRUCTURE INTERACTION PROBLEMS

Ricardo Lessa Azevedo

Department of Mechanical Engineering
 Federal University of Pernambuco
 Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N – Recife, PE – 50740-530
azevedo@demec.ufpe.br

Alessandro Romário Echevarria. Antunes

Department of Mechanical Engineering
 Federal University of Pernambuco
 Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N – Recife, PE – 50740-530
aantunes@demec.ufpe.br

Paulo Roberto Maciel. Lyra

Department of Mechanical Engineering
 Federal University of Pernambuco
 Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N – Recife, PE – 50740-530
prmlyra@demec.ufpe.br

Abstract : *This work presents some mesh movement strategies related to Arbitrary Lagrangean-Eulerian (ALE) description of motion in the numerical simulation of fluid-structure interaction problems, by using the Finite Element Method. In order to study the numerical behavior of the algorithms two different computational codes developed by the authors were used. In the numerical examples the coupling of different strategies to perform the mesh movement in both codes, the importance of the use of a proper technique to perform the mesh movement and the influence of such technique on the final result of the simulation are analyzed.*