

COMPORTAMENTO HIRODINÂMICO DE UMA PELÍCULA LÍQUIDA DESCENDENTE EM PLACA PLANA COM DIVERSOS ÂNGULOS DE INCLINAÇÃO**Edson Fernando Batochio**

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP

Alcides Padilha

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP

Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, S/N, CEP. 17033 – 360 , Bauru, SP

padilha@feb.unesp.br**Vicente Luiz Scalon**

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP

Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, S/N, CEP. 17033 – 360 , Bauru, SP

scalon@feb.unesp.br

***Resumo.** Neste trabalho foi analisado o escoamento laminar de uma película líquida ao longo de uma placa plana. Com a placa plana posicionada em várias inclinações em relação à vertical foram tomadas medidas de vazão e velocidade superficial do escoamento estabelecido. Estes resultados foram então confrontados com o de um modelo numérico em diferenças finitas e baseado no princípio das Transformadas de Landau. A série de levantamentos experimentais realizados foi, também, confrontada com os resultados previamente obtidos da literatura e com os valores numéricos obtidos. Uma boa concordância entre todos os resultados foi observada comprovando assim a eficiência do modelo experimental e da formulação numérica proposta.*

***Palavras chave:** Escoamento de película, Filme descendente, Transformadas de Landau*

1. Introdução

O escoamento de uma película líquida descendente é frequentemente empregado em equipamentos industriais tais como colunas de destilação, absorvedores de gás, vários tipos de refrigeradores, condensadores e umidificadores e, ainda, numa série de outras aplicações envolvendo trocadores de calor e massa. A vantagem desse tipo de dispositivo consiste no fato de que a fina camada de líquido circulante sobre a superfície de contato possibilita altas taxas de transferência de calor e massa mesmo para pequenas vazões de líquido. Devido a esta utilização tem-se realizado um considerável número de estudos sobre o escoamento de películas líquidas nos últimos anos, em diferentes tipos de dispositivos, incluindo estudos sobre diferentes geometrias e regimes de escoamento.

Dentre a série de trabalhos publicados recentemente, cumpre destacar o trabalho desenvolvido por Bandelier (1997), onde são apresentados os recentes desenvolvimentos de trocadores de calor compactos, principalmente os que se utilizam películas descendentes. Uma série de trabalhos envolvendo película descendente em geometrias cilíndricas pode ser encontrada em He *et. al.*, (1998), envolvendo uma simulação numérica, e Alhusseini *et. al.*, (1998), envolvendo medidas experimentais. Estudos em placas planas, também têm sido freqüentes, como o desenvolvido por Shang *et. al.*, (1999), que aplica a solução por similaridade nas equações da energia e Navier-Stokes para um filme de líquido não-Newtoniano escoando ao longo da região de entrada de uma placa plana inclinada. Esta geometria tem aplicação numa série de dispositivos, inclusive trocadores de calor para coletores solar, como o tratado por Song *et. al.*, (1999).

Este trabalho visa, por sua vez, o desenvolvimento e a otimização do escoamento de um filme de líquido descendente ao longo de uma placa plana, o qual será utilizado para estudar, teórico e experimentalmente, o comportamento de entrada hidrodinâmico da referida película líquida. Os resultados experimentais para a velocidade limite e a espessura da película de líquido ao longo da placa foram obtidos da região de entrada hidrodinâmica. Estes valores foram, então, comparados com os resultados teóricos do modelo matemático proposto e com os valores obtidos nos estudos de Fulford (1964).

2. Dispositivo Experimental

O aparato utilizado nos ensaios, como mostrado na Fig. (1), constitui-se basicamente de uma placa plana de vidro com 1,80 m de comprimento fixa sobre uma base de madeira. A placa é articulada no topo da base através de um eixo de aço, de maneira a possibilitar a sua inclinação e fixação no ângulo desejado. Uma escala angular na base permite a escolha da inclinação imposta à placa. Um reservatório de 2 litros de capacidade, com uma abertura frontal, é fixado na extremidade superior da placa, de maneira que a abertura de saída de água do reservatório fique paralela à extremidade superior da placa. A placa possui 2 abas fixas ao longo de seu comprimento formando um canal central de 5 cm de largura, por onde a água escoava. Ao lado de cada aba foram fixadas escalas.

O reservatório era constituído por uma tomada de água em sua parte inferior, com o objetivo de evitar qualquer perturbação possível na saída da água do reservatório. Esta tomada de água era conectada a uma válvula manual para o controle da vazão requerida para o ensaio. Este reservatório, quando submetido ao escoamento de água, permitia que a mesma transbordasse através da abertura frontal, de onde passava a escoar ao longo da placa. Dessa maneira o nível do reservatório permanecia constante e o escoamento entrava em regime.

Para a alimentação do reservatório de dois litros era utilizado um outro reservatório, situado a três metros de altura, com capacidade de cinquenta litros controlados por dispositivo que mantinha o nível de água constante. Um recipiente de acrílico calibrado foi utilizado para medir a vazão d'água na saída do canal.

As vazões utilizadas no ensaio foram baixas, de maneira a garantir um escoamento dentro do regime laminar, com um número de Reynolds variando entre 100 e 2000. Depois que o escoamento entrava em regime, utilizou-se de uma pinça para posicionar o disco de PVC com 6 mm de diâmetro e 0,2 mm de espessura no início do escoamento. Este disco era, então, liberado na extremidade superior da placa, ou seja, no início da região de entrada do escoamento, sendo arrastado pela água. O percurso do disco era então registrado por uma filmadora que permitiria a identificação futura da sua posição.

A filmadora foi ajustada para a máxima velocidade de filmagem de modo a obter o mínimo de distorção possível nas imagens. Após a execução da filmagem, a filmadora era conectada a um computador com um sistema de aquisição de imagens, e o escoamento ao longo da placa era digitalizado há uma taxa de 30 quadros por segundo (fps). Depois de digitalizada as posições do disco eram avaliadas e feitas um levantamento da sua posição em função do tempo. Estes resultados permitiram a avaliação da velocidade máxima na superfície do fluido.



Figura 1 Vista geral do aparato experimental.

As medidas das espessuras (δ) da película em movimento descendente ao longo do canal foram levantadas com o auxílio de um micrômetro de profundidade da marca TESA, com 0.01 mm de precisão, tomando-se a medida diretamente no escoamento. O procedimento de medida foi adotado de forma a medir a altura da superfície superior das laterais do canal até o ponto onde a superfície do micrômetro tocava a superfície do filme (y_0) e subtrai-la da distância total entre a superfície superior e o fundo do canal (y). Este procedimento de medida está ilustrado na Fig. (2).

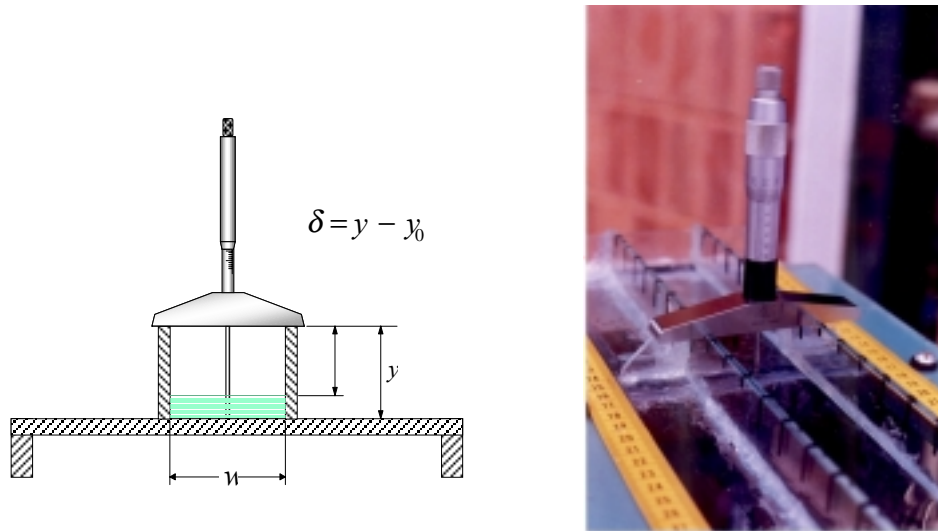


Figura 2. Detalhes das medições das espessuras (δ) do filme líquido ao longo do canal.

Tais medições foram realizadas a cada 2 cm, desde a posição de entrada do fluido no canal até o ponto onde o perfil de velocidade se tornasse plenamente desenvolvido, região esta onde a espessura do filme tornava-se constante.

3. Modelo Matemático: Escoamento da película

Supõe-se que o problema seja um caso de escoamento incompressível, bidimensional em x-y, como mostrado na Fig. (3)., e considerando-se as equações de Navier-Stokes, apresentadas nas Equações (1) a (3).

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = g \cdot \cos \beta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = g \cdot \cos \beta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

Estas equações foram então submetidas a uma análise de ordem de grandeza, similar àquela utilizada para a formulação do escoamento ao longo de uma placa plana utilizando os conceitos de camada limite, propostos por Prandtl. Cumpre aqui ressaltar que esta análise mostra que a equação representativa da quantidade de movimento em y se reduz à distribuição de pressão estática, podendo com isto ser desconsiderada. Desta forma o sistema original, composto pelas Equações (1) a (3), se reduz para um sistema com apenas duas equações constituintes. Alguns termos destas foram ainda eliminados pela análise da ordem de grandeza dos termos, e o problema, passou a ser regido pelas Equações (4) e (5).

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = g \cdot \cos \beta + \nu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

Certamente, são necessárias condições de contorno adequadas para a solução do problema. As simplificações realizadas mudaram as próprias características de solução do problema, mudando a sua natureza da solução em função da dimensão x de um caráter elíptico, para um caráter parabólico.

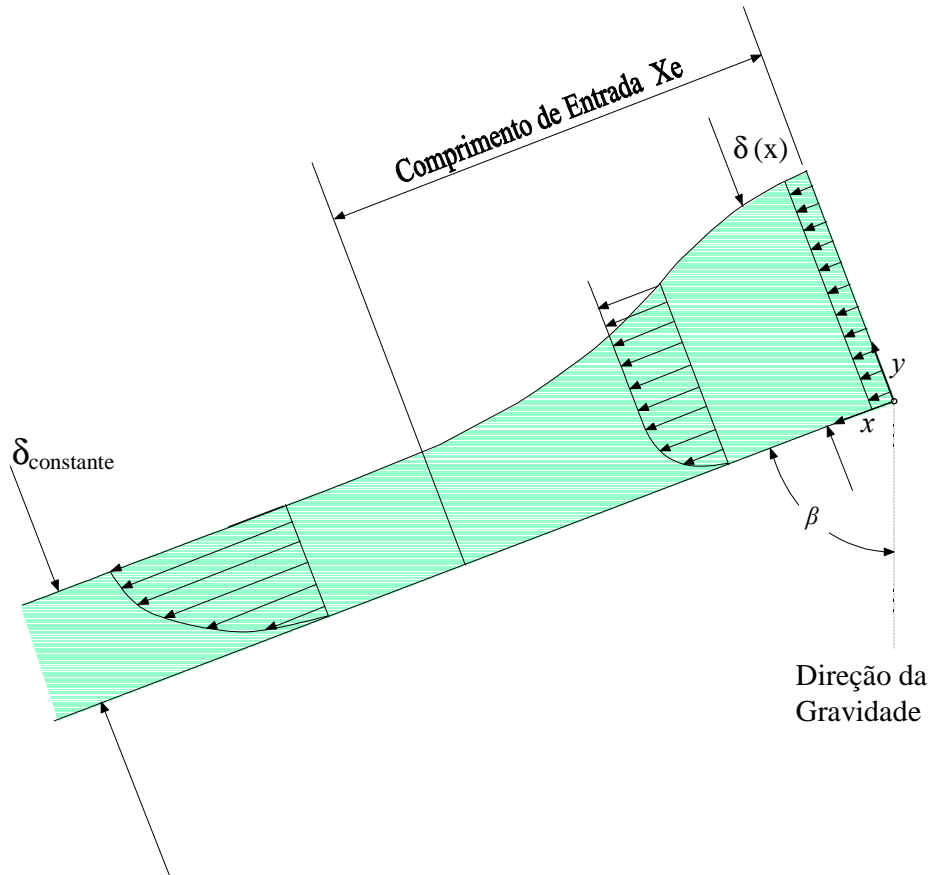


Figura 3 Esquema do escoamento bidimensional mostrando o comprimento de entrada X_e onde o perfil de velocidades encontra-se em desenvolvimento e a espessura (δ) do filme de líquido variando em função de X .

Desta forma, as condições necessárias para a solução do problema passam a ser:

$$x = 0, \quad u = U_0, v = 0 \quad (6)$$

$$y = 0, \quad u = v = 0 \quad (7)$$

$$y = \delta(x), \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0 \quad (8)$$

sendo que:

U_0 é o perfil de velocidade constante na entrada do canal.

$\delta(x)$ é a espessura da película ao longo do comprimento de entrada.

Para uma solução geral, foi elaborada uma adimensionalização de forma que as variáveis do problema passam a ser:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{\delta_0}, & y' &= \frac{y}{\delta_0}, & \delta' &= \frac{\delta}{\delta_0}, & g' &= \frac{g}{g_{nm}}, \\ v' &= \frac{v}{\langle U_0 \rangle}, & u' &= \frac{u}{\langle U_0 \rangle}, & Re &= \frac{\langle v \rangle \delta}{\nu} = \frac{Q}{W \cdot \nu}, & Fr &= \frac{Q^2}{g \cdot W^2 \cdot \delta^3} \end{aligned} \quad (9)$$

Sendo que o símbolo $\langle \rangle$ é utilizado para representar o valor médio da variável no domínio considerado e ainda o valor de δ em qualquer ponto pode ser calculado a partir da vazão volumétrica através da expressão:

$$\delta = \frac{Q}{W \cdot \langle v \rangle} \quad (10)$$

Desta forma as Equações (4) a (5), em sua forma adimensionalizada, seriam dadas por::

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad (11)$$

$$u' \cdot \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \cdot \frac{\partial u'}{\partial y'} = \frac{1}{Fr} \cdot g' \cdot \cos \beta + \frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \quad (12)$$

Na análise numérica deste tipo de problema uma grande questão se coloca, a forma irregular apresentada pelo filme de líquido na sua região de entrada, similar à apresentada na Fig. (3), uma vez que a espessura do filme de líquido δ varia com posição X. Desta forma, este problema se enquadra na classe de problemas de engenharia denominados por problemas de fronteira móvel; classe onde são encontradas ainda umas séries de outros problemas, destacando-se os problemas que envolvem fusão e solidificação de materiais. Desta forma, foram estes tipos de fenômenos que ofereceram os subsídios para a metodologia aplicada nesta solução. A classificação dos métodos de solução para os problemas desta natureza, assim como os seus principais métodos de solução podem ser encontrados em Scalon (1998).

A análise das alternativas de solução mostrou que para este tipo de problema poderiam ser aplicado um método de acompanhamento de fronteira pela malha ou então um método transformação de domínio. Neste trabalho, optou-se pela utilização de um método de transformação de domínio por melhor se adequar ao método de diferenças finitas, utilizado para a solução do sistema de equações diferenciais parciais. O método mais comum para aplicação de transformação de domínio do problema é o método conhecido como as Transformadas de Landau, cuja aplicação para a solução de problemas de mudança de fase pode ser vista detalhadamente em Padilha (1991).

Este método consiste na definição de uma variável transformada que na realidade depende da própria posição da fronteira móvel do problema como, neste caso:

$$\xi = \frac{y'}{\delta'} = \frac{y}{\delta} \quad (13)$$

Neste tipo de análise se realiza uma transformação de forma que um domínio regular na variável transformada ξ representa um domínio perfeitamente adaptado ao problema de fronteira móvel. Deve-se notar, entretanto, que neste caso a nova variável adotada é função de posição $\delta(x)$ e, portanto, possui derivada nesta direção. Aplicando esta transformação às Equações (11) e (12), o novo sistema de equações resultantes será:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x'} - \frac{\xi}{\delta'} \left(\frac{\partial \delta'}{\partial x'} \right) \cdot \frac{\partial u^*}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial v^*}{\partial \xi} = 0 \quad (14)$$

$$u^* \left[\frac{\partial u^*}{\partial x'} - \frac{\xi}{\delta'} \cdot \left(\frac{\partial \delta'}{\partial x'} \right) \cdot \frac{\partial u^*}{\partial \xi} \right] + \frac{v^*}{\xi} \cdot \frac{\partial u^*}{\partial \xi} = \frac{g' \cdot \cos \beta}{Fr} + \frac{1}{Re \cdot \delta'^2} \cdot \frac{\partial^2 u^*}{\partial \xi^2} \quad (15)$$

Sujeitas as seguintes condições de contorno:

$$x = 0, \quad u' = 1, v' = 0 \quad (16)$$

$$\xi = 0, \quad u' = v' = 0 \quad (17)$$

$$\xi = 1, \quad \frac{\partial u'}{\partial \xi} = 0, v' = 0 \quad (18)$$

O sistema de Equações (16) a (18) do modelo proposto foi discretizado pela técnica das Diferenças Finitas e o sistema de equações algébricas não linear resultante resolvido por método iterativo. Utilizou-se como fator para a obtenção da espessura do filme líquido a manutenção de sua vazão entre as diferentes seções longitudinais do filme.

4. Resultados e Discussões

Como foi descrito anteriormente todo o procedimento numérico foi montado utilizando-se de uma forma adimensionalizada da equação. Assim sendo, os resultados neste trabalho foram obtidos na sua forma dimensional experimentalmente e adimensional através do modelo numérico. Entretanto, para o objetivo final deste trabalho que é a comparação com os resultados experimentais, é necessário que se transforme novamente os resultados numéricos para sua forma dimensional, o que foi feito como pode ser visto nos resultados apresentados.

Outro fato importante para a consistência desta comparação de resultados, reside na necessidade do conhecimento prévio da espessura inicial do filme (δ_0). Pensando no fenômeno físico, propriamente dito, nota-se que o valor desta espessura inicial está diretamente vinculado a características do distribuidor de filme e à vazão que lhe é imposta. Desta forma o valor imposto a esta variável no modelo numérico é aquele que foi medido experimentalmente.

Para a comparação de resultados foi tomado por base a vazão de $Q = 0,019$ l/s escoando em um canal de 5 cm de largura e com um ângulo de inclinação $\beta = 87^\circ$ com a vertical. Para este caso, a espessura de película inicial foi medida como sendo $\delta_0 = 2,86$ mm. Para estes cálculos são ainda necessários o conhecimento das propriedades físicas da água. Medidas feitas durante o experimento mostravam a temperatura da água como sendo de 28°C e, portanto, suas propriedades físicas foram adotadas como sendo:

- Massa específica: $\rho = 1000$ kg/m³ ;
- Viscosidade dinâmica: $\mu = 8,9 \cdot 10^{-4}$ kg/m.s .

A Fig. (4) apresenta o comportamento da espessura da película em função da posição apresentando os valores nos pontos onde foram tomadas experimentais.

Análises feitas a respeito da Fig. (4), permitem verificar o bom nível de concordância encontrado entre os resultados numéricos e experimentais, com um erro relativo médio de 2,24%. Pequenos desvios foram notados ao final da simulação, entretanto, a própria faixa de precisão do experimento é suficiente para justificar estes desvios. Uma comparação adicional destes resultados pode ser feita através do valor da espessura do filme em regime plenamente desenvolvido segundo o modelo de Fulford (1964) que, para esta situação, apresentaria um valor de $\delta = 1,26$ mm, também bastante próximo do valor obtido neste experimento.

A Fig. (5) apresenta, por sua vez, resultados para o comportamento da velocidade máxima na superfície do filme líquido em função da posição ao longo do canal. Este comportamento vem complementar os resultados anteriores mostrando o comportamento da velocidade superficial obtida tanto de forma numérica como experimental, com um erro relativo da ordem de 3,2%. Neste caso, foram obtidos resultados experimentais apenas para o perfil de velocidades praticamente no regime plenamente desenvolvido. Entretanto nota-se claramente um bom nível de concordância entre estes resultados. Resultado similar a este poderia ser obtido a partir do procedimento proposto por Fullford (1964), obtendo-se para a situação considerada um valor para a velocidade limite no regime plenamente desenvolvido de 0,458 m/s, também muito próximo dos resultados apresentados na Fig. (5).

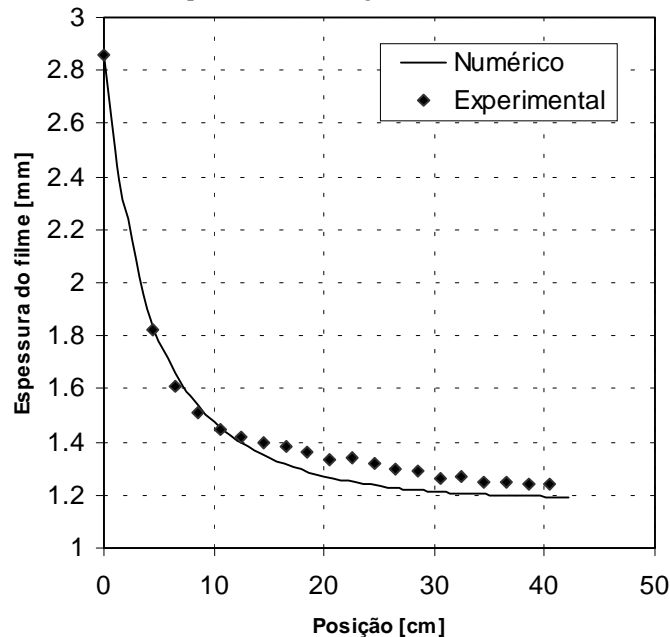


Figura 4. Comportamento da espessura do filme líquido ao longo da placa para as condições consideradas.

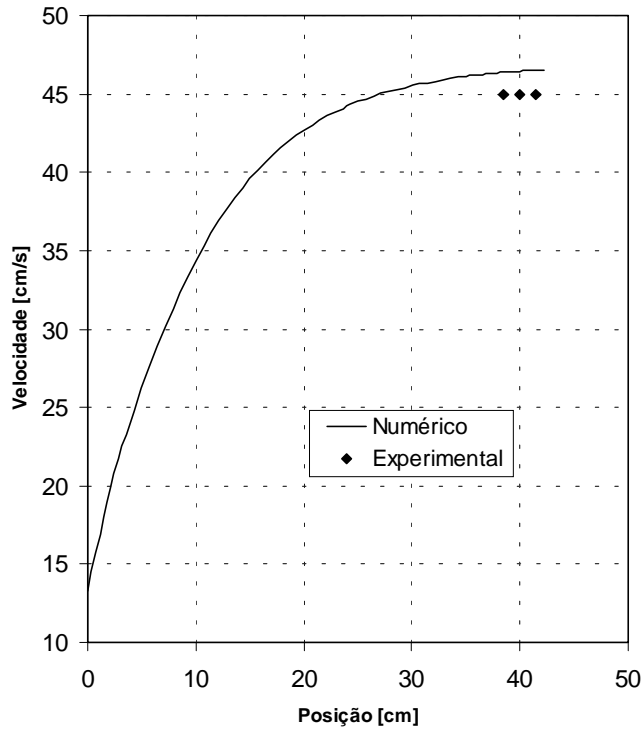


Figura 5. Comportamento da velocidade superficial do filme líquido ao longo da placa para as condições consideradas.

A Fig. (6) apresenta o comportamento dos perfis de velocidades para várias posições na região de entrada do canal. Esta figura permite notar claramente tanto o efeito da diminuição do filme, apresentado através da diminuição do tamanho do perfil assim como a aceleração ocorrida, percebida pelo aumento do módulo das velocidades no perfil.

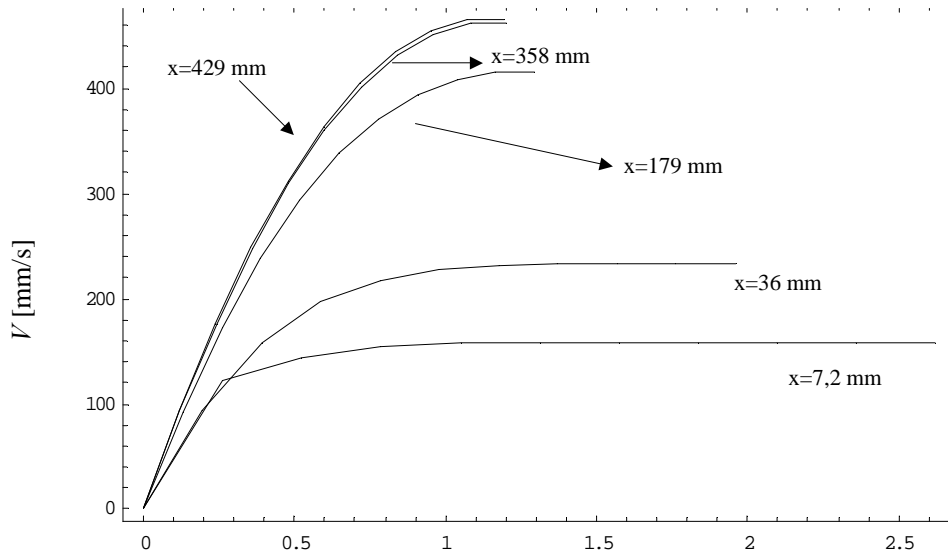


Figura 6. Comportamento do perfil de velocidades em diversas posições ao longo da placa para as condições consideradas.

5. Conclusões

Pela análise das soluções obtidas, este estudo mostra a viabilidade da implantação de um modelo numérico para a região de entrada de um escoamento em uma película descendente. O modelo proposto de transformação de domínio apresentou excelentes resultados com boa concordância em relação aos resultados anteriormente obtidos e os obtidos experimentalmente neste trabalho. Além disso, o próprio fechamento dos resultados também serve para validar o procedimento experimental descrito e mostrar o seu bom nível de eficácia para experimentos desta natureza.

6. Referências

- Alhousseini, A.A., Tuzla, K. e Chen, J.C., 1998, "Falling film evaporation of a single component liquids", Int. J. Heat and Mass Transfer, v. 12.
- Bandelier, P., 1997, Improvement of multifunctional heat exchanger applied in industrial processes, Applied Thermal Engineering, v. 17.
- Fulford, G. D., 1964, Handbook of Heat and Mass Transfer, v. 2: Mass Transfer and Reactor Design, Editor Nicholas P. Chermisinoff.
- He, S., Na, P., Li, J. e Jackson. J. D., 1998, "Combined heat and mass transfer in a uniformly heated vertical tube with water falling film", Int. J. of Heat and Fluid Flow, v.19.
- Padilha, A., 1990, "Estudo teórico e experimental do movimento da frente de solidificação por super-resfriamento de um líquido no interior de um duto", Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP.
- Scalon, V. L., "Estudo do problema de mudança de fase em geometria plana aletada", Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, 1998.
- Shang, D. Y., Andersson, H. I., 1998, "Heat transfer in gravity – driven film flow of power – law fluids", International Journal of Heat and Mass Transfer 42 (1999) 2085 – 2099.
- Song, B., Inaba, H., Horibe, A. e Ozaki, K., 1999, "Heat, mass and momentum transfer of a water film flowing down a tilted plate exposed to solar irradiation", Int. J. of Thermal Science, v. 38.

Hydrodynamic behavior of a liquid falling film on a flat plate with several inclination angles

Edson Fernando Batochio

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP

Alcides Padilha

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP

Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, S/N, CEP. 17033 – 360 , Bauru, SP

padilha@feb.unesp.br

Vicente Luiz Scalon

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP

Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, S/N, CEP. 17033 – 360 , Bauru, SP

scalon@feb.unesp.br

***Abstract** The object of this study is the laminar flow of a liquid falling film on a flat plate. The plate was positioned at several horizontal angles and the flow and superficial velocity measurements of each one, were done. These results were compared with a finite differences numerical model solution based on a Landau's Transform. These results were also compared with previous published results about the same case and a good agreement were found. The observed good agreement of the results shows the good efficiency of the proposed numerical model and developed experimental procedure.*

Keywords: Laminar Flow, Falling Film, Landau's Transform.