

**ESCOAMENTO SOBRE UM ELIPSÓIDE DE REVOLUÇÃO USADO COMO ASA CIRCULAR: ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL****Roberto M. Girardi**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA),  
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50, Vila das Acácias;  
12.228-900 São José dos Campos – SP, Brasil  
[girardi@aer.ita.br](mailto:girardi@aer.ita.br)

**Resumo.** *Um dos problemas de operação de dirigíveis é o aparecimento de forças laterais associadas a presença de vento na direção transversal à trajetória da aeronave. No caso de dirigíveis convencionais estas forças têm grande magnitude devido à forma e dimensões da aeronave. Uma das maneiras de minimizar tal problema é alterar a forma do dirigível, implementando um elipsóide de revolução, que se assemelha a uma asa circular. Neste trabalho são relatados os resultados obtidos com um código computacional, baseado no método dos painéis, que calcula o escoamento tridimensional sobre uma geometria aerodinâmica complexa. Deste código pode-se obter a distribuição de pressão na superfície do corpo, a força de sustentação, o arrasto induzido e o coeficiente de momento de arfagem. Para realizar a validação dos códigos computacionais usados neste trabalho, os resultados numéricos são comparados com resultados experimentais e teóricos. Os resultados experimentais foram obtidos para um elipsóide de revolução e os ensaios foram realizados para um número de Reynolds  $4,0 \times 10^5$ . Foram feitas medidas de forças e momento de arfagem para um conjunto de ângulos de ataque ( $\alpha$ ) e, também, foi determinada a distribuição do coeficiente de pressão ( $C_p$ ) no plano de simetria do modelo, somente para  $\alpha = 6$  graus. Os resultados teóricos foram obtidos com a teoria das pequenas perturbações para o caso de uma asa circular com espessura nula.*

**Palavras chave:** *método dos painéis, asa circular, túnel de vento, escoamento tridimensional*

**1. Introdução**

Neste trabalho são apresentados os resultados de um cálculo numérico para obter o escoamento sobre um dirigível com forma de disco voador (Soviero; Girardi & Azevedo, 1987). Com base nestes resultados são determinados: (i) os coeficientes aerodinâmicos, (ii) a distribuição de pressão em cada estação ao longo da envergadura do disco e (iii) os esforços (componentes das forças) que atuam no centro de cada um dos painéis da discretização. Os coeficientes aerodinâmicos, tais como as curvas  $C_l \times \alpha$ ,  $C_d \times \alpha$ ,  $C_m \times \alpha$ , polar de arrasto ( $C_l \times C_d$ ) e posição do centro de pressão ( $X_{cp}$ ), são usados para as estimativas do desempenho da aeronave, assim como de sua estabilidade. A distribuição de pressão ao longo da corda, das diversas estações ao longo da envergadura da aeronave, a qual é modelada como se fosse uma asa circular, é de grande importância para a estimativa do coeficiente de arrasto parasita (atrito e pressão) que atua na superfície da aeronave. Este parâmetro, juntamente com o coeficiente de arrasto induzido fornecem o coeficiente de arrasto total, o qual é utilizado para a escolha do motor e para a determinação da velocidade da aeronave. Para o projeto e cálculo dos elementos da estrutura da aeronave são necessários os esforços que atuam na superfície da mesma. Desta forma, as componentes da força normal que atua no centro de cada painel da discretização, usada no cálculo numérico, é um resultado muito importante da análise aerodinâmica. Deve-se deixar claro que a força normal mencionada acima é proveniente da diferença entre as pressões externa e interna. A pressão externa está relacionada com o escoamento sobre a aeronave e com a pressão estática do nível de voo. A pressão interna é definida pelo projetista e pode ser igual a pressão externa (como no caso de aeronaves não pressurizadas). No caso de dirigíveis pode haver uma pequena diferença.

Uma vez que o dirigível se desloca com baixa velocidade, pode-se considerar que o escoamento é incompressível (isto é,  $M = 0$ ) e, portanto, o modelo do escoamento potencial fornece resultados muito bons para a distribuição de pressão e para a determinação dos coeficientes de sustentação, arrasto induzido e de momento de arfagem. O arrasto parasita não pode ser obtido com este modelo, porém, o acoplamento com a teoria da camada limite pode fornecer resultados com boa aproximação do coeficiente de arrasto de atrito. A parcela relacionada ao arrasto de pressão é a mais difícil de ser estimada, uma vez que a mesma depende de um cálculo do escoamento sobre um corpo tridimensional com sua esteira. Deve-se lembrar que a aeronave que está sendo estudada não possui uma forma aerodinâmica convencional e tem espessura relativamente alta. Neste caso, existe grande possibilidade de regiões com pequenos descolamentos próximas ao bordo de fuga, mesmo para baixos ângulos de ataque, sendo isto uma fonte dos desvios encontrados entre a experiência e os resultados numéricos, obtidos através do modelo de escoamento potencial.

Para obter uma solução do escoamento potencial sobre uma aeronave com geometria relativamente complexa, como no caso de um avião, deve-se utilizar um método numérico, que é conhecido na literatura como método dos

painéis (Hess & Smith, 1966; Hunt, 1978; Katz & Plotkin, 1991). No código computacional usado neste trabalho, desenvolvido por Girardi e Castro (vide Castro, 1997), singularidades tipo fonte são distribuídas sobre a superfície da aeronave e singularidades tipo dipolo normal são colocadas na superfície de arqueamento de superfícies sustentadoras, como asas e empenagens de um avião convencional, para modelar a esteira requerida para o modelo de escoamento deste tipo de superfície. Como mencionado anteriormente, a aeronave mostrada na Fig. (1) é modelada como uma asa circular, que possui perfis diferentes em cada estação ao longo da envergadura da mesma.

Em asas com baixo alongamento, como no caso de uma asa circular, ocorre uma interação mais intensa entre os vórtices de ponta e o extradorso (superfície superior) da asa. Este tipo de interação, em geral, não é bem modelada pelo esquema de cálculo padrão adotado no método dos painéis, que é usado neste trabalho (vide Schlichting & Truckenbrodt., 1979). Este aspecto é outra fonte de incerteza dos resultados numéricos, sendo a “calibração” do código computacional para o caso de asas com baixo alongamento um dos objetivos do presente trabalho. Para realizar tal “calibração”, os resultados numéricos são comparados com resultados experimentais e teóricos, obtidos através da teoria das pequenas perturbações, para o caso de uma asa circular com espessura nula (Milne-Thompson, 1973).

Para obter os resultados experimentais foi utilizado um pequeno túnel de vento, instalado no Laboratório de Engenharia Aeronáutica Prof. Feng (ITA), que possui uma balança de três componentes, que permite a determinação das forças de sustentação e arrasto, assim como o momento de arfagem, para um conjunto de ângulos de ataque. O modelo foi construído em madeira e instrumentado com tomadas de pressão, de maneira a obter-se a distribuição de pressão no plano de simetria vertical (corda da raiz).

Devido às fontes de incerteza mencionadas acima, alguns desvios foram encontrados entre os três métodos adotados neste trabalho. No entanto, as diferenças encontradas são de grande utilidade para a calibração do código computacional e permitem que o mesmo seja usado na fase inicial do projeto de uma aeronave semelhante, caracterizada por ter um alongamento reduzido.

## 2. Método de solução

### 2.1 Geração da discretização na superfície da aeronave

O primeiro passo para a obtenção da solução numérica é a geração da discretização da superfície da aeronave. Como neste caso a aeronave é modelada como uma asa circular, a discretização deve ser feita dividindo-se a envergadura em NFS faixas. Cada faixa deve, então, ser discretizada ao longo da corda, através de um conjunto de NPPF painéis com forma de quadrilátero. Desta forma, a superfície do corpo que está sendo analisada é modelada por um conjunto total de NFS x NPPF quadriláteros. Deve-se mencionar que um grande número de painéis é ideal para fazer uma descrição mais refinada da superfície da aeronave, fato que acarreta maior exatidão da solução numérica e dos coeficientes aerodinâmicos, os quais podem ser obtidos através de uma integração do campo de pressões na superfície do corpo. Por outro lado, a memória do computador impõe um limite para este número de painéis, assim como o tempo de cálculo, que pode ficar muito grande.

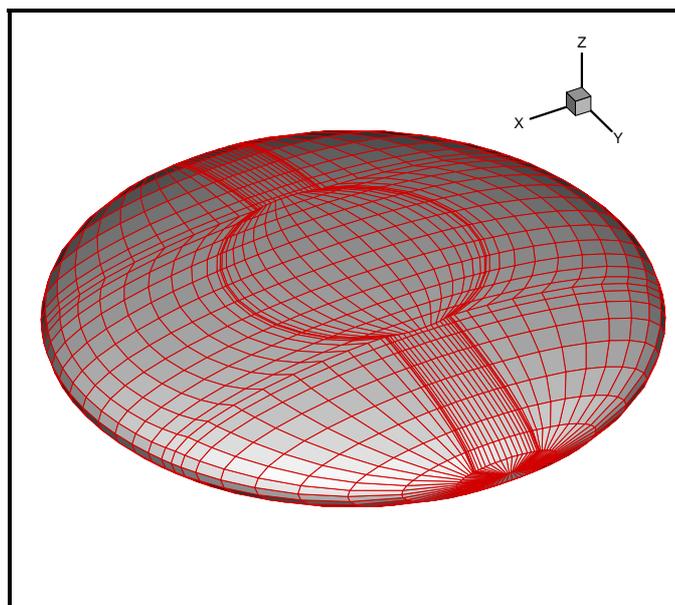


Figura 1. Discretização de um elipsóide de revolução e o sistema de referência adotado.

Para realizar a discretização de uma asa circular, que possui diferentes formas para o perfil de cada estação, foi necessário a confecção de algumas subrotinas, adicionadas ao programa BODY\_3D.FOR, o qual gera a discretização de uma configuração complexa, constituída por superfícies sustentadoras, tais como asas e empenagens, e por superfícies

que não geram sustentação, como é o caso de fuselagens. As subrotinas mencionadas acima realizam as seguintes tarefas:

- (i) Discretização ao longo da envergadura (eixo Y, mostrado na Fig. (1)) através da definição das faixas. Este trabalho é realizado pela subrotina C\_WING, a qual deve considerar o problema da discretização da ponta da asa, que deve ser fechada, a discretização das faixas internas e a discretização da estação da junção asa – fuselagem (neste caso, é a questão de uma semi-asa com a outra, pois a discretização é feita para cada semi-asa separadamente).
- (ii) A subrotina DISCO é chamada pelo subprograma C\_WING para gerar a discretização ao longo da corda. Neste caso, tem-se basicamente duas regiões que são trabalhadas de formas diferentes: Uma para as faixas localizadas entre os raios externos (R) e interno (Ri) da asa circular; A outra região é para as faixas que passam no interior da circunferência de raio Ri. Nesta região, a discretização é feita de modo que a extremidade dos painéis vizinhos à fronteira entre as duas regiões acima seja localizada exatamente sobre a circunferência de raio Ri. Desta forma, evita-se distorções da forma geométrica na região da interface. Um detalhe da discretização ao longo da corda é a concentração de painéis nas regiões dos bordos de ataque e de fuga e na região próxima a interface entre a cúpula e o restante da aeronave (vide Fig. (1)). Esta divisão da superfície da aeronave em duas regiões foi feita para permitir uma maior flexibilidade para a curva geratriz usada para construir o corpo de revolução.
- (iii) A subrotina ELIPSOIDE fornece a forma do perfil de cada estação da asa, considerando que o corpo em estudo seja um elipsóide de revolução, com semi-eixos H e R. O parâmetro H (relativo ao eixo Z, que é o eixo de revolução) é a espessura máxima da asa circular e R é o raio externo da mesma.

Um exemplo da discretização gerada pelas subrotinas acima é mostrado na Fig. 1, juntamente com o sistema de referência usado no presente trabalho. Este sistema é caracterizado por ter origem no centro da asa circular. O escoamento está alinhado com o eixo X, que é a direção das faixas usadas para discretizar a envergadura, medida ao longo do eixo Y. O eixo Z coincide com o eixo de revolução do corpo de revolução que é considerado.

## 2.2 Solução do problema numérico

Para calcular o escoamento sobre a aeronave utiliza-se o código computacional MP\_3D.FOR, o qual lê os dados gravados em um arquivo de saída do programa BODY\_3D.FOR, mencionado anteriormente. O código MP\_3D calcula o campo de velocidades (componentes nas direções dos eixos X, Y e Z) e o coeficiente de pressão nos pontos de controle dos painéis que descrevem a forma geométrica do corpo que está sendo analisado. Com este campo de pressões é possível calcular os coeficientes de sustentação (Cl), de arrasto induzido (Cdi) e de momento de arfagem (Cm), através de uma integração das forças devido a pressão. Para se ter exatidão nos resultados acima é necessário um grande número de painéis na discretização do corpo. No entanto, devido a limitações de memória e de tempo de cálculo, muitas vezes o número de painéis usados no cálculo não é suficiente para se obter um valor muito exato. Para melhorar este aspecto, foi implementado uma forma alternativa para o cálculo dos coeficientes de sustentação e arrasto induzido, utilizando-se os valores calculados para a circulação em cada uma das faixas da asa em estudo. No caso do coeficiente de sustentação, utiliza-se o teorema de Kutta–Joukowski (vide Schlichting & Truckenbrodt, 1979) e no caso do coeficiente de arrasto induzido utiliza-se um método baseado no chamado plano de Trefftz (Milne-Thompson, 1973). Os valores obtidos desta maneira são menos influenciados pela discretização que os obtidos através da integração de pressão, nos casos onde a discretização não é suficientemente refinada.

Neste trabalho, os coeficientes aerodinâmicos mencionados acima são adimensionalizados pela área em planta do elipsóide de revolução (asa circular com raio externo R) e tem como dimensão característica o diâmetro do mesmo. O coeficiente de momento de arfagem é calculado em torno do eixo Y (vide Fig. (1)), na origem do sistema de referência, que está localizada no centro da aeronave.

O programa MP\_3D.FOR gera uma série de arquivos, que são lidos pelo código computacional FLOW\_3D.FOR. Este programa prepara os resultados para serem visualizados com auxílio do código comercial TECPLOT, o qual tem a capacidade de exibir os campos de velocidade e pressão na forma de figuras tridimensionais coloridas. Estas figuras permitem a análise de um conjunto enorme de resultados, tendo-se uma visão geral do escoamento sobre a aeronave.

## 2.3 Cálculo dos esforços na superfície da aeronave

Como mencionado anteriormente, um dos objetivos do cálculo do escoamento sobre uma aeronave é obter o carregamento que a superfície da mesma deve resistir. Com esta informação pode-se realizar os cálculos estruturais e otimizar o projeto estrutural da aeronave. Para facilitar a tarefa do calculista foi gerado um arquivo onde são fornecidas as componentes da força normal (devido a diferença entre as pressões externa e interna) nos eixos do sistema de referência adotado neste trabalho. Este arquivo é gerado pelo código computacional MP\_3D.FOR para cada ângulo de ataque. Neste arquivo são fornecidas as coordenadas do centróide de cada painel (ponto de controle) e as três componentes da força normal que atua neste painel, as quais são divididas em duas parcelas: F1x, F1y e F1z estão relacionadas com a parcela proveniente da distribuição do coeficiente de pressão (Cp). F2x, F2y e F2z estão associadas a uma pressão unitária, aplicada sobre a área do painel considerado, a qual multiplicada pela diferença entre a pressão

do escoamento não-perturbado ( $P_\infty$ ) e a pressão interna ( $P_i$ ) fornecem as componentes da força exercida naquela parte da aeronave, se a mesma estiver flutuando no ar parado.

Para tornar mais claro o raciocínio considerado para a geração dos resultados de carregamento, apresenta-se, a seguir, o desenvolvimento matemático usado para se obter as componentes da força normal.

Recorrendo-se à definição do coeficiente de pressão pode-se afirmar que a pressão externa que atua na superfície de um determinado painel  $j$  é dada por

$$P_j = C_{p_j} q_\infty + P_\infty \quad (1)$$

onde  $C_{p_j}$  é o coeficiente de pressão do painel  $j$ ,  $q_\infty$  e  $P_\infty$  são, respectivamente, a pressão dinâmica do escoamento não perturbado e a pressão estática do nível de vôo da aeronave. Considerando que a pressão interna ao painel é  $P_i$  então a força normal ( $F_{n_j}$ ) que atua no painel é dada por

$$F_{n_j} = (P_j - P_i) A_j \quad (2)$$

onde  $A_j$  é a área do painel  $j$ . Substituindo-se (1) em (2) resulta

$$F_{n_j} = C_{p_j} q_\infty A_j + (P_\infty - P_i) A_j \quad (3)$$

A equação (3) pode ser reescrita na forma

$$F_{n_j} = F1_j q_\infty + F2_j (P_\infty - P_i) \quad (4)$$

onde  $F1_j = C_{p_j} \cdot A_j$  e  $F2_j = 1 \cdot A_j$  são, respectivamente, as parcelas da força normal devido ao escoamento por unidade de pressão dinâmica e devido a uma diferença de pressão unitária entre as regiões externa e interna da aeronave.

Como o painel possui uma inclinação com relação aos eixos X, Y e Z do sistema de referência adotado neste trabalho, é importante fornecer as componentes da força normal, para evitar o fornecimento de informações que definam a inclinação do painel considerado. Desta forma

$$\vec{F}_{n_j} = Fx_j \vec{e}_x + Fy_j \vec{e}_y + Fz_j \vec{e}_z \quad (5)$$

onde

$$Fx_j = F1_{x_j} q_\infty + F2_{x_j} (P_\infty - P_i) \quad (6a)$$

$$Fy_j = F1_{y_j} q_\infty + F2_{y_j} (P_\infty - P_i) \quad (6b)$$

$$Fz_j = F1_{z_j} q_\infty + F2_{z_j} (P_\infty - P_i) \quad (6c)$$

Desta forma, conhecendo-se a pressão dinâmica do escoamento e a diferença de pressão ( $P_\infty - P_i$ ) pode-se ter o carregamento na superfície da aeronave. Esta maneira de abordar o problema fornece uma grande flexibilidade ao projetista da estrutura, pois permite que o mesmo tenha o carregamento em cada um dos painéis da aeronave, em diversas condições de velocidade, nível de vôo e de pressão interna.

### 3. Aparato e procedimento experimental

O túnel de vento usado é mostrado na Fig. (2a). Trata-se de um túnel de sopro, pois o ventilador está antes da seção de teste e sopra o ar sobre o modelo. Este equipamento foi construído pela companhia inglesa Plint & Partners e suas principais características são: seção de testes quadrada com 0,46 m de lado, velocidade pode ser variada na faixa entre 10 e 32 m/s e o nível de turbulência para velocidade máxima é 0,5%

Fixada à parede lateral da seção de testes do túnel de vento, tem-se uma balança de três componentes, apropriada para fazer mediadas de forças de arrasto e sustentação e do momento de arfagem. Os elementos sensores desta balança estão instrumentados com extensômetros, cujo sinal de saída é amplificado e enviado a um micro-computador com uma placa de aquisição de dados. Antes de cada ensaio, cada um dos elementos sensores são calibrados usando-se massas padrão. A pressão dinâmica do escoamento não-perturbado ( $q_\infty$ ) é medida através de um tubo de Pitot, localizado no

início da seção de testes. Um transdutor de pressão é usado para transformar esta pressão em um sinal elétrico, o qual é amplificado e enviado para a placa de aquisição de dados. A calibração do transdutor de pressão é feita com auxílio de um manômetro Betz, cuja menor divisão é 0,1 mm de coluna de água.

O modelo usado neste trabalho é feito de madeira e possui tomadas de pressão nas superfícies superior e inferior da estação localizada no plano de simetria vertical, alinhado com a direção da velocidade do vento (vide Fig. (2b)). As medidas para se determinar a distribuição de pressão foram realizadas com um multi-manômetro com água, que foi inclinado com um ângulo de 30 graus com relação ao plano horizontal, para reduzir a incerteza das medidas.

Os resultados experimentais foram obtidos para um número de Reynolds igual a  $4,0 \times 10^5$ . Foram feitas medidas de forças e momento de arfagem para um conjunto de ângulos de ataque ( $\alpha$ ) variando na faixa entre 0 e 30 graus e, também, foi determinada a distribuição do coeficiente de pressão ( $C_p$ ) no plano de simetria do modelo, somente para  $\alpha = 6$  graus.



Figura 2. (a) Túnel de vento e (b) Modelo utilizado neste trabalho

#### 4. Análise dos resultados

Embora os códigos computacionais BODY\_3D, MP\_3D e FLOW\_3D já tenham sido validados para o caso de asas convencionais, é importante verificar o procedimento de cálculo para o caso de asas circulares, caracterizadas pelo fato de terem alongamento muito baixo e por terem uma discretização diferente, como mostrado anteriormente.

Para realizar a validação dos códigos computacionais citados acima, os resultados numéricos são comparados com resultados experimentais e teóricos para uma asa circular com a forma de um elipsóide de revolução, caracterizado por uma relação entre os semi-eixos igual a 0,243.

Os resultados teóricos foram obtidos com a teoria das pequenas perturbações (escoamento potencial) para o caso de uma asa circular com espessura nula. Neste caso, os coeficientes aerodinâmicos (Milne-Thompson, 1973) são dados pelas seguintes expressões:

$$C_l = 1,82 \operatorname{tg} \alpha, \tag{7a}$$

$$C_{di} = 0,82 \operatorname{tg}^2 \alpha \tag{7b}$$

$$C_m = 0,44 \operatorname{tg} \alpha \tag{7c}$$

A solução numérica foi obtida para uma discretização com 24 faixas ao longo da envergadura e com 60 painéis em cada faixa, isto é,  $NFS = 24$  e  $NPPF = 60$ . Neste caso, tem-se um número total de 2160 painéis, com 1440 painéis na superfície externa e 720 painéis na superfície de arqueamento, os quais são necessários para modelar a esteira da superfície sustentadora. Cálculos com outras discretizações também foram realizados para se verificar a questão da convergência dos resultados numéricos. Estes resultados podem ser observados na Tab. (1).

Na Tab. (1) são observados dois valores para  $C_l$  e  $C_{di}$ : (i) Os coeficientes aerodinâmicos das colunas 3, 4 e 5 são calculados via uma integração do campo de pressões na superfície da aeronave. Nesta integração, a pressão é considerada constante em cada um dos painéis da discretização usado na obtenção da solução numérica. (ii) Os valores registrados nas duas últimas colunas são obtidos através da distribuição de circulação ao longo da envergadura da asa circular. Como mencionado anteriormente, o coeficiente de sustentação é calculado utilizando-se o teorema de Kutta-Joukowski e o coeficiente de arrasto induzido é calculado através da chamada técnica do plano de Trefftz.

Tabela 1. Resultados numéricos para o elipsóide de revolução

$\alpha$ (graus)	NFS	NPPF	Cl	Cdi	Cm	Cl	Cdi
3	20	24	0,067	0,0029	0,016	0,096	0,0024
6	20	24	0,132	0,0113	0,032	0,191	0,0108
6	20	60	0,151	0,0099	0,045	0,185	0,0101
6	30	80	0,146	0,0090	0,046	0,178	0,0101
9	24	60	0,222	0,0218	0,067	0,273	0,0266
12	30	80	0,285	0,0353	0,090	0,353	0,0590
15	24	60	0,358	0,0586	0,108	0,452	0,1015
18	24	60	0,421	0,0828	0,127	0,539	0,1676
18	30	80	0,412	0,0763	0,131	0,524	0,1839
20	24	60	0,461	0,1007	0,139	0,597	0,2245

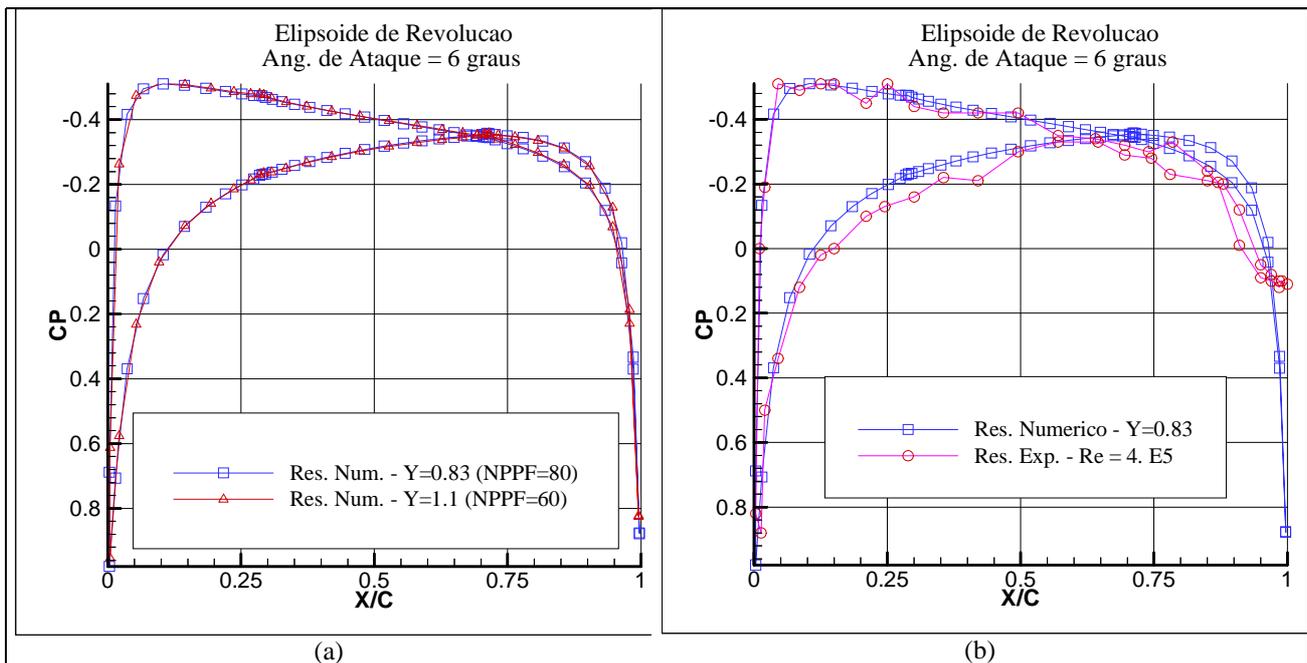


Figura 3. Distribuição de pressão no plano de simetria do elipsóide de revolução: (a) Comparação de resultados numéricos para duas discretizações diferentes e (b) Comparação entre resultados numérico (NFS=30, NPPF=80) e experimental ( $Re=4,0 \times 10^5$ ).

Como pode ser visto na Tab. (1), a configuração para ângulo de ataque de 6 graus foi analisada com três discretizações, de maneira a verificar a questão da convergência do cálculo numérico. Observa-se que os valores das duas últimas colunas não variam de maneira acentuada com relação à discretização, principalmente o Cdi. Observa-se uma diminuição nos valores de Cl a medida que a discretização é refinada. Por outro lado, o Cl obtido através da integração de pressão sofre um incremento quando o número de painéis é aumentado. O valor correto parece estar entre os valores obtidos pelos dois métodos de cálculo mencionados acima. O coeficiente de arrasto induzido calculado pela distribuição de pressão sofre uma redução quando a discretização é refinada e seu valor é muito próximo do valor encontrado através da técnica do plano de Trefftz.

Para ângulo de ataque de 18 graus também foi feita uma análise da discretização. As tendências discutidas acima foram mantidas, porém, as discrepâncias entre as diferentes técnicas de cálculo do Cl e do Cdi ficaram mais acentuadas. Estas discrepâncias indicam que a discretização deveria ser mais refinada para ângulos de ataque elevados, porém, as máquinas disponíveis não permitem um refinamento muito maior que aquele usado neste trabalho. Para fornecer uma idéia de ordem de grandeza, pode-se citar os seguintes dados: Para uma discretização com NFS = 24 e NPPF = 60, o tempo de cálculo é aproximadamente 6 horas em um micro computador Pentium 233 com 64 Mbytes de memória RAM. Um tempo de 15 horas é gasto quando a discretização é refinada para NFS = 30 e NPPF = 80.

Na Fig. (3) são apresentadas as distribuições de pressão no meio da estação mais próxima a raiz da asa, isto é, em uma posição muito próxima do plano de simetria vertical do elipsóide de revolução. As duas discretizações mencionadas no parágrafo anterior foram comparadas e boa concordância pode ser observada na Fig. (3a). Isto é

importante para mostrar que a distribuição de pressão é bem calculada para uma discretização com 60 painéis ao longo da corda, pois esta distribuição de  $C_p$  é usada para obter os coeficientes aerodinâmicos apresentados neste trabalho.

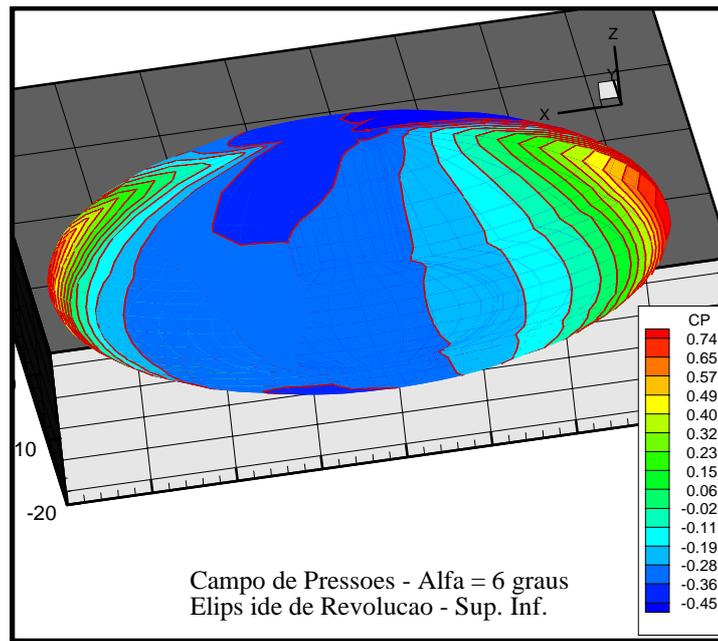


Figura 4. Campo de pressões na superfície inferior do elipsóide de revolução. Ângulo de ataque de 6 graus.

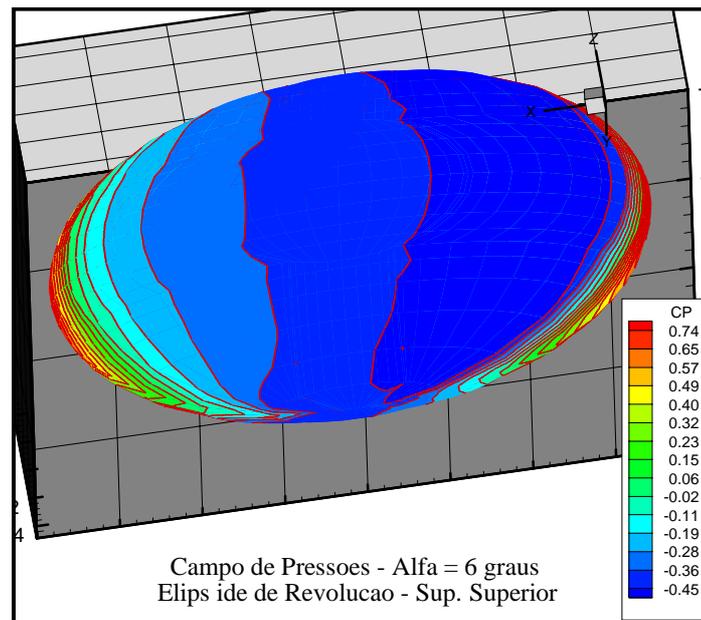


Figura 5. Campo de pressões na superfície superior do elipsóide de revolução. Ângulo de ataque de 6 graus.

Na Fig. (3b) pode-se observar uma boa concordância entre os resultados numérico e experimental, exceto na região do bordo de fuga da aeronave (asa circular), onde ocorre descolamento da camada limite e formação de uma pequena esteira. É justamente este descolamento que é o responsável por um arrasto de pressão relativamente elevado para esta configuração. Aqui, cabe lembrar que o elipsóide possui uma espessura relativa elevada ( 0,243), quando se considera os perfis aerodinâmicos normalmente utilizados na prática. Assim, com base nos resultados mostrado na Fig. (3b), pode-se afirmar que o código computacional MP\_3D.FOR fornece resultados próximos da realidade. A discrepância na região do bordo de fuga já era esperada pelo fato da utilização de uma teoria potencial em um corpo com espessura relativa elevada.

Nas Figs. (4) e (5) são apresentados os campos de pressão estática nas superfícies inferior e superior do elipsóide de revolução, para ângulo de ataque de 6 graus. Na superfície inferior observa-se uma região com elevados valores de  $C_p$  na vizinhança do bordo de ataque da aeronave. Caminhando-se em direção ao bodo de fuga verifica-se um gradiente elevado até o centro da configuração, seguido por uma ampla região com valores baixos de  $C_p$ . Na superfície superior (Fig. (5)), nota-se um comportamento oposto, caracterizado por uma ampla região com baixos valores de  $C_p$  localizada

na primeira metade da superfície (mais próxima ao bordo de ataque). Esta assimetria do campo de pressões, com relação ao plano (Y,Z), mostra que existe um momento, em relação ao eixo Y, que tem a tendência de levantar o bordo de ataque, indicando que a resultante das forças aerodinâmicas está localizada entre o centro da aeronave e seu bordo de ataque.

Na Fig. (6) é apresentada a distribuição de circulação ao longo da semi-envergadura da aeronave. Observa-se, como esperado, que a circulação é nula na ponta da asa e máxima no plano de simetria vertical (na raiz). A distribuição de sustentação também tem a mesma forma, indicando que o “stall” da asa deve começar na estação da raiz e deve se propagar para as pontas. No caso da colocação de superfícies de controle, este comportamento é muito interessante pois garante que tais superfícies, localizadas nas região das pontas da asa, continuem eficazes no caso da asa assumir elevados ângulos de ataque.

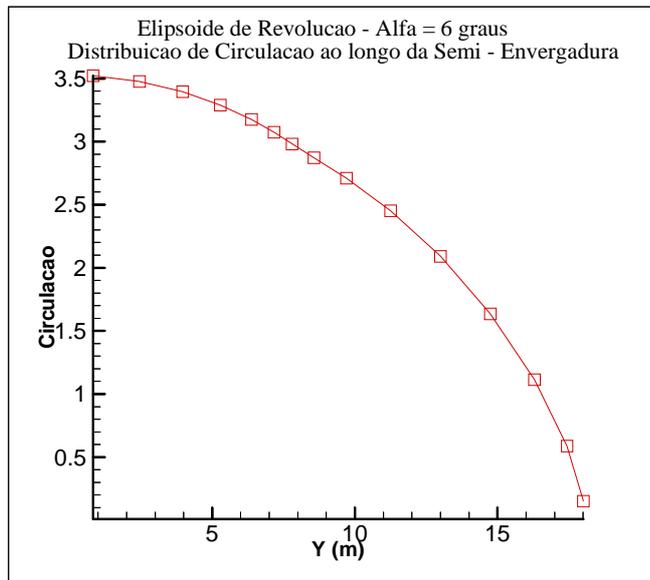


Figura 6. Distribuição de circulação ao longo da semi-envergadura do elipsóide de revolução, para ângulo de ataque de 6 graus.

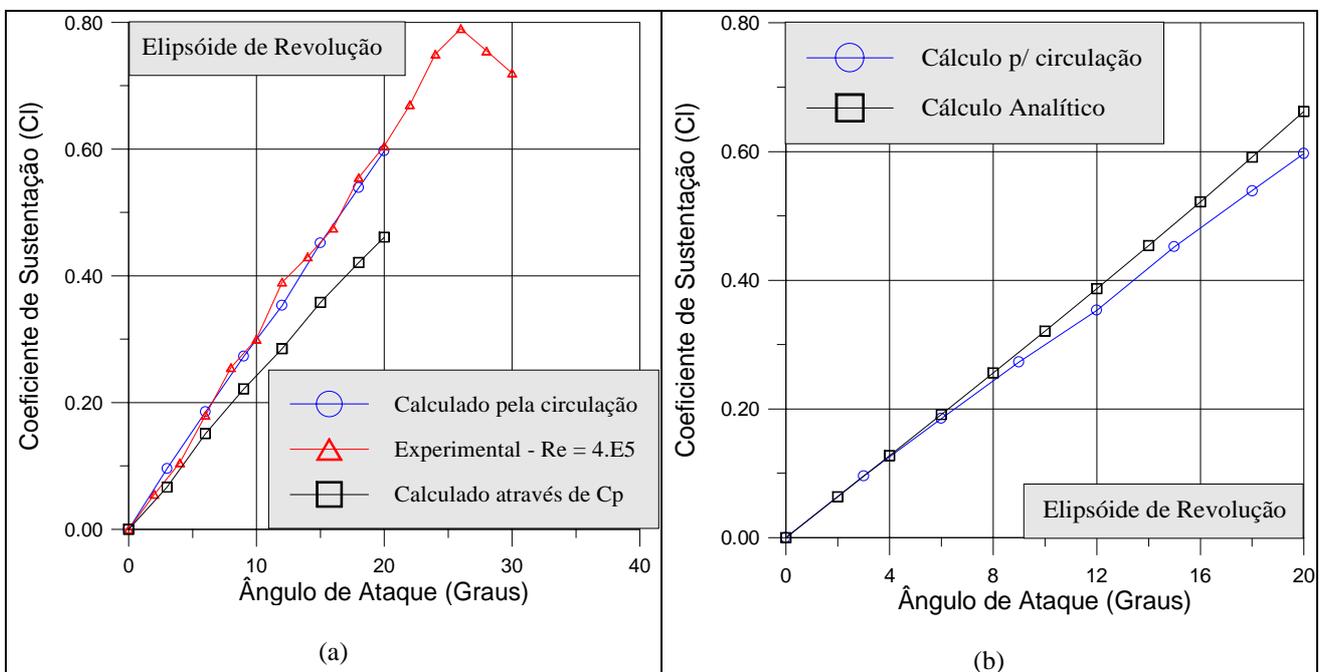


Figura 7. Coeficiente de Sustentação para um elipsóide de revolução: (a) Comparação entre os resultados numéricos e experimentais e (b) Comparação entre os resultados numéricos e teóricos.

Os valores calculados numericamente para o Cl, segundo as duas metodologias descritas anteriormente, são apresentados na forma gráfica na Fig. (7a), juntamente com os resultados experimentais obtidos no ensaio de força realizados em túnel de vento, como mencionado anteriormente. Pode-se observar que os resultados numéricos obtidos

através do teorema de Kutta-Joukowski concordam melhor com a experiência. O parâmetro  $dCl/d\alpha$  possui valores iguais a 1,32 e 1,71, os quais foram determinados através da integração de  $C_p$  e através do teorema de Kutta-Joukowski, respectivamente. A diferença entre eles é de aproximadamente 30%. Deve-se lembrar que asas com baixo alongamento possuem efeitos não-lineares devido a interação do vórtice de ponta com grande parte da envergadura da mesma. Devido a estes efeitos, o valor experimental de  $Cl$  costuma ser maior que aquele calculado através da teoria utilizada neste trabalho. Considerando-se a questão da “calibração” do código computacional para o caso de asas com baixo alongamento, é importante verificar que o valor calculado com auxílio da circulação tem uma boa correlação com a experiência.

Na Fig. (7b) é mostrado uma comparação entre o valor numérico calculado através da circulação e o valor analítico, obtido para uma asa circular com espessura nula. A pequena diferença entre os resultados pode ser explicada pela espessura da configuração resolvida numericamente, a qual tem valor relativamente elevado ( $t/c=0.243$ ).

Os valores para o coeficiente de arrasto induzido, calculados numericamente pelos dois métodos discutidos acima, são apresentados na Fig. (8a), juntamente com o resultado experimental para o coeficiente de arrasto total. Como esperado, não existe uma correlação entre os valores absolutos, pois estamos comparando grandezas diferentes. As curvas relativas ao cálculo numérico coincidem bem para baixo ângulo de ataque, até um valor de aproximadamente 9 graus. Nesta faixa, os resultados numérico e experimental para as variações de  $C_d$  têm concordância razoável. Para ângulos maiores que 9 graus, observa-se uma discrepância acentuada entre os valores numéricos, porém, os valores obtidos através de uma integração de pressão tem uma variação muito próxima daquela observada para os valores obtidos experimentalmente.

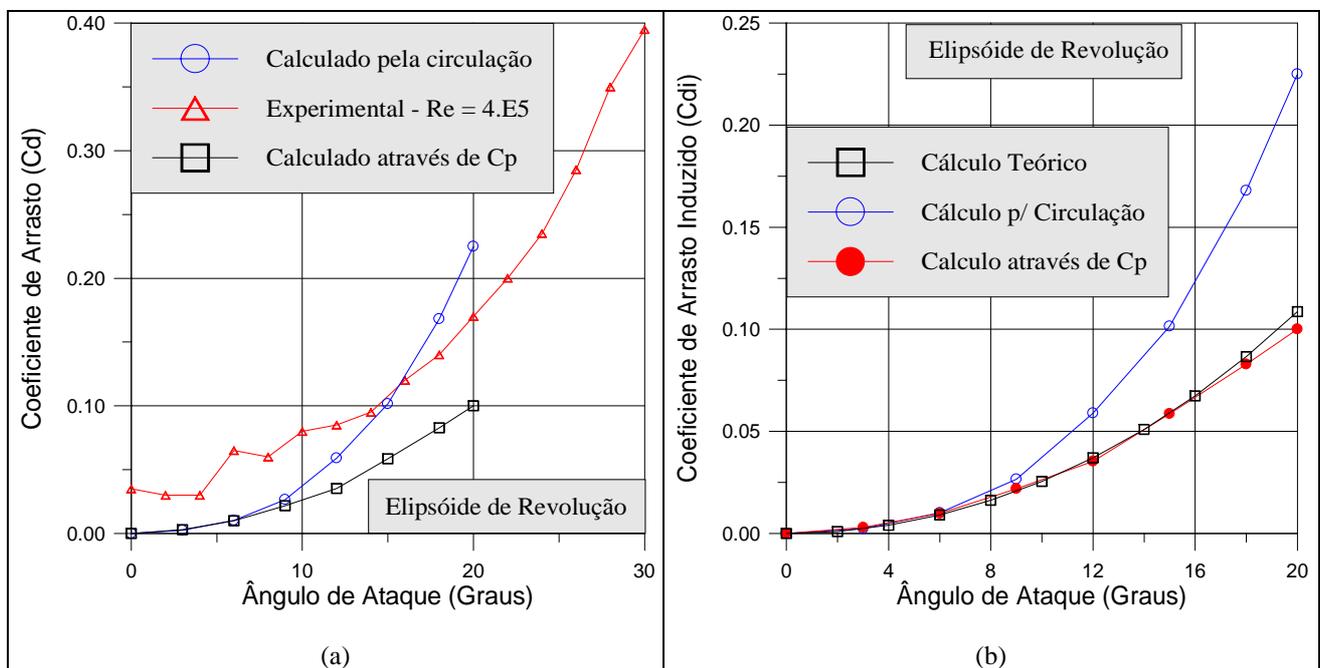


Figura 8. Coeficiente de Arrasto para um elipsóide de revolução: (a) Comparação entre os resultados numéricos e experimentais e (b) Comparação entre os resultados numéricos e teóricos.

Como explicado anteriormente, a determinação teórica (numérica) do coeficiente de arrasto parasita (atrito e pressão) é uma tarefa muito difícil de ser realizada, quando se deseja resultados com boa exatidão. Uma estimativa será calculada e relatada em trabalho futuro. Quanto aos resultados experimentais para o arrasto, também existem dúvidas, pois no aparato utilizado para se medir as forças e o momento de arfagem, foi utilizado um eixo que ficava exposto ao escoamento. Este eixo deve ter causado uma interferência muito pequena na sustentação e no momento, porém, o mesmo não pode ser dito para a força de arrasto. Pretende-se realizar experimentos adicionais para se obter valores mais exatos para o coeficiente de arrasto. Além disto, deve-se considerar a questão da faixa de número de Reynolds, caracterizada pelo fenômeno da transição na superfície do modelo, a qual acarreta incertezas adicionais ao valor experimental, pois o fato do descolamento no bordo de fuga ser laminar ou turbulento pode causar diferenças acentuadas. Na Fig. (8b) pode-se observar que o resultado analítico concorda bem com o resultado numérico, calculado através da integração de pressão. Esta constatação está de acordo com a comparação realizada com resultados experimentais.

A polar de arrasto é apresentada na Fig. (9). Observa-se que ambas as técnicas de cálculo dos coeficientes aerodinâmicos resultam na mesma polar de arrasto. Comparando-se com o resultado experimental pode-se notar que não existe concordância em valores absolutos (como esperado) e, também, na forma da curva. Para haver uma concordância para a forma da curva deve-se tomar o valor numérico de  $Cl$ , determinado através da circulação, e o valor numérico de  $Cd$ , calculado com a integração de pressão. Como discutido anteriormente, este problema ocorre devido ao

fato da asa em questão possuir baixo alongamento e, portanto, efeitos não-lineares estão presentes na prática, porém, não são considerados na teoria usada neste trabalho. O artifício proposto acima é uma solução de engenharia para abordar o problema em questão, com a ferramenta disponível no momento.

O coeficiente de momento de arfagem é calculado com relação a origem do sistema de referência adotado neste trabalho, a qual esta localizada no centro da configuração em estudo. Na Fig. (10) são apresentados os valores experimental, teórico (analítico), fornecido pela Eq. (7c), e o valor numérico calculado através da integração de pressão na superfície da aeronave. Vale lembrar que o  $C_m$  é calculado somente pelo método mencionado acima. Observa-se uma boa correlação entre os resultados teórico e numérico para uma faixa de ângulos de ataque entre 0 e 12 graus. Para ângulos maiores ocorre uma pequena discrepância, que pode estar associada a uma discretização pouco refinada para estes ângulos de ataque elevados, como mencionado anteriormente. Os experimentos fornecem valores maiores de  $C_m$ , cerca de 18% de diferença. Para o  $dC_m/d\alpha$  observa-se um desvio de 12,5%, com valores iguais a 0,401 e 0,458 obtidos através do cálculo numérico e da experiência, respectivamente. Esta diferença deve estar associada com a questão da não-linearidade já discutida anteriormente e pode ser utilizada para corrigir os resultados numéricos, dentro da filosofia de se “calibrar” o código numérico para o caso de asas com baixo alongamento.

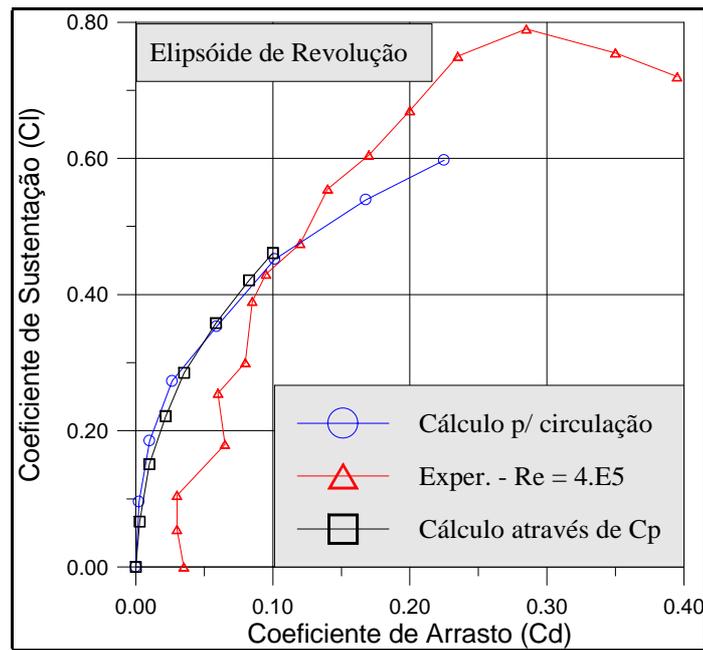


Figura 9. Polar de Arrasto para um elipsóide de revolução. Comparação entre resultados numéricos e experimentais

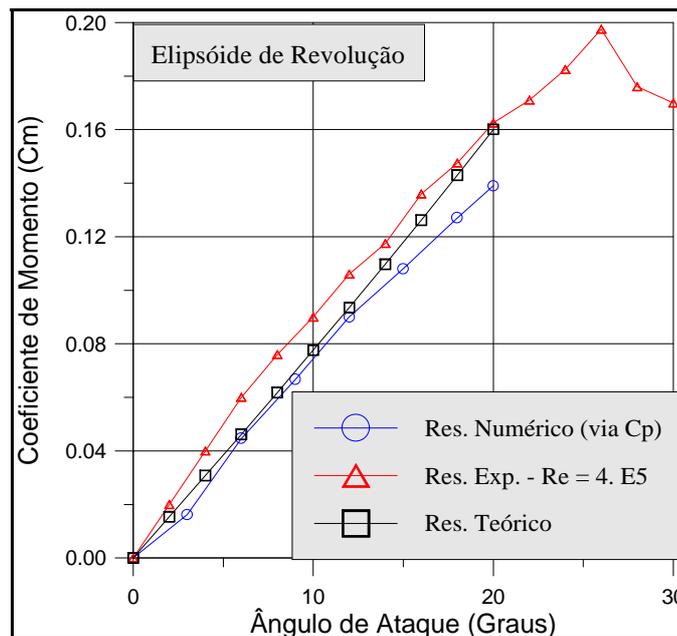


Figura 10. Coeficiente de Momento de arfagem para um elipsóide de revolução. Comparação entre os resultados numéricos, teóricos e experimentais.

A posição do centro de pressão é calculada em relação à origem do sistema de referência (no centro da configuração) e é adimensionalizada pelo diâmetro do elipsóide de revolução. Deve-se lembrar que o eixo X está orientado na direção do escoamento não perturbado e, portanto, os valores negativos observados na Fig. (11) indicam que a resultante das forças aerodinâmicas está posicionada na parte frontal da aeronave (para deixar esta questão clara, pode-se mencionar que na estação da raiz, o bordo de ataque está posicionado em  $X/D = -0,5$  e o bordo de fuga em  $X/D = +0,5$ ). Verifica-se na Fig. (11) uma concordância razoável entre os resultados numérico, teórico e experimental. Os valores experimentais variam um pouco com o ângulo de ataque e, para altos ângulos, próximo a região onde ocorre o “stall”, o centro de pressão tem a tendência de se deslocar no sentido do bordo de fuga, como ocorre em configurações convencionais de asa. É importante mencionar que na determinação dos resultados numéricos foram usados os coeficientes aerodinâmicos calculados através de uma integração de pressão na superfície da aeronave.

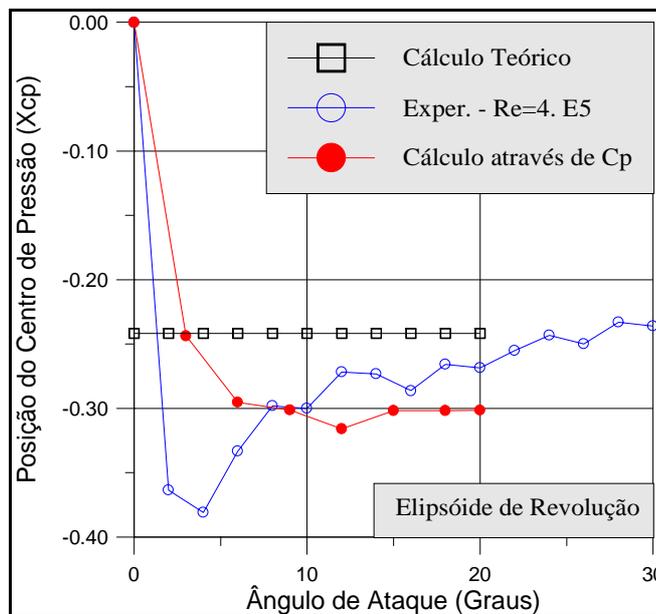


Figura 11. Posição do centro de pressão para um elipsóide de revolução. Comparação entre os resultados numéricos, teóricos e experimentais

### 5. Considerações finais

O objetivo deste trabalho foi realizar uma calibração de um código computacional, baseado no Método dos Painéis, que realiza o cálculo do escoamento potencial em configurações tridimensionais, para o caso específico de uma asa circular. Este tipo de asa é caracterizada por um valor muito baixo de alongamento, ao qual está associado um comportamento não-linear, causado pela forte interação que existe entre os vórtices gerados nas pontas da asa e a superfície da mesma.

Esta calibração foi feita através da comparação dos resultados numéricos com resultados analíticos, válidos para asas com baixa espessura, e com resultados experimentais.

Ficou claro que a discretização da superfície da aeronave deve ser refinada a medida que o ângulo de ataque é incrementado, devido a gradientes de velocidade e pressão mais elevados, principalmente na região do bordo de ataque da asa. Dois métodos foram utilizados para o cálculo de  $C_l$  e  $C_d$ : Inicialmente estes parâmetros foram determinados a partir de uma integração da distribuição de pressão na superfície da aeronave. No segundo método, a distribuição de circulação ao longo da envergadura foi utilizada para determinar  $C_l$  em cada estação (teorema de Kutta-Joukowski) e o coeficiente de arrasto induzido foi calculado utiliza-se um método baseado no chamado plano de Trefftz. Houve uma pequena discordância entre os métodos devido a erros no processo de integração de pressão e na determinação da distribuição de circulação, os quais podem ser minimizados através de um aumento da discretização e do custo computacional.

Os resultados experimentais foram obtidos para um valor baixo de número de Reynolds, devido às dimensões e à máxima velocidade alcançada no túnel de vento. Para o Reynolds ensaiado o escoamento é laminar na superfície do modelo e, neste caso, tem-se descolamento prematuro na região do bordo de fuga do modelo, resultando em uma esteira maior, a qual interage com os vórtices de ponta de asa resultando em um escoamento relativamente complexo e difícil de ser analisado. Ainda assim, os coeficiente de sustentação e momento de arfagem calculados numericamente concordaram bem com os resultados experimentais. O coeficiente de arrasto induzido é a única parcela que pode ser obtida pelo código usado neste trabalho. As parcelas de arrasto de fricção e de pressão (forma) podem ser estimados através de um acoplamento dos resultados de distribuição de pressão, obtidos neste trabalho, com um código que realize o cálculo do escoamento tipo camada limite, sendo isto deixado para um trabalho futuro.

Os resultados analíticos, obtidos através da teoria das pequenas perturbações, concordaram bem com os resultados numéricos, porém, deve-se mencionar que a teoria apresentou melhor concordância com o  $C_l$  calculado através da distribuição de vórtices, enquanto o  $C_d$  praticamente coincidiu com o valor numérico obtido através da distribuição de pressão.

Para finalizar, deve-se enfatizar que a validação dos resultados numéricos é muito importante para mostrar as diferenças encontradas com relação a realidade (valores experimentais). Com este conhecimento é possível estimar correções para os resultados numéricos para configurações de aeronaves semelhantes, caracterizadas por um valor muito baixo de alongamento.

## 6. Referências bibliográficas

- Castro, B.M., 1997, "Interferência das Paredes de um Túnel de Vento no escoamento sobre Modelos Tridimensionais Utilizando o Método dos Painéis", Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), S J Campos, SP.
- Hess, J.L. and Smith, A.M.O. , 1966, "Calculation of potential flow about arbitrary bodies", Progress in Aeronautical Sciences, Vol. 8, Pergamon Press.
- Hunt, B., 1978, "The panel method for subsonic aerodynamic flows". VKI Lectures Series on Compt. Fluid Dyn.
- Katz, J. & Plotkin, A., 1991, "Low-speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods", McGraw-Hill, Singapore.
- Milne-Thompson, L.M., 1973, "Theoretical Aerodynamics", Dover Publications, N.Y.
- Schlichting, H. & Truckenbrodt, E., 1979, "Aerodynamics of the Airplane", McGraw-Hill, N.Y.
- Soviero, P.A.O.; Girardi, R.M. & Azevedo, A.G., 1987, "Desempenho Aerodinâmico de um "Skyship" em Forma de Disco – Teste em Túnel de Vento e Cálculo Teórico", IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM 87), Florianópolis, S.C.

## ON THE FLOW OVER A REVOLUTION ELIPSOID USED AS A CIRCULAR WING: THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS

**Roberto M. Girardi**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA),  
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50, Vila das Acácias;  
12.228-900 São José dos Campos, SP  
[Girardi@aer.ita.br](mailto:Girardi@aer.ita.br)

**Abstract.** *One of problems in the sky ship operation is the lateral force associated to winds in the transversal direction. In the case of the standard sky ship the lateral force has a great value due to the shape and dimensions of such aircraft. This problem can be minimized by changing the sky ship shape. A revolution elipsoid is one of these shapes and the aircraft looks like a circular wing . In this paper the numerical results obtained with a computational code, based on the panel method, are presented to solve the three dimensional flow over a revolution elipsoid. The pressure distribution on the aircraft surface as well as lift and induced drag forces and moments can be determined with such computational code. In order to verify the validity of such numerical procedure to the particular case of a circular wing, the numerical results are compared to experimental and analytical ones. The experimental results were obtained for a model made of wood and the tests were conducted for a Reynolds number equal to  $4.0 \times 10^5$  . For a set of angles of attack ( $\alpha$ ), lift and drag forces are measured as well as the pitch moment. The pressure distribution ( $C_p$ ) along the model symmetry plane (root chord) was measure only for  $\alpha = 6$  degrees. The theoretical results were obtained by using the small perturbation theory for a circular wing with zero thickness.*

**KeyWords.** *panel method, circular wing, wind tunnel, three-dimensional flow*