

## ANÁLISE DO ESCOAMENTO EM PERFIS AERODINÂMICOS EM GRADES DE TURBOMÁQUINAS UTILIZANDO O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

**Luiz Antonio A. Pereira** - luizantp@iem.efei.br

**Miguel H. Hirata** - hirata@iem.efei.br

Departamento de Engenharia Mecânica - EFEI, Av. BPS nº 1303

CEP. 37500-000 - Itajubá, MG, Brasil

***Resumo.** Utiliza-se uma nuvem de vórtices discretos para simular os processos de convecção e de difusão de vorticidade, a qual é criada em toda a superfície de um aerofólio. Esta simulação considera um esquema puramente Lagrangeano evitando-se, assim, o emprego de malhas e, conseqüentemente, os problemas inerentes. Na simulação da convecção distribui-se vorticidade sobre a superfície discretizada do corpo. Como uma aproximação conveniente, assume-se que a densidade desta distribuição é constante sobre cada painel plano. Através do que se denomina de difusão primária esta vorticidade é lançada para o interior do meio fluido em forma de vórtices discretos. Trabalhando-se com o problema de Dirichlet (ao contrário do problema de Neumann) a intensidade destes vórtices é obtida sem a necessidade de cálculos adicionais. A difusão de vorticidade é simulada utilizando-se um esquema de avanço randômico. Faz-se uma análise do escoamento em torno de perfis aerodinâmicos montados em grades de turbomáquinas para valores elevados do número de Reynolds ( $Re$ ). A descrição Lagrangeana oferece uma grande possibilidade para estudos futuros em turbomáquinas considerando-se as interferências entre esteira/rotor/estator; para os métodos Eulerianos estes estudos tornam-se menos adaptáveis.*

***Palavras-chave:** Método de vórtices, Grades de turbomáquinas, Método dos painéis, Descrição lagrangeana.*

### 1. INTRODUÇÃO

A abordagem feita neste trabalho considera uma grade linear contendo infinitos aerofólios idênticos e assume que, a camada limite e a esteira viscosa desenvolvida em cada uma destes aerofólios são idênticas (Lewis,1991). Ao se trabalhar com esta modelagem o efeito de interferência de grade já está sendo incluído, tornando-se suficiente analisar o escoamento sobre um perfil de referência. Na superfície do perfil de referência distribui-se vorticidade; esta superfície é discretizada em um número finito de painéis, sobre os quais a densidade da distribuição é suposta constante. A distribuição de vorticidade (Martensen, 1971), utilizada para simular a superfície do corpo, apresenta uma vantagem sobre a distribuição de fontes (Kamemoto et al., 1995), porque permite o cálculo direto da intensidade

dos vórtices nascentes na superfície mencionada. O cálculo das interações entre os vórtices da nuvem, necessário para simular o efeito de convecção de vorticidade, é feito com um algoritmo acelerador (Pereira et al., 1999), mas utiliza ainda a lei de Biot-Savart (algoritmos mais rápidos que tem por base uma expansão multipolar encontram-se ainda em fase de testes e implementação (Guedes et al., 1999)). A difusão de vorticidade é simulada utilizando um algoritmo de avanço randômico (Lewis, 1991).

A simulação numérica do escoamento ao redor de um corpo rombudo, ou mesmo o escoamento ao redor de um corpo esbelto operando com um ângulo de ataque considerável, pode ser feita basicamente com a utilização de dois enfoques: aquele que utiliza a descrição Euleriana, como é o caso dos métodos usualmente empregados (volumes finitos, elementos finitos, etc.) e aquele que utiliza a descrição Lagrangeana, como são os métodos de partículas e em especial o método de vórtices. No método de vórtices as partículas são representadas por vórtices discretos, que são gerados na superfície do corpo. Estas partículas formam uma nuvem cuja evolução simula o desenvolvimento da vorticidade no meio fluido; cada partícula é acompanhada, ao longo da simulação, individualmente de uma maneira Lagrangeana. A utilização do método de vórtices é particularmente indicada para simular o escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo, quando o escoamento depende do tempo, Re assume valores elevados e os efeitos da compressibilidade podem ser desprezados. O método se adapta adequadamente para a simulação do escoamento quando há a presença de uma fronteira nas vizinhanças do corpo ou quando há um movimento relativo entre eles, como é o caso do escoamento no interior de turbomáquinas, objetivo principal da linha na qual se insere o presente trabalho. As razões principais para isto são: a ausência de uma malha evita os problemas de estabilidade e de implementação dos esquemas explícitos; dispensa a necessidade de refinamentos nas vizinhanças onde os gradientes são elevados; todos os cálculos são efetuados apenas nas regiões onde o escoamento é rotacional; e não há a necessidade de se especificar a fronteira externa nos problemas a que se propõe analisar, esta é uma questão importante uma vez que a esteira, onde as atividades são intensas e desconhecidas, em princípio, é bastante desenvolvida

O método de vórtices tem sido aplicado nos últimos anos para simular o escoamento em presença de regiões com vorticidade concentrada; as versões utilizadas podem ser classificadas como puramente Lagrangeanas, como é o caso deste trabalho, e versões híbridas (Euleriana/Lagrangeana) (Christiansen, 1973) e (Meneghini & Bearman, 1995).

Em trabalhos futuros o método de vórtices vem sendo desenvolvido considerando-se uma simulação numérica mais refinada envolvendo os aspectos de turbulência. Nesta linha de pesquisa Pereira et al. (2000) mostram que grande parte das atividades de interesse se manifestam nas grandes estruturas do escoamento, podendo ser analisadas utilizando-se um número razoável de vórtices discretos; os fenômenos que se manifestam nas micro escalas devem ser apropriadamente modelados.

## **2. O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS**

### **2.1 As equações que governam o problema**

O escoamento de um fluido newtoniano com propriedades constantes e que se realiza de maneira incompressível é governado pelas equações da Continuidade e de Navier-Stokes (N-S) que representam os princípios de Conservação da Massa e da Quantidade de Movimento, respectivamente:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

Observa-se que estas equações foram adimensionalizadas tomando-se como referência um comprimento  $b$  e a velocidade do escoamento incidente  $W_\infty$ . O número de Reynolds é definido como  $\text{Re} = W_\infty b / \nu$ .

## 2.2 A separação dos efeitos viscosos

A utilização das equações acima depara-se com uma dificuldade que é representada pela presença do termo de pressão nas equações de N-S. Estas equações podem ser manipuladas e, com auxílio da equação da Continuidade, assumem a seguinte forma (Batchelor, 1967):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3)$$

Nesta forma, a hipótese de que o escoamento é plano já foi utilizada uma vez que:

- $\omega$  representa a única componente não nula do vetor vorticidade, que é definido como  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ .
- o termo correspondente a variação da vorticidade devido a deformação das linhas de vorticidade, não se faz presente.

Cabe, finalmente, observar que a evolução da vorticidade é governada pela “Eq. (3)” ; de fato, o seu lado esquerdo (LE) representa a variação temporal da vorticidade (que é calculada pela derivada substantiva), enquanto o seu lado direito (LD) representa os efeitos da viscosidade nesta evolução. Em outras palavras o LE contém as informações necessárias para se descrever o processo de convecção de vorticidade, enquanto que os ingredientes necessários para descrever a sua difusão são encontrados no LD.

Com estas observações em mente, estabelece-se o algoritmo de separação da parte viscosa, inicialmente proposto por Chorin (1973) com o nome de “Viscous Splitting Algorithm”. Segundo este algoritmo, num mesmo intervalo de tempo, a convecção de vorticidade é governada pela equação:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0 \quad (4)$$

enquanto que a difusão é governada por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (5)$$

No contexto da versão apresentada do método de vórtices, a superfície do corpo é representada por um número finito de painéis planos sobre os quais distribui-se vorticidade; a vorticidade do meio fluido é representada por uma nuvem de vórtices discretos. Assim sendo o campo de velocidades, no plano complexo  $z = x + iy$ , pode ser representado pela seguinte equação (Pereira, et al., 1999):

$$u - iv = (U_\infty - iV_\infty) + \frac{i}{2\pi} \sum_{p=1}^M \gamma(s_n) \int_{\Delta s_n} \frac{d}{dz} \ln(z - \zeta) d\zeta + \frac{i}{2\pi} \sum_{k=1}^N \frac{\Gamma_k}{z - z_k} \quad (6)$$

onde se nota a contribuição do escoamento incidente, do corpo (representado pelo termo integral) e da nuvem composta de  $N$  vórtices discretos (representado pelo somatório).

A vorticidade gerada na superfície do corpo, calculada impondo-se a condição de escorregamento nulo (Hirata & Pereira, 1999) é simulada por um número finito de vórtices discretos denominados de vórtices nascentes. Observe que além de satisfazer esta condição, os vórtices nascentes e os vórtices presentes na região fluida não podem violar o princípio de conservação da vorticidade. Os vórtices nascentes são imediatamente posicionados a uma pequena distância  $\ell$  da superfície do corpo numa operação denominada de difusão primária. Para completar a etapa (incremento discreto de tempo em consideração) os vórtices nascentes são incorporados aos vórtices discretos presentes na região fluida; todos estes vórtices são submetidos aos processos de convecção e difusão como ilustrado na “Fig. 1”.



10 AVANÇOS

Figura 1 - Aerofólio NACA 0012 com ângulo de incidência  $\alpha_\infty = 15^\circ$ .

Na “Eq. (6)”, os vórtices potenciais induzem um campo de velocidades singular quando  $z \rightarrow z_k$ ; para evitar este comportamento indesejável os vórtices potenciais são substituídos por vórtices de Lamb (Sherman, 1990). Indicando o núcleo do vórtice de Lamb por  $\sigma_0$ , a velocidade tangencial induzida é expressa como (Mustto et al., 1998):

$$u_{\theta_k} = \frac{\Delta\Gamma_k}{2\pi} \left[ 1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (7)$$

Esta expressão mostra que a velocidade tende a zero a medida que se aproxima centro do vórtice,  $r \rightarrow 0$ , atinge um valor máximo e depois decai novamente para zero a medida que  $r \rightarrow \infty$ . Para  $r > \sigma_0$  o valor da velocidade induzida é igual a velocidade induzida pelo vórtice potencial. O valor do raio do núcleo do vórtice de Lamb é estimado através da seguinte equação:

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{\text{Re}}} \quad (8)$$

Assim sendo, as componentes da velocidade induzida num vórtice arbitrário  $k$  da nuvem são calculadas com a utilização da “Eq. (6)” devidamente modificada no termo contendo o somatório; neste a expressão do vórtice potencial é substituída pela expressão do vórtice de Lamb e, deve-se observar que um vórtice não induz velocidade sobre ele mesmo:

$$u_{t_k}(t) - iv_{t_k}(t) = (U_\infty - iV_\infty) + [uc_k(t) - ivc_k(t)] + [uv_k(t) - ivv_k(t)] \quad (9)$$

Nesta equação, o termo  $(U_\infty - iV_\infty)$  representa o escoamento incidente, o termo  $[uc_k(t) - ivc_k(t)]$ , correspondente ao primeiro somatório do LD da “Eq. (6)”, representa a velocidade induzida pelo corpo e o termo  $[uv_k(t) - ivv_k(t)]$ , correspondente ao segundo somatório do LD da “Eq. (6)”, representa a velocidade induzida pelos demais vórtices que formam a nuvem.

### 3. PERFIS AERODINÂMICOS ISOLADOS

No instante inicial,  $T = 0\Delta t$ , e a cada novo incremento de tempo,  $\Delta t$ , há criação vorticidade na superfície do aerofólio, discretizada em  $M$  painéis planos. O valor das densidades de vórtices distribuídas ao longo dos  $M$  painéis é obtido de modo a satisfazer a condição de escorregamento nulo em um único ponto de cada um destes painéis. Deste modo, o sistema de  $M$  equações algébricas e  $M$  incógnitas abaixo deve ser resolvido:

$$\sum_{n=1}^M K(s_m, s_n) \gamma(s_n) = RHS_m \quad (10)$$

As densidades dos vórtices,  $\gamma(s_n)$ , distribuídas sobre a superfície do corpo, “Eq.(6)”, são obtidas resolvendo o sistema de equações representado pela “Eq. (10)”. O LD desta equação é expresso como:

$$RHS_m = \left\{ -W_\infty \cos\beta_m - W_\infty \sin\beta_m - \sum_{j=1}^N [u_{mj} \cos\beta_m + v_{mj} \sin\beta_m] \right\} \quad (11)$$

onde  $\beta_m$  é o ângulo formado pelo eixo  $x$  com a tangente ao perfil em cada um dos pontos de controle dos painéis e o somatório corresponde a velocidade induzida pelos vórtices livres em cada ponto de controle. Evidentemente, no instante  $T = 0\Delta t$  este termo reduz-se a:

$$RHS_m = -W_\infty \cos\beta_m - W_\infty \sin\beta_m \quad (12)$$

uma vez que não existe vórtice livre no meio fluido.

De posse da velocidade induzida em cada vórtice discreto, a convecção de vorticidade, governada pela “Eq. (4)”, é realizada com a utilização de uma expressão de segunda ordem de Adams-Bashforth (Ferziger, 1981), representada pelas duas primeiras parcelas do LD da “Eq. (13)”:

$$X_j(t + \Delta t) = X_j(t) + \left[ \frac{3}{2} V_{tj}(t) - \frac{1}{2} V_{tj}(t - \Delta t) \right] \Delta t + \xi_j(t), \text{ com } j=1,2 \quad (13)$$

O processo difusivo, governado pela “Eq. (5)”, é simulado com o método de avanço randômico (Lewis, 1991), que considera na “Eq. (13)” a seguinte fórmula para  $\xi_j(t)$ :

$$\xi_{j=1}(t) = \Delta r_j \cos(\Delta\theta_j) \text{ e } \xi_{j=2}(t) = \Delta r_j \sin(\Delta\theta_j) \quad (14)$$

onde  $\Delta r_j = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{p_j}\right)}$  e  $\Delta\theta_j = 2\pi q_j$  ( $p_j$  e  $q_j$  são números randômicos com valores entre 0 e 1).

#### 4. PERFIS AERODINÂMICOS EM GRADES DE TURBOMÁQUINAS

A teoria anteriormente apresentada para o caso de um aerofólio isolado pode ser aplicada no estudo de aerofólios montados em grades (Lewis, 1988). Os conceitos teóricos para a análise do escoamento em torno de uma grade linear utilizando o método de vórtices são

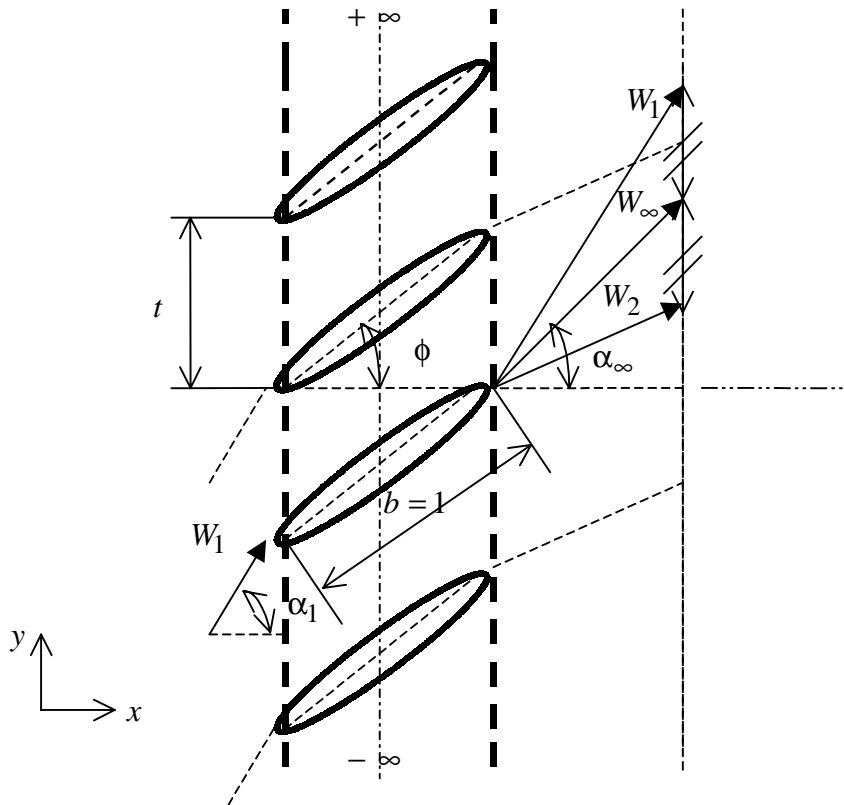


Figura 2. Montagem da grade linear infinita e triângulo de velocidades.

apresentados a seguir. Considere na “Fig. 2” o exemplo de uma grade linear montada com infinitos aerofólios idênticos, de corda igual a unidade, separados por um espaçamento com passo igual  $t$  constante na direção do eixo  $y$ , dispostos com um ângulo  $\phi$  em relação ao eixo  $x$ , bem como as velocidades do escoamento. No triângulo de velocidades  $W_\infty$  é o valor médio entre a velocidade na entrada da grade  $W_1$  com um ângulo de incidência  $\alpha_1$  e a velocidade na sua saída,  $W_2$ .

A “Eq. (10)”, formulada para um aerofólio isolado, pode ser aplicada para aerofólios montados em grade simplesmente, modificando os coeficientes da matriz de influência  $K(s_m, s_n)$ . Assim, a velocidade complexa conjugada induzida por uma grade de painéis  $n$  de comprimento  $\Delta s_n$  sobre o ponto de controle  $z_{cm}$ , conforme Giesing (1964), é dada por:

$$\bar{W}_{pn}(z_{cm}) = i \gamma(s_n) \frac{e^{-i\beta_n}}{2\pi} \ln \left\{ \frac{\sinh \left[ \frac{\pi}{t} (z_{cm} - z_n) \right]}{\sinh \left[ \frac{\pi}{t} (z_{cm} - z_{n+1}) \right]} \right\} \quad (15)$$

Tomando-se o conjugado da “Eq. (15)”, tem-se de forma resumida que:

$$W_{pn}(z_{cm}) = \bar{B}_{mn} \gamma(s_n) \quad (16)$$

A velocidade complexa total induzida pela grade linear sobre o ponto de controle  $z_{cm}$  é dada pela superposição das contribuições de todas as grades elementares:

$$W_p(z_{cm}) = \sum_{n=1}^M \bar{B}_{mn}(z_{cm}) \gamma(s_n) \quad (17)$$

A “Eq. (10)” e a “Eq.(12)” são a seguir escritas para perfis aerodinâmicos montados em grades assumindo as seguintes formas, LE e LD da “Eq.(18)” respectivamente:

$$\sum_{n=1}^M \text{Real} \left\{ e^{-i\beta_m} \left[ \bar{B}_{mn}(z_{cm}) \right] \right\} \gamma(s_n) = -\text{Real} \left( e^{-i\beta_m} \bar{W}_\infty \right) \quad (18)$$

Na convecção dos vórtices discretos as componentes da velocidade induzida, respectivamente na direção  $x$  e na direção  $y$ , sobre um vórtice discreto localizado em  $(x_k, y_k)$  devido ao vórtice discreto de intensidade  $\Delta\Gamma_j$  localizado em  $(x_j, y_j)$  e seu conjunto periódico com passo  $t$ , são dadas por :

$$UV_{k,j} = \frac{\Delta\Gamma_j}{2t} \left[ \frac{\sin \frac{2\pi}{t} (y_k - y_j)}{\cosh \frac{2\pi}{t} (x_k - x_j) - \cos \frac{2\pi}{t} (y_k - y_j)} \right] \quad (19)$$

$$VV_{k,j} = -\frac{\Delta\Gamma_j}{2t} \left[ \frac{\sinh \frac{2\pi}{t} (x_k - x_j)}{\cosh \frac{2\pi}{t} (x_k - x_j) - \cos \frac{2\pi}{t} (y_k - y_j)} \right] \quad (20)$$

A equação para a verificação do princípio de conservação da vorticidade é dada por:

$$\sum_{n=1}^M \gamma(s_n) \Delta s_n + \sum_{j=1}^N \Delta\Gamma_j + \Gamma_{\text{elim}} = 0 \quad (21)$$

Esta equação é somada à “Eq. (18)” a fim de que a vorticidade seja conservada durante todos os passos de tempo. A primeira parcela do LE da “Eq. (21)” representa a vorticidade criada na superfície do aerofólio de referência em cada passo de tempo, a segunda parcela representa o somatório dos vórtices discretos presentes na esteira e a terceira parcela é o acumulativo de todos os vórtices que são eliminados porque migraram para o interior do aerofólio.

## 5. CAMPO DE PRESSÕES

Os processos de convecção e de difusão de vorticidade foram realizados com a decomposição das equações de N-S na forma da equação do transporte de vorticidade, veja a “Eq. (3)”. Comparando-se a “Eq. (3)” com a “Eq. (2)” verifica-se que nas equações de N-S o termo de pressão não se faz presente. Como consequência, após ter considerado os efeitos de convecção e de difusão, as equações de N-S podem ser utilizadas, com uma argumentação análoga, para separar o termo de pressão, ou seja:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p \quad (22)$$

Na determinação do campo de pressões sobre uma superfície, a condição de escorregamento nulo pode ser utilizada. A “Eq. (22)” toma a seguinte forma (Hirata & Pereira, 1999):

$$\frac{\partial \gamma(s_n)}{\partial t} = -\nabla p \quad (23)$$

onde  $s_n$  é a coordenada que define um ponto na superfície do corpo. Integrando-se a “Eq. (23)” obtém-se a pressão no ponto  $s_n$  e em seguida calcula-se o coeficiente de pressão  $C_{pn}$ :

$$p_n = p_0 - \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=1}^n \Delta \Gamma_j \quad C_{pn} = p_n + 1 - p_s \quad (24)$$

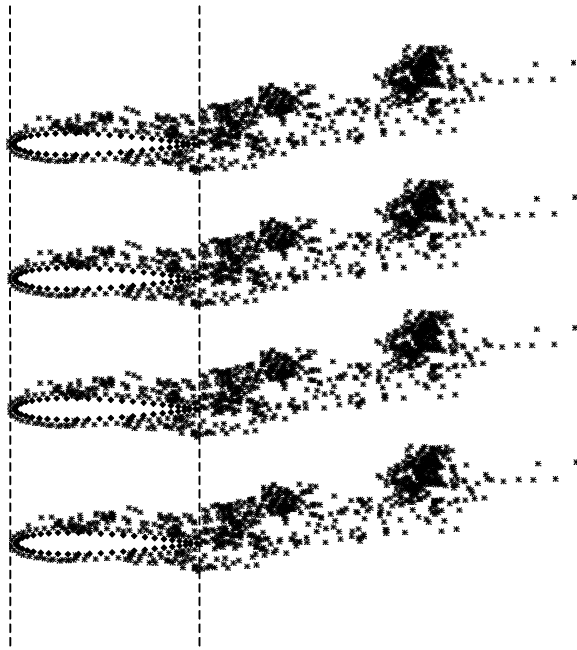
sendo  $p_0$  a pressão de referência e  $p_s$  a pressão de estagnação.

## 6. RESULTADOS E CONCLUSÕES

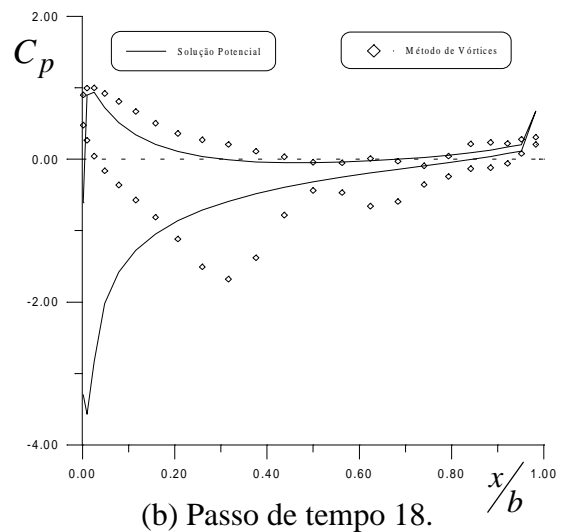
O escoamento ao redor de uma grade linear com infinitos perfis da série NACA 0012 é escolhido com o intuito de mostrar as potencialidades do método apresentado. As condições utilizadas para a simulação numérica são:  $Re = 10^6$ ,  $M = 46$ ,  $\Delta t = 0,10$ ,  $\ell = 0,03b$ ,  $t = 1$ ,  $\alpha_1 = 20^\circ$  e  $\phi = 0^\circ$ . Na “Fig. 3 (a)” visualiza-se as esteiras que se desenvolvem na grade linear, representada por quatro perfis. A distribuição de pressões sobre a superfície do perfil, após dezoito avanços no tempo, é vista na “Fig. 3 (b)”. No instante de tempo  $T = 3,6$  apresenta-se uma nova distribuição de pressões bastante semelhante àquela encontrada no



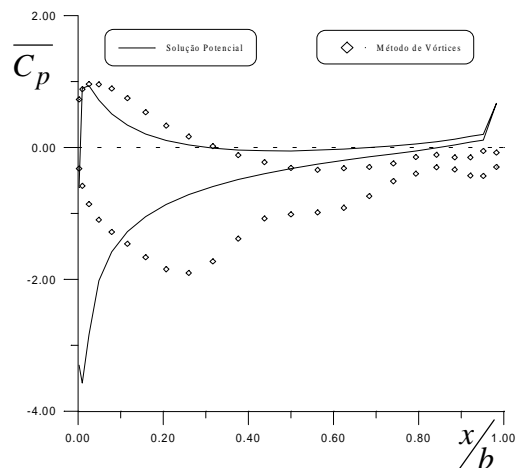
instante  $T = 1,8$ ; a “Fig. 3 (c)” apresenta o valor médio desta distribuição de pressões entre os dois instantes anteriormente comentados.



(a) Posição da esteira na grade após 30 avanços.



(b) Passo de tempo 18.



(c) Passos de tempo 18-36.

Figura 3. Análise do escoamento ao redor de uma grade linear usando uma nuvem de vórtices.

Os resultados preliminares que vem sendo obtidos são bastante promissores para explorar o método apresentado. No exemplo da “Fig. 3 (b)” e da “Fig. 3 (c)”, ao se analisar a distribuição de pressões sobre a superfície do perfil, verifica-se que o modelo para o escoamento potencial comporta-se muito bem. No modelo que utiliza uma nuvem de vórtices pode-se observar que na superfície superior, além de  $x/b = 0,4$ , há um aumento da pressão estática e também que, além de  $x/b = 0,2$ , existe a indicação de um carregamento. Nota-se discordâncias nas regiões do bordo de ataque e no lado de sucção no bordo de fuga, as quais, provavelmente, podem ser atribuídas ao número de painéis planos utilizados nos cálculos: 46 para o modelo que utiliza uma nuvem de vórtices.

O principal objetivo deste trabalho, a implementação inicial do método de vórtices discretos aplicado para perfis em grades, foi atingido.

É possível melhorar os resultados usando um número maior de painéis, distribuídos na superfície do perfil de referência, o que resulta em um número maior de vórtices na nuvem.

Mais testes serão realizados e também serão feitas comparações com resultados experimentais.

### ***Agradecimentos***

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo auxílio prestado durante a laboração deste trabalho.

### **REFERÊNCIAS**

- Batchelor, G.K., 1967, An introduction to fluid dynamics, Cambridge University Press.
- Chorin, A.J. , 1973, Numerical study of slightly viscous flow, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 57, pp. 785-796.
- Christiansen, J.P., 1973, Numerical simulation of hydrodynamics by the method of point vortices, *J. Comp. Phys.*, vol. 13, pp. 363-79.
- Ferziger, J.H., 1981, Numerical methods for engineering application, John Wiley & Sons, Inc.
- Giesing, J.P., 1964, Extension of the Douglas Neumann program to problems of lifting, infinite cascades, Douglas Aircraft Co., Inc., Report n° LB-31653.
- Guedes, V.G., Hirata, M.H. and Bodstein, G.C.R., 1999, Vortex method simulation of the flow around a circular cylinder using the multipole expansion algorithm, *Proceedings of the International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, Gazimagusa, TRNC, Turkey, April 26-29, pp. 101-108.
- Hirata, M.H. & Pereira, L.A.A., 1999, O Método de Vórtices: Algoritmos e implementação numérica, IEM / DME / EFEI, Textos em Engenharia Mecânica, Outubro, N° 04/99.
- Kamemoto, K., Matsumoto, H. and Yokoi, Y., 1995, On the extensive applicability of the vortex methods to the prediction of flow-induced vibration problems, Yokohama National University, Yokohama, Japan.
- Lewis, R.I., 1988, Application of the vortex cloud method to cascades, *Int. J. Turbo & Jet Engine*.
- Lewis, R. I., 1991, Vortex element methods for fluid dynamic analysis of engineering systems. Cambridge University Press, Cambridge.
- Martensen, E., 1971, The calculation of the pressure distribution on a cascade of thick airfoils by means of Fredholm Integral Equation of the Second Kind, NASA TT F-702.
- Meneghini, J.R. & Bearman, P.W., 1995, Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder, *J. Fluid Struct.*, vol. 9, pp. 435-455.
- Mustto, A.A., Hirata, M.H. and Bodstein, G.C.R., 1998, Discrete vortex method simulation of the flow around a circular cylinder with and without rotation. AIAA Paper 98-2409, *Proceedings of the 16<sup>th</sup> AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Albuquerque, NM, USA, June 15-18, pp. 59-69.
- Pereira, L.A.A., Hirata M.H. e Oliveira, W., 1999, Cargas Aerodinâmicas (Simulação Numérica utilizando uma nuvem de vórtices), 15<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Novembro, Águas de Lindóia, São Paulo, Brasil.
- Pereira, L.A.A., Hirata M.H. e Silveira-Neto, A., 2000, Simulação numérica do escoamento de um fluido newtoniano usando uma nuvem e vórtices e modelagem sub-malha de turbulência, IV Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional, Maio, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil.
- Sherman, F.S., 1990, *Viscous Flow*, McGraw-Hill, International Editions Mechanical Engineering Series.